จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University
Pillar of the Kingdom

การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2552

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University
Pillar of the Kingdom

A STUDY OF MATHEMATICAL REPRESENTATIONS OF NINTH GRADE STUDENTS WITH DIFFERENT MATHEMATICS LEARNING ACHIEVEMENTS, SPATIAL ABILITIES, AND MATHEMATICS LEARNING BEHAVIORS

Miss Aree Makwilai

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education

Department of Curriculum, Instruction, and Educational Technology

Faculty of Education

Chulalongkorn University

Academic Year 2009

Copyright of Chulalongkorn University

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University
Pillar of the Kingdom

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน
โดย	นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

…….. คณบดีคณะครุศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร. ศิริชัย กาญจนวาสี)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

……ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง)

…….. อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล)

…… กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

อารีย์ เมฆวิลัย: การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน. (A STUDY OF MATHEMATICAL REPRESENTATIONS OF NINTH GRADE STUDENTS WITH DIFFERENT MATHEMATICS LEARNING ACHIEVEMENTS, SPATIAL ABILITIES, AND MATHEMATICS LEARNING BEHAVIORS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผศ. ดร.สมยศ ชิดมงคล, 257 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ คือ

เพื่อศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

ประชากรในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 1 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 446 คน ที่ทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ และสุ่มนักเรียน 24 คน เพื่อใช้ในการสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าความถี่และร้อยละ

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ ต่างก็มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด ส่วนรองลงมา นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แต่นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง และต่ำ มีการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

2. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง และต่ำ ต่างก็มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด ส่วนรองลงมานักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง มีการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แต่นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง และต่ำ มีการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

3. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง และต่ำ ต่างก็มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด ส่วนรองลงมา นักเรียนมีการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

ภาควิชา หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา ลายมือชื่อนิสิต.....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่ออ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....

ปีการศึกษา 2552

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University
Pillar of the Kingdom

5083440527: MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEYWORDS: MATHEMATICAL REPRESENTATIONS / MATHEMATICS LEARNING ACHIEVEMENTS / SPATIAL ABILITIES / MATHEMATICS LEARNING BEHAVIORS

AREE MAKWILAI: A STUDY OF MATHEMATICAL REPRESENTATIONS OF NINTH GRADE STUDENTS WITH DIFFERENT MATHEMATICS LEARNING ACHIEVEMENTS, SPATIAL ABILITIES, AND MATHEMATICS LEARNING BEHAVIORS. THESIS ADVISOR: ASST. PROF. SOMYOT CHIDMONGKOL, Ph.D., 257 pp.

The purpose of this research was to study mathematical representations of ninth grade students with different mathematics learning achievements, spatial abilities, and mathematics learning behaviors.

The population of this research were ninth grade students in schools under the office of Bangkok education service area 1. The subjects were 446 ninth grade students. These students were tested with the mathematical representations test, spatial abilities test and mathematics learning behaviors test and the 24 students were randomly interviewed. The data were analyzed by means of frequency and percentage.

The results of the study revealed that:

1. Most of ninth grade students with high, medium and low mathematics learning achievements used symbolic representation. Students with high achievement used text representation while those with medium and low achievements used picture representation.

2. Most of ninth grade students with high, medium and low spatial abilities used symbolic representation. Students with high spatial abilities used text representation while those with medium and low spatial abilities used picture representation.

3. Most of ninth grade students with high and low mathematics learning behaviors used symbolic representation and picture representation respectively.

Department: Curriculum, Instruction, and Educational Technology Student's Signature .....
Field of Study: Mathematics Education Advisor's Signature .....
Academic Year: 2009

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดี เนื่องจากได้รับความเมตตาและความกรุณาอย่างสูงจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้ให้คำปรึกษา คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องในการทำวิทยานิพนธ์ตั้งแต่เริ่มต้นจนสิ้นสุดในปัจจุบัน ซึ่งผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความเอาใจใส่ดูแลเป็นอย่างดียิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตรจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และรองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งคณาจารย์สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่าน ที่ได้ให้คำแนะนำ และข้อเสนอแนะในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านเป็นอย่างสูงที่ได้เสียสละเวลาให้ความช่วยเหลือ และให้คำแนะนำในการปรับปรุงแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย จนเป็นเครื่องมือที่สมบูรณ์เป็นประโยชน์ต่อการวิจัยครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณะครูอาจารย์ และนักเรียนโรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ และโรงเรียนสามเสนวิทยาลัยที่ให้ความร่วมมือในการนำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยไปทดลองใช้ เพื่อปรับปรุงให้เป็นเครื่องมือที่มีคุณภาพยิ่งขึ้น และขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียน คณะครูอาจารย์ และนักเรียนในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1 ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อใช้ในการทำวิจัย

ขอขอบพระคุณรุ่นพี่นิสิตบัณฑิตศึกษา เพื่อนๆ สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่าน และนายยงยุทธ สุวรรณพงษ์ ที่ได้ให้กำลังใจ และช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์มาโดยตลอด

ท้ายที่สุดขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อไพโรจน์ และคุณแม่สุนันท์ เมฆวิลัย ที่ให้คำปรึกษา สนับสนุนด้านทุนทรัพย์ คอยเป็นห่วงและเป็นกำลังใจตลอดมา จนกระทั่งผู้วิจัยประสบความสำเร็จดังเช่นทุกวันนี้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... จ

กิตติกรรมประกาศ..... ฉ

สารบัญ..... ช

สารบัญตาราง..... ฎ

สารบัญภาพ..... ฑ

บทที่

1 บทนำ..... 1

1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... 1

2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย..... 15

3. ขอบเขตของการวิจัย..... 15

4. คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย..... 15

2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 18

1. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวกับตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์..... 19

1.1 ความหมายของตัวแทนความคิด ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์..... 19

1.2 ความสำคัญของตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์..... 25

1.3 การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์..... 30

2. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์..... 42

2.1 ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์..... 42

2.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์..... 46

2.3 รูปแบบของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์..... 51

2.4 ลักษณะของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์..... 53

3. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับพฤติกรรมการเรียน..... 58

3.1 ความหมายของพฤติกรรมการเรียน..... 58

บทที่ หน้า

3.2 ประเภทของพฤติกรรมการเรียน..... 61
4. ความสัมพันธ์ระหว่างมิติสัมพันธ์กับตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์..... 65
5. ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมการเรียนกับตัวแทนความคิดทาง
คณิตศาสตร์..... 66
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 68
6.1 งานวิจัยต่างประเทศ..... 68
6.2 งานวิจัยในประเทศ..... 78
3 **วิธีดำเนินการวิจัย**..... 82
1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 82
2. การออกแบบการวิจัย..... 83
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง..... 83
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย..... 86
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล..... 99
6. การวิเคราะห์ข้อมูล..... 100
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย..... 101
4 **ผลการวิเคราะห์ข้อมูล**..... 105
5 **สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ**..... 133
1. สรุปผลการวิจัย..... 135
2. อภิปรายผล..... 136
3. ข้อเสนอแนะ..... 141
รายการอ้างอิง..... 143
ภาคผนวก..... 156
ภาคผนวก ก..... 157
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย..... 158
หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ..... 160
หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย..... 167
ภาคผนวก ข..... 179
เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล..... 180

บทที่ หน้า

ภาคผนวก ค..... 203
การหาคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย..... 204
ภาคผนวก ง..... 208
ตัวอย่างการทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และ พฤติกรรมการเรียนแตกต่างกัน..... 209
ภาคผนวก จ..... 235
แสดงวิธีการหาค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์..... 236
แสดงวิธีการหาค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถ ด้านมิติสัมพันธ์..... 237
แสดงวิธีการหาค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามพฤติกรรมการเรียน คณิตศาสตร์..... 238
ภาคผนวก ฉ..... 239
แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องทศนิยมและเศษส่วน ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตาม ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์..... 240
แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องคู่อันดับและกราฟ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตาม ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์..... 242
แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน มัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์..... 244

บทที่ หน้า

แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องทศนิยมและเศษส่วน ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตาม ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์…… 246

แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องคู่อันดับและกราฟ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตาม ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์…… 248

แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน มัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถด้านมิติสัมพันธ์…… 250

แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องทศนิยมและเศษส่วน ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตาม พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์…… 252

แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องคู่อันดับและกราฟ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตาม พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์…… 253

แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน มัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์…… 254

ภาคผนวก ช…… 255

ตารางกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างของยามาเน (Yamane Taro : 1973) …… 256

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์…… 257

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	แสดงชั่วโมงการทำงาน…….……	29
2	แสดงจำนวนเงินที่นายจ้างต้องจ่าย……	29
3	แสดงจำนวนโรงเรียนที่เปิดสอนนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 1 จำแนกตามขนาดของโรงเรียน…….……..	84
4	แสดงจำนวนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง จำแนกตามโรงเรียน……	85
5	แสดงจำนวนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการสัมภาษณ์เพื่อศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามกลุ่มตัวอย่างที่แบ่งจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์……..……...	86
6	แสดงแสดงจำนวนชั่วโมงเรียน จำนวนข้อที่ออกข้อสอบ และจำนวนข้อที่ใช้จริงของแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามเนื้อหา……..…...	88
7	แสดงแสดงโครงสร้างแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์	98
8	แสดงการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์……..……..	106
9	แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์……..	108
10	แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์……..……..……	109
11	แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถด้านมิติสัมพันธ์…….……..	111
12	แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถด้านมิติสัมพันธ์..	112

ตารางที่ หน้า

13 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์..... 114
14 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์..... 115
15 แสดงการวิเคราะห์โครงสร้างของแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ 195
16 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์..... 204
17 แสดงค่าอำนาจจำแนกรายข้อ (Item discrimination หรือ D index หรือ ค่า *t* ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์รายข้อ (Item-total correlation หรือ ค่า *r*) และค่าความเที่ยงของแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์..... 206
18 แสดงวิธีการหาค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์..... 236
19 แสดงวิธีการหาค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถด้านมิติสัมพันธ์..... 237
20 แสดงวิธีการหาค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์..... 238
21 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องทศนิยมและเศษส่วน ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์..... 240
22 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องคู่อันดับและกราฟ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์..... 242

ตารางที่ หน้า

23 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์ ในเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน มัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์..... 244

24 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องทศนิยมและเศษส่วน ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตาม ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์..... 246

25 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องคู่อันดับและกราฟ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตาม ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์..... 248

26 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน มัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถด้านมิติสัมพันธ์..... 250

27 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องทศนิยมและเศษส่วน ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตาม พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์..... 252

28 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องคู่อันดับและกราฟ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตาม พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์..... 253

29 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน มัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์..... 254

30 แสดงขนาดกลุ่มตัวอย่างของยามาเน (Yamane Taro: 1973) ณ ระดับ ความมีนัยสำคัญ .05 (2σ confidence interval) คิดขนาดของความ คลาดเคลื่อน (e) เป็นร้อยละ และให้สัดส่วนของประชากร (π) เป็น 0.5... 256

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	แสดงการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์.....	26
2	แสดงตัวแทนความคิดที่เป็นรูปธรรม.....	31
3	แสดงตัวแทนความคิดที่เป็นตารางสเปรดชีท.....	32
4	แสดงตัวแทนความคิดที่เป็นกราฟ.....	32
5	แสดงตัวแทนความคิดที่เป็นเมตริกซ์.....	33
6	แสดงการใช้ตัวแทนความคิดในการแก้ปัญหาของนักเรียน.....	34
7	แสดงการใช้ตัวแทนความคิดในการแก้ปัญหาค่าอาหารรวมกับภาษีและค่าบริการของพนักงาน.....	36
8	แสดงการใช้ตัวแทนความคิดที่เป็นรูปภาพ.....	36
9	แสดงภาพเมฆและวลีคำถาม.....	38
10	แสดงจุดยอด และเส้นเชื่อมที่ช่วยในการจัดตารางเวลา.....	41
11	แสดงความสัมพันธ์ภายในของแบบทดสอบ 5 ชุด ที่ขึ้นอยู่กับ 3 องค์ประกอบ...	48
12	แสดงรูปแบบการซ่อนภาพเดี่ยวทิศทางเดิมขนาดเท่าเดิม.....	55
13	แสดงรูปแบบการซ่อนภาพเดี่ยวทิศทางเดิมขนาดเท่าเดิม.....	56
14	แสดงรูปแบบการซ่อนภาพเดี่ยวทิศทางเปลี่ยนแปลง.....	56
15	แสดงแบบการอ่านแผนที่.....	57
16	แสดงแบบหมุนภาพ.....	58
17	แสดงแบบการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์.....	58
18	แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง.....	121
19	แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง.....	122
20	แสดงการใช้รูปภาพและข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ.....	123
21	แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง.....	126

ภาพที่ หน้า

22 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง..... 127
23 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ..... 128
24 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง..... 130
25 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรและตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ..... 131
26 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง..... 209
27 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง..... 210
28 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง..... 210
29 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง..... 210
30 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ..... 211
31 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง..... 211
32 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรและรูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง..... 212
33 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรและรูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง..... 212
34 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ..... 213

ภาพที่ หน้า

35 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง..... 213
36 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ..... 214
37 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ..... 214
38 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ..... 215
39 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง..... 215
40 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง..... 216
41 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง..... 216
42 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ..... 217
43 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง..... 217
44 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ..... 217
45 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ..... 218
46 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ..... 218
47 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ..... 219
48 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ..... 219

ภาพที่ หน้า

49 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง..... 220

50 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง..... 220

51 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ..... 221

52 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง..... 221

53 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง..... 222

54 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ..... 222

55 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง..... 222

56 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ..... 223

57 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง..... 223

58 แสดงการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ..... 223

59 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง..... 224

60 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ..... 224

61 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง..... 225

ภาพที่ หน้า

62 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง..... 225
63 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง..... 226
64 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง..... 226
65 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง..... 226
66 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง..... 227
67 แสดงการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง..... 227
68 แสดงการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง..... 228
69 แสดงการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ..... 228
70 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง..... 229
71 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรและรูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง..... 229
72 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรและรูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง..... 230
73 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรและรูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ..... 230
74 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง..... 231

ภาพที่ หน้า

75 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ..... 231
76 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง..... 232
77 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ..... 232
78 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ..... 232
79 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง..... 233
80 แสดงการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง..... 233
81 แสดงการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ..... 234
82 แสดงการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง..... 234

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การศึกษาถือว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของชีวิต โดยเฉพาะสังคมโลกปัจจุบัน ในยุคโลกาภิวัตน์ ยุคของการบริโภคข่าวสารข้อมูลไร้พรมแดน นานาประเทศโดยเฉพาะอย่างยิ่งประเทศผู้นำความเจริญทางเศรษฐกิจและเทคโนโลยีได้ให้ความสำคัญของการศึกษาแก่ประชากรชาติอย่างมาก เช่นเดียวกันกับประเทศไทยได้ให้ความสำคัญของการให้การศึกษาประชาชน โดยมีการจัดสรรงบประมาณของรัฐในการบริหารประเทศด้านการศึกษาในระดับต้นมาตลอดทุกปี โดยเฉพาะอย่างยิ่งแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติของประเทศไทยตั้งแต่แผนพัฒนาฯ ฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2540 - พ.ศ. 2544) จนถึงแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 10 (ฉบับปัจจุบัน พ.ศ. 2550 – พ.ศ. 2554) ได้มุ่งเน้นความสำคัญในการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ ซึ่งถือว่าเป็นทรัพยากรหลักที่สำคัญในการพัฒนาทุกด้าน ดังนั้นการจัดการศึกษาจึงควรเป็นไปตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ที่ระบุไว้ชัดเจนว่า จะมุ่งเน้นการจัดการศึกษาเพื่อพัฒนาคนไทยให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้และคุณธรรม มีจริยธรรมและวัฒนธรรมในการดำเนินชีวิต สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545: 5)

คณิตศาสตร์มีความสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาประเทศ เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีบทบาทอย่างยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างเป็นเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ทำให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเหมาะสม (กรมวิชาการกระทรวงศึกษาธิการ, 2544: 1) ดังที่ อัมพร ม้าคนอง (2546: 1) กล่าวไว้ว่า “คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาประเทศในหลายๆ ด้าน เนื่องจากความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำรงชีวิต และการพัฒนาเทคโนโลยีให้ทันสมัยและตอบสนองต่อความต้องการในสังคมโลก” ซึ่งสอดคล้องกับแนวความคิดของ ยุพิน พิพิธกุล (2539: 1) ที่กล่าวไว้ว่า “วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการและเหตุผล คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระเบียบและเป็นรากฐานของหลาย ๆ วิชา ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ เป็นต้น ล้วนแต่ต้องอาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น และตามที่ สุวัฒนา อุทัยรัตน์ (2544: 1) กล่าวว่า “โลกปัจจุบันได้ก้าวหน้าไปมาก มีสาขาวิชาใหม่ๆ เกิดขึ้นตลอดเวลา

แต่วิชาหนึ่งที่เป็นที่ยอมรับว่าเป็นรากฐาน และเป็นแกนสำคัญของความเจริญก้าวหน้าเหล่านั้น ก็คือวิชาคณิตศาสตร์ ไม่ใช่วิชาที่เกิดใหม่ แต่เป็นวิชาเก่าแก่ที่ไม่มีวันตายซึ่งนับวันจะเจริญยิ่งขึ้น เนื่องจากมีการคิดค้นทฤษฎีใหม่ๆ ของนักคณิตศาสตร์ตลอดเวลา ”

ด้วยเหตุนี้คณิตศาสตร์ซึ่งเป็นวิชาหนึ่งในสาระการเรียนรู้ที่เป็นพื้นฐานสำคัญที่ผู้เรียนทุกคนต้องเรียนรู้ เพื่อสร้างพื้นฐานการคิดและเป็นกลยุทธ์การแก้ปัญหา และพัฒนาศักยภาพของบุคคลในด้านการสื่อสาร การสืบเสาะ เลือกสรรสารสนเทศ การตั้งข้อสันนิษฐาน การตั้งสมมติฐาน การให้เหตุผล และประโยชน์ที่จะสะท้อนให้เห็นถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ประการหนึ่งคือ คณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนรู้จักพูดและเขียนตามที่ตนคิด ทั้งนี้เพราะเมื่อนักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์จะด้วยวิธีใดก็ตาม ผู้เรียนวิชาคณิตศาสตร์ต้องสามารถเรียงลำดับแนวความคิดเป็นขั้นตอนแล้วนำเสนอหรือสื่อสารให้ครูอาจารย์และผู้อื่นเข้าใจให้ได้ว่าตนเองคิดหรือสรุปผลมานั้นได้อย่างไร (ปานทอง กุลนาถศิริ, 2545 อ้างถึงใน จริยาวดี บรรทัดเที่ยง, 2547: 14)

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่า คณิตศาสตร์มีความสำคัญและมีส่วนสำคัญต่อวิถีการดำรงชีวิต อย่างไรก็ตามก็ยังมีประเด็นปัญหาอยู่มากสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังจะเห็นได้จาก ผลการวิจัยของสมาคมนานาชาติเพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา หรือ International Association for the Evaluation of Educational Achievement พบว่าผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประเทศไทยได้อันดับที่ 18 จาก 39 ประเทศ โดยในส่วนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนที่มีผลมากที่สุดมาจากชนิดของข้อสอบที่มีลักษณะเป็นข้อสอบแบบอธิบายความหรือแสดงวิธีทำ นักเรียนจะทำไม่ได้เป็นส่วนใหญ่ โดยจะเว้นว่างไว้หรือเขียนตอบอธิบายไม่ได้ใจความ ทำให้มีผลต่อคะแนนในภาพรวม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2539: 29-30) และผลประเมินการสอบวัดคุณภาพการศึกษาระดับชาติ (NT) วิชาคณิตศาสตร์พบว่านักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2550 ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ยร้อยละ 34.73 พบว่า ร้อยละ 37.93 ของจำนวนนักเรียน ได้รับการประเมินอยู่ ในระดับปรับปรุง ร้อยละ 56.97 ของจำนวนนักเรียนได้รับการประเมินอยู่ในระดับพอใช้ และร้อยละ 5.10 ของจำนวนนักเรียน ได้รับการประเมินอยู่ในระดับดี (สำนักทดสอบทางการศึกษา, 2552)

จากผลการประเมินดังกล่าว สาเหตุที่นักเรียนจำนวนมากไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ สาเหตุหนึ่งคือ ความสามารถในการแก้ปัญหา อรชร ภูบุญเดิม (2550: 2) ได้

รวบรวมงานวิจัยที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาและข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อนำมาวิเคราะห์ปัญหาและสาเหตุสำหรับเป็นแนวทางในการแก้ปัญหา โดยได้ศึกษางานวิจัยของ สุมนมาศ สันโดษ (2520: 56) สมบัติ โพธิ์ทอง (2539: 97-99) และสุนิสา พงษ์ประยูร (2543: 27) พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีปัญหาหรือมีข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้ 1. การทำความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหา ซึ่งได้แก่ การอ่านโจทย์ปัญหา เพื่อวิเคราะห์ว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 2. การวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนไม่ทราบว่าจะเริ่มแก้ปัญหาอย่างไรและจะใช้วิธีการใดจึงจะสามารถหาคำตอบนั้นได้ เช่น นักเรียนไม่ทราบว่าจะเริ่มสร้างตัวแทนความคิดในการแก้ปัญหาอย่างไรเป็นต้น 3. การดำเนินการตามแผน และประการสุดท้ายคือการตรวจสอบคำตอบ ข้อบกพร่องที่พบมากที่สุดจากงานวิจัยของ สุนิสา พงษ์ประยูร (2543: 27) คือ การตรวจสอบคำตอบที่ใช้ได้กับเงื่อนไขในโจทย์ คิดเป็นร้อยละ 80 และเมื่อวิเคราะห์สาเหตุของข้อบกพร่องดังกล่าวพบว่า เกิดจากการที่ผู้เรียนเขียนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ในรูปของสมการนั้นผิดพลาด (ร้อยละ 72.5) จึงทำให้การตรวจสอบคำตอบผิดไปด้วย

จากปัญหาดังกล่าวได้แสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีปัญหาในเรื่องของความคิดรวบยอดในการแก้ปัญหา ซึ่งทฤษฎีของ Bruner (1961) อธิบายเรื่องนี้ไว้ว่า “เด็กจะเกิดความรู้ความเข้าใจในความคิดรวบยอด (Concept) หากเขาสามารถถ่ายโยงความรู้ความเข้าใจทุกสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่ภาพและสัญลักษณ์ได้” จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาและพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ จากงานวิจัยของ กัลยา ทองสุ (2545: 97-104) และจริยาวดี บรรทัดเที่ยง (2547: 62-64) พบว่าสิ่งที่มีความสำคัญที่จะช่วยพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาก็คือตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representation) ซึ่งสอดคล้องกับ Hiebert and Carpenter (1992: 34) ได้กล่าวว่าจุดมุ่งหมายของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์คือการพัฒนาความเข้าใจในการเรียน ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์สามารถช่วยในการเข้าใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งในปัจจุบันมีความเชื่อว่าในการเรียนรู้สามารถทำให้นักเรียนมีความเข้าใจได้ เมื่อตัวแทนความคิดกลายมาเป็นส่วนหนึ่งของระบบภายในจิตใจ

Janvier, Girardon, and Morand (2000: 45-63) กล่าวถึง ตัวแทนความคิด (Representation) ว่า เป็นสิ่งที่แทรกอยู่ทั่วไปในคณิตศาสตร์ ซึ่งมีผู้แต่งหนังสือหลายท่านได้พยายามเน้นบทบาทของตัวแทนความคิดที่แตกต่างกัน ได้แก่ กราฟ ตาราง แผนภาพ แผนภูมิ และจำนวน และให้ความสำคัญกับการทำกิจกรรม ที่มีการใช้สื่อการสอนที่จับต้องได้ รวมทั้ง

คอมพิวเตอร์ที่เข้ามามีบทบาทมากมายในการเรียนการสอน ทำให้แนวโน้มการสอนคณิตศาสตร์แบบเดิมเปลี่ยนไป ซึ่งคำจำกัดความของคำว่า “ตัวแทนความคิด” มีความซับซ้อนมาก ดังนั้นผู้แต่งหนังสือหลายท่านได้ให้ความสำคัญในการแยกระหว่างสัญลักษณ์ และบริบททางความคิด และเนื่องจากสัญลักษณ์มีอยู่ในจิตใจของผู้คิดอยู่แล้ว ทำให้เกิดความแตกต่างระหว่างตัวแทนความคิดภายนอก (External Representation) และตัวแทนความคิดภายใน (Internal Representation) ตัวแทนความคิดภายนอกมีผลต่อการกระตุ้นในด้านความรู้สึก ซึ่งได้แก่ แผนผัง แผนภูมิ ตาราง กราฟ ตัวอย่างคอมพิวเตอร์กราฟฟิก และระบบสัญลักษณ์ที่เป็นทางการ สิ่งเหล่านี้มักพิจารณาว่าเป็นการแสดงความคิดหรือความคิดรวบยอดที่เป็นรูปธรรม ส่วนตัวแทนความคิดภายในนั้น เราไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง จึงมีการวินิจฉัยจากการสังเกตนักเรียนขณะทำงาน ในรูปแบบที่เกี่ยวกับการเรียนรู้ของนักเรียน ดังนั้นตัวแทนความคิดภายในจะนำเสนอออกมาเป็น โครงสร้าง ความคิดรวบยอด และสิ่งที่เกิดขึ้นภายในจิตใจ ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า ตัวแทนความคิดภายนอกหมายถึง จำนวน สมการเชิงพีชคณิต กราฟ ตาราง แผนภูมิ และแผนภาพ ที่ถูกแสดงออกมา ส่วนตัวแทนความคิดภายในหมายถึงความคิดทางคณิตศาสตร์หรือโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ที่ถูกสร้างขึ้นโดยตัวนักเรียนเองตลอดจนการได้รับจากประสบการณ์จากการเรียนรู้ของนักเรียน

นอกจากนี้ Coaco and Curcio (2001: 45) ได้กล่าวว่าตัวแทนความคิดแบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ ตัวแทนความคิดภายนอก (External Representation) เป็นตัวแทนที่เราสามารถใช้สื่อสารกับบุคคลอื่น อยู่ในลักษณะของเครื่องหมายสัญลักษณ์ การวาดภาพ การร่างภาพ เรขาคณิต และการทำเป็นสมการ อีกประเภทคือตัวแทนความคิดภายใน (Internal Representation) เป็นจินตนาการที่เกิดขึ้นในใจของแต่ละบุคคลในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเรื่องที่ยากในการที่จะบรรยายสิ่งที่เกิดขึ้นภายในนั้นออกมา

ตัวแทนความคิดมีความหมายแตกต่างกันตามบริบทที่แตกต่างกัน ในทางจิตวิทยา ตัวแทนความคิดหมายถึงกระบวนการของการออกแบบสร้างสิ่งต่างๆ ในโลกของความเป็นจริงเข้าไปในมโนทัศน์หรือสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม ในทางจิตวิทยาคณิตศาสตร์ ตัวแทนความคิดหมายถึงการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างวัตถุและสัญลักษณ์ Lesh, Post and Behr (1987: 3) กล่าวถึงตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ 5 ชนิด ที่ใช้ในการศึกษาคณิตศาสตร์คือ วัตถุจริง สัญลักษณ์ทางเลขคณิต ภาษาพูด รูปภาพและกราฟ ซึ่ง 4 ชนิดสุดท้ายเป็นตัวแทนความคิดใน

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ Johnson (1998), Kaput (1987), Lesh (1987), Zhang (1997) and Milrad (2002) ได้อธิบายทั้ง 4 ชนิด ไว้ดังนี้

1. ภาษา เป็นการแปลความหมายจากสิ่งที่สังเกต และความสัมพันธ์ในปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยคำพูดหรือเสียงพูด

2. รูปภาพหรือกราฟ เป็นการแปลความหมาย ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นรูปภาพหรือกราฟ

3. สัญลักษณ์ของเลขคณิต เป็นการแปลความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสูตรเลขคณิต

นอกจากนี้ตัวแทนความคิดภายในสามารถเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า มโนภาพ (Mental Representation) ตามที่ Pamlmer (1977), Kosslyn (1980), Janvier, Girardon. and Morand (2000) ได้กล่าวไว้ว่า มโนภาพ (Mental Representation) มีความสำคัญอย่างมากในการเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นสิ่งที่อยู่ในใจและในความนึกคิดของคน และที่สำคัญอีกประการหนึ่งคือ สัญลักษณ์หรือภาษาที่ใช้สื่อสารในทางคณิตศาสตร์ไม่ใช่สิ่งที่ใช้แทนวัตถุใดๆ แต่เป็นตัวแทนของสิ่งต่างๆ ที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน เช่น โครงสร้าง สมบัติ ความสัมพันธ์ กระบวนการ และการดำเนินการ การศึกษามโนภาพจึงมีส่วนสำคัญอย่างมากสำหรับในการหาวิธีพัฒนามโนภาพที่ชัดเจนให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน จะเห็นได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งอาจแสดงได้หลายรูปแบบ และการแสดงแต่ละรูปแบบ เป็นผลมาจากมโนภาพที่นักเรียนได้มีส่วนเกี่ยวข้องกับปัญหานั้น เช่น การหาผลลัพธ์ของ 35 เท่าของ 42 นักเรียนบางคนอาจแสดงปัญหาดังกล่าวด้วย 35×42 บางคนอาจแสดงด้วย 42+42+42+…+42 รวม 35 ตัว และอาจมีวิธีอื่นอีก ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับมโนภาพเกี่ยวกับปัญหานั้น และการที่นักเรียนใช้วิธีการแตกต่างกันในการคิด จะมีผลต่อการดำเนินการในการหาคำตอบด้วย (อัมพร ม้าคนอง, 2547: 25-29)

ตัวแทนความคิดจะสามารถพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ โดยจากผลงานวิจัยพบว่าตัวแทนความคิดภายนอก และตัวแทนความคิดภายในมีความสัมพันธ์กัน นั่นคือ ถ้านักเรียนสามารถเข้าใจหรือสร้างตัวแทนความคิดภายนอกได้แล้ว นักเรียนจะสามารถเกิดตัวแทนความคิดภายในได้ และในทำนองเดียวกันหากนักเรียนสามารถเข้าใจหรือสร้างตัวแทนความคิดภายในได้ นักเรียนก็จะสามารถสร้างตัวแทนความคิดภายนอกได้เช่นกัน ดังนั้นถ้าหากผู้เรียนสามารถสร้างตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ ผู้เรียนก็จะเข้าใจความคิดรวบยอดของคณิตศาสตร์ ที่เป็นความคิดที่เป็นนามธรรมนั้นได้ ซึ่งสิ่งนี้เป็นสิ่งสำคัญมากของการเรียนวิชา

คณิตศาสตร์ และเมื่อนักเรียนสามารถเปลี่ยนตัวแทนความคิดภายนอกให้กลายเป็นตัวแทนความคิดภายในได้ นักเรียนก็จะจัดระบบความคิดทางคณิตศาสตร์ และแก้ปัญหาได้ (Stephen J Pape, Mourat A Tchoshanov, 2001) นอกจากนี้ Cai และ Hwang (2002: 401-412) กล่าวว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงจะมีความสามารถในการจัดการกับการแปลความหมายของภาษา รูปภาพ และตัวแทนความคิดที่เป็นทางการ (ประโยค วลี กฎหรือสูตร) ได้ดี ตรงกันข้ามกับนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาต่ำจะแปลความหมายและใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาได้ไม่ดี นอกจากนี้นักเรียนที่มีรูปแบบการเรียนที่แตกต่างกัน ก็จะได้รับความรู้ในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันด้วย

การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะหนึ่งในมาตรฐานการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์ของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งอเมริกา หรือ National Council of Teachers of Mathematic (NCTM) โดยให้ความสำคัญกับการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นศูนย์กลางของการเรียนคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจในความคิดรวบยอดและความสัมพันธ์ของคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้ง นักเรียนคิดเปรียบเทียบการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย เช่น การวาดภาพ แผนภูมิ กราฟ วัตถุกายภาพและสัญลักษณ์ ซึ่งช่วยให้นักเรียนสื่อสารความคิดของตน (NCTM, 2000: 280) การใช้ตัวแทนความคิดจึงเป็นการเปลี่ยนความคิดความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกับความคิดทางคณิตศาสตร์ออกมาเป็นสัญลักษณ์และการแสดงความคิดในการนำเสนอแก่ผู้อื่น (Lubinski and Otto. 2002 : 76 ; อ้างใน NCTM, 2000)

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งอเมริกา ได้กำหนดทักษะ/กระบวนการด้านการใช้ตัวแทน (Representation Skill) ในหลักการและมาตรฐานของหลักสูตรคณิตศาสตร์ (Principles and Standards of School Mathematics 2000: 279-284) ว่า การจัดโปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับ Pre-K ถึง เกรด 12 ควรจัดให้ผู้เรียนสามารถ

1. คิดหาวิธีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการรวบรวมความรู้ จดบันทึก ตลอดจนสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้
2. เลือก ประยุกต์ และแปลความหมายการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ไปสู่การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้
3. ใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแบบจำลอง และสามารถอธิบายปรากฏการณ์ทางด้านกายภาพ สังคม และคณิตศาสตร์โดยใช้แบบจำลองนั้นได้

Greeno and Hall (1997: 361-367) ได้สรุปความสำคัญของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีพลังสำหรับการคิด การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้เข้าใจคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยสนับสนุนการให้เหตุผลโดยช่วยให้นักเรียนเข้าใจลักษณะสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

2. การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนรวบรวมความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน

3. เมื่อนักเรียนสามารถถ่ายโยงความเข้าใจระหว่างการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันจะช่วยเพิ่มความเข้าใจ การใช้ความคิดรวบยอด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนต้องพัฒนาและใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่หลากหลาย

4. การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้เป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์ในการสร้างความเข้าใจในการสื่อสารข้อมูล และการแสดงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นอกจากนี้การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายสามารถสร้างความเข้าใจในเชิงลึกมากขึ้นได้ (Keller and Hirsch, 1998) ดังงานวิจัยของ Hail (2000: 61-07A) ได้ศึกษาผลการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายในการสร้างความรู้และความเข้าใจในพื้นฐานพีชคณิต ในการศึกษาวิธีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายครั้งนี้ ผลการวิจัยทำให้พบว่า นักเรียนที่มีวิธีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ช่วยให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องตัวแปร สมการ และการแก้สมการ มากขึ้น Owens and Clements (1997: 197-218) ได้กล่าวถึงทฤษฎีของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ซึ่งมีลักษณะดังนี้คือ

1. เป็นการจำแนกความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน

2. เป็นการจัดการความคิดที่หลากหลาย

3. เป็นการแปลงความรู้จากตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หนึ่งไปยังตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์อื่นๆได้

4. เป็นโครงสร้างที่เชื่อมต่อกันของตัวแทนความคิดภายในของระบบตัวแทนความคิด

5. เป็นการตัดสินใจที่จะใช้ตัวแทนความคิดที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

6. เป็นการจำแนกข้อดีและข้อเสีย ความแตกต่างและความเหมือนกันของตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย

จากงานวิจัยของกัลยา ทองสุ (2545) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยสร้างปัญหาที่สามารถใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหา พบว่า การใช้ตัวแทนที่หลายหลากช่วยพัฒนาความเข้าใจ ความคิดรวบยอดในเรื่องระบบสมการเชิงเส้นให้กับนักเรียน ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้นเมื่อได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ซึ่งสอดคล้องกับ จริยาวดี บรรทัดเที่ยง (2547) ได้ศึกษาผลการใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทน เรื่อง คู่อันดับและกราฟ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นเมื่อได้ใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทน และงานวิจัยของอรชร ภูบุญเดิม (2550) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น หลังจากการสอนการแก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทน

จากงานวิจัยที่ได้กล่าวมานี้ ทำให้ทราบว่าการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญที่ช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ดีขึ้น เมื่อนักเรียนเรียนรู้และเข้าใจความคิดรวบยอดของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ได้แล้ว นักเรียนต้องสามารถสร้างตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นเครื่องมือในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แล้วสามารถนำตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ และสามารถแปลงตัวแทนความคิดต่างๆ ได้อีกด้วย

เนื่องจากตัวแทนความคิดสามารถแบ่งได้เป็น 2 ชนิดคือ ตัวแทนความคิดภายนอกและตัวแทนความคิดภายใน จากการศึกษาพบว่าตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์นั้นมีความสัมพันธ์กับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ซึ่ง Jonassen (2000) ได้อธิบายว่าตัวแทนความคิดภายในประกอบด้วยโครงสร้างทางความคิด การอุปมาอุปไมย ภาพทางมิติสัมพันธ์ และโครงสร้างความรู้ นอกจากนี้ Moreno and Mayer (1999) ได้กล่าวว่าความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สามารถนำไปสู่การวิเคราะห์ในเรื่องของการใช้ตัวแทนความคิดที่หลากหลายในส่วนลึกได้ ซึ่งสอดคล้องกับ

McKim (1972) ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างการใช้ตัวแทนความคิดและความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ไว้ว่า การที่เด็กใช้ตัวแทนความคิดในลักษณะต่างๆ เกิดจากที่เด็กได้มีการเชื่อมโยงความคิดและภาพที่เกิดจากการรับรู้เหล่านั้นขึ้นในใจ ซึ่งมีผลต่อการนำไปสู่การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่างๆ และนำไปสู่การพัฒนาความสามารถทางด้านความคิดทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งงานวิจัยของ Moreno and Mayer (1999) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียน โดยใช้การเรียนที่แตกต่างกันคือ เรียนโดยใช้ตัวแทนความคิดที่หลากหลายรูปแบบและเรียนโดยใช้ตัวแทนความคิดเพียงรูปแบบเดียว พบว่าการเรียนโดยใช้ตัวแทนความคิดที่หลากหลายนั้น นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงจะได้คะแนนดีกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ และนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงได้คะแนนดีกว่านักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ ซึ่ง Evrim and Maria (2003: 33-39) ได้ศึกษาต่อจากงานวิจัยของ Moreno and Mayer ในเชิงลึกมากขึ้น โดยศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายของนักเรียน ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่างกัน เมื่อมีการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่า เด็กที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับต่ำเหมือนกัน แต่ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่างกัน เด็กที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงกว่าจะมีความสามารถในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากกว่า และเด็กที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงเหมือนกันแต่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่างกัน เด็กที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงกว่าจะมีความสามารถในการเชื่อมโยงและพลิกแพลงในการเลือกใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มากกว่า ซึ่งสรุปได้ว่าเด็กที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงจะมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาที่หลากหลายมากกว่าเด็กที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ นอกจากนี้งานวิจัยของ Rannucci (1964: 19-23) ที่ได้ศึกษาองค์ประกอบบางประการที่ส่งผลต่อการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่าการเรียนคณิตศาสตร์นั้นจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องมีความสามารถทางด้านมิติสัมพันธ์สูง เพราะเนื้อหาทุกเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ ต้องใช้คุณสมบัติของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ในการคำนวณ ดังจะเห็นได้จากการแก้โจทย์ปัญหานักเรียนมักจะลงมือด้วยการวาดรูปหรือนึกภาพ ดังนั้นถ้าเราสามารถมองรูปที่ซับซ้อนสัมพันธ์กันได้ดีแล้ว การแก้ปัญหาทางวิชาคณิตศาสตร์จะง่ายขึ้น และยังกล่าวว่า การเรียนเลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต หรือแม้แต่แคลคูลัสนั้น เวลาคำนวณต้องใช้คุณสมบัติทางมิติสัมพันธ์ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น

จากงานวิจัยข้างต้นจะเห็นว่าความสามารถด้านมิติสัมพันธ์มีความสัมพันธ์กับตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพราะมิติสัมพันธ์เป็นส่วนประกอบหนึ่งของตัวแทนความคิดภายใน

และในการที่จะเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ต้องใช้ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ในการเชื่อมโยงความคิดอีกด้วย

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งอเมริกา ได้วางหลักสูตรและมาตรฐานของการประเมินผลการสอนคณิตศาสตร์ในระดับเกรด 5-8 โดยเน้นให้นักเรียนค้นพบความสำคัญ และพัฒนาความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ (Spatial Ability) โดยการสร้าง การวาด การวัด การสร้างภาพ การเปรียบเทียบ การแปลง และการแบ่งทรงเรขาคณิต (NCTM, 1989: 112-115) ผู้ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ในวงการศึกษาถือว่า เป็นผู้ที่มีความสามารถในการเข้าใจถึงมิติต่างๆ เป็นต้นว่า ขนาด รูปร่าง ความสูง-ต่ำ ปริมาตร รูปทรงเรขาคณิต ฯลฯ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเกิดจินตนาการและมองเห็นภาพของส่วนประกอบต่างๆ เมื่อแยกจากกัน และมองเห็นเค้าโครง เมื่อนำมาประกอบกัน ดังที่ ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ (2528: 147) ได้กล่าวความสำคัญของการมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ไว้ว่า “ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เป็นองค์ประกอบพื้นฐานที่จะทำให้บุคคลเกิดความคิดสร้างสรรค์ เกิดจินตนาการต่างๆ ได้ ซึ่งในการเรียนคณิตศาสตร์นั้น จำเป็นต้องอาศัยความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ในการคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม จำเป็นต้องใช้จินตนาการในการตีความ และเนื้อหาคณิตศาสตร์ยังประกอบด้วยเนื้อหาทางเรขาคณิตด้วย ซึ่งเป็นความสัมพันธ์โดยตรงต่อความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ นอกจากนี้ทองห่อ วิภาวิน (2523: 73) ได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์เป็นความสามารถในการสร้างภาพ ทำให้เกิดจินตนาการ เกี่ยวกับส่วนประกอบต่างๆ เมื่อแยกสิ่งเหล่านี้ออกจากกัน และเห็นเค้าโครงเมื่อนำสิ่งเหล่านี้มาประกอบกัน จะส่งผลให้มนุษย์เข้าใจถึงมิติต่างๆ ได้แก่ ขนาด รูปร่าง ความสูงต่ำ ใกล้ไกล พื้นที่ ปริมาตร

โดยทั่วๆไปแล้วมิติสัมพันธ์แบ่งออกเป็น 3 องค์ประกอบ คือ Spatial Perception , Visualisation และ Mental Rotation (Thurstone, 1950; Michael et al, 1957; Linn and Petersen, 1985) แต่ Maier (1994) ได้ศึกษาในเรื่องความแตกต่างของเพศ และพบว่าต้องมีการเพิ่มองค์ประกอบด้านมิติสัมพันธ์อีก 2 องค์ประกอบ คือ Spatial Relations และ Spatial Orientation เพื่อให้องค์ประกอบด้านมิติสัมพันธ์มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น สำหรับ Spatial Perception เป็นความสามารถในการรับรู้ตำแหน่ง Visualisation เป็นความสามารถในการนึกภาพ รูปร่าง ที่เกิดจากการเคลื่อนที่ หรือเคลื่อนย้าย Mental Rotation เป็นความสามารถในการหมุนภาพ 2 มิติและ 3 มิติ Spatial Relations เป็นความสามารถในการเข้าใจโครงสร้างหรือส่วน

ต่างๆ ของวัตถุ รวมถึงเข้าใจในความสัมพันธ์ของแต่ละส่วนด้วย และ Spatial Orientation เป็นความสามารถในการกำหนดทิศทางหรือตำแหน่ง

McGee (1979) มองว่ามิติสัมพันธ์ประกอบด้วย 2 องค์ประกอบใหญ่คือ Spatial Visualization กับ Spatial Orientation สำหรับ Spatial Visualization เป็นความสามารถในการมองเห็นวัตถุที่หมุนหรือเต้นว่าเป็นรูปอะไร เป็นภาพจินตนาการในการคิดเหมือนกับความสามารถทางคณิตศาสตร์ในการจินตนาการรูปทรงจากโจทย์ ซึ่งสอดคล้องกับ Wheatley (1996) กล่าวว่า Spatial Visualization เป็นความสามารถในการหมุนและเปรียบเทียบวัตถุ ส่วน Spatial Orientation เป็นความสามารถในการเข้าใจภาพที่เปลี่ยนแปลงรูปแบบภายใน เช่น พวกซ่อนภาพ การอ่านแผนที่ เป็นต้น แต่ Lohman (1979) อ้างถึงใน ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2541) เสนอผลการวิเคราะห์ด้านมิติสัมพันธ์ว่ามี 2 แบบเหมือนกัน แต่เรียกคนละอย่างกันคือ Spatial Relation ซึ่งเป็นการวัดความสามารถในการเห็นว่าเป็นภาพอะไร อันเกิดจากการหมุนภาพ เช่น การหาด้านตรงข้ามลูกบาศก์ ส่วน Spatial Visualization เป็นความสามารถในการมองเห็นการเปลี่ยนแปลงภายในส่วนของภาพที่กำหนด เช่น แบบทดสอบพับกระดาษแล้วกางออกจะเป็นภาพแบบใด หรือแบบทดสอบพับกล่องกระดาษ เป็นต้น

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น ทำให้สามารถแบ่งองค์ประกอบด้านมิติสัมพันธ์ออกเป็น 5 องค์ประกอบคือ Spatial Perception , Visualisation, Mental Rotation, Spatial Relations และ Spatial Orientation (Maier, 1994) ซึ่งการวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สามารถวัดได้จากแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ซึ่งเป็นการวัดความสามารถของบุคคลอันเกิดจากการจินตนาการ ถึงขนาดและมิติต่างๆ ตลอดจนทรวดทรงที่มีรูปร่างแตกต่างกันทั้งอยู่ในระนาบเดียวกันและหลายระนาบ ความสามารถนี้ยังคลุมไปถึงการมองเห็นภาพต่างๆ ที่เคลื่อนไหว ซ้อนทับกัน หรือซ่อนอยู่ภายในตลอดจนถึงการแยกภาพผสมภาพก็เป็นส่วนหนึ่งด้วย นอกจากนี้ความสามารถในการจำแนกสิ่งใดอยู่สูงกว่าหรืออยู่ต่ำกว่า อันไหนอยู่ใกล้อยู่ไกล (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2541) ซึ่งแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์นั้นมีผู้เสนอไว้หลายชนิดด้วยกัน เป็นต้นว่า แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ แบบต่อภาพ แบบซ้อนภาพ แบบซ่อนภาพ แบบแยกภาพ แบบหมุนภาพ แบบนับลูกบาศก์ แบบการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์ แบบจับคู่ชิ้นส่วนกับรูป แบบทรงสามมิติ แบบพับกระดาษ เป็นต้น (ทองห่อ วิภาวิน, 2523: 31, ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ, 2528: 147, ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2541: 150, Levy and Levy, 2001)

ในแต่ละองค์ประกอบของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ที่กล่าวแล้วข้างต้น สามารถสร้างเป็นแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ได้คือ Spatial Perception และ Spatial Orientation สร้างเป็นแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบการซ่อนภาพ และการอ่านแผนที่ ส่วน Visualisation และ Mental Rotation สร้างเป็นแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบการหมุนภาพ ส่วน Spatial Relations สร้างเป็นแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบการหาด้านตรงข้ามลูกบาศก์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ่อนภาพ แบบการอ่านแผนที่ แบบหมุนภาพ แบบการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์ วัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3

จากงานวิจัยที่ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า พบว่าพฤติกรรมการเรียน พฤติกรรมการสอน พื้นฐานความรู้และเจตคติ เป็นองค์ประกอบที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (อุรี ลิ้มพิสุทธิ์, 2525; เทอด แก้วคีรี, 2529; ชลาศัย กันมินทร์, 2530; เฉลียว บุษเนียร, 2531; ประเสริฐ เตชะนาราเกียรติ, 2532) นอกจากนี้ ประภาเพ็ญ สุวรรณ และ สวิง สุวรรณ (2536 : 49) ยังได้กล่าวถึงแนวคิดของ Colman สรุปได้ว่า กระบวนการเรียนรู้ที่สลับซับซ้อนเกิดจากองค์ประกอบที่สำคัญ 4 องค์ประกอบคือ ผู้เรียน สิ่งที่จะเรียน กระบวนการ และสิ่งแวดล้อมของการเรียนรู้

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจะขึ้นอยู่กับกระบวนการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีเป้าหมายหลักคือ การพัฒนาปัญญา ให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจ ในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในทักษะต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้ และให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ (Kenedy and Tippes, 2000: 4; National Council of Teacher of Mathematics [NCTM],2000: 3-8)

พฤติกรรมการสอนของครูเป็นองค์ประกอบที่สำคัญอย่างหนึ่งของกระบวนการเรียนการสอนที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน พฤติกรรมการสอนที่เหมาะสมเป็นไปตามหลักเกณฑ์ที่ดีและสอดคล้องกับความต้องการ ความสนใจของนักเรียน ย่อมทำให้นักเรียนเกิดความพอใจ รักใคร่ และศรัทธาในตัวครู อันจะเป็นผลทำให้การเรียนการสอนดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนก็จะดีตามไปด้วย (พยุงศักดิ์ สนเทศ, 2527) ดังนั้นพฤติกรรมการสอนจะมีผลโดยตรงต่อพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน ทั้งนี้เพราะพฤติกรรมการสอนและพฤติกรรมการเรียนเป็นกิจกรรมที่ต่อเนื่องสัมพันธ์กัน พฤติกรรมการเรียนของนักเรียนจะดีหรือไม่จึงมักขึ้นอยู่กับพฤติกรรมการสอนของครู และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนส่วนหนึ่งขึ้นอยู่กับพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนเอง เพราะการสอนจะเป็นการแนะแนวทางให้ผู้เรียน

โดยใช้วิธีการสอนแบบต่างๆ และการจัดกิจกรรมที่เหมาะสมให้กับผู้เรียนเพื่อให้เกิดความเจริญงอกงามและพัฒนาให้เป็นไปในทางที่พึงปรารถนาสอดคล้องและเหมาะสมกับจุดประสงค์ของการศึกษา (Kimball Wile, 1957 อ้างถึงใน ดวงเดือน พยอมหอม, 2540) นอกจากนี้ ยุพิน พิพิธกุล (2539: 7) กล่าวถึงพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยสรุปไว้ว่าในการเรียนคณิตศาสตร์นักเรียนควรจะได้ศึกษาหาความรู้ให้เข้าใจ เมื่อไม่ได้ต้องไต่ถาม และจะต้องศึกษาบทเรียนมาล่วงหน้าก่อนจะเรียนต่อไป เรื่องใดที่จะต้องนำมาอ้างอิงต้องจำเป็นที่จะศึกษาไว้ก่อน การทำความเข้าใจตามลำดับขั้นตอนนับว่ามีความสำคัญมาก การทำแบบฝึกหัดมากๆ จะช่วยทำให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น การเรียนหนังสือนั้นต้องรู้จักการแบ่งเวลาให้เหมาะสม การทำคณิตศาสตร์ต้องการความรอบคอบ จะต้องตรวจดูคำตอบทุกครั้งว่าตนทำถูกต้องตามที่โจทย์กำหนดให้หรือไม่ เมื่อครูสอนต้องตั้งใจฟัง และจดบันทึกให้ละเอียด อย่าจดลงไปโดยไม่เข้าใจ และยังสอดคล้องกับ Hildreth (1966) อ้างถึงใน แสวง ทองปาน (2544) และ Ehrlich (1959) อ้างถึงใน แสวง ทองปาน (2544) ได้กล่าวสรุปไว้ว่า สาเหตุที่ทำให้เด็กฉลาดจำนวนหนึ่งไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนเนื่องมาจากมีนิสัยการเรียนที่ไม่ดี ขาดการวางแผนการทำงานที่ไม่ดี และไม่รู้จักใช้เวลาในการเรียนอย่างถูกต้องเหมาะสม ส่วนนักเรียนที่เรียนดี ต้องมีนิสัยการเรียนที่ดี ไม่จำเป็นต้องเป็นคนที่มีสติปัญญาเฉลี่ยวฉลาดมาก แต่ต้องเป็นคนที่รู้จักวิธีเรียน และวิธีการทำงานให้ได้ผลดีและมีประสิทธิภาพ ซึ่งสอดคล้องกับ วิชัย วงษ์ใหญ่ (2526:19) ที่กล่าวสรุปไว้ว่า องค์ประกอบด้านตัวนักเรียนเอง วิธีการเรียนของนักเรียนหรือพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน เจตคติของนักเรียนต่อครูผู้สอน เหล่านี้เป็นองค์ประกอบสำคัญอันจะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน

สิ่งที่ผู้วิจัยเสนอมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า การที่นักเรียนจะประสบความสำเร็จในการเรียนหรือมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง จะขึ้นอยู่กับ กรรมวิธีและสภาพต่างๆ ของกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งจะปรากฏออกมาให้เห็นหรือรับรู้ในรูปของการกระทำของครูและนักเรียนซึ่งก็คือ พฤติกรรมการเรียนการสอนด้านต่างๆ ของครูและนักเรียนนั่นเอง

การที่นักเรียนมีตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ดี ที่จะส่งผลไปยังผลสำเร็จในการเรียนทางคณิตศาสตร์นั้น ปัจจัยหนึ่งที่มีความสำคัญที่อาจเกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์คือ พฤติกรรมการเรียนของนักเรียน ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาถึงพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ ในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

ข้อมูลที่ผู้วิจัยได้กล่าวถึงและได้นำเสนอไว้ข้างต้น สรุปได้ว่า การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญสามารถช่วยพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ถ้าผู้เรียนสามารถสร้างตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แล้ว ผู้เรียนก็จะเข้าใจความคิดรวบยอดของคณิตศาสตร์ และความคิดที่เป็นนามธรรมซึ่งเป็นสิ่งสำคัญของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนสามารถนำตัวแทนความคิดภายนอกให้กลายเป็นตัวแทนความคิดภายในได้ นักเรียนก็จะสามารถจัดระบบความคิดทางคณิตศาสตร์ในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ และส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ดีขึ้นได้อีกด้วย ส่วนความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ มีความสัมพันธ์กับตัวแทนความคิดในวิชาคณิตศาสตร์ เพราะมิติสัมพันธ์เป็นส่วนหนึ่งของตัวแทนความคิด ในการที่จะเลือกใช้ตัวแทนความคิดต้องใช้ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ในการเชื่อมโยงความคิด นอกจากนี้ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์เป็นองค์ประกอบพื้นฐานที่จะทำให้บุคคลเกิดความคิดสร้างสรรค์ เกิดจินตนาการต่างๆ เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม จำเป็นต้องใช้จินตนาการในการตีความ ซึ่งเป็นความสัมพันธ์โดยตรงต่อความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ในการแก้โจทย์ปัญหาทุกคนมักจะลงมือด้วยการเขียนรูป หรือนึกภาพถ้าเราสามารถมองรูปที่สัมพันธ์กันอย่างซับซ้อนได้ดี การแก้ปัญหาทางวิชาคณิตศาสตร์ก็มักจะง่ายขึ้น และการเรียนเลขคณิต พีชคณิต และเรขาคณิต การแก้สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ทุกอย่าง ส่วนใหญ่ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบทางด้านมิติสัมพันธ์ทั้งสิ้น ดังนั้นความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ที่วัดจากแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ แบบซ่อนภาพ แบบหมุนภาพ และแบบการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์ อีกทั้งกระบวนการเรียนการสอนในด้านพฤติกรรมการสอนของครู และพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ก็น่าจะมีผลต่อการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ด้วย เพราะการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการเรียนทางคณิตศาสตร์ดังที่กล่าวมาแล้ว

ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจ ศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้จะเป็นประโยชน์แก่ครู นักเรียน และผู้สนใจในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งผลที่ได้จากการวิจัยจะทำให้ทราบแนวทางในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ว่านักเรียนส่วนใหญ่มีการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างไร และสามารถใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เชื่อมโยงความคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร เพราะการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้ทราบว่า นักเรียนมีความเข้าใจวิชาคณิตศาสตร์อย่างไร ซึ่งเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

พร้อมทั้งปรับปรุงกระบวนการเรียนการสอนให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุด เพื่อส่งเสริมการพัฒนาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ชัดเจนให้เกิดขึ้นกับนักเรียน และส่งผลต่อผลสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรสำหรับการวิจัยในครั้งนี้ เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 1
2. เนื้อหาวิชาที่ใช้ในการศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 คือ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งครอบคลุมเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยเนื้อหาจะยึดตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544
3. การวิจัยครั้งนี้ได้แบ่งตัวแปรออกเป็น 2 ประเภท คือ

ตัวแปรต้น คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

ตัวแปรตาม คือ การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงความสัมพันธ์ทางความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่นักเรียนถ่ายทอดออกมาในรูปแบบต่างๆ ซึ่งอาจมีลักษณะเป็น ภาพ กราฟ ตาราง สัญลักษณ์หรือตัวแปร ข้อความภาษา หรือรูปแบบอื่นๆ วัดจากแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ซึ่งพิจารณาจากระดับผลการเรียนเดิมในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งแบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม คือ

2.1 นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง หมายถึง นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 3.01 – 4.00

2.2 นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ปานกลาง หมายถึง นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 1.51 – 3.00

2.3 นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ หมายถึง นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 0 - 1.50

3. ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการมองเห็น การรับรู้ การเข้าใจ การจำแนกในเรื่องของวัตถุ ความสามารถในการจินตนาการระหว่างรูปในมิติ ต่างๆ มาประกอบเข้าด้วยกัน และมองเห็นภาพที่เกิดจากการหมุน การเคลื่อนย้าย การบิด หรือการพลิกรูปในลักษณะต่างๆ ได้ ซึ่งความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ในครั้งนี้วัดได้จากคะแนนของการทำแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ่อนภาพ แบบการอ่านแผนที่ แบบหมุนภาพ และแบบการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์

3.1 ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ่อนภาพ หมายถึง ความสามารถในการค้นหาภาพรูปเรขาคณิตที่มีขนาด รูปร่าง และทิศทาง เช่นเดียวกับภาพที่กำหนดให้

3.2 ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบการอ่านแผนที่ หมายถึง ความสามารถในการอ่านแผนที่ได้อย่างถูกต้อง

3.3 ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบหมุนภาพ หมายถึง ความสามารถในการเลือกรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการหมุนภาพที่กำหนดให้ได้

3.4 ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์ หมายถึง ความสามารถในการค้นหาภาพรูปทรงเรขาคณิตที่มีด้านที่อยู่ตรงข้ามกับด้านที่กำหนดให้

4. พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง การกระทำของนักเรียนที่แสดงออกในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยวัดจากแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งแบ่งออกเป็นด้านต่างๆ ได้แก่

4.1 ด้านการเตรียมตัวเรียน หมายถึง การที่นักเรียนมีการเตรียมความพร้อมในการเรียน ทบทวนบทเรียนหลังเรียนหรือก่อนเรียนในเนื้อหาต่อไป และการทำการบ้านวิชาคณิตศาสตร์

4.2 ด้านการเรียนในห้องเรียน หมายถึง การที่นักเรียนมีการร่วมกิจกรรมการเรียนการสอนในห้องเรียน วิธีการเรียนของนักเรียน ตลอดจนการปฏิบัติตนของนักเรียนในห้องเรียน

4.3 ด้านการฝึกฝนพัฒนาตนเอง หมายถึง การที่นักเรียนมีการศึกษาค้นคว้าในวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม จากการอ่านหนังสือ ข้อมูลในอินเตอร์เน็ต หรือการทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมและการเรียนพิเศษ

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำมาประกอบในการวิจัย ดังนี้

1. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
    1.1 ความหมายของตัวแทนความคิด ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
    1.2 ความสำคัญของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
    1.3 การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
2. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
    2.1 ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
    2.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
    2.3 รูปแบบของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
    2.4 ลักษณะของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
3. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับพฤติกรรมการเรียน
    3.1 ความหมายของพฤติกรรมการเรียน
    3.2 ประเภทของพฤติกรรมการเรียน
4. ความสัมพันธ์ระหว่างมิติสัมพันธ์กับตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
5. ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมการเรียนกับตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
    6.1 งานวิจัยต่างประเทศ
    6.2 งานวิจัยในประเทศ

1. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของตัวแทนความคิด ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

ตัวแทนความคิด มีความหมายเดียวกับคำว่า Representation ในภาษาอังกฤษ ส่วนในภาษาไทยอาจเรียกว่า ตัวแทน การแสดง การแทน เครื่องหมายแสดงออก การแสดงออก เป็นต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้คำว่า “ตัวแทนความคิด” (Representation) ซึ่งความหมายของตัวแทนความคิด ได้มีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

ตามความหมายจากหนังสือศัพท์คณิตศาสตร์ฉบับราชบัณฑิตยสถาน (2549: 110-183) มีคำที่กล่าวถึง Representation ดังนี้

1. Representation of a Vector ในความหมายว่า ตัวแทนเวกเตอร์
2. Representation Theory ในความหมายว่า ทฤษฎีตัวแทน (ซึ่งจะไปประกอบกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆ เช่น Algebra Representation Theory เป็นต้น)
3. Graphical Representation ในความหมายว่า ตัวแทนเชิงกราฟ

ในทางจิตวิทยาได้ให้ความหมายของตัวแทนความคิดไว้ว่า เป็นกระบวนการของการออกแบบสร้างสิ่งต่างๆ ในโลกของความเป็นจริงเพื่อสามารถแทนมโนทัศน์หรือสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรมได้

Palmer (1977: 90) กล่าวว่า ตัวแทนความคิด หมายถึงสิ่งแทนหรือตัวแทนที่ใช้แทนสิ่งหนึ่ง

Janvier (1987: 56) ได้ให้คำจำกัดความของคำว่า “ตัวแทนความคิด” ว่าตัวแทนความคิดเป็นส่วนหนึ่งของมโนทัศน์ทางจิตวิทยา ซึ่งในสาขาการเรียนคณิตศาสตร์ตัวแทนความคิดจะเป็นสิ่งที่อธิบายเกี่ยวกับวิธีคิดของนักเรียน

Hall (1996: 235) ได้กล่าวถึง ตัวแทนความคิด ไว้ว่า ตัวแทนความคิด เป็นกระบวนการการแปลงของสถานการณ์ของปัญหา และสามารถพัฒนาประสบการณ์ได้จากการทำกิจกรร

Jonassen (2000: 192) ได้อธิบายว่าตัวแทนความคิด เป็นโครงสร้างทางจิตใจที่ประกอบด้วยมโนภาพต่างๆ อาจรวมถึงการอุปมาอุปไมย มิติสัมพันธ์ และโครงสร้างทางความรู้

Janvier, Girardon and Morand (2000: 79 – 82) ได้ให้คำจำกัดความของคำว่า “ตัวแทนความคิด” ว่าสามารถแบ่งของตัวแทนความคิดออกเป็น 2 ประเภทคือ ตัวแทนความคิดภายนอก และตัวแทนความคิดภายใน ซึ่งตัวแทนความคิดภายนอกได้แก่ แผนผัง แผนภูมิ ตาราง กราฟ ตัวอย่างคอมพิวเตอร์กราฟิก และระบบสัญลักษณ์ที่เป็นทางการ ซึ่งสิ่งหล่านี้มักพิจารณาว่าเป็นการแสดงความคิดหรือความคิดรวบยอดที่เป็นรูปธรรม ส่วนตัวแทนความคิดภายในมีความหมายคลุมเครือ เนื่องจากเราไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง อย่างไรก็ตามเราจะเห็นตัวแทนความคิดภายในได้โดยการวินิจฉัยจากการสังเกตนักเรียนขณะทำงาน ในรูปแบบที่เกี่ยวกับการเรียนรู้และจิตใจ โดยตัวแทนความคิดภายในจะถูกนำเสนอออกมาเป็น โครงสร้าง (schemas) ความคิดรวบยอด (conception) และสิ่งที่เกิดภายในจิตใจ (mental subjects)

Pamlmer (1977), Kosslyn (1980), Janvier, Girardon and Morand (2000) ได้กล่าวไว้ว่า ตัวแทนความคิดภายใน สามารถเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า มโนภาพ (Mental Representation) ซึ่งมโนภาพมีความสำคัญอย่างมากในการเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นสิ่งที่อยู่ในใจและในความนึกคิดของคน

Cuoco (2001: บทนำ x –xi) ได้กล่าวถึงความหมายของตัวแทนความคิดว่า ตัวแทนความคิดเป็นแผนที่ ไม่ใช่สิ่งต่างๆ ที่ถูกแทน และตัวแทนความคิดยังแบ่งเป็น 2 ลักษณะคือ การใช้ตัวแทนความคิดภายนอก (External Representation) เป็นตัวแทนความคิดที่เราสามารถใช้สื่อสารกับคนอื่นอย่างง่ายดาย เป็นเครื่องหมายสัญลักษณ์บนกระดาษ การวาดภาพ การร่างภาพ เรขาคณิต การทำเป็นสมการ และการใช้ตัวแทนความคิดภายใน (Internal Representation) เป็นจินตนาการที่เราคิดในใจของเราสำหรับเนื้อหาและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของ ตัวแทนความคิด ตามที่นักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายไว้ สามารถสรุปได้ว่า ตัวแทนความคิด หมายถึง เป็นการออกแบบสร้างสิ่งต่างๆ ซึ่งสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ ตัวแทนความคิดภายนอก และตัวแทนความคิดภายใน ซึ่งตัวแทนความคิดภายนอกได้แก่ แผนผัง แผนภูมิ ตาราง กราฟ สัญลักษณ์ เป็นต้น และตัวแทนความคิดภายในจะนำเสนอเป็น โครงสร้าง ความคิดรวบยอด และสิ่งที่เกิดภายในจิตใจ

สำหรับความหมายของตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

ในทางจิตวิทยาคณิตศาสตร์ ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างวัตถุและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

Lesh, Post and Behr (1987: 39) กล่าวถึงตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ไว้ 5 ชนิด ที่ใช้ในการศึกษาคณิตศาสตร์คือ วัตถุจริง สัญลักษณ์ทางเลขคณิต ภาษาพูด รูปภาพและกราฟ

Johnson (1998: 78), Kaput (1987: 111), Lesh (1987: 39), Zhang (1997: 223), and Milrad (2002: 80) ได้อธิบายตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ 4 ชนิด คือ

1. ภาษา เป็นการแปลความหมายจากสิ่งที่สังเกต และความสัมพันธ์ในปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยคำพูดหรือเสียงพูด
2. รูปภาพหรือกราฟ เป็นการแปลความหมาย ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นรูปภาพหรือกราฟ
3. สัญลักษณ์ของเลขคณิต เป็นการแปลความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสูตรเลขคณิต

Janvier, Girardon, and Morand (2000: 45 – 63) กล่าวถึง ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นสิ่งที่แทรกอยู่ทั่วไปในคณิตศาสตร์ ได้แก่ กราฟ ตาราง แผนภาพ แผนภูมิและจำนวน และยังให้ความสำคัญกับการทำกิจกรรม ซึ่งใช้สื่อการสอนที่จับต้องได้ รวมทั้งการเข้ามามีบทบาทของคอมพิวเตอร์ที่มีความสามารถมากมาย

จากความหมายของ ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ตามที่นักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายไว้สามารถสรุปได้ว่า ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การอธิบายความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ โดยถ่ายทอดออกมาเป็น ภาพ กราฟ ตาราง สัญลักษณ์หรือตัวแปร ข้อความภาษา หรือรูปแบบอื่นๆ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ส่วนความหมายของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM.2000: 279-283 อ้างถึงใน กัลยา ทองสุ, 2545: 12-13) ได้จัดทำเอกสารหลักการและมาตรฐานหลักสูตรที่มีชื่อว่า Principles and Standards for School Mathematics ปี 2000 โดยมีมาตรฐานที่เกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Content Standards) 5 มาตรฐาน และมาตรฐานที่เกี่ยวกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Process Standards) 5 มาตรฐาน

มาตรฐานด้านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Content Standards) 5 มาตรฐาน มีดังนี้

