ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี

นางสาวนุตริยา จิตตารมย์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2548
ISBN 974-14-2908-8
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECTS OF USING THE STAR STRATEGY IN MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ON MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ABILITY AND LEARNING RETENTION OF SEVENTH GRADE STUDENTS IN SURATTHANI PROVINCE

Miss Nuttariya Jittarom

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum, Instruction, and Educational Technology
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2005

ISBN 974-14-2908-8

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี
โดย	นางสาวนุตริยา จิตตารมย์
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะครุศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร. พฤทธิ์ ศิริบรรณพิทักษ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร. ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

นุตริยา จิตตารมย์ : ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี (EFFECTS OF USING THE STAR STRATEGY IN MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ON MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ABILITY AND LEARNING RETENTION OF SEVENTH GRADE STUDENTS IN SURAT THANI PROVINCE) อ. ที่ปรึกษา : รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง, 168 หน้า. ISBN 974-14-2908-8.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

3. เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านนาสาร จังหวัดสุราษฎร์ธานี ประจำปีการศึกษา 2548 จำนวน 86 คน ซึ่งแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR จำนวน 45 คน และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนแบบปกติ จำนวน 41 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสถิติทดสอบค่าที (t-test)

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ภาควิชา หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา ลายมือชื่อนิสิต.....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....

ปีการศึกษา 2548

4783692727 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEY WORD: STAR STRATEGY / MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ABILITY / LEARNING RETENTION

NUTTARIYA JITTAROM : EFFECTS OF USING THE STAR STRATEGY IN MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ON MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ABILITY AND LEARNING RETENTION OF SEVENTH GRADE STUDENTS IN SURAT THANI PROVINCE.

THESIS ADVISOR : ASSOC.PROF.AUMPORN MAKANONG, Ph.D., 168 pp. ISBN 974-14-2908-8.

The purposes of this study were :

1. to study mathematics problem solving abilities of seventh grade students being taught by using the STAR strategy;

2. to compare mathematics problem solving abilities of seventh grade students between groups being taught by using the STAR strategy and by traditional method;

3. to compare retentions of mathematics learning of seventh grade students between groups being taught by using the STAR strategy and by traditional method.

The subjects were seventh grade students of Bannasan School in academic year 2005. There were 86 students divided into two groups, one experimental group with 45 students being taught by using the STAR strategy and one control group with 41 students being taught by traditional method. The research instruments were the mathematics learning achievement test and the mathematics problem solving test. The experimental materials were lesson plans based on the STAR strategy and lesson plans based on traditional method in linear equation. The collected data were analyzed by means of arithmetic mean, mean of percentage, standard deviation, and t-test.

The results of this research revealed that :

1. The mathematics problem solving abilities of seventh grade students being taught by using the STAR strategy were higher than minimum criteria of 50 percent.

2. The mathematics problem solving abilities of seventh grade students being taught by using the STAR strategy were higher than those of students being taught by traditional method at 0.05 level of significance.

3. The retentions of mathematics learning of seventh grade students being taught by using the STAR strategy were higher than those of students being taught by traditional method at 0.05 level of significance.

Department Curriculum, Instruction, and Educational Technology	Student's signature.....
Field of study Mathematics Education	Advisor's signature.....
Academic year 2005	

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี เนื่องจากความเมตตากรุณาและความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจาก รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ให้คำปรึกษา คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ และมีคุณค่าช่วยให้งานวิจัยสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น อาจารย์ดูแลเอาใจใส่อย่างดียิ่งตลอดระยะเวลาที่ผ่านมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และอาจารย์ ดร.ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้ให้คำแนะนำ และข้อเสนอแนะในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความถูกต้องและสมบูรณ์ และให้ความกรุณาอบรมสั่งสอนให้ความรู้ทั้งทางด้านวิชาการ และคุณธรรมแก่ผู้วิจัยเป็นอย่างดีตลอดระยะเวลาการศึกษา ผู้วิจัยขอขอบพระคุณท่านผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่กรุณาเสียสละเวลาตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ให้คำแนะนำ แก้ไข ปรับปรุงจนเป็นเครื่องมือที่สมบูรณ์เป็นประโยชน์ต่องานวิจัยครั้งนี้

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านนาสาร อ.ชูศรี มิตะกา คณะครูอาจารย์และนักเรียนชั้นม.1/1 และ ม.1/2 ประจำปีการศึกษา 2548 ที่ได้ให้ความช่วยเหลือร่วมมือในการทดลองและเก็บรวมรวบข้อมูลเป็นอย่างดี ผู้วิจัยขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ อ.สุกิจ สมงาม คณะครูอาจารย์ และนักเรียนโรงเรียนสุราษฎร์ธานี ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ อ.เกษรารัตน์ ไม้ทองงาม คณะครูอาจารย์ และนักเรียนโรงเรียนนิคมสร้างตนเอง ที่ได้ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือในการทำวิจัยอย่างดียิ่ง รวมทั้งขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัยที่ให้ทุนอุดหนุนบางส่วนในการทำวิจัยครั้งนี้

ท้ายที่สุดเหนือสิ่งอื่นใด ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่ออุดม คุณแม่สารี จิตตารมย์ รวมทั้งพี่ชายทั้งสองคนของผู้วิจัยที่คอยห่วงใยช่วยเหลือและให้กำลังใจตลอดระยะเวลาการศึกษา นอกจากนี้ผู้วิจัยขอขอบคุณพี่ ๆ และเพื่อน ๆ ที่คอยช่วยเหลือและให้กำลังใจในการทำวิจัยครั้งนี้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย..... ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... จ
กิตติกรรมประกาศ..... ฉ
สารบัญ..... ช
สารบัญตาราง..... ญ
สารบัญแผนภาพ..... ฏ

บทที่

1 บทนำ..... 1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... 1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย..... 5
สมมติฐานในการวิจัย..... 6
ขอบเขตของการวิจัย..... 7
คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย..... 8
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 10
1. การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์..... 11
1.1 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์..... 11
1.2 ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์..... 12
1.3 ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ..... 15
1.4 กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์..... 17
1.5 กลวิธีแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์..... 23
2. การสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR..... 28
2.1 ความเป็นมาของการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR..... 28
2.2 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR..... 31
2.3 ขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ในการเรียนการสอน..... 36
2.4 องค์ประกอบของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์..... 40
2.5 แนวทางการประเมินผลการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์..... 45

สารบัญ (ต่อ)

บทที่ หน้า

3. ความคงทนในการเรียน....49
3.1 ความหมายของความคงทนในการเรียน....49
3.2 ความหมายของการจำ....50
3.3 กระบวนการของการจำและระบบความจำ....51
3.4 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ....53
3.5 ระยะเวลาในการวัดความคงทนในการเรียน....56
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง....56
4.1 งานวิจัยต่างประเทศ....56
4.2 งานวิจัยในประเทศ....59

3 วิธีการดำเนินการวิจัย....64
การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง....64
การออกแบบการวิจัย....65
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่างประชากร....65
การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง....67
การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล....72
การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล....82
การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้ในการวิจัย....83

4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล....87
ตอนที่ 1 ผลการศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR....88
ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ....91
ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ....92

สารบัญ (ต่อ)

บทที่ หน้า

5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ....93
สรุปผลการวิจัย....94
อภิปรายผลการวิจัย....95
ข้อเสนอแนะ....100
รายการอ้างอิง....101
ภาคผนวก....107
ภาคผนวก ก....108
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ....109
ตัวอย่างหนังสือขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ....110
หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย....114
ภาคผนวก ข....117
เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม....118
ภาคผนวก ค....147
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์....148
ภาคผนวก ง....157
แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์....158
ภาคผนวก จ....165
ผลการทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวน (F-test) และค่ามัชฌิมเลขคณิต (t-test) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของตัวอย่างประชากรก่อนการทดลอง....166
ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในแต่ละห้องก่อนการทดลอง....167
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์....168

สารบัญตาราง

ตาราง หน้า

1 แสดงพฤติกรรมของครูในขั้นตอนการสอนในชั้นเรียน..... 37

2 แสดงรายละเอียดเนื้อหาสาระการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้..... 69

3 แสดงการเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....70

4 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\bar{x}_{ร้อยละ}$) ของคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีSTAR และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนแบบปกติ.....88

5 แสดงร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์และไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR.....89

6 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\bar{x}_{ร้อยละ}$) ของคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จำแนกนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ตามระดับความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ.....90

7 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที ของคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนแบบปกติ.....91

8 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที ของความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STARและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนแบบปกติ.....92

9 ตารางวิเคราะห์พฤติกรรมที่ต้องการในแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....148

10 ตารางวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ต้องการวัด และพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์..... 149

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตาราง หน้า

11 แสดงค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....150

12 ตารางวิเคราะห์หลักสูตรตามเนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังวิชาคณิตศาสตร์ในแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์.....158

13 แสดงค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์.....159

14 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test).....166

15 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในแต่ละห้องก่อนการทดลอง.....167

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญแผนภาพ

ภาพประกอบ		หน้า
1	แสดงกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาตามแนวคิดของ Krulik และ Rudnick	19
2	แสดงกระบวนการแก้ปัญหาแบบพลวัตของวิลสัน	20
3	แสดงขั้นตอนการจำ	51
4	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความจำระยะสั้น และความจำระยะยาว	53

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาการของโลกในยุคปัจจุบัน มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของประเทศชาติ ซึ่งในการพัฒนาประเทศนั้นจะต้องอาศัยพื้นฐานความรู้ในศาสตร์ต่าง ๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญ ดังที่ ยุพิน พิพิธกุล (2545: 15) ได้กล่าวไว้ว่า "วิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาประเทศ เนื่องจากความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานทางวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและอุตสาหกรรม" และสมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547: 14) ได้กล่าวสรุปในทำนองเดียวกันว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกนำมาประยุกต์ ปรับปรุง พัฒนาร่วมกับศาสตร์สาขาอื่น ทำให้เกิดการพัฒนาด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีเป็นอย่างมากจนถึงทุกวันนี้ คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของคน ทำให้คนคิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม (กรมวิชาการ, 2545: 1) สอดคล้องกับที่ วรณัน ขุนศรี (2547: 15) กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์แห่งการคิดและเป็นเครื่องมือสำคัญต่อการพัฒนาศักยภาพของสมอง ด้วยบทบาทดังกล่าว คณิตศาสตร์จึงช่วยพัฒนาคุณภาพของคนซึ่งถือเป็นกลไกสำคัญในการพัฒนาประเทศชาติ

จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์จำเป็นต้องให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน เมื่อพิจารณาถึงสภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาได้มีการปรับปรุงหลักสูตร เนื้อหา วิธีการสอนคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ซึ่งน่าจะทำให้ประสิทธิภาพการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนพัฒนาขึ้น แต่ในปัจจุบันพบว่านักเรียนยังคงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับไม่ดีนัก ดังจะเห็นได้จากรายงานผลการสอบประเมินผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ประจำปีการศึกษา 2547 โดยการสุ่มกลุ่มตัวอย่างนักเรียนจากทุกเขตพื้นที่การศึกษา ผลการประเมินสรุปได้ดังนี้ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีค่าเฉลี่ยร้อยละ 34.75 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีค่าเฉลี่ยร้อยละ 34.65 และประถมศึกษาปีที่ 6 มีค่าเฉลี่ยร้อยละ 42.57 (สำนักงานทดสอบการศึกษา, 2547) เมื่อเปรียบเทียบกับเกณฑ์การประเมิน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา

คณิตศาสตร์ของนักเรียนทุกระดับชั้นเกินเกณฑ์การประเมินขั้นผ่านที่คณะกรรมการผู้ทรงคุณวุฒิกำหนดไว้ แต่ไม่ถึงร้อยละ 50 จึงต้องมีการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น วรณัน ขุนศรี (2547: 15-16) ได้เสนอว่า จุดเน้นของการเรียนการสอนจำเป็นต้องปรับเปลี่ยนจากการเน้นให้จดจำข้อมูลทักษะพื้นฐานเป็นการพัฒนาให้ผู้เรียนได้มีความเข้าใจในหลักการ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และมีทักษะพื้นฐานที่เพียงพอในการนำไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ ๆ ผู้เรียนจะต้องได้รับประสบการณ์เรียนรู้ที่หลากหลายที่จะช่วยให้เกิดความเข้าใจจากการดำเนินกิจกรรมต่าง ๆ ด้วยตนเอง การจัดกระบวนการเรียนรู้จึงเป็นเรื่องสำคัญยิ่ง และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจะต้องหลากหลายเพื่อให้ผู้เรียนทุกคนสามารถทำได้ตามศักยภาพตนเอง ดังที่พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 ได้กำหนดแนวทางการจัดการศึกษาในส่วนของการจัดกระบวนการเรียนรู้โดยระบุให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะกระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกปฏิบัติให้ทำได้ คิดเป็น ทำเป็น รักการอ่าน และเกิดการใฝ่รู้อย่างต่อเนื่อง (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2542: 13) แนวการจัดการศึกษา ดังกล่าวนี้ให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งเป็นทักษะหนึ่งในทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กำหนดมาตรฐานให้ผู้เรียนทุกช่วงชั้นมีความสามารถในการแก้ปัญหา ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาได้ สามารถแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ แต่การจัดการเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมานั้นยังคงประสบปัญหา พบว่านักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้เฉพาะโจทย์ปัญหาที่คุ้นเคยที่ใช้การดำเนินการเพียงขั้นตอนเดียวในการแก้ปัญหา เมื่อเจอโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน ต้องวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของโจทย์เพื่อให้ได้มาซึ่งวิธีการหาคำตอบนั้น นักเรียนไม่สามารถทำได้ ดังจะเห็นได้จากผลการวิจัยของ เจษฎ์สุดา จันทร์เอี่ยม (2542: 62-64) เรื่อง การศึกษาความสามารถและกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 7 พบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นอยู่ในเกณฑ์ที่ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำร้อยละ 50 สอดคล้องกับที่ สุวร กาญจนมยูร (2545: 50) ได้เสนอเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องการแก้โจทย์ปัญหากล่าวคือ นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาแล้วไม่ทราบว่าจะหาคำตอบของปัญหานั้นอย่างไร สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะว่า การแก้โจทย์ปัญหานั้นเป็นการนำความรู้และประสบการณ์ที่นักเรียน

แต่ละคนเรียนมาไปใช้วิเคราะห์หาคำตอบของโจทย์ปัญหา องค์ประกอบเกี่ยวกับการฝึกการแก้โจทย์ปัญหา การเรียนรู้ การแก้โจทย์ปัญหาเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในสมองของบุคคล นักเรียนแต่ละคนมีกระบวนการเรียนรู้และสร้างความรู้ ความเข้าใจในความคิดรวบยอด หลักการได้แตกต่างกัน บางคนเรียนรู้ได้ดี ถ้าเรียนรู้จากสื่อที่เป็นรูปธรรม บางคนเรียนรู้ได้ในลักษณะนามธรรม บางคนเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้อย่างรวดเร็ว ทั้งนี้เพราะว่าวิธีการเรียนรู้ของแต่ละคนมีกระบวนการ และพลังความสามารถของสมองมีประสิทธิภาพแตกต่างกัน การฝึกการแก้โจทย์ปัญหานับว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญมาก สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547: 16) ได้เสนอแนะว่า การสอนคณิตศาสตร์ให้ได้ผล สามารถช่วยเสริมสร้างให้ผู้เรียนบรรลุจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้ดีวิธีหนึ่งคือ การสอนให้ผู้เรียนได้เรียนและรู้จักใช้กลวิธีหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเมื่อพบโจทย์หรือปัญหาที่ต้องแก้ไข หรือต้องการหาคำตอบ อันจะเป็นแนวทางให้สามารถพัฒนากลวิธีเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาจริง ๆ ในชีวิตได้ตามความสมควรต่อไป

การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการจำตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้นการแก้โจทย์ปัญหา (First letter mnemonic strategy) เป็นกลวิธีหนึ่งที่ช่วยให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาได้ ดังที่ Mercer และ Miller (1992: 19-35) ได้กล่าวว่าการสอนนักเรียนด้วยกลวิธีการจำขั้นตอนด้วยตัวอักษรตัวแรกช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ระลึกถึงขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา (problem-solving steps)และช่วยในทักษะการคำนวณหาคำตอบ Maccini ได้พัฒนาการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR (STAR strategy steps) ซึ่งเป็นกลวิธีการสอนอย่างหนึ่งที่ช่วยให้ผู้เรียนสามารถจำขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาโดยจำตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้น (Maccini, 1998 cited in Maccini and Gagnon, 2006)กลวิธีนี้แนะนำให้นักเรียนแก้ปัญหาตามขั้นตอน 4 ขั้นดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Search the word problem) ศึกษาโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 2 T (Translate the problem) แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้

- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมาย
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ขั้นที่ 3 A (Answer the problem) หาคำตอบของโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 4 R (Review the solution) ทบทวนคำตอบ

การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR นำมาซึ่งการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา หาสาเหตุของปัญหา องค์ประกอบของปัญหา การวิเคราะห์ปัญหาโดยอาศัยข้อมูลที่มีอยู่ การเลือกตัดสินใจ เลือกวิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด

การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ทั้ง 4 ขั้น สอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาทั้ง 4 ขั้นดังนี้

ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem) สอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem)

ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ (Translate the problem) สอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาขั้นที่ 2 การวางแผน (Devising a plan)

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem) สอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) เพื่อให้ได้คำตอบ

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution) สอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาขั้นที่ 4 การตรวจย้อนกลับ (Looking back)