1. จำนวนและการดำเนินการ (Number and Operation)
2. พีชคณิต (Algebra)
3. เรขาคณิต (Geometry)
4. การวัด (Measurement)
5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น (Data Analysis and Probability)

มาตรฐานด้านกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Peocess Standards) 5 มาตรฐานดังนี้

1. การแก้ปัญหา (Problem Solving)
2. การให้เหตุผลและการพิสูจน์ (Reasoning & Proof)
3. การสื่อสาร (Communication)
4. การเชื่อมโยง (Connection)
5. การใช้ตัวแทน (Representation)

ในมาตรฐานด้านกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐานที่ 5 การใช้ตัวแทน เป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์หนึ่งที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้งมากขึ้น สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา ได้อธิบายมาตรฐานหลักสูตรการใช้ตัวแทน ในชั้น Pre – K ถึงเกรด 12 ไว้ดังนี้

โปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้น ในชั้น Pre – K ถึงเกรด 12 ควรจัดให้นักเรียนสามารถ

1. คิดหาวิธีการใช้ตัวแทน และใช้ตัวแทนในการรวบรวมข้อมูล จดบันทึกตลอดจนสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้

2. เลือก ประยุกต์และแปลความหมายการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไปสู่การแก้ปัญหาได้

3. ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแบบจำลองและสามารถอธิบายปรากฏการณ์ทางด้านกายภาพ สังคม และคณิตศาสตร์ โดนใช้แบบจำลองนั้นได้

ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากมายที่อยู่ในหลักสูตรระดับนี้ เช่น การเรียนในเรื่องสัดส่วนและความสัมพันธ์เชิงเส้น เป็นเรื่องที่นักเรียนรู้โดยใช้ตัวแปรแทนและใช้ในการวิเคราะห์ปัญหา นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจะต้องเรียนรู้วิธีการในการรวบรวมความรู้การเปรียบเทียบ และการใช้ตัวแทนความคิดมากมายในเรื่อง เศษส่วน ทศนิยม ร้อยละ และระบบจำนวนเต็ม นักเรียนจะต้องเรียนรู้การใช้ตัวแทนความคิดจากเลขยกกำลัง หรือสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ในกรณีที่จำนวนที่ใช้เป็นจำนวนที่มากๆ หรือ น้อยๆ และเรียนรู้การใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดและวิเคราะห์ข้อมูล

กัลยา ทองสุ (2545: 13) กล่าวถึง การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพอสรุปได้ว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ซึ่งได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น และเป็นทักษะหนึ่งที่สำคัญและควรจะส่งเสริมให้เกิดขึ้นกับนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมายลึกซึ้ง สามารถเชื่อมโยงความเป็นนามธรรมทางคณิตศาสตร์สู่การเรียนรู้ในชีวิตประจำวันได้

จริยาวดี บรรทัดเที่ยง (2546: 24) กล่างถึง การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา ดังนี้ ทักษะที่เกี่ยวข้องกับด้านการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ อันได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ เป็นสิ่งที่มีความสำคัญและจำเป็นในการรวบรวมความรู้ ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ในการแปลความหมาย เพื่อหาความสัมพันธ์ในการสื่อสารความคิดของผู้เรียนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา ซึ่งเป็นทักษะที่จำเป็นที่น่าจะส่งเสริมให้แก่นักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์

สรินนา หมอนสุภาพ (2548: 29) ได้ให้ความหมายของการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การใช้ตัวแทน คือตัวกลางในการสื่อความคิด ความเข้าใจ ในทางคณิตศาสตร์ที่ยอมรับตรงกัน ซึ่งเป็นทักษะกระบวนการที่แทรกอยู่ระหว่างทักษะการสื่อสารและสื่อความหมายตามหลักสูตรในประเทศไทย แต่ในต่างประเทศโดยเฉพาะประเทศสหรัฐอเมริกาได้ให้ความสำคัญกับทักษะกระบวนการนี้ จนเป็นหนึ่งในทักษะกระบวนการที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวนั้นอาจจะเป็น วัตถุ รูปภาพ กราฟ (Graph) แผนภูมิ (Chart) แผนภาพ (Diagram) ตาราง (Table) แบบจำลอง (Model) สัญลักษณ์ (Symbolic) และนิพจน์ (Expression) ในรูปแบบต่างๆ ซึ่งการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ยังแบ่งออกเป็นตัวแทนภายนอก คือสัญลักษณ์ต่างๆที่กล่าวมาแล้ว กับตัวแทนภายใน ซึ่งเป็นตัวแทนทางความคิด ตัวอย่างที่ง่ายต่อการเข้าใจมากที่สุดคือ การหาคำตอบของสมการ $x + 4 = 7$ ในการพิจารณาการแก้สมการซึ่งเป็นตัวแทนภายนอก ก็คือการย้ายข้างของ 4 และเปลี่ยนเครื่องหมายของ 4 ทำให้ได้คำตอบ $x = 3$ แต่ในกรณีของตัวแทนภายในก็คือเหตุผลในการตัด 4 ออกทั้งสองข้าง ซึ่งเป็นการตัดออกของจำนวนที่เท่ากันตามสมบัติการเท่ากัน

สุจินดา เอี่ยมโอภาส (2551: 7) ได้ให้ความหมายของการใช้ตัวแทนไว้ว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การใช้ตัวแทนที่เป็นวัตถุจริง การวาดภาพ การเขียนตาราง และการใช้สัญลักษณ์ต่างๆ ในการรวมความคิดเพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสามารถเลือกตัวแทนที่หลากหลายเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาที่ต่างกัน

จากที่ได้กล่าวถึงความหมายของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงความสัมพันธ์ทางความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่นักเรียนถ่ายทอดออกมาในรูปแบบต่างๆ ซึ่งอาจมีลักษณะเป็น ภาพ กราฟ ตาราง สัญลักษณ์หรือตัวแปร ข้อความภาษา หรือรูปแบบอื่นๆ มาช่วยแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวแทนเป็นทักษะทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาความคิด ความเข้าใจในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้เกิดความคิดรวบยอดในการแก้ปัญหาและสามารถมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นได้

1.2 ความสำคัญของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

นอกจากความหมายของการใช้ตัวแทนจะเป็นเรื่องที่น่าสนใจแล้ว สิ่งที่มีความน่าสนใจไม่น้อยไปกว่ากันคือ ความสำคัญของการใช้ตัวแทนในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีผู้กล่าวถึงความสำคัญของการใช้ตัวแทนดังนี้

Schutz and Waters (2000: 448) กล่าวถึงองค์ประกอบของเหตุผลในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ การพัฒนาความเข้าใจในความคิดรวบยอดของคณิตศาสตร์เตรียมนักเรียนสู่การศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น ให้ผู้เรียนดัดแปลงคณิตศาสตร์เข้าสู่ฐานของโลกแห่งความเป็นจริง เพราะผลจากการใช้เทคโนโลยีที่เพิ่มขึ้นและปรับสู่ลักษณะการเรียนรู้ที่หลากหลาย ดังนั้น NCTM จึงมีการเพิ่มมาตรฐานผลการเรียนรู้ในปี 1989 ในเรื่องของการใช้ตัวแทน

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งประเทศสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 280 ; (2004.(Online)) กล่าวถึงความสำคัญของการใช้ตัวแทนว่า การใช้ตัวแทนเป็นศูนย์กลางของการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจในคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง สามารถหาความสัมพันธ์ในสิ่งที่เขาได้สร้างขึ้นหรือเปรียบเทียบสิ่งต่างๆ ด้วยการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ ตัวแทนเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนสื่อสารความคิดของตนเอง และการใช้ตัวแทนเป็นความจำเป็นสำหรับความเข้าใจของนักเรียนในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ การใช้ตัวแทนทำให้นักเรียนเข้าใกล้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ในการอ้างเหตุผลสนับสนุนความเข้าใจของพวกเขาและคนอื่นๆ เป็นการรับรองการสื่อสารของนักเรียนในระหว่างความคิดรวบยอดกับการดัดแปลงคณิตศาสตร์สู่การแก้ปัญหาในโลกแห่งความจริง การใช้ตัวแทนจะกลายเป็นความรู้ที่ลึกซึ้ง ตัวอย่างเรื่องเศษส่วน นักเรียนต้องการนำเสนอการใช้ตัวแทนที่หลากหลายที่จะสนับสนุนความเข้าใจของพวกเขา นักเรียนต้องการความเข้าใจที่หลากหลายของเศษส่วน ดังเช่น อัตราส่วน แสดงการหาร หรือ เศษส่วนของจำนวน พวกเขาต้องการความเข้าใจแบบอื่นๆ พร้อมๆกันในการใช้ตัวแทนของเศษส่วน เช่น การแทนจุดเป็นเศษส่วนในเส้นจำนวน

การใช้ตัวแทนเป็นความสำคัญสนับสนุนตัวแทนความคิดคณิตศาสตร์ของนักเรียนในทางที่จะสร้างความหมายทางความคิดคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน แม้ว่าการใช้ตัวแทนเหล่านั้นไม่เป็นระเบียบแบบแผน ในเวลาเดียวกันนักเรียนจะเรียนรูปแบบที่มีระเบียบแบบแผนของการใช้ตัวแทน

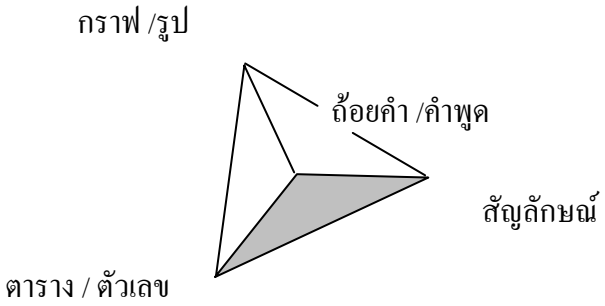
ที่ง่ายต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียน และการสื่อสารกับคนอื่นเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ การเป็นหน่วยเดียวกันของเทคโนโลยีที่ไกลจากโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้เพิ่มความต้องการของนักเรียนให้เป็นความสะดวกสบายกับการใช้ตัวแทนรูปแบบใหม่

Dossey et al. (2002: 83 -85) ได้ให้ความสำคัญของการใช้ตัวแทนโดยมองคณิตศาสตร์ในฐานะตัวแทน โดยเป็นการใช้สัญลักษณ์ในการแทนความคิดและความเข้าใจในการคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ตัวแทนหลายรูปแบบบรรยายถึงสถานะและความคิดคณิตศาสตร์ความสำคัญของรูปแบบต่างๆ เป็นการอธิบายเป็นส่วนในการสื่อสารและการเชื่อมโยง

2. การใช้ตัวแทนขยายความเข้าใจในความคิดรวบยอดของนักเรียนและชี้ให้เห็นความที่ไม่เข้าใจในรูปแบบอย่างเพียงพอ ความสามารถในการพัฒนาและตีความตัวแปรของนักเรียนที่หลากหลายเพิ่มความสามารถในการทำและเข้าใจคณิตศาสตร์

3. การใช้ตัวแทนที่หลากหลายเป็นเสมือนทรงพีระมิดฐานสามเหลี่ยมที่มีด้านเท่ากันทุกด้าน (Tetrahedron) ภาพเดียวที่มียอดมุมแสดงการใช้ตัวแทนที่แตกต่าง เช่น มุมของกราฟหรือ รูปภาพ เกี่ยวกับคำพูด ตารางหรือตัวเลข ดังภาพประกอบที่ 1



ภาพประกอบที่ 1 แสดงการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

4. การใช้ตัวแทนเป็นกระบวนการในการดำเนินการของการจับต้องความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์หรือความสัมพันธ์การถ่ายทอดความคิดบางรูปแบบ นักเรียนในระดับมัธยมปลายควรจะมีความหลากหลายกว้างขวางในการใช้ตัวแทน และนักเรียนควรยืดหยุ่นในการใช้

รูปแบบที่หลากหลายบรรยายการใช้ตัวแทนที่แสดงรูปแบบสถานการณ์และจุดประสงค์ของการใช้ตัวแทน

5. การใช้ตัวแทนเป็นภาพหรือการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สู่ผู้สังเกตการณ์ เมื่อนักเรียนวิเคราะห์การใช้ตัวแทน (เห็นคุณค่าตัวแบบที่หลากหลาย) นักเรียนสามารถบอกได้ว่าการใช้ตัวแทนไหนที่ให้คุณค่าในข้อมูลข่าวสาร และตัวแทนไหนไม่ใช่

6. นักเรียนมักต้องการเห็นการใช้ตัวแทนหลากหลายของความคิดรวบยอดก่อนที่พวกเขาจะเริ่มต้นเข้าใจความคิดรวบยอดให้เป็นรูปร่าง นักเรียนบางคนพัฒนาความเข้าใจที่แจ่มแจ้ง เมื่อพวกเขาเห็นภาพวาดหรือกราฟ บางคนชอบการใช้ตัวแทนสัญลักษณ์ทางพีชคณิตมากกว่า ในขณะที่บางคนต้องการทั้งสองแบบ

7. การใช้ตัวแทนช่วยให้เห็นภาพรวมและเป็นการบันทึกข้อมูลที่การบันทึกทำได้ไม่สะดวกหรือเป็นการใช้แทนข้อมูล

8. เทคโนโลยีเปิดประตูสู่การคิดการใช้ตัวแทน นักเรียนกับเครื่องคำนวนกราฟเบื้องต้นสามารถกระโดดจากสัญลักษณ์สู่ตัวแทนกราฟสำหรับฟังก์ชันที่หลากหลาย นอกจากแสดงกราฟโปรแกรมยังแสดงตัวแทนเป็น 3 มิติ เป็นการสู่โลกแห่งความเป็นจริงอย่างเต็มที่ การเปลี่ยนแปลงโปรแกรมเรขาคณิตทำให้เห็นวัตถุเคลื่อนไหวได้อย่างช้าๆ

9. แม้ว่าจะมีหรือไม่มีเทคโนโลยี ก็จะมีกระบวนการการใช้ตัวแทนสถานการณ์ของโลกความเป็นจริงผ่านคณิตศาสตร์ เรียกว่าตัวแบบ (Modeling) ตัวแบบให้นักเรียนแสดงถึงลักษณะเฉพาะของปรากฏการณ์ธรรมชาติของโลกแห่งความจริงผ่านสัญลักษณ์หรือแผนภาพ (Diagram) นักเรียนใช้คณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ และทำการตัดสินใจในการแก้ปัญหาบ่อยครั้งที่นักเรียนผิดพลาดในการตรวจสอบ ตัวอย่างเช่น ตัวแบบของผู้ถูกล่ากับผู้ล่าคือหนูกับเหยี่ยว จะต้องพิจารณาขอบเขตที่อยู่อาศัย แต่ข้อจำกัดคือไม่สามารถทำการนับเหยี่ยวซึ่งเป็นผู้ล่า หรือผู้ล่าหนูชนิดอื่นๆ

Perry and Atkins (2002: 196, 200 – 201) ได้อ้างถึง NCTM (2000) ว่า ครูสามารถไปถึงประโยชน์การหยั่งเห็นจากการตีความและการคิดคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยการมองผ่านการใช้ตัวแทนของนักเรียนเปิดช่องให้เห็นร่องรอยการสร้างความคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เรียนรู้ ช่วยครูตีความความเข้าใจของนักเรียน ซึ่งความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์มาก่อนที่เราจะคาดหวังให้นักเรียนเข้าใจและใช้ตัวแทนที่เป็นที่ยอมรับ

Lubinski and Otto (2002: 76 – 80) กล่าวว่า การสื่อสารทั้งโดยการพูดหรือการเขียนเป็นกฎที่สำคัญในการเรียนการสอนคณิศาสตร์ นักเรียนและครูต้องเปลี่ยนความคิดเกี่ยวกับความเข้าใจและการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในการสื่อสารกับผู้อื่น ส่วนที่สำคัญของกระบวนการสื่อสารเป็นการเลือกใช้สัญลักษณ์ให้เป็นตัวแทนในการคิด กระบวนการใช้ตัวแทนแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์และเครื่องหมายควรจะเริ่มขึ้นในขั้นเล็ก ๆ ของโครงสร้างการเรียนคณิตศาสตร์ และปรากฏในการอธิบายความคิดซึ่งนักเรียนชั้นเริ่มต้นสามารถบรรยายได้

Moyer and Mailley (2004: 252) ได้กล่าวว่า การใช้ตัวแทนที่หลากหลายสนับสนุนสถานการณ์ที่แตกต่างทางคณิตศาสตร์ สนับสนุนการสร้างเหตุผลกระบวนการและพัฒนาการเชื่อมโยง ส่งเสริมการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของจำนวน

Greeno and Hall (1997: 361-367) สรุปความสำคัญของตัวแทนไว้ ดังนี้

1. การใช้ตัวแทนเป็นเครื่องมือที่มีพลังสำหรับการคิด การใช้ตัวแทนจะช่วยให้เข้าใจคณิตศาสตร์ และการใช้ตัวแทนจะสนับสนุนการให้เหตุผลโดยช่วยนักเรียนเข้าใจลักษณะของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

2. การใช้ตัวแทนช่วยให้นักเรียนรวบรวมความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน

3. เมื่อนักเรียนสามารถถ่ายโยงความเข้าใจระหว่างการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกันจะช่วยเพิ่มความเข้าใจ การใช้ความคิดรวบยอด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนต้องพัฒนาและใช้ตัวแทนในสถานการณ์ที่หลากหลาย

4. การสอนรูปแบบการใช้ตัวแทนจะมีความสมบูรณ์ในตัวเอง

5. การใช้ตัวแทนเป็นการให้ผู้เรียนใช้เครื่องมือที่เป็นประโยชน์ในการสร้างความเข้าใจการสื่อสารข้อมูล และแสดงให้เห็นเหตุผล

กรมวิชาการ (2545: 201 – 203) ได้กล่าวถึง ตัวอย่างการจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ซึ่งแสดงให้เห็นถึงความสำคัญของทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทน โดยกำหนดสถานการณ์ ดังนี้

ร้านค้าแห่งหนึ่งมีลูกจ้าง 3 คน คือ แดง น้อย และจิต โดยแต่ละคนเสนอค่าจ้างทำงานชั่วโมงละ 100 110 120 บาท ตามลำดับ และมีงาน 3 อย่าง คือ a , b และ c

จำนวนชั่วโมงที่แดงทำงาน a , b และ c คือ 7,5,8 และ 4.5 ชั่วโมง ตามลำดับ

จำนวนชั่วโมงที่น้อยทำงาน a , b และ c คือ 6 ,8.5 และ 5 ชั่วโมง ตามลำดับ และ

จำนวนชั่วโมงที่จิตทำงาน a , b และ c คือ 6.5,7 และ 3.5 ชั่วโมง ตามลำดับ

อยากทราบว่านายจ้างควรให้ลูกจ้างคนใดทำงานอย่างใดที่สามารถทำงานนั้นเสร็จและจ่ายเงินน้อยที่สุด และ

ถ้านายจ้างต้องการรับลูกจ้างเพื่อเข้าทำงานทั้งสามอย่างเพียงหนึ่งคน เขาควรรับลูกจ้างคนใดเข้าทำงานจึงจะจ่ายน้อยที่สุด

ในการแก้ปัญหานี้ผู้เรียนจะวิเคราะห์ปัญหาและใช้ตารางช่วยในการสื่อสาร สื่อความหมายข้อมูลที่กำหนดให้ ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงชั่วโมงการทำงาน

งาน	จำนวนชั่วโมงการทำงาน		
	แดง	น้อย	จิต
a	7.5	6	6.5
b	8	8.5	7
c	4.5	5	3.5

จากนั้นผู้เรียนช่วยกันหาคำตอบและสร้างตารางใหม่เพื่อแสดงจำนวนเงินที่นายจ้าง ต้องจ่ายจากการทำงานทั้ง 3 อย่าง ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 แสดงจำนวนเงินที่นายจ้างต้องจ่าย

งาน	จำนวนเงินที่นายจ้างต้องจ่าย (บาท)		
	แดง	น้อย	จิต
a	750	660	780
b	800	935	840
c	450	550	420

ผู้เรียนสามารถใช้ตารางที่ 2 นำเสนอคำตอบ ดังนี้

ควรจ้างน้อยทำงาน a เพราะจ่ายค่าจ้างน้อยที่สุด

ควรจ้างแดงทำงาน b เพราะจ่ายค่าจ้างน้อยที่สุด

ควรจ้างจิตทำงาน c เพราะจ่ายค่าจ้างน้อยที่สุด

และควรจ้างแดงทำงานทั้ง 3 อย่าง เพราะจ่ายค่าจ้างในการทำงานรวมทั้ง 3 อย่างน้อยที่สุด

จากการศึกษาที่กล่าวมาแล้วนั้นสามารถสรุปว่า การใช้ตัวแทน มีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก เนื่องจากจะเป็นสิ่งที่จะทำให้ครูผู้สอนสามารถรู้เกี่ยวกับผู้เรียนว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์หรือไม่และอย่างไร แม้ว่าหากผู้เรียนสามารถใช้สัญลักษณ์หรือการใช้ตัวแทนภายนอกได้ถูกต้องโดยไม่มีความเข้าใจหรือมีตัวแทนภายในอย่างแท้จริง ครูก็จะสามารถพิจารณาเห็นปัญหาและย้อนกลับไปช่วยปูพื้นฐานได้ นอกจากการใช้ตัวแทนเป็นการแสดงกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์แล้ว ตัวแทนยังเป็นสื่อกลางในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์กับผู้อื่น และการใช้ตัวแทนยังช่วยสนับสนุนการพัฒนาความคิดความเข้าใจในคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้นได้

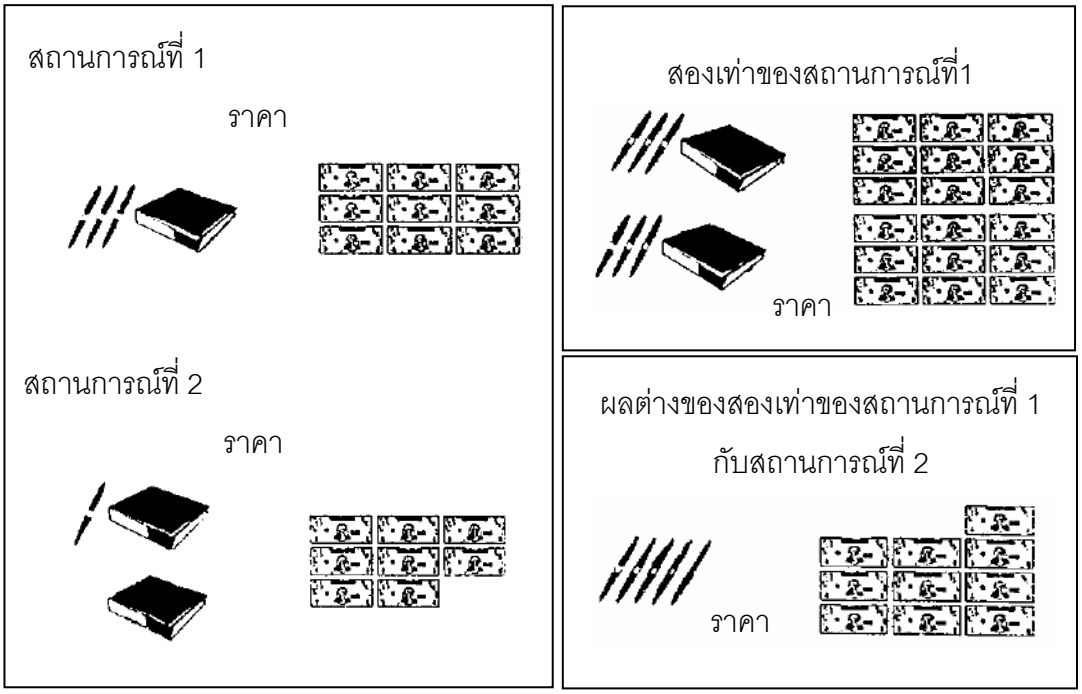
1.3 การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนการสอนของต่างประเทศในปัจจุบัน มีการนำการใช้ตัวแทนในกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งมีตัวอย่างดังต่อไปนี้

Schutz and Waters (2000: 448) สนใจว่าการใช้ตัวแทนแบบไหนถึงจะเป็นตัวแทนที่ดีส่งเสริมการเข้าใจความคิดรวบยอด เหมาะกับสถานการณ์การแก้ปัญหา ช่วยพัฒนาไปสู่คณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป หรือเหมาะแก่การนำมาใช้เพราะมีความถูกต้องและยืดหยุ่นบางอย่างก็ให้ลักษณะของเทคโนโลยีและตัวแทนบางอย่างก็เหมาะกับระดับของนักเรียนในการเรียนรู้จึงประมวลการใช้ตัวแทน ในการแก้สมการ $3x + y = 9$ และ $x + 2y = 8$ ว่ามีการใช้ตัวแทนดังนี้

1. เป็นรูปธรรม ความคิดที่เห็นได้ชัดคือการใช้ภาพปากกาและสมุดจับคู่กัน โดยทำให้ง่ายโดยใช้ตัวแทนว่า ปากกา 3 แท่ง กับสมุด 1 เล่ม ราคา 9 เหรียญ และปากกา 1 แท่ง กับสมุด 2 เล่ม ราคา 8 เหรียญ ปากกาแต่ละแท่งราคาเท่ากันและสมุดในแต่ละเล่มก็ราคาเหมือนกัน หาราคาแต่ละอย่าง ซึ่งตัวอย่างที่แสดงนี้เป็นวิธีในการแก้ปัญหาที่ทำให้เกิดสถานการณ์อย่าง

เดียวกับสมการ ในการเปรียบเทียบจำนวนปากกากับราคา มีการสร้างภาพ นำสองเท่าของสถานการณ์แรกที่มีจำนวนหนังสือเท่ากับสถานการณ์ที่ 2 แล้วหักภาพที่สองออกก็จะได้ปากกา 5 แท่ง ราคา 10 เหรียญ ซึ่งก็เท่ากับปากกาแท่งละ 2 เหรียญ จากนั้นก็หาราคาสมุด ได้ราคาสมุดเป็น 3 เหรียญ ลำดับดังภาพประกอบที่ 2



ภาพประกอบที่ 2 แสดงตัวแทนความคิดที่เป็นรูปธรรม

2. การใช้ตาราง ซึ่งเป็นรูปแบบการเดาและตรวจคำตอบ หรือ การลองผิดลองถูก ซึ่งมีการแสดงการใช้ในชั้นเกรด 8 โดยภาพประกอบ 5 ด้านซ้ายมือเป็นการแสดงการเขียนแก้ปัญหาด้วยมือ ส่วนด้านขวามือเป็นภาพการใช้ตารางสเปรดชีท (Spreadsheet) ดังภาพประกอบที่ 3

ตารางตัวแทนโดยการเขียนด้วยมือ

x	y	3x+y	x+2y
1	1	4	3
1	4	7	9
3	2	11	7
2	3	9	8

Bethany

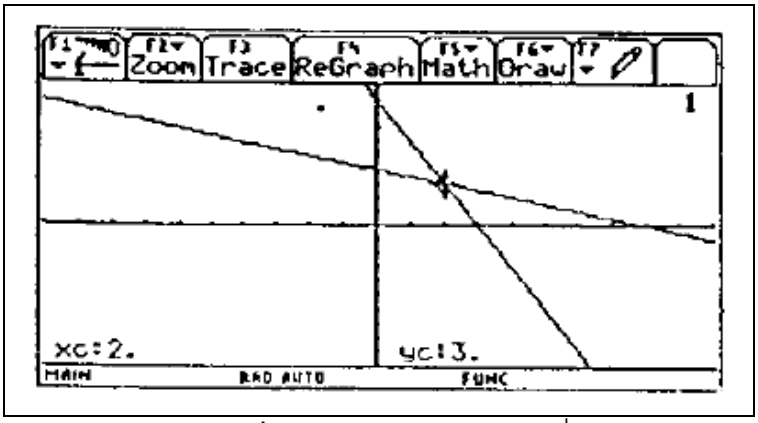
ตารางตัวแทนสเปรดชีท

C3 = 3 * A3 + B3

	A	B	C	D	E
1	x	y	3x + y	x + 2y	
2	1	1	4	3	
3	1	4	7	9	
4	3	2	11	7	
5	2	3	9	8	
6					

ภาพประกอบที่ 3 แสดงตัวแทนความคิดที่เป็นตารางสเปรดชีท

3. การใช้กราฟ ซึ่งทำการสร้างกราฟของ y1 = 9 – 3x และ y2 = 4 - 0.5x ค่าที่ต้องการคือพิกัดจุดที่เส้นตรงสองเส้นตัดกัน ซึ่งวิธีนี้จะเห็นได้มากที่สุดในหนังสือพีชคณิต ดังภาพประกอบที่ 4



ภาพประกอบที่ 4 แสดงตัวแทนความคิดที่เป็นกราฟ

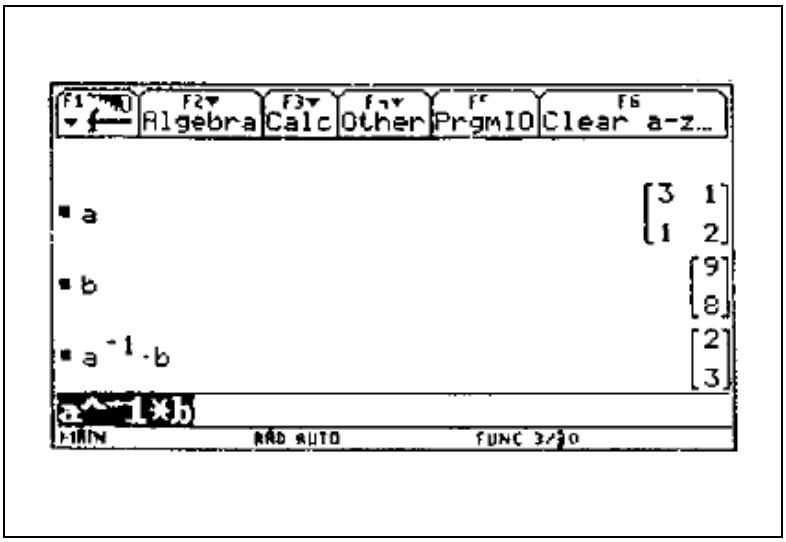
4. พีชคณิต เป็นการใช้การแก้ปัญหาโดยระบบพีชคณิต คือ ทำให้สมการสองสมการมีจำนวนตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งเท่ากันแล้วนำมาหักลบกันก็จะเหลือเพียงตัวแปรเดียว เมื่อได้ค่าตัวแปรแรกแล้วก็ทำการแทนค่าในตัวแปรที่สอง

$$\left.\begin{array}{l} 3x + y = 9 \\ x + 2y = 8 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 6x + 2y = 18 \\ x + 2y = 8 \\ \hline 5x = 10 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 3 \end{array}$$

5. เมตริกซ์ การใช้ตัวแทนนี้เป็นระบบการเท่ากันของวิธีเมตริกซ์

$$a = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad z = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix}$$

ดังนั้นแก้โดยการให้ az = b คือ z = a b ซึ่งเครื่องคิดกราฟแบบพกพาแสดงดังในภาพประกอบที่ 5



ภาพประกอบที่ 5 แสดงตัวแทนความคิดที่เป็นเมตริกซ์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 279 – 283) กล่าวถึงการใช้ตัวแทนในระดับชั้นมัธยมศึกษาว่า นักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นแก้ปัญหาหลายปัญหาด้วยการคิดและใช้ตัวแทนในการรวบรวมและบันทึกความคิดของพวกเขาเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น พวกเขาใช้ตัวแทนในการพัฒนาหรือประยุกต์สู่ความเข้าใจของพวกเขา

เกี่ยวกับเรื่องสัดส่วน นักเรียนคิดหาวิธีใช้ตัวแทนจากการผสมผสานข้อมูลจากการสังเกตกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้เพื่อแก้ปัญหา เช่น ปัญหาเรื่องสัดส่วน เมื่อนักเรียนแปลงโจทย์เป็นภาพของสัดส่วนตามที่โจทย์กำหนด ทำให้สามารถหาคำตอบได้โดยง่ายขึ้น

ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นการใช้ตัวแทนในปัญหเรื่องสัดส่วน นักเรียนคิดหาวิธีใช้ตัวแทนจากการผสมผสานข้อมูลจากการสังเกตกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้เพื่อแก้ปัญหา ดังนี้

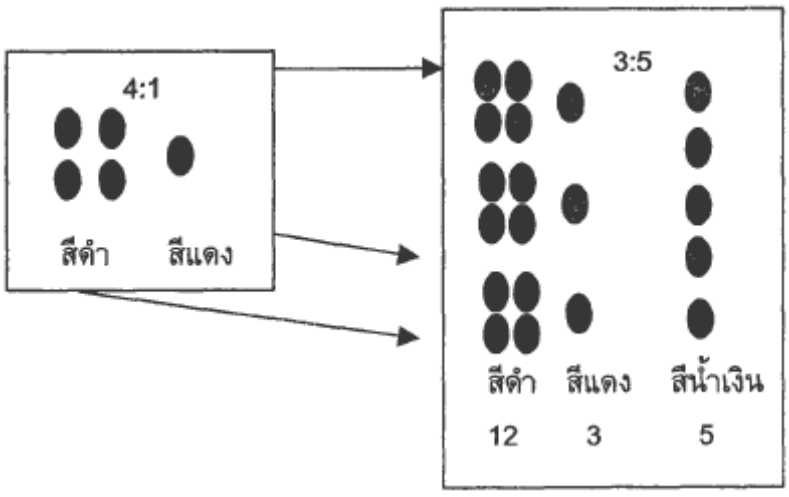
ร้านคอปปี้ แคท ปริ้นติ้ง มีเครื่องพิมพ์ที่ใช้เพียง 3 สี คือ สีดำ สีแดง และสีน้ำเงิน โดยที่ทั้งสามสีนี้จะพิมพ์เอกสารได้จำนวนเท่ากันในการใช้งาน หมึกสีดำเปลี่ยนได้ 4 กล่อง ในขณะที่หมึกสีแดงเปลี่ยนได้ 1 กล่อง และถ้าเปลี่ยนหมึกสีแดงได้ ครบ 3 กล่อง จะต้องเปลี่ยนหมึกสีน้ำเงินจำนวน 5 กล่อง ถามว่า

1.ร้านคอปปี้ แคท ปริ้นติ้งนี้ ใช้หมึกสีดำคิดเป็นเศษส่วนเท่าใด

2.ร้อนละของการพิมพ์โดยใช้หมึกสีน้ำเงินคิดเป็นเท่าใด

3.ในเวลา 1 เดือน ถ้าใช้หมึกสีดำจำนวน 60 กล่อง หมึกสีแดงและหมึกสีน้ำเงินใช้ไปอย่างละกี่กล่อง

นักเรียนสามารถใช้วิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหานี้ ซึ่งรวมถึงการใช้ตัวแทนทั้งที่เป็นมาตรฐานและไม่เป็นมาตรฐาน นักเรียนบางคนสามรถหาคำตอบได้โดยการใช้วิธีที่เป็นธรรมชาติและใช้แบบจำลอง ดังภาพประกอบที่ 6



ภาพประกอบ 6 แสดงการใช้ตัวแทนความคิดในการแก้ปัญหาของนักเรียน

นักเรียนจะพบว่า เมื่อทุกสีใช้ไปจำนวน 20 กล่อง จะใช้หมึกสีดำจำนวน 12 กล่อง หมึกสีแดงจำนวน 3 กล่อง และหมึกสีน้ำเงินจำนวน 5 กล่อง เขียนเป็นสัดส่วนของจำนวนหมึกสีดำต่อจำนวนทั้งหมดได้เป็น 12/20 (หรือ 6/10 , 3/5 , 0.6) ซึ่งเป็นคำตอบของข้อที่ 1

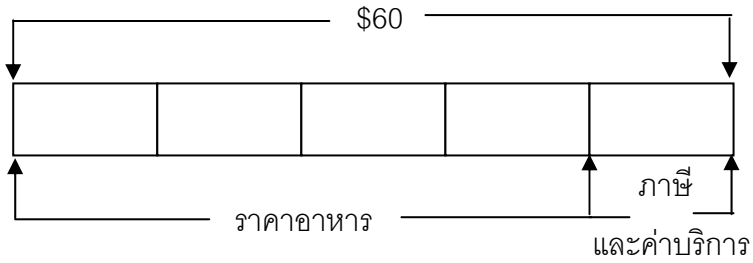
คำตอบข้อที่ 2 นักเรียนต้องสร้างแบบจำลองในใจที่เป็นชุดของกล่องสีทุกสีจำนวน 20 กล่อง เป็น 5 เท่า ซึ่งพบว่าต้องใช้หมึกสีน้ำเงินจำนวน 25 กล่อง ในทุกจำนวนสีที่เป็น 100 กล่อง ดังนั้นจะได้คำตอบข้อ 2 คือ ใช้จำนวนสีน้ำเงินคิดเป็นร้อยละ 25

คำตอบข้อที่ 3 นักเรียนจะพบว่า ถ้าใช้หมึกสีดำ 60 กล่อง ซึ่งก็คือ 5 เท่า ของจำนวน 12 กล่อง และหมึกสีแดงกับหมึกสีน้ำเงินจำนวน 8 กล่อง คิดเป็น 40 กล่อง โดยเป็นหมึกสีแดง 15 กล่อง และหมึกมีน้ำเงินจำนวน 25 กล่อง ที่ใช้ในแต่ละเดือน

ในการใช้ตัวแทนอาจใช้การผสมผสานในการมองภาพและจำนวนของข้อมูลที่กำหนดให้ในการแก้ปัญหา ดังตัวอย่างต่อไปนี้

มีนักเรียนกลุ่มหนึ่งต้องจ่ายเงินค่าอาหารรวมเป็นจำนวน 60 ดอลลาร์ซึ่งเป็นราคาอาหารรวมกับภาษีและค่าบิการของพนักงานแล้วโดยค่าภาษีและค่าบริการของพนักงานคิดเป็นร้อยละ 25 ของราคาอาหารที่ปรากฏอยู่ในรายการอาหาร นักเรียนกลุ่มนี้ต้องจ่ายค่าอาหารเท่าใดเมื่อราคาอาหารรวมภาษีและค่าบริการของพนักงานเป็น 60 ดอลลาร์

ในปัญหานี้มีหลายวิธีที่จะหาคำตอบได้ มีนักเรียนบางคนหาคำตอบโดยใช้แถบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (Rectangular Bar) เป็นตัวแทนของเงินค่าอาหารรวมภาษีและค่าบริการของพนักงานจำนวน 60 ดอลลาร์ ซึ่งราคารวมนี้เงินค่าอาหารและเงินค่าภาษีและค่าบริการพนักงานร้อยละ 25 สามารถแสดงความสัมพันธ์ได้โดยการแบ่งแถมรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็น 5 ส่วนเท่าๆกัน 4 ส่วนเป็นค่าอาหาร อีก 1 ส่วนเป็นค่าภาษีและค่าบริการของพนักงาน และ 5 ส่วนเท่าๆกัน แทนด้วยเงินรวมทั้งหมด 60 ดอลลาร์ 1ส่วนจะมีค่าเป็น 12 ดอลลาร์ ดังนั้นค่าอาหาร 4 ส่วน คิดเป็นเงินได้ 48 ดอลลาร์ ดังภาพประกอบที่ 7

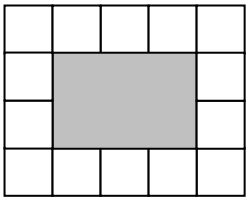


ภาพประกอบที่ 7 แสดงการใช้ตัวแทนความคิดในการแก้ปัญหาค่าอาหารรวมกับภาษีและค่าบริการของพนักงาน

ในรูปแบบของการใช้แถบสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้สามารถประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนได้อีก เช่น เรื่องเศษส่วน ร้อยละ อัตราส่วน และสัดส่วน

อีกตัวอย่างเป็นการวาดภาพในการแก้ปัญหาการปูกระเบื้องเซรามิก 1 แถวรอบสระน้ำ ครูให้นักเรียนอธิบายจำนวนของกระเบื้องที่ใช้ในการปูรอบ ๆ สระน้ำที่มีความยาวและความกว้างด้วยการใช้ตัวแทนความคิดหลายๆรูปแบบ เช่น ภาษาพูด จำนวน ตาราง ภาพ และสัญลักษณ์ ซึ่งจะได้รูปแบบของการอธิบายในรูปของตารางบันทึก ซึ่งนักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของสมการที่เกิดขึ้นเป็นสูตรทั่วไป คือ T = 2 (L + W) + 4 ดังภาพประกอบที่ 8

ความยาวสระ	ความกว้างสระ	จำนวนกระเบื้อง
1	1	8
2	1	10
3	1	12
3	2	14
3	3	16
3	4	18



ภาพประกอบที่ 8 แสดงการใช้ตัวแทนความคิดที่เป็นรูปภาพ

ลักษณะของการอธิบายวิธีหาคำตอบที่แตกต่างกันของนักเรียน 3 กรณี

คนที่ 1 ผมหาคำตอบโดยการวาดรูปหลายๆรูปแล้วหาความสัมพันธ์ของรูปแบบที่วาด เราต้องการหาจำนวนของกระเบื้องเป็น L + 2 แผ่น สำหรับวางด้านบนและด้านล่างของขอบสระและต้องการจำนวนกระเบื้อง W แผ่น สำหรับวางด้านซ้ายและด้านขวาของขอบสระ ดังนั้นจำนวนกระเบื้องทั้งหมดหาได้จาก T = 2 (L+W) + 2W

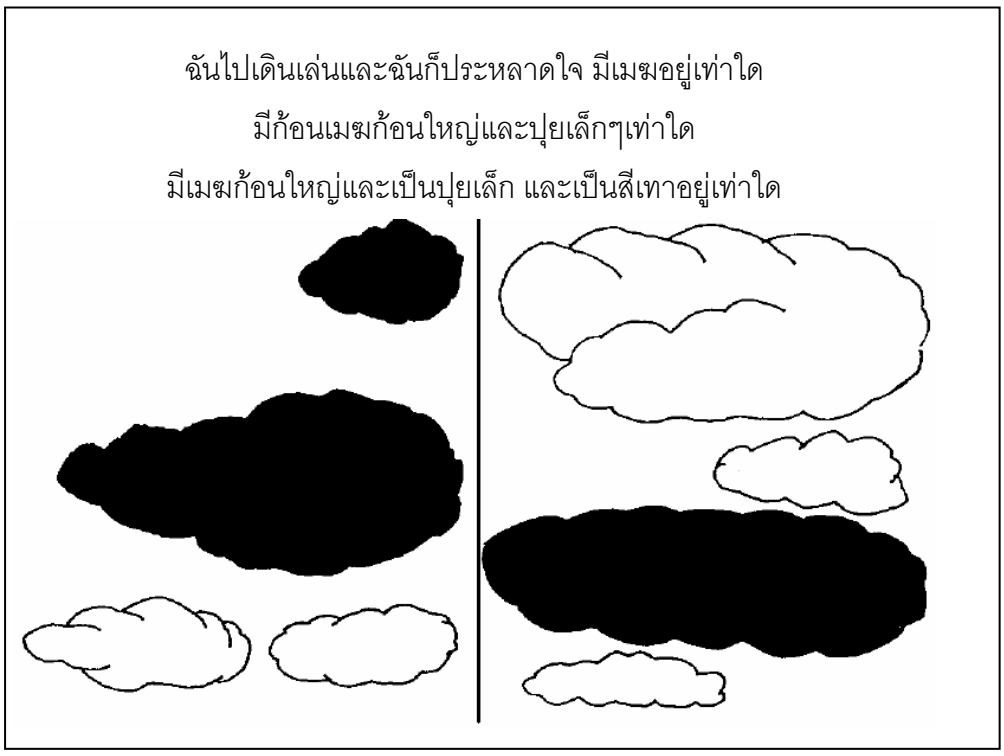
คนที่ 2 หนูวาดรูปของสระน้ำในใจ และวางกระเบื้อง 1 อันที่แต่ละมุมของสระ แล้วจะพบว่าด้านบนและด้านล่างของสระต้องใช้กระเบื้องจำนวน L แผ่น และด้านข้างทั้งสองของสระใช้กระเบื้องจำนวน W แผ่น ดังนั้น จำนวนกระเบื้องทั้งหมดที่ต้องใช้เป็น 4 + 2L + 2W

คนที่ 3 คุณสามารถหาจำนวนกระเบื้องที่ใช้ได้จากพื้นที่ทั้งหมดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (พื้นที่ของสระ + พื้นที่ของกระเบื้อง) ลบออกด้วยพื้นที่ของสระ โดยพื้นที่ของสระที่ตกแต่งด้วยกระเบื้องเป็น (L + 2)(W + 2) พื้นที่ของสระอย่างเดียวเป็น LW ดังนั้นจำนวนกระเบื้องทั้งหมดที่ใช้เป็น (L + 2)(W + 2) – LW

จากตัวอย่างทั้งสามกรณีนี้ มีลักษณะเด่นที่ควรพิจารณาดังนี้ ตัวอย่างที่ 1 และ 2 จำนวนกระเบื้องของขอบสระสัมพันธ์กับความยาวของเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหญ่ที่ประกอบด้วยกระเบื้องและสระแต่จะแตกต่างกันที่การแยกกันเป็นส่วนๆของเส้นรอบรูป สำหรับตัวอย่างที่ 3 คำตอบหาได้จากพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหญ่ และจำนวนกระเบื้องหาได้จากพื้นที่ของขอบสระ ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง เพราะกระเบื้องที่ใช้มีพื้นที่เป็นตาราง 1 หน่วย

จากการแก้ปัญหาข้างต้น นักเรียนจะมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแทนสัญลักษณ์และมองเห็นความสัมพันธ์ของการใช้ตัวแทน เช่น ตารางและกราฟ นักเรียนมองเห็นความแตกต่างของนิพจน์สัญลักษณ์ที่ใช้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณกับตัวแปร จากการสังเกตขั้นตอนในการหาคำตอบนักเรียนจะเข้าใจเรื่องสมการ นิพจน์ และความแตกต่างกันของสัญลักษณ์ที่ใช้แสดงความสัมพันธ์ เช่น ในชั้นเรียนสามารถอภิปรายถึง ผลบวกของสองเท่าของความยาวกับความกว้าง (2L + 2W) ซึ่งมีความหมายเหมือนกับ สองเท่าของผลบวกความยาวกับความกว้าง 2(L + W) นักเรียนจะเข้าใจได้โดยใช้ภาพอธิบายถึงสมบัติการแจกแจงซึ่งเป็นสมบัติที่มีความสำคัญในการแก้ปัญหา ในลักษณะเช่นนี้ ครูสามารถพัฒนาวิธีการทางพีชคณิตที่มีความหมายกับนักเรียนได้

Lubinski and Otto (2002: 77-79) เสนอกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์โดยการเชื่อมต่อความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์สู่โลกความเป็นจริงนอกห้องเรียน ด้วยการนำภาพเมฆดังภาพประกอบ 9 และมีการใช้คำถามถึงจำนวนของเมฆในการจัดกลุ่มของเมฆโดยการรวมเมฆก้อนใหญ่ 3 ก้อน และเมฆก้อนเล็ก 5 ก้อน กับการแยกเป็นเมฆที่เป็นสีขาวและเมฆสีดำ ดังภาพประกอบที่ 9



ภาพประกอบที่ 9 แสดงภาพเมฆและวลีคำถาม

เมื่อนำภาพมาแสดงให้นักเรียนดู ครูใช้คำถามให้นักเรียนตอบเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของการใช้ตัวแทนในการบวกและการลบจำนวน โดยถามเกี่ยวกับจำนวนของเมฆก้อนเล็กกับเมฆก้อนใหญ่ และเมฆสีขาวกับเมฆสิดำ เมื่อนำมารวมกัน ซึ่งมีตัวอย่างของคำถามและคำตอบดังนี้

ครูถามว่า “นักเรียนคนไหนจะบอกครูเกี่ยวกับจำนวน 3+5 กับจำนวน 4+4 : อารอน”

อารอน “ ทั้งคู่มีค่าเท่ากับ 8 ครับ ”

ครูถามว่า “ ใช่ ทั้งคู่เท่ากับ 8 มีอะไรจะบอกมากกว่านี้ไหม : แอนจิลิน่า ”

แอนจิลิน่า “ มันคือ 3 ค่ะและหมายความว่ามีการถอยไปของ 4 ในขณะที่ 4 อีกตัวหนึ่งเดินหน้าไปก็เป็น 5 จึงเป็นการจับคู่กันของ 3 กับ 5 ค่ะ ”

ครูถามว่า “ มีใครจะบอกครูอีกไหม ”

เกร็ก เสนอตัวตอบว่า “ ทั้งคู่เป็นจำนวนของเมฆครับ ”

ครูพูดว่า “ นี่เป็นจำนวนเมฆของ 3+5 และนี่ก็เป็นจำนวนเมฆของ 4+4 และเรารู้ว่ามันเป็นจำนวนเดียวกัน ครูสามารถจะใส่เครื่องหมายอะไรในระหว่างที่ว่างของสองจำนวนนี้ สัญลักษณ์อะไรในคณิตศาสตร์ที่เราพูดถึงจำนวนเดียวกัน : ดาเรีย ”

ดาเรีย “ เครื่องหมายเท่ากับ ”

จากนั้นครูเขียน 3+5 = 4+4 บนกระดานดำ และให้เวลานักเรียนอภิปรายแต่ละจำนวนและเครื่องหมายที่ใช้เป็นตัวแทน เป็นการฝึกการสื่อสารในความเข้าใจของนักเรียนผ่านการใช้ตัวแทน

กิจกรรมที่กล่าวมานี้เป็นการเห็นความสัมพันธ์และเข้าใจจำนวนในการบวกอย่างง่ายที่ผ่านการใช้จำนวนของวัตถุในสถานการณ์ นักเรียนจะเรียนว่าไม่สามารถนำเครื่องหมายการบวกออกมา พวกเขายอมรับเครื่องหมายบวกแล้ว สิ่งนี้ก็จะเป็นประสบการณ์ที่จะช่วยเตรียมนักเรียนให้ยอมรับความคิดเครื่องหมายทางพีชคณิต เช่น 3y+2 ได้ว่าไม่สามารถทำให้เป็นรูปอย่างง่ายดายโดยการบวกกันในพจน์ และนักเรียนมีการใช้เครื่องหมาย “เท่ากับ” ในการเป็นตัวแทนการเท่ากันของปริมาณสองปริมาณ ซึ่งมันไม่ใช่แค่เป็นโครงสร้างเครื่องหมายในการแสดงการดำเนินการ

ข้อสรุปของ Lubinski and Otto คือ การใช้ตัวแทนของนักเรียนในการจัดระบบความคิดของนักเรียนและสื่อสารความคิด เป็นสิ่งจำเป็นในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาการเข้าใจความคิดทางคณิตศาสตร์ และการคิดก่อนเริ่มเนื้อหาพีชคณิต นักเรียนทั้งชั้นจะได้รับโอกาสในการคิดและใช้ตัวแทนจากภาพเขียนที่มีวลีเดียวที่จะแนะแนวไปสู่การพัฒนาได้นั้น ต้องเริ่มใช้ในระดับขั้นเกรด 1 ตามกิจกรรมในหนังสือการนับของเด็ก ครูจะเป็นผู้สาธิตการใช้เครื่องหมายเลขคณิตและสามารถใช้ตัวแทนพัฒนาความเข้าใจของนักเรียน บรรดาตัวแทนที่ใช้เป็นตัวแบบ (Model) ในสถานการณ์ทางฟิสิกส์จะเป็นเนื้อหาที่มีแรงจูงใจให้กับนักเรียน

Moyer and Mailley (2004: 244) ได้กล่าวถึงการใช้ตัวแทนว่า เป็นความเข้าใจความคิดรวบยอดของผู้เรียน ความสามารถในการใช้กลยุทธ์และการปฏิบัติที่ชำนาญในคณิตศาสตร์ ในหลายปีมานี้ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์หลายอย่างมีความสำคัญ เช่น การวัดความรู้สึก

เชิงจำนวน และสัดส่วน จึงควรมีส่วนที่นักเรียนได้สืบสวนและค้นพบเป็นความคิดรวบยอดเดียวกันในวิธีที่หลากหลาย ทั้งตัวแทนที่จับต้องหรือเห็นได้อย่างเห็นชัด เช่น แบบจำลองที่มองเห็นได้และการใช้ตัวแทนนามธรรม

ในระดับประถมศึกษาปีที่ 1 สามารถทำการเชื่อมต่อความรู้ความเข้าใจเริ่มต้นในการอ้างเหตุผลในการคิดคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมได้ โดยให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการของการใช้การวัดที่ไม่เป็นหน่วยมาตรฐานและเลือกหน่วยเหมาะสม สำหรับวัตถุที่พวกเขากำลังวัดตามจุดประสงค์ของ มาตรฐานในการวัดของ NCTM ในระดับชั้นก่อนประถมศึกษาปีที่ 2 ตามมาตรฐานในเรื่องจำนวนและการดำเนินการ ในชั้นเด็กเล็กควรจะเข้าใจวิธีของตัวแทนจำนวน และความสัมพันธ์ของจำนวน โดยเฉพาะนักเรียนควรจะเข้าใจและใช้ตัวแทนเศษส่วนอย่างง่าย เช่น ในการนี้ โมเยอร์และเมลเลย์ ได้ใช้ตัวแทนที่เป็นรูปภาพในเรื่องดังกล่าวโดยใช้รูปหนอนที่สมมุติว่าขนาด 1 นิ้ว (แต่ความจริงมีขนาดเกือบเท่าความกว้างของกระดาษ A4) และรูปหนอนขนาดครึ่งหนึ่งของขนาดเดิม โดยใช้ภาพของหนอนที่สมมุติว่ายาว 1 นิ้วไปเปรียบเทียบกับขนาดสิ่งของอย่างอื่น เช่น หัวแครอท เมื่อนำไปเทียบกับความยาวของหนอนว่าเท่ากับขนาดของหนอนเท่าไหร่ และให้นักเรียนใช้ภาพหนอนขนาดต่างๆ มารวมติดเทียบกัน จะได้ผลรวมที่เป็นการใช้ตัวแทนเป็นสัญลักษณ์จากนักเรียนว่า

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4} = \frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$$

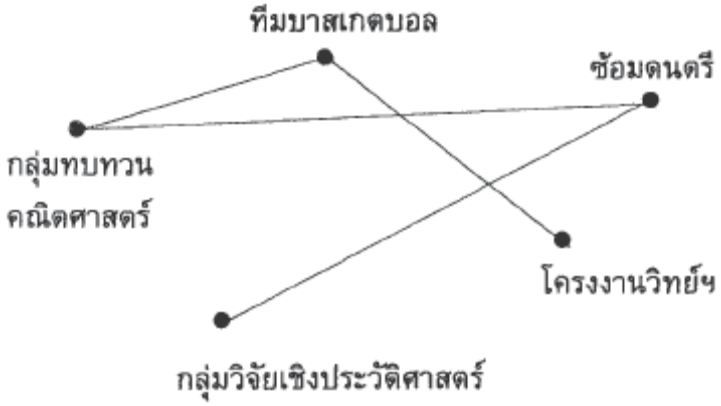
$$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3} = \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4} = \frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4} = \frac{1}{2}+\frac{1}{4}$$

นอกจากนี้ครูสามารถช่วยให้นักเรียนเรียนรู้การใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเหมาะสมได้โดย การส่งเสริมให้นักเรียนคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนเพื่อสนับสนุนความคิดและการสื่อสารความคิดนั้นของนักเรียน ครูช่วยให้นักเรียนพัฒนาการใช้ตัวแทนได้โดยการรับฟังความคิดเห็นของนักเรียน ถามคำถาม และพยายามเข้าใจในสิ่งที่นักเรียนพยายามสื่อสารด้วยการวาดรูปหรือการเขียนได้

เช่น นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นต้องเรียนรู้ ทำความเข้าใจในความซับซ้อนของตัวแปร ซึ่งครูสามารถช่วยให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องของตัวแปรได้คือจัดประสบการณ์ให้นักเรียนสามารถใช้ตัวแทนที่หลากหลาย แนะนำนักเรียนในการใช้ตัวแทนในรูปแบบใหม่ๆ ที่มีประโยชน์ในการแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น จุดยอดและเส้นเชื่อมของกราฟ สามารถใช้ตัวแทนที่แสดงความสัมพันธ์ที่เป็นนามธรรมระหว่างจำนวนคนหรือวัตถุในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน ในสถานการณ์ที่นักเรียนหลายคนต้องทำงานเป็นกลุ่มในลักษณะที่แตกต่างกัน (ได้แก่ กลุ่มทบทวนคณิตศาสตร์ กลุ่มทำวิจัยเชิงประวัติศาสตร์ หรือ กลุ่มทำโครงงานวิทยาศาสตร์) หรือกิจกรรมที่แตกต่างกัน (ได้แก่ ทีมบาสเกตบอล หรือ วงดนตรี) ในแต่ละกลุ่มต้องการเวลาในการทำกิจกรรมที่แตกต่างกัน เพื่อความสะดวกสำหรับนักเรียนที่เป็นสมาชิกมากกว่า 1 กลุ่ม เป็นการช่วยเหลือนักเรียนในเรื่องตารางเวลา ครูควรแนะนำให้นักเรียนใช้กราฟที่มีจุดยอดเป็นตัวแทนของกลุ่ม แต่ใช้เส้นเชิงระหว่าง 2 กลุ่มเป็นตัวบ่งชี้ว่ามีนักเรียนบางคนเป็นสมาชิกทั้งสองกลุ่ม ดังภาพประกอบที่ 10



ภาพประกอบที่ 10 แสดงจุดยอด และเส้นเชื่อมที่ช่วยในการจัดตารางเวลา

กราฟนี้แสดงให้เห็นว่าไม่มีนักเรียนที่อยู่ทั้งในกลุ่มทบทวนคณิตศาสตร์และกลุ่มทำวิจัยเชิงประวัติศาสตร์ (เพราะไม่มีเส้นเชื่อมระหว่างจุดทั้งสอง) และมีนักเรียนอย่างน้อย 1 คน ที่อยู่ทั้งในกลุ่มทบทวนคณิตศาสตร์และกลุ่มฝึกซ้อมวงดนตรี (มีเส้นเชื่อมระหว่างจุดทั้งสอง) ข้อมูลนี้แสดงให้เห็นถึงข้อจำกัดในเรื่องของตารางเวลาที่ตรงกัน ดังนั้นนักเรียนควรหลีกเลี่ยงโดยทำตารางเวลาให้มีการทำกิจกรรมที่ใช้เวลาต่างกัน

ครูเป็นผู้มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นพัฒนาความเชื่อมั่นและความสมบูรณ์ในการคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนด้วยตนเองเมื่อนักเรียนแก้ปัญหาที่มีความท้าทาย และนักเรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและเหมาะสมหลังจากที่ได้สั่งสม

ความรู้ในเรื่องของการใช้ตัวแทนอย่างเป็นแบบแผน การช่วยให้นักเรียนคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนด้วยตนเองหรือแนะนำให้นักเรียนมีรูปแบบการใช้ตัวแทนที่เป็นแบบแผน ครูควรจะช่วยให้นักเรียนใช้ตัวแทนอย่างมีความหมายด้วยการสนับสนุนให้นักเรียนมีการอภิปรายกันในเรื่องของกราฟ รูปภาพ และสัญลักษณ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา ครูสามารถพัฒนาการใช้ตัวแทนของตนเองให้ชำนาญด้วย เมื่อนักเรียนเห็นการแปลความหมาย การใช้ตัวแทนของเพื่อนคนอื่นๆ นักเรียนสามารถประเมินการใช้ตัวแทนและเข้าใจสัญลักษณ์การใช้ตัวแทนอย่างหลากหลาย ใช้ได้อย่างเหมาะสมและเป็นประโยชน์ การสอนในด้านทักษะกระบวนการนักเรียนส่วนใหญ่จะเข้าใจว่าสามารถช่วยให้การแก้ปัญหาง่ายขึ้น และประสิทธิภาพของการใช้ตัวแทนอย่างเป็นแบบแผนจะช่วยในการสื่อสารกับเรื่องอื่นๆได้อีกด้วย

จากการศึกษาดังที่กล่าวมาแล้วนั้นสามารถสรุปได้ว่า การใช้ตัวแทน นอกจากมีความสำคัญในการเรียนการสอนในลักษณะตัวกลางในการสื่อสารความคิดแล้ว ยังรวมไปถึงการแปลงจากตัวแทนชนิดที่หนึ่งไปชนิดที่สอง เช่น จากสูตรของสมการสามารถแปลเป็นกราฟ หรือการหาค่าของสมการ 2 ตัวแปร สามารถใช้ตัวแทนในรูปแบบต่างๆ เช่น เมตริกซ์ กราฟ ตาราง การแก้สมการสองตัวแปรตามลักษณะของพีชคณิต เป็นต้น และการใช้ตัวแทน เป็นกระบวนการที่สำคัญที่จะทำให้ทราบว่าผู้เรียนมีความเข้าใจต่อการเรียนเพียงใด เพราะในบางครั้งวิธีการในการใช้อาจต่างรูปกัน แต่ความหมายเดียวกัน เช่น $y = mx+b$ กับ $f(x) = mx+b$ หรือ $2(l + w)$ อาจใช้ในรูปของ $2l + 2w$ ซึ่งเป็นการช่วยการมองภาพของสมบัติของจำนวนได้ดีขึ้น และในการใช้ตัวแทนในปัญหาแต่ละกรณีก็อาจทำให้เกิดประเด็นเหตุผลที่แตกยอดออกมาได้นานาประการ ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนสามารถเข้าใกล้ความหมายของคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น

2. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

2.1 ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

ในเรื่องความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ได้มีนักศึกษาทั้งต่างประเทศและในประเทศได้ให้ความหมายไว้ ซึ่งจะกล่าวถึงความหมายที่นักการศึกษาต่างประเทศได้ให้ไว้ ดั้งนี้

Michael, Zimmerman and Guilford (1951: 176) ได้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในด้านการรับรู้ การ

มองภาพในมิติต่างๆ การมองภาพความสัมพันธ์ของรูปทรงเรขาคณิตทั้งที่มีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งและเปลี่ยนรูปทรงไปจากเดิม

Thurstone (1958: 54) ได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สรุปได้ว่า ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถทางสมองด้านการรับรู้เกี่ยวกับรูปทรงเรขาคณิตที่ไม่มีการเคลื่อนที่ และการมองเห็นความสัมพันธ์ของรูปภาพเมื่อมีการเปลี่ยนตำแหน่งหรือหมุนภาพนั้นไปจากเดิม

Bennett, Seashore and Wesman (1967: 247) ได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สรุปได้ว่า ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความเข้าใจของมนุษย์เกี่ยวกับมิติ ซึ่งเป็นความหมายทางสมอง ที่จะช่วยให้มนุษย์เกิดจินตนาการและนึกเห็นภาพส่วนประกอบต่างๆ เมื่อแยกออกจากกันสามารถมองเห็นเค้าโครง หรือ โครงสร้าง เมื่อเอาส่วนประกอบต่างๆ มาประกอบเข้าด้วยกัน รวมทั้งทิศทางของสิ่งของต่างๆ รูปทรงของสิ่งของต่างๆ ที่เปลี่ยนไปด้วย

McGee, (1979: 126) ได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการมองเห็นเค้าโครงของสิ่งต่างๆ เมื่อนำมาประกอบกัน เช่น รูปร่างลักษณะของโมเลกุลต่างๆ มองเห็นความสัมพันธ์ของขนาด ทิศทาง รูปร่างของสิ่งต่างๆ เป็นต้น

Anastasi (1982: 344) “ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ประกอบไปด้วย 2 องค์ประกอบที่แตกต่างกัน คือ การรับรู้มิติสัมพันธ์ หรือ ความสัมพันธ์ของรูปทรงเรขาคณิต และการมองเห็นเมื่อมีการเปลี่ยนตำแหน่งหรือเปลี่ยน ”

Allen et al. (1996: 327-355) ได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สรุปได้ว่า ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถด้านบุคคลในการจินตนาการสิ่งที่ได้พบเห็นเกี่ยวกับขนาด รูปร่าง ลักษณะของสิ่งต่างๆ การมองเห็นความสัมพันธ์เมื่อมีการเคลื่อนที่การซ้อนกัน เป็นต้น

Kali and Orion (1996: 223 - 234) กล่าวไว้สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการรู้เกี่ยวกับ รูปร่าง ขนาด ทิศทางการเคลื่อนที่ การแยกออกจากกัน การซ้อนกันของสิ่งต่างๆ โดยมองเห็นความสัมพันธ์ในมิติต่างๆ ไม่ว่าจะเป็น 2 มิติ หรือ 3 มิติ

ส่วนนักการศึกษาไทย ได้ให้ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ไว้หลายท่าน ดังนี้

ทองหล่อ วิภาวิน (2523: 73) ได้ให้ความหมายไว้สรุปได้ว่า ความหมายของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการสร้างมโนภาพ ทำให้เกิดจินตนาการเกี่ยวกับส่วนประกอบต่างๆ เมื่อแยกสิ่งเหล่านี้ออกจากกัน และเห็นเค้าโครงเมื่อนำสิ่งเหล่านั้นมาประกอบกัน ฉะนั้น สมรรถภาพด้านนี้จะส่งผลให้มนุษย์เข้าใจถึงมิติต่างๆ ได้แก่ ขนาด รูปร่าง ความสูง–ต่ำ ใกล้–ไกล พื้นที่ ปริมาตร ซึ่งมีคุณค่ามากทางวิชาเรขาคณิต วาดเขียน แผนที่ และการฝีมือ ผู้ที่มีสมรรถภาพด้านนี้สูงเหมาะที่จะมีอาชีพเป็นสถาปนิก นักวางผังเมือง นักออกแบบ นักขับรถวิศวกร และงานตกแต่งต่างๆ

ประกิจ รัตนสุวรรณ (2525: 303) กล่าวไว้สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถทางสมองชนิดหนึ่งที่ทำหน้าที่ในการมองความสัมพันธ์ และความเข้าใจเกี่ยวกับขนาดและมิติต่างๆ อันได้แก่ ระยะทาง ทิศทาง ทรวดทรงของสิ่งต่างๆ ดังนั้นในการวัดจะถามถึงความสามารถในการพิจารณาเปรียบเทียบรายละเอียดของสิ่งต่างๆ ในการมองทรวดทรงหรือลักษณะของภาพต่างๆ การหาความสัมพันธ์ การคาดคะเน ระยะทาง และปริมาณต่างๆ การหาทิศทาง เป็นต้น

ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ (2528: 147) ได้ให้ความหมายไว้ว่า “ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถ ใน การมองเห็นและเข้าใจความสัมพันธ์ด้านมิติ (space) ต่างๆ ระหว่างความกว้าง ความยาว ความสูง ความลึก จุด เส้น ความซับซ้อนซ่อนรูปเกี่ยวกับรูปทรงเรขาคณิตตลอดจนปริมาตรและขนาด การกะระยะที่ถูกต้อง สามารถใช้จินตนาการในการรวมหรือแยกส่วนต่างๆ ได้”

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2541: 150) ได้กล่าวไว้ว่า “ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถของบุคคลอันเกิดจากการจินตนาการถึงขนาดและมิติต่างตลอดจนทรวดทรงที่มีรูปร่างลักษณะที่แตกต่างกัน ทั้งอยู่ในระดับเดียว และหลายระนาบ รวมทั้งความสามารถในการมองภาพรูปทรงต่างๆ ที่เคลื่อนไหว ซ้อนทับกัน หรือซ่อนอยู่ภายในตลอดจนการแยกภาพ ประกอบภาพ และการจำแนกตำแหน่งที่ตั้ง บน-ล่าง ซ้าย-ขวา ระยะทาง ใกล้-ไกล ด้วย”

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2542: 9) ได้กล่าวถึง ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการสร้างภาพ 3 มิติ ที่มองเห็นรอบๆ ตัว ให้เกิดขึ้นในใจของตนเองรับรู้เกี่ยวกับสี เส้น พื้นที่ รูปร่าง เนื้อที่ หรือความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ตลอดจนความสามารถที่จะมองเห็นและการแสดงออกในสิ่งที่ได้เห็น