นอกจากนี้ การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ในขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CSA ตามลำดับ สอดคล้องกับขั้นการเรียนรู้ของทฤษฎีบรูเนอร์ คือ ขั้นการกระทำ (Enactive mode) ขั้นจินตนาการ (Iconic mode) และขั้นสัญลักษณ์ (Symbolic mode) ตามลำดับ (Gagnon and Krezmien, 2001) การจัดกิจกรรมให้นักเรียนเรียนรู้จากอุปกรณ์ที่เป็นจริง ของจำลองหรือรูปภาพตามความเหมาะสมกับวัยช่วยให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้น อยากรู้อยากเรียนมากยิ่งขึ้น

ดังนั้นการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR เป็นกลวิธีการสอนอีกแบบหนึ่งที่อาจช่วยให้นักเรียนสามารถใช้กระบวนการแก้ปัญหาในการหาคำตอบได้อย่างดียิ่ง ทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้นและส่งผลต่อความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งความคงทนทางคณิตศาสตร์เป็นการคงไว้ซึ่งผลทางการเรียนหรือความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียนมาหรือมีประสบการณ์มาก่อน หลังจากที่ทิ้งช่วงไประยะหนึ่ง (Adam, 1967: 9) สิ่งที่สนับสนุนแนวคิดนี้คือ งานวิจัย Maccini และ Hughes (2000: 10-21) ได้ศึกษาผลของการใช้กลวิธี STAR ในการแก้ปัญหาพีชคณิตขั้นต้นสำหรับนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาที่บกพร่องทางการเรียนรู้ที่มีต่อการแสดงความหมายและคำตอบของการแก้ปัญหาการบวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็ม ผลปรากฏว่าทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนสูงขึ้น นอกจากนั้นยังส่งผลกับการแก้ปัญหาโจทย์ที่ไม่ใกล้เคียงกับของเดิมอีกด้วย และหลังจากสอนเสร็จแล้ว 10 สัปดาห์ ได้ทำการวัดความคงทนในการเรียน ปรากฏว่านักเรียนยังสามารถแสดงความหมายโจทย์และหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง

ในปีเดียวกัน Maccini และ Ruhl (2000: 465-489) ได้ศึกษาผลของการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) และกลวิธี STAR ในการแก้ปัญหาการลบจำนวนเต็มสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่มีความบกพร่องทางการเรียนเป็นนักเรียนที่มีอุปสรรคในการให้เหตุผลขั้นสูงและขาดทักษะการแก้ปัญหาที่มีต่อการแสดงความหมายและการหาคำตอบของปัญหาการลบจำนวนเต็ม ผลปรากฏว่า หลังการสอนช่วยให้การแก้ปัญหามีประสิทธิภาพ นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนเต็มดีขึ้น และหลังจากสอนเสร็จ 2 สัปดาห์ทำการทดสอบความคงอยู่ของการตอบปัญหา ผลปรากฏว่า นักเรียนยังคงหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้อง และต่อจากนั้น 1 สัปดาห์ทำการทดสอบความคงอยู่ของการแสดงความหมายของปัญหา ซึ่งนักเรียนก็ยังคงแสดงความหมายของปัญหาได้อย่างถูกต้องเช่นกัน

จากที่กล่าวมาพบว่าการใช้กลวิธี STAR และการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) ช่วยให้ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนสูงขึ้นและมีความคงทนในการเรียนอีกด้วย การเรียนรู้ที่ได้จากการฝึกปฏิบัติตามกระบวนการช่วยให้ผู้เรียนรู้จักคิด วิเคราะห์ จัดลำดับแก้ปัญหา และสามารถนำวิธีการไปปรับใช้ในชีวิตจริงได้ ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

สมมติฐานในการวิจัย

จากการที่กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการได้กำหนดเกณฑ์ขั้นต่ำของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้คือ ร้อยละ 50 (กรมวิชาการ, 2542: 35) ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยในครั้งนี้ว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

จากงานวิจัยของ Maccini และ Hughes (2000: 10-21) ได้ศึกษาผลของการใช้กลวิธี STAR ในการแก้ปัญหาพีชคณิตขั้นต้นสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่บกพร่องทางการเรียนรู้ที่มีต่อการแสดงความหมายและคำตอบของการแก้ปัญหาการบวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็ม ผลปรากฏว่า ทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนสูงขึ้น นอกจากนั้นยังส่งผลกับการแก้ปัญหาโจทย์ที่ไม่ใกล้เคียงกับของเดิมอีกด้วย และในปีเดียวกัน Maccini และ Ruhl (2000: 465-489) ได้ศึกษาผลของการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) และกลวิธี STAR ในการแก้ปัญหาการลบจำนวนเต็มสำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาที่มีความบกพร่องทางการเรียนเป็นนักเรียนที่มีอุปสรรคในการให้เหตุผลขั้นสูงและขาดทักษะการแก้ปัญหา ที่มีต่อการแสดงความหมายและการหาคำตอบของปัญหาการลบจำนวนเต็ม ผลปรากฏว่า หลังการสอนช่วยให้การแก้ปัญหามีประสิทธิภาพ นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนเต็มดีขึ้น

นอกจากนี้ Konold (2004: 2949-A) ได้ศึกษาการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Representational) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียก

โดยใช้อักษร CRA ในการเพิ่มทักษะการแก้ปัญหาพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่ปกติและที่มีความบกพร่องทางการเรียน การทดลองแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มทดลองได้รับการใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ ทั้งสองกลุ่มใช้ปัญหาในแบบฝึกหัดเหมือนกันในแต่ละบทเรียน ผลปรากฏว่าเปรียบเทียบคะแนนโดยใช้การทดสอบก่อนเรียน หลังเรียน นักเรียนทุกคนมีความสามารถในการแก้ปัญหาพีชคณิตสูงขึ้น ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยดังนี้

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

จากงานวิจัยของ Maccini และ Hughes (2000: 10-21) ได้ศึกษาผลของการใช้กลวิธี STAR ในการแก้ปัญหาพีชคณิตขั้นต้นสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่บกพร่องทางการเรียนรู้ที่มีต่อการแสดงความหมายและคำตอบของการแก้ปัญหาการบวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็ม หลังจากสอนเสร็จแล้ว 10 สัปดาห์ ได้ทำการวัดความคงทนในการเรียนปรากฏว่า นักเรียนยังสามารถแสดงความหมายโจทย์และหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง ในปีเดียวกัน Maccini และ Ruhl (2000: 465-489) ได้ศึกษาผลของการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) และกลวิธี STAR ในการแก้ปัญหาการลบจำนวนเต็มสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่มีความบกพร่องทางการเรียนเป็นนักเรียนที่มีอุปสรรคในการให้เหตุผลขั้นสูงและขาดทักษะการแก้ปัญหาที่มีต่อการแสดงความหมายและการหาคำตอบของปัญหาการลบจำนวนเต็ม หลังจากสอนเสร็จแล้ว 2 สัปดาห์ทำการทดสอบความคงอยู่ของการตอบปัญหา ผลปรากฏว่า นักเรียนยังคงหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้อง และต่อจากนั้น 1 สัปดาห์ทำการทดสอบความคงอยู่ของการแสดงความหมายของปัญหา ซึ่งนักเรียนก็ยังคงแสดงความหมายของปัญหาได้อย่างถูกต้องเช่นกัน ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยดังนี้

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรของการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดสุราษฎร์ธานี

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นส่วนหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3. ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรจัดกระทำ คือ การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 2 แบบ คือ การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และการสอนแบบปกติ

ตัวแปรตาม คือ

1. ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
2. ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ความสามารถนี้วัดได้จากแบบวัดความสามารถ ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่ได้จากการเรียนหรือประสบการณ์ที่เคยได้รับมาก่อน ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หลังจากทิ้งช่วงเวลา 2 สัปดาห์

การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR หมายถึง การสอนให้นักเรียนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการจำตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้นของการแก้ปัญหา ซึ่งพัฒนาจากแนวคิดของ Gagnon และ Maccini (2001: 8-15) โดยมีลำดับขั้นของการแก้ปัญหาเป็นดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Search the word problem) ศึกษาโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 2 T (Translate the problem) แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้

- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมาย

- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ทั้งนี้จะใช้ครบทั้ง 3 ประเภทหรือไม่ก็ได้แต่ต้องสามารถเขียนสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application) ได้ โดยในขั้นนี้ใช้ CSA แทนสื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภทดังกล่าว

ขั้นที่ 3 A (Answer the problem) หาคำตอบของโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 4 R (Review the solution) ทบทวนคำตอบ ว่าสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในโจทย์ปัญหาหรือไม่

การสอนแบบปกติ การจัดการเรียนการสอนตามแนวคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

นักเรียน หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดสุราษฎร์ธานี แบ่งนักเรียนตามระดับความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ดังนี้

นักเรียนที่มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง หมายถึง นักเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป

นักเรียนที่มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ปานกลาง หมายถึง นักเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระหว่างร้อยละ 60-69

นักเรียนที่มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ หมายถึง นักเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ต่ำกว่าร้อยละ 60

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
    1.1 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
    1.2 ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
    1.3 ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ
    1.4 กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
    1.5 กลวิธีแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
2. การสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR
    2.1 ความเป็นมาของการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR
    2.2 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR
    2.3 ขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ในการเรียนการสอน
    2.4 องค์ประกอบของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
    2.5 แนวทางการประเมินผลการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
3. ความคงทนในการเรียน
    3.1 ความหมายของความคงทนในการเรียน
    3.2 ความหมายของการจำ
    3.3 กระบวนการของการจำและระบบความจำ
    3.4 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ
    3.5 ระยะเวลาในการวัดความคงทนในการเรียน
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
    4.1 งานวิจัยต่างประเทศ
    4.2 งานวิจัยในประเทศ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ดังนี้

Adam, Leslie และ Beeson (1977: 176) ได้ให้ความหมายไว้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ โจทย์ภาษา (Word problem) หรือโจทย์เชิงเรื่องราว (Story problem) หรือโจทย์เชิงถ้อยคำบรรยาย (Verbal problem) นั่นคือโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการบรรยายสภาพการณ์ด้วยถ้อยคำ หรือข้อความและตัวเลข โดยต้องการหาคำตอบในเชิงปริมาณหรือตัวเลข ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้โจทย์ปัญหานั้น

Krulik และ Rudnick (1993: 6) ได้กล่าวถึงความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณในตัวปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบ จึงจะทำให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

Sheffield และ Cruikshank (2000: 38) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ปัญหาอาจจะเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้เกิดความงงงวย ปัญหาจะเป็นคำถามหรือสถานการณ์ซึ่งไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีหรือไม่ทราบวิธีการหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว ปัญหาคณิตศาสตร์จะเกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ แต่ไม่ได้หมายความว่าต้องเกี่ยวข้องกับจำนวน บางปัญหาที่ดีเป็นปัญหาที่เกี่ยวกับมิติหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์โดยไม่เกี่ยวข้องกับจำนวน

Reys et al. (2004: 115) ได้กล่าวถึงความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ที่บุคคลต้องการบางสิ่งบางอย่างและไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ต้องหาวิธีการเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ โดยใช้ความพยายามและการคิดในขั้นสูง

ยุพิน พิพิธกุล (2542: 5) ได้กล่าวถึงปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริง หรือข้อสรุปใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน ปัญหาที่เกี่ยวกับวิชาการ เช่น การพิสูจน์ที่ต้องอาศัยเหตุผล ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ ซึ่งจะถูกนำมาใช้โดยอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 16) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้คิดหาคำตอบ ในบางสถานการณ์เป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับคนอื่น ๆ ก็ได้

จากความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นักวิชาการและนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ อาจกล่าวโดยสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่ไม่คุ้นเคยไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้กระบวนการและความรู้ทางคณิตศาสตร์ช่วยในการหาคำตอบ

1.2 ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

จากความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ข้างต้น สามารถแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้ดังนี้

Polya (1957: 23-29) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์ของปัญหา เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) เป็นปัญหาที่ต้องการให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ วิธีการ หรือคำอธิบายให้เหตุผล ปัญหาให้ค้นหามีส่วนสำคัญแบ่งได้เป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับข้อมูลที่กำหนดให้

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่ที่กำหนดให้เป็นจริง หรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ ปัญหาให้พิสูจน์มีส่วนสำคัญแบ่งได้เป็น 2 ส่วน คือ สิ่งที่กำหนดให้หรือสมมติฐาน และ สิ่งที่ต้องพิสูจน์หรือผลสรุป

LeBlanc et al. (1980: 105-106) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาในหนังสือแบบเรียน (Standard textbook problem) เป็นปัญหาสำหรับเกริ่นนำหรือทำตามการดำเนินการเลขคณิต เช่น การคูณจำนวนเต็ม ลักษณะของปัญหาในหนังสือแบบเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยประยุกต์ใช้ขั้นตอนเดียวหรือใช้ขั้นตอนที่เรียนผ่านมาแล้ว นักเรียนสามารถใช้สื่อรูปธรรมหรือบริบทในชีวิตจริง เป้าหมายของปัญหาในหนังสือแบบเรียนคือสามารถระลึกได้ถึงข้อเท็จจริงพื้นฐาน ทักษะ ขั้นตอน การดำเนินการมูลฐาน มีประสิทธิภาพมากขึ้นและเป็นปัญหาเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการและประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริง

2. ปัญหากระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ต้องการให้ใช้กลวิธีหรือวิธีการที่ไม่เป็นขั้นตอน แต่ยังคงใช้ขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหา ปัญหาชนิดนี้กระตุ้นการใช้กระบวนการให้ได้คำตอบมากกว่าคำตอบที่ได้ ความสำเร็จของการแก้ปัญหาไม่ได้ขึ้นอยู่กับการประยุกต์ใช้มโนทัศน์ กฎ สูตร แต่ขึ้นอยู่กับการใช้กลวิธีมากกว่าหนึ่งกลวิธีในการหาคำตอบ ปัญหากระบวนการบางปัญหามีมากกว่าหนึ่งคำตอบ

Charles et al. (1987: 11-13) กล่าวว่ามีปัญหาอย่างน้อย 4 ประเภทที่ควรสอน คือ

1. ปัญหาขั้นตอนเดียว (One-step problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคือนักเรียนต้องแปลงสถานการณ์ที่เป็นเรื่องราวให้เป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณหรือการหาร ปัญหาประเภทนี้มักพบในการเรียนการสอนตามปกติ ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในปัญหาขั้นตอนเดียวคือ การเลือกการดำเนินการ

2. ปัญหาหลายขั้นตอน (Multi-step problem) มีความแตกต่างกับปัญหาขั้นตอนเดียวที่จำนวนของการดำเนินการที่จำเป็นในการหาคำตอบ ปัญหาหลายขั้นตอนมีจำนวนของการดำเนินการมากกว่าหนึ่งตัว ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหาหลายขั้นตอนคือ การเลือกการดำเนินการ

3. ปัญหากระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์โดยการเลือกการดำเนินการได้ทันที แต่จะต้องใช้กระบวนการต่าง ๆ ช่วย เช่น การทำปัญหาให้ง่าย การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย ๆ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การ

เขียนกราฟแทนปัญหา การแก้ปัญหาประเภทนี้ต้องใช้ยุทธวิธีต่างๆ เช่น การประมาณคำตอบ การเดาและตรวจสอบ การสร้างตาราง การค้นหาแบบรูป การทำย้อนกลับ ปัญหากระบวนการ ปัญหาหนึ่งอาจใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้หลายแบบ

4. ปัญหาประยุกต์ (Applied problem) บางครั้งเรียกว่า ปัญหาเชิงสถานการณ์ (Situational problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนมติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง ซึ่งจะต้องใช้วิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูลทั้งที่กำหนดในปัญหา และอยู่นอกปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล เป็นปัญหาที่จะทำให้ผู้แก้ปัญหาเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์

Baroody (1993: 2-54 - 2-55) แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามเป้าหมายในการหาคำตอบของปัญหา เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่มีเป้าหมายเฉพาะเจาะจง เป็นปัญหาที่มีคำตอบแน่นอน ส่วนใหญ่มีคำตอบคำตอบเดียว

2. ปัญหาที่มีเป้าหมายไม่เฉพาะเจาะจง เป็นปัญหาแบบปลายเปิด มีคำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ

Reys et al. (2004: 116) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหาเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine problem) เป็นปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักอยู่ในรูปโจทย์ปัญหาที่เป็นถ้อยคำหรือเป็นเรื่องราว มีโครงสร้างของปัญหาไม่ซับซ้อนนักและคล้ายกับตัวอย่างหรือปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาเคยมีประสบการณ์ในการแก้มาแล้ว

2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Nonroutine problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน แปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญหา ในการแก้ปัญหาผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ และประสบการณ์หลายอย่างประมวลเข้าด้วยกันเพื่อกำหนดวิธีแก้ปัญหา

Dossey (2548) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 3 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่ต้องตัดสินใจ (Decision making) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาต้องทำความเข้าใจปัญหา ลักษณะและข้อจำกัดของปัญหา สามารถแปลงข้อมูลของปัญหา เลือกวิธีการแก้ปัญหาภายใต้ข้อจำกัด สามารถตรวจสอบและประเมินการตัดสินใจ และสื่อสารคำตอบได้

2. ปัญหาที่ต้องวิเคราะห์และวางแผน (System analysis and design) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาต้องวิเคราะห์ความซับซ้อนหรือสร้างการวางแผน จับประเด็นเหตุผลภายในปัญหาซึ่งสอดคล้องกับจุดประสงค์ อธิบายความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นภายใน ค้นหาสาเหตุหรือคำตอบจากการวางแผน ประเมินค่าความสมเหตุสมผลแล้วเผยแพร่ได้