ณัชชา กมล (2542: 11) ได้กล่าวไว้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เป็นความสามารถในการจินตนาการหรือการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างรูปภาพในมิติต่างๆ มาประกอบเข้าด้วยกัน และมองเห็นภาพที่เกิดจากการหมุน การเคลื่อนย้าย การบิด หรือ การพลิกรูปในลักษณะต่างๆ ได้

สุจิรา มุสิกะเจริญ (2542: 12) ได้กล่าวถึง ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการสร้างมโนภาพ มีความเข้าใจเกี่ยวกับรูปร่าง ขนาด ความสูงต่ำ พื้นที่ ปริมาตร และมิติต่างๆ มองเห็นเค้าโครงเมื่อนำส่วนต่างๆ มาประกอบเข้าด้วยกัน รวมทั้งมองเห็นความสัมพันธ์ที่เกิดจากการซ้อนทับ หรือซ่อนอยู่ภายใน

จากความหมายที่นักศึกษาได้กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เป็นทางสามารถทางสมองในการมองเห็น การเข้าใจเกี่ยวกับขนาด รูปร่าง รูปทรง พื้นที่ ความใกล้ – ไกล ความสูง – ต่ำ ปริมาตรและมิติต่าง ทั้งที่มีลักษณะแตกต่างกันและกัน โดยสามารถสร้างจินตนาการถึงความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ได้ ไม่ว่าจะเป็นการเคลื่อนไหว การซ้อนทับกัน การแยกออกจากกันหรือการประกอบเข้าหากัน

2.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

เนื่องจากความสามารถด้านมิติสัมพันธ์เป็นความสามารถทางสมองของมนุษย์ชนิดหนึ่งในการจินตนาการความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ดังนั้นการที่จะอธิบายถึงความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ให้กระจ่าง จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีความสามารถทางสมอง ซึ่งทฤษฎีความสามารถทางสมอง ที่นักศึกษาและนักจิตวิทยาได้ศึกษาค้นคว้าและให้การยอมรับมีด้วยกันหลายทฤษฎี ดังนั้นนักจิตวิทยาจึงได้ศึกษาและนำเสนอทฤษฎีความสามารถทางสมองบางทฤษฎีที่มีความเกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ดังนี้

2.2.1 ทฤษฎีหลายองค์ประกอบ (Multiple – Factor Theory)

ทฤษฎีนี้เป็นที่ยอมรับกันอย่างกว้างขวางกันของนักจิตวิทยาชาวอเมริกัน ผู้นำในการสร้างทฤษฎีนี้คือ เธอร์สโตน (Thurstone) เสนอทฤษฎีเมื่อปี ค.ศ.1933 เขาได้ทำการวิจัยโครงสร้างทางสมองอย่างกว้างขวาง และได้ใช้หลักการสมัยใหม่ที่เรียกว่า การวิเคราะห์องค์ประกอบ (Factor analysis) มาใช้ทำให้มาสามารถแยกแยะความสามารถทางสมองของมนุษย์ออกเป็นส่วนย่อยๆ ได้หลายอย่าง ได้หลายอย่าง ทำให้เขามีความเชื่อว่า ความสามารถทางสมองไม่ได้ประกอบด้วย ความสามารถร่วมเป็นแกนกลาง ดังเช่น (G - Factor) ของสเปียร์แมน หากแต่ประกอบด้วยองค์ประกอบเป็นกลุ่มๆ หลายๆ กลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มจะมีหน้าที่เป็นอย่างๆ ไปโดยเฉพาะ หรืออาจจะทำงานร่วมกันบ้างก็ได้ ความสามารถทั่วไปของสเปียร์แมน เธอร์สโตนเห็นว่าเป็นเพียงองค์ประกอบทางภาษาเท่านั้น องค์ประกอบย่อยๆ นี้เธอร์สโตนให้ชื่อว่า ความสามารถทางปฐมภูมิทางสมองของมนุษย์ (Primary Loadind Abilites) เขาแยกองค์ประกอบย่อย โดยยึดน้ำหนักขององค์ประกอบเด่นๆ (Factor Loadind) เป็นสำคัญ ซึ่งเทอร์สโตนได้วิเคราะห์ความสามารถทางสมองของมนุษย์ได้หลายอย่าง แต่ที่เห็นได้ชัดเจน และสำคัญๆ มีอยู่ 7 ด้าน คือ

1. องค์ประกอบด้านภาษา (Verbal Factor ใช้อักษรย่อว่า V) องค์ประกอบส่วนนี้ของสมองจะส่งผลให้รู้ถึงความสามารถด้านความเข้าใจในภาษาและการสื่อสารทั่วๆ ไป ผู้ที่มีองค์ประกอบด้านนี้สูง จะมีความสามารถในการอ่านเอาเรื่อง อ่านแบบเข้าใจความหมาย รู้ความสัมพันธ์ของคำ รู้ความหมายของคำได้อย่างดี

2. องค์ประกอบด้านความคล่องแคล่วในการใช้คำ (Word Fluency factor ใช้อักษรย่อว่า W) เป็นความสามารถที่จะใช้คำได้มากในเวลาจำกัด เช่น ให้หาคำที่ขึ้นต้นด้วย “ ต ” มามากที่สุดในเวลาจำกัด เป็นต้น ความสามารถด้านนี้จะส่งผลให้มีความสามารถในการเจรจาและการประพันธ์ทั้งร้อยแก้วและร้อยกรองตอบโต้ทันทีทันใด ความสามารถนี้ไม่มีเหมือนกันกับข้อ

แรกที่กล่าวมาแล้ว ข้อแรกมองความสามารถด้านภาษาในทางความคิดความเข้าใจทางภาษา ส่วนข้อนี้มองผลในด้านเจรจาเป็นสำคัญ

3. องค์ประกอบด้านจำนวน (Number Factor ใช้อักษรย่อว่า N) องค์ประกอบนี้ส่งผลให้มีมีความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ได้ดี มีความสามารถมองเห็นความสัมพันธ์และความหมายของจำนวนและมีความแม่นยำคล่องแคล่วในการบวก ลบ คูณ หาร ในวิชาเลขคณิตได้อย่างดีด้วย

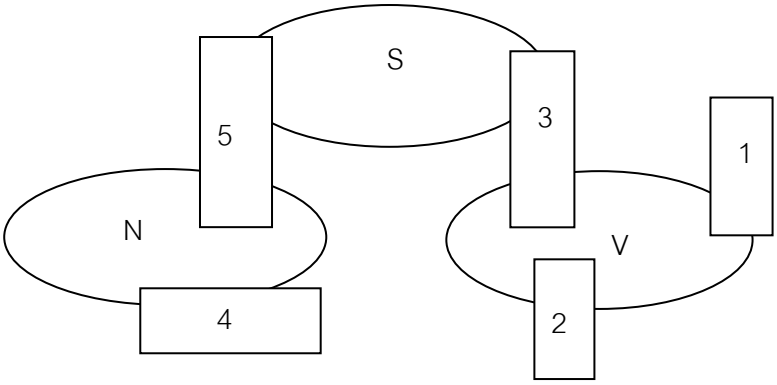
4. องค์ประกอบด้านมิติสัมพันธ์ (Space Factor ใช้อักษรย่อว่า S) ความสามารถด้านนี้จะส่งผลให้คนเข้าใจถึงขนาดและมิติต่างๆ อันได้แก่ ความสั้น-ความยาว ไกล-ใกล้ และพื้นที่หรือทรวงทรงที่มีขนาดและปริมาตรแตกต่างกัน สามารถสร้างจินตนาการได้เห็นส่วนย่อยและส่วนผสมของวัตถุต่างๆ เมื่อนำมาซ้อนทับกัน สามารถสร้างความสัมพันธ์ของรูปทรงเรขาคณิตเมื่อเปลี่ยนแปลงที่อยู่

5. องค์ประกอบด้านความจำ (Memory Factor ใช้อักษรย่อว่า M) เป็นความสามารถด้านความทรงจำเรื่องราว และมีสติระลึกรู้จนสามารถถ่ายทอดได้ ความจำในที่นี้อาจจะเป็นความจำแบบนกแก้วนกขุนทอง หรือจำโดยอาศัยสิ่งสัมพันธ์ ซึ่งถือว่า เป็นความจำในองค์ประกอบนี้ทั้งนั้น

6. องค์ประกอบด้านการรับรู้ (Perceplual factor ใช้อักษรย่อว่า P) องค์ประกอบของสมองด้านนี้ได้แก่ ความสามารถด้านเห็นรายละเอียด ความคล้ายคลึง หรือความแตกต่างระหว่างสิ่งของต่างๆ อย่างรวดเร็วและถูกต้อง

7. องค์ประกอบด้านเหตุผล (Reasoning Factor ใช้อักษรย่อว่า R) บางที่ใช้คำว่า Induction หรือ General Reasoning องค์ประกอบนี้แสดงถึงความสามารถด้านวิจารณญาณ หาเหตุหาผล ค้นคว้าหาความสำคัญ ความสัมพันธ์ และหลักการหลายที่สร้างกฎหรือทฤษฎี

จากองค์ประกอบย่อยทั้ง 7 องค์ประกอบที่เทอร์สโตนจำแนกไว้ ถึงแม้แต่ละองค์ประกอบจะมีหน้าที่เด่นชัดในตัวเอง แต่โดยความเป็นจริงแล้วองค์ประกอบเหล่านี้ก็ยังทำหน้าที่เกี่ยวพันกันบ้างเหมือนกัน ซึ่งรูปต่อไปนี้จะเป็นการแสดงความสัมพันธ์ภายในของแบบทดสอบ 5 ชุด ที่ขึ้นอยู่กับ 3 องค์ประกอบ คือ V (Verbal) , N (Number) และ S (Spatial) ของทฤษฎีหลายองค์ประกอบ ดังภาพประกอบที่ 11



ภาพประกอบที่ 11 แสดงความสัมพันธ์ภายในของแบบทดสอบ 5 ชุด ที่ขึ้นอยู่กับ 3 องค์ประกอบ
ที่มา : แอนนี อนาสตาซี (Anne Anastasi , 1982 : 367 อ้างใน
ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ , 2541 : 45)

จากรูปทำให้ทราบว่าสหสัมพันธ์ของแบบทดสอบ 1,2 และ 3 ที่มีต่อกันและกัน มีองค์ประกอบด้านภาษา (Verbal Factor หรือ V) เป็นองค์ประกอบร่วม ในทำนองเดียวกัน สหสัมพันธ์ระหว่างแบบทดสอบสอบ 3 และ 5 มีองค์ประกอบด้านมิติสัมพันธ์ (Spatial หรือ S) เป็นองค์ประกอบร่วม และความสัมพันธ์ระหว่างแบบทดสอบ 4 และ 5 มีองค์ประกอบด้านตัวเลข (Number หรือ N) เป็นองค์ประกอบร่วม ที่น่าสงสัยคือ แบบทดสอบ 3 และ 5 มีองค์ประกอบซ้อนขึ้นมา นั่นคือ มีองค์ประกอบด้านภาษา (Verbal Factor หรือ V) และองค์ประกอบด้านมิติสัมพันธ์ (Spatial หรือ S) มีอยู่ในแบบทดสอบ 3 ส่วนองค์ประกอบด้านตัวเลข (Number หรือ N) และองค์ประกอบด้านมิติสัมพันธ์ (Spatial หรือ S) มีอยู่ในแบบทดสอบ 5 (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2541: 45 - 47)

2.2.2 ทฤษฎีลำดับขั้นของสติปัญญา (Hicrachical Theory)

ทฤษฎีนี้กลุ่มนักจิตวิทยาชาวอังกฤษ ซึ่งได้แก่ เวอร์นอน (Vernon) ทอมสัน (Thomson) และเบิร์ด (Burt) ได้ทำการวิจัยค้นคว้าต่อจากทฤษฎีสององค์ประกอบของสเปียร์แมนในปี ค.ศ. 1960 ได้แบ่งความสามารถหรือสติปัญญาทั่วไป ออกเป็น 2 องค์ประกอบใหญ่ คือ

1. ความสามารถทางการศึกษา และทางภาษา (Verbal – Education หรือV:ed) เป็นองค์ประกอบด้านความสามารถในการใช้ภาษาและด้านการเรียน ซึ่งแบ่งเป็นความสามารถในระดับย่อยลงไปอีก (Minor Group Factor) ได้แก่ ความสามารถด้านภาษา (Verbal) ความสามารถด้านตัวเลข (Number) แล้วแบ่งย่อยออกเป็นความสามารถเฉพาะ

(Specific Factor) ลงไปอีก

2.ความสามารถทางปฏิบัติทั่วไป (Practioal หรือ K : m) เป็นองค์ประกอบของความสามารถทางด้านการปฏิบัติและวิชาชีพ ได้แก่ การทำงานฝีมือ ความสามารถด้านเครื่องมือ การมองเห็นและเข้าใจความสัพันธ์ของสิ่งของต่างๆ ที่เรียกว่า มิติสัมพันธ์ ความสามารถที่กล่าวมาเป็นความสามารถในกลุ่มย่อย (Group Factor) ซึ่งแต่ละอย่างยังแบ่งออกเป็นความสามารถเฉพาะ (Specific Factoc) ต่อไปอีก

ทฤษฎีลำดับขั้นตอนสติปัญญาเป็นลักษณะการแพร่ขยายขององค์ประกอบจากส่วนใหญ่มากกว่าที่จะเป็นองค์ประกอบย่อยเริ่มตั้งแต่ดังทฤษฎีของเทอร์สโตน และในการสร้างแบบทดสอบผู้สร้างควรจะเลือกระดับขั้นขององค์ประกอบตามจุดมุ่งหมายของแบบทดสอบนั้น นั่นคือแบบทดสอบบางชุดควรจะเลือกจะใช้หลายระดับขององค์ประกอบ เช่น จะวัดความสามารถด้านการแก้ปัญหาแบบอุปมาอุปไมยควรใช้แบบทดสอบที่รวมด้านภาษา ตัวเลข ภาพ และอุปมาอุปไมย (Spatial Analogies) หรือถ้าหากต้องการวัดความสามารถด้านภาษาควรจะใช้ข้อความประเภทศัพท์ อุปมาอุปไมย และการเรียงลำดับสมบูรณ์แบบ ซึ่งเป็นแบบผสมไม่เป็นอันหนึ่งอันเดียวกัน (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2541: 9 - 10)

2.2.3 ทฤษฎีเชาว์ปัญญาหลากหลาย (Theory of Multiple Intelligence)

ทฤษฎีนี้นำเสนอโดย Gardner (1983) การ์ดเนอร์ นิยามเชาว์ปัญญาว่าเป็นความสามารถในการแก้ปัญญาหรือสร้างผลงานที่มีค่าในกลุ่มวัฒนธรรมต่างๆ ความสามารถทั้งหลายที่รวมกันนี้ เรียกว่า เชาวน์ปัญญา ซึ่งมีอยู่ 7 ด้าน ดังนี้

1. ด้านเหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ (Logical-mathematial Inttelligence) เป็นความสามารถว่องไว และมีศักยภาพในการมองเห็น มีตรรกในเรื่องปริทาณ และยังมีความสามารถในการใช้เหตุผลให้ดีอย่างต่อเนื่อง ถ้ามีความสามารถด้านนี้สูงจะเป็นพวกนักวิทยาศาสตร์และนักคณิตศาสตร์

2. ด้านภาษา (Linguistic Inttelligence) เป็นความสามารถด้านภาษามีความว่องไวต่อการรับรู้ เสียงจังหวะความหมายของคำ สามารถแยกแยะในความแตกต่างของหน้าที่ของภาษาได้ว่องไว

3. ด้านดนตรี (Musical Inttelligence) เป็นความสามารถทางดนตรี นั่นคือ สามารถสร้างและซาบซึ้งในจังหวะ ระดับของเสียงดนตรีที่ผิดแผกกัน มีความซาบซึ้งในรูปแบบการแสดงออกของดนตรีลักษณะต่างๆ

4. ด้านมิติสัมพันธ์ (Spatial Inttelligence) เป็นความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ นั้นคือความสามารถที่มองเห็นอย่างมั่นใจ และสามารถเปลี่ยนการรับรู้ได้ เมื่อรูปทรงทั้งหลายเปลี่ยนแปลงในรูปแบบต่างๆ

5. ด้านร่างกาย (Bodily Inttelligence) เป็นความสามารถในการควบคุมการเคลื่อนไหวของร่างกายและการใช้มือเท้าได้คล่องแคล่วว่องไวตามที่สมองสั่งการ

6. ด้านการเรียนรู้เกี่ยวกับผู้อื่น (Interpersonal Inttelligence) เป็นความสามารถในการเข้าใจการตอบสนองของอารมณ์ความรู้สึก แรงกระตุ้น และความต้องการของผู้อื่น

7. ด้านการเรียนรู้เกี่ยวกับตนเอง (Intrapersonal Inttelligence) เป็นความสามารถในการควบคุมและเข้าใจพฤติกรรมความรู้สึก อารมณ์ของตนเอง ว่าตนเองมีจุดอ่อนจุดแข็ง เชาวน์ปัญญา และความต้องการอะไรเรียกว่าเป็นความสามารถในความรู้จักตนเอง (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2541: 9 - 10)

จากทฤษฎีดังกล่าวข้างต้น ทฤษฎีหลายองค์ประกอบของเทอร์สโตน ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์จะเป็นองค์ประกอบย่อย 1 ใน 7 องค์ประกอบของความสามารถทางสมองของมนุษย์ ซึ่งจะส่งผลให้มนุษย์ เข้าใจถึงขนาดและมิติต่างๆ สามารถสร้างความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิตเมื่อเปลี่ยนแปลงที่อยู่ เป็นต้น ส่วนทฤษฎีลำดับขั้นของสติปัญญา (Hicrachcal Theory) กล่าวไว้เกี่ยวกกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ว่าเป็นความสามารถในกลุ่มย่อมซึ่งเป็นส่วนหนึ่งขององค์ประกอบด้านความสามารถทางการปฏิบัติทั่วไป ซึ่งจะส่งผลให้บุคคลมองเห็นและเข้าใจความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ และทฤษฎีสุดท้ายที่เกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ทฤษฎีเชาวน์ปัญญาหลากหลาย ซึ่งได้กล่าวไว้ว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เป็น 1 ในเชาวน์ปัญญา 7 ด้าน ที่เสนอไว้ในทฤษฎีนี้ ซึ่งความสามารถด้านมิติสัมพันธ์จะส่งผลให้สามารถรับรู้ภาพและการเปลี่ยนแปลงการรับรู้ได้เป็นอย่างดี เมื่อรูปทรงเปลี่ยนแปลงไป ดังนั้นเห็นว่าทั้งสามทฤษฎีดังกล่าวข้างต้นล้วนเกี่ยวข้องกับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ แต่ทฤษฎีที่ได้รับความสนใจและนำไปใช้เป็นแนวทางในการสร้างข้อสอบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์มากที่สุด คือ ทฤษฎีหลายองค์ประกอบของเทอร์สโตน เนื่องจาก

เสนอลักษณะของธรรมชาติสมองได้ละเอียดกว่าทฤษฎีอื่นๆ ดังที่ วัญญา วิศาลาภรณ์ (2522: 15) กล่าวไว้สรุปได้ว่า นักจิตวิทยาและนักการศึกษาให้ความสนใจในทฤษฎีหลายองค์ประกอบของเทอร์สโตน ทั้งนี้เพราะเป็นทฤษฎีที่เสนอลักษณะของธรรมชาติสมองได้ละเอียดกว่าทฤษฎีอื่น และมีพื้นฐานจากการวิเคราะห์องค์ประกอบด้วยวิถีการสถิติ จึงมีผู้นำมาใช้เป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดความถนัดมาก ดังนั้น ผู้วิจัยจึงนำแนวความคิดของทฤษฎีองค์ประกอบของเธอร์สโตนมาเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

2.3 รูปแบบของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

นักการศึกษาได้เสนอรูปแบบของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ที่นิยมใช้ ดังนี้

แบบทดสอบ Multiple aptitude test (MAT) เป็นแบบทดสอบที่ใช้ในการแนะแนวการศึกษาและอาชีพสำหรับเด็กเกรด 7-13 (ระดับวิทยาลัยปีที่ 1) ใช้แบบทดสอบความสามารถทางด้านมิดิสัมพันธ์ 3 รูปแบบ คือ แบบวิทยาศาสตร์ และเครื่องจักรกล แบบประกอบภาพใน 2 มิติ และแบบประกอบภาพใน3 มิติ (Segal and Raskin. 1959 อ้างถึงใน พรทิพย์ ภัทรชาดร, 2520: 10)

แบบทดสอบ The Chicago Nonverbal Examination เป็นแบบทดสอบที่รู้จักกันแพร่หลายและนิยมใช้กันในปี ค.ศ. 1936 -1947 โดยใช้กับกลุ่มเด็กอายุ 6 ปี จนถึงวัยผู้ใหญ่ตอนต้น ประกอบด้วยแบบทดสอบย่อย 10 ฉบับ หนึ่งในจำนวนนี้เป็นแบบทดสอบย่อยที่วัดความสามารถทางด้านมิติสัมพันธ์ซึ่งเป็นแบบประกอบภาพ 3 มิติ (Nunnally.1964: 233-235)

แบบทดสอบ Primary Mental Ability (PMA) ของเธอร์สโตน วัดความสามารถทางด้านมิติสัมพัสธ์โดยใช้ แบบทดสอบหมุนภาพ 2 มิติบนพื้นราบแบบทดสอบ 3 มิติแบบเล็งทิศทาง แบบตัดกระดาษ แบบนับลูกบาศก์ (Cronbach.1970: 326-327)

แบบ Guilford Zimmerman Aptitude survey วัดความสามารถทางด้านมิติสัมพันธ์ด้วยแบบทดสอบ 2 รูปแบบ คือ Form A ใช้แบบหมุนภาพ และ Form B ใช้แบบเล็งทิศทาง (Buros. 1978: 486)

Ben, Lappan and Houang (1988: 51-71) ได้แบ่งรูปแบบของแบบทดสอบวัดความสามารถทางด้านมิติสัมพันธ์ออกเป็น 3 รูปแบบ คือแบบรูประนาบ 2 มิติ (Two dimension Flat View) แบบรูปทรง 3 มิติ (Three dimension Comer View) และแบบรูปแปรน (Map plan) ซึ่งทั้ง 3 รูปแบบสามารถแยกย่อยออกได้อีก 10 ชนิด คือ แบบทดสอบบ่งชี้สภาพเมื่อกำหนดด้าน 3 ด้าน ให้แบบทดสอบหาด้านข้างจากรูปแปลน แบบทดสอบมองรูป 3 มิติจากแปลน แบบทดสอบหาด้านต่างๆ จากรูปทรง 3 มิติ แบบทดสอบนับลูกบาศก์ แบบทดสอบหารูปแปลน แบบทดสอบหาด่านตรงข้ามจากรูปบาศก์ แบบทดสอบหารูปทรงเมื่อบ่งชี้ลูกบาศก์ที่ถูกดึงออก แบบทดสอบรวมองค์ประกอบ และแบบทดสอบจำแนกรูปบล็อก

สำนักทดสอบ (The nation Foundation For Education Research (NFER)) แห่งประเทศอังกฤษ ได้เสนอรูปแบบของแบบทดสอบวัดความสามารถทางด้านมิติสัมพันธ์ต่างๆ ดังนี้ แบบวาดภาพ (Drawing) แบบจัดภาพลงกระดาน (Shape Direction Form Board) แบบหารูปที่คล้ายคลึงกัน (Spatial analogies) แบบซ่อนภาพ (Embedded Figures) แบบประกอบภาพเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส (Square completing) แบบรูปแบบการเรียนรู้ (Pattern Perception) แบบประกอบภาพ (Pattern Completion) แบบวาดภาพกลับจากที่กำหนดให้ (Inverse drawing) แบบสร้างสมการแบบ A (Form Equation A) แบบประกอบลูกบาศก์ (Block Building) แบบสร้างสมการแบบ B (Form Equation B) แบบตัดส่วนของวัตถุ (Section of Solids) แบบลอกภาพ (copying) และแบบมองวัตถุจากด้านบน (Projection of Solids) เป็นต้น (Smith. 1994:365-371)

แบบทดสอบ Mechanicel Aptitude and Spatial Relations Tests เป็นแบบทดสอบที่นิยมใช้ในกันปัจจุบัน ประกอบด้วยแบบทดสอบทางด้านมิติสัมพันธ์ แบบทดสอบการให้เหตุผลโดยการใช้สัญลักษณ์ และแบบทดสอบวัดความถนัดทางด้านเครื่องจักร (Levy and Levy. 2001) ซึ่งแบบทดสอบวัดความสามารถทางด้านมิติสัมพันธ์ในต่างประเทศที่นิยมใช้ในปัจจุบัน ได้แก่ แบบซ่อนภาพ แบบจับคู่ชิ้นส่วนกับรูป แบบทรงสามมิติ แบบการนับลูกบาศก์ แบบพับกระดาษ แบบหมุนภาพ ทักษะในการใช้แผนที่ แบบการประสานสัมพันธ์ของการมอง

วัญญา วิศาลาภรณ์ (2522: 44) ได้แบ่งข้อสอบมิติสัมพันธ์เป็น 7 รูปแบบ คือ แบบหมุนสรุปรูปหรือเลื่อนรูป แบบตัดรูป แบบต่อรูป แบบซ่อนรูป แบบซ้อนรูป แบบพับกระดาษ แบบพับกล่อง

ทองห่อ วิภาวิน (2523: 73-81) ได้แบ่งแบบทดสอบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์เป็น 8 รูปแบบ คือ แบบทดสอบซ้อนภาพ แบบทดสอบซ่อนภาพ แบบทดสอบหมุนภาพ แบบทดสอบประกอบภาพ แบบทดสอบแยกภาพ แบบทดสอบการนับลูกบาศก์ แบบทดสอบพับรูป และแบบทดสอบพับกระดาษ

สมบูรณ์ ชิตพงษ์ และสำเริง บุญเรืองรัตน์ (2524: 45-52) กล่าวไว้สรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดสมรรถภาพสมองด้านมิติสัมพันธ์มีอยู่หลายแบบแต่ที่นิยมใช้กันมากมี 6 รูปแบบ คือ แบบหมุนภาพบนพื้นระนาบ แบบซ่อนภาพ แบบซ้อนภาพ แบบแยกภาพ แบบนับบล็อก และแบบประกอบภาพให้เป็นจัตุรัส

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2541: 140-160) ได้กล่าวถึงแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ไว้ 10 รูปแบบ คือ แบบทดสอบซ่อนภาพซึ่งแยกเป็นแบบซ่อนเดี่ยวกับแบบตัวซ่อนคงที่ แบบทดสอบซ้อนภาพ แบบทดสอบแยกภาพ แบบทดสอบต่อภาพ แบบทดสอบหมุนภาพ แบบทดสอบประกอบภาพสามมิติ แบบทดสอบหาด้านตรงข้ามลูกบาศก์ แบบทดสอบภาพตัดกระดาษ แบบกระดาษการนับลูกบาศก์ แบบทดสอบประกอบส่วนย่อย

จากรูปแบบของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สรุปได้ว่า แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ที่ใช้ในปัจจุบัน ได้แก่ แบบซ่อนภาพ แบบซ้อนภาพ แบบพับรูป แบบพับกระดาษ แบบประกอบภาพให้เป็นสี่เหลี่ยมจตุรัส แบบหาด้านตรงข้ามลูกบาศก์ แบบหมุนภาพ เป็นต้น

2.4 ลักษณะของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

โดยทั่วๆไปแล้วมิติสัมพันธ์แบ่งออกเป็น 3 องค์ประกอบ คือ Spatial Perception , Visualisation และ Mental Rotation (Thurstone, 1950; Michael et al, 1957; Linn and Petersen, 1985) แต่ Maier (1994) ได้ศึกษาในเรื่องความแตกต่างของเพศ และพบว่าต้องมีการเพิ่มองค์ประกอบด้านมิติสัมพันธ์อีก 2 องค์ประกอบ คือ Spatial Relations และ Spatial Orientation เพื่อให้องค์ประกอบด้านมิติสัมพันธ์มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น สำหรับ Spatial Perception เป็นความสามารถในการรับรู้ตำแหน่ง Visualisation เป็นความสามารถในการนึกภาพ รูปร่าง ที่เกิดจากการเคลื่อนที่ หรือเคลื่อนย้าย Mental Rotation เป็นความสามารถในการหมุนภาพ 2 มิติและ 3 มิติ Spatial Relations เป็นความสามารถในการเข้าใจโครงสร้างหรือส่วน

ต่างๆ ของวัตถุ รวมถึงเข้าใจในความสัมพันธ์ของแต่ละส่วนด้วย และ Spatial Orientation เป็นความสามารถในการกำหนดทิศทางหรือตำแหน่ง

McGee (1979) มองว่ามิติสัมพันธ์ประกอบด้วย 2 องค์ประกอบใหญ่คือ Spatial Visualization กับ Spatial Orientation สำหรับ Spatial Visualization เป็นความสามารถในการมองเห็นวัตถุที่หมุนหรือเต้นว่าเป็นรูปอะไร เป็นภาพจินตนาการในการคิดเหมือนกับความสามารถทางคณิตศาสตร์ในการจินตนาการรูปทรงจากโจทย์ ซึ่งสอดคล้องกับ Wheatley (1996) กล่าวว่า Spatial Visualization เป็นความสามารถในการหมุนและเปรียบเทียบวัตถุ ส่วน Spatial Orientation เป็นความสามารถในการเข้าใจภาพที่เปลี่ยนแปลงรูปแบบภายใน เช่น พวกซ่อนภาพ การอ่านแผนที่ เป็นต้น แต่ Lohman (1979) อ้างถึงใน ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2541) เสนอผลการวิเคราะห์ด้านมิติสัมพันธ์ว่ามี 2 แบบเหมือนกัน แต่เรียกคนละอย่างกันคือ Spatial Relation ซึ่งเป็นการวัดความสามารถในการเห็นว่าเป็นภาพอะไร อันเกิดจากการหมุนภาพ เช่น การหาด้านตรงข้ามลูกบาศก์ ส่วน Spatial Visualization เป็นความสามารถในการมองเห็นการเปลี่ยนแปลงภายในส่วนของภาพที่กำหนด เช่น แบบทดสอบพับกระดาษแล้วกางออกจะเป็นภาพแบบใด หรือแบบทดสอบพับกล่องกระดาษ เป็นต้น

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น ทำให้สามารถแบ่งองค์ประกอบด้านมิติสัมพันธ์ออกเป็น 5 องค์ประกอบคือ Spatial Perception , Visualisation, Mental Rotation, Spatial Relations และ Spatial Orientation (Maier, 1994) ซึ่งแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์นั้นมีผู้เสนอไว้หลายชนิดด้วยกัน เป็นต้นว่า แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ แบบต่อภาพ แบบซ้อนภาพ แบบซ่อนภาพ แบบแยกภาพ แบบหมุนภาพ แบบนับลูกบาศก์ แบบการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์ แบบจับคู่ชิ้นส่วนกับรูป แบบทรงสามมิติ แบบพับกระดาษ เป็นต้น (ทองห่อ วิภาวิน, 2523: 31, ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ, 2528: 147, ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2541: 150, Levy and Levy, 2001)

ในแต่ละองค์ประกอบของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ที่กล่าวแล้วข้างต้น สามารถสร้างเป็นแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ได้คือ Spatial Perception และ Spatial Orientation สร้างเป็นแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบการซ่อนภาพ และการอ่านแผนที่ ส่วน Visualisation และ Mental Rotation สร้างเป็นแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบการหมุนภาพ ส่วน Spatial Relations สร้างเป็นแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบการหาด้านตรงข้ามลูกบาศก์

ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยผู้วิจัยได้เลือกสร้างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ แบบซ่อนภาพ แบบการอ่านแผนที่ แบบหมุนภาพ และแบบการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์ เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ซึ่ง ทองห่อ วิภาวิน (2523: 31) ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ (2528: 147 - 159) ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2541: 160) และ Levy and Levy (2001) ได้เสนอลักษณะของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ทั้ง 4 แบบไว้ดังนี้

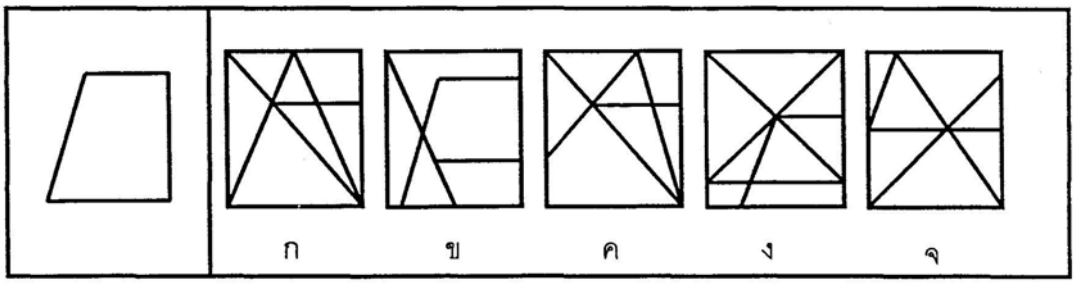
1. แบบซ่อนภาพ ใช้วัดความสามารถในการมองภาพที่มีสิ่งกีดขวาง กีดกั้นหรือเส้นทับ จนมองเห็นรูปไม่ถนัด ผู้สอบจะสามารถบอกได้ว่า รูปที่กำหนดให้ซ่อนอยู่ในนั้น โดยมีรูปแบบ ดังนี้

1.1 ซ่อนภาพเหมือน จะกำหนดสถานการณ์มา เช่น ต้นไม้ ป่าไม้ บ้าน ซึ่งมีลายเส้นมากมาย ที่จะสามารถแทรกสัตว์ สิ่งของ หรือรูปทรงต่างๆ ให้อยู่สถานการณ์นั้น สิ่งที่ซ่อนอยู่จะมีเส้นอื่นๆ ทับ ผู้ตอบหาคำตอบว่ามีอะไร จำนวนเท่าไร

1.2 ซ่อนภาพทรงเรขาคณิต เป็นการกำหนดภาพทรงเรขาคณิตรูปใดๆ ไว้แล้วสร้างกรอบของการซ่อน ซึ่งใหญ่กว่าภาพที่กำหนด เพื่อใส่ภาพที่ต้องการซ่อน แล้วจะขีดเส้นผ่านภาพ หรือเลื่อนภาพลงมา ซ้ายขวา เพื่อจะทำให้รูปไม่อยู่คงที่ แบ่งเป็น 2 แบบ

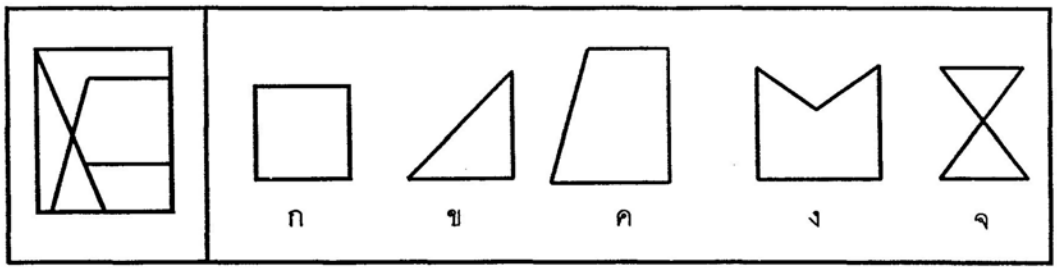
1.2.1 แบบภาพซ่อนเดี่ยว หาภาพที่ซ่อนไว้จะมีเพียงภาพเดียวที่ซ่อนอยู่ในข้อที่กำหนดให้

1.2.1.1 ซ่อนภาพเดี่ยวทิศทางเดิมขนาดเท่าเดิม จะกำหนดภาพมาให้ เงื่อนไขคือ ภาพที่ซ่อนต้องมีขนาดเท่าเดิม ทิศทางเหมือนเดิม คำชี้แจงในการทำข้อสอบต้องชัดเจน ดังตัวอย่าง ดังภาพประกอบที่ 12



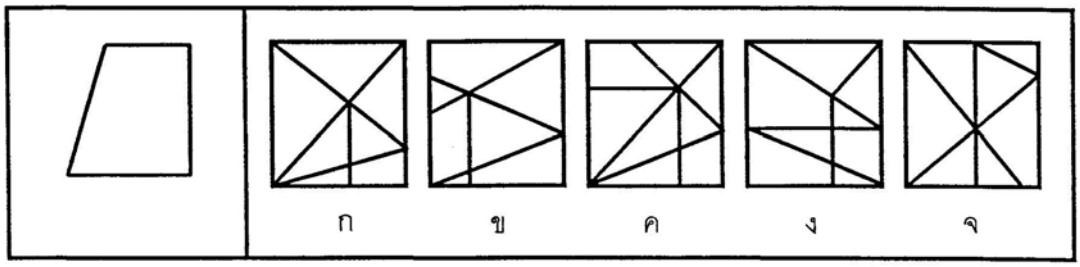
ภาพประกอบที่ 12 แสดงรูปแบบการซ่อนภาพเดี่ยวทิศทางเดิมขนาดเท่าเดิม

จากรูป ต้องการดูว่าภาพที่กำหนดให้ทางซ้ายมือไปซ่อนอยู่ในภาพใดในตัวเลือก ก ข ค ง และ จ ดังนั้นตัวเลือกที่ถูกคือ ข้อ ข วิธีวางอีกรูปแบบหนึ่ง อาจจะเอาภาพ ข มาเป็นตัวคำถาม แล้วถามกลับว่ามีภาพใดซ่อนอยู่ ดังภาพประกอบที่ 13 ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง คือ ข้อ ค



ภาพประกอบที่ 13 แสดงรูปแบบการซ่อนภาพเดี่ยวทิศทางเดิมขนาดเท่าเดิม โดยถามว่ามีภาพใดซ่อนอยู่

1.2.1.2 ซ่อนภาพเดี่ยวทิศทางเปลี่ยนแปลง ภาพที่กำหนดให้ซ่อนไม่อยู่ในทิศทางเดิมก็ได้ อาจหมุนทำมุม 30 องศา 45 องศา 90 องศา หรือ 180 องศา ตามความต้องการ ตัวอย่าง หมุนภาพ 90 องศา จากภาพเดิมที่กำหนดให้ ดังภาพประกอบที่ 14

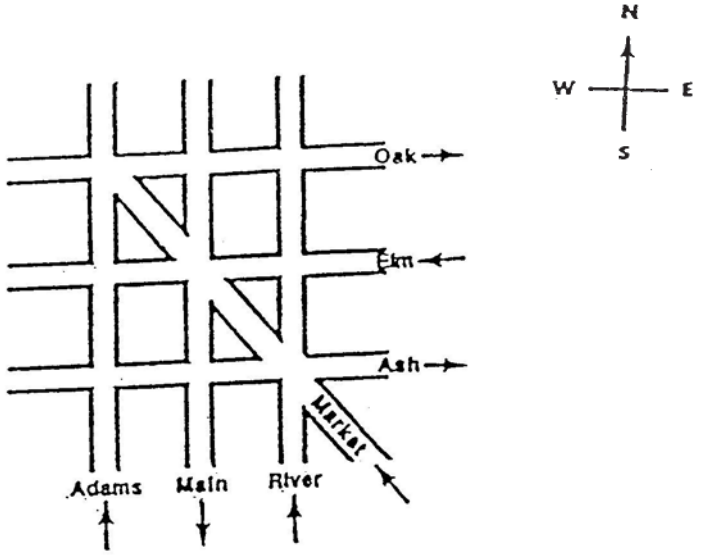


ภาพประกอบที่ 14 แสดงรูปแบบการซ่อนภาพเดี่ยวทิศทางเปลี่ยนแปลง ภาพที่กำหนดให้ทางซ้ายมือ เมื่อหมุน 90 องศา แล้วจะซ่อนอยู่ในตัวเลือก ข

1.2.2 แบบตัวซ่อนคงที่ ลักษณะของข้อสอบ จำกำหนดตัวแบบที่จะซ่อนคงที่ 5 ตัวหรือ 4 ตัว แล้วเขียนข้อสอบเป็นชุดๆ

2. แบบการอ่านแผนที่ ใช้วัดความสามารถในการอ่านแผนที่ โดยกำหนดตำแหน่งของสิ่งต่างๆ มาให้ แล้วจะถามถึงว่าสิ่งที่กำหนดว่าอยู่ทางทิศใด หรือเป็นการหาระยะทาง ดังภาพประกอบที่ 15

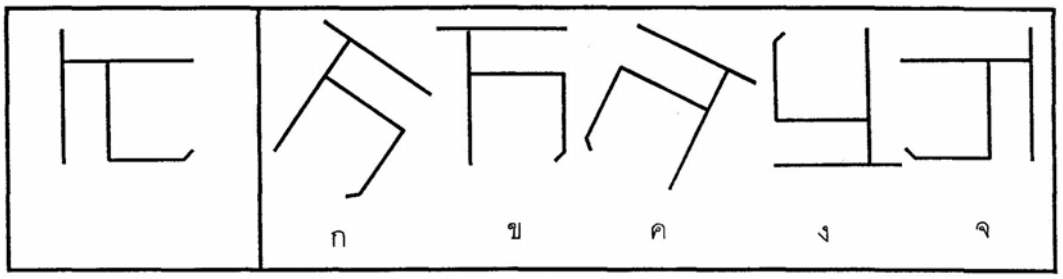
คำชี้แจง พิจารณาแผนที่ ที่กำหนดให้แล้วตอบคำถาม



ภาพประกอบที่ 15 แสดงแบบการอ่านแผนที่

มีรถแท็กซี่อยู่บนถนน River ซึ่งอยู่ระหว่างถนน Ash และถนน Elm คนขับรถแท็กซี่จะต้องไปรับผู้โดยสารที่รออยู่ช่วงถนน Adam และถนน Oak จงหาระยะทางที่สั้นที่สุดในการไปรับผู้โดยสาร

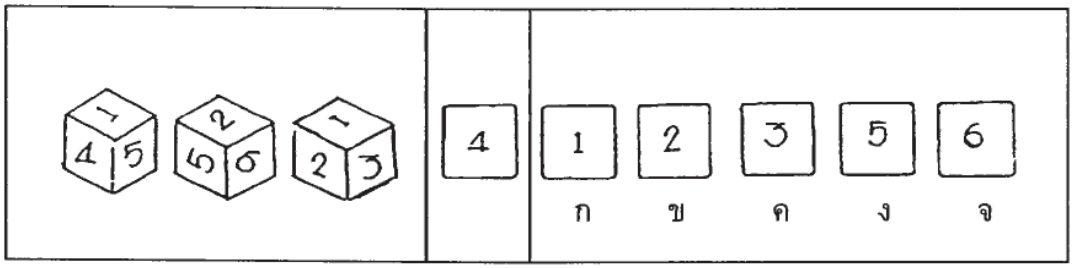
3.แบบหมุนภาพ ลักษณะของแบบวัดจะกำหนดภาพให้ทางซ้ายมือ แล้วสร้างเงื่อนไขว่าจะหมุนภาพไปทางใดซึ่งจะบอกไว้ให้ชัดเจน เช่น บอกว่าหมุนภาพที่กำหนดให้ไปตามแนวการหมุนของนาฬิกา หรือหมุนทวนเข็มนาฬิกา ซึ่งตัวอย่างข้อสอบต่อไปนี้มีเงื่อนไขว่าภาพหมุนตามเข็มนาฬิกา ดังภาพประกอบที่ 16



ภาพประกอบที่ 16 แสดงแบบหมุนภาพ

ถ้าพิจารณาแล้วจะเห็นว่าคำตอบถูกต้องคือข้อ ค เพราะข้ออื่นหมุนทวนเข็มนาฬิกาในการเขียนตัวลวงต้องพยายามให้อยู่ในรูปเดิมทุกประการ เพียงแต่ลวงในรูปแบบการหมุนเท่านั้น

4. แบบการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์ ลักษณะของแบบวัดจะต้องอาศัยเหตุผลเข้าช่วยในการพิจารณาว่า ลูกบาศก์ที่ให้ไว้แต่ละหน้าจะมีสัญลักษณ์อะไร วิธีเขียนคือ กำหนดลูกบาศก์ให้ไว้ก่อน 3 ลูก แล้วถามว่าด้านตรงข้ามกับเครื่องหมายที่ให้ไว้นั้นเป็นเครื่องหมายอะไร ดังภาพประกอบที่ 17



ภาพประกอบที่ 17 แสดงแบบการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์

ภาพที่เกิดจากการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์ คือ ภาพในข้อ ข

3. แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

นักจิตวิทยา และนักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายและอธิบายถึงลักษณะของพฤติกรรมการเรียน ไว้ดังต่อไปนี้

Skinner (1974: 3) กล่าวว่า “พฤติกรรมหมายถึง การกระทำของมนุษย์ไม่ว่าการกระทำนั้นๆ ผู้กระทำจะรู้ตัวหรือไม่รู้ตัวก็ตาม”

กุลชรี ค้าขาย (2544: 5) ได้สรุปความหมายของพฤติกรรมว่า พฤติกรรม หมายถึง สิ่งใดก็ได้ที่บุคคลกระทำหรือมีประสบการณ์ พฤติกรรมมิได้หมายถึง พฤติกรรมภายนอกที่สังเกตได้เพียงอย่างเดียว แต่ยังรวมเอาความคิด ความรู้สึก ความฝัน และจินตนาการของบุคคลซึ่งเป็นพฤติกรรมภายในเข้าไปด้วย

ลักขณา สริวัฒน์ (2544: 16) ได้สรุปความหมายของพฤติกรรมว่า พฤติกรรม หมายถึง การกระทำซึ่งเป็นการแสดงออกถึงความรู้สึก นึกคิด ความต้องการของจิตใจ ที่ตอบสนองต่อสิ่งเร้า ซึ่งอาจสังเกตได้โดยทางตรงหรือทางอ้อม บางลักษณะอาจสังเกตได้โดยไม่ใช้เครื่องมือช่วยหรือต้องใช้เครื่องมือช่วย และยังได้แบ่งพฤติกรรมตามลักษณะของพฤติกรรมที่เกิดขึ้น เป็น 2 ลักษณะ คือ

1. พฤติกรรมที่เกิดเองตามธรรมชาติ หมายถึง การกระทำที่เกิดขึ้นเองตั้งแต่เกิดโดยไม่ได้รับการฝึกฝนหรือสั่งสอน และ

2. พฤติกรรมที่เกิดจากการเรียนรู้ หมายถึง การกระทำที่เกิดจากการฝึกฝนหรือได้รับการเรียนรู้

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า พฤติกรรม หมายถึง การกระทำหรือการแสดงออกของมนุษย์ ซึ่งเป็นผลมาจากการตอบสนองต่อสิ่งเร้า แบ่งเป็นพฤติกรรมภายนอก ซึ่งอาศัยการสังเกตโดยบุคคลอื่น เช่น การพูด การเคลื่อนไหวของร่างกาย เป็นต้น และพฤติกรรมภายใน เช่น ความคิด อารมณ์ ความรู้สึก เป็นต้น

Maddox (1963) อ้างถึงใน ศิริวัฒน์ สงวนหมู่ (2533: 19-20) เสนอถึงพฤติกรรมการเรียนที่ทำให้ประสบความสำเร็จ โดยรวบรวมจากการใช้แบบสอบถามโดยสรุปได้ว่า ต้องประกอบด้วย การวางแผนและทำตามแผนที่กำหนดไว้ ทำงานด้วยความเอาใจใส่และเสร็จตามเวลาที่กำหนด มีส่วนร่วมในการอภิปรายปัญหาในชั้นเรียน เมื่อมีปัญหาต้องถามหรือปรึกษาอาจารย์ มีการเตรียมตัวล่วงหน้า มีการบันทึกสรุปเนื้อหาที่เรียน และรู้จักแบ่งเวลา

Smith (1970: 2-35) ได้กล่าวถึงพฤติกรรมการเรียนให้มีประสิทธิภาพดังนี้ คือ กำหนดตารางเวลาในการเรียนและบังคับตนเองให้ปฏิบัติตามตารางนั้น จัดสถานที่ให้เหมาะสม ตั้งสมาธิให้แน่วแน่ ปราศจากสิ่งรบกวนและทำงานที่ได้รับมอบหมายในแต่ละวันให้สำเร็จ มีการทบทวนเรื่องที่เรียนแล้วเพื่อคงความรอบรู้นั้น เมื่อไม่เข้าใจเรื่องใดต้องศึกษาให้เข้าใจหรือศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมเรื่องต่างๆ จะทำให้เข้าใจบทเรียนได้ดีขึ้น

ธีรยุทธ์ เสนีวงศ์ ณ อยุธยา (2525: 125) ได้ให้ความหมายของพฤติกรรมการเรียนการสอนสรุปได้ว่า เป็นการกระทำหรือกิจกรรมที่ครูและนักเรียนแสดงออกเพื่อมุ่งพัฒนานักเรียนในด้านความรู้ เจตคติและทักษะตามจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้ในวิชาต่างๆ ถ้านักเรียนเป็นผู้แสดงออกก็เรียกพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน ถ้าครูแสดงออกก็เรียกพฤติกรรมการสอนของครู ทั้งพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน และพฤติกรรมการสอนของครู มีส่วนเกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด คือ พฤติกรรมการเรียนจะดำเนินไปด้วยดีนั้นย่อมจะต้องอาศัยพฤติกรรมการสอนที่ดีของครูด้วย และพฤติกรรมการสอนที่ดีของครูย่อมผลักดันให้พฤติกรรมการเรียนของนักเรียนดำเนินไปในทางที่ดีด้วย

สุวัฒนา อุทัยรัตน์ (2526: 124) กล่าวว่า “ถ้านักเรียนจะเรียนคณิตศาสตร์ให้เข้าใจ นักเรียนต้องตั้งใจและสนใจร่วมกิจกรรมในชั้นเรียนตั้งแต่ต้นชั่วโมง ต้องมีอุปกรณ์การเรียนพร้อมและเข้าชั้นเรียนตรงเวลา”

โสภา ชูพิกุลชัย (2528: 111) ได้ให้ความหมายของพฤติกรรมการเรียนเพิ่มเติมสรุปได้ว่า นอกจากพฤติกรรมการเรียนจะหมายถึงการกระทำหรือกิจกรรมที่นักเรียนแสดงออกในการเรียนแล้ว พฤติกรรมการเรียนยังหมายถึงการตอบสนองหรือปฏิกิริยาที่นักเรียนมีต่อประสบการณ์สิ่งแวดล้อมในขณะที่เรียนด้วย ดังนั้นพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนขึ้นอยู่กับประสบการณ์ของผู้เรียนเป็นสำคัญ

เฉลียว บุษเนียร (2531: 23) กล่าวว่า “การเรียนคณิตศาสตร์ให้ประสบผลสำเร็จนักเรียนจะต้องใช้วิธีการเรียนที่ถูกต้อง รู้จักสังเกตบันทึกรวบรวมข้อมูล หาความสัมพันธ์ สรุปและตรวจทานการท่องจำสูตร และกฎเกณฑ์ที่ใช้ในการคำนวณเสมอๆ จะช่วยให้คิดแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้รวดเร็วขึ้น”

สุมานิน รุ่งเรืองธรรม (อ้างถึงใน กัลยา สกุลแก้ว, 2532: 9) ได้กล่าวสรุปได้ว่า พฤติกรรมการเรียนของผู้เรียนมีจุดมุ่งหมายเพื่อการเปลี่ยนแปลง ปรับปรุงพฤติกรรมให้ผู้เรียนมีความเจริญสูงสุด โดยผ่านประสบการณ์ต่าง ๆ จึงอาจกล่าวได้ว่า พฤติกรรมการเรียนของผู้เรียน คือ สิ่งที่บุคคลกระทำขณะที่เรียนนั่นเอง" ซึ่งสอดคล้องกับ ธีรยุทธ์ เสนีวงศ์ ณ อยุธยา (2525: 125) ได้อธิบายความหมายของพฤติกรรมการเรียนพอสรุปได้ว่า "พฤติกรรมการเรียน หมายถึง การกระทำหรือกิจกรรมที่นักเรียนแสดงออกเพื่อมุ่งพัฒนาในด้านความรู้ เจตคติ และทักษะ ตามจุดมุ่งหมายที่กำหนดในวิชาต่าง ๆ

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2538: 151-152) กล่าวว่า "นักเรียนต้องมีความรับผิดชอบต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ดังนี้คือ นักเรียนต้องเข้าชั้นเรียนและเข้าร่วมกิจกรรมในชั้นเรียนรวมทั้งรักษาระเบียบวินัยในชั้นเรียน ทำการบ้านที่ได้รับมอบหมาย มีเจตคติที่ดีและมีความพยายามในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์"

ยุพิน พิพิธกุล (2539: 7) กล่าวว่า " องค์ประกอบที่จะทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ คือ สุขภาพของนักเรียน วุฒิภาวะของนักเรียน คุณลักษณะของตัวนักเรียน เจตคติของนักเรียนและวิธีการเรียนของนักเรียน "

วิชัย เสวกงาม (2541: 10) ได้กล่าวว่าพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง พฤติกรรมในการเรียนคณิตศาสตร์ที่จะนำไปสู่ความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยพฤติกรรมย่อยหลายพฤติกรรม เช่น การเตรียมตัวเรียน ความตั้งใจเรียนในชั้นเรียน การทำแบบฝึกหัด การอภิปรายปัญหา การจดบันทึกเนื้อหาและสรุปเนื้อหาวิชา รวมทั้งการรู้จักแบ่งเวลาและมีระเบียบวินัย ซึ่งเป็นการกระทำหรือกิจกรรมที่ผู้เรียนแสดงออก เพื่อให้บรรลุเป้าหมายของการเรียน และขึ้นอยู่กับประสบการณ์ของผู้เรียนเป็นสำคัญ

3.2 ประเภทของพฤติกรรมการเรียน

สมหวัง พิธิยานุวัฒน์ (Somwung Pittiyanuwat, 1976) ได้กำหนดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้ คือ

1. การเลือกเรียนคณิตศาสตร์ในระดับสูง
2. ความขยันในการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้เกรด A
3. การใช้เวลาว่างทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์
4. การเลือกประกอบอาชีพเป็นนักคณิตศาสตร์

แหวนไพลิน เย็นสุข (2538: 19-20) ได้แบ่งพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ 5 ด้านดังนี้

1. พฤติกรรมการเตรียมตัวเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึงการแสดงพฤติกรรมของนักเรียนที่ได้สร้างความพร้อมให้แก่ตนเองก่อนที่จะเข้าเรียนบทเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยการศึกษาหาความรู้ อ่าน และทำความเข้าใจในรายละเอียดของเนื้อหาวิชาจากแบบเรียน จากเอกสารตำราวิชาคณิตศาสตร์ของสำนักพิมพ์ต่างๆ ทดลองทำโจทย์แบบฝึกหัด ตลอดจนการคิดโจทย์ทักษะและโจทย์ปัญหาขึ้นมาเองเพื่อเตรียมถามครูในชั้นเรียน

2. พฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในห้องเรียน หมายถึงการแสดงพฤติกรรมของนักเรียนโดยการฟัง พูด อ่าน เขียน คิดคำนวณแก้โจทย์ทักษะและปัญหา อภิปรายซักถามปัญหา ฝึกทำแบบฝึกหัด ร่วมกิจกรรมกลุ่มเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระหว่างเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในห้องเรียน

3. พฤติกรรมการทำการบ้านและทบทวนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึงการแสดงพฤติกรรมของนักเรียนในการทำแบบฝึกหัด หรืองานในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ อาจจะเป็นการศึกษาค้นคว้าทำรายงานอ่านตำรา ท่องกฎหรือสูตร ทำแบบฝึกหัดโจทย์ปัญหาและทักษะ เป็นการทบทวนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ครูมอบหมายให้นักเรียนนำไปทำให้เสร็จแล้วนำมาส่งครูตามวันเวลาที่กำหนด

4. พฤติกรรมการทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ หมายถึงการแสดงพฤติกรรมของนักเรียนตามความต้องการของนักเรียนเอง โดยการศึกษาค้นคว้า อ่านวารสารตำราเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การอภิปรายปัญหากับเพื่อน การทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม การเข้าร่วมกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์ การเข้าแข่งขันตอบปัญหาคณิตศาสตร์ การเข้าชมนิทรรศการคณิตศาสตร์ การทำอุปกรณ์และการเล่นเกมคณิตศาสตร์

5. พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ในอนาคต หมายถึงการแสดงพฤติกรรมความสนใจของนักเรียนในการเลือกเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยไม่ต้องบังคับ และมีความตั้งใจจะเข้าเรียนต่อในระดับอุดมศึกษาในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ หรือสาขาวิชาที่ต้องใช้วิชาคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญ

ปราณี ศิวพรพิทักษ์ (2539: 58-59) ได้แบ่งพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ 6 ด้านดังนี้

1. พฤติกรรมการเตรียมตัวเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึงการแสดงพฤติกรรมของนักเรียนที่ได้สร้างความพร้อมให้แก่ตนเอง ก่อนที่จะเรียนบทเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยการศึกษาหาความรู้ อ่าน และทำความเข้าใจในรายละเอียดของเนื้อหาจากแบบเรียน จากเอกสารตำราวิชาคณิตศาสตร์ของสำนักพิมพ์ต่างๆ ทดลองทำโจทย์แบบฝึกหัด ตลอดจนรวบรวมปัญหาที่พบ เพื่อเตรียมถามอาจารย์ในห้องเรียน

2. พฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในห้องเรียน หมายถึงการแสดงพฤติกรรมของนักเรียนโดยการฟัง อ่าน คิด คำนวณ แก้โจทย์ปัญหา อภิปรายซักถาม ฝึกทำแบบฝึกหัด ร่วมกิจกรรมกลุ่มเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระหว่างเรียนในห้องเรียน

3.พฤติกรรมการทำการบ้านวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึงการแสดงพฤติกรรมของนักเรียนในการทำแบบฝึกหัด หรืองานในเนื้อหาคณิตศาสตร์อาจจะเป็นการศึกษาค้นคว้า ทำรายงาน อ่านตำรา ท่องกฎหรือสูตร ตามที่อาจารย์มอบหมายให้นักเรียนนำไปทำให้เสร็จแล้วนำมาส่งอาจารย์ตามวันเวลาที่กำหนด

4. พฤติกรรมการทบทวนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึงการแสดงพฤติกรรมของนักเรียนที่สนใจศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาจากห้องเรียน โดยการอ่านและทำความเข้าใจเนื้อหาที่เรียน การท่องกฎหรือสูตร การคิดคำนวณแก้โจทย์ปัญหาและโจทย์ทักษะ เป็นการกระทำที่เริ่มด้วยตัวนักเรียนเอง มิใช่งานที่อาจารย์มอบหมายให้

5. พฤติกรรมการทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ หมายถึงการแสดงพฤติกรรมของนักเรียนตามความต้องการของนักเรียนโดยการศึกษาค้นคว้า อ่านวารสารตำราเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การอภิปรายปัญหากับเพื่อน การฝึกทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม การเข้าร่วมกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์ การเข้าแข่งขันตอบปัญหาคณิตศาสตร์ การเข้าชมนิทรรศการคณิตศาสตร์ การทำอุปกรณ์และการเล่นเกมเสริมคณิตศาสตร์

6. พฤติกรรมการเลือกเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม หมายถึงการแสดงพฤติกรรมความสนใจของนักเรียนในการเลือกเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยไม่ต้องบังคับ อาจเป็นการเลือกเรียนตามหลักสูตรในชั้นเรียนปกติหรือเลือกเรียนเพิ่มเติมนอกชั้นเรียน

วิชัย เสวกงาม (2541: 10) ได้แบ่งพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ 5 พฤติกรรม ดังนี้

1. พฤติกรรมการเตรียมตัวเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึงพฤติกรรมของนักเรียนที่สร้างความพร้อมให้แก่ตนเองก่อนที่จะเข้าเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยการศึกษาหาความรู้ อ่าน

และทำความเข้าใจในรายละเอียดของเนื้อหาวิชาจากแบบเรียน เอกสารตำรา การทดลอง ทำโจทย์แบบฝึกหัด ตลอดจนรวบรวมปัญหาที่พบ เพื่อเตรียมถามอาจารย์ในชั้นเรียน

2. พฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน หมายถึงพฤติกรรมของนักเรียนโดยการฟัง พูด อ่าน เขียน คิดคำนวณแก้โจทย์ทักษะและโจทย์ปัญหา อภิปราย ซักถามปัญหา ฝึกทำแบบฝึกหัด ร่วมกิจกรรมเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระหว่างเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน

3. พฤติกรรมการทำการบ้านวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึงพฤติกรรมของนักเรียนในการทำแบบฝึกหัด หรืองานในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ อาจเป็นการศึกษาค้นคว้า ทำรายงาน อ่านตำรา ท่องกฎหรือสูตร ตามที่ได้รับมอบหมายจากอาจารย์และต้องทำให้เสร็จเพื่อส่งอาจารย์ตามวันเวลาที่กำหนด

4. พฤติกรรมการทบทวนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึงพฤติกรรมของนักเรียนที่สนใจศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนจากชั้นเรียน โดยการอ่านและทำความเข้าใจเนื้อหาที่เรียน การท่องกฎหรือสูตร การคิดคำนวณแก้โจทย์ทักษะและโจทย์ปัญหา เป็นการกระทำที่เริ่มด้วยตัวนักเรียนเอง ไม่ใช่งานที่ได้รับมอบหมายจากอาจารย์

5. พฤติกรรมการทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ หมายถึงพฤติกรรมของนักเรียนตามความต้องการของนักเรียนเอง ในการศึกษาค้นคว้า อ่านวารสาร ตำราเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การอภิปรายปัญหากับเพื่อน การทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม การเข้าร่วมกิจกรรมชมรมหรือชุมนุมคณิตศาสตร์ การเข้าแข่งขันตอบปัญหาคณิตศาสตร์ การเข้าชมนิทรรศการคณิตศาสตร์ การทำอุปกรณ์และการเล่นเกมเสริมคณิตศาสตร์ รวมถึงการเลือกเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยไม่ต้องบังคับอาจเป็นการเรียนตามหลักสูตรในชั้นเรียนปกติหรือเรียนเพิ่มเติมนอกชั้นเรียน

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ประเภทของพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย พฤติกรรมการเตรียมตัวเรียนวิชาคณิตศาสตร์ พฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในห้องเรียน พฤติกรรมการทำการบ้านและทบทวนวิชาคณิตศาสตร์ พฤติกรรมการทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

4. ความสัมพันธ์ระหว่างมิติสัมพันธ์กับตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

เนื่องจากตัวแทนความคิดสามารถแบ่งได้เป็น 2 ชนิดคือ ตัวแทนความคิดภายนอกและตัวแทนความคิดภายใน จากการศึกษาพบว่า ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์นั้นมีความสัมพันธ์กับความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ซึ่ง Coaco and Curcio (2001: 45) ได้กล่าวว่าตัวแทนความคิดภายใน (Internal Representation) เป็นจินตนาการที่เกิดขึ้นในใจของแต่ละบุคคลในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และ Jonassen (2000) ได้อธิบายตัวแทนความคิดภายใน ว่าประกอบด้วยโครงสร้างทางความคิด การอุปมาอุปไมย ภาพทางมิติสัมพันธ์และโครงสร้างความรู้ นอกจากนี้ Moreno and Mayer (1999) ได้กล่าวว่าความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ สามารถนำไปสู่การวิเคราะห์ในเรื่องของการใช้ตัวแทนความคิดที่หลากหลายในส่วนลึกได้ ซึ่งสอดคล้องกับ McKim (1972) ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างการใช้ตัวแทนความคิดและความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ไว้ว่า การที่เด็กใช้ตัวแทนความคิดในลักษณะต่างๆ เกิดจากที่เด็กได้มีการเชื่อมโยงความคิดและภาพที่เกิดจากการรับรู้เหล่านั้นขึ้นในใจ ซึ่งมีผลต่อการนำไปสู่การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่างๆ และนำไปสู่การพัฒนาความสามารถทางด้านความคิดทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งงานวิจัยของ Moreno and Mayer (1999) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียน โดยใช้การเรียนที่แตกต่างกันคือ เรียนโดยใช้ตัวแทนความคิดที่หลากหลายรูปแบบและเรียนโดยใช้ตัวแทนความคิดเพียงรูปแบบเดียว พบว่าการเรียนโดยใช้ตัวแทนความคิดที่หลากหลายนั้น นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงจะได้คะแนนดีกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ และนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงได้คะแนนดีกว่านักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ ซึ่ง Evrim and Maria (2003: 33-39) ได้ศึกษาต่อจากงานวิจัยของ Moreno and Mayer ในเชิงลึกมากขึ้น โดยศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายของนักเรียน ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่างกัน เมื่อมีการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่า เด็กที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับต่ำเหมือนกัน แต่ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่างกัน เด็กที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงกว่าจะมีความสามารถในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากกว่า และเด็กที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงเหมือนกันแต่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่างกัน เด็กที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงกว่าจะมีความสามารถในการเชื่อมโยงและพลิกแพลงในการเลือกใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มากกว่า ซึ่งสรุปได้ว่าเด็กที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง

จะมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาที่หลากหลายมากกว่าเด็กที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ นอกจากนี้งานวิจัยของ Rannucci (1964: 19-23) ที่ได้ศึกษาองค์ประกอบบางประการที่ส่งผลต่อการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่าการเรียนคณิตศาสตร์นั้นจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องมีความสามารถทางด้านมิติสัมพันธ์สูง เพราะเนื้อหาทุกเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ ต้องใช้คุณสมบัติของความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ในการคำนวณ ดังจะเห็นได้จากการแก้โจทย์ปัญหานักเรียนมักจะลงมือด้วยการวาดรูป หรือนึกภาพ ดังนั้นถ้าเราสามารถมองรูปที่ซับซ้อนสัมพันธ์กันได้ดีแล้ว การแก้ปัญหาทางวิชาคณิตศาสตร์จะง่ายขึ้น และยังกล่าวว่า การเรียนเลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต หรือแม้แต่แคลคูลัสนั้น เวลาคำนวณต้องใช้คุณสมบัติทางมิติสัมพันธ์ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น

จากงานวิจัยข้างต้นจะเห็นว่าความสามารถด้านมิติสัมพันธ์มีความสัมพันธ์กับตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพราะมิติสัมพันธ์เป็นส่วนหนึ่งของตัวแทนความคิด ในการที่จะเลือกใช้ตัวแทนความคิดต้องใช้ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ในการเชื่อมโยงความคิด นอกจากนี้ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์เป็นองค์ประกอบพื้นฐานที่จะทำให้บุคคลเกิดความคิดสร้างสรรค์ เกิดจินตนาการต่างๆ เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม จำเป็นต้องใช้จินตนาการในการตีความ ซึ่งเป็นความสัมพันธ์โดยตรงต่อความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ในการแก้โจทย์ปัญหาทุกคนมักจะลงมือด้วยการเขียนรูป หรือนึกภาพถ้าเราสามารถมองรูปที่สัมพันธ์กันอย่างซับซ้อนได้ดี การแก้ปัญหาทางวิชาคณิตศาสตร์ก็มักจะง่ายขึ้น และการเรียนเลขคณิต พีชคณิต และเรขาคณิต การแก้สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ทุกอย่าง ส่วนใหญ่ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบทางด้านมิติสัมพันธ์ทั้งสิ้น

5. **ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมการเรียนกับตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์**

จากงานวิจัยที่ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า พบว่าพฤติกรรมการเรียน พฤติกรรมการสอน พื้นฐานความรู้และเจตคติ เป็นองค์ประกอบที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (อุรี ลิ้มพิสุทธิ์, 2525; เทอด แก้วคีรี, 2529; ชลาศัย กันมินทร์, 2530; เฉลียว บุษเนียร, 2531; ประเสริฐ เตชะนาราเกียรติ, 2532) นอกจากนี้ ประภาเพ็ญ สุวรรณ และ สวิง สุวรรณ (2536 : 49) ยังได้กล่าวถึงแนวคิดของ Colman สรุปได้ว่า กระบวนการเรียนรู้ที่สลับซับซ้อนเกิดจากองค์ประกอบที่สำคัญ 4 องค์ประกอบคือ ผู้เรียน สิ่งที่จะเรียน กระบวนการ และสิ่งแวดล้อมของการเรียนรู้