3. ปัญหาที่ต้องจับประเด็นปัญหา (Trouble shooting) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาต้องวิเคราะห์ถึงความผิดพลาดที่เกิดขึ้น เข้าใจถึงสาเหตุอันเนื่องมาจากปัญหาเช่น ขั้นตอนการทำสามารถบ่งชี้ถึงจุดที่ทำให้เกิดภาวะวิกฤตได้ วิเคราะห์และหาคำตอบ และสามารถตรวจสอบหรือพิสูจน์คำตอบแล้วเผยแพร่ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่าการแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ในการแบ่งอาจแบ่งตามจุดประสงค์ของปัญหา ตามการดำเนินการหาคำตอบ ตามเป้าหมายในการหาคำตอบ หรืออาจแบ่งตามผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา ซึ่งสามารถสรุปได้ว่าโจทย์ปัญหามี 2 ประเภท คือ 1. โจทย์ปัญหาที่ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์อาจมีขั้นตอนเดียวหรือหลายขั้นตอนและประยุกต์ใช้กลวิธีต่าง ๆ ในการหาคำตอบ 2. โจทย์ปัญหาที่ต้องพิสูจน์ใช้การให้เหตุผล วิเคราะห์ ตัดสินใจ และหาคำตอบของปัญหา ซึ่งในแต่ละโจทย์ปัญหาผู้แก้ปัญหาจะต้องพิจารณาลักษณะโครงสร้างของปัญหาให้ชัดเจน เพื่อจะได้ประมวลความรู้และประสบการณ์หาคำตอบได้เหมาะสมกับลักษณะของโจทย์ปัญหา

1.3 ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ

จากการแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้แตกต่างกัน ดังนั้นการสร้างหรือเลือกโจทย์ปัญหาจึงควรพิจารณาถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาเสนอแนวคิดลักษณะของโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างหรือเลือกโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

LeBlanc et al. (1980: 106-107) ได้เสนอแนะลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจสำหรับใช้สอนในชั้นเรียน สรุปได้ว่า ครูต้องเลือกหรือออกแบบปัญหาที่นักเรียนสนใจ การนำเข้าสู่ประเด็นปัญหาและร่วมมือกันทำให้ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา การเลือกปัญหาจะต้องเหมาะสมกับระดับความยากซึ่งเป็นสิ่งสำคัญ องค์ประกอบที่ทำให้ปัญหาเกิดความยากโดยทั่วไปมีอยู่ 4 องค์ประกอบ คือ

1. การเลือกใช้คำศัพท์
2. ความยาวและโครงสร้างของถ้อยคำหรือประโยค
3. ขนาดและความซับซ้อนของจำนวน
4. การตั้งปัญหาหรือการแสดงปัญหา

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ควรใช้คำศัพท์ง่าย ๆ ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ควรหลีกเลี่ยง เพื่อให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหาด้วยตัวนักเรียนเอง ระดับความยากของการอ่านควรจะเพิ่มให้เหมาะสมกับความยาวและความซับซ้อนของถ้อยคำและประโยคในโจทย์ปัญหา โจทย์ปัญหาที่ใช้สอบถ้าเป็นประโยคยาว ๆ สามารถแบ่งเป็นสองส่วนหรือมากกว่า หรืออาจจะเขียนใหม่เป็นประโยคสั้น ๆ ตามความเข้าใจ การใช้การคำนวณด้วยมือควรลดระดับความยากและความซับซ้อนของปัญหา การเปลี่ยนแปลงการตั้งปัญหาหรือการแสดงปัญหา สามารถเลือกได้ตามระดับความยากของปัญหา

Sheffield และ Cruikshank (2000: 38) ได้เสนอแนะถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาที่ดีทำให้ผู้แก้ปัญหาเกิดความสนใจและพยายามที่จะหาคำตอบ โจทย์ปัญหาที่ดีไม่ได้รวมโจทย์ภาษา หรือโจทย์เชิงเรื่องราวที่พบเห็นจากหนังสือแบบเรียน เพราะนักเรียนคุ้นเคยมีวิธีการแก้ปัญหาได้ในทันทีและบ่อยครั้งจะไม่สนใจผลลัพธ์ที่ได้

กรมวิชาการ (2544: 18) ได้อธิบายลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. ภาษาที่ใช้กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจง่าย
2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด ท้าทาย ความสามารถของนักเรียน
3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไป สำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้น ๆ
5. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบพิจารณาแก้ปัญหาได้
7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน
8. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัย และเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี

10. นักเรียนสามารถใช้การวาดภาพลายเส้น แผนภาพ ไดอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา

สุรัช อินทสังข์ (2545: 53) มีคำแนะนำว่าโจทย์ปัญหาประเภทหนึ่งที่ครูควรจัดให้นักเรียนได้คิดแก้น่าจะเป็นปัญหาที่อยู่ในบริบทที่นักเรียนคุ้นเคย กล่าวคือปัญหานั้นเป็นเรื่องใกล้ตัวของนักเรียนแต่ละคน นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดีขึ้นถ้าโจทย์ปัญหานั้นมีเนื้อหาที่สอดคล้องกับประสบการณ์เดิมและสัมพันธ์กับสิ่งที่เป็นอยู่จริงรอบ ๆ ตัวของนักเรียน คุณลักษณะที่ดีของโจทย์ปัญหา คือ ต้องกระตุ้นให้นักเรียนกระหายที่จะคิด ต้องท้าทายให้นักเรียนเกิดความพยายามที่จะแก้เพื่อหาคำตอบ

จากที่กล่าวมาข้างต้น โจทย์ปัญหาที่น่าสนใจควรจะเป็นเรื่องใกล้ตัวของผู้แก้ปัญหา เพื่อผู้แก้ปัญหาเกิดความสนใจที่จะหาคำตอบ และควรพิจารณาให้เหมาะสมกับระดับความสามารถสติปัญญาของผู้แก้ปัญหา สามารถใช้ความรู้และประสบการณ์ได้หลากหลายในการหาคำตอบ

1.4 กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การแก้โจทย์ปัญหาเป็นกระบวนการที่ผู้แก้ปัญหานำประสบการณ์ ความรู้ ความเข้าใจมาประยุกต์หาวิธีการเพื่อหาคำตอบของปัญหาในสถานการณ์ใหม่ ๆ นักวิชาการและนักคณิตศาสตร์ศึกษาได้เสนอกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็นขั้นตอนต่าง ๆ หลายรูปแบบด้วยกัน ดังนี้

Polya (1957: xvi-xvii) ได้เสนอขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาซึ่งเป็นที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลายที่เรียกว่า กระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ขั้นนี้เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจหาว่าสิ่งที่ต้องการรู้คืออะไร ข้อมูลมีอะไรบ้าง เงื่อนไขคืออะไร จะแก้ปัญหาตามเงื่อนไขได้หรือไม่ เงื่อนไขที่ให้มาเพียงพอที่จะหาสิ่งที่ต้องการหรือไม่ การวาดภาพ การใช้สัญลักษณ์ การแบ่งเงื่อนไขออกเป็นส่วนย่อย ๆ อาจช่วยให้เข้าใจปัญหาดีขึ้น

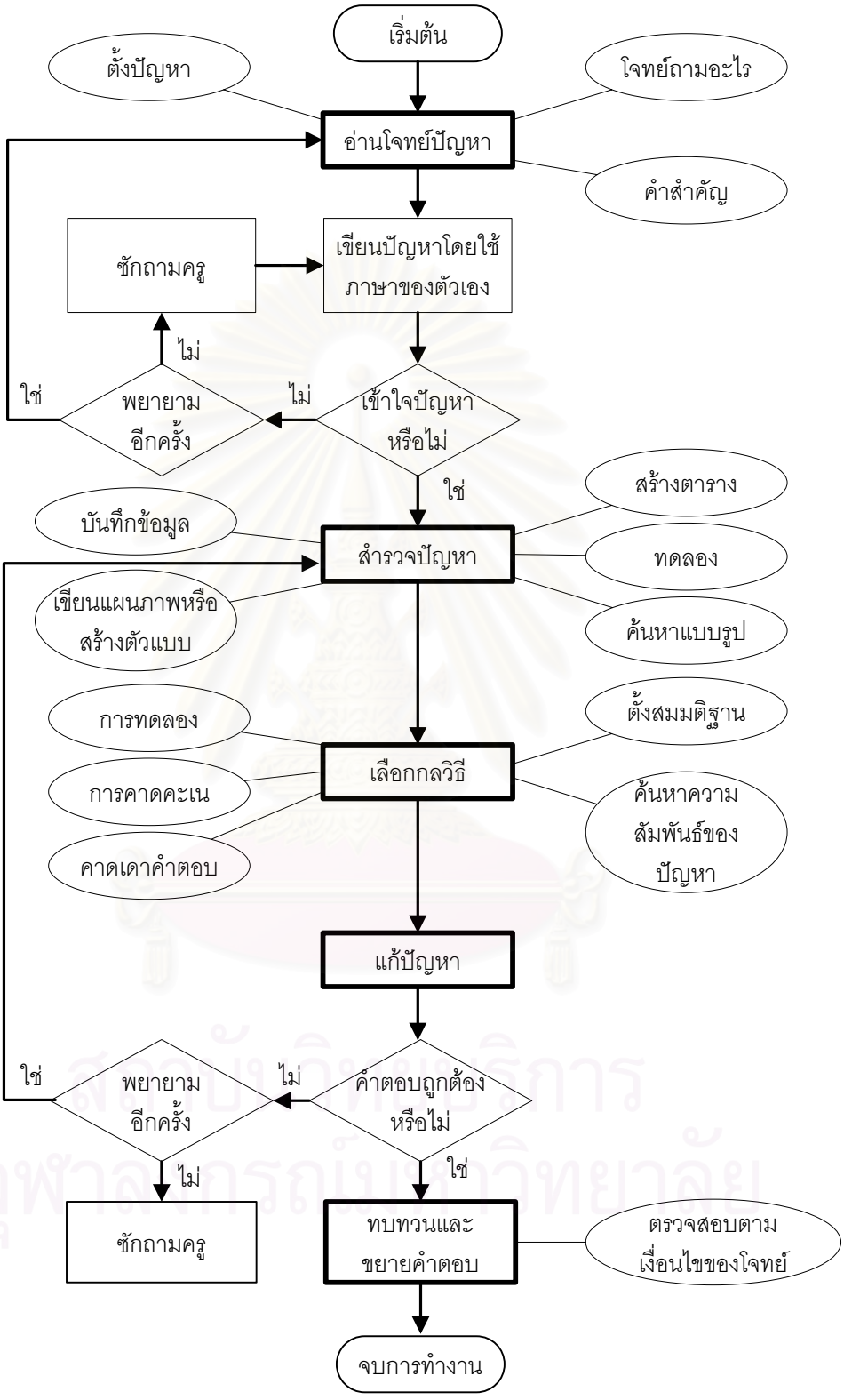
ขั้นที่ 2 การวางแผนงาน (Devising a plan) ขั้นนี้เป็นขั้นการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ต้องการทราบ หากไม่สามารถเชื่อมโยงได้ทันทีอาจต้องใช้ปัญหาอื่นช่วยเพื่อให้ได้แผนงานแก้ปัญหาในที่สุด ผู้แก้ปัญหาอาจเริ่มต้นด้วยการคิดว่าตนเคยเห็นปัญหาลักษณะนี้จากที่ไหนมาก่อนหรือไม่ หรือเคยเห็นปัญหาในรูปแบบที่คล้ายคลึงกันนี้หรือไม่ จะใช้ความรู้หรือวิธีการใดแก้ปัญหา จะแก้ปัญหาส่วนใดได้ก่อนบ้าง จะแปลงข้อมูลที่มีอยู่ใหม่เพื่อให้สิ่งที่ต้องการรู้กับข้อมูลที่มีอยู่สัมพันธ์กันมากขึ้นได้หรือไม่ ได้ใช้ข้อมูลและเงื่อนไขที่มีอยู่อย่างเหมาะสมแล้วหรือยัง

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) ขั้นนี้เป็นการลงมือทำงานตามแผนที่วางไว้ ควรมีการตรวจสอบแต่ละขั้นย่อย ๆ ของงานที่ทำว่าถูกต้องหรือไม่ จะแน่ใจได้อย่างไร

ขั้นที่ 4 การตรวจย้อนกลับ (Looking back) ขั้นนี้เป็นการตรวจสอบคำตอบหรือเฉลยที่ได้ว่าสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ ซึ่งอาจครอบคลุมถึงการขยายความคิดจากผลหรือคำตอบที่ได้และการใช้วิธีการอื่นแก้ปัญหา

Krulik และ Rudnick (1982: 43) ได้เสนอกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังภาพประกอบที่ 1

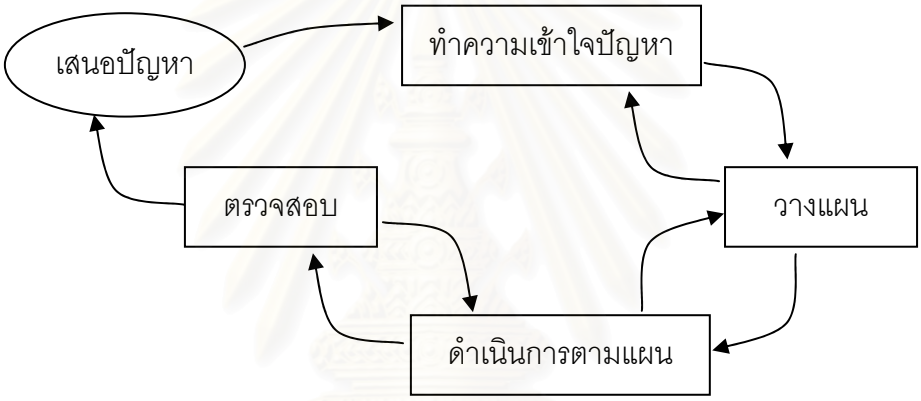
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาพประกอบที่ 1 แสดงกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาตามแนวคิดของ Krulik และ Rudnick

จากภาพประกอบที่ 1 ในกรอบอ่านโจทย์ปัญหา สำรวจปัญหา เลือกกลวิธี แก้ปัญหา ทบทวนและขยายคำตอบ เป็นพื้นฐานในการแก้โจทย์ปัญหา และมีองค์ประกอบอื่น ๆ ที่ช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหามากขึ้น

Wilson et al. (1993 cited in Rungfa Janjaruporn, 2005: 66-67) ได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา โดยได้เสนอกรอบความคิดที่แสดงความเป็นพลวัตเป็นวงจรที่อธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งเรียกว่า กระบวนการแก้ปัญหาแบบพลวัตของวิลสัน (Wilson's dynamic problem-solving process) ดังภาพประกอบที่ 2



ภาพประกอบที่ 2 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาแบบพลวัตของวิลสัน

จากภาพประกอบที่ 2 อธิบายได้ดังนี้ เมื่อนำเสนอปัญหาต่อนักเรียน นักเรียนจะคิดและทำความเข้าใจกับปัญหา วางแผนกำหนดวิธีการแก้ปัญหา ในกระบวนการส่วนนี้จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจปัญหาดีขึ้น และอาจมีการปรับปรุงวางแผนใหม่ เมื่อวางแผนเสร็จเรียบร้อยแล้ว นักเรียนต้องตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน และลงมือปฏิบัติดำเนินการตามแผน เมื่อพบว่าไม่สามารถทำตามแผนได้ นักเรียนจะย้อนกลับไปพยายามสร้างแผนใหม่ หรืออาจต้องกลับไปทำความเข้าใจปัญหาใหม่ หลังจากลงมือปฏิบัติดำเนินการตามแผนจนได้คำตอบที่คิดว่าเป็นคำตอบของปัญหาแล้วนักเรียนจะย้อนกลับไปพิจารณาว่า คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือมีความสอดคล้องกับเงื่อนไขต่าง ๆ ที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ ซึ่งจะทำให้มีความเข้าใจปัญหามากยิ่งขึ้น การตรวจสอบย้อนกลับยังรวมถึงการพิจารณาหาคำตอบของปัญหาใหม่ด้วยวิธีการอย่างอื่น ซึ่งจะต้องวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาใหม่ การแก้ปัญหาหนึ่งด้วยวิธีการหลายอย่างจะทำให้มีโอกาสเปรียบเทียบวิธีการ ปรับปรุงวิธีการแก้ปัญหาให้ดียิ่งขึ้น

Troutman และ Lichtenberg (1995: 4-7) ได้เสนอแนะกระบวนการแก้ปัญหา 6 ขั้นตอน ซึ่งใช้แนวคิดพื้นฐานจากกระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้แก้ปัญหาไม่เพียงแต่ต้องทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ที่ปรากฏในปัญหาเท่านั้น แต่ต้องมีความรู้เกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ในปัญหา สิ่งหนึ่งที่สำคัญในการทำความเข้าใจปัญหา คือ การตั้งคำถามถามตนเองเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง

2. กำหนดแผนในการแก้ปัญหา โดยกำหนดอย่างน้อยที่สุดหนึ่งแผน การกำหนดแผนในกรแก้ปัญหาหลาย ๆ แผน เป็นสิ่งที่มีประโยชน์ เพราะสามารถเปรียบเทียบและเลือกใช้แผนที่คิดว่าน่าจะมีประสิทธิภาพที่สุด การกำหนดแผนเป็นการกำหนดยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาลงมือทำตามแผนที่กำหนดไว้ ซึ่งมีข้อแนะนำให้ทำงานเป็นกลุ่ม เพราะถ้าแต่ละคนดำเนินการตามแผนของตน คำตอบที่ได้สามารถนำมาตรวจสอบเปรียบเทียบกัน และได้เรียนรู้สิ่งที่แปลกใหม่จากเพื่อน ๆ ถ้าทุกคนในกลุ่มใช้แผนการแก้ปัญหาเดียวกัน ทั้งกลุ่มก็จะได้มีโอกาสช่วยเหลือกันแก้ปัญหาอย่างรอบคอบในปัญหาที่มีความซับซ้อน เมื่อสามารถวางแผนแบ่งงานได้เป็นส่วน ๆ ผู้แก้ปัญหาสามารถแบ่งกันทำงานตามแผนคนละส่วน แล้วนำมาประกอบกัน จะทำให้งานลุล่วงเร็ว และมีความสมบูรณ์