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจะขึ้นอยู่กับกระบวนการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีเป้าหมายหลักคือ การพัฒนาปัญญา ให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจ ในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในทักษะต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้ และให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ (Kenedy and Tippes, 2000: 4; National Council of Teacher of Mathematics [NCTM],2000: 3-8)

พฤติกรรมการสอนจะมีผลโดยตรงต่อพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน ทั้งนี้เพราะพฤติกรรมการสอนและพฤติกรรมการเรียนเป็นกิจกรรมที่ต่อเนื่องสัมพันธ์กัน พฤติกรรมการเรียนของนักเรียนจะดีหรือไม่จึงมักขึ้นอยู่กับพฤติกรรมการสอนของครู และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนส่วนหนึ่งขึ้นอยู่กับพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนเอง เพราะการสอนจะเป็นการแนะแนวทางให้ผู้เรียนโดยใช้วิธีการสอนแบบต่างๆ และการจัดกิจกรรมที่เหมาะสมให้กับผู้เรียนเพื่อให้เกิดความเจริญงอกงามและพัฒนาให้เป็นไปในทางที่พึงปรารถนาสอดคล้องและเหมาะสมกับจุดประสงค์ของการศึกษา (Kimball Wile, 1957 อ้างถึงใน ดวงเดือน พยอมหอม, 2540) นอกจากนี้ ยุพิน พิพิธกุล (2539: 7) กล่าวถึงพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยสรุปไว้ว่าในการเรียนคณิตศาสตร์นักเรียนควรจะได้ศึกษาหาความรู้ให้เข้าใจ เมื่อไม่ต้องไต่ถาม และจะต้องศึกษาบทเรียนมาล่วงหน้าก่อนจะเรียนต่อไป เรื่องใดที่จะต้องนำมาอ้างอิงต้องจำเป็นที่จะศึกษาไว้ก่อน การทำความเข้าใจตามลำดับขั้นตอนนับว่ามีความสำคัญมาก การทำแบบฝึกหัดมากๆ จะช่วยทำให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น การเรียนหนังสือนั้นต้องรู้จักการแบ่งเวลาให้เหมาะสม การทำคณิตศาสตร์ต้องการความรอบคอบ จะต้องตรวจดูคำตอบทุกครั้งว่าตนทำถูกต้องตามที่โจทย์กำหนดให้หรือไม่ เมื่อครูสอนต้องตั้งใจฟัง และจดบันทึกให้ละเอียด อย่าจดลงไปโดยไม่เข้าใจ และยังสอดคล้องกับ Hildreth (1966) อ้างถึงใน แสวง ทองปาน (2544) และ Ehrlich (1959) อ้างถึงใน แสวง ทองปาน (2544) ได้กล่าวสรุปไว้ว่า สาเหตุที่ทำให้เด็กฉลาดจำนวนหนึ่งไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนเนื่องมาจากมีนิสัยการเรียนที่ไม่ดี ขาดการวางแผนการทำงานที่ไม่ดี และไม่รู้จักใช้เวลาในการเรียนอย่างถูกต้องเหมาะสม ส่วนนักเรียนที่เรียนดี ต้องมีนิสัยการเรียนที่ดี ไม่จำเป็นต้องเป็นคนที่มีสติปัญญาเฉลี่ยวฉลาดมาก แต่ต้องเป็นคนที่รู้จักวิธีเรียน และวิธีการทำงานให้ได้ผลดีและมีประสิทธิภาพ ซึ่งสอดคล้องกับ วิชัย วงษ์ใหญ่ (2526:19) ที่กล่าวสรุปไว้ว่า องค์ประกอบด้านตัวนักเรียนเอง วิธีการเรียนของนักเรียนหรือพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน เจตคติของนักเรียนต่อครูผู้สอน เหล่านี้เป็นองค์ประกอบสำคัญอันจะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน

สิ่งที่ผู้วิจัยเสนอมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า การที่นักเรียนจะประสบความสำเร็จในการเรียนหรือมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง จะขึ้นอยู่กับ กรรมวิธีและสภาพต่างๆ ของกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งจะปรากฏออกมาให้เห็นหรือรับรู้ในรูปของการกระทำของครูและนักเรียนซึ่งก็คือ พฤติกรรมการเรียนการสอนด้านต่างๆ ของครูและนักเรียนนั่นเอง

การที่นักเรียนมีตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ดี ที่จะส่งผลไปยังผลสำเร็จในการเรียนทางคณิตศาสตร์นั้น ปัจจัยหนึ่งที่มีความสำคัญที่อาจเกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์คือ พฤติกรรมการเรียนของนักเรียน เพราะการที่นักเรียนเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ จะมาจากประสบการณ์ในการเรียนด้วยทั้งสิ้น

ข้อมูลที่ผู้วิจัยได้กล่าวถึงและได้นำเสนอไว้ข้างต้น สรุปได้ว่า การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญสามารถช่วยพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ถ้าผู้เรียนสามารถสร้างตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แล้ว ผู้เรียนก็จะเข้าใจความคิดรวบยอดของคณิตศาสตร์ และความคิดที่เป็นนามธรรมซึ่งเป็นสิ่งสำคัญของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนสามารถนำตัวแทนความคิดภายนอกให้กลายเป็นตัวแทนความคิดภายในได้ นักเรียนก็จะสามารถจัดระบบความคิดทางคณิตศาสตร์ในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ และส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ดีขึ้นได้อีกด้วย อีกทั้งกระบวนการเรียนการสอนในด้านพฤติกรรมการสอนของครู และพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ก็น่าจะมีผลต่อการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ด้วย เพราะการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการเรียนทางคณิตศาสตร์ดังที่กล่าวมาแล้ว

6. **งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง**

6.1 **งานวิจัยต่างประเทศ**

Noll (1983: 4317-12A) ได้ศึกษาผลของการแนะนำด้วยวาจาและการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาร้อยละ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา 60 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มเก่งกับกลุ่มอ่อนในด้านการอ่าน ทดสอบก่อนเรียนในด้านทักษะการคิดคำนวณและการแก้ปัญหาของทั้งสองกลุ่มทั้งสองกลุ่มจะได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนที่มีการแนะนำด้วนวาจากับการใช้แผนภาพในการแก้ปัญหาชุดการสอนนี้ออกแบบมาเพื่ออธิบายและพัฒนาภาษาและโครงสร้างในการแก้ปัญหาร้อยละเมื่อเสร็จสิ้นการสอนทดสอบหลังเรียน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า 1) กลุ่มตัวอย่างที่ได้รับ

การสอนโดยใช้การแนะนำทางวาจาผสมกับการใช้ตัวแทนมีคะแนนทดสอบ หลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ใช้การแนะนำทางวาจาอย่างเดียว 2) นักเรียนกลุ่มที่อ่านเก่งมีคะแนนสอบหลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มอ่อน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และ 3) ปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนระดับการอ่านแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ

Erion (1985: 281-A) ได้ศึกษาผลของการใช้ตัวแทนและปัญหาที่ซับซ้อนในสถานการณ์ปัญหาของครูฝึกสอนในระดับประถมศึกษากลุ่มตัวอย่างที่ครูฝึกสอนในระดับประถมศึกษาโดยครูแต่ละคนจะแก้ปัญหามีระดับความซับซ้อนและการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกัน 1 ข้อ พบว่าวิธีการใช้ตัวแทนและระดับความซับซ้อนของปัญหามีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ในการใช้ตัวแทนที่เป็นสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหาจะประสบความสำเร็จมากกว่าการใช้ตัวแทนที่เป็นรูปภาพและข้อความ

Epstein (1989: บทคัดย่อ (online)) ทำการศึกษาความรู้การใช้ตัวแทนคณิตศาสตร์สำหรับกรณีศึกษาในทฤษฎีกราฟ โดยประเด็นเกี่ยวกับภาษาในการเป็นตัวแทนทฤษฎีกราฟ ความรู้เรื่องตัวแทนสามารถทำเป็นโครงสร้างในการเตรียมทั้งพลังการแสดงออกและกระบวนการ ซึ่งงานวิจัยนี้ได้สนับสนุน 3 หัวข้อคือ 1).การอธิบายการใช้ตัวแทนของเซตอนันต์ในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ พิจารณาเป็นเซตของสิ่งต่างๆกับความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งนั้นๆ 2).การแสดงลำดับขั้นตอนของการใช้ตัวแทนที่ชัดเจน โดยผ่านภาษาแบบเป็นทางการ 3).เราได้ใช้การสร้างความคิดรวบยอด ซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับพฤติกรรมของนักคณิตศาสตร์ โดย 2 หลักใหญ่ๆของการใช้ตัวแทนเป็นภาพ ภาษาแบบตีกรอบกับภาษาที่เปลี่ยนแปลงได้ ภาษาที่ตีกรอบก็จะแสดงออกได้อย่างชัดเจนแน่นอน และมีความน่าสนใจในการเขียนกราฟและจัดแบ่งของกราฟสามารถบอกความแตกต่างได้ ภาษาที่เปลี่ยนแปลงได้ไม่มีขอบเขตจำกัดและมีวิธีการขั้นตอนที่น่าสนใจ ภาษาที่เปลี่ยนแปลงได้เป็นเครื่องมือที่วิเศษสำหรับโปรแกรมปัญญาประดิษฐ์ทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยสามารถเปลี่ยนความซับซ้อนในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ (ความมีอยู่ของคุณสมบัติ) และอาจผสมผลานกันได้ (เพื่อรวมคุณสมบัติทั้งหลายเข้าด้วยกัน) การคาดคะเนหรือการคาดเดาทำผ่านการพิจารณาอย่างง่ายๆ และพิสูจน์ทฤษฎีที่ง่ายที่สุดภายใต้การใช้ตัวแทน

O'keef (1992: 53-09A) ได้ศึกษาการใช้ตัวแทนที่แสดงการเคลื่อนที่หรือเคลื่อนไหวได้ () ในการเพิ่มความเข้าใจในเรื่องฟังก์ชั่นของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายและระดับ

วิทยาลัย ด้วยการสอนให้นักเรียนใช้ตัวแทนฟังก์ชั่น สมการ เช่น ตาราง กราฟ และใช้ตัวแทนที่แสดงการเคลื่อนที่ที่เป็นเครื่องมือหนึ่งที่ช่วยในการเชื่อมโยงความสำคัญในการศึกษาคณิตศาสตร์ ดังตัวอย่างปรากฏในชีวิตจริง เช่น ความเร็ว ทิศทางตำแหน่ง ที่แสดงการเคลื่อนที่หรือเคลื่อนไหว ได้จะช่วยลดความเป็นนามธรรมระหว่างประสบการณ์จริงกับความเข้าใจที่เป็นแบบแผน

Hines (1998: 59-09A) ได้ศึกษาวิเคราะห์กระบวนการความตีความหมายเรื่องฟังก์ชั่น ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แบบจำลองทางกายภาพและการใช้ตัวแทนในรูป ตารางและกราฟพบว่า การเรียนรู้จากสิ่งแวดล้อมจะส่งเสริมการพัฒนาการสอนของครู ซึ่งเด็กคิด ว่าเป็นสิ่งที่ถ้าทาย และเด็กสามารถเชื่องโยงความรู้กับการใช้ตัวแทนอื่นได้ การใช้แบบจำลองทาง กายภาพช่วยให้นักเรียนตีความหมายของฟังก์ชั่นด้วยการทำซ้ำซึ่งนักเรียนหลายคนสามารถสร้าง ความรู้ที่ก่อให้เกิดการตีความหมายสู่กระบวนการ

Burkett (1998: 61-20A) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงระหว่างตัวแทนที่เป็นตารางสัญลักษณ์ และกราฟในการเรียนเรื่องฟังก์ชั่น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน 10 คน ที่เรียนพีชคณิตระดับมหาลัย ในเพนซิลวาเนีย กลุ่มตัวอย่างทำงานที่ได้รับมอบหมาย 9 อย่าง ที่ผู้วิจัยเป็นผู้ออกแบบเพื่อ การศึกษาในเรื่องการเชื่อมโยงตัวแทนที่หลากหลายแบบ โดยแบ่งเป็น 3 ประเภทดังนี้ ประเภทที่ 1 เป็นงานเกี่ยวกับความชันของเส้นตรง ประเภทที่ 2 เป็นงานเกี่ยวกับการแปลงของสมการกำลัง สอง และประเภทที่ 3 เป็นงานเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยประเภทที่ 1 เน้นที่การ เชื่อมโยงตัวแทนที่เป็นสัญลักษณ์กับกราฟ งานประเภทที่ 2 เน้นที่การเชื่อมโยงตัวแทนที่เป็น ตารางกับสัญลักษณ์ และงานประเภทที่ 3 เน้นที่การเชื่อมโยงตัวแทนที่เป็นตารางและกราฟ ผล การศึกษาพบว่า 1) นักเรียนสามารถเชื่อมโยงตัวแทนที่เป็นตาราง สัญลักษณ์และกราฟได้เป็น อย่างดี 2) ในขณะที่นักเรียนแปลความหมายของตารางไปสู่ตัวแทนแบบอื่นๆ นักเรียนมักจะ แนะนำให้ไปใช้ตัวแทนในลักษณะที่ 3 และ 3) นักเรียนสามารถปรับปรุงตัวแทนที่ผิดพลาดได้

Rittle (1999: 60-06A) ได้ศึกษาการพัฒนาวิธีทำซ้ำในด้านความคิดรวบยอดและทักษะ กระบวนการโดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนพัฒนาทั้งความคิดรวบยอด ทักษะกระบวนการและ ตัวแทนที่เป็นปัญหา กลุ่มทดลองเป็นนักเรียนเกรด 5 และ 6 ระหว่างการสอนนักเรียนจะเรียนรู้ เศษส่วนและทศนิยมจากเส้นจำนวน กลุ่มทดลองจะได้รับผลย้อนกลับในการแก้ปัญหาและ นักเรียนต้องอธิบายถึงวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้องด้วย เมื่อวิเคราะห์ผลการการทดสอบก่อนเรียน

และหลังเรียนของกลุ่มทดลอง พบว่ากลุ่มทดลอง 1 แสดงให้เห็นถึงความสำคัญของการใช้แบบทำซ้ำความคิดรวบยอดของของนักเรียนส่งเสริมทักษะด้านกระบวนการ และในทางกลับกันความรู้ในเชิงกระบวนการก็ส่งเสริมความรู้ด้านความคิดรวบยอดและการใช้ตัวแทนในปัญหาที่หาคำตอบได้ถูกต้องเป็นสื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจและการปรับปรุงในด้านทักษะตัวแทนไปสู่การปรับปรุงด้านทักษะกระบวนการ ซึ่งสรุปได้ว่า แบบจำลองการทำซ้ำช่วยพัฒนาความรู้ทางด้านทักษะกระบวนการและความรู้ด้านความคิดรวบยอด

Bellard (2000: 61-09A) ได้ศึกษาการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหาของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อตรวจสอบว่านักเรียนใช้ตัวแทนอะไรบ้างในการแก้ปัญหา นักเรียนใช้ตัวแทนนั้นเมื่อใด ใช้ตัวแทนบ่อยแค่ไหนและประสบความสำเร็จในการใช้ตัวแทนเพียงใด ผู้วิจัยค้นหารูปแบบพฤติกรรมของ นักเรียนที่ประสบความสำเร็จและไม่ประสบความสำเร็จในการใช้ตัวแทน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน 21 คน ผู้วิจัยสัมภาษณ์ในการแก้ปัญหาความน่าจะเป็นจำนวน 5 ข้อ และให้นักเรียนอธิบายถึงวิธีการหาคำตอบนั้นด้วย ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ประสบความสำเร็จและไม่ประสบความสำเร็จในการใช้ตัวแทนมีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด นักเรียนที่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาสามารถวิเคราะห์ปัญหาค้นพบวิธีหาคำตอบและทราบว่าจะใช้แผนภาพเวนน์ ใช้สัญลักษณ์เมื่อไรและอย่างไร ส่วนนักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาจะไม่ทราบว่าจะต้องแก้ปัญหาอย่างไรและไม่เข้าใจว่า 1) ตัวแทนอย่างไรจะช่วยให้ปัญหาชัดเจน 2) จุดมุ่งหมายของการใช้ตัวแทนคืออะไร และ 3) ตัวแทนแบบใดที่ใช้ในการแก้ปัญหา ผู้วิจัยเสนอแนะว่านักเรียนจำเป็นต้องฝึกการแปลความหมายของตัวแทน ต้องเข้าใจลักษณะการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและต้องฝึกการใช้ตัวแทนในลักษณะที่แตกต่างกัน

Hall (2000: 209-238) ได้ศึกษาผลการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการสร้างความรู้และทัศนะเกี่ยวกับความเข้าใจในพื้นฐานพีชคณิต ในการศึกษาครั้งนี้พยายามตอบคำถามว่า 1) ความรู้และทัศนะเกี่ยวกับตัวแปรและการเท่ากันของนักเรียนเปลี่ยนไปหรือไม่ระหว่างที่เรียนพีชคณิตเบื้องตน ถ้าเปลี่ยนๆอย่างไร 2) การใช้ตัวแทนที่หลากหลายช่วยให้นักเรียนพัฒนาความรู้และทัศนะในความเข้าใจพีชคณิตเบื้องตนหรือไม่อย่างไร 3) ทัศนะของนักเรียนเกี่ยวกับฟังก์ชั่นเปลี่ยนไปหรือไม่ระหว่างที่เรียนพีชคณิตเบื้องตน 4) นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาพีชคณิตหรือไม่อย่างไรและ 5) นักเรียนสามารถใช้ตัวแทนที่หลากหลายและมีทัศนะ

ที่เปลี่ยนไปหรือไม่ในขณะที่แก้ปัญหา ถ้าไม่เปลี่ยน เป็นเพราะเหตุใด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน 29 คน ที่เรียนพีชคณิตเบื้องตน โดยใช้เวลาสอน 4 สัปดาห์ ด้วยวิธีการใช้ตัวแทนที่หลากหลายเพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องตัวแปร สมการ และการแก้สมการ ผลการศึกษาพบว่านักเรียนใช้กราฟและใช้อุปกรณ์ในการดำเนินการทางสัญลักษณ์ นักเรียนมักใช้ตัวแทนในการอธิบายการดำเนินการทางสัญลักษณ์และส่วนที่ผิดพลาดการใช้อุปกรณ์จะช่วยให้นักเรียนรู้เรื่องการแก้สมการ กราฟช่วยให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งกราฟและการใช้อุปกรณ์ช่วยให้นักเรียนมองเห็นสัญลักษณ์ของการเท่ากันและการเปรียบเทียบ นักเรียนจะใช้กราฟในขั้นตอนสุดท้ายของการเรียน แม้ว่าจะมีนักเรียนหลายคนยังไม่ได้เรียนในเรื่องกราฟ มีนักเรียน 5 คน ที่พัฒนาทักษะเกี่ยวกับฟังก์ชั่นและมีนักเรียนจำนวน 2 คนที่แสดงให้เห็นถึงวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีนักเรียนบางคนที่สามารถเปลียนทัศนะและการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาได้อย่างง่ายขึ้นในวิชาพีชคณิต

Goldin and Shteingold (2001: 11) ศึกษาเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนของจำนวนลบกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนต้น โดยทำการทดลองดังนี้ เริ่มแรกใช้แถบกระดาษยาวที่มีวงกลมวางเรียงต่อกันเพื่อให้นักเรียน ซึ่งได้รับการ์ดที่มีตัวเลข 0 – 7 รวมทั้งการ์ดเปล่าให้ไปวางตัวเลขโดยผู้วิจัยคาดว่าเด็กจะวางตัวเลขตามลำดับจากตัวเลขซ้ายมือสุดจนถึง 0 แต่ไม่เป็นเช่นนั้น หลังจากเด็กวางตัวเลขแล้ว ผู้วิจัยพยายามถามถึงตัวเลข 0 และจำนวนที่ติดลบ (หากมีช่องว่างเหลือ) เด็กก็จะตอบว่าซ้ายสุดจะเป็นศูนย์ เด็กจะมีความเข้าใจว่าไม่มีจำนวนที่น้อยกว่าศูนย์ จากนั้นเป็นขั้นการให้ความหมาย โดยการให้เด็กหมุนเข็มที่อยู่บนวงกลม โดยแบ่งครึ่งวงเป็น 2 รูป คือรูปหน้ายิ้ม กับหน้าบึ้ง ถ้าการหมุนเข็มหยุดที่หน้ายิ้มจะมีค่าเป็น 1 และหยุดที่หน้าบึ้งมีค่าเป็น -1 ถามเด็กในแต่ละรอบว่าจะได้ผลรวมในการหมุนแต่ละรอบกี่คะแนน พบว่าเด็กสามารถเข้าใจในเรื่องของจำนวนลบได้ในลักษณะของการใช้ตัวแทนภายใน แต่มีปัญหาในเรื่องของความเข้าใจและการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวนลบ ซึ่งเป็นตัวแทนภายนอกที่เด็กยังไม่สามารถเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนลบนั้นเปลี่ยนไป โดยมีการแนะนำว่าน่าจะมีการสร้างหลักสูตรเกี่ยวกับจำนวนลบในเด็กชั้นประถมตอนต้น

Averbeck (2001: 4315-A) ได้ทำการศึกษาความเข้าใจมในเรื่องฟังก์ชันและการใช้เครื่องสร้างกราฟในหลักสูตรพีชคณิตระดับวิทยาลัย โดยมีจุดประสงค์ในการศึกษาคือดูการเรียนรู้ของนักเรียนในความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชันในพีชคณิตระดับวิทยาลัย ผู้วิจัยต้องการดูความ

แตกต่างระหว่างนักเรียนที่มีทักษะการใช้สัญลักษณ์สูงกับนักเรียนที่มีทักษะการใช้สัญลักษณ์ต่ำ โดยครูกำหนดหลักเกณฑ์ในการวัดของทักษะพีชคณิตว่าสูงหรือต่ำ ทำการทดลองกับใช้นักเรียนในสาย คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ธุรกิจ และศิลป์ จำนวน 25 คนจาก 1 ชั้นเรียน ใน 6 ประเภท (3 สายการเรียน โดยแต่ละสายแบ่งเป็นผู้มีทักษะการใช้สัญลักษณ์สูงและต่ำ) การรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับความเข้าใจในฟังก์ชันทำโดยการทดสอบก่อนและหลังการทดลอง แบบทดสอบเรื่องฟังก์ชันประกอบด้วย คำถามการใช้ตัวแทนในแต่ละแบบมี 4 ข้อ ส่วนคำถามสำหรับนิยามมี 3 ข้อ การให้พิจารณาว่าข้อใดเป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่างของฟังก์ชัน 15 คำถามซึ่งประกอบขึ้นด้วย 3 สภาวะ ปัญหาที่ให้ในรูปตัวเลข กราฟ และสัญลักษณ์ในการใช้ตัวแทน ข้อมูลในกฎเกณฑ์ของเครื่องคำนวณกราฟ ทุกคาบมีการสังเกตการประยุกต์ใช้ สังเกตดูพฤติกรรมการตอบสนองของนักเรียนที่เป็นทั้งการสนทนาอย่างทางการและไม่เป็นทางการที่มีต่อครูผู้สอน นักเรียนแต่ละคนมีนิยามที่ดีขึ้นต่อคำนิยามทางการของฟังก์ชัน นักเรียนมีปัญหาในการเรียน 3 ประการ คือ (ก) การจัดลำดับคู่ของโดเมนและเรนจ์ (ข) การชอบใช้ขั้นตอนง่ายๆ (ค) ข้อจำกัดของฟังก์ชัน 1 – 1 ผลการเปรียบเทียบพบว่านักเรียนที่มีทักษะสูงในการใช้สัญลักษณ์ที่หลากหลายทำงานที่เปลี่ยนการใช้ตัวแทนของฟังก์ชันได้มากกว่า จำนวนครึ่งหนึ่งผู้ถูกสัมภาษณ์ที่มีทักษะต่ำเข้าใจการให้ฟังก์ชันในรูปแบบเดียวใน เลขคณิต กราฟ และสัญลักษณ์ตัวแทนแบบที่แยกส่วนกันและเครื่องคำนวณกราฟใช้ในทุกส่วนของกระบวนการแก้ปัญหา ระหว่างเริ่มแรกนักเรียนใช้เครื่องคำนวณพัฒนาสัญลักษณ์ใกล้เคียง เป็นการสร้างแรงจูงใจที่ดีในการใช้เครื่องคำนวณกราฟ ในการแก้ปัญหาเริ่มแรกเป็นการหลีกเลี่ยงความวิตกกังวลที่จะผิดพลาด การใช้เครื่องคำนวณกราฟที่ธรรมดาที่สุดเป็นการตรวจสอบคำตอบในการแก้ปัญหา อย่างไรก็ตามเครื่องคำนวณกราฟสร้างสรรค์ยากสำหรับนักเรียนที่ยอมรับในการเพียงเห็นแค่รูปกราฟ การแปลการตัดกราฟแสดงได้โดยเครื่องคำนวณ นักเรียนหาขอบเขตของโดเมนโนฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลเพราะนักเรียนไม่สามารถสำรวจหากราฟได้

Kato et al (2002: 30) ได้ทำการทดลองกับเด็กญี่ปุ่น 60 คน อายุระหว่าง 3 ปี 4 เดือน กับ 7 ปี 5 เดือน ในการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล การวิจัยนี้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความคิดนามธรรม (การประเมินในการถามที่ยุ่งยากเกี่ยวกับจำนวน) กับระดับของการใช้ตัวแทนของนักเรียน (ประเมินในการถามเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนทางภาพ (graphic representation) ของกลุ่มของวัตถุ) ในการศึกษาสรุปว่า ความคิดนามธรรมและการใช้ตัวแทนเป็นสิ่งใกล้ชิดกันมาก และเด็กสามารถใช้ตัวแทนตามระดับหรือต่ำกว่าระดับนามธรรม แต่ไม่มีใครที่ใช้ระดับตัวแทนได้เหนือกว่า

ระดับนามธรรม สภาวะที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา คือความต้องการที่จะพิจารณาไปจิตใต้สำนึกของเด็กในการทำ (ตัวอย่าง , นามธรรมของเด็กๆ) เพราะว่าการให้ความหมายของเด็กสามารถแสดงสัญลักษณ์ที่ติดอยู่กับระเบียบแบบแผนในระดับนามธรรมของเด็ก

Girard (2003: 3502 – A) ทำการศึกษาการใช้ตัวแทนของนักเรียนในการเข้าถึงการแก้ปัญหาแคลคูลัส : ตรวจสอบกฎของการคำนวณกราฟ การประยุกต์เทคโนโลยีของเครื่องคำนวณมีการให้โอกาสสำหรับการใช้ตัวแทนในความคิดรวบยอดทางคณิศาสตร์ เป็นตัวแทนภายนอกผ่านการเข้าถึงการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย การศึกษานี้ใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณกราฟที่นักเรียนจะใช้แก้ปัญหาขอบเขตและปัญหาที่ได้รับ มันเป็นการตรวจสอบการเลือกวิธีปฏิบัติว่า ใช้เครื่องคำนวณกราฟหรือไม่ และเครื่องคำนวณใช้ในการวินิจฉัยหรือเป็นเครื่องมือในการยืนยัน

นักเรียน 65 คนที่ลงทะเบียนในเทอมแรกของมหาวิทยาลัยหลักสูตรแคลคูลัสเป็นผู้มีส่วนในการทดลองนี้ การสอนหลักสูตรนี้เน้นไปที่การเข้าถึงใช้ตัวแทนที่หลากหลายและความต้องการของนักเรียนในการใช้เครื่องคำนวณกราฟ งานเขียนของนักเรียนมีการแก้ปัญหาเรื่องลิมิต 6 ข้อและประกอบหรือยืนยันวัตถุประสงค์ และเข้าถึงตัวแทนหลายอย่าง เช่น กราฟ การคำนวณเชิงตัวเลข พีชคณิต หรือการรวมหลายแบบเข้าด้วยกัน การวิจัยเชิงปริมาณและเชิงพรรณาสืบจนแน่ชัดว่านักเรียนใช้เครื่องคำนวณกราฟเมื่อใดและใช้อย่างไร ซึ่งตัวแทนหรือการรวมของการใช้ตัวแทนที่นักเรียนเลือกใช้มีความสัมพันธ์กับความสำเร็จของนักเรียน

ผลที่เกิดขึ้นแสดงถึงนักเรียนใช้เครื่องคำนวณกราฟในเบื้องต้นในลักษณะเป็นเครื่องมือที่ใช้สำรวจในการแก้ปัญหาเรื่องลิมิตและปัญหาที่ได้รับ แม้ว่าทั่วๆไปจะไม่มีนัยสำคัญระหว่างการใช้และความถูกต้องในการแก้ปัญหาจากเครื่องคำนวณกราฟ มีนัยสำคัญในการเกี่ยวข้องความถูกต้องเมื่อใช้เครื่องคำนวณในการสำรวจวัตถุประสงค์ในปัญหาลิมิตที่ไม่คล้ายกัน ผลเพิ่มเติมชี้ขอบเขตที่เปลี่ยนแปลงของตัวแปรในการเข้าถึงการใช้ตัวแปรสำหรับปัญหาลิมิตมากกว่าปัญหาอื่นๆที่ได้รับ เมื่อใช้ตัวแทนหลากหลาย มันเหมือนเป็นเหตุให้ยุ่งยากในการรวมตัวแทนทางพีชคณิตกับตัวแทนกราฟ เมื่อนักเรียนที่มีความสำเร็จที่สุด (นักเรียนในกลุ่มคะแนนสูงที่สุด 1 ใน 4 ของห้อง) ใช้ตัวแทน 2 ชนิด พวกเขาสาธิตการรวมพีชคณิตกับตัวแทนอื่น (การคำนวณทางตัวเลยสำหรับลิมิต, กราฟสำหรับงานแบบอื่นๆ)

หลังจากการสอนในหลักสูตรแคลคูลัสมีการใช้ภาพการใช้ตัวแทนหลากหลายของตัวแบบความคิดรวบยอดของการสอนร่วมกับการใช้เครื่องคำนวณกราฟ นักเรียนสาธิตความรู้ในการเข้าถึงตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหาและใช้เครื่องคำนวณกราฟในการแก้ปัญหาแคลคูลัส การเข้าถึงการสอนแคลคูลัสกลายเป็นเรื่องธรรมดามาก ผลลัพธ์และข้อสรุปของการศึกษานี้อนุญาตให้นำไปใช้ในการชี้แนะเกี่ยวกับการสอนเหล่านี้

Donovan (2003: 2818-A) ทำการศึกษาความเข้าใจของนักเรียนในเรื่องสมการดิฟเฟอเรนเชียลอันดับ 1 โดยทำการวิจัยแบบพรรณาการสำรวจเรื่อง การศึกษาความสนใจของนักเรียนในเรื่องสมการดิฟเฟอเรนเชียลอันดับ 1 ในหลักสูตรสมัยใหม่ที่ให้ความสำคัญกับการใช้ตัวแทนหลากหลาย คำถามสองข้อที่เป็นคำถามนำทางในการศึกษาคือ : อะไรเป็นธรรมชาติของความเข้าใจในพีชคณิตของนักเรียนในการใช้ตัวแทนกราฟของสมการดิฟเฟอเรนเชียส และอะไรเป็นธรรมชาติของนักเรียนในการเชื่อมโยงระหว่างสมการดิฟเฟอเรนเชียสกับการแก้ปัญหาของนักเรียน นักเรียน 2 คนได้บรรยายรายละเอียด คือ ฮัสสัน (Hassan) เป็นนักศึกษาในสาขาวิศวกร และ ริช (Rich) ซึ่งเป็นนักศึกษาสาขาคณิตศาสตร์ที่เตรียมจะเป็นครู ลำดับของรูปแบบที่แตกต่างของการจัดการเปิดและปิดงาน และการจัดการกับงานที่ไม่เป็นขั้นตอนปกติ ในการจัดการบทสัมภาษณ์ผู้เข้าร่วมเป็นผู้ถูกสังเกตอย่างช้าๆในสถานการณ์ที่พวกเขาคิดเกี่ยวกับสมการดิฟเฟอเรนเชียส

ฮัสสันทำงานตามลักษณะส่วนตัวของเขาโดยเขาปรับการใช้กราฟและสมการในการนำเสนอต่อคนอื่น เขาปรับใช้วิธีในการอธิบายตัวแปรของสมการดิฟเฟอเรนเชียส และความคิดรวบยอดเชื่อมโยงระหว่างสมการดิฟเฟอเรนเชียสกับสถานการณ์ทั้งหลาย ฮัสสันเริ่มคิดสมการดิฟเฟอเรนเชียส $dy/dx = f(t,y)$ เป็นฟังก์ชัน สิ่งที่ได้มา และสมการของสถานการณ์ ฮัสสันอธิบาย dy / dx ในแต่ละตัวแปรที่ไม่อิสระ ความชัน หรือสิ่งที่ได้มา และเขาตีความว่า y เป็นตัวแปรที่อิสระในสมการดิฟเฟอเรนเชียสหรือตัวแปรที่ไม่อิสระในการแก้ปัญหา

ริชแสดงความคิดไม่ยืดหยุ่นได้อย่างฮัสสัน การใช้ตัวแปรแตกต่างถูกเชื่อมกันอย่างหลวมๆ โดยวิธีการและตามสมบัติทั่วไป เขาแสดงความเชื่อมั่นในความสามารถของเขาในการ “ รู้ว่าทำอะไร ” กับสมการดิฟเฟอเรนเชียส และพอใจทำงานอย่างต่อเนื่อง ในห้องเรียนที่ต้องการการประยุกต์ในวิธีการแก้ปัญหา แต่โครงสร้างกราฟและสมการมีความหมายน้อยสำหรับเขา โดยทั่วไปในงานของเขา เขาเสนอความสัมพันธ์ของตัวแปรโดยสมการดิฟเฟอเรนเชียส และพอใจทำงาน

อย่างต่อเนื่อง ในห้องเรียนที่ต้องการการประยุกต์ในวิธีการแก้ปัญหา แต่โครงสร้างกราฟและสมการมีความหมายน้อยสำหรับเขา โดยทั่วไปในงานของเขา เขาเสนอความสัมพันธ์ของตัวแปรโดยสมการดิฟเฟอเรนเชียสมีความหมายเพียงเล็กน้อยหรือไม่มีความหมายสำหรับเขา และการเชื่อมโยงระหว่างสมการดิฟเฟอเรนเชียสกับสถานการณ์ของเขาเป็นวิธีการไม่ใช่ความคิดรวบยอด

ความแตกต่างระหว่างฮัสสันกับริชโดยรวมเป็นไปตามความคิดของสเคมป์ (Skemp's 1977) เรื่องความสัมพันธ์และเครื่องมือของความเข้าใจ ฮัสสันรู้ว่า " ทำอะไรและทำทำไม" ส่วนริชก็ใช้ " กฎ โดยปราศจากเหตุผล " ฮัสสันคิดเกี่ยวกับสมการดิฟเฟอเรนเชียสอย่างยืดหยุ่น และบรรดาความคิดนั้นก็เป็นส่วนของความคิดรวบยอด เป็นเส้นใยที่เชื่อมโยงความรู้ในสมการดิฟเฟอเรนเชียสที่เชื่อมต่อกับการแก้ปัญหา สำหรับริชสมการดิฟเฟอเรนเชียสเป็นวัตถุ (objects) ที่ขาดโครงสร้างของความหมาย

Hartfield (2003: 90 – A) ศึกษาเกี่ยวกับความรู้ของนักศึกษาวิทยาลัยในเรื่องฟังก์ชันกับผลจากการให้ความรู้การใช้กฎ 3 ข้อ การศึกษานี้ทำกับนักศึกษาระดับวิทยาลัย ก่อนและหลังการสอนโดยใช้กฎ 3 ข้อ การกำหนดการสอนฟังก์ชันโดยให้ตัวอย่างที่เป็นการผสมระหว่างสัญลักษณ์ (symbolically) กราฟ (graphically) และจำนวน (numerically) ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ และหลายตัวอย่างที่เป็นไปได้ที่รวมทั้งสามไว้ด้วยกัน กรอบความคิดของ โอคัลลาแกน (O' Callaghan) และมาร์โควิทซ์ (Markovits) และ บรุคไฮเมอร์ (Bruckheimer. 1986) ที่จะใช้พิจารณาองค์ประกอบฟังก์ชัน มีการนำมาใช้สืบเสาะหาความรู้ของนักเรียน 4 คนที่ได้รับเลือกโดยดูจากคะแนนทดสอบก่อนการเรียนรู้ การตอบข้อเขียนและข้อขัดแย้ง การจัดเก็บข้อมูลทำโดยการเก็บเป็นกลุ่มและการแปลผลให้เป็นชิ้นงาน โดยการสัมภาษณ์ 3 ครั้งและทำการทดสอบ 2 ครั้ง และวิเคราะห์การเปรียบเทียบพบว่า แต่เดิมนักเรียนยึดติดกับเครื่องคิดเลข การทำงานให้เสร็จสมบูรณ์ขึ้นกับทักษะการใช้เครื่องคิดเลข หลังจากได้รับความรู้ นักเรียนใช้เทคโนโลยีเครื่องคำนวณน้อยลงเป็นการใช้เพื่อตรวจสอบ การแก้ปัญหาทำโดยใช้กระบวนการมาประกอบ

Herman (2003: 2484 – A – 2485 – A) ทำการศึกษาความสัมพันธ์ในแนวทางการมองการใช้ตัวแทน ในความเข้าใจความคิดรวบยอดของฟังก์ชันพีชคณิต เขาศึกษาเกี่ยวกับความพยายามที่จะปรับปรุงความสัมพันธ์พิเศษ ในการใช้การเข้าถึงรูปแบบหลายแบบในการเข้าถึงปัญหาในหลักสูตรพีชคณิตระดับสูงของวิทยาลัย โดยพิจารณา 1) รูปแบบไหนของตัวแทนที่ทำให้

นักเรียนได้เข้าใกล้การแก้ปัญหาพีชคณิต ฟังก์ชันโพลีโนเมียล ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึมกับเทคโนโลยีเครื่องคำนวณกราฟ 2) ทำไมนักเรียนเลือกใช้ตัวแทนแบบนั้น 3) ดูแนวโน้มการเรียนรู้ว่าสัมพันธ์กับตัวเลือกการใช้ตัวแทนของนักเรียนและความสามารถในการใช้ตัวแทนที่หลากหลายหรือไม่ 4) นักเรียนคิดว่าการใช้ตัวแทนที่หลากหลายทำให้เข้าใจลึกขึ้นหรือไม่ 5) ทางไหนที่นักเรียนจะเพิ่มความเข้าใจของการเชื่อมโยงระหว่างพีชคณิต (สัญลักษณ์) กราฟ และตัวแทนแบบตาราง

คะแนนแบบฝึกก่อนเรียนและหลังเรียนถามนักเรียนในการแสดงวิธีการแก้ปัญหาฟังก์ชันหลายตัวแปรที่ยุ่งยากที่มีวิธีการแก้แตกต่างกัน ทั้งกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อุปกรณ์คำถามของนักเรียนและครู รวมทั้งการตรวจทานของนักเรียน ในงานนักเรียนใช้สัญลักษณ์พีชคณิตและกราฟ ส่วนตารางมีการใช้หลายตารางเพียงเล็กน้อย อิทธิพลที่มีต่อการเลือกตัวแทนหนึ่งในการแก้ปัญหาประกอบด้วยความเข้าใจของนักเรียน ซึ่งเป็นคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม ความเข้าใจของนักเรียนในความเชื่อของครูเกี่ยวกับคุณค่าของการได้รับกระบวนการวิธี และการใช้ตัวแบบตัวแทนโดยครูให้ตัวอย่างธรรมชาติของการให้ปัญหา และความเร็วและความถูกต้องแม่นยำซึ่งการใช้ตัวแทนสามารถสร้างคำตอบให้กับปัญหา การวิเคราะห์ไคสแควร์แสดงให้เห็นว่าไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างแนวโน้มการเรียนรู้โดยการดูของนักเรียนและตัวเลือกของตัวแทนเริ่มแรก ในปัญหาการทดสอบหลังการทดลอง ในค่าสถิติระหว่างก่อนและหลังการทดลองแสดงผลว่านักเรียนสามารถใช้ตัวแทนมากกว่าอย่างมีนัยสำคัญของการทดสอบหลังการทดลอง และสถิติแอนโนว่า (ANOVA) แสดงผลระหว่างกลุ่มแนวโน้มการชอบดูการเรียนรู้ (ดู,ประสาน / มีความสามารถรอบตัว, และไม่ดู) ที่มีความแตกต่างระหว่างก่อนและหลังผลการทดสอบในการทดลอง อย่างไม่มีนัยสำคัญ

Rina and Pete (2004) อ้างถึงใน อรชร ภูบุญเดิม (2550: 34) ได้ทำการศึกษา บทบาทของการใช้ตัวแทนที่มีผลต่อความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนเฉพาะ ของครูที่สอนระดับประถมศึกษา (K-7) และได้พบว่า ตัวแทนมีบทบาทสำคัญต่อความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนเฉพาะของครูที่สอนคณิตศาสตร์ในระดับประถม เพราะตัวแทนเหล่านี้เปรียบเสมือนเครื่องมือ สำหรับการเรียนรู้และการสื่อสารคณิตศาสตร์ (สื่อสารความคิดและการสื่อสารความระหว่างบุคคล) นอกจากนี้จะได้ว่าตัวแทนมีบทบาทสำคัญที่มักจะถูกมองในเรื่องของการสร้างความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด

Zazkis, Liljeddahl and Peter (2004:182-184) ได้ทำการศึกษา บทบาทของการใช้ตัวแทนที่มีผลต่อความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนเฉพาะของครูที่สอนระดับประถมศึกษา (K-7) พบว่า ตัวแทนมีบทบาทสำคัญต่อความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนเฉพาะของครูที่สอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา เพราะตัวแทนเหล่านี้ทำหน้าที่เป็นเสมือนเครื่องมือ (Tools) สำหรับการเรียนรู้และการสื่อสารคณิตศาสตร์ (สื่อสารความคิดและการสื่อสารระหว่างบุคคล) นอกจากนี้จะได้ว่าตัวแทนมีบทบาทสำคัญที่มักจะถูกมองในเรื่องของการสร้างความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด

Escuder (2007: 324-A) ได้ศึกษาการใช้ตัวแทนทางเรขาคณิตของเศษส่วนต่อเนื่องโดยการใช้รูปภาพเป็นตัวแทน ในการศึกษาทฤษฎีของเศษส่วนต่อเนื่องซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ส่วน คือ ส่วนที่ 1 เป็นเอกสารเกี่ยวข้องกับทฤษฎีบทพื้นฐานและนิยามของเศษส่วนต่อเนื่อง ส่วนที่ 2 แสดงการใช้เทคโนโลยีโดยเฉพาะ Dynamic Geometry Software ในการสร้างทฤษฎีบทพื้นฐานโดยทดลองกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จนถึงมัธยมศึกษาปีที่ 6 และส่วนที่ 3 เป็นการแสดงประสบการณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับเศษส่วนต่อเนื่องให้แก่นักเรียน

6.2 งานวิจัยในประเทศ

ทองหล่อ วงษ์อินทร์ (2537) ได้ทำการวิเคราะห์ความรู้เฉพาะด้าน กระบวนการในการคิดแก้ปัญหาและเมตาคอคนิชั่นของนักเรียนมัธยมศึกษาผู้ชำนาญและไม่ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลวิจัยพบว่า นักเรียนผู้ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีตัวแปร 3 ด้าน ประกอบด้วย 1) ความรู้เฉพาะด้าน ทั้งด้านความคิดรวบยอดและการดำเนินการ 2) กระบวนการคิดแก้ปัญหา ในด้านการทำความเข้าใจปัญหา การสร้างตัวแทนปัญหา การวางแผน การดำเนินการแก้ปัญหาและการตรวจสอบการแก้ปัญหา และ 3) ความรู้ในเมตาคอคนิชั่น ด้านบุคคล ด้านงานและด้านกลวิธี สูงกว่านักเรียนผู้ไม่ชำนาญในระดับเดียวกัน ซึ่งมีรายละเอียดเกี่ยวกับในส่วนของการสร้างตัวแทนปัญหาว่า ผู้ชำนาญและผู้ไม่ชำนาญ มีวิธีการสร้างตัวแทนปัญหาต่างกัน ผู้ชำนาญสร้างตัวแทนปัญหาโดยใช้ความคิดในระดับสูง (higher order) ในขณะที่ผู้ไม่ชำนาญใช้ความคิดอย่างพื้นๆและไม่สามารถสัมพันธ์ปัญหาเข้าด้วยกันได้ และในการเสนอตัวแทนของปัญหา ผู้ชำนาญก็จะสร้างแผนภาพ (diagram) ในรูปความคิดรวบยอดและหลักเกณฑ์ มีความเชื่อมั่นในตัวแทนของสื่อที่เป็นตัวเชื่อมโยงกับปัญหา ในขณะที่ผู้ไม่ชำนาญจะมีความเชื่อมั่นในประโยคปัญหาที่เป็นถ้อยคำภาษา ไม่ได้ใช้ความหมายหรือข้อมูลในลักษณะอื่น การจัดโครงสร้าง

ความรู้ผู้ชำนาญก็จะมีการจัดลำดับปัญหาไว้ ไม่มีการแยกแยะข้อมูลของปัญหาออกจากกัน และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาผู้เชี่ยวชาญจะมีการวาแผนในการแก้ปัญหา มีการทบทวนการทำงานโดยวิธีการใช้รูปแบบต่างๆ เลือกใช้ตัวแทนปัญหาที่กล่าวถึงในงานวิจัยนั้นมีรูปแบบคือ สร้างคัวแทนความคิดในรูปแบบต่างๆ เลือกใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ใช้สัญลักษณ์ วาดรูป เขียนตาราง เขียนแผนภูมิ เขียนเป็นโครงสร้างจัดระบบข้อมูลใหม่

สุมาลี วงศ์ยะรา (2537: บทคัดย่อ) ได้ทำการเปรียบเทียบความสามารถในแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้ภาพกับไม่ใช้ภาพ โดยทำการวิจัยกับตัวอย่างประชากรโรงเรียนดิศกุล อำเภอท่าม่วง จังหวัดกาญจนบุรี จำนวน 60 คน โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม โดยกลุ่มหนึ่งเรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ภาพ ส่วนอีกกลุ่มเรียนแก้โจทย์ปัญหาโดยไม่ใช้ภาพ พบว่านักเรียนที่เรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยไม่ใช้ภาพ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

กัลยา ทองสุ (2545: 98) ได้ทำการพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบส่วนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนเรื่องระบบสงค์การเชิงเส้นระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยสร้างสภาพปัญหา ที่ใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหา เช่น การวาดรูปประกอบการแก้ปัญหา การคาดเดา การสร้างตาราง การเขียนกราฟ และการพีชคณิต ซึ่งพบว่า การใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหาจะช่วยพัฒนาความเข้าใจ ความคิดรวบยอดในเรื่องระบบสมการเชิงเส้นให้กับนักเรียน นักเรียนสามารถมองเห็นการใช้ตัวแทน เพื่อแสดงความสัมพันธ์ ระหว่างปริมาณกับตัวแปร ทำให้เข้าใจเรื่องสมการ นิพจน์ ความแตกต่างของสัญลักษณ์ที่ใช้แทนความสัมพันธ์ของสมการเชิงเส้น

จริยาวดี บรรทัดเที่ยง (2547: 62-63) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการใช้ชุดที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทนเรื่องคู่อันดับและกราฟสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทนเรื่องคู่อันดับหลังเรียนสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ไม่ได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทน

สรินนา หมอนสุภาพ (2548: 78-79) ได้ทำการศึกษาสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง เศษส่วน พบว่าคะแนนสอบหลังจากได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน

รุ่งทิวา นาบำรุง (2550: 175) ได้ศึกษาเกี่ยวกับ วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารของเด็กที่มีอายุตั้งแต่ 7-10 ปี พบว่า ในด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดนั้น เด็กที่เป็นผู้ให้ข้อมูลหลักนำเสนอตัวแทนความคิดอย่างหลากหลายทั้งในรูปคำพูด ผ่านสถานการณ์ที่สัมผัสได้โดยอาจใช้ตัวแบบ ผ่านสถานการณ์ที่ใช้ภาพเป็นสื่อ หรือผ่านสถานการณ์ที่ใช้สัญลักษณ์ โดยการนำเสนอตัวแทนความคิดนี้จะขึ้นอยู่กับวุฒิภาวะ หรือความสามารถทางภาษาของเด็กเป็นสำคัญเพราะสิ่งเหล่านี้จะส่งผลถึงการคิดของเด็กด้วย เด็กที่มีวุฒิภาวะสูง มีความเข้าใจภาษาที่ดีสามารถนำเสนอตัวแทนความคิดโดยใช้สัญลักษณ์ได้ ส่วนเด็กที่มีวุฒิภาวะต่ำ ขาดความเข้าใจทางภาษาจะไม่สามารถนำเสนอตัวแทนความคิดโดยใช้สัญลักษณ์ได้

อรชร ภูบุญเติม (2550: 67) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนหลังการสอนการแก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนสอน

สุจินดา เอี่ยมโอภาส (2551: 131-133) ได้ศึกษาผลการใช้ชุดการเรียน “Learning Mathematics Through English” ที่เน้นทักษะการใช้ตัวแทน เรื่องความน่าจะเป็น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า เมื่อนักเรียนเรียนด้วยชุดการเรียน “Learning Mathematics Through English” ที่เน้นทักษะการใช้ตัวแทน เรื่องความน่าจะเป็น แล้วช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 และมีเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียนด้วยชุดการเรียน “Learning Mathematics Through English” ที่เน้นทักษะการใช้ตัวแทน ทั้งนี้เป็นเพราะว่า การเรียนด้วยชุดการเรียนนี้ เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง และนักเรียนได้เรียนโดยใช้ตัวแทนต่างๆ ที่เป็นรูปธรรมจากง่ายไปยาก ซึ่งเมื่อนักเรียนเรียนด้วยตัวแทนที่เป็นวัตถุจริงบ่อยครั้งช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างความคิดรวบยอดได้

จากการศึกษางานวิจัยต่างประเทศและในประเทศในเรื่องการใช้ตัวแทนสรุปได้ว่าในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ อาทิ เช่น เรื่องสมการ สมการเชิงเส้นสองตัวแปร เศษส่วน พีชคณิต ฟังก์ชั่น และแม้แต่ความน่าจะเป็น ซึ่งเนื้อหาส่วนใหญ่เป็นลักษณะนามธรรม ยากต่อการเข้าใจ การใช้ตัวแทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น เพราะการใช้ตัวแทนจะช่วยสร้างความคิดรวบยอดในการเรียนเรื่องนั้นๆ นอกจากนี้ยังช่วยลดความเป็นนามธรรมและชวนสร้างความรู้และทัศนะความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับความเรียนรู้นั้น การใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาจะช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยงสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์กับสิ่งแวดล้อมได้ ดังนั้นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนควรจะได้รับการฝึกการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในสถานการณ์ต่างๆเพื่อให้เกิดความคุ้นเคย สามารถเลือกใช้ตัวแทนนั้นได้เหมาะสมกับการแก้ปัญหาต่างๆ จากงานวิจัยที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่าผู้ที่มีความชำนาญในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มักเป็นผู้ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี ดังนั้นจะเห็นได้ว่า การใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาจึงเป็นทักษะที่สำคัญอีกทักษะหนึ่งที่ควรจะส่งเสริมในเกิดกับผู้เรียน ทั้งนี้เพราะการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาจะช่วยพัฒนาความเข้าใจ ความคิดรวบยอด เกี่ยวกับการแก้ปัญหานั้นๆจนทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหานั้นได้ถูกต้อง

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่องการศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน เป็นงานวิจัยเชิงสำรวจ (Survey Research) มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ซึ่งผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการและรวบรวมข้อมูลดังนี้

1. การศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากร และกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การดำเนินการทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. การศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยต่างๆ ทั้งในประเทศ และต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยครั้งนี้ ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยต่างๆ ทั้งในประเทศ และต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับ การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการวิจัย

2. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1 – ม.3) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

3. ศึกษาเนื้อหาเรื่องโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จากหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2544 หนังสือคู่มือครู และหนังสืออ่านประกอบอื่นๆ

4. ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักการและวิธีการสร้างแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ แบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบมีโครงสร้าง

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงสำรวจ (Survey Research) โดยใช้แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ แบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ และการสัมภาษณ์ประกอบการศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรสำหรับการวิจัยในครั้งนี้ เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 1

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 1 การสุ่มกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ โดยมีขั้นตอนดังนี้

3.1 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ ดำเนินการสุ่มดังนี้

3.1.1 สำรวจโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1 พบว่ามีโรงเรียนที่เปิดสอนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 40 โรงเรียน มีห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 364 ห้องเรียน และมีนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 15,833 คน ซึ่งแบ่งโรงเรียนออกเป็น 4 ขนาด คือ โรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ โรงเรียนขนาดใหญ่ โรงเรียนขนาดกลาง และโรงเรียนขนาดเล็ก (สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1, 2551)

3.1.2 กำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่างให้มีขนาดใหญ่พอที่จะเป็นตัวแทน

ของประชากร จากตารางสำเร็จรูปของยามาเน (Yamane 1973 : 886) ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% โดยยอมให้มีความคลาดเคลื่อนได้ ± 5% คำนวณได้กลุ่มตัวอย่างที่เป็นตัวแทนประชากรของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 392 คน (ตารางกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างของยามาเน มีในภาคผนวก ช)

3.1.3 กำหนดจำนวนห้องเรียนที่ใช้เป็นกลุ่มตัวอย่างให้มีขนาดใหญ่พอที่จะเป็นตัวแทนของประชากรได้ และเนื่องจากจำนวนนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยเฉลี่ยประมาณ 42 คนต่อห้องเรียน ดังนั้นผู้วิจัยจึงสุ่มตัวอย่างทั้งหมด 11 ห้องเรียน ซึ่งจะได้จำนวนกลุ่มตัวอย่างประมาณ 462 คน

3.1.4 สุ่มกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้วิธีการสุ่มแบบแบ่งชั้น (Stratified Random Sampling) ตามลำดับขั้นดังนี้

3.1.4.1 สุ่มโรงเรียนที่เปิดสอนนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 1 ตามขนาดของโรงเรียน โดยการจับฉลากโรงเรียนจำนวน 11 โรงเรียน ตามขนาดของโรงเรียน โดยใช้อัตราส่วน 4:1 ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้โรงเรียนขนาดกลางมีจำนวน 1 โรงเรียน ดังนั้นผู้วิจัยจึงเลือกโรงเรียนนั้นมาเป็นกลุ่มตัวอย่าง เนื่องจากต้องการให้ได้โรงเรียนครบทุกขนาด และไม่ได้สุ่มโรงเรียนขนาดเล็ก เนื่องจากไม่มีโรงเรียนขนาดเล็กที่เปิดสอนนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 1 ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 แสดงจำนวนโรงเรียนที่เปิดสอนนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 1 จำแนกตามขนาดของโรงเรียน

ขนาดโรงเรียน	จำนวนโรงเรียน	จำนวนโรงเรียนที่สุ่ม
ใหญ่พิเศษ	29	7
ใหญ่	10	3
กลาง	1	1
รวม	40	11

3.1.4.2 ในแต่ละโรงเรียนที่สุ่มได้ สุ่มห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากห้องเรียนทั้งหมด โรงเรียนละหนึ่งห้องเรียน จำนวน 11 ห้องเรียน โดยวิธีการจับฉลาก และใช้นักเรียนทุกคนในห้องที่สุ่มมาได้ จำนวนนักเรียนทั้งหมด 446 คน ดังนี้

ตารางที่ 4 แสดงจำนวนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง จำแนกตามโรงเรียน

โรงเรียน	จำนวนนักเรียน (คน)
1. โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย	50
2. โรงเรียนเทพศิรินทร์	41
3. โรงเรียนนนทรีวิทยา	50
4. โรงเรียนเบญจมราชาลัย ในพระบรมราชูปถัมภ์	42
5. โรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี	38
6. โรงเรียนสันติราษฎร์	38
7. โรงเรียนสตรีวิทยา	38
8. โรงเรียนวัดน้อยนพคุณ	40
9. โรงเรียนมักกะสันพิทยา	40
10. โรงเรียนมัธยมวัดเบญจมบพิตร	40
11. โรงเรียนวัดสระเกศ	29
รวม	446

3.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการสัมภาษณ์ เพื่อศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยดำเนินการสุ่มกลุ่มตัวอย่างโดยใช้วิธีการสุ่มโดยวิธีการจับฉลากจากกลุ่มตัวอย่างที่ผู้วิจัยแบ่งไว้ 8 กลุ่ม ซึ่งพิจารณาจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง
ปานกลาง ต่ำ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง ต่ำ และพฤติกรรมการเรียน
คณิตศาสตร์สูง และต่ำ

ผู้วิจัยได้แบ่งนักเรียนออกเป็น 8 กลุ่ม จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 แสดงจำนวนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการสัมภาษณ์เพื่อศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามกลุ่มตัวอย่างที่แบ่งจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

	กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการสัมภาษณ์ (คน)
1	ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง	3
2	ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ปานกลาง	3
3	ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ	3
4	ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง	3
5	ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง	3
6	ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ	3
7	พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง	3
8	พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ	3
	รวม	24

ผู้วิจัยได้กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการสัมภาษณ์ รวมทั้งสิ้น 24 คน เพื่อประกอบการศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงสำรวจ (Survey Research) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมด 4 ฉบับ โดยฉบับที่ 1 เป็นแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นแบบอัตนัย ฉบับที่ 2 เป็นแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ มีลักษณะเป็นแบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก ฉบับที่ 3 เป็นแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นแบบสอบถาม และฉบับที่ 4 เป็นแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบมีโครงสร้าง โดยแต่ละฉบับมีรายละเอียด ดังนี้

4.1 **แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์** เป็นแบบวัดแบบอัตนัย เกี่ยวกับเรื่องโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการถ่ายทอดความคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้แสดงให้เห็น

ความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยงของข้อมูลต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยแสดงความคิดออกมาให้เห็นในรูปแบบต่างๆ ตามความคิดความเข้าใจของนักเรียน โดยอาจใช้รูปแบบการวาดภาพ การสร้างกราฟ การสร้างตาราง การใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร การใช้ข้อความภาษา หรือการอธิบายความเข้าใจที่เป็นการแสดงความคิดของตน จำนวน 15 ข้อ มีขั้นตอนการสร้างเครื่องมือมีดังนี้

4.1.1 ศึกษาวิธีสร้างแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1.2 ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เพื่อเป็นแนวทางในการวางแผนการสร้างแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

4.1.3 สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร จากคู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อกำหนดจำนวนข้อของแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งขอบข่ายของเนื้อหาที่จะนำมาสร้างแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ไม่เกินระดับความรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 และเป็นเนื้อหาที่เกี่ยวกับโจทย์ปัญหา

4.1.4 ผู้วิจัยสร้างแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ จำนวน 30 ข้อ โดยให้สอดคล้อง และครอบคลุมตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร ซึ่งแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นแบบอัตนัย ซึ่งจะเป็นการถ่ายทอดความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สื่อออกมาให้เห็นในรูปแบบต่างๆ ตามความคิดความเข้าใจของนักเรียน โดยอาจใช้รูปแบบการวาดภาพ การสร้างกราฟ การสร้างตาราง การใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร การใช้ข้อความภาษา หรือการอธิบายความเข้าใจที่เป็นการแสดงความคิดของตน

รายละเอียดของจำนวนชั่วโมงเรียน จำนวนข้อที่ออกข้อสอบ และจำนวนข้อที่ใช้จริง ของแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงในตารางที่ 6

ตารางที่ 6 แสดงจำนวนชั่วโมงเรียน จำนวนข้อที่ออกข้อสอบ และจำนวนข้อที่ใช้จริง ของแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามเนื้อหา

เนื้อหา	จำนวนชั่วโมงเรียน	จำนวนข้อที่ออกข้อสอบ	จำนวนข้อที่ใช้จริง
ทศนิยมและเศษส่วน	20	15	7
คู่อันดับและกราฟ	8	6	3
การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	12	9	5
รวม	40	30	15

4.1.5 ในการตรวจแบบวัดตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างเกณฑ์การตรวจและวิเคราะห์เนื้อหาตามหัวข้อต่อไปนี้

เกณฑ์ในการพิจารณาตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในแต่ละข้อ ผู้วิจัยได้ใช้คำจำกัดความของตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ตั้งเกณฑ์สำหรับคำถามแต่ละข้อว่า มีรูปแบบของการอธิบายแบ่งออกเป็น การอธิบายโดยใช้การวาดภาพ การอธิบายโดยใช้การสร้างตาราง การสร้างกราฟ การอธิบายโดยใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร การอธิบายเป็นข้อความภาษา หรือการอธิบายโดยการถ่ายทอดความคิด ความเข้าใจของตนออกมา ในรูปแบบอื่นๆ

4.1.6 นำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ จำนวน 30 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้คำปรึกษาจากนั้นนำมาปรับปรุงแก้ไข

4.1.7 นำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ จำนวน 30 ข้อ ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่านพิจารณา (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ก หน้า 158) ตรวจความตรงตามเนื้อหา ข้อคำถาม ความเหมาะสมของสำนวนภาษา แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข ตามคำแนะนำ ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

แก้ไขความเหมาะสมของสำนวนภาษา ตัวอย่างเช่น

โจทย์ข้อ 4 ครูปรายฟ้าซื้อขนมเค้กมาเลี้ยงเด็กที่เรียนพิเศษ โดยแบ่งขนมเค้กเป็นดังนี้ ขนมเค้ก 3 ก้อนแบ่งให้เด็กผู้หญิงจำนวน 7 คน ขนมเค้ก 1 ก้อนแบ่งให้เด็กผู้ชายจำนวน 3 คนนักเรียนคิดว่าเด็กผู้หญิงหรือเด็กผู้ชายได้รับขนมเค้กมากกว่ากัน และมากกว่ากันเท่าไร

แก้ไขเป็น ครูปรายฟ้าซื้อขนมเค้กมาเลี้ยงเด็กกลุ่มหนึ่งจำนวน 10 คน โดยแบ่งขนมเค้กเป็นดังนี้ ขนมเค้ก 3 ก้อนแบ่งให้เด็กผู้หญิงจำนวน 7 คน ขนมเค้ก 1 ก้อนแบ่งให้เด็กผู้ชายจำนวน 3 คน นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าเด็กผู้หญิงหรือเด็กผู้ชายได้รับขนมเค้กมากกว่ากัน และมากกว่ากันเท่าไร

โจทย์ข้อ 13 กล่องไม้รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากปิดผา มีขนาดกว้าง $2\frac{3}{4}$ *เมตร ยาว* $4\frac{1}{2}$ *เมตร และสูง* $3\frac{3}{5}$ *เมตร ต้องการทาสีภายนอกทุกด้านของกล่องไม้รูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากปิดผา จะมีพื้นที่ที่ต้องทาสีเท่าไร*

แก้ไขเป็น กล่องไม้ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมีฝาปิดใบหนึ่ง กว้าง $2\frac{3}{4}$ *เมตร ยาว* $4\frac{1}{2}$ *เมตร และสูง* $3\frac{3}{5}$ *เมตร ต้องการทาสีภายนอกทุกด้านของกล่องไม้ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากรวมทั้งฝาด้วย นักเรียนจะหาพื้นที่ที่ต้องทาสีได้อย่างไร*

4.1.8 นำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 30 ข้อ ไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 50 คน

4.1.9 นำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่ได้นำไปทดลองใช้กับนักเรียนทั้ง 50 คน มาตรวจ โดยดูจากข้อที่นักเรียนเลือกทำ และทำถูกต้องมากที่สุด เพื่อนำมาหาจำนวนข้อที่จะนำไปใช้จริง โดยให้สอดคล้องและครอบคลุมตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร จำนวนทั้งหมด 15 ข้อ

4.1.10 นำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการคัดเลือกแล้วไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน โดยให้เวลานักเรียนทำแบบวัด 60 นาที จากนั้นนำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มาตรวจ ซึ่งนักเรียนสามารถทำได้ทันเวลาทุกข้อ

4.1.11 นำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่มีคุณภาพแล้ว ไปใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

4.2 แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน) คะแนนรวมเป็น 40 คะแนน โดยข้อคำถามในแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ผู้วิจัยได้สร้างโดยอาศัยแนวคิดของ Maier (1994) ซึ่งสามารถสร้างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ได้ 4 แบบ คือ แบบซ่อนภาพ แบบการอ่านแผนที่ แบบหมุนภาพ และแบบการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์ ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาแล้วว่าแบบวัดดังกล่าวเป็นแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ได้จริงและเหมาะกับการนำไปใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 สามารถแบ่งได้ดังนี้

แบบซ่อนภาพ	จำนวน 10 ข้อ
แบบการอ่านแผนที่	จำนวน 10 ข้อ
แบบหมุนภาพ	จำนวน 10 ข้อ
แบบการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์	จำนวน 10 ข้อ

มีขั้นตอนการสร้างเครื่องมือดังนี้

4.2.1 ศึกษาวิธีสร้างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.2.2 สร้างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ 4 แบบ คือ แบบซ่อนภาพ แบบการอ่านแผนที่ แบบหมุนภาพ และแบบการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์ โดยจากการศึกษางานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับการวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ พบว่า แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ แบบซ่อนภาพ แบบการอ่านแผนที่ แบบหมุนภาพ และแบบการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์ เป็นแบบวัดที่ใช้วัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ได้จริง ดังนั้นผู้วิจัยจึงสร้างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ดังกล่าวขึ้น เป็นแบบปรนัย 5 ตัวเลือก และมีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว แบบละ 15 ข้อ รวม 60 ข้อ โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

ตอบถูก	ให้ข้อละ	1	คะแนน
ตอบผิด	ให้ข้อละ	0	คะแนน

4.2.3 นำแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้คำปรึกษาเพื่อแก้ไขปรับปรุงให้ถูกต้อง

4.2.4 นำแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ก หน้า 159) พิจารณาตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา ความเหมาะสมของคำถาม ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

แก้ไขความตรงตามเนื้อหา ตัวอย่างเช่น

แบบการอ่านแผนที่ แก้ไขโดยปรับตัวเลขที่เป็นระยะทางให้เหมาะสม เพื่อใช้ในการหาทิศได้ถูกต้อง

โจทย์ข้อ 17 สุดาเดินทางจากบ้านไปตลาดโดยเดินไปทางทิศตะวันออกเป็นระยะทาง 200 เมตร หลังจากนั้นเขาเดินทางต่อไปเพื่อไปพบสุนีย์ โดยเดินไปในทิศเหนืออีก 300 เมตร อยากทราบว่าบ้านสุนีย์อยู่ทางทิศใดของบ้านสุดา

แก้ไขเป็น สุดาเดินทางจากบ้านไปตลาดโดยเดินไปทางทิศตะวันออกเป็นระยะทาง 200 เมตร หลังจากนั้นเขาเดินทางต่อไปเพื่อไปพบสุนีย์ โดยเดินไปในทิศเหนืออีก 200 เมตร อยากทราบว่าบ้านสุนีย์อยู่ทางทิศใดของบ้านสุดา

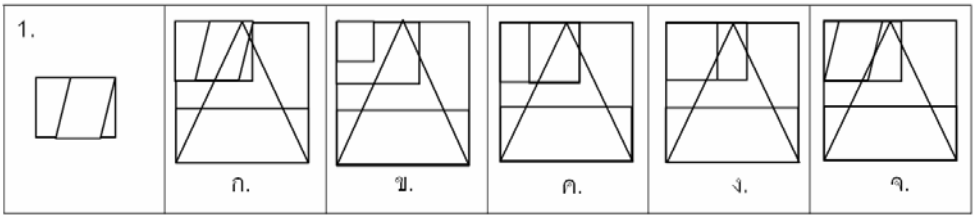
โจทย์ข้อที่ 18 ภาคินีเดินทางไป MBK โดยออกเดินทางจากบ้านไปทางทิศเหนือ 400 เมตร แล้วเดินทางต่อไปทางทิศตะวันตกอีก 600 เมตร หลังจากนั้นเดินทางไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนืออีก 1 กิโลเมตร จะถึง MBK อยากทราบว่าบ้านภาคินีอยู่ทางทิศใดของ MBK

แก้ไขเป็น 18. ภาคินีเดินทางไป MBK โดยออกเดินทางจากบ้านไปทางทิศเหนือ 400 เมตร แล้วเดินทางต่อไปทางทิศตะวันตกอีก 600 เมตร หลังจากนั้นเดินทางไปทางทิศเหนืออีก 200 เมตร จะถึง MBK อยากทราบว่าบ้านภาคินีอยู่ทางทิศใดของ MBK

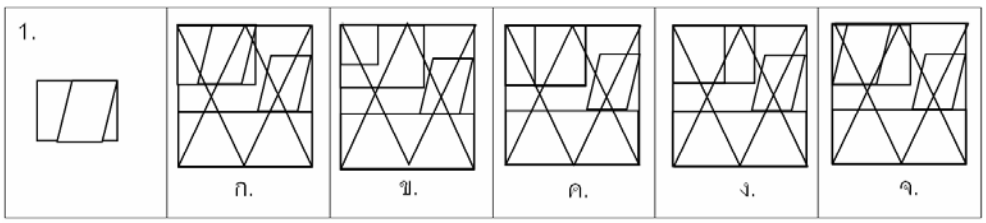
แก้ไขความเหมาะสมของคำถาม

แก้ไขโจทย์แบบซ่อนภาพ โดยแก้ไขให้มีความซับซ้อนมากขึ้น ตัวอย่างเช่น

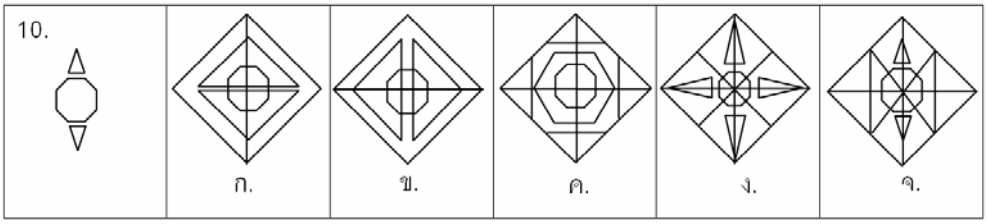
โจทย์ข้อที่ 1



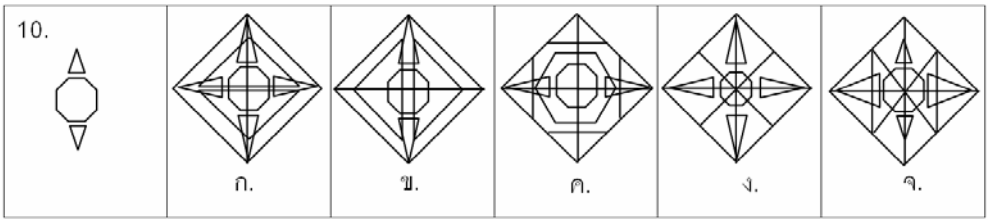
แก้ไขเป็น



โจทย์ข้อที่ 10



แก้ไขเป็น



4.2.5 นำแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิ ทั้ง 60 ข้อ ไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวนโรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 50 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

4.2.6 นำคะแนนจากข้อ 2.4 มาวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson Method: KR-20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่า ค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.98
ค่าความยาก	มีค่า	0.28 – 0.98
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	-0.19 – 0.93

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 55 ข้อ ซึ่งประกอบด้วย แบบซ่อนภาพ จำนวน 13 ข้อ แบบหมุนภาพ จำนวน 15 ข้อ แบบการอ่านแผนที่ จำนวน 12 ข้อ แบบการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์ จำนวน 15 ข้อ

4.2.7 นำแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ที่ผ่านการคัดเลือกแล้ว ไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง มีค่า 0.98
ค่าความยาก มีค่า 0.50 – 1.00
ค่าอำนาจจำแนก มีค่า -0.03 – 1.00

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 46 ข้อ ซึ่งประกอบด้วย แบบซ่อนภาพ จำนวน 11 ข้อ แบบหมุนภาพ จำนวน 11 ข้อแบบการอ่านแผนที่ จำนวน 10 ข้อ แบบการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์ จำนวน 14 ข้อ ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 40 ข้อ

4.2.8 นำแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 40 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบวัด ดังนี้

ค่าความเที่ยง มีค่า 0.92
ค่าความยาก มีค่า 0.50 – 0.80
ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.20 – 0.83

4.2.9 นำแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ที่มีคุณภาพแล้ว ไปใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

จากนั้นนำแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนที่ตรวจนับคะแนนแล้ว ไปเทียบกับเกณฑ์การให้คะแนนว่านักเรียนมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง หรือ ต่ำ

เกณฑ์การแบ่งกลุ่มความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

ในการพิจารณาความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง ต่ำ ของนักเรียน ผู้วิจัยได้สร้างเกณฑ์ในการแบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม ซึ่งพิจารณาจากคะแนน ดังนี้

คะแนนตั้งแต่ 80% ขึ้นไป นักเรียนมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง
คะแนนตั้งแต่ 51% – 79% นักเรียนมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง
คะแนน ต่ำกว่า 50% นักเรียนมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ

4.3 **แบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์** เป็นแบบสอบถามเกี่ยวกับข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับผู้ตอบแบบสอบถาม และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 2 ตอน คือ

ตอนที่ 1 เป็นการสอบถามเกี่ยวกับข้อมูลทั่วไปของผู้ตอบแบบสอบถาม 3 ข้อ เป็นแบบสอบถามแบบเติมคำ (Completion Item) คือ ชื่อนามสกุล โรงเรียนที่ศึกษา และเกรดเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2551

ตอนที่ 2 เป็นแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่มีลักษณะข้อคำถามเป็นแบบมาตราส่วนประเมินค่า (Rating Scale) 6 ระดับ ข้อคำถามที่ใช้มีทั้งด้านบวกและด้านลบเรียงลำดับข้อความแบบสุ่ม แบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 3 ด้าน คือ

1. ด้านการเตรียมตัวเรียน จำนวน 10 ข้อความ
2. ด้านการเรียนในชั้นเรียน จำนวน 10 ข้อความ
3. ด้านการฝึกฝนพัฒนาตนเอง จำนวน 10 ข้อความ

มีขั้นตอนการสร้างเครื่องมือดังนี้

4.3.1 ศึกษาหนังสือ ตำรา เอกสาร บทความ และรายงานการวิจัย ที่เกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

4.3.2. ผู้วิจัยสร้างแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ สร้างโดยอาศัยแนวคิดของ Maddox (1963, อ้างถึงใน ศิริวัฒน์ สงวนหมู่. 2533) และ Smith (1970) นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ปรับปรุงมาจากแบบสอบถามของ ธาริณี เจียรวัฒนะ (2531), กัลยา สกุลแก้ว (2532), ศรานตา จันทร์เมือง (2543), แสวง ปานทอง (2544), สุวรรณา ทิมสถิตย์ (2547), เฉลิมเกียรติ กฤษณะจันทร์ (2548) ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 45 ข้อ เพื่อนำไปทดลองใช้จริงจำนวน 30 ข้อ ประกอบด้วย 3 ด้าน คือ ด้านการเตรียมตัวเรียน ด้านการเรียนในชั้นเรียน ด้านการฝึกฝนพัฒนาตนเอง ด้านละ 15 ข้อความ

4.3.3 นำแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างให้อาจารย์ที่ปรึกษาพิจารณา และตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา ความชัดเจนเหมาะสมของภาษาที่ใช้ แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข

4.3.4 นำแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ก หน้า 159) พิจารณาตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษา ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

แก้ไขความเหมาะสมของภาษา โดยข้อความทุกข้อให้แก้จาก “นักเรียน” เป็น “ฉัน” ตัวอย่างเช่น

ข้อความที่ 1 นักเรียนจะอ่านและทำความเข้าใจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ล่วงหน้าก่อนเรียนในชั้นเรียน

แก้เป็น ฉันอ่านและทำความเข้าใจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ล่วงหน้า ก่อนเรียนในชั้นเรียน

ข้อความที่ 4 นักเรียนไม่มีการศึกษาบทเรียนล่วงหน้าก่อนเรียนวิชาคณิตศาสตร์

แก้เป็น ฉันไม่เคยศึกษาบทเรียนล่วงหน้าก่อนเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ข้อความที่ 13 นักเรียนจะค้นคว้าอ่านหนังสือคณิตศาสตร์ในห้องสมุดหลังจากที่เรียนในห้องเรียนแล้ว

แก้เป็น หลังจากที่เรียนในห้องเรียนแล้ว ฉันค้นคว้าอ่านหนังสือคณิตศาสตร์ในห้องสมุดเสมอ

4.3.5 นำพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิ ทั้ง 45 ข้อ ไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวนโรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 50 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

เกณฑ์การให้คะแนนมีลักษณะเป็นแบบมาตราส่วนประเมินค่า 6 ระดับ ข้อความที่ใช้มีทั้งด้านบวกและด้านลบเรียงลำดับข้อความแบบสุ่ม โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนน ดังนี้

	ข้อความนิมาน (ทางบวก)	ข้อความนิเสธ (ทางลบ)
ปฏิบัติเป็นประจำทุกครั้ง	6	1
ปฏิบัติเป็นส่วนใหญ่	5	2
ปฏิบัติค่อนข้างมาก	4	3
ปฏิบัติบ้างเป็นบางครั้ง	3	4
ปฏิบัติน้อย	2	5
ไม่ปฏิบัติเลย	1	6

4.3.6 นำแบบวัดที่ได้มาวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อคำนวณค่าอำนาจจำแนกรายข้อ (Item discrimination) โดยใช้สถิติ t-test ด้วยเทคนิค 27% เพื่อคัดเลือกเฉพาะข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (t) ตั้งแต่ 2.0 ขึ้นไป ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์รายข้อกับคะแนนรวมของแบบวัด (Item-total correlation) ใช้สูตรสัมประสิทธิ์

สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน (Pearson-product moment correlation) เพื่อคัดเลือกเฉพาะข้อที่มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์รายข้อกับคะแนนรวมของแบบวัด (r) ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป โดยสถิติทั้งสองที่กล่าวข้างต้นใช้เพื่อคัดเลือกข้อคำถามที่มีคุณภาพ จากนั้นคำนวณค่าความเที่ยง(Reliability) ของแบบวัดทั้งฉบับ โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's alpha) โดยมีเกณฑ์ว่าต้องมีค่าความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.929
ค่าอำนาจจำแนกรายข้อ (t)	มีค่า	0.128 – 9.530
ค่าความสัมพันธ์ภายในระหว่างรายข้อกับแบบวัด (r)	มีค่า	-0.012 – 0.779

โดยได้ข้อสอบที่มี ค่าความเที่ยง ค่าอำนาจจำแนกรายข้อ และค่าความสัมพันธ์ภายในระหว่างรายข้อกับแบบวัด เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 38 ข้อความ ซึ่งประกอบด้วย ด้านการเตรียมตัวเรียน จำนวน 13 ข้อความ ด้านการเรียนในชั้นเรียน จำนวน 11 ข้อความ และด้านการฝึกฝนพัฒนาตนเอง จำนวน 14 ข้อความ

4.3.7 นำแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผ่านการคัดเลือกแล้ว ไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.937
ค่าอำนาจจำแนกรายข้อ (t)	มีค่า	0.750 – 7.050
ค่าความสัมพันธ์ภายในระหว่างรายข้อกับแบบวัด (r)	มีค่า	0.168 – 0.758

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความเที่ยง ค่าอำนาจจำแนกรายข้อ และค่าความสัมพันธ์ภายในระหว่างรายข้อกับแบบวัด เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 36 ข้อความ ซึ่งประกอบด้วย ด้านการเตรียมตัวเรียน จำนวน 11 ข้อความ ด้านการเรียนในชั้นเรียน จำนวน 11 ข้อความ และด้านการฝึกฝนพัฒนาตนเอง จำนวน 14 ข้อความ ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 30 ข้อ

4.2.8 นำแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ที่เป็นไปตามเกณฑ์ จำนวน 30 ข้อความ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบวัด ดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.932
ค่าอำนาจจำแนกรายข้อ (t)	มีค่า	2.006 – 7.547
ค่าความสัมพันธ์ภายในระหว่างรายข้อกับแบบวัด (r)	มีค่า	0.221 – 0.754

4.3.9 นำแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ ที่มีคุณภาพแล้ว ไปใช้

กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

จากนั้นนำแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ตรวจนับคะแนนแล้วไปเทียบกับเกณฑ์การให้คะแนนว่านักเรียนมีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง หรือต่ำ ซึ่งผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์ ดังนี้

เกณฑ์การแบ่งกลุ่มพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

ในการพิจารณาพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง และต่ำ ของนักเรียนผู้วิจัยพิจารณาจากคะแนนที่เป็นไปได้สูงสุดในจำนวนข้อคำถาม 30 ข้อ คือ 180 คะแนน และเป็นไปได้ต่ำสุด คือ 30 คะแนน แล้วหาพิสัยของคะแนนได้ 150 แบ่งเป็น 2 ช่วง เท่าๆกัน เพื่อกำหนดเป็นเกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินนักเรียนว่ามีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง หรือต่ำ ดังนี้

คะแนน 30-105 คะแนน นักเรียนมีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ

คะแนน 106-180 คะแนน นักเรียนมีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง

4.4 แบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างเกี่ยวกับ การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ การทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยทำการสัมภาษณ์นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยทำการคัดเลือกจากกลุ่มตัวอย่างที่แบ่งตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง ต่ำ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง ต่ำ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูงและต่ำ ซึ่งจำแนกได้ 8 กลุ่ม คัดเลือกกลุ่มละ 3 คน จำนวนทั้งหมด 24 คน เป็นตัวแทนในการให้ข้อมูลเชิงลึกในการศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนการสร้างเครื่องมือดังนี้

4.4.1. ผู้วิจัยศึกษาข้อมูลจากแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์และการทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 8 กลุ่ม เพื่อกำหนดโครงสร้างของแนวคำถาม

4.4.2. สร้างแนวคำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์นักเรียนตามโครงสร้างแบบสัมภาษณ์ที่กำหนดไว้ตามตารางที่ 7 ดังนี้

ตารางที่ 7 แสดงโครงสร้างแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

ประเด็นหลัก	ประเด็นย่อย
การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์	การเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ • ความคิดในการเชื่อมโยงการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ • ประสบการณ์ในการเรียนรู้ที่นำมาช่วยในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ • ความชอบในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

4.4.3 นำแนวคำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์นักเรียนที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้คำปรึกษาเพื่อแก้ไขปรับปรุงให้ถูกต้อง

4.4.4 นำแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ก หน้า 158) พิจารณาตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา ความเหมาะสมของคำถาม ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้ว ผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะว่า ให้ใช้คำถามในแบบสัมภาษณ์เป็นคำถามหลัก อาจใช้คำถามอื่นได้ ที่ทำให้การถามตอบอยู่ในประเด็นการสัมภาษณ์ ซึ่งขึ้นอยู่กับสถานการณ์การสัมภาษณ์ และควรดูการทำแบบวัดตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ถูกสัมภาษณ์ประกอบการสัมภาษณ์ด้วย

4.4.5 นำแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิ ไปทดลองใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ ที่ได้ทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 คน ซึ่งผลการสัมภาษณ์ นักเรียนยังไม่เข้าใจคำถามบางคำถาม ทำให้นักเรียนตอบคำถามได้ไม่ตรงประเด็นที่ผู้วิจัยต้องการ ผู้วิจัยจึงนำแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มาปรับแก้ไขภาษาให้เป็นภาษาที่เข้าใจมากขึ้น

4.4.6 นำแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย ที่ได้ทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 คน เพื่อดูความเหมาะสมด้านการใช้ภาษาอีกครั้ง ซึ่งผลการสัมภาษณ์ นักเรียนสามารถตอบคำถามที่ผู้วิจัยต้องการทราบได้

4.4.7 นำแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่มีคุณภาพแล้วไปใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

5. การดำเนินการทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการขั้นเตรียมการและขั้นดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลดังนี้

5.1 ขั้นเตรียมการ

5.1.1 ผู้วิจัยนำหนังสือขอร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัย จากบัณฑิตวิทยาลัย คณะครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยถึงผู้อำนวยการโรงเรียนต่างๆ ด้วยตนเอง

5.1.2 ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล จากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 1

5.2 ขั้นดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล

5.2.1 ผู้วิจัยนำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ ไปใช้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการทดสอบด้วยตนเองทั้งหมด ซึ่งอยู่ภายใต้การดูแลของอาจารย์ผู้สอนประจำวิชา โดยใช้เวลาในการทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ฉบับละ 60 นาที ส่วนแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ ใช้เวลา 30 นาที ในการดำเนินการมีขั้นตอนดังนี้

5.2.1.1 ผู้วิจัยอธิบายวัตถุประสงค์ของแบบวัด และประโยชน์ที่จะได้รับจากการวิจัย ให้นักเรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการวัดครั้งนี้ และตั้งใจทำแบบวัดอย่างเต็มที่ ถ้านักเรียนสงสัยให้ซักถามจนเข้าใจ จึงลงมือทำพร้อมกัน

5.2.1.2 เมื่อดำเนินการทำแบบวัดและแบบสอบถามครบตามที่กำหนดไว้ ผู้วิจัยได้เก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดมาตรวจ และวิเคราะห์ข้อมูล

5.2.2 ผู้วิจัยทำการสุ่มกลุ่มตัวอย่างที่จะใช้ในการสัมภาษณ์ เพื่อศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้วิธีการสุ่มแบบง่าย โดยวิธีการจับฉลาก จำแนกตามกลุ่มตัวอย่างที่แบ่งไว้ 8 กลุ่มที่จำแนกโดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง ต่ำ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง ต่ำ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง ต่ำ กลุ่มละ 3 คน ได้จำนวน 24 คน และทำการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล ว่านักเรียนมีวิธีการคิด ความ

เข้าใจในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์จากการทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำผลที่ได้จากการสัมภาษณ์มาสรุปผลการวิจัยตามที่จำแนกไว้ 8 กลุ่ม

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ ของกลุ่มตัวอย่างมาวิเคราะห์ ดังต่อไปนี้

6.1 ตรวจแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ดังกล่าว พร้อมทั้งวิเคราะห์รูปแบบของตัวแทนความคิดที่พบจากการทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1

6.2 แยกจำนวนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง ต่ำ โดยใช้เกณฑ์ที่ได้กำหนดไว้

6.3 แยกจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง ต่ำ โดยใช้เกณฑ์ที่กำหนดไว้

6.4 แยกจำนวนนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง และต่ำ โดยใช้เกณฑ์ที่กำหนดไว้

6.5 จำแนกนักเรียนตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สัมพันธ์สูง ปานกลาง ต่ำ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง ต่ำ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง และต่ำ ได้ 8 กลุ่ม

6.6 ผู้วิจัยนำเสนอข้อมูลดังนี้

6.6.1 เสนอในรูปตารางแจกแจงความถี่ และร้อยละของรูปแบบของตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ คือ การวาดภาพ การสร้างกราฟ การสร้างตาราง การใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร การอธิบายเป็นข้อความภาษา และอื่นๆ ในแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง ต่ำ

6.6.2 เสนอในรูปตารางแจกแจงความถี่ และร้อยละของรูปแบบของตัวแทน

ความคิดทางคณิตศาสตร์ คือ การวาดภาพ การสร้างกราฟ การสร้างตาราง การใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร การอธิบายเป็นข้อความภาษา และอื่นๆ ในแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง ต่ำ

6.6.3 เสนอในรูปตารางแจกแจงความถี่ และร้อยละของรูปแบบของตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ คือ การวาดภาพ การสร้างกราฟ การสร้างตาราง การใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร การอธิบายเป็นข้อความภาษา และอื่นๆ ในแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง และต่ำ

6.6.4 ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้ทั้งจากแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์และจากการสัมภาษณ์กลุ่มตัวอย่างมาวิเคราะห์ ดังนี้

ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยเสนอในรูปความเรียง ที่ได้จากการทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งความเข้าใจความคิดเชื่อมโยงในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ การนำประสบการณ์การเรียนรู้มาช่วยในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และความชอบในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดของนักเรียนที่ได้จากการสัมภาษณ์ของนักเรียนในแต่ละกลุ่มทั้ง 8 กลุ่ม จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง ต่ำ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง ต่ำ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง และต่ำ

7. **สถิติที่ใช้ในการวิจัย**

7.1 **สถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ**

7.1.1. **สถิติที่ใช้ในการคำนวณหาคุณภาพของแบบวัดความสามรถด้านมิติสัมพันธ์**

7.1.1.1 หาค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์โดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน สูตร 20 (Kuder-Richardson-20: KR-20)

$$K-R_{20}: r_n = \frac{k}{k-1}\left[\left(1-\frac{\sum p_i q_i}{s_t^2}\right)\right]$$

เมื่อ r_n แทน ค่าความเที่ยงของแบบสอบ

k แทน จำนวนข้อของแบบสอบ

p_i แทน สัดส่วนของผู้ตอบถูก

q_i แทน สัดส่วนของผู้ตอบผิด

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 126)

7.1.1.2 หาค่าความยากง่ายและอำนาจจำแนกของวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ดังนี้

$$p = \frac{R_h + R_l}{n_h + n_l}$$

$$r = \frac{R_h - R_l}{n_h}$$

เมื่อ R_h แทน จำนวนผู้ตอบถูกในกลุ่มสูง

R_l แทน จำนวนผู้ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

n_h แทน จำนวนคนในกลุ่มสูง

n_l แทน จำนวนคนในกลุ่มต่ำ

p แทน ค่าความยาก

r แทน ค่าอำนาจจำแนก

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 144)

7.1.2 **สถิติที่ใช้ในการคำนวณหาคุณภาพของแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์**

7.1.2.1 หาค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้สถิติ t-test ด้วยเทคนิค 27% เพื่อคัดเลือกเฉพาะข้อที่มีค่าอำนาจจำแนกที่ระดับนัยสำคัญที่ 0.05 ดังนี้

$$t = \frac{\left(\overline{x_H} - \overline{x_L}\right)}{\sqrt{\frac{s_H^2 + s_L^2}{n}}}$$

เมื่อ $\overline{x_H}$ แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มสูง

$\overline{x_L}$ แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มต่ำ

s_H^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนกลุ่มสูง

s_L^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนกลุ่มต่ำ

n แทน จำนวนผู้ตอบในแต่ละกลุ่ม

(ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2531: 315)

7.1.2.2 หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์รายข้อกับคะแนนรวมของแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน (Pearson-product moment correlation) ดังนี้

$$r_{XY} = \frac{N\sum XY - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{\sqrt{\left[N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2\right]\left[N\sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2\right]}}$$

เมื่อ r_{XY} แทน ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์รายข้อกับคะแนนรวมของแบบวัด

X แทน คะแนนรายข้อ

Y แทน คะแนนรวมทั้งฉบับ

N แทน จำนวนผู้ตอบทั้งหมด

(ศิริชัย กาญจนวสี, 2544: 190)

1.3 หาค่าความเที่ยงของแบบวัดปัจจัยด้านจิตวิทยา และปัจจัยด้านสภาพแวดล้อมของโรงเรียน โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's alpha) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left\{1-\frac{\sum_{i=1}^{k} s_i^2}{s_x^2}\right\}$$

เมื่อ α แทน ค่าความเที่ยงของแบบสอบ

k แทน จำนวนข้อสอบ

s_i^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบแต่ละข้อ

s_x^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 128)

7.2 **สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล**

ผู้วิจัยคำนวณหาค่าความถี่ และร้อยละของรูปแบบของตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ คือ การวาดภาพ การสร้างกราฟ การสร้างตาราง การใช้สัญลักษณ์ (ตัวแปร) การอธิบายเป็นข้อความภาษา และอื่นๆ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for Social Science : SPSS for Windows.)

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง “การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน” ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 5 ตอน ดังนี้คือ

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ แสดงผลดังตารางที่ 8

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ แสดงผลดังตารางที่ 9-10

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง และต่ำ แสดงผลดังตารางที่ 11-12

ตอนที่ 4 ผลการวิเคราะห์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง และต่ำ แสดงผลดังตารางที่ 13-14

ตอนที่ 5 ผลการวิเคราะห์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง ต่ำ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง ต่ำ พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง และต่ำ โดยนำเสนอในรูปของความเรียง

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ภาพรวมของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ แสดงผลดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 แสดงการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

กลุ่มนักเรียน		การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์		
		มากที่สุด	รองลงมา	น้อยที่สุด
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	สูง	สัญลักษณ์หรือตัวแปร	ข้อความ	กราฟ
	ปานกลาง	สัญลักษณ์หรือตัวแปร	รูปภาพ	กราฟ
	ต่ำ	สัญลักษณ์หรือตัวแปร	รูปภาพ	กราฟ
ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์	สูง	สัญลักษณ์หรือตัวแปร	ข้อความ	กราฟ
	ปานกลาง	สัญลักษณ์หรือตัวแปร	รูปภาพ	กราฟ
	ต่ำ	สัญลักษณ์หรือตัวแปร	รูปภาพ	กราฟ
พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์	สูง	สัญลักษณ์หรือตัวแปร	รูปภาพ	กราฟ
	ต่ำ	สัญลักษณ์หรือตัวแปร	รูปภาพ,ข้อความ	กราฟ

จากตารางที่ 8 พบว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง ต่ำ นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง ต่ำ และนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนสูง และต่ำ มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง และนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง มีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์รองลงมาคือ ข้อความ ส่วนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง และต่ำ นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง และต่ำ และนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนสูง มีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์รองลงมาคือ รูปภาพ และนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนต่ำ มีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์รองลงมาคือ รูปภาพและข้อความจำนวนเท่ากัน

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง ต่ำ นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง ต่ำ และนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนสูง และต่ำ มีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ น้อยที่สุด

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แสดงผลดังตารางที่ 9-10

ในการวิจัยครั้งนี้เก็บข้อมูลจากนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในกรุงเทพมหานคร จำนวน 446 คน ผู้วิจัยได้จัดกลุ่มนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม โดยแสดงค่าความถี่และค่าร้อยละของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ ดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	จำนวน(คน)	ร้อยละ
สูง	247	55.38
ปานกลาง	163	36.55
ต่ำ	36	8.07
รวม	446	100.00

จากตารางที่ 9 พบว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีจำนวนมากที่สุดคือ 247 คน คิดเป็น ร้อยละ 55.38 รองลงมาคือ นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง มีจำนวน 163 คน คิดเป็น ร้อยละ 36.55 และนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำมีจำนวนน้อยที่สุดคือ 36 คน คิดเป็น ร้อยละ 8.07

ตารางที่ 10 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์									
	รูปภาพ		กราฟ		ตาราง		สัญลักษณ์หรือตัวแปร		ข้อความ	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
สูง	912	21.79	70	1.67	298	7.12	1922	45.91	984	23.51
ปานกลาง	586	27.93	24	1.14	147	7.01	903	43.04	438	20.88
ต่ำ	87	26.61	2	0.61	30	9.17	140	42.81	68	20.80

หมายเหตุ วิธีการหาค่าความถี่และค่าร้อยละของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ อยู่ในภาคผนวก จ

จากตารางที่ 10 พบว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด รองลงมาใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 45.91 23.51 และ 1.67 ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางมีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด รองลงมาใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 43.04 27.93 และ 1.14 ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำมีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด รองลงมาใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 42.81 26.61 และ 0.61 ตามลำดับ

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ แสดงผลดังตารางที่ 11-12

ในการวิจัยครั้งนี้เก็บข้อมูลจากนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในกรุงเทพมหานคร จำนวน 446 คน ผู้วิจัยได้จัดกลุ่มนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม โดยแสดงค่าความถี่และค่าร้อยละของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง และต่ำ ดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์	จำนวน(คน)	ร้อยละ
สูง	279	62.56
ปานกลาง	110	24.66
ต่ำ	57	12.78
รวม	446	100.00

จากตารางที่ 11 พบว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงมีจำนวนมากที่สุดคือ 279 คน คิดเป็น ร้อยละ 62.56 รองลงมาคือ นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง มีจำนวน 110 คน คิดเป็น ร้อยละ 24.66 และนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ มีจำนวนน้อยที่สุดคือ 57 คน คิดเป็น ร้อยละ 12.78

ตารางที่ 12 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์	รูปแบบการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์									
	รูปภาพ		กราฟ		ตาราง		สัญลักษณ์หรือตัวแปร		ข้อความ	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
สูง	1002	22.64	75	1.69	307	6.94	2008	45.37	1034	23.36
ปานกลาง	353	23.63	19	1.27	115	7.70	701	46.92	306	20.48
ต่ำ	230	33.28	2	0.29	53	7.67	256	37.05	150	21.71

หมายเหตุ วิธีการหาค่าความถี่และค่าร้อยละของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ อยู่ในภาคผนวก จ

จากตารางที่ 12 พบว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด รองลงมาใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 45.37 23.36และ 1.69 ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากที่สุด รองลงมาใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 46.92 23.63 และ 1.27ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด รองลงมาใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 37.05 33.28 และ 0.29 ตามลำดับ

ตอนที่ 4 ผลการวิเคราะห์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง และต่ำ แสดงผลดังตารางที่ 13-14

ในการวิจัยครั้งนี้เก็บข้อมูลจากนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในกรุงเทพมหานคร จำนวน 446 คน ผู้วิจัยได้จัดกลุ่มนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม โดยแสดงค่าความถี่และค่าร้อยละของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง และต่ำ ดังตารางที่ 13

ตารางที่ 13 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์	จำนวน(คน)	ร้อยละ
สูง	382	85.65
ต่ำ	64	14.35
รวม	446	100.00

จากตารางที่ 13 พบว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีจำนวนมากที่สุดคือ 382 คน คิดเป็น ร้อยละ 85.65รองลงมาคือ นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ มีจำนวน 64 คน คิดเป็น ร้อยละ 14.35 ตามลำดับ

ตารางที่ 14 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์	การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์									
	รูปภาพ		กราฟ		ตาราง		สัญลักษณ์หรือตัวแปร		ข้อความ	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
สูง	1386	23.42	94	1.59	423	7.15	2726	46.07	1288	21.77
ต่ำ	207	28.51	2	0.28	56	7.71	254	34.99	207	28.51

หมายเหตุ วิธีการหาค่าความถี่และค่าร้อยละของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ อยู่ในภาคผนวก จ

จากตารางที่ 14 พบว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด รองลงมาใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 46.07 23.42และ 1.59 ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด รองลงมาใช้รูปภาพและข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 34.99 28.51 และ 0.28ตามลำดับ

ตอนที่ 5 ผลการวิเคราะห์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง ต่ำ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง ต่ำ พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง และต่ำ โดยนำเสนอในรูปของความเรียง

ตอนที่ 5.1 การสัมภาษณ์นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

จากการสัมภาษณ์นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เกี่ยวกับการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ จำนวน 24 คน โดยแบ่งออกเป็น 8 กลุ่มคือ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง ต่ำ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง ต่ำ พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง และต่ำ พบว่านักเรียนในแต่ละกลุ่มนั้น มีความคิดเห็นเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ตามประเด็นต่างๆ ซึ่งผู้วิจัยจะนำเสนอข้อมูลในรูปของความเรียงโดยภาพรวม ดังต่อไปนี้

1. **ความคิดในการเชื่อมโยงการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์**

ผลจากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง และนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง พบว่า เมื่ออ่านโจทย์ปัญหาแล้ว อาจมีการอ่านทวนหลายรอบในโจทย์ปัญหาบางข้อ แล้วคิดว่าจะคิดอย่างไร ซึ่งอันดับแรกจะนึกถึงความรู้ที่เรียนในห้องเรียน เนื่องจากครูผู้สอนจะสอนให้แก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนคือ นำข้อมูลที่ได้ในโจทย์ที่กำหนดมาช่วยในการหาคำตอบ และต้องทราบว่าสิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร หลังจากนั้นจึงดำเนินการทางคณิตศาสตร์ อาจเป็นการบวก ลบ คูณ หาร กำหนดตัวแปร วาดรูป สร้างตาราง เขียนเป็นข้อความอธิบาย หรือการเขียนกราฟ เพื่อช่วยหาในการหาคำตอบ ซึ่งในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ จะขึ้นอยู่กับลักษณะโจทย์ปัญหาด้วย โจทย์ที่มีลักษณะเป็นสมการหรือการบวก ลบ ที่ไม่ซับซ้อน จะใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแก้โจทย์ปัญหา หรืออาจมีการเขียนเป็นข้อความภาษาประกอบเพื่อความสมบูรณ์ของคำตอบที่ได้ และบางข้อจะวาดรูปเพราะเห็นภาพชัดเจน สามารถทำให้เข้าใจได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งลักษณะของโจทย์ที่ใช้รูปภาพส่วนใหญ่จะเป็นเรื่องพื้นที่ ปริมาตร หรือโจทย์ที่อ่านแล้วทำให้นึกถึงสิ่งต่างๆ ที่อยู่รอบตัว จะใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

นอกจากนี้ยังมีการใช้ตาราง และกราฟเข้ามาช่วยด้วย และเนื่องจากกราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่สื่อสารออกมายาก และเสียเวลาในการคิดจึงมีการใช้น้อยที่สุด

ส่วนผลจากสัมภาษณ์นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลางและต่ำ และนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ ให้สัมภาษณ์ว่าเมื่ออ่านโจทย์ปัญหาแล้วจะเขียนรูปภาพก่อนในบางข้อ แล้วหาคำตอบโดยการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร และส่วนใหญ่จะใช้แต่สัญลักษณ์หรือตัวแปรในการหาคำตอบ ซึ่งลักษณะโจทย์ปัญหาในทุกเรื่องมีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น ขึ้นอยู่กับว่าใช้มากหรือใช้น้อย นอกจากนี้นักเรียนส่วนใหญ่ให้สัมภาษณ์ว่าการวาดรูปทำให้เกิดภาพที่ชัดเจน และสามารถเชื่อมโยงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่มีอยู่จริงให้เป็นรูปธรรม ทำให้มีความเข้าใจมากยิ่งขึ้น ส่วนโจทย์ที่ใช้การวาดรูปนั้นจะเป็นโจทย์ที่พูดถึงรูปทรงรูปร่าง ทำให้เราเห็นภาพ แล้วก็วาดออกมา นอกจากนี้ยังมีการเขียนอธิบายเป็นข้อความ สร้างตาราง และกราฟ ซึ่งการเขียนกราฟนั้นไม่ค่อยใช้ เพราะเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่สื่อสารออกมายาก อีกทั้งยังเสียเวลาในการคิดหาคำตอบ เช่นเดียวกับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง

2. ประสบการณ์ในการเรียนรู้ที่นำมาช่วยในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

นักเรียนส่วนใหญ่ให้สัมภาษณ์ว่า ความรู้ที่นำมาใช้ได้มาจากการเรียนในห้องเรียน อาจมีการอ่านจากหนังสือ จากเวบไซต์ที่เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ด้วย และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูงยังให้สัมภาษณ์อีกว่า ในการเรียนจะมีการทบทวนบทเรียนก่อนเรียน และมีการอ่านหนังสือเพิ่มเติมก่อนจะเรียน ส่วนในขณะเรียนในห้องเรียนจะตั้งใจเรียน เมื่อไม่เข้าใจจะถามครูผู้สอน หรือค้นคว้าหาคำตอบเพิ่มเติม และนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มนี้ยังมีการเรียนพิเศษเพิ่มเติม จึงมีการใช้เทคนิคคิดลัดในการหาคำตอบ ดังนั้นในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ จึงมีการนำความรู้จากหลายๆ แหล่งการเรียนรู้มาประกอบกัน แล้วสื่อสารออกมาเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่างๆ

3. ความชอบในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

นักเรียนส่วนใหญ่ให้สัมภาษณ์ว่าชอบตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองเลือกในการแก้โจทย์ปัญหา เพราะคิดว่าตัวแทนการคิดแบบนั้นจะสามารถหาคำตอบจากโจทย์ปัญหา แต่อาจมีบางข้อที่ทำไม่ได้ ก็พยายามแสดงความคิดที่ตัวเองคิดออกมาให้มากที่สุด นักเรียนยังให้สัมภาษณ์เพิ่มเติมอีกว่า บางครั้งในการสอบของโรงเรียนนักเรียนจะแสดงความคิดออกมาในรูปแบบต่างๆ แต่ครูผู้สอนไม่ให้คะแนน จึงทำให้รู้สึกว่าถูกจำกัดความคิดนั้น นักเรียนจึงไม่ชอบใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองไม่ถนัดในการสอบ แต่ก็เป็นเรื่องที่เลี่ยงไม่ได้ถ้าครูผู้สอนให้ใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แบบที่เรียนในขณะนั้น

ตอนที่ 5.2 การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงซึ่งได้จากการวิเคราะห์ร่องรอยการทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในส่วนของการทด และการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แบบต่างๆ ที่วิเคราะห์จากปริมาณความถี่ของจำนวนนักเรียนที่นำมาใช้ เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยคือ สัญลักษณ์หรือตัวแปร ข้อความ รูปภาพ ตาราง และกราฟ ซึ่งสามารถวิเคราะห์ได้ว่าเมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ปัญหา นักเรียนจะเชื่อมโยงความคิดโดยตีความหมายของโจทย์ แล้วดูว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ต้องการหาอะไร และข้อมูลที่จะนำมาช่วยในการหาคำตอบนั้นครบถ้วนหรือยัง หลังจากนั้นนักเรียนจะคิดทบทวนว่าในการทำโจทย์ข้อนี้จะต้องเลือกตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการหาคำตอบในรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง หรือใช้หลายๆรูปแบบประกอบกัน โดยอาศัยประสบการณ์ที่เคยเรียนมาแล้วจากในห้องเรียน จากการอ่านหนังสือเพิ่มเติม หรือจากการเรียนพิเศษ ผนวกกับข้อมูลต่างๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้ ประมวลเข้าด้วยกัน เพราะจากประสบการณ์ทำให้รู้ว่าควรเลือกตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบใดมาใช้บ้าง แล้วเลือกตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการหาคำตอบ ซึ่งในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทาง

คณิตศาสตร์นั้น นักเรียนกลุ่มนี้จะใช้รูปแบบที่ทำให้ได้ผลลัพธ์ที่รวดเร็วที่สุด โดยพิจารณาจากคำสั่งโจทย์ด้วยว่า โจทย์ให้แสดงวิธีทำอย่างละเอียดหรือไม่ แต่ถ้าเป็นการหาคำตอบอย่างเดียว นักเรียนกลุ่มนี้จะเลือกวิธีที่สามารถหาผลลัพธ์ได้เร็วที่สุดในการทำ เช่น ถ้าโจทย์ปัญหาง่ายมากๆ ก็จะเขียนตอบ โดยมีการคิดเลขในใจ แต่ถ้าตัวเลขมากๆ นักเรียนก็จะมีการเขียนเป็นสัญลักษณ์หรือตัวแปรทดให้เห็นเป็นร่องรอย โดยไม่ได้เขียนเป็นขั้นตอนอย่างละเอียด แต่ถ้าโจทย์ให้แสดงวิธีทำอย่างละเอียด นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถแสดงวิธีทำได้อย่างเป็นขั้นตอนชัดเจน

การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลางซึ่งได้จากการวิเคราะห์ร่องรอยการทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในส่วนของการทด และการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง ใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แบบต่างๆ ที่วิเคราะห์จากปริมาณความถี่ของจำนวนนักเรียนที่นำมาใช้ เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยคือ สัญลักษณ์หรือตัวแปร รูปภาพ ข้อความ ตาราง และกราฟ ซึ่งสามารถวิเคราะห์ได้ว่าเมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาแล้ว นักเรียนจะเชื่อมโยงความคิดโดยดูว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการหาอะไร เช่นเดียวกับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง แต่ในส่วนของข้อมูลที่จะนำมาช่วยในการหาคำตอบนั้นนักเรียนกลุ่มนี้มักไม่ทราบว่าคืออะไร หลังจากนั้นนักเรียนจะคิดทบทวนว่าในการทำโจทย์ในแต่ละข้อ จะต้องเลือกตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการหาคำตอบในรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง หรือใช้หลายๆรูปแบบประกอบกัน โดยอาศัยประสบการณ์ที่เคยเรียนมาแล้วจากในห้องเรียนเป็นส่วนใหญ่ และจากการอ่านหนังสือเพิ่มเติม หรือจากการเรียนพิเศษบ้างในบางครั้ง แล้วเลือกตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการหาคำตอบ โดยการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์นั้น นักเรียนกลุ่มนี้จะใช้รูปแบบที่คุ้นเคยเป็นส่วนใหญ่ เพราะนักเรียนมักยึดติดกับแนวความคิดเดิมๆ ในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ

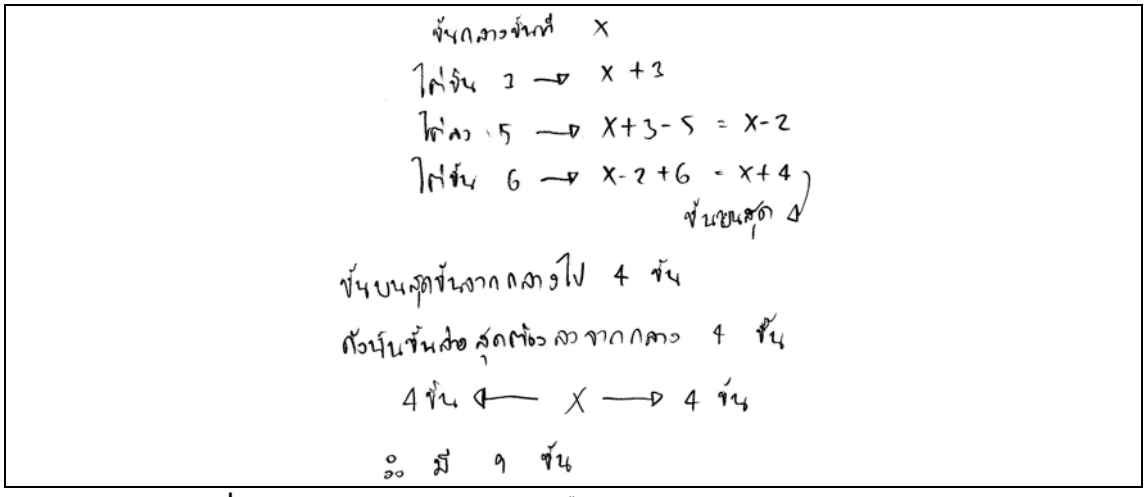
การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำซึ่งได้จากการวิเคราะห์ร่องรอยการทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในส่วนของการทด และการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ ใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แบบต่างๆ ที่วิเคราะห์จากปริมาณความถี่ของจำนวนนักเรียนที่นำมาใช้ เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยคือ สัญลักษณ์หรือตัวแปร รูปภาพ ข้อความ ตาราง และกราฟ ซึ่งสามารถวิเคราะห์ได้ว่าเมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาแล้ว นักเรียนจะเชื่อมโยงความคิดโดยตีความหมายของโจทย์ โดยดูว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการให้หาอะไร แต่ไม่สามารถเชื่อมโยงสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ หลังจากนั้นนักเรียนจะคิดทบทวนว่าในการทำโจทย์แต่ละข้อ จะต้องเลือกตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการหาคำตอบในรูปแบบใด ซึ่งอาศัยประสบการณ์ที่เคยเรียนมาแล้วจากในห้องเรียนเป็นส่วนใหญ่ แต่จากการที่ไม่สามารถเชื่อมโยงความคิด จึงไม่สามารถตัดสินใจเลือกตัวแทนความคิดที่แน่นอนได้ และไม่รู้จะเลือกตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบไหนดี สุดท้ายอาจจะเลือกตัวแทนความคิดเป็นแบบสัญลักษณ์หรือตัวแปร ข้อความ หรือรูปภาพ ที่ไม่สมบูรณ์ หรือไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหานั้นได้สำเร็จ แต่ในบางครั้งก็อาจแก้โจทย์ปัญหานั้นได้ถูกต้อง จากการลองทำโดยใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่างๆ มาช่วยในการหาคำตอบ

ตัวอย่างการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่างกัน

ตัวอย่างโจทย์

ช่างทาสีคนหนึ่งยืนอยู่บนขั้นกลางของบันไดที่พาดอยู่กับกำแพงตึกแห่งหนึ่งและกำลังไต่บันไดขึ้นไป เมื่อเขาไต่บันไดขึ้นไปได้ 3 ขั้น เขากลับไต่บันไดลงมาอีก 5 ขั้น เพื่อรับของจากเพื่อนและเมื่อเขาไต่บันไดกลับขึ้นไปใหม่อีก 6 ขั้น ปรากฏว่าถึงขั้นสุดท้ายของบันไดพอดี นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าบันไดนี้มีกี่ขั้น

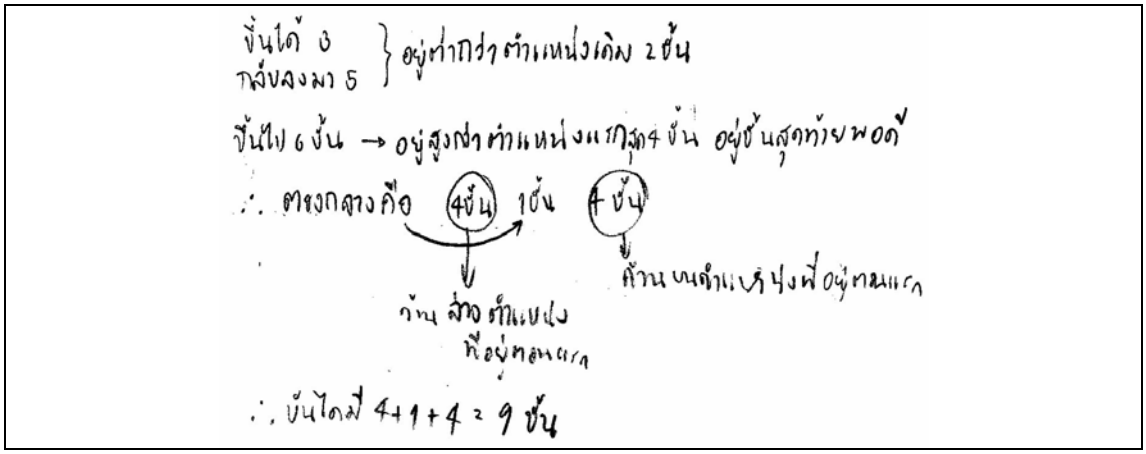
นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงมีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ดังภาพประกอบที่ 18 ดังนี้



ภาพประกอบที่ 18 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรและข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

จากโจทย์ข้อนี้ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรและข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบกัน ซึ่งนักเรียนให้สัมภาษณ์ว่า เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนจะจินตนาการเป็นรูปขั้นบันได แล้วดูว่าสิ่งที่โจทย์ถามนั้น ถามอะไร และกำหนดอะไรมาให้บ้าง หลังจากนั้นนักเรียนกำหนดให้ขั้นกลางของบันไดเป็นตัวแปร แล้วดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยมีการบวก และลบ จำนวนขั้นบันได ตามที่โจทย์กำหนดมาให้อย่างเป็นขั้นตอนให้เห็นชัดเจน จะได้ว่า x+4 เป็นขั้นสุดท้าย นักเรียนจึงเชื่อมโยงความคิดได้คือ บันไดขั้นกลางคือ ขั้นที่ x เหนือขั้นกลางขึ้นไปอีก 4 ขั้นจะเป็นขั้นบนสุด และลงมาด้านล่างอีก 4 ขั้นจะเป็นขั้นล่างสุด เพราะฉะนั้นจะมีบันไดทั้งหมด 9 ขั้น

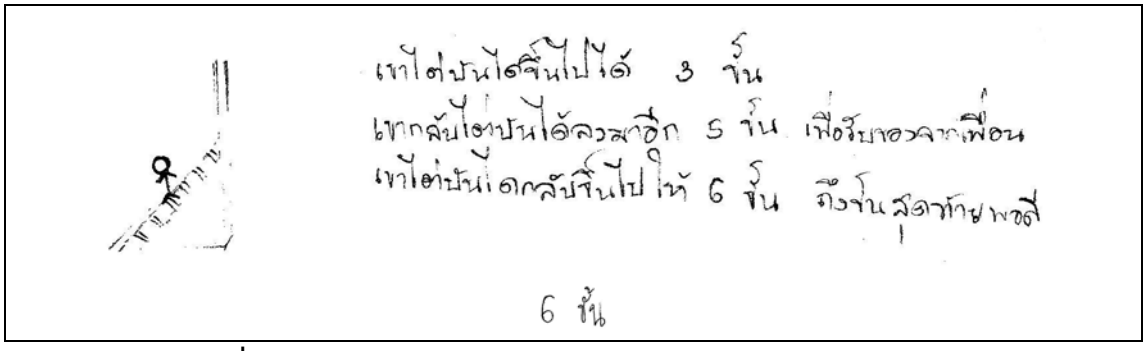
นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลางมีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ดังภาพประกอบที่ 19 ดังนี้



ภาพประกอบที่ 19 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

จากโจทย์ข้อนี้ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนให้สัมภาษณ์ว่า นักเรียนจะเชื่อมโยงความคิดโดยดูว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการหาอะไร แต่ในส่วนของข้อมูลที่จะนำมาช่วยในการหาคำตอบนั้นนักเรียนกลุ่มนี้มักไม่ทราบว่าคืออะไร ดังนั้นนักเรียนจึงเลือกการเขียนอธิบายเป็นข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ เพื่อเป็นการเชื่อมโยงความคิดของตนเองกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือนักเรียนจะมองภาพเชื่อมทีละขั้นตอนในการหาคำตอบ เมื่อได้ข้อมูลทั้งหมดจึงสรุปคำตอบที่ได้ และจากโจทย์ข้อนี้นักเรียนคิดว่าน่าจะใช้ความรู้ในเรื่องของสมการเข้ามาช่วย แต่ไม่สามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์กันได้ ดังนั้นจึงพยายามเขียนแสดงความคิดความเข้าใจของตนเองออกมาในรูปแบบของการอธิบายเป็นข้อความ นักเรียนจะนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาเชื่อมโยงกับความคิด โดยจินตนาการเป็นภาพขึ้นในใจ และคิดต่อไปเป็นขั้นๆ โดยใช้หลักเหตุผลเข้ามาช่วย ซึ่งได้ว่าตอนที่ช่างทาสียืนอยู่เป็นขั้นกลาง และเมื่อขึ้นไปอีก 4 ขั้นจะเป็นตำแหน่งบนสุดพอดี ทำให้สรุปได้ว่าลงมาอีก 4 ขั้นก็จะเป็นขั้นสุดท้ายหมือนกัน ดังนั้นบันไดมีทั้งหมด 9 ขั้น เพราะนับรวมขั้นที่ช่างทาสียืนอยู่ตอนแรกด้วย

นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำมีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ดังภาพประกอบที่ 20 ดังนี้



ภาพประกอบที่ 20 แสดงการใช้รูปภาพและข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ

จากโจทย์ข้อนี้ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำใช้รูปภาพและข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบกัน ซึ่งนักเรียนให้สัมภาษณ์ว่า นักเรียนจะเชื่อมโยงความคิดโดยตีความหมายของโจทย์ โดยดูว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการให้หาอะไร แต่ไม่สามารถเชื่อมโยงสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ นักเรียนไม่สามารถตัดสินใจเลือกตัวแทนความคิดที่แน่นอนได้ และไม่รู้จะเลือกตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบไหนดี ซึ่งในที่นี้นักเรียนเลือกรูปภาพและข้อความเป็นตัวแทนความคิดความคิดทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาข้อนี้ได้สำเร็จ ซึ่งจากโจทย์ข้อนี้นักเรียนอ่านโจทย์แล้วจะนึกถึงขั้นบันได จึงลองวาดเป็นรูปขั้นบันไดก่อน แล้วเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ แต่นักเรียนไม่สามารถเชื่อมโยงความคิดได้ คือไม่สามารถนำสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ดำเนินการทางคณิตศาสตร์มองไม่ออกว่าต้องเริ่มจากตรงไหน ซึ่งนักเรียนคิดว่าเมื่อไต่บันไดขึ้นไปอีก 6 ขั้นจะถึงขั้นสุดท้าย นักเรียนจึงตอบว่าบันไดมีทั้งหมด 6 ขั้น ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง

ตอนที่ 5.3 การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง

การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงซึ่งได้จากการวิเคราะห์ร่องรอยการทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในส่วนของการทด และการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แบบต่างๆ ที่วิเคราะห์จากปริมาณความถี่ของจำนวนนักเรียนที่นำมาใช้ เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยคือ สัญลักษณ์หรือตัวแปร ข้อความ รูปภาพ ตาราง และกราฟ ซึ่งสามารถวิเคราะห์ได้ว่าเมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาแล้ว นักเรียนจะเชื่อมโยงความคิด ความเข้าใจในโจทย์ปัญหาแต่ละข้อ โดยสามารถสร้างมโนภาพหรือจินตนาการได้อย่างชัดเจน คือ เห็นภาพในการเชื่อมโยงขั้นตอนในการหาคำตอบ และผนวกกับประสบการณ์ที่เคยเรียนมาแล้วจากในห้องเรียน จากการอ่านหนังสือเพิ่มเติม หรือจากการเรียนพิเศษ แล้วสามารถเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาและสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง

การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง

การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลางซึ่งได้จากการวิเคราะห์ร่องรอยการทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในส่วนของการทด และการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง ใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แบบต่างๆ ที่วิเคราะห์จากปริมาณความถี่ของจำนวนนักเรียนที่นำมาใช้ เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยคือ สัญลักษณ์หรือตัวแปร รูปภาพ ข้อความ ตาราง และกราฟ ซึ่งสามารถวิเคราะห์ได้ว่าเมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาแล้ว นักเรียนจะเชื่อมโยงความคิด ความเข้าใจในโจทย์ปัญหาแต่ละข้อ โดยไม่สามารถสร้างมโนภาพหรือจินตนาการได้ชัดเจน คือ ไม่สามารถเห็นภาพในการเชื่อมโยงขั้นตอนในการหาคำตอบตั้งแต่ต้นจนจบได้ แต่เนื่องจากมีการผนวกกับประสบการณ์ที่เคยเรียนมาแล้วจาก

ในห้องเรียน จากการอ่านหนังสือเพิ่มเติม หรือจากการเรียนพิเศษ จึงสามารถเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ได้สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาและสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้องเป็นส่วนใหญ่

การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ

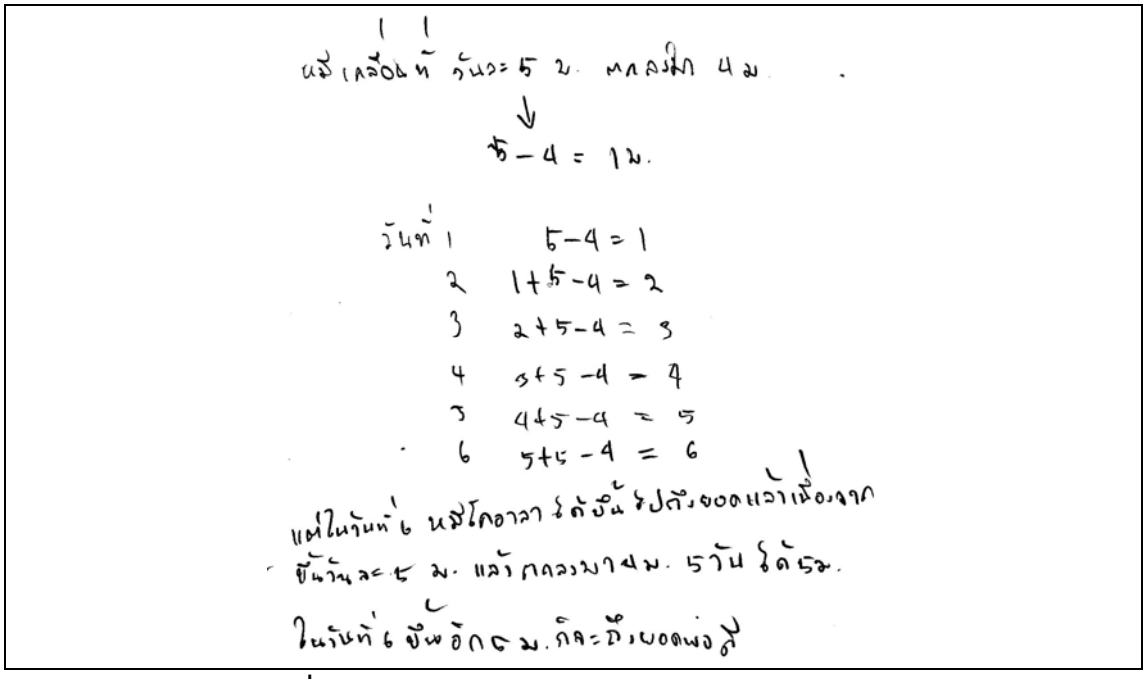
การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำซึ่งได้จากการวิเคราะห์ร่องรอยการทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในส่วนของการทด และการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ ใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แบบต่างๆ ที่วิเคราะห์จากปริมาณความถี่ของจำนวนนักเรียนที่นำมาใช้ เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยคือ สัญลักษณ์หรือตัวแปร รูปภาพ ข้อความ ตาราง และ กราฟ ซึ่งสามารถวิเคราะห์ได้ว่าเมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาแล้ว นักเรียนจะเชื่อมโยงความคิด ความเข้าใจในโจทย์ปัญหาแต่ละข้อ โดยมีนักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มนี้ที่ไม่สามารถสร้างมโนภาพหรือจินตนาการได้ คือ ไม่สามารถมองเห็นภาพในการเชื่อมโยงขั้นตอนแรกในการหาคำตอบได้ หรือเป็นการเชื่อมโยงความคิดที่ยังไม่สมบูรณ์ หรือเป็นการเชื่อมโยงความคิดที่ผิดตั้งแต่ต้น ซึ่งนักเรียนมีการใช้ประสบการณ์ที่เคยเรียนมาแล้วจากในห้องเรียน จึงมีการลองแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่างๆ มาช่วยในการหาคำตอบ

ตัวอย่างการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่างกัน

ตัวอย่างโจทย์

หมีโคอาลาตัวหนึ่งต้องการปีนขึ้นไปบนยอดต้นไม้ต้นหนึ่งที่มีความสูง 10 เมตร ในแต่ละวันหมีโคอาลาสามารถปีนต้นไม้ได้ 5 เมตร แต่ตอนกลางคืนในขณะหลับ มันกลับลื่นตกลงมาวันละ 4 เมตร นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าหมีโคอาลาตัวนี้จะใช้เวลากี่วันในการปีนขึ้นไปบนยอดต้นไม้

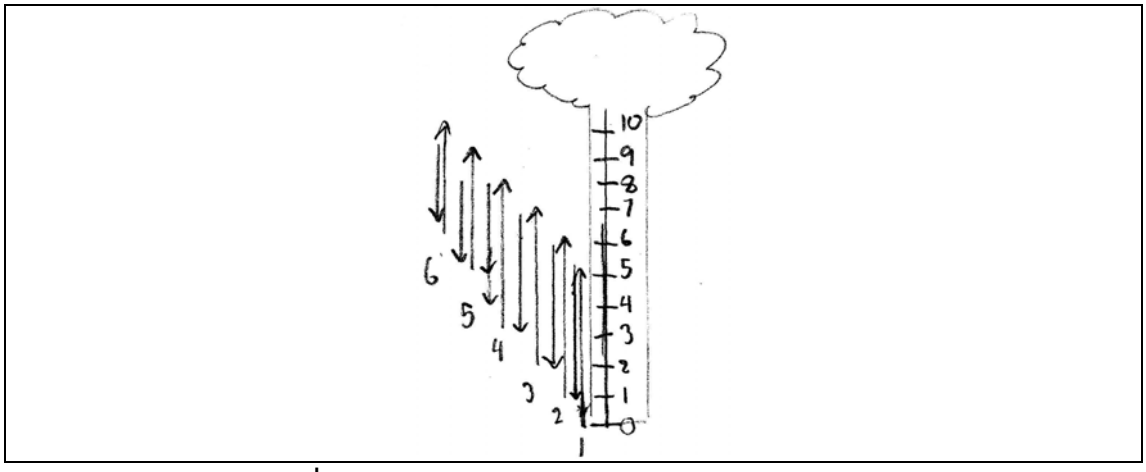
นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงมีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ดังภาพประกอบที่ 21 ดังนี้



ภาพประกอบที่ 21 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง

จากโจทย์ข้อนี้ นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนให้สัมภาษณ์ว่า เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์แล้ว จะเขียนสิ่งที่โจทย์ให้มา แล้วพยายามจินตนาการขึ้นในใจว่าเมื่อหมีโคอาลาปีนขึ้นไปบนต้นไม้ 5 เมตร แล้วจะลื่นตกลงมา 4 เมตร ดังนั้นใน 1 วัน หมีโคอาลาจะปีนได้แค่ 1 เมตร นักเรียนจึงคิดต่อว่าในวันต่อไปหมีโคอาลาจะปีนได้ต่อจากวันก่อนหน้าที่ปีน คือ ต้องบวก 5 เมตร และลบออก 4 เมตรในทุกๆ วัน จนวันที่ 6 หมีโคอาลาจะถึงยอดไม้พอดี ซึ่งก็เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

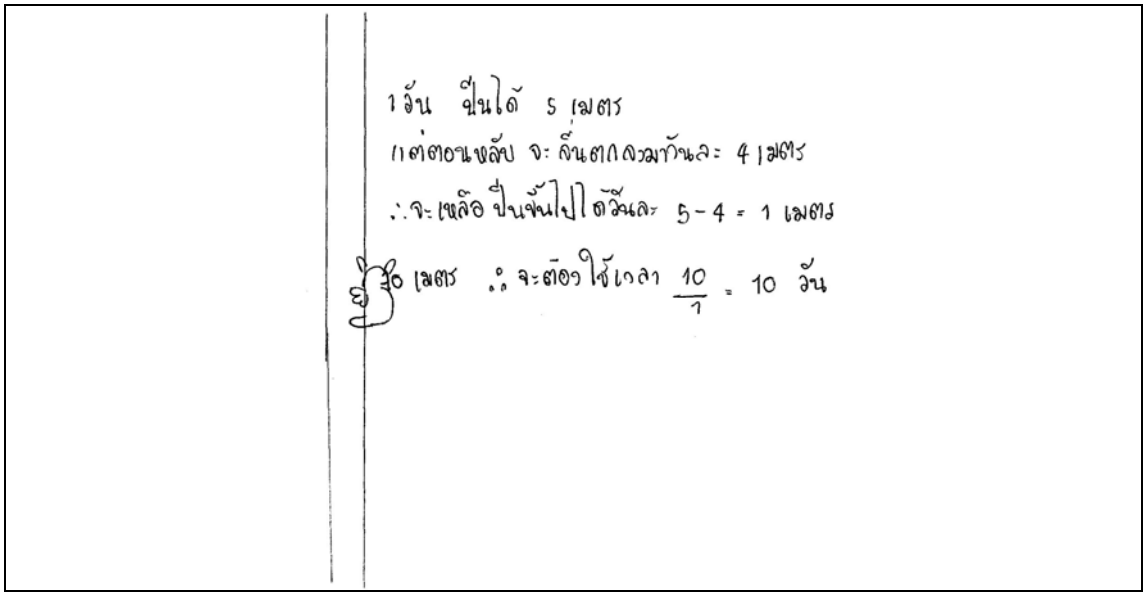
นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลางมีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ดังภาพประกอบที่ 22 ดังนี้



ภาพประกอบที่ 22 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง

จากโจทย์ข้อนี้ นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลางใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนให้สัมภาษณ์ว่า นักเรียนอ่านโจทย์แล้วจะนึกถึงภาพต้นไม้ ดังนั้นจึงเลือกที่จะใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบายให้คนอื่นเข้าใจ ซึ่งนักเรียนคิดว่าจากโจทย์กำหนดว่าหมีโคอาลาปีนขึ้นไปบนต้นไม้ 5 เมตร แล้วจะลื่นตกลงมา 4 เมตร ดังนั้นนักเรียนจึงเขียนเป็นลูกศรแสดงการปีนต้นไม้ของหมีโคอาลา ซึ่งในวันแรกหมีโคอาลาปีนได้ 1 เมตร วันที่สองจะเริ่มต้นที่ 1 เมตร ปีนต่อไปอีก 5 เมตร แล้วลื่นตกลงมา 4 เมตร ดังนั้นในวันที่ 2 หมีโคอาลาจึงปีนได้ 2 เมตร เป็นเช่นนี้จนถึงวันที่ 6 หมีโคอาลาสามารถปีนถึงยอดไม้พอดี ซึ่งนักเรียนใช้การเชื่อมโยงความคิดกับการวาดรูปจึงได้คำตอบที่ถูกต้อง

นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำมีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ดังภาพประกอบที่ 23 ดังนี้



ภาพประกอบที่ 23 แสดงการใช้รูปภาพและข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ

จากโจทย์ข้อนี้ นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำใช้รูปภาพและข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบกัน ซึ่งนักเรียนให้สัมภาษณ์ว่า นักเรียนพยายามเชื่อมโยงความคิดกับสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ จึงได้ว่าในแต่ละวันหมีโคอาลาจะสามารถปีนต้นไม้ได้ 1 เมตร นักเรียนคิดว่าต้นไม้สูง 10 เมตร ดังนั้น หมีโคอาลาก็จะใช้เวลาในการปีน 10 วันเพราะปีนได้วันละ 1 เมตร ซึ่งนักเรียนลืมคิดไปว่า ในแต่ละวันจะต้องรวมระยะทางในการปีนได้ในวันก่อนหน้าด้วย และถึงแม้ว่านักเรียนจะใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แต่ก็ไม่ได้นำมาช่วยในการคิดหาคำตอบ จึงเห็นได้ว่านักเรียนมีการเชื่อมโยงความคิดยังไม่สมบูรณ์

ตอนที่ 5.4 การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง

การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูงซึ่งจากการวิเคราะห์ร่องรอยการทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในส่วนของการทด และการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง ใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แบบต่างๆ ที่วิเคราะห์จากปริมาณความถี่ของจำนวนนักเรียนที่นำมาใช้ เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยคือ สัญลักษณ์หรือตัวแปร รูปภาพ ข้อความ ตาราง และกราฟ ซึ่งสามารถวิเคราะห์ได้ว่าเมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ปัญหา นักเรียนจะเชื่อมโยงความคิด ความเข้าใจ แล้วตีความหมายของโจทย์ โดยรู้ว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คืออะไร และสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการหาอย่างไร อีกทั้งยังเข้าใจกระบวนการคิดในการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน หลังจากนั้นนักเรียนจึงเลือกตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการหาคำตอบในรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง หรือใช้หลายๆรูปแบบประกอบกัน ซึ่งมาจากประสบการณ์ที่เคยเรียน การทำกิจกรรมต่างๆ ในห้องเรียน การเรียนพิเศษ การอ่านหนังสือเพิ่มเติม และการที่นักเรียนได้ฝึกฝนทำโจทย์ปัญหาในรูปแบบต่างๆ อยู่เป็นประจำ

การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ

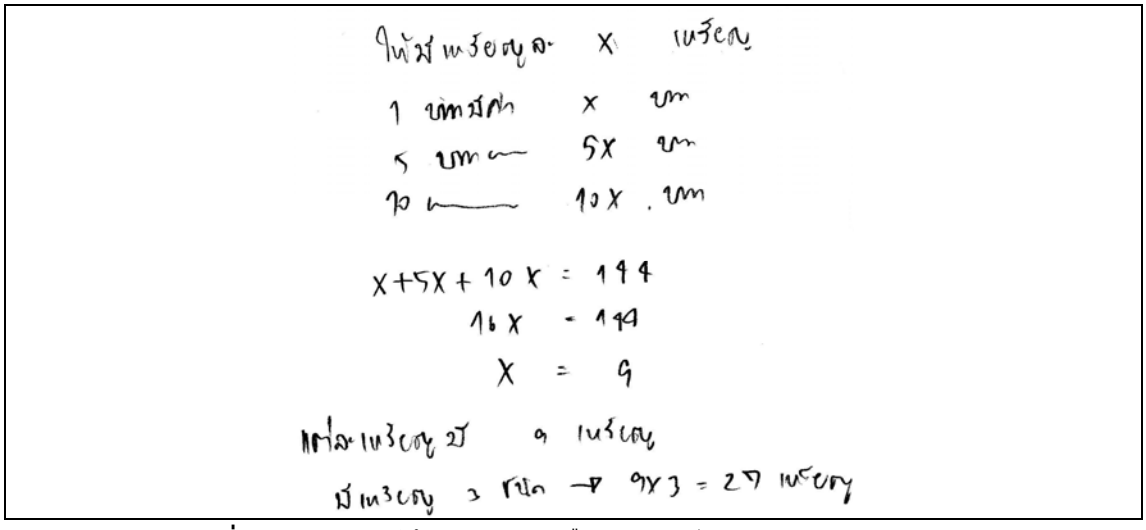
การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำซึ่งได้จากการวิเคราะห์ร่องรอยการทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในส่วนของการทด และการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ ใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แบบต่างๆ ที่วิเคราะห์จากปริมาณความถี่ของจำนวนนักเรียนที่นำมาใช้ เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยคือ สัญลักษณ์หรือตัวแปร รูปภาพ และข้อความ ซึ่งมีจำนวนเท่ากัน ตาราง และกราฟ ซึ่งสามารถวิเคราะห์ได้ว่าเมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ปัญหา นักเรียนจะเชื่อมโยงความคิด ความเข้าใจ แล้วตีความหมายของโจทย์ แต่ไม่สามารถเชื่อมโยงสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ อีกทั้งกระบวนการคิดใน

การหาคำตอบยังไม่เป็นขั้นตอนที่ชัดเจน คือไม่สามารถบอกได้ว่าควรเริ่มแก้โจทย์ปัญหาอย่างไร ที่จะช่วยนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง หลังจากนั้นนักเรียนจะคิดว่าในการทำโจทย์แต่ละข้อ จะต้องเลือกตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการหาคำตอบในรูปแบบใด ซึ่งอาศัยประสบการณ์ที่เคยเรียนจากในห้องเรียนเป็นส่วนใหญ่ เพราะนักเรียนมักไม่ได้ทำการฝึกฝนเพิ่มเติม และจากการที่ไม่เข้าใจกระบวนการคิดในการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน จึงไม่สามารถตัดสินใจเลือกตัวแทนความคิดที่แน่นอนได้ และไม่รู้จะเลือกตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบไหนดี สุดท้ายอาจจะเลือกตัวแทนความคิดเป็นแบบสัญลักษณ์หรือตัวแปร ข้อความ หรือรูปภาพ ที่ไม่สมบูรณ์หรือไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหานั้นได้

ตัวอย่างโจทย์

ยงยุทธนับเหรียญ 3 ชนิดที่อยู่ในกระปุก คือ เหรียญบาท เหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาทซึ่งมีชนิดละเท่าๆกัน คิดเป็นเงินทั้งสิ้น 144 บาท นักเรียนจะช่วยยงยุทธหาจำนวนเหรียญทั้งหมดในกระปุกได้อย่างไร

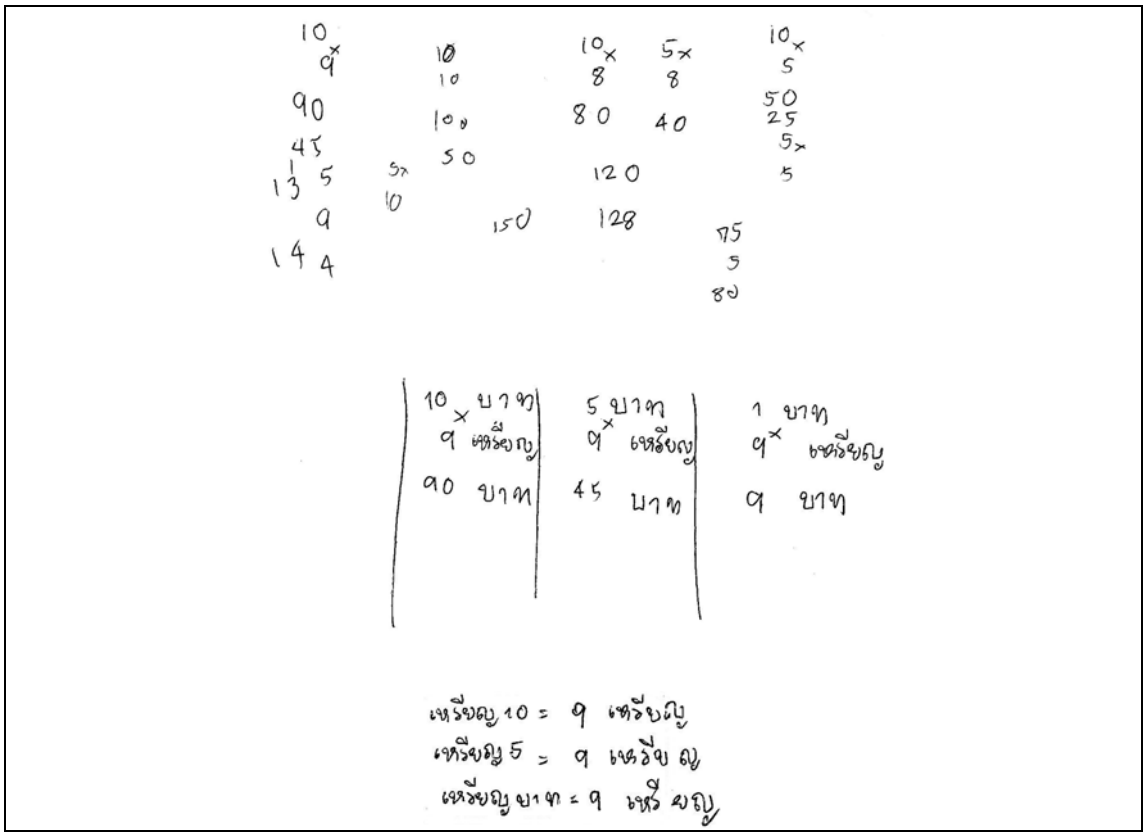
นักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูงมีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ดังภาพประกอบที่ 24 ดังนี้



ภาพประกอบที่ 24 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง

จากโจทย์ข้อนี้ นักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูงใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนให้สัมภาษณ์ว่า เมื่ออ่านโจทย์แล้วจะเลือกใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพราะเป็นวิธีที่ชำนาญที่สุด นักเรียนจะมีการกำหนดตัวแปรในสิ่งที่โจทย์ถามก่อน แล้วเชื่อมโยงตัวแปรนั้นกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้จนครบ ซึ่งในที่นี้นักเรียนกำหนดให้มีเหรียญแต่ละชนิดเป็น x เหรียญ แล้วคิดจำนวนเงินของเหรียญแต่ละชนิด และเป็นสมการเพื่อหาคำตอบ หลังจากนั้นนักเรียนจะกลับไปดูที่โจทย์อีกครั้งว่าโจทย์ถามว่าอะไร เนื่องจากสิ่งที่กำหนดเป็นตัวแปรนั้นยังไม่ใช่คำตอบที่ต้องการ ดังนั้นนักเรียนจึงตอบว่า 27 เหรียญ เพราะโจทย์ต้องการหาจำนวนเหรียญทั้งหมดนั่นเอง

นักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำมีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ดังภาพประกอบที่ 25 ดังนี้



ภาพประกอบที่ 25 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรและตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ

จากโจทย์ข้อนี้ นักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรและตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบกัน ซึ่งนักเรียนให้สัมภาษณ์ว่า

นักเรียนไม่รู้ว่าต้องเริ่มแก้โจทย์ปัญหาอย่างไร จึงตัดสินใจลองสุ่มจำนวนเหรียญก่อน ซึ่งพิจารณาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดว่าจำนวนเหรียญที่ต้องใช้ต้องเท่าๆ กัน และต้องรวมเงินได้ 144 บาท ดังนั้นจึงเริ่มสุ่มชนิดละ 5 เหรียญ ชนิดละ 8 และชนิดละ 10 เหรียญ ซึ่งยังไม่ใช่คำตอบ ดังนั้นจึงลองสุ่มชนิดละ 9 เหรียญ แล้วรวมจำนวนเงินได้144 บาทพอดี หลังจากนั้นนักเรียนจึงนำเสนอด้วยการใช้ตารางแยกเป็นเหรียญแต่ละชนิด จึงได้ว่าต้องใช้จำนวนเหรียญชนิดละ 9 เหรียญ รวมจำนวนเหรียญทั้งหมดได้ 27 เหรียญ

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยคือ

เพื่อศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

ประชากรสำหรับการวิจัยในครั้งนี้ เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 1

ผู้วิจัยสุ่มกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการสุ่มแบบแบ่งชั้น (Stratified Random Sampling) โดยสุ่มโรงเรียนแต่ละขนาดในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา กรุงเทพมหานคร เขต 1 ให้ได้จำนวนทั้งสิ้น 11 โรงเรียน แล้วจึงสุ่มห้องเรียนมาโรงเรียนละ 1 ห้อง ได้จำนวนกลุ่มตัวอย่างทั้งสิ้น 446 คน และสุ่มกลุ่มตัวอย่างในการสัมภาษณ์อีกจำนวน 24 คน

เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลแบ่งเป็น 4 ฉบับ คือแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ แบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยแต่ละฉบับมีรายละเอียด ดังนี้

ฉบับที่ 1 แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบวัดแบบอัตนัย ในเรื่องโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการถ่ายทอดความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เขียนแสดงความคิดออกมาให้เห็นในรูปแบบต่างๆ ตามความคิดความเข้าใจของนักเรียน โดยอาจใช้รูปแบบการวาดภาพ การสร้างกราฟ การสร้างตาราง การใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร การใช้ข้อความภาษาหรือการอธิบายความเข้าใจที่เป็นการแสดงความคิดของตน จำนวน 15 ข้อ ประกอบด้วยเรื่องทศนิยมและเศษส่วนจำนวน 7 ข้อ คู่อันดับและกราฟจำนวน 3 ข้อ และการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจำนวน 5 ข้อ ใช้เวลาในการทำ 60 นาที

ฉบับที่ 2 แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบมี 5 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ (ข้อละ 1 คะแนน) คะแนนรวมเป็น 40 คะแนน โดยข้อคำถามในแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ผู้วิจัยได้เลือกสร้างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์แบบซ่อนภาพ แบบการอ่านแผนที่ แบบหมุนภาพ และแบบการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์ แบบละ 10

ข้อ ใช้เวลาในการทำ 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.95 ค่าความยากเป็น 0.48 – 0.95 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.28 – 0.97

ฉบับที่ 3 แบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นแบบสอบถามเกี่ยวกับข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับผู้ตอบแบบสอบถาม และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งแบ่งเป็น 2 ตอนได้แก่

ตอนที่ 1 เป็นการสอบถามเกี่ยวกับข้อมูลทั่วไปของผู้ตอบแบบสอบถาม 3 ข้อ เป็นแบบสอบถามแบบเติมคำ (Completion Item) คือ ชื่อนามสกุล โรงเรียนที่ศึกษา และเกรดเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2551

ตอนที่ 2 เป็นแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่มีลักษณะข้อคำถามเป็นแบบมาตราส่วนประเมินค่า (Rating Scale) 6 ระดับ ข้อคำถามที่ใช้มีทั้งด้านบวกและด้านลบเรียงลำดับข้อความแบบสุ่ม แบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 3 ด้าน คือ ด้านการเตรียมตัวเรียน ด้านการเรียนในชั้นเรียน ด้านการฝึกฝนพัฒนาตนเอง ด้านละ 10 ข้อความ

แบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ใช้เวลาในการทำ 15 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.932 ค่าอำนาจจำแนกรายข้อ (t) เป็น 2.006 – 7.547 และค่าความสัมพันธ์ภายในระหว่างรายข้อกับแบบวัด (r) เป็น 0.221 – 0.754

ฉบับที่ 4 แบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างเกี่ยวกับ การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยทำการสัมภาษณ์นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยทำการคัดเลือกจากกลุ่มตัวอย่างที่แบ่งตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง ต่ำ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง ต่ำ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูงและต่ำ ซึ่งจำแนกได้ 8 กลุ่ม คัดเลือกกลุ่มละ 3 คน จำนวนทั้งหมด 24 คน เป็นตัวแทนในการให้ข้อมูลเชิงลึกในการศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ในระหว่างวันที่ 20 กรกฎาคม 2552 ถึง 30 กันยายน 2552 แล้วนำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ โดยแยกนักเรียนออกเป็น 8 กลุ่ม คือนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง ต่ำ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง ต่ำ และนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง และต่ำ โดยใช้เกณฑ์ที่กำหนดไว้ แล้วนำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มาคำนวณหาค่าความถี่ และร้อยละของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ คือ การวาดภาพ การสร้างกราฟ การสร้างตาราง การใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร การอธิบายเป็นข้อความภาษา และอื่นๆ โดย

ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for Social Science : SPSS for Windows) จำแนกตามกลุ่มทั้ง 8 กลุ่ม หลังจากนั้นผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 8 กลุ่มกลุ่มละ 3 คนรวมทั้งหมด 24 คน ในเรื่องเกี่ยวกับความคิดเชื่อมโยงในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ การนำประสบการณ์การเรียนรู้มาช่วยในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และความชอบในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดของนักเรียน แล้วนำเสนอในรูปความเรียง ที่ได้จากการทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์และการสัมภาษณ์ของนักเรียน

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน สรุปผลการวิจัยดังนี้

1. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ ต่างก็มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด ส่วนรองลงมา นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แต่นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง และต่ำ มีการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

2. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง และต่ำ ต่างก็มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด ส่วนรองลงมา นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง มีการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แต่นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง และต่ำ มีการใช้รูปภาพ เป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

3. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง และต่ำ ต่างก็มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด ส่วนรองลงมา นักเรียนมีการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

อภิปรายผลการวิจัย

1. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ ต่างก็มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด ส่วนรองลงมานักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แต่นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง และต่ำ มีการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะนักเรียนส่วนใหญ่ได้รับประสบการณ์จากการเรียนการสอนในห้องเรียน โดยครูผู้สอนได้สอนและปลูกฝังเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรในการทำโจทย์คณิตศาสตร์มาโดยตลอด นักเรียนจึงเกิดการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนมีความถนัดและชำนาญในการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบของสัญลักษณ์หรือตัวแปร ซึ่งผลจากการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ ทองหล่อ วงอินทร์ (2537: 146-147) พบว่า ผู้ชำนาญมีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาในด้านการเข้าใจสูงกว่าคนไม่ชำนาญ ซึ่งผู้ชำนาญ มีความสามารถในการสร้างตัวแทนปัญหาได้สมบูรณ์มากกว่า เช่น การใช้สัญลักษณ์แทนคำหรือข้อความ การเขียนประโยคสัญลักษณ์ การจัดระบบข้อมูลใหม่ และการสร้างตัวแทนปัญหาจะช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความกระจ่างต่อการแก้ปัญหา เพราะรู้ว่ามีสิ่งใดบ้างที่เกี่ยวข้อง ดังนั้นการสร้างสัญลักษณ์แทนคำหรือข้อความในโจทย์ จะทำให้ให้เข้าใจปัญหามากขึ้น สามารถนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่ง่ายกว่าได้ จนสามารถหาคำตอบได้ และงานวิจัยของ Erion (1985: 46-10A) ได้ศึกษาผลของการใช้ตัวแทนและปัญหาที่ซับซ้อนในสถานการณ์ปัญหาของครูฝึกสอนในระดับประถมศึกษา พบว่าวิธีการใช้ตัวแทนและระดับความซับซ้อนของปัญหามีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งการใช้ตัวแทนที่เป็นสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหาจะประสบความสำเร็จมากกว่าการใช้ตัวแทนที่เป็นรูปภาพและข้อความ และยังพบในงานวิจัยของ รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์ (2545: 56-57) ได้ศึกษาผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กรุงเทพมหานคร พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ เพราะการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนเกิดการเข้าใจที่ลึกซึ้งในความหมายของสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ คือนักเรียนเข้าใจว่าสิ่งที่นักเรียนเรียนไปนั้นคืออะไร เกิดขึ้นได้อย่างไร ทำให้นักเรียนสามารถมีความรู้ชัดเจน และสามารถเชื่อมโยงความรู้นั่นกับสิ่งที่เห็นในชีวิตประจำวันได้

นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบของข้อความ รองลงมานั้น อาจเป็นเพราะว่านักเรียนมีความสามารถในการอ่านจับประเด็น และแยกแยะข้อความต่างๆ ในโจทย์ปัญหาได้ดี จึงส่งผลให้นักเรียนเลือกที่จะใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบของข้อความด้วย

นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง และต่ำ มีการใช้รูปภาพ รองลงมานั้น เพราะนักเรียนในกลุ่มนี้มีความสามารถและทักษะในการอ่าน จับประเด็นที่เกี่ยวกับการจับใจความสำคัญ ตลอดจนการวิเคราะห์ข้อความอยู่ในระดับที่ต่ำกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ดังนั้นการตีความโจทย์จึงต้องใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมเข้ามาช่วย เพื่อให้เห็นภาพในสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ชัดเจน และเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มากขึ้น จากร่องรอยการคิด และคำตอบที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียน พบว่า การวาดภาพแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้นั้น ช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจสิ่งที่โจทย์ถามมากยิ่งขึ้น และสามารถหาแนวทางในการหาคำตอบได้ ซึ่งผลจากการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ Baker (1992: 2762-A) ที่พบว่า นักเรียนระดับประถมศึกษาที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ มีการใช้กลวิธีวาดรูปช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นส่วนมาก

2. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง และต่ำ ต่างก็มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด ส่วนรองลงมา นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง มีการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แต่นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง และต่ำ มีการใช้รูปภาพ เป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการสร้างมโนภาพ ทำให้เกิดจินตนาการเกี่ยวกับส่วนประกอบต่างๆ ของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นเมื่อแยกส่วนประกอบต่างๆ ของโจทย์ปัญหาออกจากกัน คือ สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ กับสิ่งที่โจทย์ถาม นักเรียนจึงเห็นเค้าโครงของโจทย์ปัญหา แล้วเกิดการเชื่อมโยงความคิด สามารถนำส่วนประกอบต่างๆ ของโจทย์ปัญหามากำหนดเป็นสัญลักษณ์หรือตัวแปรในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ดังนั้นนักเรียนจึงใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบของสัญลักษณ์หรือตัวแปรมากที่สุด ดังที่ McKim (1972) ได้กล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างการใช้ตัวแทนความคิดและความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ไว้ว่า การที่เด็กใช้ตัวแทนความคิดในลักษณะต่างๆ เกิดจากที่เด็กได้มีการเชื่อมโยงความคิดและภาพที่เกิดจากการรับรู้เหล่านั้นขึ้นในใจ ซึ่งมีผลต่อการนำไปสู่การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่างๆ และนำไปสู่การพัฒนาความสามารถทางด้านความคิดทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งงานวิจัยของ Evrim and Maria (2003) ได้ศึกษาการใช้

ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายของนักเรียน ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่างกัน เมื่อมีการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่า เด็กที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับต่ำเหมือนกัน แต่ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่างกัน เด็กที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงกว่าจะมีความสามารถในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากกว่า และเด็กที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงเหมือนกันแต่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่างกัน เด็กที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงกว่าจะมีความสามารถในการเชื่อมโยงและพลิกแพลงในการเลือกใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มากกว่า ซึ่งสรุปได้ว่าเด็กที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงจะมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาที่หลากหลายมากกว่าเด็กที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงนั้น มีการใช้ข้อความรองลงมา เพราะจากคำตอบในการสัมภาษณ์นักเรียน พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงนั้น นักเรียนคิดว่าการเขียนอธิบายเป็นข้อความทำให้เข้าใจได้ดี เพราะมีการนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาเขียนย้ำอีกครั้ง แล้วค่อยๆคิดแล้วเขียนอธิบายตามความเข้าใจ

นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง และต่ำ มีการใช้รูปภาพรองลงมา เนื่องจากนักเรียนในกลุ่มนี้จะใช้ความสามารถในการสร้างมโนภาพ ทำให้เกิดจินตนาการเกี่ยวกับส่วนประกอบต่างๆ เกี่ยวกับโจทย์ที่กำหนด แล้วเขียนออกมาเป็นรูปภาพ ส่งผลให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ จากสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Rannucci (1964: 64) ที่พบว่า การเรียนคณิตศาสตร์จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องมีความสามารถทางด้านมิติสัมพันธ์ เพราะเนื้อหาทุกเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ ต้องใช้ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ในการคำนวณ ดังจะเห็นได้จากการแก้โจทย์ปัญหานักเรียนมักจะลงมือด้วยการวาดรูปหรือนึกภาพ ดังนั้นถ้าเราสามารถมองรูปที่ซับซ้อนสัมพันธ์กันได้ดีแล้ว การแก้ปัญหาทางวิชาคณิตศาสตร์จะง่ายขึ้น

3. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง และต่ำ ต่างก็มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด ส่วนรองลงมา นักเรียนมีการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะนักเรียนได้รับประสบการณ์การเรียนการสอนจากในห้องเรียน โดยครูผู้สอนได้สอนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรในการทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และจากการที่นักเรียนได้รับประสบการณ์เรียนพิเศษ ที่ครูผู้สอนปลูกฝังให้นักเรียนใช้วิธีคิดลัดที่เป็นสัญลักษณ์หรือตัวแปร นักเรียนจึงมีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากที่สุด ดังที่ Hiebert (1989: 39) ได้

กล่าวถึง ประโยชน์ของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า โดยธรรมชาติการเขียนสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างเข้าใจ จะมีประโยชน์ในการดำเนินชีวิตของนักเรียนคือ สามารถอธิบายสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม อีกทั้งใช้กระบวนการอย่างเข้าใจในการจัดดำเนินการเกี่ยวกับสัญลักษณ์ และสามารถพิจารณาคำตอบได้อย่างมีเหตุผล ส่วนนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง และต่ำ มีการใช้รูปภาพ รองลงมานั้น สามารถดูได้จากร่องรอยการคิด และคำตอบที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียน พบว่า นักเรียนคิดว่าการใช้การวาดรูป ทำให้มองเห็นภาพได้ชัดเจนขึ้น พออ่านโจทย์แล้วจะเขียนภาพที่คิดลงไปในกระดาษ ซึ่งการวาดภาพจะทำให้เข้าใจได้ดียิ่งขึ้น และมองเห็นส่วนประกอบต่างๆ จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ นักเรียนจึงชอบที่จะเลือกใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ สุมาลี วงศ์ยะรา (2537: บทคัดย่อ) พบว่านักเรียนที่เรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ภาพ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยไม่ใช้ภาพอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากผลจากวิจัยยังพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจากผลการสัมภาษณ์นักเรียน พบว่า นักเรียนไม่เลือกใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพราะต้องใช้เวลามากในการทำ และไม่รู้จะเขียนอย่างไร อีกอย่างหนึ่งถ้าโจทย์ไม่ได้กำหนดให้หาคำตอบโดยใช้กราฟก็จะไม่เลือกกราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Hitt (1998: 134) ว่าครูฝึกสอน และนักเรียนที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่างหลีกเลี่ยงการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แต่จะชอบใช้พีชคณิตเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากกว่า และยังได้กล่าวอีกว่าประสบการณ์เรียนของนักเรียนจะถูกกำหนดมาจากครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา และพบว่าหนังสือเรียนและครูสอนวิชาคณิตศาสตร์ในประเทศกรีซมักจะชอบใช้พีชคณิตเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และลดความสำคัญของการใช้กราฟลงด้วย

และเมื่อพิจารณาผลการวิเคราะห์จากภาคผนวก ฉ พบว่าการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เมื่อแยกตามเนื้อหาในเรื่องทศนิยมและเศษส่วน นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง ต่ำ นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง ต่ำ และนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร เป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด ซึ่งจากการตอบคำถามในการสัมภาษณ์ของนักเรียน พบว่าในเนื้อหาของเศษส่วนและทศนิยมนักเรียนคิดว่าการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิด

ทางคณิตศาสตร์นั้น จะทำให้สามารถหาคำตอบของโจทย์ได้ถูกต้องที่สุด เพราะในเนื้อหานี้มีการคิดคำนวณเป็นตัวเลขที่เป็นการบวกลบเศษส่วนต้องมีการทำส่วนให้เท่ากัน หรือการบวกลบทศนิยมต้องตั้งจุดให้ตรงกัน นักเรียนจึงใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากที่สุด ส่วนตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้รองลงมาคือ ข้อความ และรูปภาพ นักเรียนจะใช้ควบคู่ไปกับการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร เพราะว่าบางครั้งนักเรียนต้องใช้ข้อความเพื่อช่วยในการอธิบาย และใช้รูปภาพเป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้นั้น ช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจสิ่งที่โจทย์ถามมากยิ่งขึ้น

ในเนื้อหาของคู่อันดับและกราฟ นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง ปานกลาง และนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด ซึ่งจากการตอบคำถามในการสัมภาษณ์ของนักเรียน พบว่า ในเนื้อหาของคู่อันดับและกราฟนักเรียนคิดว่าการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์สามารถทำให้หาคำตอบได้รวดเร็ว ไม่ยุ่งยาก และสามารถนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้องได้ ส่วนตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้รองลงมา คือ ตาราง นักเรียนจะใช้ตาราง แสดงถึงการแจกแจงกรณีต่างๆที่เป็นไปได้ของสถานการณ์ที่โจทย์กำหนด โดยนำมาเขียนในรูปตาราง ซึ่งเป็นการจัดระบบของข้อมูล ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลอย่างชัดเจน สามารถนำไปสู่การหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่ถูกต้องได้

ในเนื้อหาของเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ นักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง และปานกลาง และนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด ซึ่งจากการตอบคำถามในการสัมภาษณ์ของนักเรียน พบว่า ในเนื้อหาของการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นเนื้อหาที่ต้องใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรในการหาคำตอบ และเมื่ออ่านโจทย์ปัญหาแล้ว นักเรียนได้แบ่งปัญหาออกเป็นตอนย่อยๆ แล้วกำหนดตัวแปรในสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ซึ่งช่วยให้เข้าใจโจทย์ได้ดียิ่งขึ้น และสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ง่ายมากขึ้นด้วย ส่วนตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้รองลงมา คือ รูปภาพ นักเรียนจะใช้รูปภาพประกอบ ในการทำให้มองเห็นความชัดเจนของโจทย์มากยิ่งขึ้น ซึ่งจะเห็นได้ว่าโจทย์บางข้อนักเรียนมีการใช้ทั้งสัญลักษณ์หรือตัวแปร และรูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการหาคำตอบ

จากผลการวิจัยข้างต้นยังพบอีกว่า ร้อยละของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกัน เช่น นักเรียน ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง ใช้รูปภาพ และข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องทศนิยมและเศษส่วน เท่ากัน คิดเป็นร้อยละ 24.94 หรือ นักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ ใช้รูปภาพ เป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คิดเป็นร้อยละ 26.88 ใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร คิดเป็นร้อยละ 25.94 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก นักเรียนมีใช้ข้อความกับรูปภาพ หรืออาจใช้รูปภาพ และสัญลักษณ์หรือตัวแปร มาประกอบความคิด หรือใช้ร่วมกับวิธีอื่นๆ ก็ได้ เนื่องมาจากโจทย์ปัญหาในแต่ละข้อนั้น ถ้านักเรียนนำตัวแทนความคิดที่หลากหลายมาช่วยจะทำให้เกิดความมั่นใจมากยิ่งขึ้น เพราะสามารถช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจโจทย์ได้ชัดเจนตลอดจนทำให้แน่ใจในการหาคำตอบของตน ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Keller and Hirsch (1998: 158) ว่าการใช้ตัวแทนความคิดที่หลากหลายสามารถสร้างความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น และจากงานวิจัยของ Hail (2000: 61-07A) พบว่า นักเรียนที่มีวิธีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ช่วยให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องตัวแปร สมการ และการแก้สมการได้ดียิ่งขึ้น

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำงานวิจัยไปใช้

1.1 ครูควรมีการส่งเสริมนักเรียนให้มีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการปัญหาคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เพื่อพัฒนาความสามารถในการคิดและความเข้าใจคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง และเป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้น

1.2 ครูสามารถช่วยให้นักเรียนเรียนรู้การใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเหมาะสมได้โดย การส่งเสริมให้นักเรียนคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนเพื่อสื่อสารและสนับสนุนความคิดของตน อีกทั้งครูยังสามารถช่วยให้นักเรียนมีการพัฒนาการใช้ตัวแทนได้โดยการรับฟังความคิดเห็นของนักเรียน ถามคำถาม และพยายามเข้าใจในสิ่งที่นักเรียนพยายามสื่อสารด้วยการวาดรูปหรือการเขียน

1.3 ควรมีการพัฒนาตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในแบบอื่นๆ เพราะการเรียนการสอนในประเทศไทยมีการจำกัดในการใช้ตัวแทนความคิดบางชนิด ทำให้ความคิดและความเข้าใจต่อวิชาคณิตศาสตร์ได้ถูกจำกัดไปด้วย

2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยในกรุงเทพมหานคร เขต 1 ซึ่งนักเรียนจะมีประสบการณ์เรียนการสอนแตกต่างกันกับในพื้นที่อื่นๆ ดังนั้นควรมีการศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในพื้นที่อื่นๆ เพื่อเป็นการสำรวจว่าในแต่ละพื้นที่นักเรียนมีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์อย่างไร และสามารถส่งเสริมการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

2.2 ควรมีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีความหลากหลายมากยิ่งขึ้น

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กัลยา สกุลแก้ว. 2532. **ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมการเรียน เจตคติต่อครู และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา สังคมศึกษาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กรุงเทพมหานคร**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กัลยา ทองสุ. 2545. **การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน** (Representation) **เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 3. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

กุลชรี ค้าขาย. 2544. **จิตวิทยาเพื่อการเรียนรู้**. กรุงเทพมหานคร: ราชภัฏสวนสุนันทา.

เกตุสุดา มนิระพงศ์. 2537. **แบบจำลองเชิงสาเหตุของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการมัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. 2545. **รายงานการวิจัย เรื่อง องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนชั้นประถมศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์สำนักงานเลขาธิการคณะรัฐมนตรี.

จริยาวดี บรรทัดเที่ยง. 2547. **ผลการใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทนเรื่องคู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่** 1. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

เฉลิมเกียรติ กฤษณะจันทร์. 2548. **การเปรียบเทียบกระบวนการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย: การวิจัยเชิงปริมาณและคุณภาพ**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาวิจัยการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เฉลียว บุษเนียร. 2531. **ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมการเรียน พฤติกรรมการสอน พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 เขตการศึกษา 8**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชลาศัย กันมินทร์. 2530. **ผลของพฤติกรรมนำตนเองและการวางเงื่อนไขเป็นกลุ่มต่อการทำแบบฝึกหัดและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ. 2528. **การวัดความถนัด**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

ณัชชา กมล. 2542. **ผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกทีมีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ดวงเดือน พยอมหอม. 2540. **การศึกษาพฤติกรรมการสอนพลศึกษาโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญกรุงเทพ**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชาพลศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทองห่อ วิภาวิน. 2523. **การวัดความถนัด**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์โอเดียนสโตร์.

ทองหล่อ วงษ์อินทร์. 2537. **การวิเคราะห์ความรู้เฉพาะด้านกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาและเมตาคอกนิชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาผู้ชำนาญและชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เทอด แก้วคีรี. 2529. **ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบของนิสัยทางการเรียนและทัศนคติต่อการเรียนกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ธาริณี เจียรวัฒนะ. 2531. **พฤติกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมผลสำเร็จในการเรียนวิทยาศสาสตร์ตามการรับรู้ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชา

มัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ธีรยุทธ์ เสนีวงศ์ ณ อยุธยา. 2525. พฤติกรรมครูในการเรียนการสอน. ใน นิคม ทาแดง (บรรณาธิการ), **เอกสารการสอนชุดวิชาพฤติกรรมการสอนประถมศึกษาหน่วยที่ 6-10**, หน้า 119-141. กรุงเทพมหานคร: ฟันนี่พับบลิชชิ่ง.

ประกิจ รัตนสุวรรณ. 2525. **การวัดและประเมินผลการศึกษา**. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ประเสริฐ เตชะนาราเกียรติ. 2532. **ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบด้านนักเรียน องค์ประกอบด้านครู สภาพแวดล้อมทางบ้านและสภาพแวดล้อมทางโรงเรียน กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่** 4. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ประภาเพ็ญ สุวรรณ และ สวิง สุวรรณ. 2536. **พฤติกรรมศาสตร์ พฤติกรรมสุขภาพ และสุขศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: เจ้าพระยาการพิมพ์.

ปราณี ศิวพรพิทักษ์. 2539. **การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามทฤษฎีพฤติกรรมตามแผนเพื่อพัฒนาพฤติกรรมสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สำหรับนักเรียนด้อยสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น**. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต. สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พยุงศักดิ์ สนเทศ. 2527. **ความคิดเห็นของครูพลศึกษาและนักเรียนเกี่ยวกับพฤติกรรมการสอนพลศึกษาในโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พรทิพย์ ภัทรชาดร. 2520. **ความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถภาพสมองด้านมิติสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในเขตกรุงเทพมหานคร**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการวัดผลศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2538. **การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2544. **การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พาณี ขอสุข. 2542. **ผลของการปรึกษาเชิงจิตวิทยาแบบกลุ่มตามแนวคิดพิจารณาความเป็นจริงต่อการเพิ่มการรับรู้ความสามารถของตนในการเรียนรู้การกำกับตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาวิจัยการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ไพศาล หวังพาณิช. 2526. **การวัดผลการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

ยุพิน พิพิธกุล. 2539. **การสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

รสอุบล ธรรมพานิชวงค์. 2545. **ผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ราชบัณฑิตยสถาน. 2549. **ศัพท์คณิตศาสตร์**. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพมหานคร: ราชบัณฑิตยสถาน

รุ่งทิวา นาบำรุง. 2550. **วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารของเด็กที่มีอายุตั้งแต่ 7-10 ปี**. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2541. **เทคนิคการสร้างและสอบข้อสอบความถนัดทางการเรียน**. กรุงเทพมหานคร: สุริยาสาส์น.

ลักขณา สริวัฒน์. 2544. **จิตวิทยาในชีวิตประจำวัน**. กรุงเทพมหานคร: โอเดียนสโตร์.

วัญญา วิศาลาภรณ์. 2522. **การวัดความถนัดเบื้องต้น**. โครงการบริหารวิชาการ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ สงขลา.

วิชัย วงษ์ใหญ่. 2526. ความหมายของหลักสูตรและการสอน. **สารพัฒนาหลักสูตร** 20(พฤษภาคม): 12-21.

วิชัย วงษ์ใหญ่. 2542. **พลังการเรียนรู้ในกระบวนทัศน์ใหม่**. กรุงเทพมหานคร: สุริยาสาส์น.

วิชัย เสวกงาม. 2541. **การเปรียบเทียบพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่มีเจตนาเชิงพฤติกรรมทางการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. 2544. **หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544**. กรุงเทพมหานคร: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. 2545. **แนวทางการวัดและประเมินผลการเรียน**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ศรานตา จันทร์เมือง. 2543. **การพัฒนาเกณฑ์การประเมินพฤติกรรมการสอนคอมพิวเตอร์ระดับมัธยมศึกษา**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาโสตทัศนศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศิริวัฒน์ สงวนหมู่. 2533. **การศึกษาพฤติกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาฟิสิกส์ตามการรับรู้ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย กรุงเทพมหานคร**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สรินนา หมอนสุภาพ. 2548. **การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่องเศษส่วน**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

แสวง ทองปาน. 2544. **การศึกษาพฤติกรรมการเรียนและวิธีการศึกษาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนที่เข้าค่ายฝึกอบรมเข้มในโครงการแข่งขันคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์โอลิมปิกระหว่างประเทศ**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. 2539. ผลสัมฤทธิ์วิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยเมื่อเปรียบเทียบกับนานาชาติ. **วารสาร สสวท**. 95(ตุลาคม- ธันวาคม): 29-30.

สมบูรณ์ ชิตพงษ์ และ สำเริง บุญเรืองรัตน์. 2524. **การวัดความถนัด**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.

สำนักทดสอบทางการศึกษา. 2552. **ผลการสอบวัดคุณภาพระดับชาติ ปี 2550** [online]. Available from: **http://bet.obec.go.th/eqa/images/2009/news/NT50-M3.pdf**. [11 กันยายน 2552]

สุจินดา เอี่ยมโอภาส. 2551. **ผลการใช้ชุดการเรียน** Learning Mathematics Through English **ที่เน้นทักษะการใช้ตัวแทน** (representation) **เรื่องความน่าจะเป็น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่**

3. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

สุจิรา มุสิกะเจริญ. 2542. **การเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนานและความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุริยัน แสงแก้ว. 2536. **การศึกษาผลของปฏิสัมพันธ์ระหว่างเกณฑ์การรู้แจ้งกับแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และเวลาที่ใช้ในการเรียนด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอน**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

สุวัฒนา อุทัยรัตน์. 2526. **เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวัฒนา อุทัยรัตน์. 2544. **การเรียนการสอนคณิตศาสตร์**. ภาควิชามัธยมศึกษา. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุมารี วงศ์ยะรา. 2537. **การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้ภาพกับไม่ใช้ภาพ**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวรรณา ทิมสถิตย์. 2547. **รายงานการวิจัย เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมการเรียน พฤติกรรมการสอน พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดกรมสามัญศึกษา ในกรุงเทพมหานคร**. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โสภา ชูพิกุลชัย. 2528. **ความรู้เบื้องต้นทางจิตวิทยา**. กรุงเทพมหานคร.

แหวนไพลิน เย็นสุข. 2538. **การพัฒนาแบบวัดเจตคติต่อพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้ทฤษฎีการกระทำด้วยเหตุผล**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชาวิจัยการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อรชร ภูบุญเดิม. 2550. **การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์สมการของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

อัจฉรา สุขารมณ์. 2530. **เอกสารประกอบคำสอนวิชาพื้นฐานทางจิตวิทยาทางการศึกษา**. สถาบันวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

อัมพร ม้าคนอง. 2546. **คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. 2547. **เอกสารประกอบการสอน รายวิชา 2704686 ทฤษฎีและการประยุกต์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2547)**. (อัดสำเนา).

อุรี ลิ้มพิสุทธิ์. 2525. **ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบบางประการ ซึ่งไม่ใช่ความสามารถทางสติปัญญาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

Allen, G.L., Kirasic, K. C., Dobson, S.H., Long, R.G., and Beck, S. 1996. Predicting Environmental Learning From Spatial Abilities: An Indirect Route. **Intelligence**.

Anastasi, A. 1982. **Psychological Testing**. 5th ed. New York: Macmillan.

Averbeck, P. J. 2001. Student Understanding of Functions and The Use of The Graphing Calculator in A Aollege Algebra Course: **Dissertation Abstracts International**. 61(11): 4315-A.

Baker, D. E. 1992 The Effect of Self – Generated Grawing on The Ability of Students with Learning Disabilities to solve Mathematical word Problems. **Dissertation Abstracts International**. 53-08 (1992): 2762-A.

Bellard, J. W. 2000. Students Use of Multiple Representations in Mathematical Problem Solving. **Dissertation Abstracts International**. 40: 61-09A.

Ben, C. D., Lappan, G., and Houang, R. T. 1988. The Effect of Instruction on Spatial Visualization on Skills of Middle School Boys and Girls. **American Education Research Journal**. 1(25): 51-71.

Bennett, G.K., Seashore, H.G., and Wesman, A.G. 1967. **Differential Aptitude Tests Directions for Administration and Norms**. New York: David Mckay.

Bruner, S.J. 1961. **The Process of Education**. Cambridge: Harvard University Press.

Burkett, D. G. 1998. Making Connections Between the Tabular, Symbolic, and Graphical Representations in the Context of writing Activities Used During (Instruction of Functions). **Dissertation Abstracts International**. 34: 61-02A.

Buros, O. K. 1978. **The mental Measurements Yearbook**. New Jersey: The Gryphon Press.

Cai, J., and Hwang, S. 2002. Generalized and generative thinking in US and Chinese Students' Mathematical Problem Solving and Problem Posing. **Mathematical Behavior**. 21(4): 401-421.

Coaco, A., Curcio, F. R. 2001. **The Role of Representation in School Mathematics**. U.S.A.: National Council of Teachers of Mathematics.

Cronbach, L. J. 1970. **Essentials of Psychological Testing**. 3rd ed. New York: Harper and Row.

Donovan, J. E. 2003. Student's Understanding of Differential Equations. **Dissertation Abstracts International**. 63(8): 2814 – A.

Dossey, J. A., and el al. 2002. Mathematics Methods for Today's Mathematics Classroom. **A Contemporary Approach to Teaching Grades 7-12**. U.S.A.: Thomson Learning.

Epstein, S. L. 1989. Knowledge Representation in Mathematics: A Case Study in Graph Theory. **Dissertation Abstracts International (Online)**. Available from: **http://www.lib.umi.com/dissertations/fullcit/8320464**[2004, May 4].

Erion, R. H. 1985. The Effect of Mode of Representation and Problem Complexting on Performance in Problem Situation by Preservice Elementary School Teachers. **Dissertation Abstracts International**. 61(8): 281 – A.

Escuder, A. 2007. Geometric Representation of Continued Fractions. **Dissertation Abstracts International**. 56(4): 324 – A.

Evrim, E., and Maria, L. F. 2003. Spatial Ability, Achievement, And Use of Multiple Representations in Mathematics. **Journal for Research in Mathematics Education**. 21: 33-39.

Erion, R. H. 1985. The Effect of Mode of Representation and Problem Complexting on Performance in Problem Situation by Preservice Elementary School Teachers. **Dissertation Abstracts International**. 12(4): 46-10A.

Eysenck, H.J. 1981. Intelligence and Achievement. In R. Susan (eds.), **Intelligence the batlle for the Mind**, p. 29. London: Pan Books Cavayu Place.

Gardner, H. 1983. **Frames of mind the theory of multiple intelligenes**. 2nd ed. London: Fontana.

Girard. N. R. 2003. Student's Representational Approaches Solving Calculus Problems; Examining The Role of Graphing Calculators. **Dissertation Abstracts International**. 63(10): 3502-A.

Goldin, G., and Shteingold, N. 2001. Systems of Representations and the Development of Mathematical Concepts. In Albert, and R. C. Frunces (eds.), **The Role of Representation in School Mathematics Coaco**, pp.1-19. U.S.A.: National Council of Teachers of Mathematics.

Good, C. V. 1973. **Dictionary of Education**. New York: McGraw-HillcBook Company.

Greeno, J. G., and Hall, R. B. 1997. Practicing Representation: Learning with and about Representational From. **Phi Delta kappan**. 79(January): 361- 367.

Hail, C. J. 2000. The Effect of Using Multiple Representation on Students' Knowledge and Perspective of Basic Algebraic Concept. **Dissertation Abstracts International**. 64(2): 61-07A.

Hall, R. 1996. Representation as Shared Activity: Situated Cognition and Dewey's Cartography of Experience. **The Journal of the Learning Sciences**. 5(3), 209-238.

Hartfield, K. R. 2003. College Student's Knowledge of Functions as Affected by Instruction Using the Rule of Three. **Dissertation Abstracts International**. 64(1): 90 – A.

Herman, M. F. 2003. Relationship of College Student's Visual Preference to Use the Representation: Conceptual Understanding of Function Algebra. **Dissertation Abstracts international**. 63(7): 24884–A – 2485–A.

Hiebert, J., and Carpenter, T. P. 1992. Learning and Teaching with Understanding. In D. A. Grouws (eds.), **A Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**, p. 34. New York: Macmillan Library Reference Simon & Schuster Macmillan.

Hines, M. E. 1998. Analysis of Processes Used by Middly-School Students to Interpret Functions Embedded in Dynamic Physical Models and Represented In Tables, Equations,Graphs (Functions Interpretation Embedded Functions). **Dissertation Abstracts international**. 33(7): 59 -09A.

Hitt, F. 1998. Difficulties in the Articulation of Different Representations Linked to the Concept of Function. **Journal of Mathematical Behavior**. 17(1): 123-134.

Janvier, C. 1987. **Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics**. London: Lawrence Erlbaum.

Janvier, C., Girardon, C., and Morand, J. 2000. Mathematical Symbols and Representations. In PS. Wilson (eds.), **Research Ideas for the Classroom High School Mathematics**, pp. 45-63. Reston.VA: National Council of Teacher of Mathematics.

Johnson, S. 1998. What's in a Representation, Why Do We Care, and What Does It Mean? Examining Evidence from Psychology. **Automation in Construction**. 8.

Jonassen, D. H. 2000. **Computers as Mind Tools for Schools: Engaging Critical Thinking**. Columbus, OH: Merrill/Prentice Hall.

Kali, Y., and Orion, N. 1996. Spatial Abilities of High-School Students in the Perception of Geologic Structures. **Journal of Research in Science Teaching**. 33(4): 223-234.

Kaput, J. J. 1987. Toward a Theory of Symbol Use in Mathematics. In C. Janvier (eds.), **Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics**. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Kato, Y., and et al. 2002. Young Children's Representations of Groups of Objects: The Relationship Between Abstraction and Representation. **Journal for Research in Mathematics Education**. 33(1): 30-45.

Keller, B. A., and Hirsch, C. R. 1998. Student Preferences for Representations of Functions. **International Journal in Mathematics Education Science Technology**.

Kenedy, L.N., and Tipps, S. 2000. **Guiding Children's Learning of Mathematics**. 9th ed. Belmont: Wadsworth/Thomson Learning.

Kosslyn, S. M. 1980. **Image and Mind**. Cambridge, Mass: Harvard University Press.

Lesh, R., Post, T., and Behr, M. 1987. Representations and Translations Among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving. In C. Janvier (eds.), **Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics**. pp.33-40. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Linn, M. C., and Petersen, A. C. 1985. Emergence and Characterization of Sex Differences in Spatial Ability: A Meta - Analysis. **Child Development**. 56(6): 1479-1498.

Lubinski, C. A., and Otto, A. D. 2002. Meaningful Mathematical Representation and Early Algebraic Reasoning. **Teaching Children Mathematics**. 9(2): 76 – 80.

Maier, P. H. 1994. **Raumliches Vorstellungsvermogen**. New York.

McGee, M.G. 1979. Human Spatial Abilities: Psychometric Studies and Environmental, Genetic, Hormonal and Neurological Influences. **Psychological Bulletin**. 86(5 September).

McKim, R. 1972. **Experiences in Visual Thinking**. Monterey, CA: Brooks/Cole.

Michael, W B., Zimmerman W. S., and Guilford, J. P. 1951. An Invisualization of the Nature of the Spatial-Relations and Visualization Factors in Two High School Samples. **Educational and Psychological Measurement**. 5(5): 176-187.

Michael, W. B., Guilford, J. P., Fruchter, B., and Zimmerman, W. S. 1957. The Description of Spatial-Visualization Abilities. **Educational and Psychological Measurement**. 17: 185-199.

Milrad, M. 2002. Using Construction Kits, Modeling Tools and System Dynamics Simulations to Support Collaborative Discovery Learning. **Educational Technology & Society**. 5(4): 76-87.

Moreno, R., and Mayer, R. E. 1999. Multimedia-Supported Metaphors for Meaning Making in Mathematics. **Cognition and Instruction**. 17(3): 215-248.

Moyer, P. S., and Mailley, E. 2004. Inchworm and a Half. **Teaching Children Mathematics**. 10(4): 244 - 252.

National Council of Teachers of Mathematics. 1989. **Curriculum and Evaluation Standard For School Mathematics**. Reston, VA.: National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. 2000. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.

Noll, R.S. 1983. Effect of Verbal Cueing and a Viaual Representation on Percent Problem Solving Performance of Remedial Adults. **Dissertation Abstracts International**. 40(1): 4317 -12A.

Nunnally, J. C. 1964. **Educational Measurement and Evaluation**. New York: McGraw-Hill Book Company.

O'keel, J. J. 1992. Using Dynamic Representation to Enchance Student's Understanding of the Concept of Function (Students Understanding). **Dissertation Abstracts International**. 40(4): 53 -09A.

Owens, K. D., and Clements, M. A. 1997. Representations in Spatial Problem Solving in the Classroom. **Journal of Mathematical Behavior**. 17(2): 197-218.

Pamlmer, S.E. 1977. Fundamental Aspects of Cognitive Representation. In E. Rosch and B. B. Lloyd (eds.), **Cognition and Categorization**, pp. 49-90. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Perry, J. A., and Atkins, S. L. 2002. It's Not Just Notation: Valuing Children's Representations. **Teaching Children Mathematics**. 9(4): 196 – 201.

Pittiyanuwat, S. 1976. **Relationships among Attitudes, Beliefs, Achievement Intentions and Achievement Behavior in Mathematics**. Unpublished Doctor Dissertation: The University of Minnesota.

Rannucci, E. R. 1964. The Role of The Space Perception in The Teaching Mathematics. **Bulletin of The International Study Groups of Mathematics**

Learning. 11(October): 19-23.

Rittle, J., B. 1999. Iterative Development of Conceptual and Proedural Knowledge: A Framework for Understanding Knowledge Change (Leaaning,Problem Representation). **Dissertation Abstracts International**. 45(4): 60 -06A.

Schutz, J. E., and Waters, M.S. 2000. Why Representation. **Mathematics Teacher**.

Skinner, B.F. 1974. **About Behaviorism**. New York: Alfred A. Knopt.

Smith, M. I. 1994. **Spatial Ability**. London: London University, Press.

Smith, S. 1970. **Best Method of Study**. London: Barnes and Nobel.

Stephen, J. P., and Mourat, A. T. 2001. The Role of Representation(s) in Developing Mathematical Understanding. **Journal for Research in Mathematics Education**. 64(7): 745-753.

Thurstone, L. L. 1950. Some Primary Abilities in Visual Thinking. **Psychometric Laboratory Research**. Chicago: Chicago University, Press.

Thurstone, L. L. 1958. **Primary Mental Ability**. Chicago: Chicago University, Press.

Levy, J. U., and Levy, N. 2001. **Mechanical Aptitude & Spatial Relations Tests 5th ed**. United States of America: Thomson Learning.

Wheatley. 1996. **The Wheatley spatial ability test form B**. West Lafayette, IN: Purdue University.

Wilson, J. W. 1971. Evalution of Learning in Secondary School Mathematics. **Handbook on Formative and Summative Evalution of Student Learning**. New York: McGraw – Hill Book.

Yamane, T. 1973. **Statistics-An Introductory Analysis**. 3rd ed. New York, Harper.

Zazkis, Liljeddahl, and Peter. 2004. Understanding Primes: The Role of Representation. **Journal for Research in Mathematics Education**. 45(3): 345-403.

Zhang, J. 1997. The Nature of External Representations in Problem Solving. **Cognitive Science**. 21(2): 115-223.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย
- หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ
- หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิจะพิจารณา ความตรงของเนื้อหา (Content Validity) ความเหมาะสมของข้อคำถาม ตัวเลือก ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

1. ดร.ปานทอง กุลนาถศิริ	ผู้เชี่ยวชาญพิเศษ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(สสวท.)
2. ดร. สุพัตรา ผาติวิสันติ์	หัวหน้าสาขาประเมินมาตรฐาน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(สสวท.)
3. อาจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา	อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
4. อาจารย์ ดร.วรรณวิภา สุทธเกียรติ	อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย

ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

1. รศ.ดร.ดวงกมล ไตรวิจิตรคุณ	อาจารย์ประจำภาควิชาวิจัย คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
2. ผศ.ดร.เอมอร กฤษณะรังสรรค์	อาจารย์ประจำภาควิชาจิตวิทยา คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
3. อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช	อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**1436**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 มิถุนายน 2552

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพ

เรียน ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ ดร.ปานทอง กุลนารถศิริ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ดร.ปานทอง กุลนารถศิริ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**1437**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 มิถุนายน 2552

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพ

เรียน ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ ดร.สุพัตรา ผาติวิสันติ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ดร.สุพัตรา ผาติวิสันติ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**1438**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 มิถุนายน 2552

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพ

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**1440**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 มิถุนายน 2552

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสามเสนวิทยาลัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ ดร.วรรณวิภา สุทธเกียรติ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ดร.วรรณวิภา สุทธเกียรติ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โทร.82680-2 ต่อ 612
ที่ **ศธ 0512.6(2771)/1441** **วันที่** 30 มิถุนายน 2552
เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจคุณภาพ

เรียน รองศาสตราจารย์ ดร.ดวงกมล ไตรวิจิตรคุณ

ด้วย นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน" โดยมีผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**1442**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 มิถุนายน 2552

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพ

เรียน คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เอมอร กฤษณะรังสรรค์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เอมอร กฤษณะรังสรรค์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โทร.82680-2 ต่อ 612
ที่ **ศธ 0512.6(2771)/1443** **วันที่** 30 มิถุนายน 2552
เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพ

เรียน รองคณบดีและผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม

ด้วย นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์วัฒนิตา นำแสงวานิช เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**1444**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 มิถุนายน 2552

เรื่อง ขออนุญาตทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย ได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**1445**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 มิถุนายน 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสามเสนวิทยาลัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**1446**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 มิถุนายน 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนเทพศิรินทร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**1447**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 มิถุนายน 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนนนทรีวิทยา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**1448**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 มิถุนายน 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนเบญจมราชาลัย ในพระบรมราชูปถัมภ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**1449**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 มิถุนายน 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**1450**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 มิถุนายน 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**1451**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 มิถุนายน 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีวิทยา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**1452**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 มิถุนายน 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนวัดน้อยนพคุณ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**1453**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 มิถุนายน 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนมักกะสันพิทยา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**1454**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 มิถุนายน 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนมัธยมวัดเบญจมบพิตร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**1455**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 มิถุนายน 2552

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนวัดสระเกศ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน" โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ภาคผนวก ข

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

- ตัวอย่างแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตสาสตร์
- ตัวอย่างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
- ตัวอย่างแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์
- ตัวอย่างแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตสาสตร์

-

ตัวอย่างแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

ชื่อ……เลขที่……
โรงเรียน……
วันที่……..เดือน……พ.ศ. ……...

คำชี้แจงในการทำแบบวัด

1. แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้มี 15 หน้า ประกอบด้วยคำถามจำนวน 15 ข้อ ใช้เวลาทำ 1 ชั่วโมง
2. ก่อนลงมือทำแบบวัด ให้นักเรียนเขียน ชื่อ นามสกุล เลขที่ โรงเรียน วันที่ เดือน และ พ.ศ. ให้เรียบร้อย
3. โจทย์ทุกข้อเป็นแบบเขียนตอบ ในแต่ละข้อให้นักเรียนตอบคำถามจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ โดยเขียนสิ่งที่ตัวเองคิดลงในพื้นที่ของกระดาษทด ซึ่งอาจใช้รูปแบบการวาดภาพ การสร้างกราฟ การสร้างตาราง การใช้สัญลักษณ์ (ตัวแปร) การใช้ข้อความภาษาหรืออื่นๆ ก็ได้
4. โดยใช้ความรู้ความสามารถของนักเรียนอย่างเต็มความสามารถ
5. หากมีข้อสงสัยให้ยกมือถามผู้คุมสอบเท่านั้น

ตัวอย่างแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

คำสั่ง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ โดยเขียนสิ่งที่ตัวเองคิดลงในพื้นที่ของกระดาษทด ซึ่งอาจใช้รูปแบบการวาดภาพ การสร้างกราฟ การสร้างตาราง การใช้สัญลักษณ์ (ตัวแปร) การใช้ข้อความภาษา หรืออื่น ๆ ก็ได้

---

1. ช่างทาสีคนหนึ่งยืนอยู่บนขั้นกลางของบันไดที่พาดอยู่กับกำแพงตึกแห่งหนึ่งและกำลังไต่บันไดขึ้นไป เมื่อเขาไต่บันไดขึ้นไปได้ 3 ขั้น เขากลับไต่บันไดลงมาอีก 5 ขั้น เพื่อรับของจากเพื่อน และเมื่อเขาไต่บันไดกลับขึ้นไปใหม่อีก 6 ขั้น ปรากฏว่าถึงขั้นสุดท้ายของบันไดพอดี นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าบันไดนี้มีกี่ขั้น

ทด

ตอบ

2. ครูปรายฟ้าซื้อขนมเค้กมาเลี้ยงเด็กกลุ่มหนึ่งจำนวน 10 คน โดยแบ่งขนมเค้กเป็นดังนี้

ขนมเค้ก 3 ก้อนแบ่งให้เด็กผู้หญิงจำนวน 7 คน

ขนมเค้ก 1 ก้อนแบ่งให้เด็กผู้ชายจำนวน 3 คน

นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าเด็กผู้หญิงหรือเด็กผู้ชายได้รับขนมเค้กมากกว่ากัน และมากกว่ากันเท่าไร

ทด

ตอบ

3. ยงยุทธนับเหรียญ 3 ชนิดที่อยู่ในกระปุก คือ เหรียญบาท เหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาทซึ่งมีชนิดละเท่าๆกัน คิดเป็นเงินทั้งสิ้น 144 บาท นักเรียนจะช่วยยงยุทธหาจำนวนเหรียญทั้งหมดในกระปุกได้อย่างไร

ทด

ตอบ

4. ในการขุดพบแร่กัมมันตรังสีชนิดหนึ่งหนัก 1 กิโลกรัม โดยแร่นี้เมื่อปล่อยทิ้งไว้ น้ำหนักจะลดลงครึ่งหนึ่งของปริมาณเดิมในทุกๆ ปี ถ้าเก็บแร่นี้ไว้นาน 5 ปี นักเรียนจะหาน้ำหนักสุดท้ายของแร่กัมมันตรังสีนี้ได้อย่างไร

ทด

ตอบ

5. หมีโคอาลาตัวหนึ่งต้องการปีนขึ้นไปบนยอดต้นไม้ต้นหนึ่งที่มีความสูง 10 เมตร ในแต่ละวันหมีโคอาลาสามารถปีนต้นไม้ได้ 5 เมตร แต่ตอนกลางคืนในขณะหลับ มันกลับลื่นตกลงมาวันละ 4 เมตร นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าหมีโคอาลาตัวนี้จะใช้เวลากี่วันในการปีนขึ้นไปบนยอดต้นไม้

ทด

ตอบ

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

ลักษณะของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ มีลักษณะเป็นแบบปรนัย จำนวน 5 ตัวเลือก ประกอบด้วย 4 แบบ แบบละ 10 ข้อ รวม 40 ข้อ ใช้เวลาในการสอบ 60 นาที

แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ประกอบด้วย

1. แบบซ่อนภาพ หมายถึง แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ที่ให้นักเรียนค้นหาภาพรูปเรขาคณิตที่มีขนาด รูปร่าง และทิศทางเช่นเดียวกับภาพที่กำหนดให้
2. แบบการอ่านแผนที่ หมายถึง แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ที่ให้นักเรียนดูทิศและอ่านแผนที่ได้อย่างถูกต้อง
3. แบบหมุนภาพ หมายถึง แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ที่ให้นักเรียนเลือกรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการหมุนภาพที่กำหนดให้ได้
4. แบบการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์ หมายถึง แบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ที่ให้นักเรียนค้นหาภาพรูปทรงเรขาคณิตที่มีด้านที่อยู่ตรงข้ามกับด้านที่กำหนดให้ได้

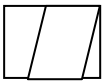
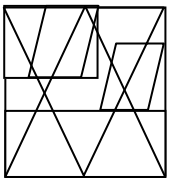
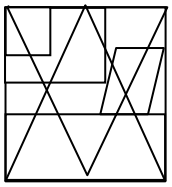
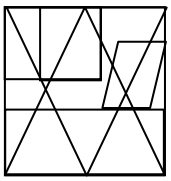
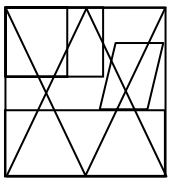
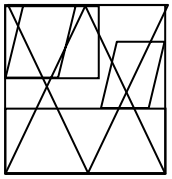
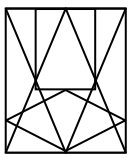
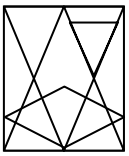
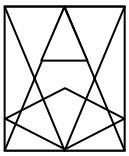
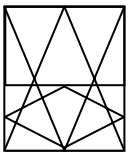
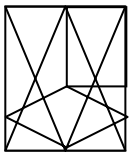
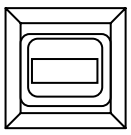
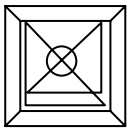
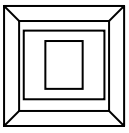
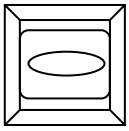
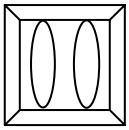
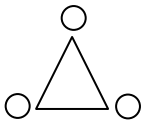
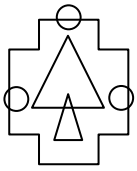
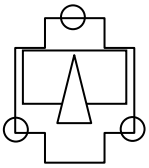
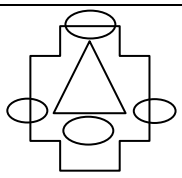
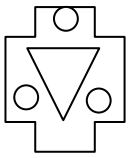
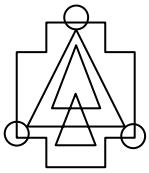
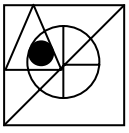
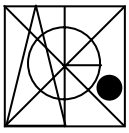
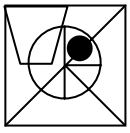
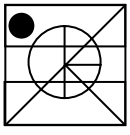
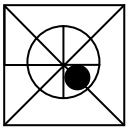
วิธีดำเนินการทดสอบ

1. ให้นักเรียนกาเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในช่องที่ตรงกับตัวอักษร ก,ข,ค,ง หรือ จ ที่เห็นว่าถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว ในกระดาษคำตอบที่แจกให้
2. นักเรียนต้องเริ่มทำแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์พร้อมกัน เมื่อผู้คุมสอบบอกหมดเวลา นักเรียนต้องหยุดทำทันที แล้วส่งกระดาษคำตอบและกระดาษคำถาม

ขอให้นักเรียนทุกคนโชคดี

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
แบบที่ 1 แบบซ่อนภาพ

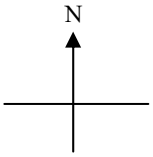
คำชี้แจง ให้พิจารณา ดูว่าภาพใดจาก ก.- จ. มีภาพที่มีรูปร่าง ขนาด และทิศทาง เช่นเดียวกับภาพทางซ้ายมือที่กำหนดให้ซ่อนอยู่

1. 	 ก.	 ข.	 ค.	 ง.	 จ.
2.	 ก.	 ข.	 ค.	 ง.	 จ.
3.	 ก.	 ข.	 ค.	 ง.	 จ.
4. 	 ก.	 ข.	 ค.	 ง.	 จ.
5.	 ก.	 ข.	 ค.	 ง.	 จ.

แบบที่ 2 แบบการอ่านแผนที่

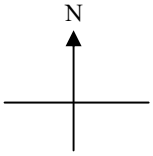
คำชี้แจง ให้พิจารณาแผนที่ที่กำหนดให้ แล้วตอบคำถามให้ถูกต้อง

6. ทหารหมู่หนึ่งออกเดินลาดตระเวนจากที่พักไปทางทิศใต้เป็นระยะทาง 20 กิโลเมตร แล้วเดินทางไปทิศตะวันตกเฉียงเหนืออีก 10 กิโลเมตร จากนั้นเลี้ยวไปทางทิศตะวันตกเฉียงใต้ 10 กิโลเมตร แล้วมุ่งหน้าเดินไปทางทิศเหนืออีก 20 กิโลเมตร จึงหยุดพักที่ศาลา อยากทราบว่าศาลาอยู่ทางทิศใดของที่พัก



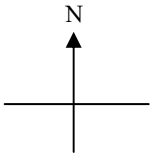
ก. ทิศเหนือ ข. ทิศใต้
a. ทิศตะวันตก ง. ทิศตะวันออก
จ. ทิศตะวันออกเฉียงเหนือ

7. ภาคินีเดินทางไป MBK โดยออกเดินทางจากบ้านไปทางทิศเหนือ 400 เมตร แล้วเดินทางต่อไปทางทิศตะวันตกอีก 600 เมตร หลังจากนั้นเดินทางไปทางทิศเหนืออีก 200 เมตร จะถึง MBK อยากทราบว่าบ้านภาคินีอยู่ทางทิศใดของ MBK



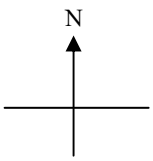
ก. ทิศเหนือ ข. ทิศใต้
ค. ทิศตะวันออกเฉียงเหนือ ง. ทิศตะวันออกเฉียงใต้
จ. ทิศตะวันตกเฉียงใต้

8. วิลาวัลย์ต้องการเดินทางไปร้านขายดอกไม้สด โดยเดินไปทางทิศเหนือ เป็นระยะทาง 3 กิโลเมตร แล้วเดินไปทางทิศตะวันตกเฉียงเหนือ เป็นระยะทาง 2 กิโลเมตร แล้วเลี้ยวไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือ เป็นระยะทาง 2 กิโลเมตร จึงถึงร้านขายดอกไม้สด อยากทราบว่าบ้านวิลาวัลย์อยู่ทางทิศใดของร้านขายดอกไม้



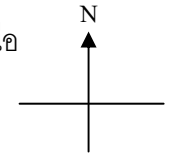
ก. ทิศตะวันออก ข. ทิศตะวันตกเฉียงเหนือ
ค. ทิศตะวันออกเฉียงเหนือ ง. ทิศใต้
จ. ทิศเหนือ

9. บ้านเต้ยอยู่ทางทิศตะวันตกของบ้านป๋อง เป็นระยะทาง 3 กิโลเมตร บ้านไมค์อยู่ทางทิศใต้ของบ้านป๋อง เป็นระยะทาง 4 กิโลเมตร และบ้านพีคอยู่ทางทิศตะวันออกของบ้านไมค์ เป็นระยะทาง 1 กิโลเมตร อยากทราบว่าบ้านพีคอยู่ทางทิศใดของบ้านเต้ย



ก. ทิศตะวันออกเฉียงใต้ ข. ทิศตะวันตกเฉียงใต้
ค. ทิศตะวันตกเฉียงเหนือ ง. ทิศใต้
จ. ทิศเหนือ

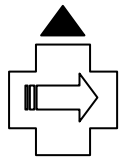
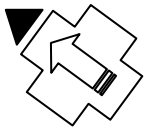
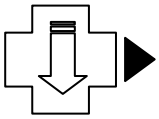
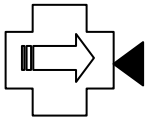
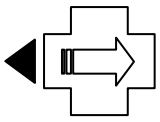
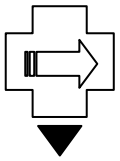
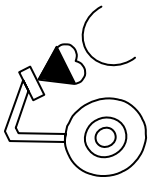
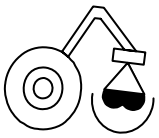
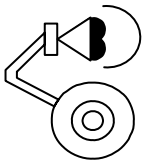
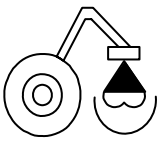
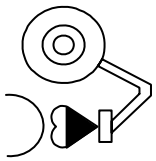
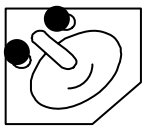
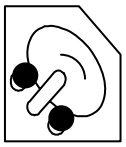
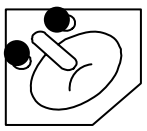
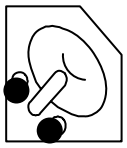
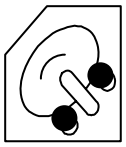
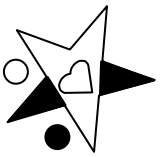
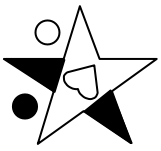
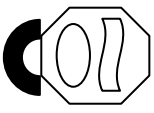
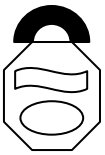
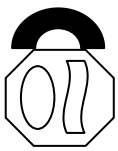
10. ขวัญต้องการไปเที่ยวบ้านแพนเค้ก โดยออกเดินทางจากร้านต้มยำกุ้งไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือ 300 เมตร แล้วเลี้ยวไปทางทิศตะวันออกอีก 200 เมตร ต่อจากนั้นเดินไปทางทิศตะวันออกเฉียงใต้อีก 300 เมตร จึงถึงบ้านแพนเค้ก อยากทราบว่าร้านต้มยำกุ้งอยู่ทางทิศใดของบ้านแพนเค้ก



ก. ทิศตะวันตกเฉียงใต้
ข. ทิศตะวันออกเฉียงเหนือ
ค. ทิศตะวันตก
ง. ทิศตะวันออก
จ. ทิศเหนือ

แบบที่ 3 แบบหมุนภาพ

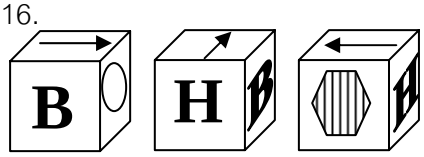
คำชี้แจง ให้พิจารณา ดูว่าภาพใดจาก ก.- จ. เป็นภาพที่เกิดจากการหมุนภาพที่กำหนดให้ทางซ้ายมือ

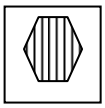
11. 	 ก.	 ข.	 ค.	 ง.	 จ.
12.	 ก.	 ข.	 ค.	 ง.	 จ.
13. 	 ก.	 ข.	 ค.	 ง.	จ.
14.	ก.	 ข.	 ค.	ง.	จ.
15.	ก.	 ข.	 ค.	ง.	 จ.