4. ประเมินแผนและคำตอบ ในขั้นตอนนี้ดำเนินการโดย

4.1 พิจารณาว่าคำตอบมีความเป็นไปได้หรือมีความสมจริงหรือไม่

4.2 ตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้มีความสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหา

4.3 ลองแก้ปัญหาใหม่ โดยวางแผนใช้วิธีการอื่น แล้วเปรียบเทียบผลที่ได้

4.4 เปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับคำตอบของเพื่อน ๆ คนอื่น ๆ

5. ขยายปัญหา ผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นหาแบบรูปทั่วไปของคำตอบของปัญหา ซึ่งต้องเข้าใจโครงสร้างของปัญหาอย่างชัดเจนจึงจะสามารถขยายปัญหาได้ การขยายปัญหาจะช่วยสร้างทักษะในการแก้ปัญหา การขยายปัญหาทำได้โดย

5.1 เขียนปัญหาที่คล้ายกับปัญหาเดิม

5.2 เสนอปัญหาใหม่ เพื่อที่ว่าผู้แก้ปัญหาอาจจะค้นหารูปแบบทั่วไป กฎ หรือสูตรในการหาคำตอบ

6. บันทึกการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาที่ดีจะจดบันทึกการทำงานของเขาไว้เพื่อที่จะได้สามารถรื้อฟื้นหรือทบทวนความพยายามของเขาได้ การจดบันทึกอาจเก็บข้อมูลจากการร่วมกันคิด ร่วมกันทำ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาต่อไป สิ่งที่ควรจดบันทึก ได้แก่

6.1 แหล่งของปัญหา

6.2 ตัวปัญหาที่กำหนด

6.3 แนวคิดในการแก้ปัญหา หรือแบบแผนการคิดอย่างคร่าว ๆ

6.4 ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่นำมาใช้หรือสามารถจะนำมาใช้

6.5 ข้อแนะนำเกี่ยวกับการขยายผลการแก้ปัญหา

Dossey (2548) ได้เสนอกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา
2. จำแนกประเด็นปัญหาและวางแผนหาคำตอบ
3. จัดรูปแบบและแสดงความหมายเงื่อนไขของโจทย์
4. เลือกกลวิธีการแก้โจทย์ปัญหา
5. ดำเนินการหาคำตอบ
6. ทบทวนคำตอบ
7. สื่อสารและขยายคำตอบ

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547: 17) ได้สรุปกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจในปัญหา ซึ่งอาจจะใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์ช่วย เช่น กราฟ แผนภูมิ ตาราง

2. แสวงหาความรู้เพื่อนำไปใช้การแก้ปัญหานั้น ๆ พิจารณาถึงเหตุและหนทางที่จะแก้ปัญหา

3. วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการวางโครงการ หายุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

4. แก้ปัญหา โดยดำเนินการตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งอาจจะมีความจำเป็นต้องใช้การคำนวณช่วย

5. ตรวจสอบ เป็นการทบทวนเหตุผล ที่ได้ดำเนินการแก้ปัญหาไปแล้วนั้นว่ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด คำนวณถูกต้องหรือไม่ คำตอบน่าเชื่อถือเพียงใด

จากที่กล่าวมาแล้วสรุปได้ว่า กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จะประกอบด้วยขั้นตอนหลักคือ ศึกษาทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา คิดวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา ดำเนินการหา

คำตอบตามแผนที่วางไว้ ตรวจสอบคำตอบที่ได้และขยายคำตอบเพื่อหาแนวทางอื่นในการแก้ปัญหาเดิม และสามารถเปรียบเทียบแต่ละแนวทางเพื่อให้ได้แนวทางที่ดีที่สุดและเหมาะสมในการหาคำตอบ

1.5 กลวิธีแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือสำคัญที่ใช้ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จึงมีนักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้ศึกษาและนำเสนอกลวิธีที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้อย่างหลากหลาย สามารถสรุปได้ดังนี้

Musser และ Shaughnessy (1980: 137-145) ได้เสนอกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาในโรงเรียนไว้ 5 ประการ ดังนี้

1. การทดสอบวิธีต่าง ๆ และตัดวิธีที่ผิดทิ้ง (Trial and error) เป็นวิธีการแก้ปัญหาที่ตรงที่สุด ประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์กับข้อมูลที่กำหนดให้ วิธีการนี้นำไปสู่เรื่องราวที่สัมพันธ์กับความรู้และความรู้ที่ใช้นั้นไม่กว้างมากนัก

2. การค้นหาแบบรูป (Patterns) เป็นการหาคำตอบโดยสังเกตจากตัวอย่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คำตอบที่ได้จะเป็นรูปทั่วไปที่ได้จากตัวอย่างที่โจทย์กำหนดให้นั้น

3. การแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า (Solving a simpler problem) เป็นการหาคำตอบโดยการทำปัญหาให้ง่ายลงจากปัญหาที่ซับซ้อน ทำให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาและนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาที่กำหนดได้ วิธีการหนึ่งในการทำปัญหาให้ง่ายคือการแบ่งปัญหาออกเป็นส่วน ๆ หรือเริ่มด้วยปัญหาที่มีระดับความซับซ้อนน้อยลง

4. การทำย้อนกลับ (Working backward) เป็นการหาคำตอบโดยเริ่มต้นพิจารณาจากสิ่งที่ปัญหาต้องการหรือสิ่งที่จะพิสูจน์แล้วเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

5. การสร้างสถานการณ์จำลอง (Simulation) เป็นการหาคำตอบโดยการทดลองแสดงสถานการณ์ตามที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อสามารถตัดสินใจบนฐานการวิเคราะห์ข้อมูล คำตอบที่ได้จากการทดลอง

Krulik และ Rudnick (1982: 43) กล่าวว่า กลวิธีในการแก้ปัญหามีหลากหลายต้องเลือกใช้ให้เหมาะสมกับปัญหา กลวิธีหนึ่งอาจจะเหมาะสมกับปัญหาหนึ่งแต่บางปัญหาอาจไม่ใช่

นอกจากนั้นบางปัญหาอาจจะจำเป็นต้องใช้หลายกลวิธีในการแก้ปัญหา และเสนอแนะกลวิธีในการแก้ปัญหาไว้ 8 ประการ ดังต่อไปนี้

1. การจำแนกแบบรูป (Pattern recognition)
2. การทำย้อนกลับ (Working backwards)
3. การเดาและตรวจสอบ (Guess and test)
4. การสร้างสถานการณ์จำลองหรือการทดลอง (Simulation or experimentation)
5. การย่อความ (Reduction)
6. การแจกแจงรายการ (Exhaustive listing)
7. การใช้ตรรกศาสตร์เชิงอนุมาน (Logical deduction)
8. การแสดงความหมายข้อมูล (Representing data) โดยใช้
    - 8.1 กราฟ (Graph)
    - 8.2 สมการ (Equation)
    - 8.3 นิพจน์เชิงพีชคณิต (Algebraic expression)
    - 8.4 ตาราง (Table)
    - 8.5 แผนภูมิ (Chart)
    - 8.6 ไดอะแกรม (Diagram)

Sheffield และ Cruikshank (2000: 41-44) ได้เสนอกลวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 5 ประการ คือ

1. เดาและตรวจสอบ (Guess and check)
2. ค้นหาแบบรูป (Look for a pattern)
3. เขียนรายละเอียดของโจทย์ (Make a systematic list)
4. สร้างและใช้การวาดรูปหรือโมเดล (Make and use a drawing or model)
5. กำจัดสิ่งที่เป็นไปได้ (Eliminate possibilities)

Reys et al. (2004: 124-130) ได้เสนอกลวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 10 ประการ คือ

1. ปฏิบัติเพื่อออกไปจากปัญหา (Act it out) เป็นกลวิธีที่นักเรียนได้สัมผัสกับสถานการณ์ของโจทย์ปัญหา และนักเรียนได้เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาจากสถานการณ์นั้น

2. ใช้ภาพหรือแผนภาพ (Make a drawing or diagram) เป็นการเขียนภาพหรือแผนภาพของข้อมูลตามที่โจทย์กำหนดให้

3. ค้นหาแบบรูป (Look for a pattern) เป็นการใช้แบบรูปของจำนวนหรือรูปภาพที่โจทย์กำหนดให้ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

4. สร้างตาราง (Construct a table) เป็นการจัดระเบียบของข้อมูลในรูปแบบของตาราง ช่วยให้ผู้แก้โจทย์ปัญหามองเห็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาได้

5. จำแนกทุกกรณีที่เป็นไปได้ (Identify all possibilities) กลวิธีนี้มักใช้ร่วมกับกลวิธีสร้างตาราง และค้นหาแบบรูป ทำให้นักเรียนรู้ว่าคำตอบของโจทย์ปัญหาเป็นอะไรได้บ้าง

6. เดาและตรวจสอบ (Guess and check) เป็นการคาดเดาคำตอบและตรวจสอบคำตอบที่ได้ ผู้แก้ปัญหาจะมั่นใจว่าคำตอบที่ได้จากการเดาถูกต้องหรือไม่ จะต้องตรวจสอบคำตอบว่าเป็นไปตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดหรือไม่

7. ทำย้อนกลับ (Work backward) เป็นการหาคำตอบโดยพิจารณาจากข้อมูลสุดท้ายที่โจทย์กำหนดมาให้ ช่วยในการหาคำตอบที่โจทย์ถาม

8. เขียนประโยคเปิด (Write an open sentence) เป็นการฝึกหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในประโยคคำถาม ซึ่งมีลักษณะเหมือนคำทาย เพื่อใช้ในการหาคำตอบ

9. แก้ปัญหาที่ง่ายกว่าหรือปัญหาที่คล้ายกัน (Solve a simpler or similar problem) เป็นการกำหนดปัญหาขึ้นมาใหม่ที่มีลักษณะที่ง่ายกว่า หรือคล้ายกัน โดยมีโครงสร้างของปัญหาเหมือนเดิม แล้วนำวิธีการที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาที่ง่ายกว่าหรือคล้ายกันไปแก้โจทย์ปัญหาเดิม

10. เปลี่ยนจุดมุ่งหมายของปัญหา (Change your point of view) เป็นการแก้โจทย์ปัญหาทีละตอน ทำให้ได้คำตอบของโจทย์ปัญหา

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547: 18-22) ได้รวบรวมกลวิธีในการแก้ไขปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ไว้ 15 ประการ ดังต่อไปนี้

1. มองภาพรวม ๆ เพื่อวิเคราะห์ปัญหาในลักษณะของปัญหาทั้งหมด การมองภาพรวม ๆ เป็นการทบทวนเรื่องราวทั้งหมด ทำความเข้าใจเนื้อหา การทบทวนอาจจะทำโดยการอ่านหลาย ๆ รอบเพื่อจะได้ไม่หลงทาง มองภาพในมุมกว้างจนกว่าจะเห็นหนทางแก้ไข ในกรณีที่คิดไม่ออกอาจจะเปลี่ยนมุมมองเสียใหม่

2. กำหนดหนทางไว้เลือกหลาย ๆ ทาง การหาทางเลือกที่เป็นไปได้ทั้งหมดไว้หลาย ๆ ทางเพื่อนำมาพิจารณาในรายละเอียดว่า ทางเลือกใดที่ดีและเป็นไปได้มากที่สุด การพิจารณาเพื่อตัดสินใจเลือกนั้นต้องกระทำอย่างรอบคอบ

3. กำจัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาทิ้งไป เหลือไว้แต่ข้อมูลที่จะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหานั้น ๆ โดยเฉพาะขีดเส้นใต้เนื้อหาหรือเรื่องราวที่สำคัญจากข้อมูลที่มีอยู่ พิจารณาหนทางเลือกที่เป็นไปได้ โดยตัดหนทางเลือกที่เป็นไปไม่ได้หรือประเด็นที่ไม่เกี่ยวข้องทิ้งไปเสียก่อน โดยใช้หลักตรรกศาสตร์ แล้วจึงค่อยพิจารณาตัดสินใจจากข้อมูลทั้งหมดที่มีอยู่ประกอบกัน

4. เลือกวิธีการในการคำนวณให้เหมาะ โดยวิเคราะห์จากข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาว่าจะใช้ข้อมูลข่าวสารใด กลวิธีที่สมควรนำมาใช้คือวิธีใดจึงจะได้ผล และควรจะใช้คำนวณ บวก ลบ คูณ หาร หาค่าราก ยกกำลัง หรือใช้ความรู้ทางสถิติ แคลคูลัส พีชคณิต กราฟ ฯลฯ อย่างใดมาช่วยในการคำนวณ

5. ใช้การเดาแล้วทดสอบ โดยใช้เหตุผลในการพิจารณาว่าคำตอบควรจะเป็นเช่นใดการเดาจะต้องเดาอย่างมีหลักเกณฑ์ สมเหตุสมผล ไม่ลำเอียง เมื่อเดาแล้วต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องเรื่อย ๆ จนกว่าจะได้คำตอบ การเดาจะมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นถ้ามีเทคนิคบางอย่างช่วย เช่น การประมาณค่า การวิเคราะห์ข้อมูล การจำลองสถานการณ์ การพิจารณากรณีแวดล้อมมาประกอบการพิจารณา

6. สร้างรูปแบบ (Model) ที่เป็นรูปธรรม ซึ่งจะช่วยให้มองเห็นปัญหาในลักษณะหลายมิติ รูปแบบที่สร้างขึ้น จำลองขึ้นอาจจะเป็นคน วัตถุ สิ่งก่อสร้าง โครงสร้าง เครือข่าย เพื่อให้เกิดต้นแบบและสามารถนำไปหาความสัมพันธ์กับข้อมูลที่มีอยู่ หรือนำไปสู่คำตอบที่ต้องการได้

7. หาแบบรูป (Pattern) ที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างมีระบบ ปัญหาบางปัญหาเรื่องราวบางเรื่องราว อาจจะมีลักษณะเป็นวงจร เป็นการเรียงลำดับ เป็นอนุกรมของตัวเลข เป็นรูปทรงเรขาคณิต เป็นค่าของสัดส่วน เป็นลักษณะของการแปลงค่า เป็นคู่ลำดับ หรือเป็นฤดูกาล เป็นต้น การหาแบบรูปได้จะทำให้สามารถไขปัญหาได้

8. จัดระบบข้อมูลใหม่ หมายถึง การจัดระบบข้อมูลที่เกี่ยวกับปัญหานั้นให้มีรูปที่ง่ายแก่การเข้าใจ เช่น ทำเป็นรายการ ทำเป็นตาราง ทำเป็นข้อสังเกต รวมข้อมูลเรื่องราวเดียวกันไว้ ตัดข้อมูลที่ฟุ่มเฟือยออกไป รวมทั้งให้บันทึกข้อมูลที่สูญหายไปซึ่งอาจจะเป็นเบาะแสให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

9. สร้างภาพประกอบ เพื่อให้สามารถมองเห็นลักษณะของตัวปัญหาได้อย่างชัดเจนจากข้อมูลที่มีอยู่ที่มีลักษณะเป็นการบรรยายความ เป็นตารางตัวเลข สามารถจะทำให้ชัดเจนขึ้นได้

โดยการสร้างภาพประกอบโดยการเขียนกราฟประกอบคำอธิบาย เขียนรูปทางเรขาคณิต สเกตซ์ภาพลายเส้น เขียนเป็นไดอะแกรม จะทำให้มองเห็นปัญหาในลักษณะที่เป็นรูปธรรมมากขึ้น

10. แยกปัญหาใหญ่ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ให้มีลักษณะเช่นเดียวกับปัญหาเดิมแต่อยู่ในรูปลักษณะที่ง่ายขึ้น เป็นการแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า มีตัวเลขที่ซับซ้อนน้อยกว่าแต่เป็นโจทย์ปัญหาลักษณะเดียวกันเมื่อสามารถแก้ปัญหาที่เล็กกว่าได้ จะมองเห็นแนวทางในการแก้ไขปัญหาที่ยุ่งยากซับซ้อนมากขึ้นได้ ในทางพิสูจน์คณิตศาสตร์ เราใช้การพิสูจน์เชิงนิรนัย อ้างอิงจากเรื่องย่อย ๆ นำสรุปเรื่องที่ใหญ่กว่าได้

11. ใช้ตรรกศาสตร์ในการแก้ปัญหา เป็นการแก้ปัญหาโดยใช้สามัญสำนึกใช้หลักเหตุและผลบ่อยครั้งที่พบว่า การแก้ปัญหาในบางครั้งผู้ที่พยายามแก้ปัญหา อาจจะมองลึกซึ้งจนเกินไปและลืมนึกถึงความเป็นจริงตามธรรมชาติ ขาดการใช้สามัญสำนึกทำให้หาหนทางแก้ไขที่เหมาะสมไม่ได้ การถามว่า “ถ้าเป็นอย่างนี้แล้วจะเกิดอะไรขึ้นต่อไป” เป็นการโยงจากเหตุไปสู่ผล การใช้วิธีอนุมานและอุปมาน เป็นวิธีการหนึ่งที่เป็นประโยชน์

12. คิดย้อนหลัง การแก้ปัญหาโดยเริ่มพิจารณาเหตุในบางครั้ง ไม่สามารถกระทำได้ง่ายนัก การสืบสาวจากผลย้อนหลังไปหาเหตุในบางครั้งสามารถจะแก้ปัญหาได้ดีกว่า ตัวอย่างการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ตรีโกณมิติ รวมทั้งการสืบสวนเรื่องราวต่าง ๆ เป็นต้น ในบางครั้งจะพบว่าสามารถเริ่มต้นจากผลลัพธ์(ปลายทาง) เพื่อนำไปสู่เหตุ(ต้นทาง) ง่ายและรวดเร็วมากกว่า

13. ใช้สูตร ปัญหาหลายปัญหามีสูตรในการแก้ บางสูตรใช้ได้กับหลายปัญหาในการแก้ปัญหาคงจะต้องพิจารณาก่อนว่าสูตรใดบ้างที่มีความเกี่ยวข้อง และสามารถนำมาใช้ประโยชน์ได้ให้วิเคราะห์ปัญหาแล้วนำสูตรไปใช้ หลังจากนั้นจำเป็นจะต้องตรวจสอบทั้งความถูกต้องของสูตรและการนำสูตรไปใช้ได้อย่างถูกต้องกับเรื่องราวนั้น ๆ