แบบที่ 4 แบบการหาด้านตรงข้ามจากลูกบาศก์

คำชี้แจง ให้พิจารณา ดูว่าภาพใดจาก ก.- จ. เป็นภาพที่อยู่ตรงข้ามจากภาพที่กำหนดให้ทางซ้ายมือ

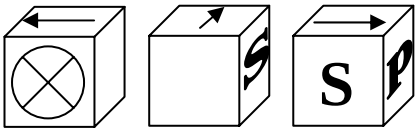
16.

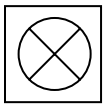


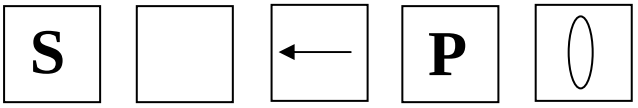


ก. ข. ค. ง. จ.

17.

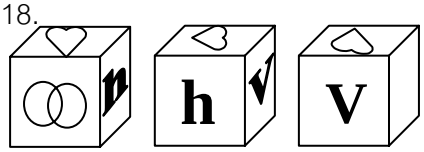






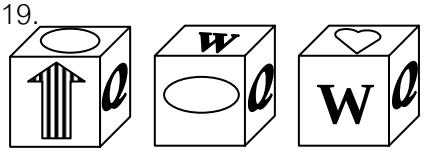
ก. ข. ค. ง. จ.

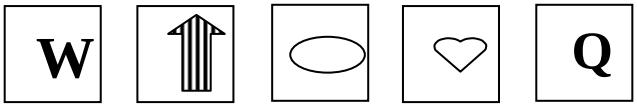
18.



ก. ข. ค. ง. จ.

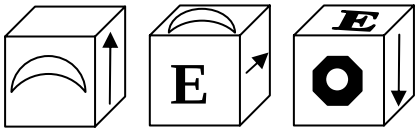
19.

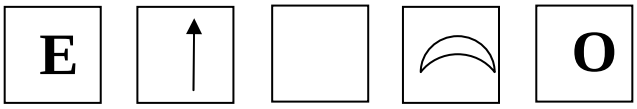




ก. ข. ค. ง. จ.

20.





ก. ข. ค. ง. จ.

ตัวอย่างแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

ตารางที่ 15 วิเคราะห์โครงสร้างของแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์	**ใช้ในการทดลอง**			**ใช้จริง**		
	ข้อความทางบวก	**ข้อความทางลบ**	**รวม**	**ข้อความทางบวก**	**ข้อความทางลบ**	**รวม**
ด้านการเตรียมตัวเรียน	8	7	15	6	4	10
ด้านการเรียนในชั้นเรียน	9	6	15	7	3	10
ด้านการฝึกฝนพัฒนาตนเอง	9	6	15	6	4	10
รวม	26	19	45	19	11	30

ตัวอย่างแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับผู้ตอบแบบสอบถาม

คำชี้แจง : โปรดเติมข้อความลงในช่องว่างที่กำหนดให้

---

1. ชื่อ……..นามสกุล……
2. เลขที่……..โรงเรียน…….
3. เกรดเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ……
4. เบอร์โทร……..e-mail……..

ตอนที่ 2 แบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน

คำชี้แจง : โปรดใส่เครื่องหมาย ✓ ลงใน ( ) ที่ตรงกับความเป็นจริงของท่านมากที่สุด

ที่	ข้อความ	ไม่ปฏิบัติเป็นประจำ	ปฏิบัติเป็นประจำ	ปฏิบัติเป็นส่วนใหญ่	ปฏิบัติเป็นส่วนน้อย	ปฏิบัติบ่อยครั้ง	ปฏิบัติเป็นประจำ
1.	**ด้านการเตรียมตัวเรียน** ฉันอ่านและทำความเข้าใจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ล่วงหน้า ก่อนเรียนในชั้นเรียน						
2.	ฉันไม่ทบทวนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนไปแล้ว						
3.	ฉันทำแบบฝึกหัดและการบ้านวิชาคณิตศาสตร์ ตามที่ครูผู้สอนได้มอบหมายได้เสร็จตรงเวลา						
4.	เมื่อฉันทำการบ้านไม่ได้ ฉันไม่เคยปรึกษาเพื่อนหรือผู้ปกครอง						
5.	ฉันรวบรวมปัญหาที่พบในการเตรียมตัวเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ไปถามครูผู้สอนในชั้นเรียน						
6.	**ด้านการเรียนในห้องเรียน** ฉันใช้วิธีการหรือขั้นตอนกระบวนการคิดต่างๆทางคณิตศาสตร์ ที่ครูผู้สอนเคยสอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์						
7.	เมื่อเกิดข้อสงสัยเกี่ยวกับโจทย์คณิตศาสตร์ ฉันไม่เคยถามครูผู้สอน						

ข้อที่	ข้อความ	ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง	ไม่เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	เห็นด้วย	เห็นด้วยอย่างยิ่ง
8.	ฉันตั้งใจฟังครูผู้สอนอธิบายในวิชาคณิตศาสตร์						
9.	ฉันสามารถแก้ข้อสงสัยที่เกิดในห้องเรียนได้ด้วยตนเอง โดยใช้กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย						
10.	ฉันไม่ร่วมกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ครูผู้สอนจัดให้ในห้องเรียน						
11.	**ด้านการฝึกฝนพัฒนาตนเอง** ฉันมีการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม โดยการอ่านหนังสือที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์						
12.	ฉันมีการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม โดยการหาข้อมูลจากเวบไซต์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์						
13.	ฉันนำวิธีการหรือกระบวนการคิดจากการเรียนพิเศษ มาใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์หรือโจทย์ทางคณิตศาสตร์						
14.	ฉันไม่เคยศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมในวิชาคณิตศาสตร์						
15.	ฉันไม่นำวิธีการหรือกระบวนการคิดจากการเรียนพิเศษ มาใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์หรือโจทย์ทางคณิตศาสตร์						

ตัวอย่างแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตสาสตร์

ตัวอย่างแบบสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

- ผู้วิจัยแนะนำตัวเองและบอกถึงความสำคัญในการสัมภาษณ์
- ผู้วิจัยทำความคุ้นเคยโดยการถามชื่อ ระดับผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ งานอดิเรก ความใฝ่ฝัน หรือเรื่องทั่วๆไป เพื่อสร้างความคุ้นเคย
- ผู้วิจัยทำการสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับประเด็นต่างๆ ดังนี้

แบบสัมภาษณ์เพื่อศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาจากประเด็นต่างๆ ดังนี้

- **ความคิดในการเชื่อมโยงการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์**

คำถาม

1. จากโจทย์ข้อ....นักเรียนมีวิธีการเชื่อมโยงข้อมูลจากโจทย์อย่างไร เพื่อที่จะนำเสนอให้คนอื่นเข้าใจ

2. นักเรียนคิดว่ามีวิธีอื่นที่สามารถสื่อความหมายจากโจทย์ข้อนี้ได้อย่างไร

3. นักเรียนเจอโจทย์ลักษณะไหนถึงจะใช้รูปแบบการเขียนภาพ กราฟ ตาราง สัญลักษณ์ (ตัวแปร) ข้อความภาษา หรือรูปแบบอื่นๆ ในการสื่อความหมาย

4. จากโจทย์ข้อ... ทำไมนักเรียนถึงเลือกใช้รูปแบบ การเขียนภาพ กราฟ ตาราง สัญลักษณ์ (ตัวแปร) ข้อความภาษา หรือรูปแบบอื่นๆ ในการสื่อความหมาย

5. เมื่อนักเรียนเลือกใช้รูปแบบต่างๆ ในการนำเสนอให้ผู้อื่นเข้าใจแล้ว จากโทย์ข้อที่...(ยกตัวอย่างโจทย์ข้อที่นักเรียนมีการแสดงวิธีคิดหาคำตอบที่อาจเป็นไปได้) ทำไมนักเรียนถึงคิดหาคำตอบในลักษณะนี้

6. เมื่อนักเรียนเลือกใช้รูปแบบต่างๆ ในการนำเสนอให้ผู้อื่นเข้าใจแล้ว จากโทย์ข้อที่...(ยกตัวอย่างโจทย์ข้อที่นักเรียนไม่มีการแสดงวิธีคิดหาคำตอบที่อาจเป็นไปได้) ทำไมนักเรียนถึงไม่คิดหาคำตอบในโจทย์ข้อนี้

- **ประสบการณ์ในการเรียนรู้ที่นำมาช่วยในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์**

คำถาม

1. จากโจทย์ในแต่ละข้อนักเรียนมีการใช้รูปแบบต่างๆ ในการสื่อความหมายนั้น นักเรียนมีการเรียนรู้มาจากไหน

2. เมื่อนักเรียนได้รับประสบการณ์เรียนรู้นั้นมาแล้ว นักเรียนนำมาใช้เสมอหรือไม่ อย่างไร

3. จากการที่นักเรียนมีการเตรียมตัวก่อนเรียน เช่น การทบทวนบทเรียน การศึกษาบทเรียนล่วงหน้า การทำแบบฝึกหัดหรือการบ้านด้วยตนเอง นักเรียนคิดว่าสิ่งเหล่านี้มีส่วนเกี่ยวข้องกับการเลือกใช้รูปแบบต่างๆ ในการสื่อความหมาย หรือไม่ อย่างไร

4. จากการที่นักเรียนเรียนในห้องเรียน หรือร่วมกิจกรรมต่างๆ ที่ครูผู้สอนจัด นักเรียนคิดว่าสิ่งเหล่านี้มีส่วนเกี่ยวข้องกับการเลือกใช้รูปแบบต่างๆ ในการสื่อความหมาย หรือไม่ อย่างไร

5. จากการที่นักเรียนมีการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมจากที่ต่างๆ หรือการเรียนพิเศษ นักเรียนคิดว่าสิ่งเหล่านี้มีส่วนเกี่ยวข้องกับการเลือกใช้รูปแบบต่างๆ ในการสื่อความหมาย หรือไม่ อย่างไร

- **ความชอบในการเลือกใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์**

คำถาม

1. จากการทำโจทย์ในแต่ละข้อ รูปแบบที่นักเรียนสื่อความหมายออกมานั้นเป็นสิ่งที่นักเรียนชอบหรือไม่ ทำไมถึงชอบนำเสนอในรูปแบบนั้น

2. ถ้านักเรียนไม่ชอบในรูปแบบที่สื่อความหมายออกมา แล้วทำไมนักเรียนถึงเขียนรูปแบบนั้นลงในแบบวัดตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

ภาคผนวก ค

การหาคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย

ตารางที่ 16 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	0.78	0.79	0.92
2	0.55	0.56	
3	0.70	0.72	
4	0.58	0.59	
5	0.50	0.51	
6	0.80	0.82	
7	0.80	0.82	
8	0.78	0.79	
9	0.78	0.79	
10	0.80	0.82	
11	0.68	0.47	
12	0.68	0.58	
13	0.70	0.50	
14	0.68	0.82	
15	0.75	0.56	
16	0.50	0.43	
17	0.63	0.58	
18	0.48	0.40	
19	0.58	0.35	
20	0.73	0.36	
21	0.78	0.43	
22	0.80	0.69	
23	0.63	0.71	
24	0.55	0.63	

ตารางที่ 16 แสดงค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ (ต่อ)

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
25	0.80	0.23	0.92
26	0.63	0.49	
27	0.63	0.71	
28	0.80	0.23	
29	0.78	0.20	
30	0.73	0.83	
31	0.70	0.50	
32	0.75	0.74	
33	0.68	0.82	
34	0.78	0.25	
35	0.73	0.53	
36	0.65	0.61	
37	0.80	0.45	
38	0.75	0.22	
39	0.75	0.56	
40	0.80	0.45	

ตารางที่ 17 แสดงค่าอำนาจจำแนกรายข้อ (Item discrimination หรือ D index หรือ ค่า *t*) ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์รายข้อ (Item-total correlation หรือ ค่า *r*) และค่าความเที่ยงของแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่าอำนาจจำแนกรายข้อ (Item discrimination หรือ D index หรือ ค่า *t*)	ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์รายข้อ (Item-total correlation หรือ ค่า *r*)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
1	3.162	0.529	0.932
2	3.831	0.487	
3	3.676	0.512	
4	3.173	0.403	
5	3.848	0.589	
6	3.736	0.435	
7	4.712	0.634	
8	2.725	0.461	
9	2.748	0.595	
10	4.490	0.653	
11	3.636	0.497	
12	5.285	0.565	
13	4.859	0.643	
14	4.207	0.513	
15	5.125	0.668	
16	4.103	0.750	
17	4.082	0.598	
18	3.172	0.221	
19	6.289	0.719	
20	4.362	0.635	
21	3.195	0.558	

ตารางที่ 17 แสดงค่าอำนาจจำแนกรายข้อ (Item discrimination หรือ D index หรือ ค่า *t*) ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์รายข้อ (Item-total correlation หรือ ค่า *r*) และค่าความเที่ยงของแบบวัดพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ (ต่อ)

ข้อที่	ค่าอำนาจจำแนกรายข้อ (Item discrimination หรือ D index หรือ ค่า *t*)	ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์รายข้อ (Item-total correlation หรือ ค่า *r*)	ค่าความเที่ยงของแบบวัดทั้งฉบับ
22	3.873	0.608	0.932
23	6.073	0.731	
24	3.460	0.304	
25	6.847	0.754	
26	2.911	0.449	
27	3.963	0.475	
28	7.547	0.723	
29	3.173	0.410	
30	2.006	0.452	

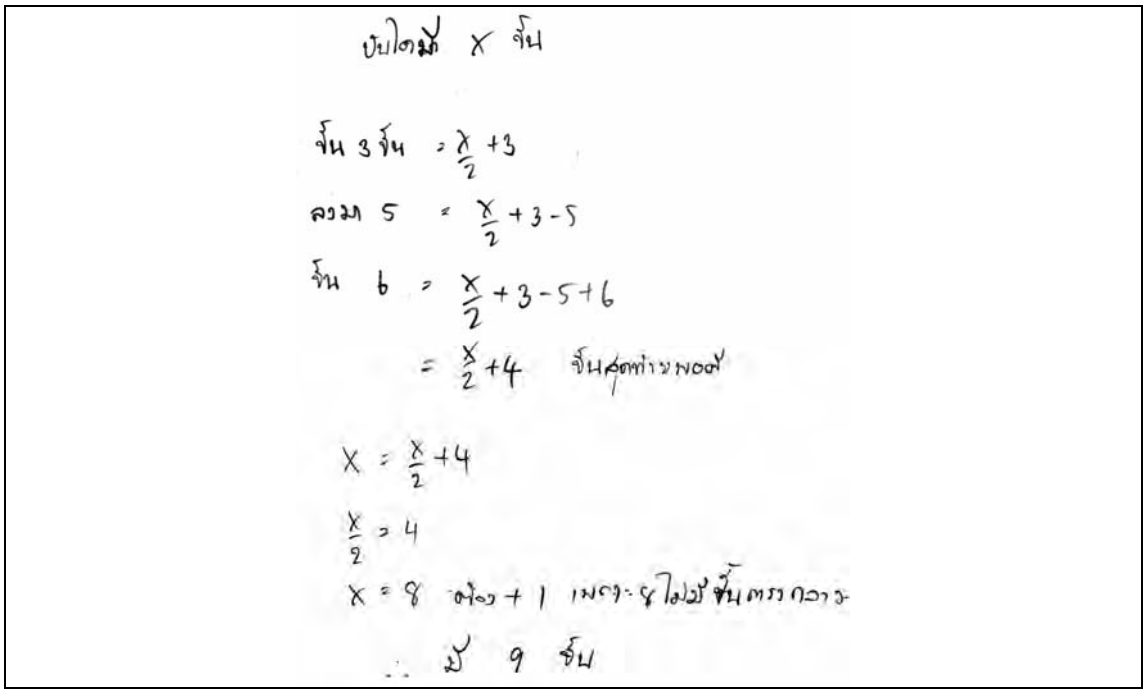
ภาคผนวก ง

ตัวอย่างการทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนแตกต่างกัน

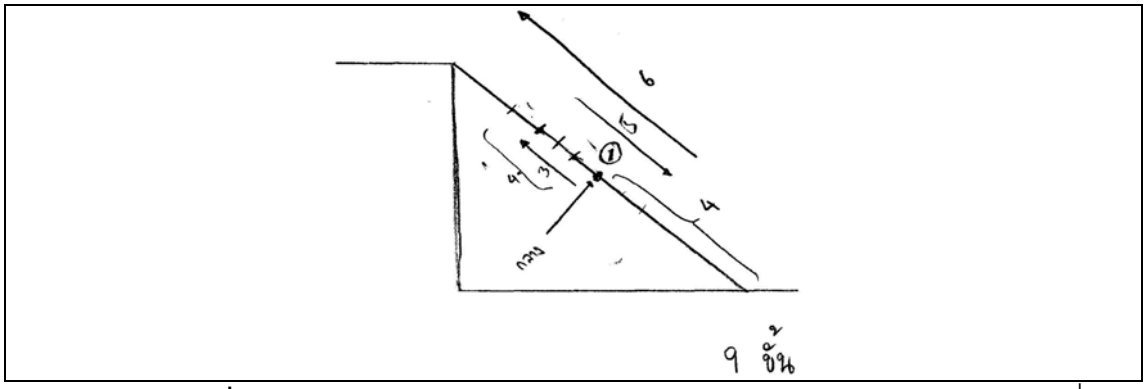
ตัวอย่างการทำแบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และพฤติกรรมการเรียนแตกต่างกัน

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา

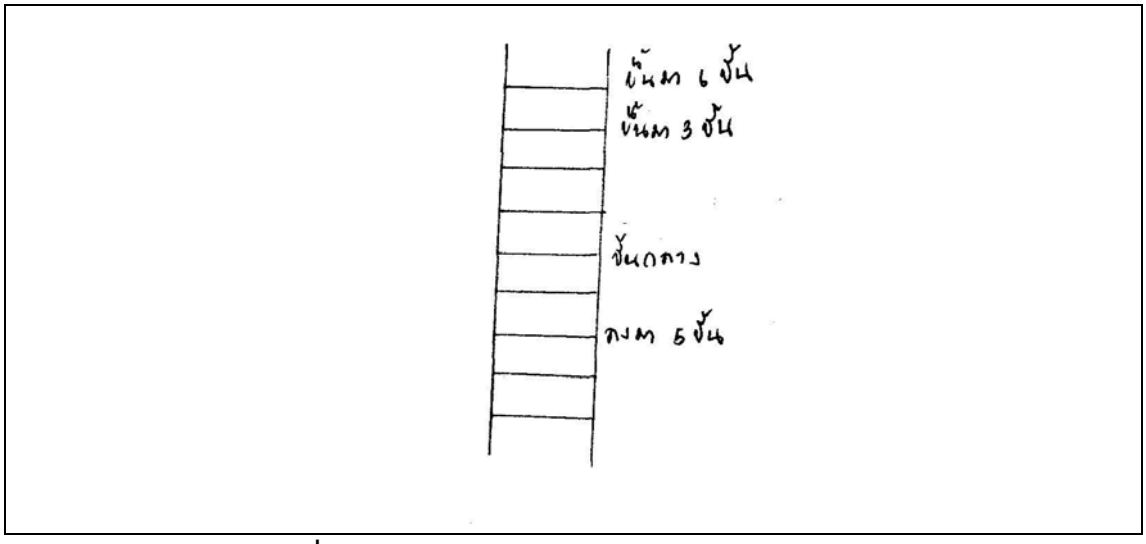
ช่างทาสีคนหนึ่งยืนอยู่บนขั้นกลางของบันไดที่พาดอยู่กับกำแพงตึกแห่งหนึ่งและกำลังไต่บันไดขึ้นไป เมื่อเขาไต่บันไดขึ้นไปได้ 3 ขั้น เขากลับไต่บันไดลงมาอีก 5 ขั้น เพื่อรับของจากเพื่อนและเมื่อเขาไต่บันไดกลับขึ้นไปใหม่อีก 6 ขั้น ปรากฏว่าถึงขั้นสุดท้ายของบันไดพอดี นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าบันไดนี้มีกี่ขั้น



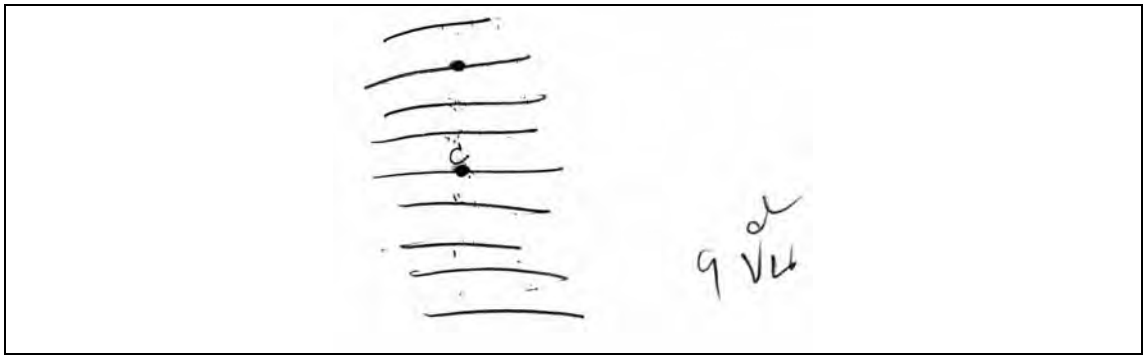
ภาพประกอบที่ 26 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง



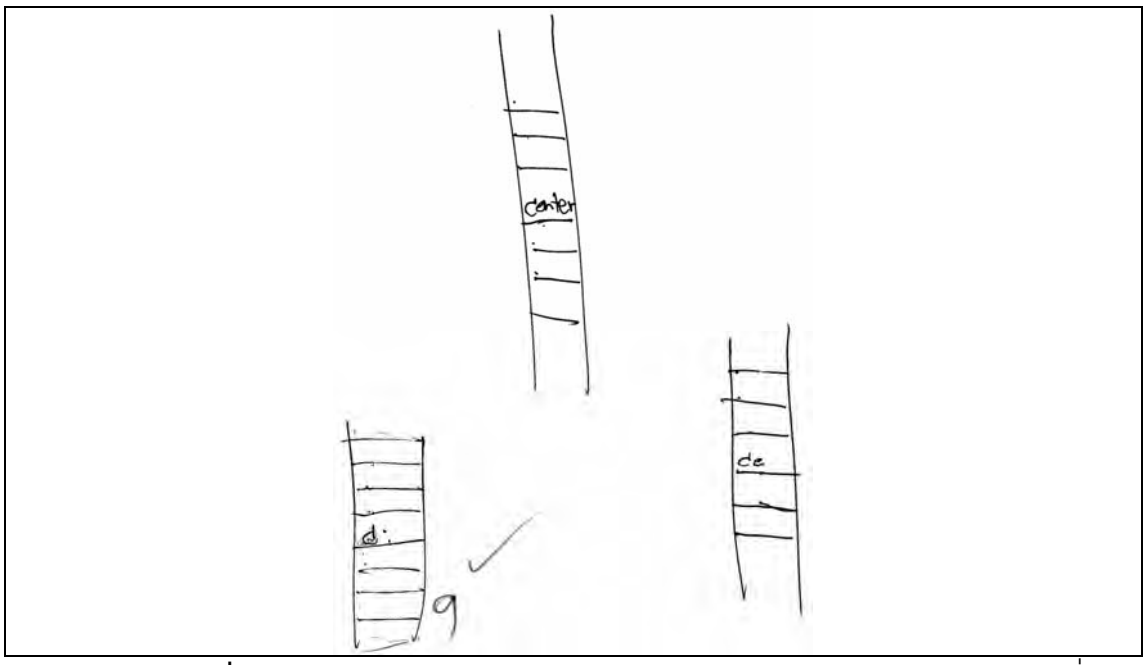
ภาพประกอบที่ 27 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง



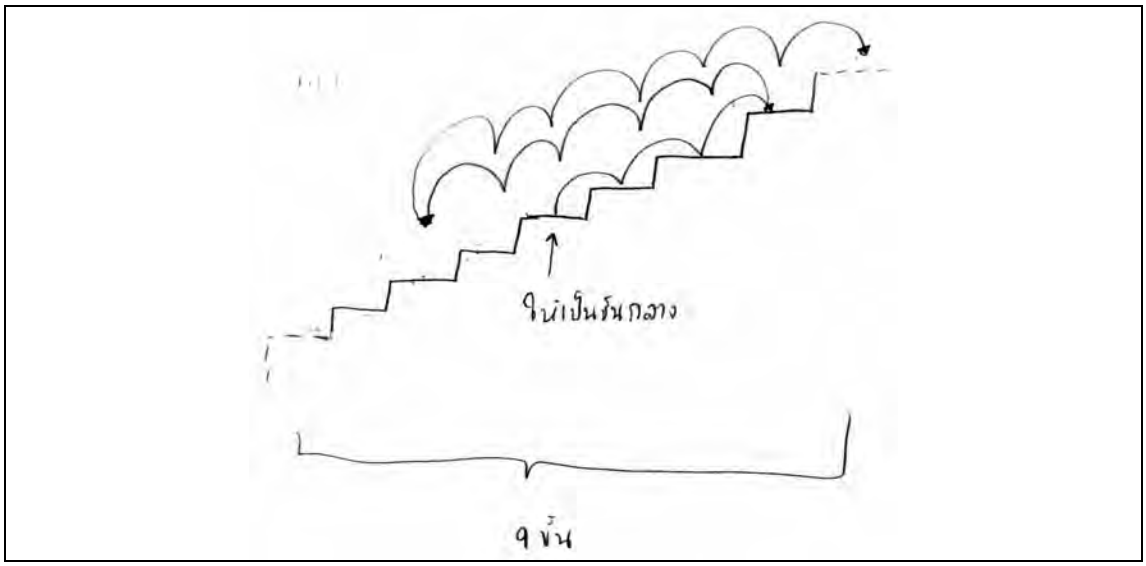
ภาพประกอบที่ 28 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง



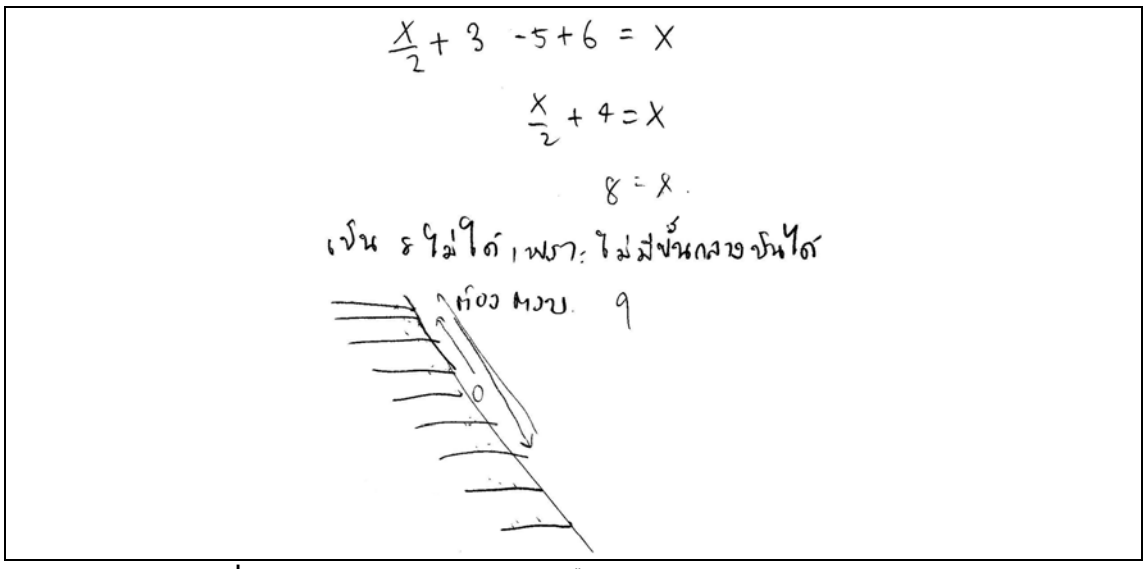
ภาพประกอบที่ 29 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง



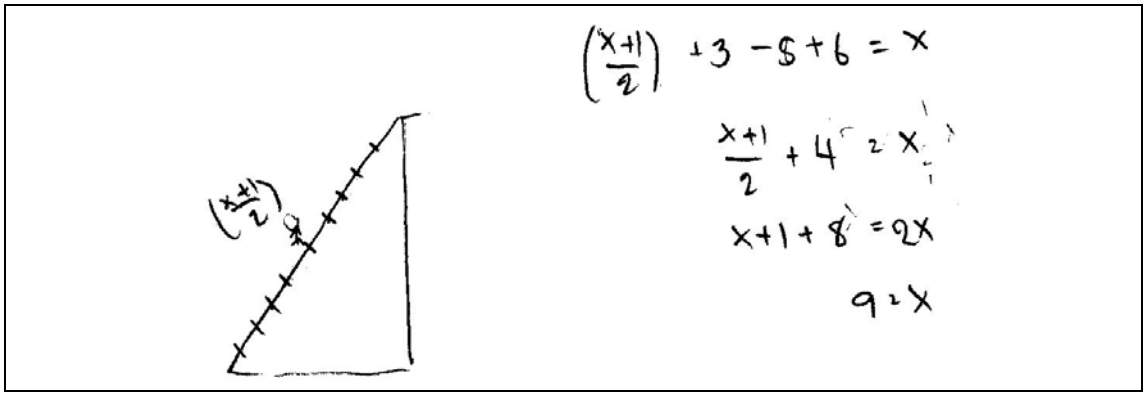
ภาพประกอบที่ 30 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ



ภาพประกอบที่ 31 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง



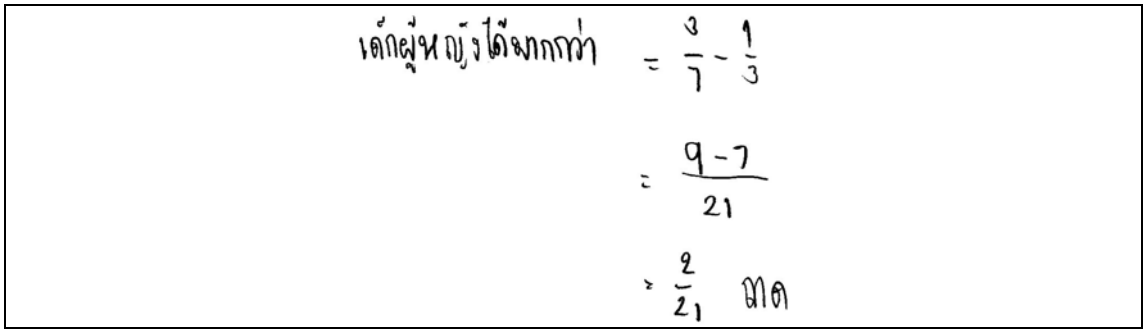
ภาพประกอบที่ 32 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรและรูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง



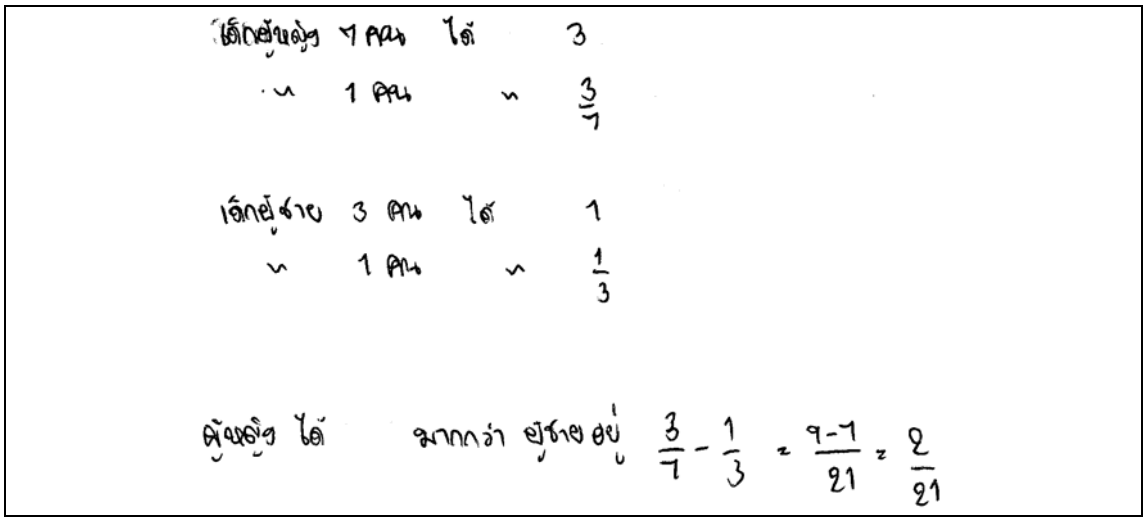
ภาพประกอบที่ 33 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรและรูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา

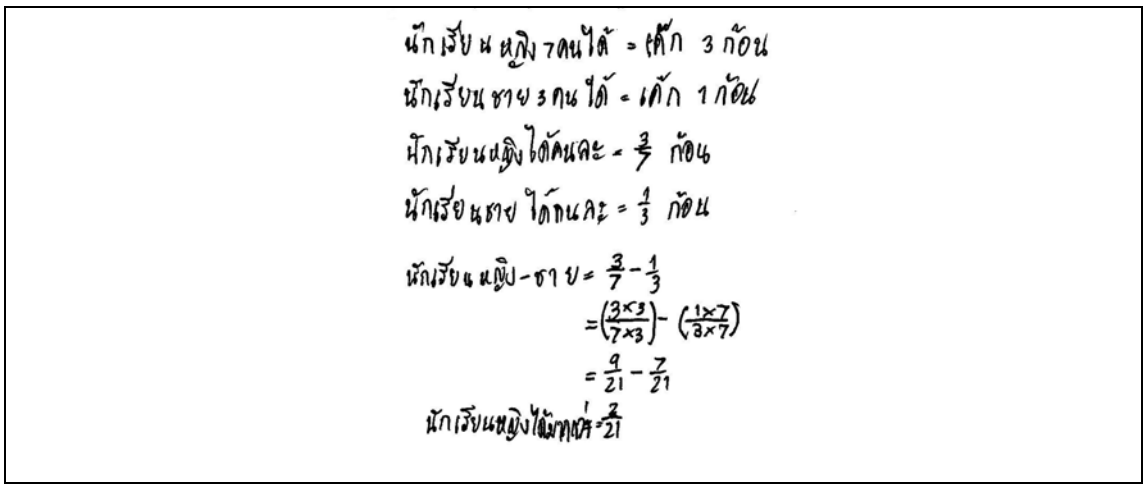
ครูปรายฟ้าซื้อขนมเค้กมาเลี้ยงเด็กกลุ่มหนึ่งจำนวน 10 คน โดยแบ่งขนมเค้กเป็นดังนี้ ขนมเค้ก 3 ก้อนแบ่งให้เด็กผู้หญิงจำนวน 7 คน ขนมเค้ก 1 ก้อนแบ่งให้เด็กผู้ชายจำนวน 3 คน นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าเด็กผู้หญิงหรือเด็กผู้ชายได้รับขนมเค้กมากกว่ากัน และมากกว่ากันเท่าไร



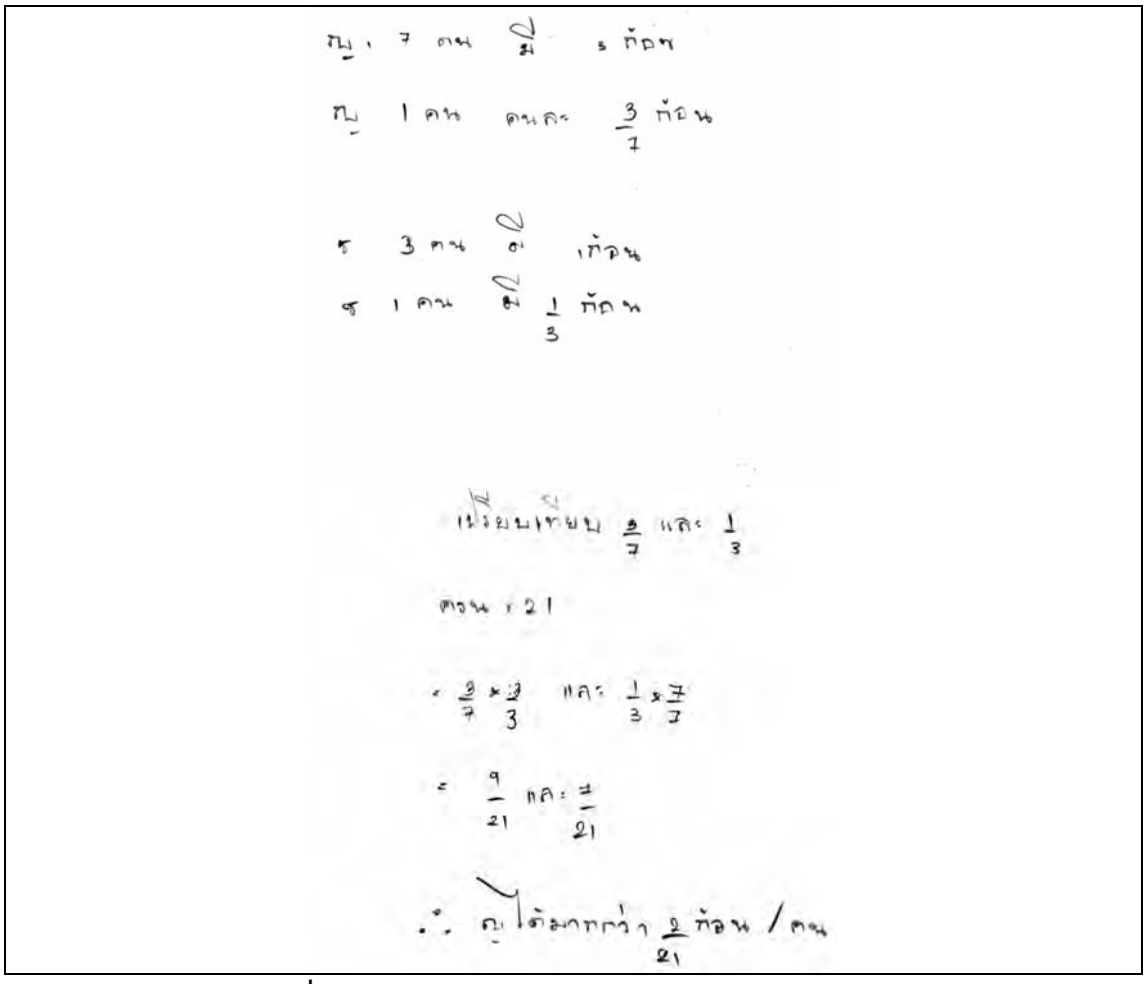
ภาพประกอบที่ 34 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ



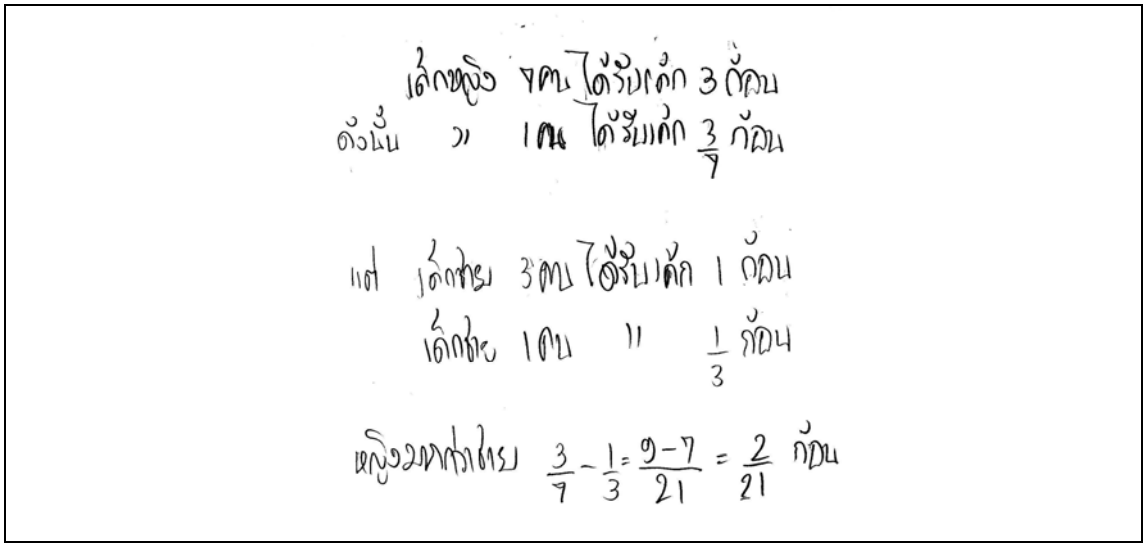
ภาพประกอบที่ 35 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง



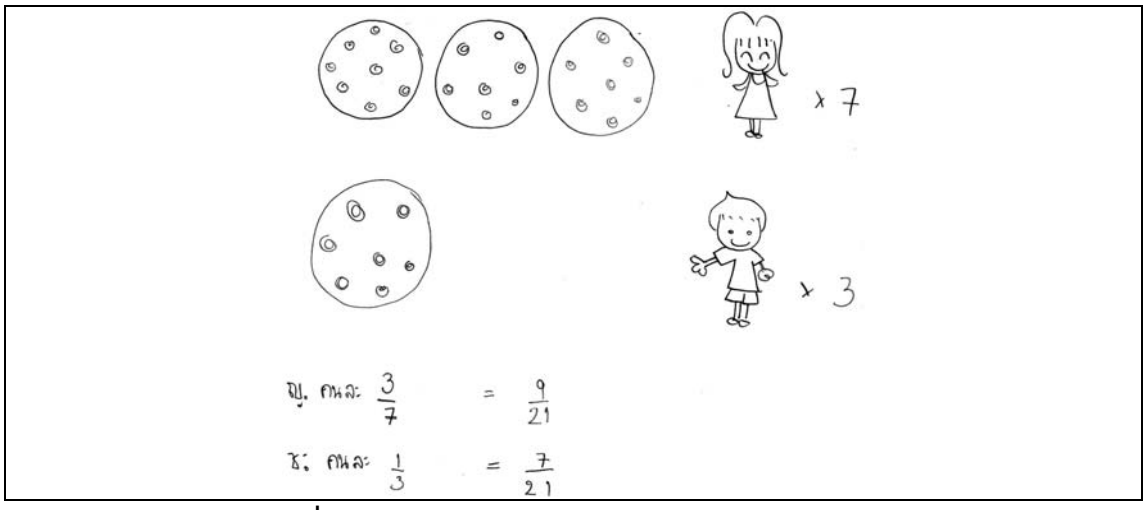
ภาพประกอบที่ 36 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ



ภาพประกอบที่ 37 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ



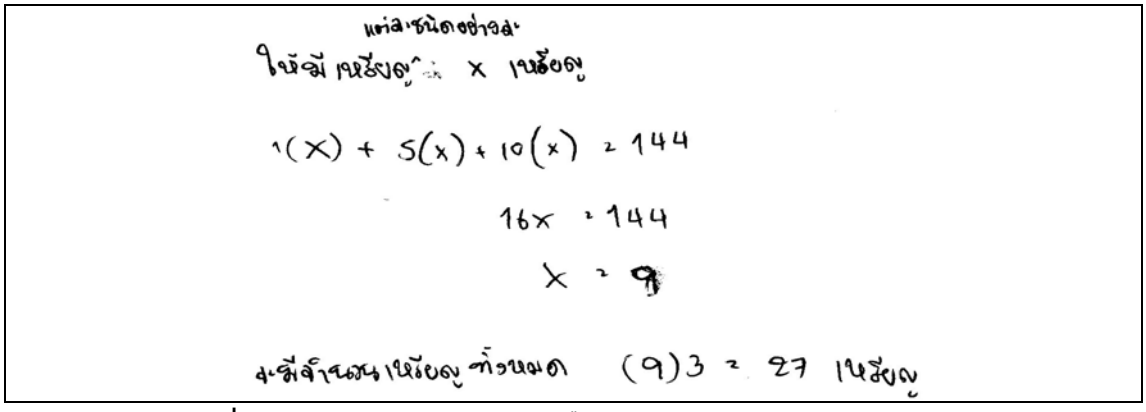
ภาพประกอบที่ 38 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ



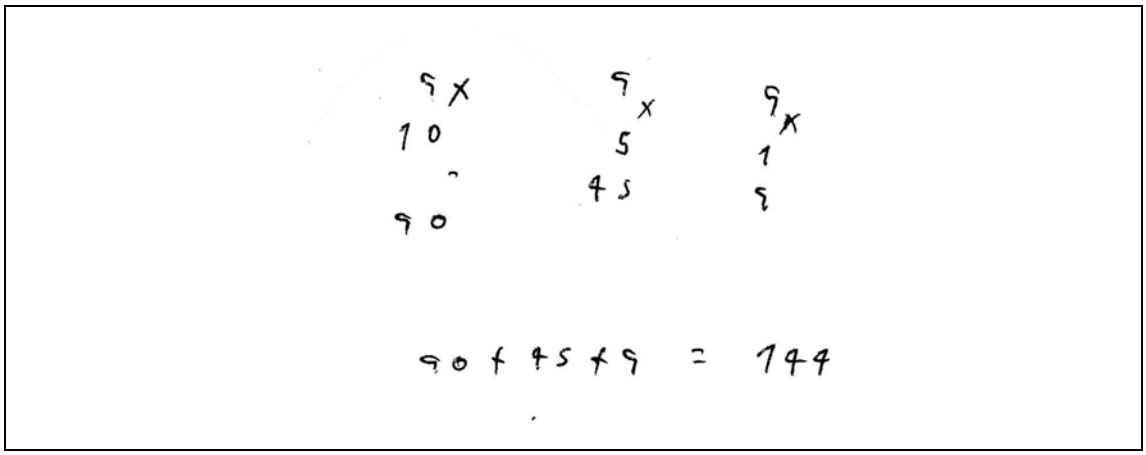
ภาพประกอบที่ 39 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา

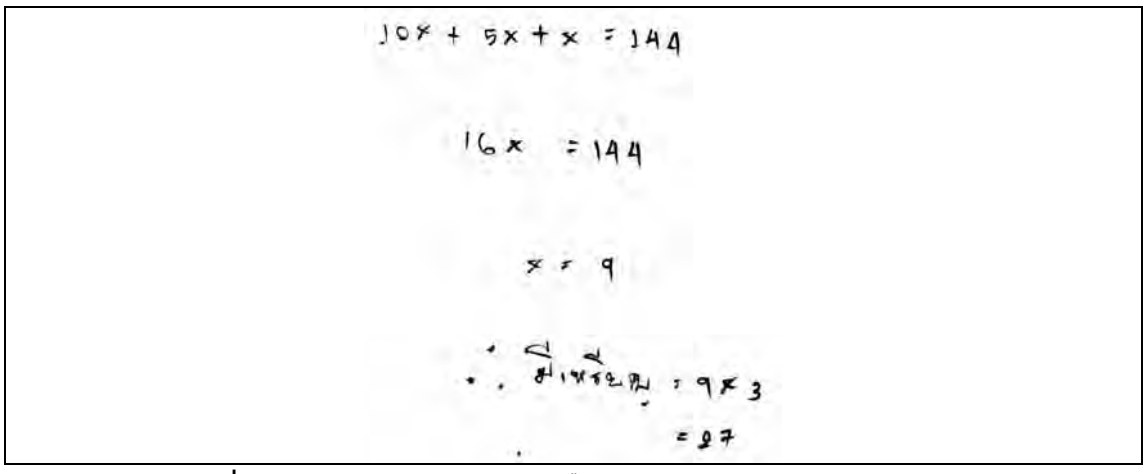
ยงยุทธนับเหรียญ 3 ชนิดที่อยู่ในกระปุก คือ เหรียญบาท เหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาทซึ่งมีชนิดละเท่าๆกัน คิดเป็นเงินทั้งสิ้น 144 บาท นักเรียนจะช่วยยงยุทธหาจำนวนเหรียญทั้งหมดในกระปุกได้อย่างไร



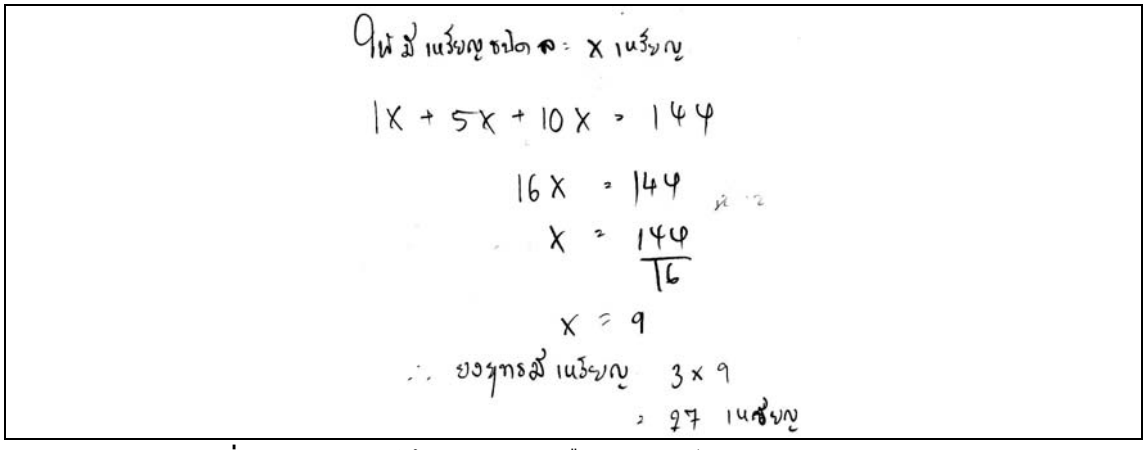
ภาพประกอบที่ 40 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง



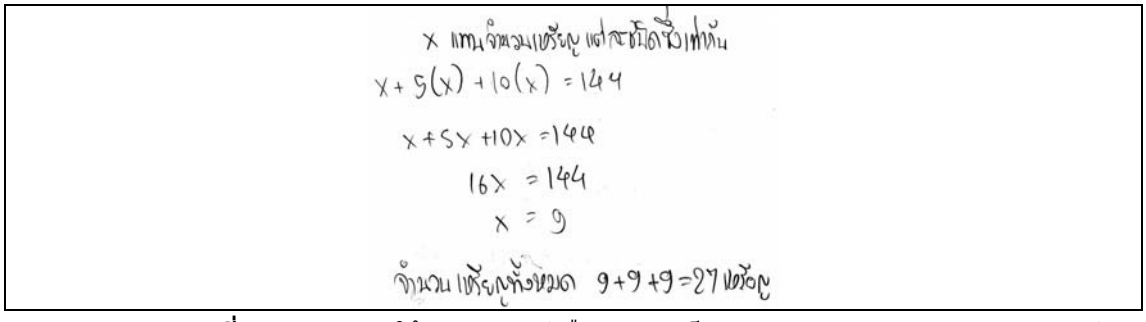
ภาพประกอบที่ 41 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง



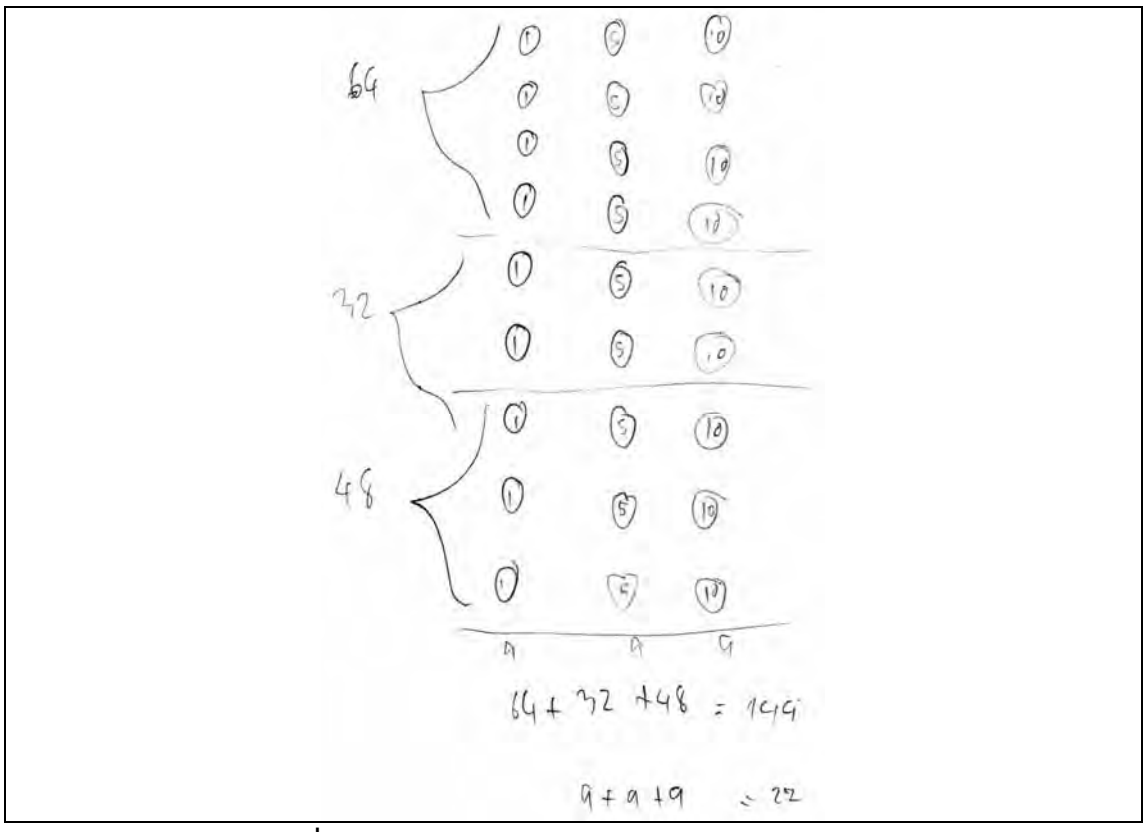
ภาพประกอบที่ 42 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ



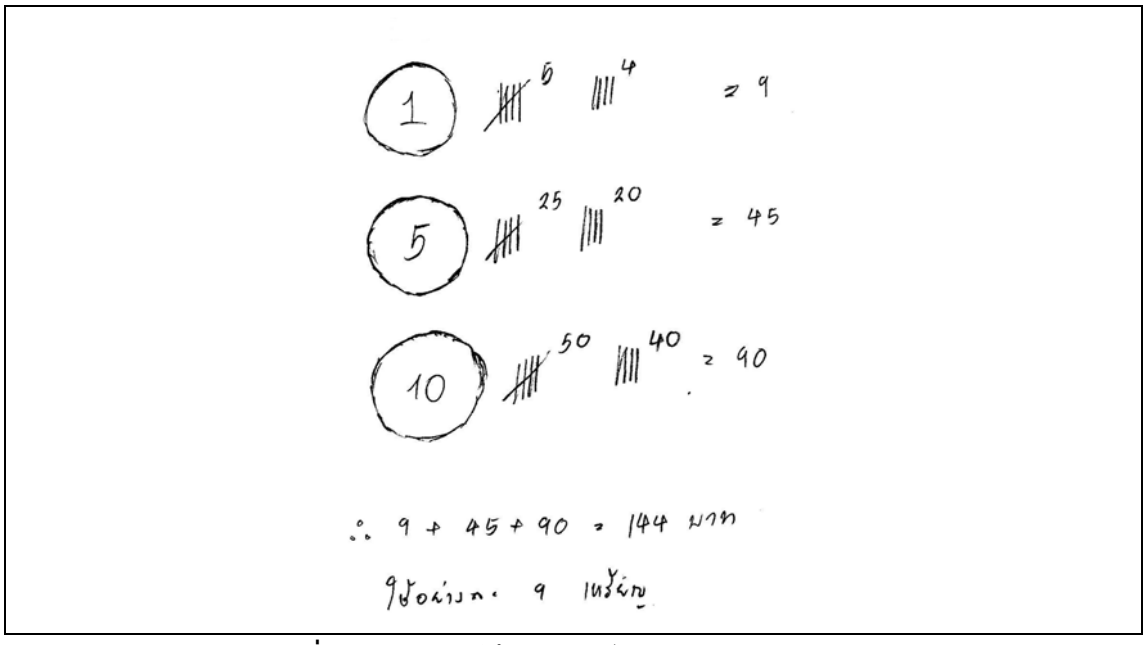
ภาพประกอบที่ 43 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง



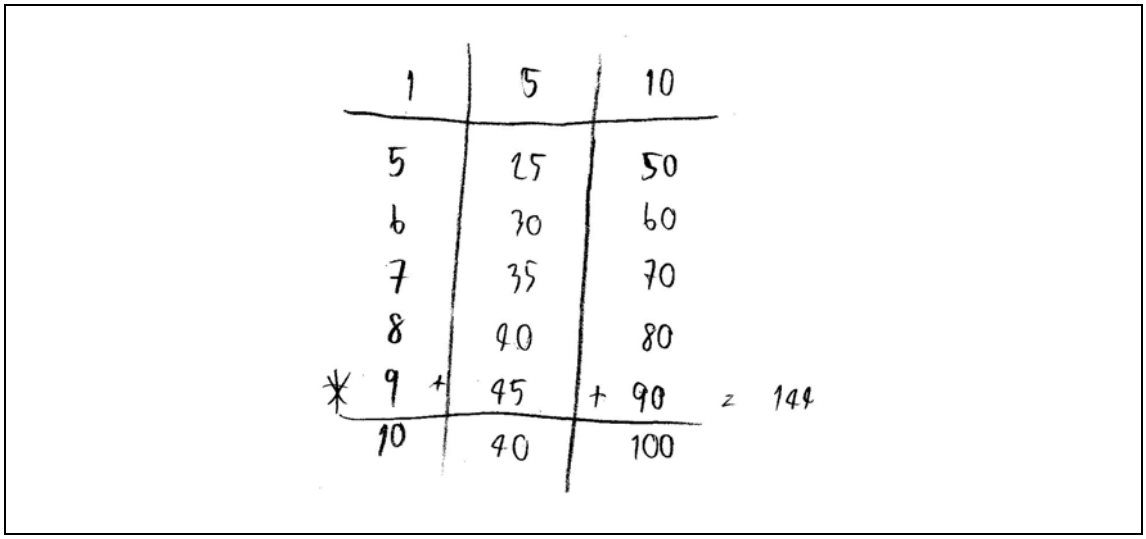
ภาพประกอบที่ 44 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ



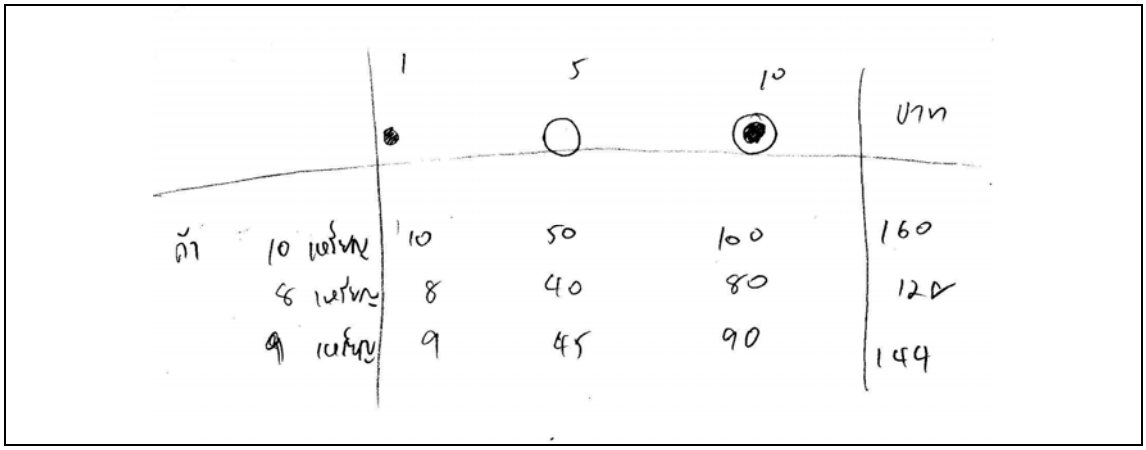
ภาพประกอบที่ 45 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ



ภาพประกอบที่ 46 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ



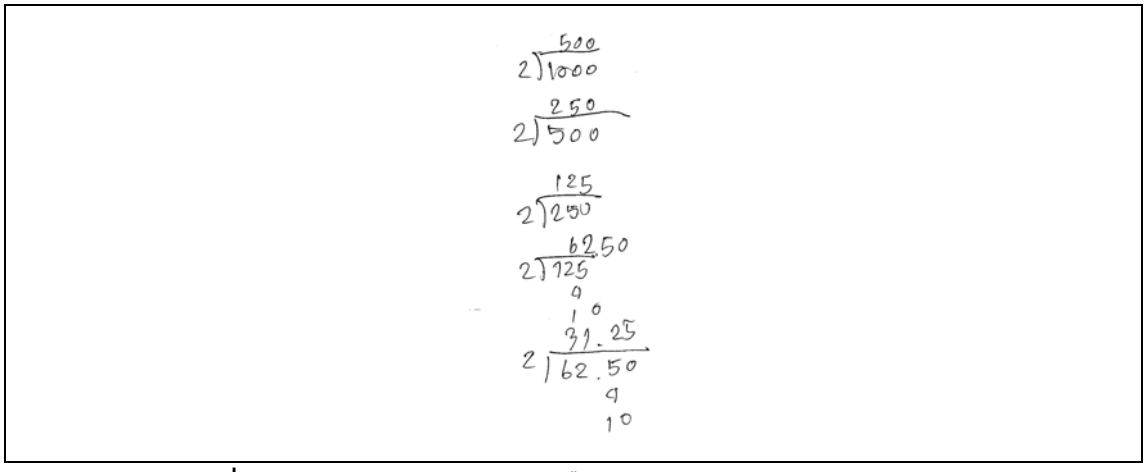
ภาพประกอบที่ 47 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ



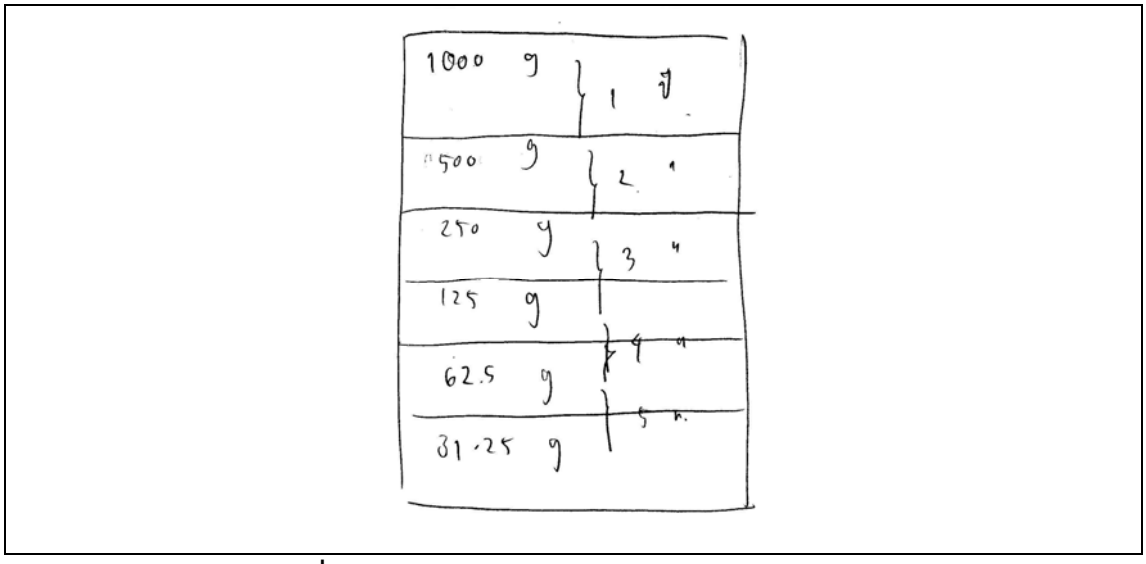
ภาพประกอบที่ 48 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา

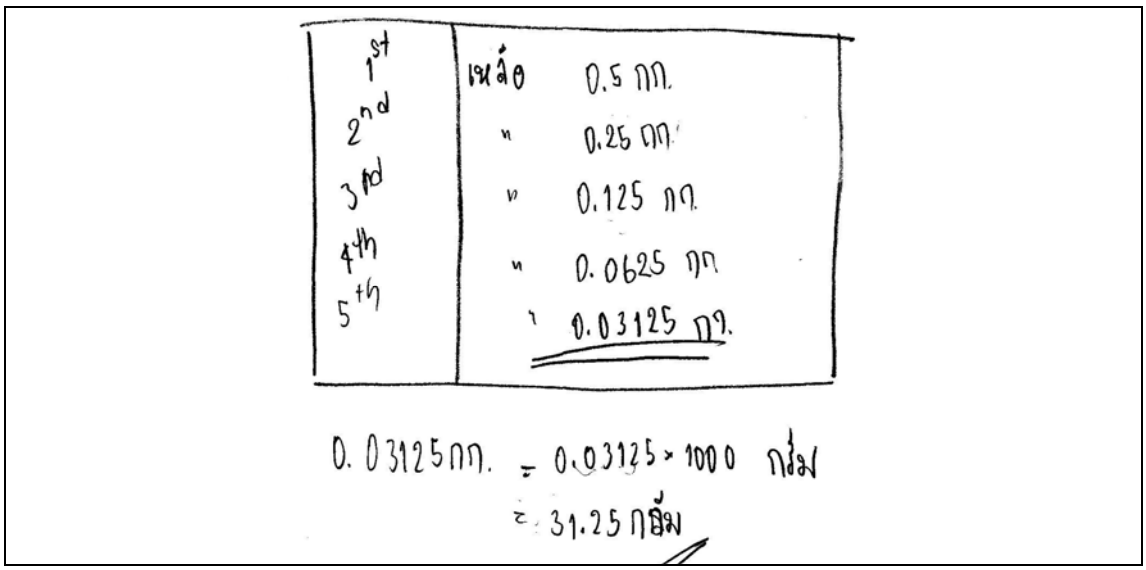
ในการขุดพบแร่กัมมันตรังสีชนิดหนึ่งหนัก 1 กิโลกรัม โดยแร่นี้เมื่อปล่อยทิ้งไว้ น้ำหนักจะลดลงครึ่งหนึ่งของปริมาณเดิมในทุกๆ ปี ถ้าเก็บแร่นี้ไว้นาน 5 ปี นักเรียนจะหาน้ำหนักสุดท้ายของแร่กัมมันตรังสีนี้ได้อย่างไร



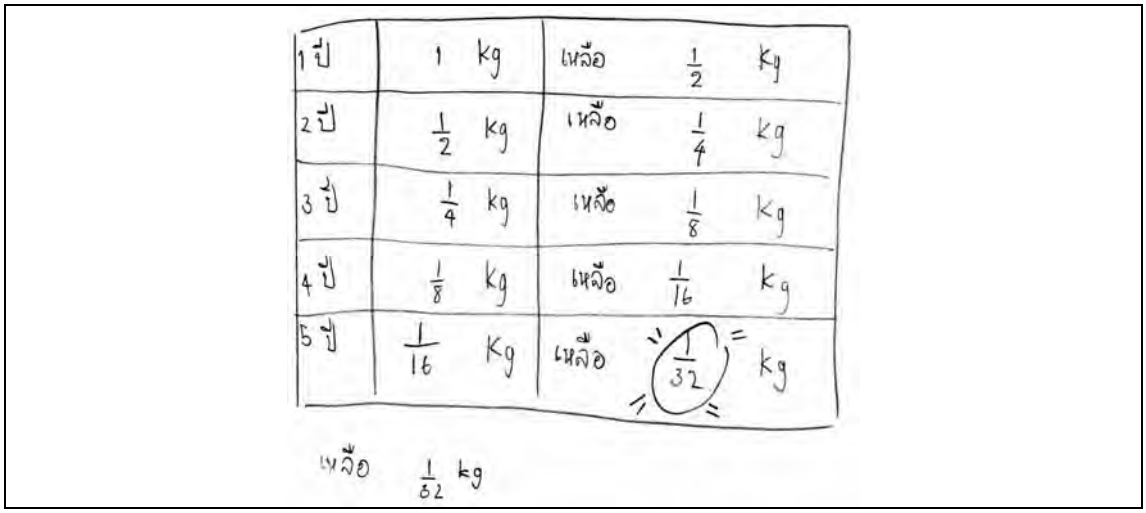
ภาพประกอบที่ 49 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง



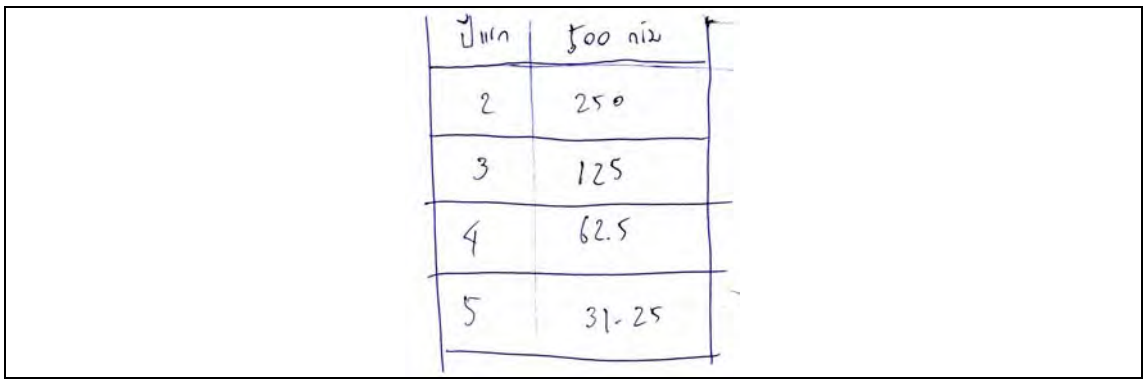
ภาพประกอบที่ 50 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง



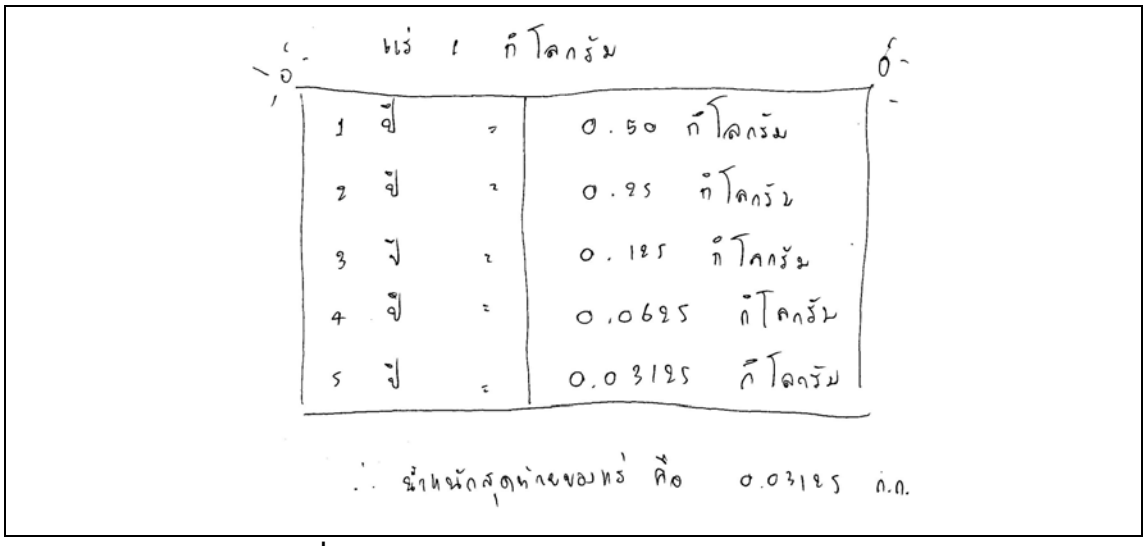
ภาพประกอบที่ 51 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ



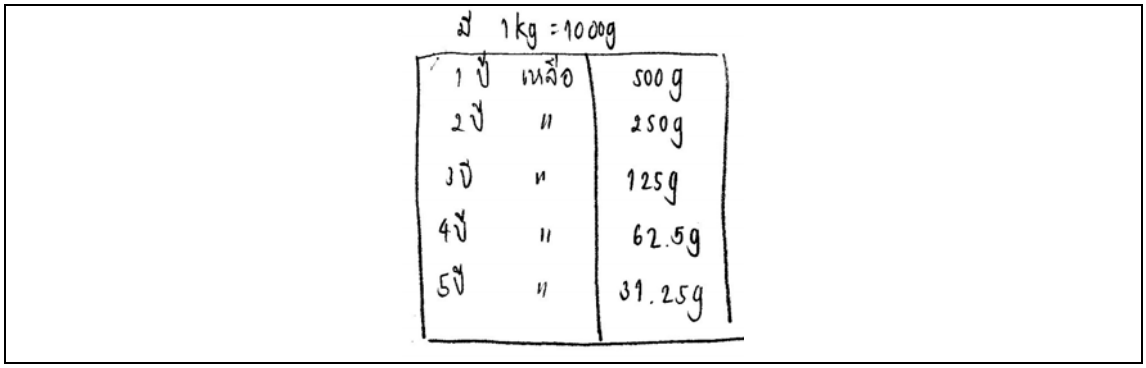
ภาพประกอบที่ 52 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง



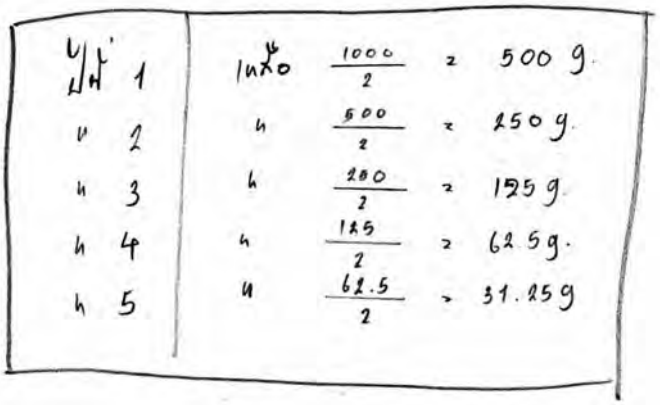
ภาพประกอบที่ 53 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง



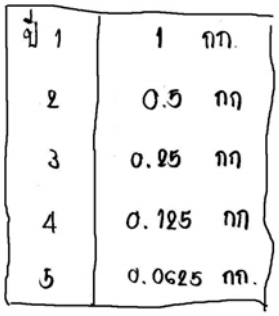
ภาพประกอบที่ 54 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ



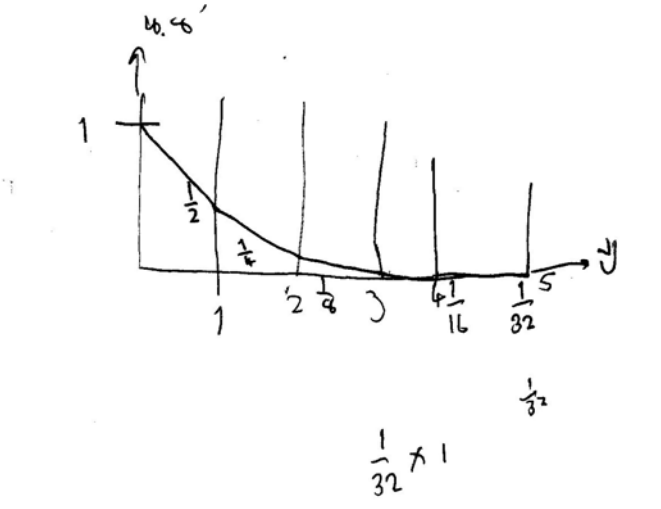
ภาพประกอบที่ 55 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง



ภาพประกอบที่ 56 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ



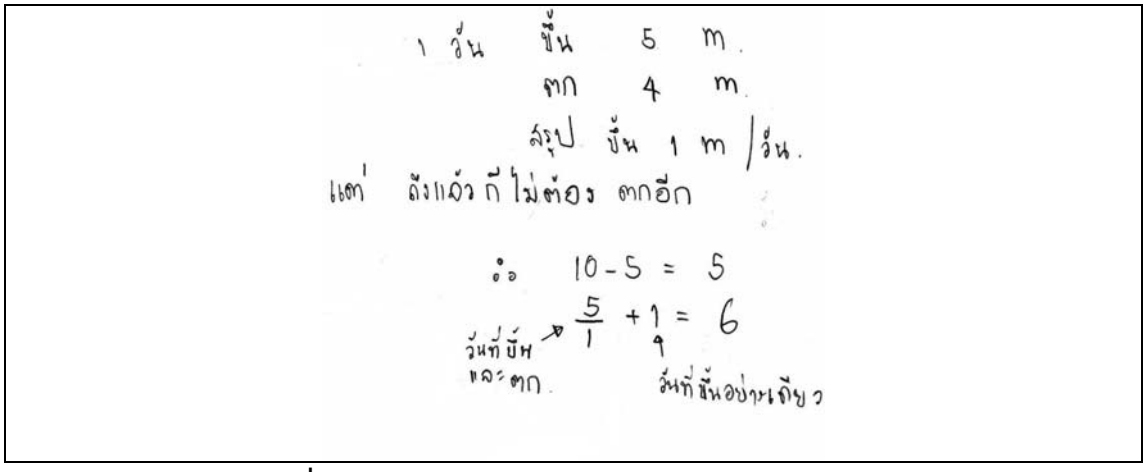
ภาพประกอบที่ 57 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง



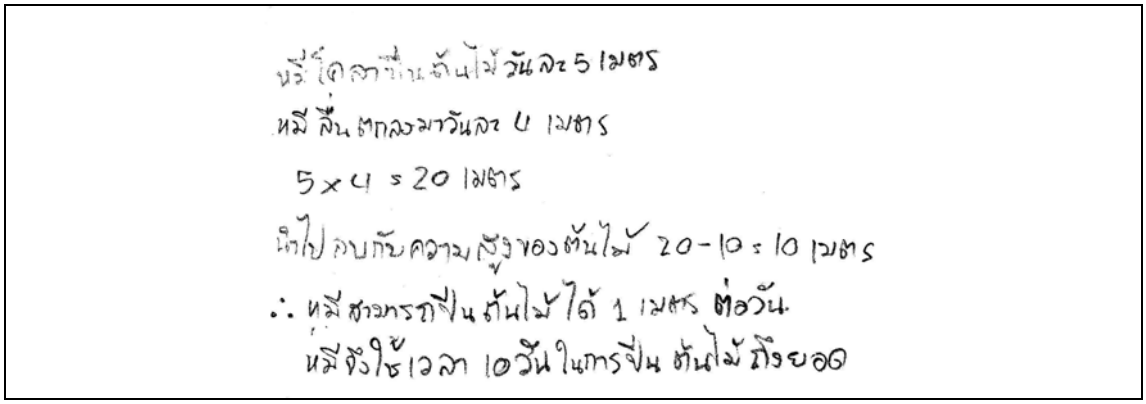
ภาพประกอบที่ 58 แสดงการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา

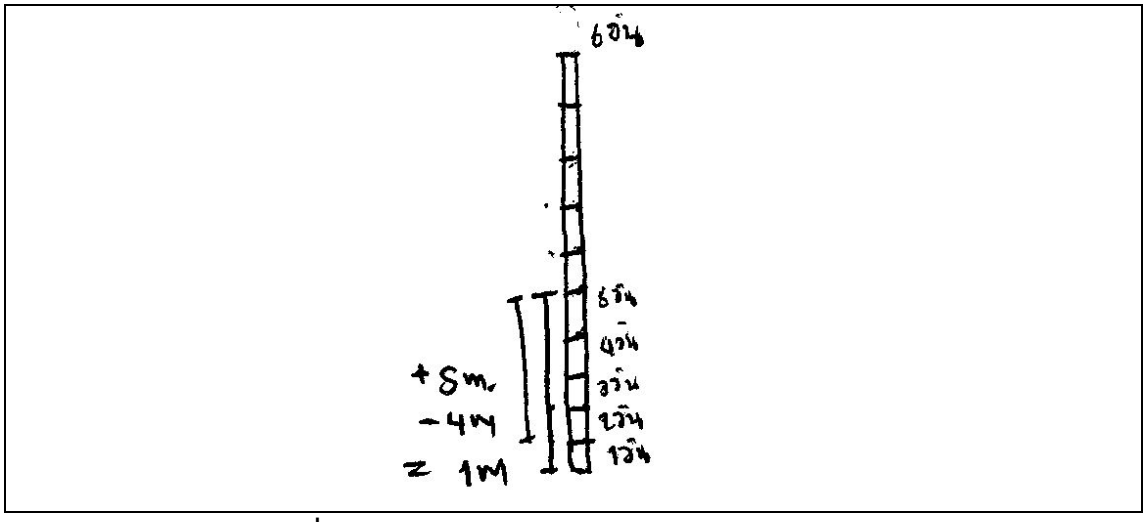
หมีโคอาลาตัวหนึ่งต้องการปีนขึ้นไปบนยอดต้นไม้ต้นหนึ่งที่มีความสูง 10 เมตร ในแต่ละวันหมีโคอาลาสามารถปีนต้นไม้ได้ 5 เมตร แต่ตอนกลางคืนในขณะหลับ มันกลับลื่นตกลงมาวันละ 4 เมตร นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าหมีโคอาลาตัวนี้จะใช้เวลากี่วันในการปีนขึ้นไปบนยอดต้นไม้



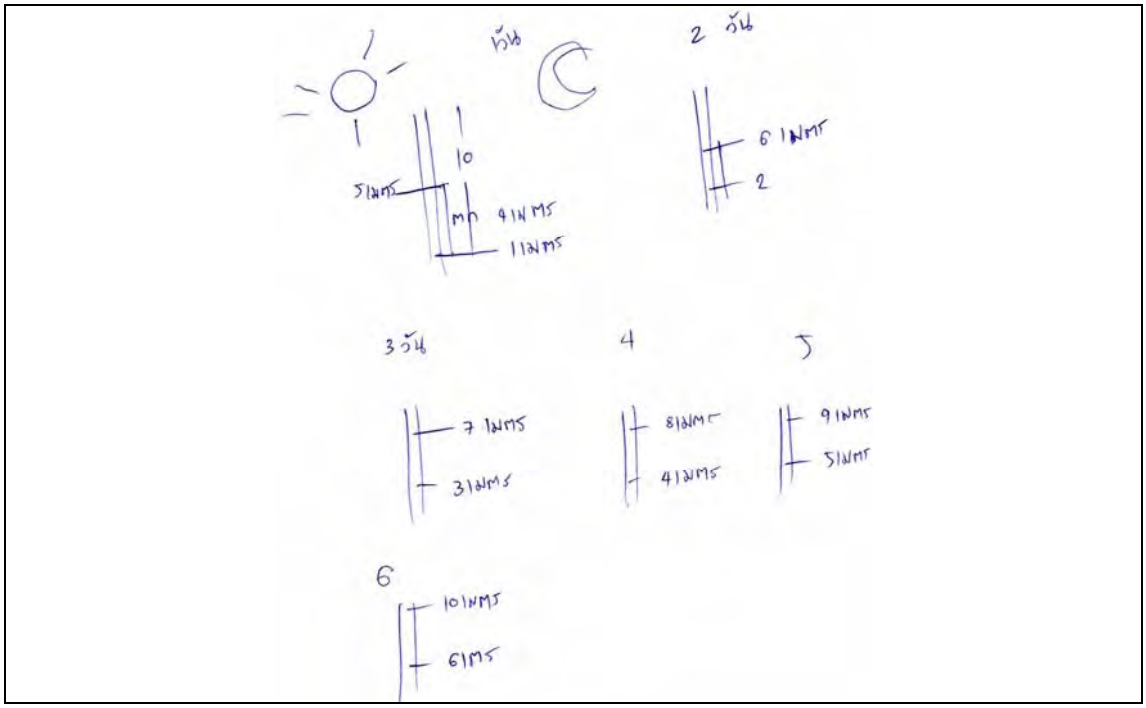
ภาพประกอบที่ 59 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง



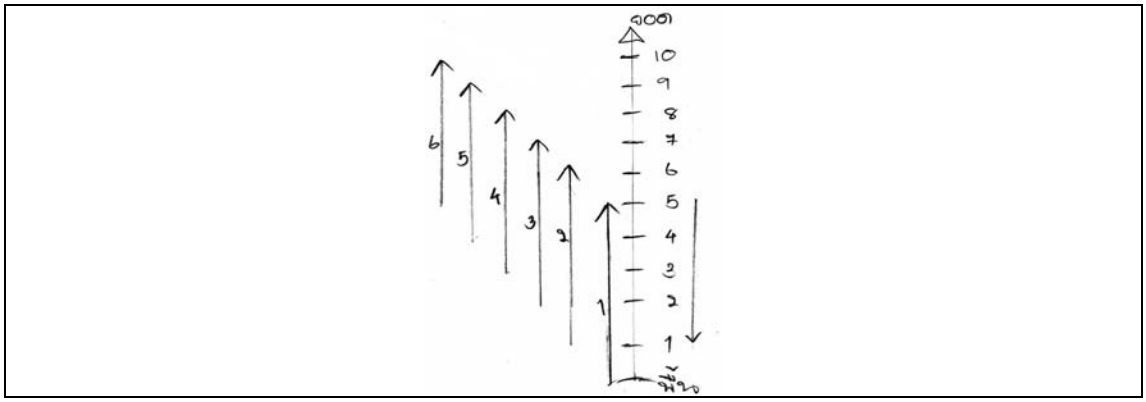
ภาพประกอบที่ 60 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ



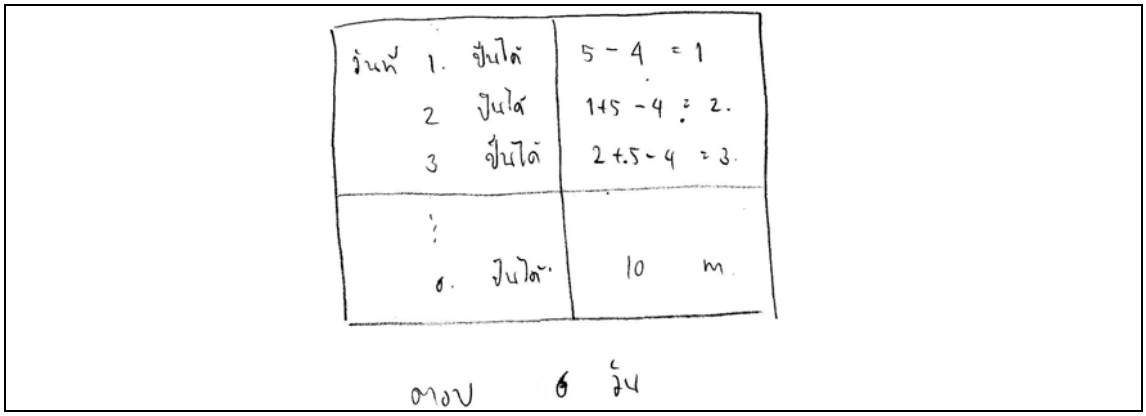
ภาพประกอบที่ 61 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง



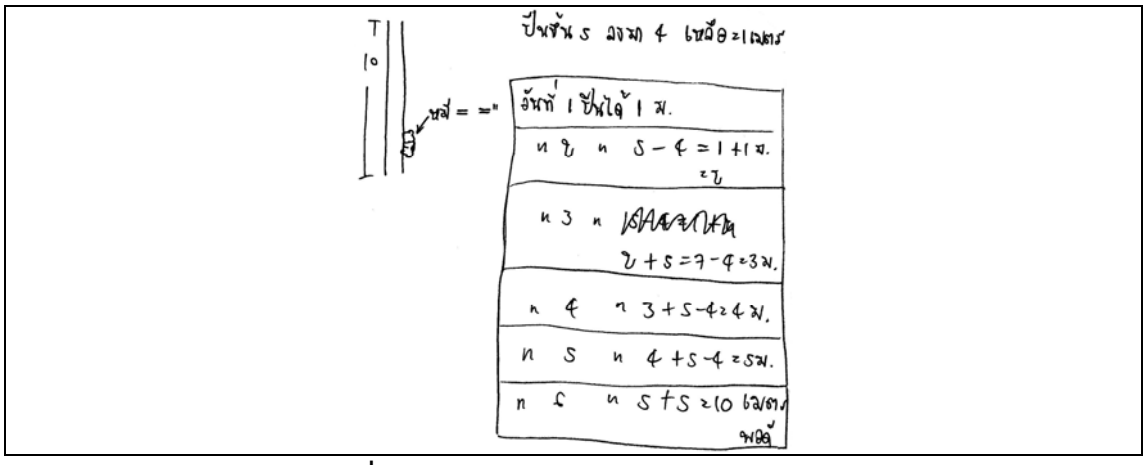
ภาพประกอบที่ 62 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง



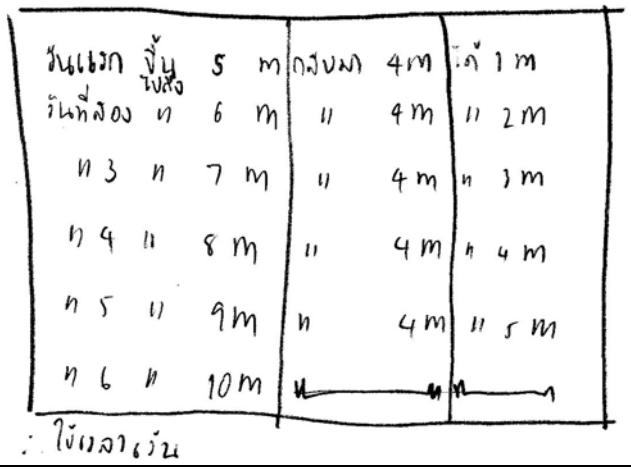
ภาพประกอบที่ 63 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง



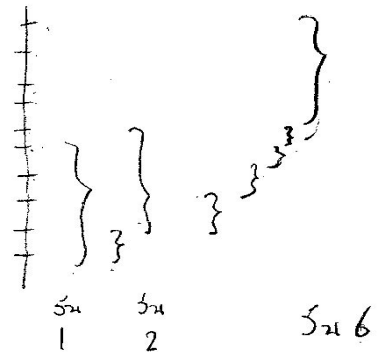
ภาพประกอบที่ 64 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง



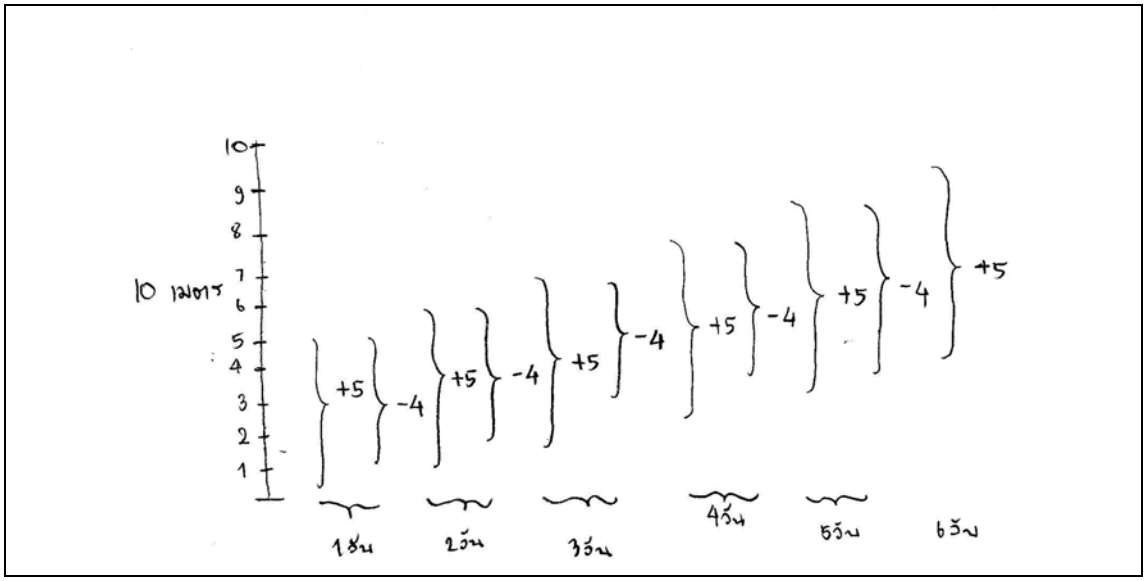
ภาพประกอบที่ 65 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง



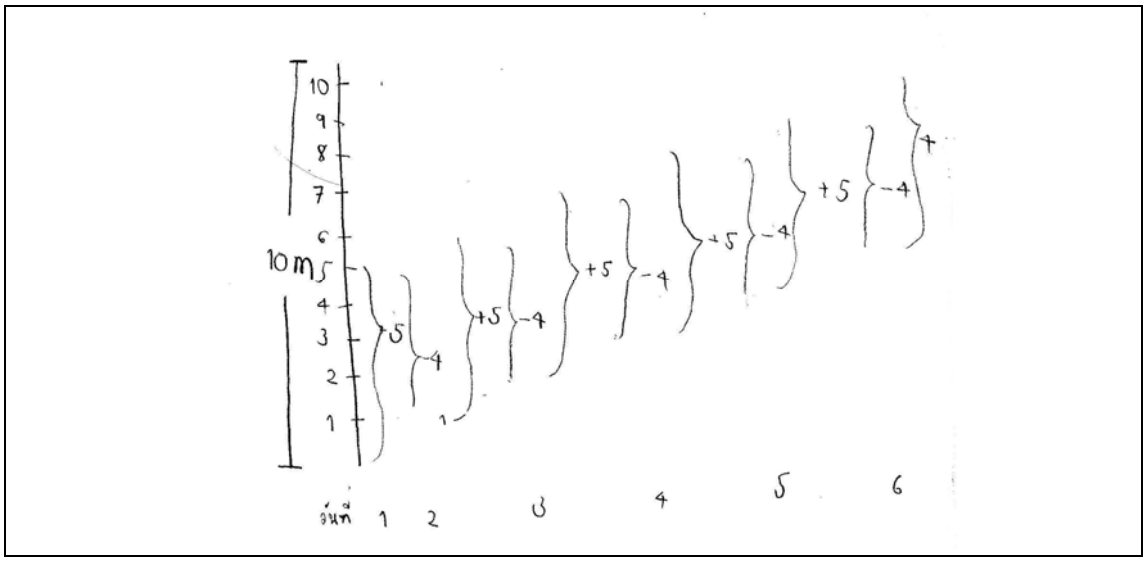
ภาพประกอบที่ 66 แสดงการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง



ภาพประกอบที่ 67 แสดงการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง



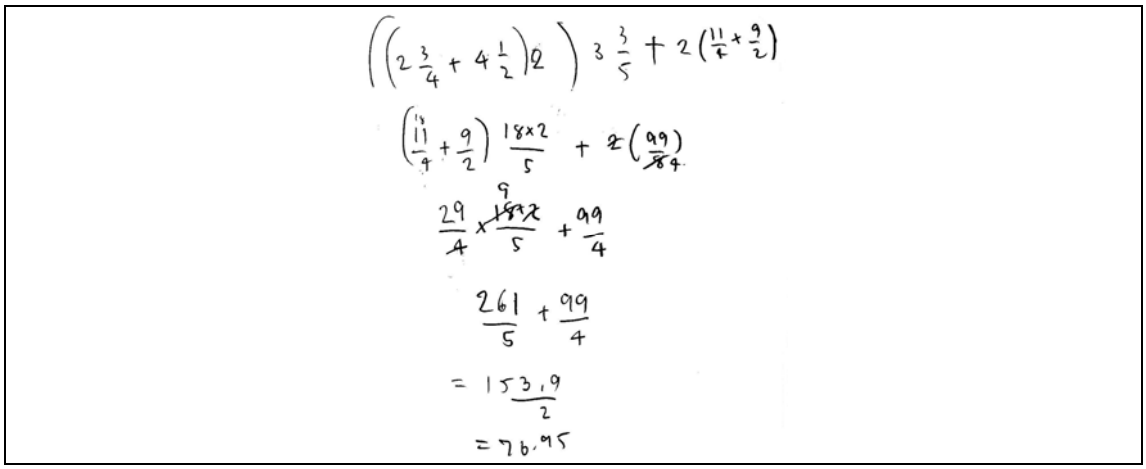
ภาพประกอบที่ 68 แสดงการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง



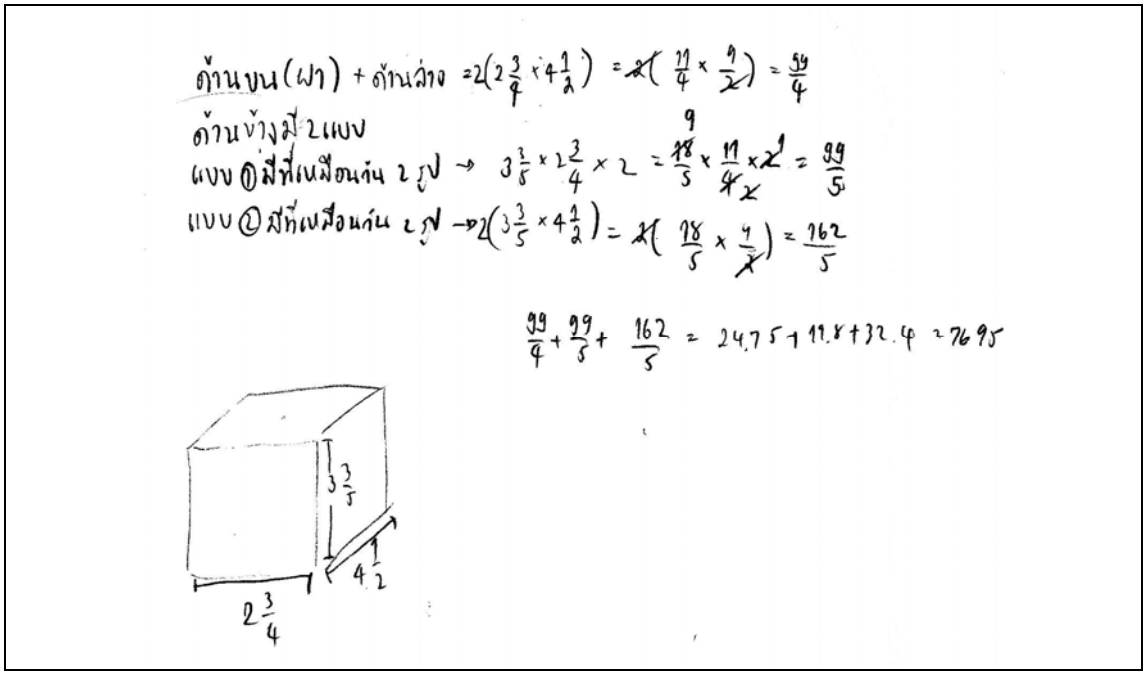
ภาพประกอบที่ 69 แสดงการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำ

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา

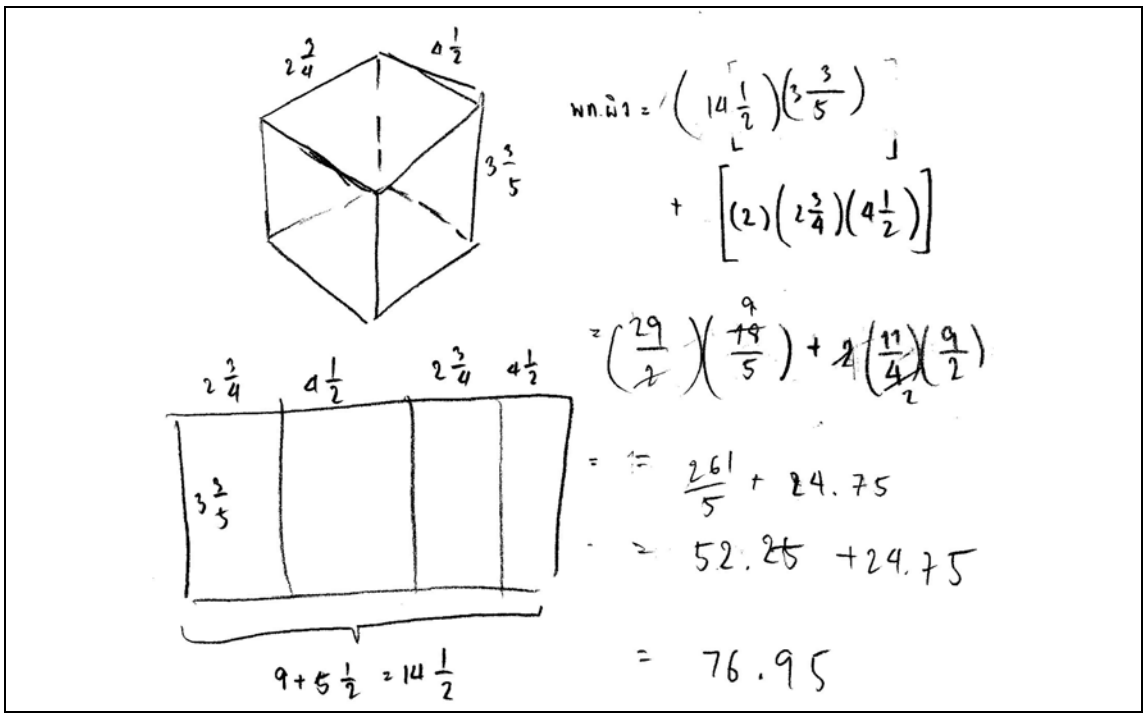
กล่องไม้ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมีฝาปิดใบหนึ่ง กว้าง $2\frac{3}{4}$ เมตร ยาว $4\frac{1}{2}$ เมตร และสูง $3\frac{3}{5}$ เมตร ต้องการทาสีภายนอกทุกด้านของกล่องไม้ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากรวมทั้งฝาด้วย นักเรียนจะหาพื้นที่ที่ต้องทาสีได้อย่างไร



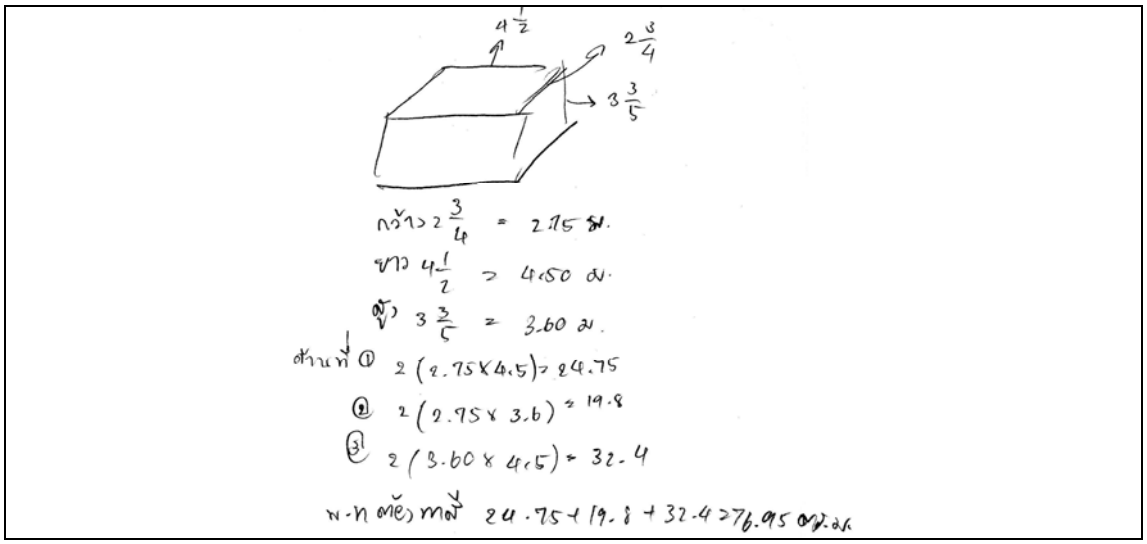
ภาพประกอบที่ 70 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง



ภาพประกอบที่ 71 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรและรูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง



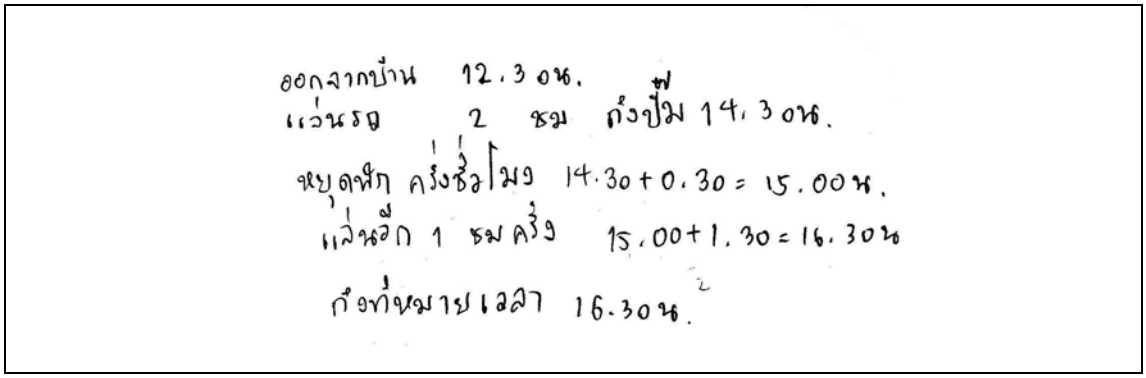
ภาพประกอบที่ 72 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรและรูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง



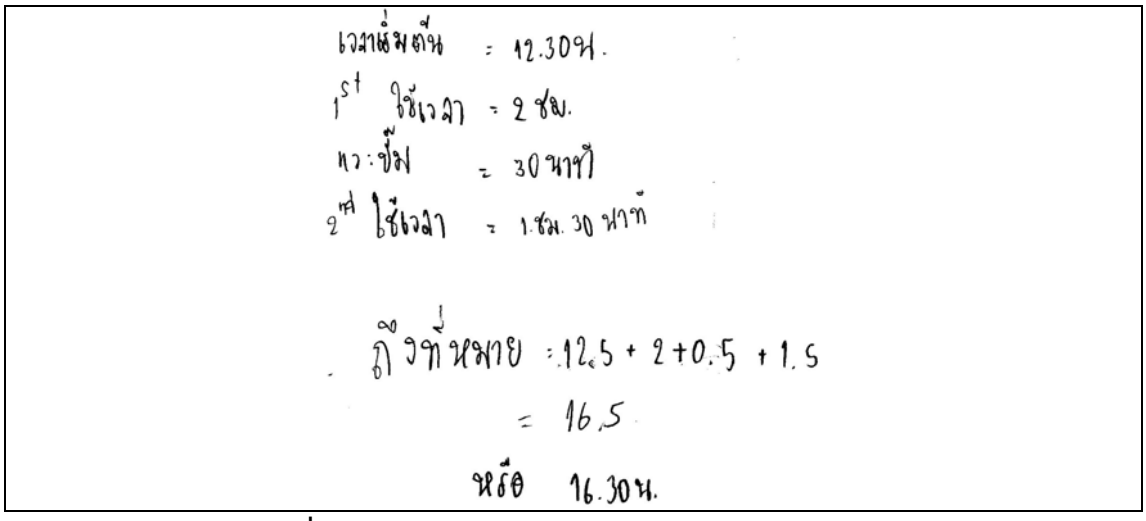
ภาพประกอบที่ 73 แสดงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรและรูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา

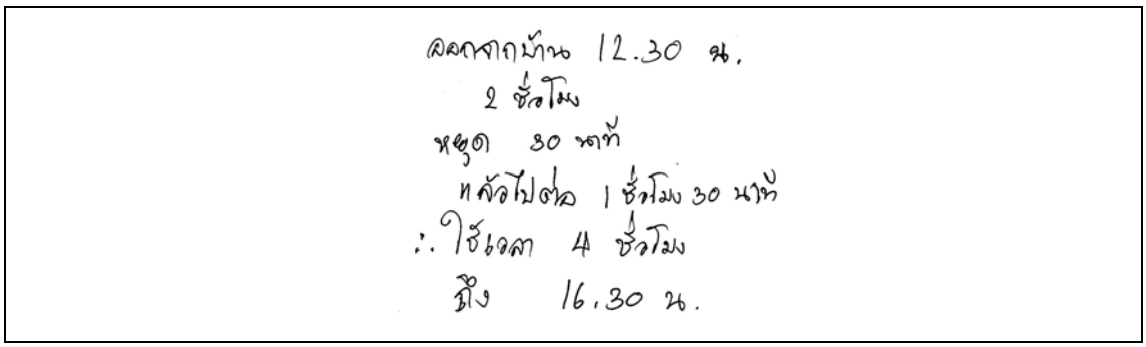
รถยนต์คันหนึ่งแล่นออกจากบ้านเวลา 12.30 น. ด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นจำนวน 2 ชั่วโมง แล้วหยุดพักครึ่งชั่วโมงที่ปั๊มน้ำมัน ต่อจากนั้นแล่นต่อด้วยอัตราเร็ว 70 กิโลเมตรต่อชั่วโมงอีก 1 ชั่วโมงครึ่ง จึงถึงที่หมาย นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่ารถยนต์คันนี้แล่นถึงที่หมายเวลาใด



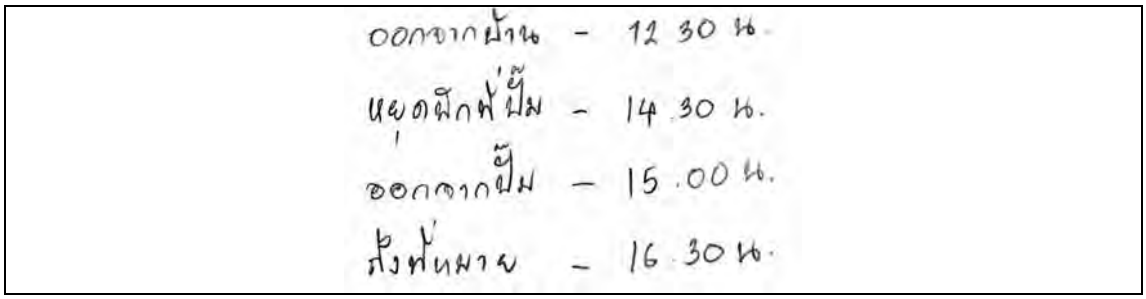
ภาพประกอบที่ 74 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง



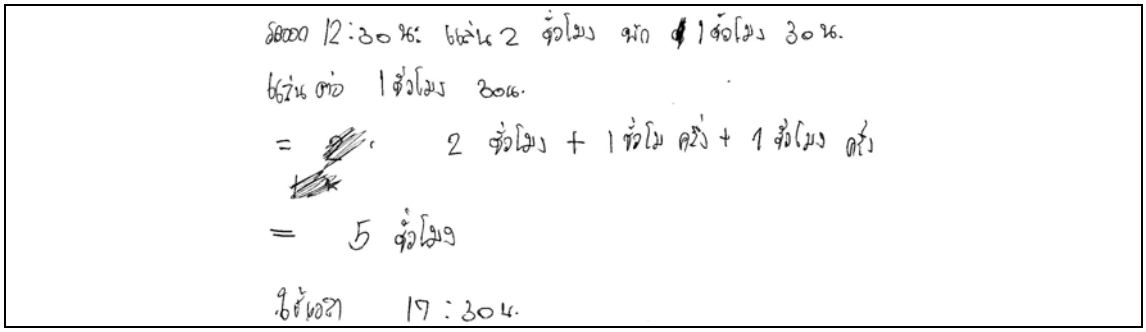
ภาพประกอบที่ 75 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ



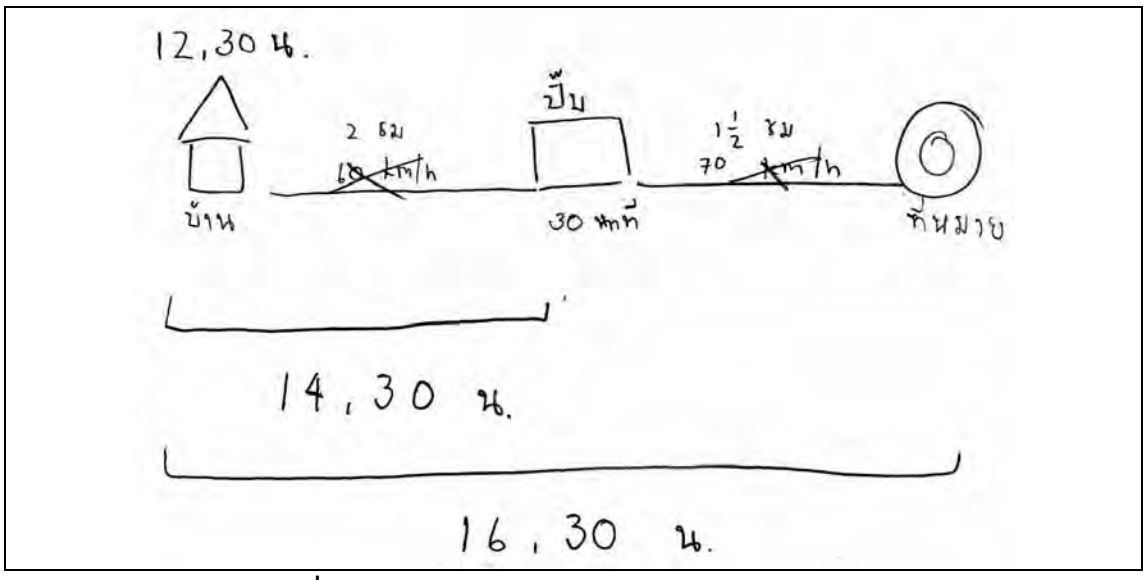
ภาพประกอบที่ 76 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง



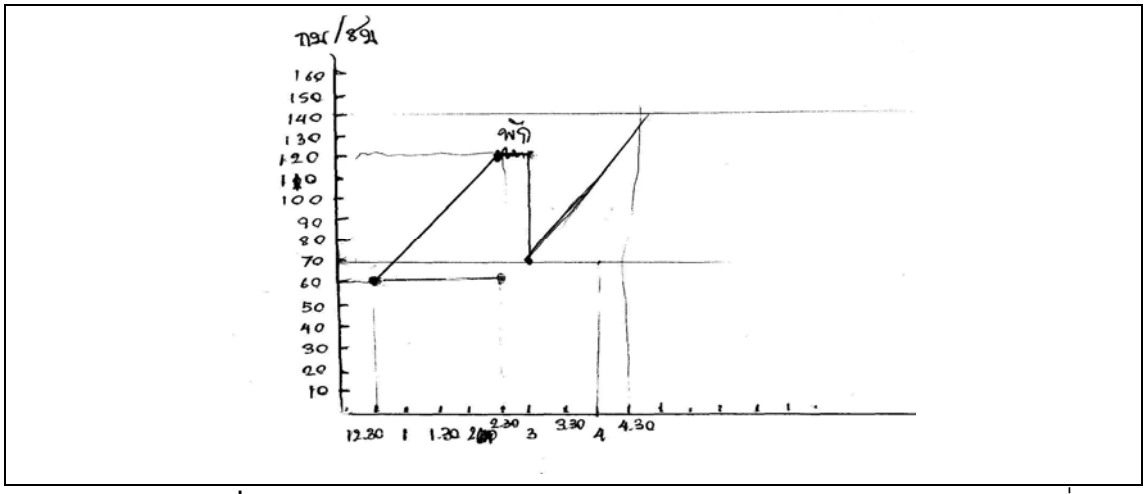
ภาพประกอบที่ 77 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ



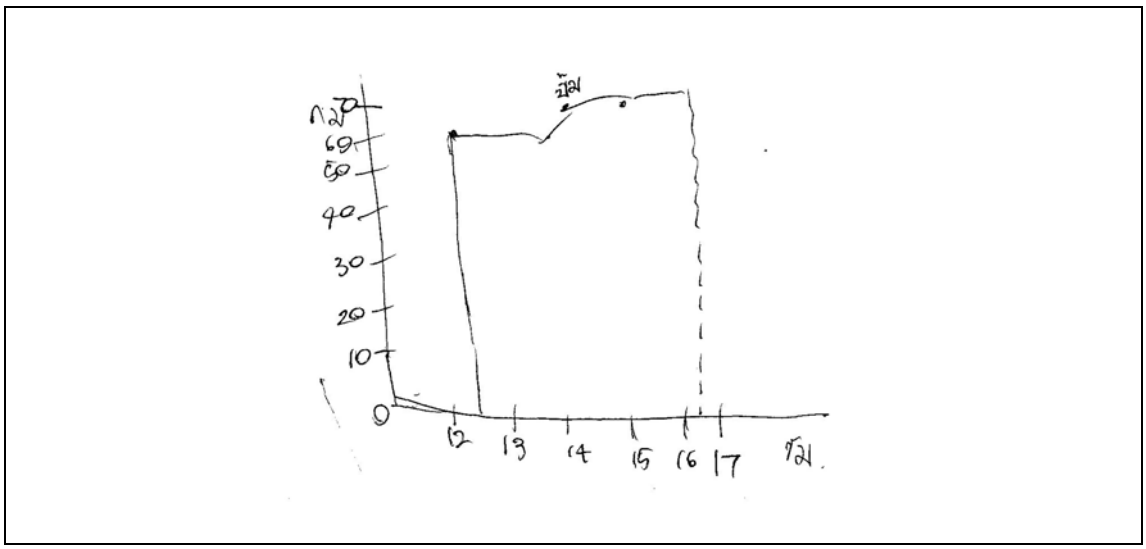
ภาพประกอบที่ 78 แสดงการใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ



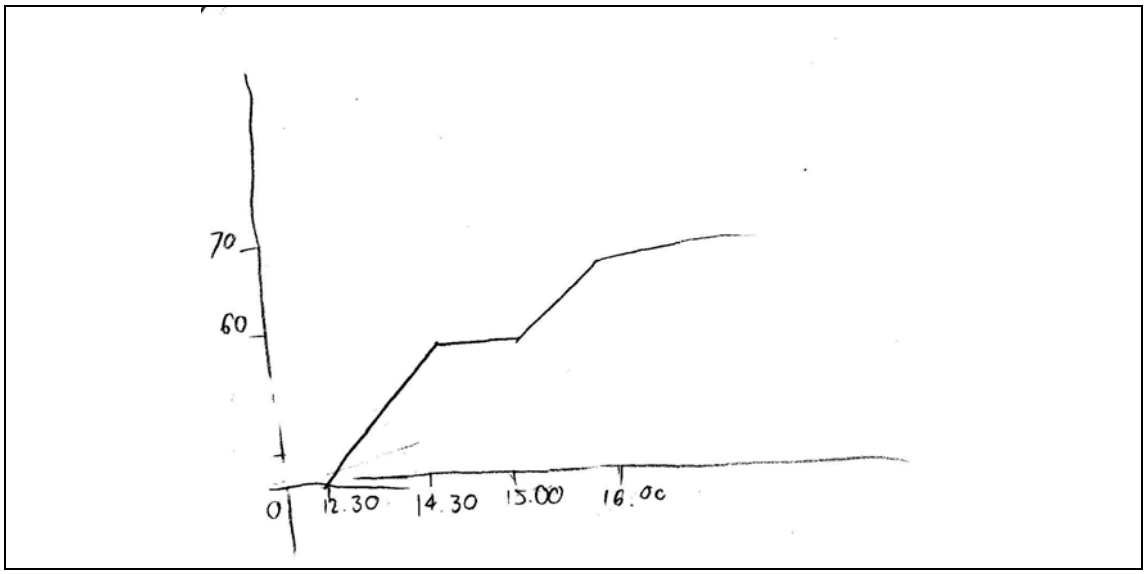
ภาพประกอบที่ 79 แสดงการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง



ภาพประกอบที่ 80 แสดงการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง



ภาพประกอบที่ 81 แสดงการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ



ภาพประกอบที่ 82 แสดงการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง

ภาคผนวก จ

- แสดงวิธีการหาค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
- แสดงวิธีการหาค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
- แสดงวิธีการหาค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

ตารางที่ 18 แสดงวิธีการหาค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์									
	รูปภาพ		กราฟ		ตาราง		สัญลักษณ์หรือตัวแปร		ข้อความ	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
สูง (247 คน)	912 (จำนวนนักเรียนที่ใช้รูปภาพทั้งหมด 15 ข้อ)	$\frac{912 \times 100}{912+70+298+1922+984} = 21.79$	70 (จำนวนนักเรียนที่ใช้กราฟทั้งหมด 15 ข้อ)	1.67	298 (จำนวนนักเรียนที่ใช้ตารางทั้งหมด 15 ข้อ)	7.12	1922 (จำนวนนักเรียนที่ใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรทั้งหมด 15 ข้อ)	45.91	984 (จำนวนนักเรียนที่ใช้ข้อความทั้งหมด 15 ข้อ)	23.51
ปานกลาง (163 คน)	586	27.93	24	1.14	147	7.01	903	43.04	438	20.88
ต่ำ (36 คน)	87	26.61	2	0.61	30	9.17	140	42.81	68	20.80

ตารางที่ 19 แสดงวิธีการหาค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์	การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์									
	รูปภาพ		กราฟ		ตาราง		สัญลักษณ์หรือตัวแปร		ข้อความ	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
สูง (279 คน)	1002 (จำนวนนักเรียนที่ใช้รูปภาพทั้งหมด 15 ข้อ)	$\frac{1002 \times 100}{1002+75+307+2008+1034} = 22.64$	75 (จำนวนนักเรียนที่ใช้กราฟทั้งหมด 15 ข้อ)	1.69	307 (จำนวนนักเรียนที่ใช้ตารางทั้งหมด 15 ข้อ)	6.94	2008 (จำนวนนักเรียนที่ใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรทั้งหมด 15 ข้อ)	45.37	1034 (จำนวนนักเรียนที่ใช้ข้อความทั้งหมด 15 ข้อ)	23.36
ปานกลาง (110 คน)	353	23.63	19	1.27	115	7.70	701	46.92	306	20.48
ต่ำ (57 คน)	230	33.29	2	0.29	53	7.67	256	37.05	150	21.71

ตารางที่ 20 แสดงวิธีการหาค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์	การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์									
	รูปภาพ		กราฟ		ตาราง		สัญลักษณ์หรือตัวแปร		ข้อความ	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
สูง (382 คน)	1386 (จำนวนนักเรียนที่ใช้รูปภาพทั้งหมด 15 ข้อ)	$\frac{1386 \times 100}{1386+94+423+2726+1288} = 23.42$	94 (จำนวนนักเรียนที่ใช้กราฟทั้งหมด 15 ข้อ)	1.59	423 (จำนวนนักเรียนที่ใช้ตารางทั้งหมด 15 ข้อ)	7.15	2726 (จำนวนนักเรียนที่ใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรทั้งหมด 15 ข้อ)	46.07	1288 (จำนวนนักเรียนที่ใช้ข้อความทั้งหมด 15 ข้อ)	21.77
ต่ำ (64 คน)	207	28.51	2	0.28	56	7.71	254	34.99	207	28.51

ภาคผนวก ฉ

- แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องทศนิยมและเศษส่วน ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
- แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องคู่อันดับและกราฟ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
- แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
- แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องทศนิยมและเศษส่วน ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
- แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องคู่อันดับและกราฟ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
- แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถด้านมิติสัมพันธ์
- แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องทศนิยมและเศษส่วน ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์
- แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องคู่อันดับและกราฟ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์
- แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

ตารางที่ 21 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องทศนิยมและเศษส่วนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์									
	รูปภาพ		กราฟ		ตาราง		สัญลักษณ์หรือตัวแปร		ข้อความ	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
สูง	515	24.48	7	0.33	11	0.52	978	46.48	593	28.18
ปานกลาง	307	28.17	4	0.37	9	0.83	490	44.95	280	25.69
ต่ำ	44	26.35	1	0.60	3	1.80	74	44.31	45	26.95

จากตารางที่ 21 เมื่อพิจารณาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องทศนิยมและเศษส่วน พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร เป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากที่สุด รองลงมาใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 46.48 28.18 และ 0.33 ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางมีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด รองลงมาใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 44.95 28.17 และ 0.37 ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำมีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด รองลงมาใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 44.31 26.95 และ 0.60 ตามลำดับ

ตารางที่ 22 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องคู่อันดับและกราฟ และของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์									
	รูปภาพ		กราฟ		ตาราง		สัญลักษณ์หรือตัวแปร		ข้อความ	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
สูง	68	9.12	61	8.18	206	27.61	282	37.80	129	17.29
ปานกลาง	53	14.80	18	5.03	106	29.61	135	37.71	46	12.85
ต่ำ	4	7.55	1	1.89	22	41.51	23	43.40	3	5.66

จากตารางที่ 22 เมื่อพิจารณาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องคู่อันดับและกราฟ พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร เป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากที่สุด รองลงมาใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 37.80 27.61 และ 8.18 ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางมีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด รองลงมาใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 37.71 29.61 และ 5.03 ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำมีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด รองลงมาใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 43.40 41.51 และ 1.89 ตามลำดับ

ตารางที่ 23 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์									
	รูปภาพ		กราฟ		ตาราง		สัญลักษณ์หรือตัวแปร		ข้อความ	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
สูง	329	24.63	2	0.15	81	6.06	662	49.55	262	19.61
ปานกลาง	226	34.77	2	0.31	32	4.92	278	42.77	112	17.23
ต่ำ	39	36.45	0	0.00	5	4.67	43	40.19	20	18.69

จากตารางที่ 23 เมื่อพิจารณาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร เป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากที่สุด รองลงมาใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 49.55 24.63 และ 0.15 ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางมีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด รองลงมาใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 42.77 34.77 และ 0.31 ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำมีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด รองลงมาใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และไม่มีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เลย คิดเป็นร้อยละ 40.19 และ 36.45 ตามลำดับ

ตารางที่ 24 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องทศนิยมและเศษส่วนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์	การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์									
	รูปภาพ		กราฟ		ตาราง		สัญลักษณ์หรือตัวแปร		ข้อความ	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
สูง	564	24.98	7	0.31	11	0.49	1041	46.10	635	28.12
ปานกลาง	192	25.16	5	0.66	6	0.79	368	48.23	192	25.16
ต่ำ	110	32.35	0	0.00	6	1.76	133	39.12	91	26.76

จากตารางที่ 24 เมื่อพิจารณาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องทศนิยมและเศษส่วน พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร เป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากที่สุด รองลงมาใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 46.10 28.12 และ 0.31 ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลางมีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากที่สุด รองลงมาใช้รูปภาพและข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 48.23 25.16และ 0.66 ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำมีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด รองลงมาใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และไม่มีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เลย คิดเป็นร้อยละ 39.12 และ 32.35 ตามลำดับ

ตารางที่ 25 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องคู่อันดับและกราฟของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์	การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์									
	รูปภาพ		กราฟ		ตาราง		สัญลักษณ์หรือตัวแปร		ข้อความ	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
สูง	67	8.76	64	8.37	214	27.97	287	37.52	133	17.39
ปานกลาง	29	10.70	14	5.17	79	29.15	115	42.44	34	12.55
ต่ำ	29	23.97	2	1.65	41	33.88	38	31.40	11	9.09

จากตารางที่ 25 เมื่อพิจารณาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องคู่อันดับและกราฟ พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร เป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากที่สุด รองลงมาใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 37.52 27.97 และ 8.37 ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลางมีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากที่สุด รองลงมาใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 42.44 29.15 และ 5.17ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำมีการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด รองลงมาใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 33.88 31.40 และ 1.65 ตามลำดับ

ตารางที่ 26 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์	การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์									
	รูปภาพ		กราฟ		ตาราง		สัญลักษณ์หรือตัวแปร		ข้อความ	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
สูง	371	26.44	4	0.29	82	5.84	680	48.47	266	18.96
ปานกลาง	132	28.70	0	0.00	30	6.52	218	47.39	80	17.39
ต่ำ	91	39.57	0	0.00	6	2.61	85	36.96	48	20.87

จากตารางที่ 26 เมื่อพิจารณาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูง มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร เป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากที่สุด รองลงมาใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 48.47 26.44 และ 0.29 ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ปานกลาง มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากที่สุด รองลงมาใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และไม่มีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เลย คิดเป็นร้อยละ 47.39 และ 28.70 ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ต่ำมีการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด รองลงมาใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และไม่มีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เลย คิดเป็นร้อยละ 39.57 และ 36.96 ตามลำดับ

ตารางที่ 27 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องทศนิยมและเศษส่วนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์	การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์									
	รูปภาพ		กราฟ		ตาราง		สัญลักษณ์หรือตัวแปร		ข้อความ	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
สูง	764	25.44	12	0.40	18	0.60	1417	47.19	792	26.37
ต่ำ	106	28.42	0	0.00	5	1.34	133	35.66	129	34.58

จากตารางที่ 27 เมื่อพิจารณาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องทศนิยมและเศษส่วน พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร เป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากที่สุด รองลงมาใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 47.19 และ 26.37 ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำมีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด รองลงมาใช้ข้อความเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และไม่มีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เลย คิดเป็นร้อยละ 35.66 และ 34.58 ตามลำดับ

ตารางที่ 28 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องคู่อันดับและกราฟของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์	การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์									
	รูปภาพ		กราฟ		ตาราง		สัญลักษณ์หรือตัวแปร		ข้อความ	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
สูง	110	10.50	78	28.24	296	28.24	404	38.55	160	15.27
ต่ำ	15	13.04	2	1.74	41	35.65	38	33.04	19	16.52

จากตารางที่ 28 เมื่อพิจารณาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในในเรื่องคู่อันดับและกราฟ พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากที่สุด รองลงมาใช้ตารางและกราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 38.55 28.24 และ 10.50 ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำมีการใช้ตารางเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด รองลงมาใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 35.65 33.04 และ 1.74 ตามลำดับ

ตารางที่ 29 แสดงค่าความถี่และค่าร้อยละ ของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์

พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์	การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์									
	รูปภาพ		กราฟ		ตาราง		สัญลักษณ์หรือตัวแปร		ข้อความ	
	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
สูง	512	27.44	4	0.21	109	5.84	905	48.50	336	18.01
ต่ำ	86	36.13	0	0.00	10	4.20	83	34.87	59	24.79

จากตารางที่ 29 เมื่อพิจารณาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร เป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มากที่สุด รองลงมาใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และมีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 48.50 27.44 และ 0.21 ตามลำดับ

นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำมีการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มากที่สุด รองลงมาใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปรเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และไม่มีการใช้กราฟเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เลย คิดเป็นร้อยละ 36.13 และ 34.87 ตามลำดับ

ภาคผนวก ช

ตารางกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างของยามาเน (Yamane Taro : 1973)

ตารางที่ 30 แสดงขนาดกลุ่มตัวอย่างของยามาเน (Yamane Taro: 1973) ณ ระดับความมีนัยสำคัญ .05 (2σ confidence interval) คิดขนาดของความคลาดเคลื่อน (e) เป็นร้อยละ และให้สัดส่วนของประชากร **(π)** เป็น 0.5

ขนาดของประชากร (N)	**ขนาดของตัวอย่างประชากร (n) เมื่อมีความคลาดเคลื่อนเป็น**					
	± 1%	**± 2%**	**± 3%**	**± 4%**	**± 5%**	**± 10%**
500	b	b	b	b	222	83
1,000	b	b	b	385	286	91
1,500	b	b	638	441	316	94
2,000	b	b	714	476	333	95
2,500	b	1,250	769	500	345	96
3,000	b	1,364	811	517	353	97
3,500	b	1,458	843	530	359	97
4,000	b	1,538	870	541	364	98
4,500	b	1,607	891	549	367	98
5,000	b	1,667	909	556	370	98
6,000	b	1,765	938	566	375	98
7,000	b	1,842	959	574	378	99
8,000	b	1,905	976	580	381	99
9,000	b	1,956	989	584	383	99
10,000	5,000	2,000	1,000	588	385	99
15,000	6,000	2,143	1,034	600	390	99
20,000	6,667	2,222	1,053	606	392	100
25,000	7,143	2,273	1,064	610	394	100
50,000	8,333	2,381	1,087	617	397	100
100,000	9,091	2,439	1,099	621	398	100
∞	10,000	2,500	1,111	625	400	100

(Yamane, T. (1973). Statistics-An Introductory Analysis. 3rd, ed. New York, Harper)

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวอารีย์ เมฆวิลัย เกิดเมื่อวันจันทร์ที่ 20 สิงหาคม พุทธศักราช 2527 อยู่บ้านเลขที่ 99 หมู่ที่ 4 ตำบลท่านัด อำเภอดำเนินสะดวก จังหวัดราชบุรี 70130 สำเร็จการศึกษาปริญญาครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชามัธยมศึกษา วิชาเอกวิทยาศาสตร์ทั่วไป และ วิชาเอกคณิตศาสตร์ จากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2549 เข้าศึกษาต่อในหลักสูตร ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2550 ปัจจุบันรับราชการครู ตำแหน่งครูผู้ช่วย โรงเรียนพิบูลประชาสรรค์ เขตดินแดง กรุงเทพมหานคร