14. ตั้งคำถาม คำถามที่ตั้งเหมาะ ๆ โดยตนเองหรือโดยคนอื่น สามารถให้แง่คิดที่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ คำถามที่เป็นประโยชน์ เช่น ทำไม เป็นไปได้อย่างไร ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะช่วยให้เกิดความกระจ่างในปัญหามากขึ้น ช่วยให้สามารถจับใจความสำคัญของปัญหาได้ การตั้งคำถามและหาคำตอบจะสามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

15. คุย อภิปราย หรือระดมความคิด เป็นกลวิธีอันหนึ่งที่จะทำให้ได้ความคิดหรือเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา เนื่องจากการคุย หรือการอภิปราย ทำให้เกิดการมองปัญหาจากหลายมุมมองที่ต่างกันออกไป เกิดแนวทางในการแก้ปัญหาได้จากหลายจุด มีการเติมหรือแก้ไขในจุดบกพร่องที่มองจากบางมุมไม่เห็น คำพูดบางคำอาจเป็นกุญแจให้สามารถหาหนทางแก้ปัญหาได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหานั้นเป็นเสมือนเครื่องมือที่สำคัญในการแก้โจทย์ปัญหา สามารถช่วยให้ผู้แก้ปัญหาประสบความสำเร็จในการหาคำตอบโจทย์ปัญหาข้อหนึ่ง ๆ สามารถเลือกใช้กลวิธีได้หลายกลวิธี ดังนั้นผู้แก้ปัญหาควรเลือกใช้กลวิธีที่เหมาะสม และหลากหลายเพื่อพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหา

2. การสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR

2.1 ความเป็นมาของการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR

การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR (STAR strategy steps) เป็นกลวิธีการสอนให้นักเรียนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการจำตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้น (First letter mnemonic strategy) ของการแก้ปัญหา Maccini (1998 cited in Maccini and Gagnon, 2006) ได้พัฒนาการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ขึ้นเพื่อชี้แนะนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนสามารถใช้กระบวนการแก้ปัญหาและลำดับขั้นตอนย่อยครบทั้งกระบวนการในการแสดงความหมายและหาคำตอบของปัญหา เพื่อเป็นพื้นฐานสู่การเป็นนักแก้ปัญหาที่ดี

Oas, Schumaker และ Deshler (2006) ได้เสนอแนะเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้ในระดับมัธยมศึกษาว่า กลวิธีการใช้ตัวอักษรตัวแรกช่วยในการจำ ออกแบบมาเพื่อช่วยจำแนกข้อมูลที่สำคัญต่อการเรียน จำแนกรายละเอียด และจดจำรายละเอียดแต่ละขั้นโดยใช้เครื่องช่วยจำคือตัวอักษรตัวแรกของแต่ละขั้น

Maccini และ Gagnon (2006) กล่าวว่า กลวิธี STAR ประกอบด้วยลักษณะสำคัญดังนี้

1. เป็นเครื่องมือสำหรับช่วยให้นักเรียนจำกลวิธีที่ใช้ ซึ่งสร้างรูปแบบถ้อยคำจากตัวอักษรตัวแรกของลำดับขั้น

2. ขั้นตอนของกลวิธีใช้ถ้อยคำที่คุ้นเคย ง่าย สั้นกะทัดรัด ช่วยให้นักเรียนเข้าใจได้

3. ขั้นตอนของกลวิธีเรียงลำดับอย่างเหมาะสม เช่น นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วนก่อนลงมือแก้ปัญหา และนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ได้ เช่น แก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างประสบความสำเร็จ

4. ขั้นตอนของกลวิธีกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความสามารถด้านความรู้ เช่น ใช้การวิเคราะห์ในการแก้ปัญหา

5. ขั้นตอนของกลวิธีใช้กระตุ้นให้นักเรียนสามารถควบคุมตนเองใช้ความสามารถแก้ปัญหาได้ เช่น ตรวจสอบคำตอบแล้วหรือไม่

จากการทำการวิจัยของ Maccini และ Hughes (2000) , Maccini และ Ruhl (2000) ซึ่งได้ทดลองโดยใช้กลวิธี STAR ในการแก้ปัญหาพบว่า การจำขั้นตอนแก้ปัญหาโดยใช้ตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้นช่วยให้นักเรียนระลึกลำดับขั้นตอนได้จากคำศัพท์ที่รู้จัก คุ้นเคย และช่วยให้สามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนเต็มได้

ขั้นตอนหลักของกลวิธี STAR ประกอบด้วย 4 ขั้นดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Search the word problem) การศึกษาโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 2 T (Translate the problem) การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 3 A (Answer the problem) การหาคำตอบของโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 4 R (Review the solution) ทบทวนคำตอบ

Maccini อธิบายว่าขั้นตอนหลักของกลวิธี STAR จะประกอบด้วยขั้นตอนย่อยเพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์เพื่อหาคำตอบได้ รายละเอียดของแต่ละขั้นตอนเป็นดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Search the word problem) **การศึกษาโจทย์ปัญหา** แยกแยะประเด็นของปัญหา ดำเนินการดังนี้

1) อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน
2) ถามคำถามต่อตนเองว่า “รู้เท็จจริงอะไรบ้างจากโจทย์ปัญหา” “โจทย์ต้องการให้หาอะไร”
3) เขียนข้อเท็จจริงที่ได้จากโจทย์

ขั้นที่ 2 T (Translate the problem) **การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหา** ดำเนินการดังนี้

1) เลือกตัวแปร
2) ระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์
3) แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้
   - สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง

- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมาย
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ขั้นที่ 3 A (Answer the problem) **การหาคำตอบของโจทย์ปัญหา** ดำเนินการหาคำตอบที่ถูกต้องตามขั้นที่ 2

ขั้นที่ 4 R (Review the solution) **ทบทวนคำตอบ** ดำเนินการดังนี้

1. อ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้ง
2. ถามคำถามต่อตนเองว่า "คำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่"
3. ตรวจสอบคำตอบ

ครูสามารถใช้ใบงานที่ประกอบด้วยขั้นตอนและขั้นตอนย่อยของกลวิธี STAR เพื่อให้นักเรียนสามารถควบคุมตนเองให้แก้ปัญหาได้ทุกขั้นตอน และช่วยจำขั้นตอนในการแก้ปัญหา

Maccini กล่าวว่า กลวิธีการสอนที่มีประสิทธิภาพและมีประสิทธิผลนั้นต้องช่วยนักเรียนได้เรียนรู้ข้อมูลทั่ว ๆ ไป และเรียนรู้ข้อมูลที่ต้องจำกัดเวลา นักเรียนมีความคงทนในการเรียนและเรียนรู้ได้ดีขึ้นอยู่กับตัวแปรของการสอน เช่น การทบทวน การใช้ครูเป็นตัวแบบ การชี้แนะแบบฝึกหัด การทำแบบฝึกหัดด้วยตนเอง ให้ผลย้อนกลับและทบทวนเป็นระยะ ๆ ก็จะช่วยให้การใช้กลวิธีในการสอนประสบความสำเร็จ

การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ดังนี้ สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือใช้ CSA แทนสื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภทดังกล่าว สำหรับสื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) เป็นการใช้วัตถุ 3 มิติที่สามารถจับต้องได้ในการแสดงความหมายของโจทย์ปัญหา หาคำตอบได้ สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) เป็นการแสดงความหมายโจทย์ปัญหา โดยการวาดภาพ เขียนแผนภาพ เขียนตาราง และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) เป็นการแสดงความหมายโดยใช้สัญลักษณ์ทางจำนวน หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต การใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภทดังกล่าวช่วยให้นักเรียนเข้าใจเรียนรู้อย่างมีความหมายมากขึ้น

2.2 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR

การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ทั้ง 4 ขั้น สอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาทั้ง 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the word problem) สอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem)

ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหา (Translate the problem) สอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาขั้นที่ 2 การวางแผน (Devising a plan)

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the problem) สอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) เพื่อให้ได้คำตอบ

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the solution) สอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาขั้นที่ 4 การตรวจย้อนกลับ (Looking back)

สำหรับการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR นั้น Gagnon และ Krezmien (2001) กล่าวว่าการใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภทดังกล่าวพัฒนามาจากทฤษฎีการสอนของบรูเนอร์ (Bruner) ที่เน้นการสอนให้โอกาสผู้เรียนเรียนรู้โครงสร้างของความรู้ อันจะนำมาซึ่งความเข้าใจและการถ่ายโยงการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยนำเสนอรายละเอียดทฤษฎีการสอนของบรูเนอร์ อันเป็นพื้นฐานในการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) ดังต่อไปนี้

ทฤษฎีการสอนของบรูเนอร์

เจอร์โรม บรูเนอร์ (Jerome Bruner) เป็นนักจิตวิทยาที่สนับสนุนการเรียนรู้ตามแนวปัญญานิยม ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้โดยเชื่อว่า “เด็กทุกระดับชั้นของการพัฒนาสามารถเรียนรู้เนื้อหาวิชาใดก็ได้ ถ้าจัดการสอนให้เหมาะสมกับความสามารถของเด็ก”ความสนใจของบรูเนอร์อยู่ที่การช่วยให้ครูพัฒนาการเรียนรู้และการคิดของผู้เรียน ในการทำความเข้าใจทฤษฎีของบรูเนอร์จำเป็นต้องเข้าใจสาระต่อไปนี้

1. ขั้นการเรียนรู้ (Modes of learning)

บรูเนอร์มองเห็นว่าพัฒนาการของความรู้ความเข้าใจของคนเรามีสามขั้นตอนซึ่งแต่ละขั้นตอนจะเรียนรู้ด้วยวิธีการที่ต่างกันและขั้นต่ำกว่าจะเป็นฐานของขั้นที่สูงกว่า บรูเนอร์จึง

เสนอว่า การที่จะเรียนรู้ในขั้นต่อไปได้ดีนั้นควรจะเรียนในขั้นที่ผ่านมาให้แน่นแฟ้นเสียก่อน ขั้นการเรียนรู้ทั้งสามประกอบด้วย

1.1 ขั้นการกระทำ (Enactive mode) การเรียนรู้ด้วยการกระทำวิธีการเรียนรู้จะผ่านทางการแสดงออก การเลียนแบบ หรือการลงมือทำกับวัตถุ มีประสบการณ์โดยตรงจากการจับต้อง สำรวจสิ่งแวดล้อม เด็ก ๆ ส่วนใหญ่จะเรียนรู้โดยผ่านฐานนี้ หรือผู้ใหญ่ก็จะใช้ฐานนี้เรียนรู้งานที่ต้องใช้ทักษะทางกายที่ซับซ้อน ในการสอนเด็กผู้สอนควรจะใช้วิธีการสาธิตเท่า ๆ กับการใช้อุปกรณ์ต่าง ๆ การสวมบทบาท การใช้ตัวแบบ และการให้พฤติกรรมตัวอย่าง

1.2 ขั้นจินตนาการ (Iconic mode) การเรียนรู้โดยการใช้รูปภาพหรือวาดภาพในใจ เนื่องจากเด็กต้องเรียนความคิดรวบยอด กฎ และหลักการ ซึ่งไม่อาจแสดงให้เห็นได้ง่าย ๆ ดังนั้นผู้สอนจึงต้องจัดหาภาพ แผนภูมิหรือตาราง ซึ่งเชื่อมโยงกับสิ่งที่ต้องเรียนรู้มาให้ผู้เรียน ปกติแล้วการเรียนรู้ตามขั้นนี้จะใช้เวลาน้อยกว่าขั้นการกระทำ มีสิ่งที่ประเด็นปัญหาในการสอนตามขั้นนี้คือ เรื่องของการใช้โสตทัศนูปกรณ์เป็นเครื่องช่วยสอน บรูเนอร์เสนอให้ใช้ภาพนิ่ง โทรทัศน์ ภาพเลื่อน หรืออื่น ๆ ที่คล้ายกันในการสอน เนื่องจากช่วยให้เด็กเกิดประสบการณ์ แต่ขณะเดียวกันก็มีข้อควรระวัง คือ หากเลือกแบบที่ไม่สอดคล้องกับสิ่งที่จะเรียนรู้ นอกจากจะไม่ช่วยให้เกิดความรู้ความเข้าใจใดแล้วยังเป็นการสิ้นเปลืองมากอีกด้วย

1.3 ขั้นสัญลักษณ์ (Symbolic mode) การเรียนรู้โดยการใช้สัญลักษณ์ เป็นขั้นที่เด็กสามารถจะเข้าใจการเรียนรู้สิ่งที่เป็นนามธรรมต่าง ๆ ได้ เป็นขั้นสูงสุดของการพัฒนาทางด้านความรู้ ความเข้าใจ เด็กสามารถคิดหาเหตุผล และในที่สุดจะเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมได้

2. หลักการพื้นฐานทฤษฎีการสอนของบรูเนอร์

บรูเนอร์ได้ให้หลักการพื้นฐานของตัวแปรที่สำคัญของการสอนและการเรียนรู้ดังต่อไปนี้

2.1 บุคคลแต่ละบุคคลมีวัฒนธรรมของตน เพราะตั้งแต่แรกเกิดทุกคนได้รับการถ่ายทอดวัฒนธรรมจากผู้ใหญ่ที่อยู่รอบ ๆ เช่น บิดามารดา เป็นต้น

2.2 ความรู้ ครูควรจะใช้เครื่องมือ (ทักษะ) แก่นักเรียนที่จะใช้แก้ปัญหาหรือหาคำตอบได้ การศึกษาควรจะเน้นความสำคัญของวิชาทุกวิชา

2.3 กระบวนการที่จะได้มาซึ่งความรู้ บรูเนอร์บ่งว่าการเรียนรู้เพื่อได้มาซึ่งความรู้ประกอบด้วยกระบวนการ 3 อย่าง คือ

1) การเรียนรู้ เกิดจากกระบวนการเปรียบเทียบความรู้ที่ได้มาหรือรับจากข้อมูลข่าวสารหรือสารสนเทศใหม่ ๆ กับสิ่งที่มีอยู่แล้ว และปรับปรุงให้ดีขึ้น

2) การเรียนรู้ เกิดจากกระบวนการเปลี่ยนแปร (transform) ข้อมูลข่าวสารที่ได้รับมาให้เข้ากับที่มีอยู่

3) กระบวนการประเมินความสำคัญของความรู้ที่ได้รับใหม่ ว่าเหมาะสมกับงานที่ทำอยู่หรือไม่ การประเมินต้องอาศัยการวินิจฉัยที่ถูกต้อง

3. การเรียนรู้แบบค้นพบ (Discovery learning)

การเรียนรู้แบบค้นพบ เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่มีฐานอยู่บนสิ่งที่รูปธรรมและการแสดงพฤติกรรมภายนอก เช่น การทดลอง การกระทำกับวัตถุ การใช้สื่ออุปกรณ์ต่าง ๆ ในการเรียนรู้ เป็นต้น บรูเนอร์ให้ความเห็นว่าผู้เรียนจะเรียนได้ดีที่สุดโดยอาศัยการเรียนรู้แบบค้นพบ นั่นคือ เมื่อเกิดการเข้าใจเรื่องใดเรื่องหนึ่งอย่างทันทีทันใด ดังนั้นครูจึงควรกระตุ้นให้ผู้เรียนค้นพบโครงสร้างของสิ่งที่กำลังเรียนรู้อยู่โดยให้ความสนใจไปยังแนวคิดหรือความสัมพันธ์ระหว่างกันและกัน ผู้เรียนจะเรียนรู้ได้ดีหากสามารถยึดกุมแนวคิดแทนที่จะท่องจำรายละเอียดของสิ่งที่เรียน เพื่อช่วยให้เกิดการเรียนรู้แบบค้นพบครูอาจกระตุ้นผู้เรียนให้ใช้การเดาอย่างฉลาด หมายถึง การเดานั้นต้องมีฐานอยู่บนข้อมูลเชิงประจักษ์ หรือครูอาจใช้เทคนิคการค้นพบแบบแนะแนว คือ สร้างบรรยากาศซึ่งช่วยให้ผู้เรียนได้ค้นพบและค้นหาความสัมพันธ์

4. หลักการสอน

บรูเนอร์ได้เสนอหลักการที่เกี่ยวกับการสอนไว้ 4 ประการ ดังนี้

4.1 หลักของการจูงใจ (Motivation) หลักการนี้เน้นว่า การเรียนรู้จะขึ้นอยู่กับความพร้อมและแนวโน้มที่ผู้เรียนมีท่าทีต่อการเรียนรู้ บรูเนอร์ให้ความเห็นว่าธรรมชาติของเด็กมีความอยากรู้อยากเห็นอยู่แล้ว ผู้สอนควรใช้ธรรมชาตินี้ให้เป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอน การสอนที่มีประสิทธิภาพจะเกิดได้ก็ต่อเมื่อครูมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีกับนักเรียน ครูจะต้องเป็นต้นแบบ (Model) ที่ดีตั้งแต่ทัศนคติของครูที่มีต่อการสอน การเรียนรู้ และมีความเชื่อว่าผู้เรียนมีแรงจูงใจภายใน (Self- Motivation) และมีความอยากรู้อยากเห็นอยากค้นพบสิ่งที่อยู่รอบ ๆ ตน ด้วยตนเอง ฉะนั้นครูมีหน้าที่สำคัญที่จะจัดสิ่งแวดล้อมในห้องเรียน เพื่อให้นักเรียนมีโอกาสที่จะสำรวจค้นพบและควรจะหาโอกาสสนับสนุนให้นักเรียนมีความมั่นใจในตนเอง บรูเนอร์กล่าวว่าความสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียนก็มีอิทธิพลต่อแรงจูงใจและความเต็มใจที่จะเรียนรู้ของนักเรียน

4.2 หลักของโครงสร้าง (Structure) หลักการนี้เน้นว่า การเรียนรู้สามารถเพิ่มพูนได้โดยการเลือกวิธีการสอนที่เหมาะสมกับระดับพัฒนาการสติปัญญา และระดับความเข้าใจของเด็ก หลักการนี้ชี้ให้เห็นว่า ครูควรจะต้องย้ำให้เห็นความสัมพันธ์ที่มีความหมายระหว่างสิ่งที่เด็กจะต้องเรียนกับสิ่งที่เรียนรู้ไปแล้ว การจัดโครงสร้างของบทเรียน จะต้องให้เหมาะสมกับวัยของเด็กและธรรมชาติของบทเรียนแต่ละหน่วย ครูควรแนะแนวให้นักเรียนเห็นหรือค้นคว้าความสัมพันธ์ของสิ่งที่นักเรียนต้องการจะเรียนรู้ซึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญ นอกจากนี้ครูควรจะสำรวจความรู้พื้นฐานที่นักเรียนจำเป็นต้องมี เพื่อค้นพบความรู้ใหม่ ถ้าปรากฏว่านักเรียนขาดความรู้พื้นฐานที่ควรจะมี ครูควรแนะนำให้นักเรียนเรียนรู้ความรู้พื้นฐานก่อนที่จะเริ่มหน่วยเรียนใหม่

4.3 หลักของการเรียงลำดับ (Sequence) หลักการนี้เน้นว่า ลำดับของเนื้อหามีอิทธิพลอยางมากต่อการเรียนรู้ว่าเกิดได้ง่ายหรือยากแค่ไหน การเรียงลำดับในที่นี้หมายถึง การจัดลำดับระหว่างหน่วยย่อยและหน่วยใหญ่ของสิ่งที่ต้องเรียนรู้ภายในเนื้อหาหนึ่ง ๆ ของวิชาเดียวกัน ระหว่างเนื้อหาของวิชาเดียวกันหรือระหว่างเนื้อหาของวิชาหนึ่งกับอีกวิชาหนึ่ง ซึ่งการเรียงลำดับจะเริ่มจากง่ายไปยาก แม้ว่าการเรียงลำดับที่กล่าวถึงจะเป็นเรื่องที่ทำได้ค่อนข้างยาก โดยเฉพาะระหว่างวิชาแต่การพยายามทำในเรื่องนี้จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามที่ต้องการ การจัดลำดับความยากง่ายของบทเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ บรูเนอร์เสนอแนะให้ครูคำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียน ซึ่งมีลำดับขั้นขึ้นกับสิ่งแวดล้อมวัฒนธรรมของนักเรียนแต่ละคนทั้งนี้อาจจะทำให้ช้าหรือเร็วได้

4.4 หลักของแรงเสริมด้วยตนเอง (Self-reinforcement) บรูเนอร์ถือว่าแรงเสริมด้วยตนเองมีความหมายต่อผู้เรียนมากกว่าแรงเสริมภายนอก ครูควรจะให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียนว่าทำถูกหรือผิด เพื่อว่าผู้เรียนจะได้ทราบถึงผลการทำงานของตนเองแต่ไม่ควรจะเน้นการทำถูกเท่านั้นเพราะการทำผิดก็เป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้

การนำทฤษฎีการสอนของบรูเนอร์ไปประยุกต์ใช้

ทฤษฎีนี้ให้แนวคิดว่าคนเราจะเรียนรู้ได้ดี หากสิ่งที่เรียนนั้นมีความหมายและถูกจัดให้มีโครงสร้างที่เหมาะสม ผู้สอนจึงอาจช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้ดีขึ้นโดย

1. ผู้สอนควรใช้คำถามหลาย ๆ ประเภทในการทดสอบ และในการทบทวนความรู้ที่เรียนไปแล้ว เพื่อจะได้ลดทอนการเรียนรู้โดยอาศัยความจำลง

2. ก่อนหน้าที่จะสอนบทเรียนใหม่จำเป็นที่ผู้สอนต้องทราบถึงสิ่งที่ผู้เรียนมีติดตัวมาก่อน เพราะผู้เรียนจะเชื่อมโยงทั้งสองสิ่งเข้าด้วยกัน

3. ให้งานผู้เรียนโดยที่งานนั้น ต้องให้ผู้เรียนได้เรียบเรียงลำดับความคิดและข้อมูลข่าวสารในการทำ เช่น การเขียนเค้าโครงเรียงความ การตอบคำถามที่มีลักษณะของการบรรยาย โดยผู้สอนจะตรวจสอบลำดับการจัดเรียงความคิดและข้อมูลอธิบายหรือแก้ไขให้ผู้เรียนเข้าใจชัดเจน

4. สำหรับการเรียนรู้ที่ค่อนข้างซับซ้อนเป็นนามธรรม และผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อนผู้สอนควรใช้การเรียบเรียงแบบก้าวหน้าเข้าช่วยซึ่งเป็นการจัดระบบสิ่งที่จะเรียนไว้ล่วงหน้าและเรียงตามมโนทัศน์ที่ผู้เรียนต้องเรียนรู้เพื่อให้เกิดความเข้าใจ

5. เตรียมแผนการเรียนการสอนตลอดหน่วยหรือรายวิชาเพื่อสะดวกในการเชื่อมโยงสิ่งที่จะต้องสอนในช่วงต่าง ๆ เข้าด้วยกัน

6. ให้ผู้เรียนได้แสดงการเรียนรู้ของตนออกมาด้วยภาษาถ้อยคำ และภาษาท่าทาง

7. กระตุ้นผู้เรียนให้รู้จักจัดจำแนกประเภทสิ่งที่เรียนให้อยู่ในกลุ่ม ทั้งสิ่งที่คล้ายกันและต่างกัน

ทฤษฎีของบรูเนอร์กับการศึกษาคณิตศาสตร์

ทฤษฎีการสอนของบรูเนอร์มีจุดมุ่งหมายในการพัฒนาความคิดของคน มิใช่สอนเพื่อให้ท่องจำ แต่สอนให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผล ช่วยให้นักเรียนเข้าใจ และสามารถประยุกต์สิ่งที่เรียนไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ซึ่งมีประโยชน์มากในการจัดการเรียนการสอน ดังที่ อัมพร ม้าคนอง (2547: 9-10) กล่าวว่า แนวคิดของบรูเนอร์ที่นับว่ามีประโยชน์มากต่อการศึกษาคณิตศาสตร์คือ แนวคิดที่กล่าวว่ามนุษย์สามารถคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ ได้ใน 3 ขั้น คือ ขั้นการกระทำ (Enactive mode) ขั้นจินตนาการ (Iconic mode) และขั้นสัญลักษณ์ (Symbolic mode) ซึ่งแนวคิดนี้ถูกแปลความหมายและนำไปใช้อย่างกว้างขวางในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในขั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ขั้นการกระทำ (Enactive mode) กิจกรรมคณิตศาสตร์จะเกี่ยวข้องกับการให้เด็กได้รับประสบการณ์ตรงจากการสัมผัสกับสื่อและวัตถุจริง ในขั้นจินตนาการ (Iconic mode) ครูอาจใช้สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง เช่น ฟิล์มรูปภาพ แผนภาพ ที่นักเรียนสามารถมองเห็นด้วยตา สำหรับในขั้นสัญลักษณ์ (Symbolic mode) เป็นระดับที่ผู้เรียนจะสามารถใช้สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรมแทนสิ่งที่เป็นวัตถุจริง จะเห็นว่าแนวคิดของการเรียนรู้ 3 ระดับนั้นเหมาะสมกับการนำไปใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีลักษณะเป็นนามธรรม แต่ต้องการให้เด็กเข้าใจความหมายและที่มาของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่าง

ของการสอนในทางคณิตศาสตร์ เช่น ต้องการให้นักเรียนทราบว่า $6 \div 3 = 2$ ในขั้นแรก อาจใช้ทอฟฟี่ 6 เม็ด จัดเป็น 3 กอง กองละ 2 เม็ด ซึ่งเป็นขั้น Enactive จากนั้น ให้นักเรียนเขียนหรือวาดเป็นภาพของทอฟฟี่ 3 กอง กองละ 2 เม็ด ซึ่งเป็นขั้น Iconic และในขั้นสุดท้ายคือ Symbolic นักเรียนควรต้องเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า $6 \div 3 = 2$ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจสัญลักษณ์ว่าหมายถึง การแบ่งของ 6 ชิ้น ออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน จะได้ส่วนละ 2 ชิ้น อย่างไรก็ตามบรูเนอร์เห็นว่า ความพร้อมที่จะเรียนขึ้นอยู่กับพัฒนาการทางสติปัญญา ซึ่งสอดคล้องกับงานของเพียเจต์ที่กล่าวว่า สิ่งสำคัญที่สุดของการสอนมโนทัศน์พื้นฐานคือการช่วยเหลือให้เด็กสามารถพัฒนาจากการคิดเชิงรูปธรรมไปสู่การคิดที่ต้องใช้ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์มากขึ้น บรูเนอร์จึงเสนอแนะว่าความพร้อมขึ้นอยู่กับการผสมผสานของวิธีเรียนรู้ทั้ง 3 ขั้นมากกว่าการรอคอยให้เด็กพัฒนาความสามารถที่จะเรียนได้เอง

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) ในขั้นที่ 2 การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพ หรือสมการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริงแสดงความหมายของโจทย์สอดคล้องกับขั้นการกระทำ (Enactive mode) ของขั้นการเรียนรู้ทฤษฎีของบรูเนอร์ การใช้สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมายสอดคล้องกับขั้นจินตนาการ (Iconic mode) ของขั้นการเรียนรู้ทฤษฎีของบรูเนอร์ และการใช้สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิตสอดคล้องกับขั้นสัญลักษณ์ (Symbolic mode) ของขั้นการเรียนรู้ทฤษฎีของบรูเนอร์ (Gagnon and Krezmien, 2001)

2.3 ขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ในการเรียนการสอน

ขั้นตอนการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR มีดังนี้

1. ก่อนเริ่มบทเรียน ครูควรจะทดสอบก่อนเรียนเพื่อดูพื้นฐานทักษะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2. ครูแนะนำกลวิธีที่ใช้ในการสอน ขั้นตอนของกลวิธีซึ่งจะช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

3. นักเรียนควรจำขั้นตอนและขั้นตอนย่อยของกลวิธี เพื่อสามารถนำมาใช้ได้อย่างรวดเร็ว

การสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ครูจะเป็นตัวแบบที่ดีในการใช้กลวิธีแก้ปัญหา บทบาทของครูในการสอนแก้ปัญหา Maccini และ Gagnon (2006) ได้เสนอไว้ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงพฤติกรรมของครูในขั้นตอนการสอนในชั้นเรียน

ขั้นตอน	พฤติกรรมของครู
ขั้นที่ 1 บทนำ	ครูให้คำแนะนำสิ่งที่เป็นภาพรวมทั่วไปโดยการเชื่อมโยงเนื้อหาใหม่กับทักษะที่เรียนผ่านมาแล้ว ให้นักเรียนมองเห็นความสำคัญของเนื้อหาที่จะเรียน โดยอาจเชื่อมโยงกับบทบาทในชีวิตจริง
ขั้นที่ 2 ให้ครูเป็นแบบอย่างในการใช้กลวิธี	เริ่มต้นปัญหาโดยครูใช้การคิดออกเสียงเพื่อเป็นตัวแบบสำหรับนักเรียน เช่น อ่านโจทย์ปัญหาออกเสียงแล้วตรวจสอบทำเครื่องหมายตามลำดับขั้นในใบงานตามกลวิธี STAR ดังนี้ S : ศึกษาโจทย์ปัญหา แยกแยะประเด็นของปัญหา T : แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ A : หาคำตอบของโจทย์ปัญหา R : ทบทวนคำตอบ
ขั้นที่ 3 ให้แบบฝึกหัดที่มีการแนะนำ	ครูให้แบบฝึกหัดเป็นใบงานที่การแนะนำตามขั้นตอนแล้วให้โอกาสนักเรียนได้ฝึกกลวิธี โดยลดบทบาทครูจนกระทั่งนักเรียนสามารถปฏิบัติงานได้ด้วยตนเอง
ขั้นที่ 4 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดอย่างอิสระ	ครูให้แบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องหาคำตอบด้วยตัวเองไม่มีคำแนะนำ ครูให้นักเรียนคิดด้วยตัวเอง
ขั้นที่ 5 ให้ผลย้อนกลับทางบวกและถูกต้อง	ให้ผลย้อนกลับทางบวก โดยดูการปฏิบัติงานของนักเรียน เช่น เปอร์เซนต์ความถูกต้องในการคำนวณ เป็นต้น ให้ผลย้อนกลับคำตอบที่ผิดพลาด อาจจะสอนใหม่ถ้าจำเป็น แล้วให้แบบฝึกหัดที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมและสังเกตการปฏิบัติงานของนักเรียนสุดท้ายให้ผลย้อนกลับทางบวก
ขั้นที่ 6 ประยุกต์ปัญหาใช้กับชีวิตจริง	ให้คำถามที่กระตุ้นนักเรียนในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สถานการณ์แก้ปัญหาในชีวิตจริง ทบทวนบ่อย ๆ เพื่อให้เกิดความคงทน

ตัวอย่างใบงานสำหรับใช้ในการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR

คำถามในแต่ละขั้นตอน	**ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (✓) ลงในช่องว่างเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว**
S : ศึกษาโจทย์ปัญหา - อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน	(.....)
- ถามคำถามกับตัวเองว่า"รู้อะไรบ้าง" "ต้องการหาอะไร"	(.....)
- เขียนข้อเท็จจริงที่ได้จากโจทย์	....
T : แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์	
A : หาคำตอบของโจทย์ปัญหา	....
R : ทบทวนคำตอบ - อ่านโจทย์ซ้ำอีกครั้ง - ถามตัวเองว่าคำตอบที่ได้สอดคล้องกับโจทย์หรือไม่ - ตรวจสอบคำตอบ	....

Miller (1996 cited in Maccini and Gagnon, 2006) ให้ข้อควรพิจารณาในการใช้กลวิธีการสอนในชั้นเรียนดังนี้

1. เรียนรู้บุคลิกลักษณะของนักเรียนแต่ละคนทั้งพฤติกรรมและพื้นฐานด้านความรู้ การสอนโดยใช้กลวิธีควรตระหนักถึงบุคลิกลักษณะของนักเรียนแต่ละคน เช่น บางคนอาจจะชอบเขียนเส้นเน้นข้อความในขณะอ่านโจทย์ปัญหาออกเสียง ขณะที่บางคนอาจจะชอบอ่านโจทย์ปัญหาในใจหรืออ่านเบา ๆ กระตุ้นนักเรียนให้ทำโจทย์ปัญหาให้ประสบความสำเร็จเพื่อสร้างแรงจูงใจในการเรียน

2. กระตุ้นการใช้กลวิธีเป็นรายบุคคล ควรกระตุ้นให้นักเรียนกล้าที่จะใช้กลวิธีในการหาคำตอบ ทำตามขั้นตอนเพื่อให้ได้คำตอบของโจทย์ปัญหา

3. ประยุกต์การใช้งานทั่ว ๆ ไป เช่น ให้โจทย์ที่มีโครงสร้างเหมือนเดิมแต่มีเรื่องราวแตกต่างออกไป หรือให้โจทย์ที่มีความซับซ้อนไปจากโจทย์ที่แก้ในขั้นการสอน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคงทนในการเรียนและสามารถประยุกต์ใช้กลวิธีในโจทย์ทั่ว ๆ ไปได้

สำหรับขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้พัฒนาขั้นตอนโดยรวมบทบาทของนักเรียนและบทบาทของครูไว้ในแต่ละขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Search the word problem) เป็นขั้นของการศึกษาโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนจะต้องอ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน แล้วถามคำถามต่อตนเองว่า “รู้ข้อเท็จจริงอะไรบ้างจากโจทย์ปัญหา” “โจทย์ต้องการให้หาอะไร” ผู้สอนสามารถใช้วิธีการคิดออกเสียงในขณะแนะนำโจทย์แก่นักเรียน จากนั้นค่อย ๆ ลดบทบาทตัวเองเพื่อให้นักเรียนตอบข้อเท็จจริงที่ได้จากโจทย์ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 2 T (Translate the problem) การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือ สมการทางคณิตศาสตร์ โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้

- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมาย
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ทั้งนี้จะใช้ครบทั้ง 3 ประเภทหรือไม่ก็ได้แต่ต้องสามารถเขียนสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application) ได้ โดยในขั้นนี้ใช้ CSA แทนสื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภทดังกล่าว ซึ่งผู้เรียนต้องเลือกตัวแปร และระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้องสอดคล้อง

กับโจทย์ปัญหา ผู้สอนควรให้โอกาสนักเรียนในการฝึกกลวิธีใหม่ลดบทบาทตัวเองจนกระทั่งผู้เรียนสามารถปฏิบัติงานได้ด้วยตนเองอย่างอิสระ

ขั้นที่ 3 A (Answer the problem) เป็นขั้นการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนหาคำตอบที่เหมาะสมและถูกต้องของโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 4 R (Review the solution) เป็นขั้นทบทวนคำตอบ ผู้เรียนอ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้ง แล้วถามคำถามต่อตนเองว่า "คำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่" จากนั้นตรวจสอบคำตอบ ในขั้นนี้ผู้สอนควรให้ผลย้อนกลับทางบวกโดยดูการปฏิบัติงานของนักเรียน เช่น เปอร์เซนต์ความถูกต้องในการคำนวณ การนำเสนอผลการคำนวณ เป็นต้น และให้ผลย้อนกลับคำตอบที่ผิดพลาด ถ้านักเรียนหาคำตอบผิดพลาดมากอาจจะสอนใหม่ แล้วให้แบบฝึกหัดที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมและสังเกตการปฏิบัติงานของนักเรียน

การสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ช่วยให้นักเรียนตัดสินใจและเลือกวิธีแก้ปัญหาให้ครบถ้วนสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

2.4 องค์ประกอบของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นอกจากกระบวนการแก้ปัญหาจะมีความสำคัญแล้ว ยังมีองค์ประกอบอื่น ๆ อีกที่จะทำให้การแก้ปัญหาประสบความสำเร็จ ได้มีนักการศึกษาคณิตศาสตร์ กล่าวถึงองค์ประกอบของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

Zalewski (1978: 2804-A) ได้ศึกษาองค์ประกอบที่ช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการเข้าใจสัญลักษณ์
2. ความสามารถในการจัดกระทำ
3. ความสามารถในการอ่านและตีความ
4. การมีความคิดรวบยอดในทางคณิตศาสตร์
5. การมีทักษะในการคำนวณ

Reys et al. (2004: 117-118) ได้เสนอปัจจัยหลักที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มี 4 ประการ คือ

1. ความรู้ (Knowledge) นักเรียนต้องการประสบการณ์ซึ่งได้จากการเรียนในโรงเรียนที่กระตุ้นและเชื่อมโยงให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาใหม่ได้ ทำความเข้าใจปัญหาที่มีโครงสร้างคล้ายคลึงและเลือกใช้แนวทางการแก้ปัญหาให้เหมาะสม

2. ความเชื่อและผลกระทบ (Beliefs and affects) ความสำเร็จในการแก้ปัญหาเชื่อมโยงกับเจตคติ ความเชื่อมั่น และความเชื่อของผู้แก้ปัญหา สิ่งสำคัญคือนักเรียนทั้งหมดต้องเชื่อว่าสามารถเป็นผู้แก้ปัญหาที่ดีได้ ซึ่งเป็นสิ่งที่ครูจะกระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาและใช้กลวิธีสำหรับแก้ปัญหาได้

3. การควบคุม (Control) เป็นสิ่งสำคัญที่นักเรียนต้องเรียนรู้ที่จะควบคุมความคิดในการแก้ปัญหาของตัวเอง สามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเองเริ่มตั้งแต่ทำความเข้าใจปัญหา จนแก้ปัญหาสำเร็จสามารถทบทวนคำตอบ แก้ไขและปรับปรุงคำตอบได้ นอกจากนั้นสามารถแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงและแตกต่างได้

4. ปัจจัยสภาพแวดล้อม (Sociocultural factors) สภาพแวดล้อมของห้องเรียนช่วยกระตุ้นให้นักเรียนใช้กลวิธีในการแก้ปัญหา จนไปถึงประสบการณ์นอกห้องเรียน นอกจากนั้นการจัดการเรียนการสอนในห้องเรียนควรเน้นตัวผู้เรียน เช่น การจัดให้มีการอภิปราย การเรียนแบบร่วมมือ การเผยแพร่ความคิด การทำกิจกรรมมีบทบาทในการช่วยให้นักเรียนพัฒนาเป็นผู้แก้ปัญหาที่ดีได้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 31-33) ได้เสนอองค์ประกอบของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งเน้นองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับนักเรียน ซึ่งจะเป็นผู้ได้รับการพัฒนาให้มีทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา และส่งผลโดยตรงต่อการเรียนคณิตศาสตร์ องค์ประกอบที่สำคัญมีดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่านและการฟัง เนื่องจากนักเรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่าน และการฟัง เมื่อพบปัญหานักเรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งต้องอาศัยองค์ความรู้เกี่ยวกับศัพท์ บทนิยาม มโนคติ และข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา อีกปัจจัยหนึ่งคือ การรู้จักเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การขีดเส้นใต้

ข้อความสำคัญ การแบ่งวรรคตอน การจดบันทึกเพื่อแยกแยะประเด็นสำคัญ การเขียนภาพหรือแผนภูมิ การสร้างแบบจำลอง การเขียนปัญหาใหม่ด้วยคำพูดของตนเอง

2. ทักษะในการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ นักเรียนมีโอกาสได้พบปัญหาต่าง ๆ หลายรูปแบบซึ่งอาจจะมีโครงสร้างของปัญหาคล้ายคลึงกัน เมื่อเผชิญกับปัญหาใหม่ก็จะสามารถนำประสบการณ์เดิมมาเทียบเคียง พิจารณาว่าปัญหาใหม่นั้นมีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่ตนเองคุ้นเคยมาก่อนบ้างหรือไม่ นักเรียนที่มีทักษะในการแก้ปัญหาจะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดกลวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว และเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล หลังจากทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนในการแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ขั้นตอนต่อไปคือ การลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ซึ่งจะต้องใช้การคิดคำนวณหรือจะต้องใช้กระบวนการให้เหตุผล เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นก็ถือได้ว่าไม่ประสบความสำเร็จ ปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผล จะต้องอาศัยทักษะพื้นฐานในการเขียนและพูด

4. แรงขับ เนื่องจากปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อที่จะให้ได้คำตอบ ผู้แก้ปัญหาจะต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ปัจจัยเหล่านี้ต้องใช้ระยะเวลานานในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ติดยึดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ

6. ความรู้พื้นฐาน ปัญหาคณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ผู้แก้ปัญหาต้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ดีพอและสามารถนำความรู้นั้นมาใช้ได้อย่างสอดคล้องกับปัญหา

7. ระดับสติปัญญา มีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหา นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาสูงมีความสามารถในการแก้ปัญหา ดีกว่านักเรียนที่มีระดับสติปัญญาต่ำ

8. การอบรมเลี้ยงดู นักเรียนที่มาจากครอบครัวซึ่งมีการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น คิดตัดสินใจด้วยตนเอง มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถมนการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่มาจากครอบครัวที่เลี้ยงดูแบบปล่อยปละละเลย และแบบเข้มงวดกวดขัน

9. วิธีการสอนของครู กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนโดยเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดอย่างเป็นอิสระ มีเหตุผล ย่อมจะส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาดีกว่ากิจกรรมการเรียนการสอนแบบที่ครูเป็นผู้บอกให้รู้

สุวร กาญจนมยูร (2545: 50-51) ได้เสนอแนะว่า การที่นักเรียนจะสามารถนำความรู้และประสบการณ์ทั้งหมดที่ตนมีอยู่ไปใช้วิเคราะห์หาคำตอบของโจทย์ปัญหานั้นได้โดยวิธีใดจะต้องอาศัยองค์ประกอบอื่นอีกหลายประการ เช่น

1. องค์ประกอบเกี่ยวกับภาษา ครูผู้สอนต้องฝึกนักเรียนให้มีความสามารถในเรื่องต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1.1 ทักษะการอ่าน หมายถึง อ่านได้คล่องชัดเจน แบ่งวรรคตอนถูกต้องไม่ว่าจะอ่านในใจ หรืออ่านออกเสียง

1.2 มีทักษะในการเก็บใจความ หมายถึง เมื่ออ่านข้อความของโจทย์ปัญหาแล้วสามารถแบ่งข้อความของโจทย์ปัญหาได้ว่า ข้อความทั้งหมดมีกี่ตอนตอนใดเป็นข้อความของสิ่งกำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์บอก และข้อความใดเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบหรือเป็นสิ่งที่โจทย์ถาม

1.3 เลือกใช้ความหมายของคำถูกต้องตามเจตนาของโจทย์ปัญหา

2. องค์ประกอบเกี่ยวกับความเข้าใจ เป็นขั้นตีความและแปลความจากข้อความทั้งหมดของโจทย์ปัญหา ครูผู้สอนจะต้องฝึกนักเรียนให้มีความสามารถในเรื่องต่อไปนี้

2.1 มีทักษะจับใจความ หมายถึง เมื่ออ่านโจทย์ปัญหาแล้วนักเรียนสามารถบอกได้ว่า โจทย์ปัญหานี้กล่าวถึงอะไร โจทย์บอกอะไรและโจทย์ถามอะไร

2.2 มีทักษะตีความและแปลความ หมายถึง อ่านโจทย์ปัญหาแล้ว นักเรียนสามารถตีความและแปลความจากโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง

2.3 มีทักษะในการแต่งหรือสร้างโจทย์ปัญหา หมายถึง จากประโยคสัญลักษณ์ที่ตีความและแปลความในข้อ 2.2 นั้น นักเรียนแต่ละคนสามารถแต่งโจทย์ปัญหาหรือสร้างโจทย์ใหม่ในลักษณะคล้ายกันได้อีกหลายโจทย์ปัญหา

3. องค์ประกอบเกี่ยวกับการคิดคำนวณ ขั้นนี้นักเรียนแต่ละคนต้องมีความสามารถในเรื่องต่อไปนี้

3.1 มีทักษะการบวก ลบ คูณ และหารจำนวน

3.2 มีทักษะการยกกำลังและหารากที่สอง รากที่สามของจำนวนได้

3.3 มีทักษะการแก้สมการ

4. องค์ประกอบเกี่ยวกับการย่อความและสรุปความไว้ครบถ้วนชัดเจน ในขั้นแสดงวิธีทำ นักเรียนต้องฝึกทักษะต่อไปนี้

4.1 มีทักษะในการย่อความจากโจทย์ปัญหา

4.2 มีทักษะในการสรุปความ ก่อนที่นักเรียนจะแสดงวิธีทำ ควรฝึกทักษะในการสรุปความจากสิ่งที่กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์บอก มาเป็นความรู้ใหม่ในแง่มุมต่าง ๆ การสรุปความจะทำให้นักเรียนเข้าใจวิธีการหาคำตอบ และจะทำให้นักเรียนแต่ละคนแก้โจทย์ปัญหาได้และสามารถแสดงวิธีทำได้

5. องค์ประกอบเกี่ยวกับการฝึกการแก้โจทย์ปัญหา การเรียนรู้การแก้ไขโจทย์ปัญหาเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในสมองของบุคคล นักเรียนแต่ละคนมีกระบวนการเรียนรู้และสร้างความรู้ ความเข้าใจในความคิดรวบยอด หลักการได้แตกต่างกัน บางคนเรียนรู้ได้ดีถ้าเรียนรู้จากสื่อรูปธรรม บางคนเรียนรู้ได้ในลักษณะนามธรรม บางคนเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้อย่างรวดเร็ว ทั้งนี้เพราะว่าวิธีการเรียนรู้ของแต่ละคนมีกระบวนการ และพลังความสามารถของสมองมีประสิทธิภาพที่แตกต่างกัน การฝึกการแก้โจทย์ปัญหานับว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญมาก ครูผู้สอนต้องเริ่มในลักษณะที่ว่าค่อย ๆ เป็น ค่อย ๆ ไปตามความสามารถของนักเรียนแต่ละคน

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547: 21-22) กล่าวว่า การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนจะต้องรู้ว่าสมควรจะใช้กลวิธีใดในการแก้ปัญหานั้น ๆ ให้ดีที่สุด หากมีการกระทำผิดต้องเข้าใจว่าความผิดเกิดขึ้นได้อย่างไร และจะแก้ไขอย่างไร และอะไรเป็นสาเหตุของความผิดพลาดนั้น ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานั้น จะต้องพัฒนาทักษะในด้านต่าง ๆ คือ

1. ทักษะในการทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างตรงประเด็น
2. ทักษะในด้านการอ่าน เพื่อการสื่อความหมายที่ถูกต้อง
3. ทักษะในด้านการคิดคำนวณ
4. ทักษะในการมองโลกทัศน์ได้อย่างถูกต้อง
5. ทักษะในการคิดอย่างมีเหตุมีผล และยืดหยุ่นได้ตามสถานการณ์
6. ทักษะในการวิเคราะห์และสังเคราะห์

จากที่กล่าวมาทั้งหมด องค์ประกอบของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหามีหลายอย่างที่จะทำให้นักเรียนเกิดทักษะในการแก้ปัญหาเช่น ระดับสติปัญญา พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะการอ่าน การคิดคำนวณ ดังนั้นจึงควรพัฒนา ส่งเสริม องค์ประกอบต่าง ๆ

ที่จะช่วยให้นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหา สามารถหาแนวทางในการหาคำตอบที่เหมาะสมและถูกต้องได้

2.5 แนวทางการประเมินผลการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ในการวัดผลทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการทำข้อสอบอัตนัย การตรวจคำตอบของนักเรียนว่าถูกต้องหรือไม่ ถ้าคำตอบถูกต้องจะให้คะแนนเต็ม แต่ถ้าไม่ถูกต้องจะให้ 0 คะแนน แม้ว่าวิธีทำจะมีส่วนถูกต้อง มีผลทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกที่ไม่ดี หรือมีทัศนคติในทางลบต่อวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นการให้คะแนนควรให้คะแนนตามความสามารถของนักเรียนในทุกขั้นตอน โดยเฉพาะการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งจำเป็นต้องให้นักเรียนแสดงขั้นตอนของการคิดคำนวณ ตั้งแต่เริ่มต้นจนถึงขั้นแก้ปัญหาสำเร็จ จะต้องให้คะแนนทุกขั้นตอน การที่นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้แม้จะได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง 100% ก็สมควรจะให้คะแนนตามความถูกต้องลดหลั่นกันตามความเหมาะสม

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547: 22-25) ได้รวบรวมแนวทางการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งนำเสนอเกณฑ์การให้คะแนน 3 แบบดังนี้

แบบที่ 1 การให้คะแนนตามรูปแบบของวอลเตอร์ ซีเทล (Walter Szetele)

Walter Szetele เสนอการประเมินผลการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ว่า ครูควรประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ของเด็ก โดยใช้เกณฑ์คะแนนง่าย ๆ ดังนี้

ให้ 0 คะแนน ถ้าเด็กไม่ได้แสดงว่าคิดแก้ปัญหาได้เลย กระดาษคำตอบอาจจะว่างเปล่าไม่มีการตอบคำถาม หรือแสดงวิธีแก้ปัญหาเอาไว้เลย

ให้ 1 คะแนน ถ้าเด็กได้พยายามตอบคำถาม แต่คำถามที่ให้ไม่มีเหตุผล หรือตอบไม่ตรงคำถาม

ให้ 2 คะแนน ถ้าเด็กแสดงให้เห็นว่ามีความเข้าใจในตัวคำถาม สามารถตอบคำถามได้บ้างแต่ไม่สมบูรณ์ มีวิธีทำที่ยังมีความสับสนอยู่

ให้ 3 คะแนน ถ้าเด็กเข้าใจคำถามได้ดี สามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง มีเหตุผลพอสมควร การอ้างอิงถูกต้อง แต่วิธีทำยังขาดความสมบูรณ์ ขาดความสัมพันธ์ระหว่างขั้นตอนต่าง ๆ หรือมีข้อผิดพลาดบกพร่องบ้าง

ให้ 4 คะแนน ถ้าเด็กเข้าใจคำถามดี ตอบคำถามและแสดงวิธีทำในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ มีเหตุมีผลและอ้างอิงถูกต้อง

แบบที่ 2 การให้คะแนนตามรูปแบบของแรนดอล ชาร์ลส์ (Randall Charles)

Randall Charles ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนอีกวิธีหนึ่ง ที่เรียกว่าการให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic Scoring Scale) ในแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 6 คะแนน ซึ่งแบ่งให้คะแนนออกเป็น 3 ตอน แต่ละตอนมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน ดังนี้

ตอนที่ 1 การประเมินความเข้าใจปัญหา

ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่เข้าใจปัญหาเลย

ให้ 1 คะแนน ถ้าเข้าใจปัญหาเพียงบางส่วนหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง หรือแปลความหมายตัวปัญหาบางส่วนผิดพลาด

ให้ 2 คะแนน ถ้าเข้าใจตัวปัญหาอย่างถูกต้องสมบูรณ์

ตอนที่ 2 การวางแผนปัญหา

ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่ได้มีความพยายามในการวางแผน หรือวางแผนไม่ถูกต้อง ไม่ได้มีแนวทางในการแก้ปัญหาได้เลย

ให้ 1 คะแนน ถ้าการวางแผนมีส่วนถูกต้องอยู่บ้าง สามารถนำปัญหาบางส่วนมากำหนดเป็นขั้นตอน เพื่อใช้วิธีแก้ปัญหาได้

ให้ 2 คะแนน ถ้าสามารถวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม นำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างสมบูรณ์

ตอนที่ 3 การได้คำตอบ

ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่มีคำตอบ หรือมีคำตอบที่ผิด ๆ หลงทางเนื่องจากการวางแผนที่ผิดพลาดแต่แรก

ให้ 1 คะแนน ถ้ามีการเขียนคำตอบหรือวิธีทำที่ผิด เนื่องจากการลอกโจทย์ผิด คำนวณผิด ทำให้ได้คำตอบผิด แต่มีความเข้าใจถูกต้องอยู่บ้าง คำตอบบางส่วนมีความถูกต้อง

ให้ 2 คะแนน ถ้าคำตอบถูกต้อง เขียนอธิบายวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบที่ 3 การให้คะแนนตามรูปแบบของ Randall Charles, Frank Lester และ Phares O'Deffer

Charles ,Lester และ O'Deffer (1987) ได้เสนอวิธีการให้คะแนนที่เรียกว่า การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic Scoring Scale) โดยกำหนดให้คะแนนเต็ม 4 คะแนน ถ้าสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องมากน้อยต่าง ๆ กัน จะได้คะแนนลดหลั่นกันตามส่วน ดังนี้

คะแนนที่ให้	**ลักษณะของวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบ**
0	นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้เลย แม้จะมีรอยขีดเขียนอยู่บ้างก็ไม่ได้ใกล้เคียง หรือลู่ทางว่าจะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้
1	ผู้เรียนมีความเข้าใจในปัญหาโจทย์ได้ถูกต้อง ได้แสดงการคิดคำนวณที่ถูกต้องบ้างเล็กน้อย แสดงให้เห็นว่าเขารู้วิธีทำที่ถูกต้อง แต่ไม่สามารถทำจนสำเร็จได้
2	มีวิธีการคำนวณที่ถูกต้อง ได้แสดงวิธีทำอย่างมีเหตุผลแต่รายละเอียดของการคิดคำนวณยังผิดอยู่ ส่วนใหญ่เป็นความผิดจากการเข้าใจผิดหรือมีความบกพร่องในขั้นตอนการคำนวณ
3	สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้เกือบถูกต้องสมบูรณ์ วิธีการถูกต้องตามขั้นตอนต่าง ๆ แต่มีข้อผิดพลาดบกพร่องในรายละเอียดบางประการ เช่น ไม่ได้ระบุเงื่อนไขที่จะเป็นประกอบคำอธิบาย หรือวิธีทำถูกต้องตลอดทาง แต่วิเคราะห์หรือตอบในขั้นสุดท้ายผิดพลาด
4	มีความถูกต้องทั้งวิธีทำ และรายละเอียดของการคิดคำนวณ

จากเกณฑ์การให้คะแนนข้างต้น จะพบว่าหากครูผู้สอนนำไปใช้เป็นเกณฑ์ในการพิจารณาประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูเองก็จะมีมาตรฐานในการให้คะแนนมีเกณฑ์การให้คะแนนที่เป็นรูปธรรมมากขึ้นและนักเรียนก็จะได้รับความเป็นธรรมมากขึ้น

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้เกณฑ์การประเมินพัฒนาจากรูปแบบของแรนดอล ชาร์ลส์ (Randall Charles) และ นวลจันทร์ ผมอุดทา (2545: 47) โดยใช้เกณฑ์ 2 แบบคือ แบบที่ 1 สำหรับนักเรียนที่แก้ปัญหาโดยใช้กลวิธีอื่น ๆ ที่ไม่ใช่การแก้สมการ และแบบที่ 2 สำหรับนักเรียนที่ใช้การแก้สมการในการหาคำตอบ แบบสอบมีคะแนนเต็มข้อละ 10 คะแนน โดยแต่ละข้อจะประกอบด้วย 3 ส่วน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

แบบที่ 1 ส่วนที่ 1 ประกอบด้วยโจทย์ปัญหา และคำถามเพื่อให้นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนมี 3 ลักษณะ คือ

ให้ 0 คะแนน ในกรณีไม่ได้ตอบคำถามหรือตอบผิดหมดในตอนนั้น

ให้ 1 คะแนน ในกรณีที่ตอบคำถามได้บ้างหรือตอบได้ครึ่งหนึ่งของตอนนั้น

ให้ 2 คะแนน ในกรณีตอบถูกหมด

ส่วนที่ 2 ประกอบด้วยการแสดงวิธีทำเพื่อคิดหาคำตอบซึ่งจะมีวิธีการในการหาคำตอบได้หลายวิธี มีคะแนนเต็ม 6 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนมี 3 ลักษณะ คือ

ให้ 0 คะแนน ถ้าแสดงวิธีทำผิดหรือไม่ตอบเลย

ให้ 3 คะแนน ถ้าแสดงวิธีทำถูกต้องบางส่วนไม่ว่าจะทำวิธีใดก็ตาม

ให้ 6 คะแนน ถ้าแสดงวิธีทำถูกต้องครบถ้วนอย่างน้อย 1 วิธี หรืออาจจะทำวิธีอื่นและทำได้ถูกต้อง

ส่วนที่ 3 ประกอบด้วยการสรุปคำตอบมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

ให้ 0 คะแนน ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบเลย

ให้ 2 คะแนน ถ้าตอบถูกต้องครบถ้วน

แบบที่ 2 เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้การแก้สมการในการหาคำตอบ เป็นดังนี้

ส่วนที่ 1 ประกอบด้วยโจทย์ปัญหา และคำถามเพื่อให้นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนน เป็นดังนี้

ให้ 0 คะแนน ในกรณีไม่ได้ตอบคำถามหรือตอบผิดหมดในตอนนั้น

ให้ 1 คะแนน ในกรณีที่ตอบคำถามได้บ้างหรือตอบได้ครึ่งหนึ่งของตอนนั้น

ให้ 2 คะแนน ในกรณีตอบถูกหมด

ส่วนที่ 2 ประกอบด้วยการแสดงวิธีทำเพื่อคิดหาคำตอบซึ่งใช้การแก้สมการในการหาคำตอบ มีคะแนนเต็ม 6 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนน เป็นดังนี้

ให้ 1 คะแนน ถ้ากำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หาได้

ให้ 2 คะแนน ถ้าสร้างสมการหรือประโยคที่เขียนแสดงความเท่ากันได้

ให้ 2 คะแนน ถ้าแก้สมการได้ถูกต้อง

ให้ 1 คะแนน ถ้าตอบคำตอบที่โจทย์ต้องการได้

ส่วนที่ 3 ประกอบด้วยการสรุปคำตอบมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนน เป็นดังนี้

ให้ 0 คะแนน ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบเลย

ให้ 2 คะแนน ถ้าตอบถูกต้องครบถ้วน

3. ความคงทนในการเรียน

3.1 ความหมายของความคงทนในการเรียน

เมื่อบุคคลเกิดการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ไปแล้ว คนเราจำเป็นต้องเก็บรักษาสิ่งที่เรียนเอาไว้ เพราะมิฉะนั้นก็จะเหมือนกับว่าไม่ได้เรียนอะไรมาเลยซึ่งจะเป็นการเสียเวลาเปล่าประโยชน์ ความคงทนในการเรียนมีความจำเป็นและสำคัญมากในวิชาคณิตศาสตร์ เพราะการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้ได้ดีต้องอาศัยความรู้เดิมเป็นพื้นฐานในการเรียนเนื้อหาใหม่ในระดับสูงที่มีเนื้อหาต่อเนื่องกัน จากความสำคัญดังกล่าวได้มีนักการศึกษาให้ความหมายของความคงทนในการเรียนดังนี้

Adam (1967: 9) ได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียน สรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการคงไว้ซึ่งผลการเรียนหรือความสามารถที่จะระลึกได้ต่อสิ่งเร้าที่เคยเรียน หรือมีประสบการณ์รับรู้มาแล้วหลังจากทิ้งไว้ชั่วระยะเวลาหนึ่ง

กมลรัตน์ หล้าสุวงษ์ (2528: 238) ได้กล่าวถึงความหมายของความคงทนในการเรียนไว้ว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการสะสมประสบการณ์ต่าง ๆ ที่ได้รับจากการเรียนรู้ทั้งทางตรงและทางอ้อม แล้วสามารถถ่ายทอดออกมาในรูปของการระลึกได้ หรือการจำได้

สุชา จันทร์เอม (2531: 181) ได้กล่าวถึงความหมายของความคงทนในการเรียนไว้ว่า ความคงทนในการเรียน คือ การเก็บหรือรักษา การรับรู้ และความเข้าใจที่เกิดจากการรับรู้และเข้าใจ โดยผ่านประสาทสัมผัสต่าง ๆ

สุรางค์ โค้วตระกูล (2544: 250) กล่าวไว้ว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการเก็บสิ่งที่เรียนรู้และประสบการณ์ไว้

จากความหมายของความคงทนในการเรียนที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ อาจสรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียน หมายถึง ความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่ได้จากการเรียนหรือประสบการณ์ที่เคยได้รับมาก่อน หลังจากทิ้งช่วงระยะเวลาหนึ่ง

ความคงทนในการเรียนเกี่ยวข้องกับการจำ ดังนั้นการศึกษาความคงทนในการเรียนจำเป็นจะต้องศึกษาความรู้เกี่ยวกับการจำ เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความคงทนในการเรียนอย่างแท้จริง

3.2 ความหมายของการจำ

Lachman, Lachman และ Butterfield (1979 อ้างถึงใน โยธิน ศันสนยุทธ, 2533: 96) กล่าวไว้ว่า การจำ หมายถึง การเก็บรักษาข้อมูลไว้ระยะหนึ่ง ช่วงระยะเวลาที่ข้อมูลถูกเก็บรักษาเอาไว้นั้นอาจจะเป็นเวลาน้อยกว่าหนึ่งวินาที หรืออาจจะยาวตลอดชีวิต

สุชา จันทร์เอม (2531: 181) ได้ให้ความหมายของการจำไว้ว่า การจำ คือ สภาพหรืออาการตอบสนองที่เกิดจากการเรียนรู้มาแล้วออกมาแสดงให้เห็นอีกในปัจจุบัน อธิบายอีกนัยหนึ่งก็คือ การที่บุคคลสามารถถ่ายทอดสิ่งที่เคยรับรู้ และเก็บเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่ได้ประสบมาแล้วออกมาได้อย่างถูกต้อง

ประสาร มาลากุล ณ อยุธยา และคณะ (2516 อ้างถึงใน วิภาพร มาพบสุข , 2542: 350) ได้ให้ความหมายของการจำไว้ว่า การจำ หมายถึง การนำบางส่วนของการตอบสนองที่เกิดจากการเรียนรู้มาแล้ว ออกมาแสดงให้เห็นอีกในปัจจุบัน เช่น เคยแก้โจทย์สมการชั้นเดียวได้เมื่อลองทำอีกครั้งหนึ่งก็สามารถทำได้ แสดงว่ายังจำได้

สุรางค์ โค้วตระกูล (2544: 250) กล่าวไว้ว่า ความจำ คือ ความสามารถที่จะเก็บสิ่งที่เรียนรู้ไว้ได้เป็นเวลานานและสามารถค้นคว้ามาใช้ได้หรือระลึกได้

จากความหมายของการจำดังที่กล่าวข้างต้น อาจสรุปได้ว่า การจำ หมายถึง ความสามารถในการเก็บเรื่องราวหรือประสบการณ์ที่เคยผ่านมา และสามารถระลึกมาใช้ได้เหมาะสมกับเวลาและสถานการณ์

3.3 กระบวนการของการจำและระบบความจำ

กระบวนการจำ

Atkinson et al. (1990 อ้างถึงใน วิภาพร มาพบสุข , 2542: 351) ได้จำแนกกระบวนการจำออกเป็น 3 ขั้นตอนดังนี้

1. **การเข้ารหัส** (Encoding) เป็นการทำงานของระบบประสาทสัมผัสที่รับข้อมูลเข้ามาจากสิ่งเร้า ซึ่งข้อมูลนั้นอาจจะเป็นภาษา สัญลักษณ์ หรือเหตุการณ์ และสมองจะแปลความหมายเหล่านั้นจนเกิดความเข้าใจ

2. **การเก็บ** (Storage) ข้อมูลดังกล่าวจะถูกกลไกทางสมองเก็บรักษาข้อมูลนั้นไว้เป็นการเก็บไว้ในความจำระยะยาว

3. **การค้นคืน** (Retrieval) เป็นการค้นคืนข้อมูลที่เก็บไว้ในความจำระยะยาวมาใช้เมื่อต้องการนำข้อมูล ความจำบางอย่างค้นคืนได้เร็ว เช่น เลขหมายโทรศัพท์ แต่บางอย่างจะต้องใช้ความพยายามที่จะระลึก บางครั้งจำเป็นจะต้องใช้เครื่องชี้แนะ (Cues)

ขั้นตอนการจำตามกระบวนการดังกล่าวแสดงได้ดังภาพประกอบที่ 4

ภาพประกอบที่ 3 แสดงขั้นตอนการจำ

ระบบความจำ

วิภาพร มาพบสุข (2542: 351-353) กล่าวว่า ระบบความจำของมนุษย์จำแนกออกเป็น 3 ระบบ คือ ระบบความจำการรู้สึกสัมผัส (Sensory Memory) ระบบความจำระยะสั้น (Short-term Memory) และระบบความจำระยะยาว (Long-term Memory)

1. **ระบบความจำการรู้สึกสัมผัส** (Sensory Memory) ความจำการรู้สึกสัมผัสหมายถึง การคงอยู่ของความรู้สึกสัมผัส หลังจากที่การเสนอสิ่งเร้าสิ้นสุดลงความคงอยู่ของสัมผัส

ดังกล่าวนี้ ทำให้เกิดการเห็นภาพซ้อนต่อเนื่องกันไป ซึ่งเป็นหลักการของการฉายภาพยนตร์ ระบบความจำการรู้สึกสัมผัสมีหลายประเภท ได้แก่

1.1 ความจำภาพติดตา (Iconic Memory) เป็นภาพที่ติดอยู่ในความทรงจำหลังจากที่การเสนอภาพซึ่งเป็นสิ่งเร้าทางตาสิ้นสุดลงแล้ว แต่ภาพที่คนเราเห็นนั้นไม่ได้หายไปทันทีพร้อมกับรูปภาพ ภาพยังคงติดตาออยู่เกือบ 1 นาที ในระหว่างที่เป็นภาพติดตาอยู่นี้ ภาพใดได้รับการตีความจากสมองก็จะเป็นการรับรู้และเข้าสู่ระบบความจำระยะสั้น ส่วนภาพใดที่ไม่ได้รับการตีความก็จะเลือนหายไป

1.2 ความจำเสียงก้องหู (Echoic Memory) ความจำเสียงก้องหู หมายถึง การที่เสียงยังคงอยู่ในระบบการได้ยินหลังจากที่พลังเสียงได้เงียบหายไปแล้ว การคงอยู่ของเสียงช่วยให้เราสามารถตีความเสียงที่เราได้ยินได้ครบถ้วน

2. **ระบบความจำระยะสั้น** (Short-term Memory **หรือ** S.T.M.) เป็นความจำหลังการรับรู้ซึ่งสิ่งเร้าที่ได้ตีความหมายจนเกิดเป็นการรับรู้แล้วฝังตัวอยู่ในความจำระยะสั้น เราใช้ความจำระยะสั้นสำหรับการจำชั่วคราว เพื่อใช้ประโยชน์ในขณะที่จำอยู่เท่านั้น เช่น การจำชื่อบุคคลที่เคยรู้จัก การจำอัตราแลกเปลี่ยนเงินตราต่างประเทศ เป็นต้น ความจำระยะสั้นนี้สูญหายไปจากความทรงจำได้ง่ายมาก ถ้าผู้จำไม่ได้ใส่ใจอยู่กับสิ่งที่ต้องการจำนั้น นอกจากนี้ความจำระยะสั้นยังเก็บข้อมูลไว้ได้ปริมาณจำกัด

3. **ระบบความจำระยะยาว** (Long-term Memory **หรือ** L.T.M.) เป็นความจำที่มีความคงทนถาวรมากกว่าความจำระยะสั้น อาจจำเป็นเดือนหรือเป็นปี โดยปกติเราจะไม่รู้สึกสิ่งที่เป็นความจำระยะยาว แต่เมื่อต้องการใช้ข้อมูลเหล่านั้นก็สามารถฟื้นความจำและแสดงออกมาได้ เช่น ประสบการณ์ประทับใจในวัยเด็กเราสามารถจำได้นานจนบัดนี้ ความจำในลักษณะนี้จัดว่าเป็นความจำระยะยาวทั้งสิ้น

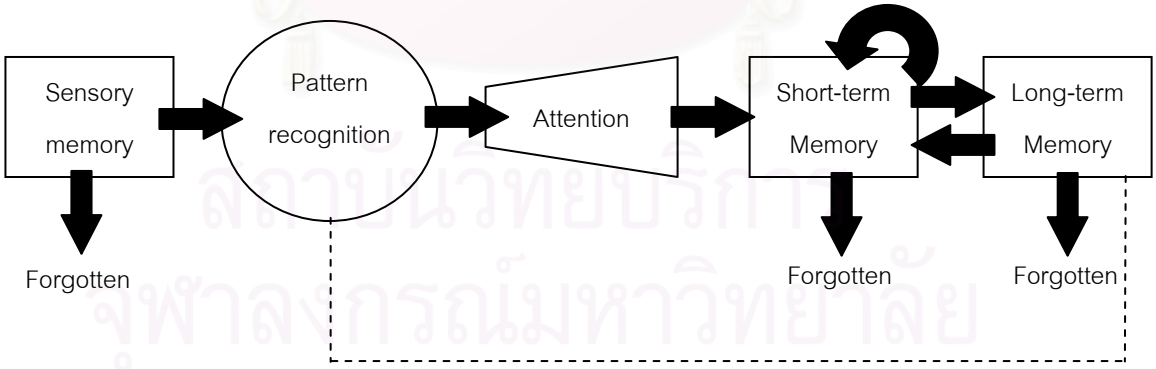
สิ่งที่อยู่ในความจำระยะยาวจะอยู่ในรูปของความหมาย หรือความเข้าใจในสิ่งเร้าที่ตนได้สัมผัส ซึ่งความหมาย และความเข้าใจนี้เป็นผลของการตีความสิ่งเร้าในความจำระยะสั้น เช่น ในขณะที่เราดูภาพยนตร์ภาพและเสียงในภาพยนตร์นั้นจะอยู่ในความจำระยะสั้น สมองจะตีความหมายภาพและเสียงติดต่อกันไปเรื่อย ๆ ตั้งแต่ต้นจนจบเราเกิดความเข้าใจเรื่องราวของภาพยนตร์นั้นโดยตลอด ภาพและเสียงเหล่านั้นจะถูกปล่อยให้สลายตัวไปจากความจำระยะสั้น ส่วนความหมายและความเข้าใจเกี่ยวกับภาพยนตร์นั้น จะอยู่ในความจำระยะยาว เมื่อมีเพื่อนมาถามว่าดูหนังสนุกไหม เล่าให้ฟังหน่อยเราจะเริ่มทบทวนเนื้อเรื่องในภาพยนตร์และเล่าให้ฟังตามความเข้าใจของตนเอง

เนื่องจากสิ่งที่อยู่ในความจำระยะยาวเป็นความหมาย หรือความเข้าใจที่เกิดจากการตีความสิ่งเร้าตามประสบการณ์ ตามความเชื่อ และตามความสนใจของเราเอง ดังนั้นความเข้าใจที่อยู่ในความจำระยะยาวอาจจะตรงหรืออาจจะไม่ตรงกับสิ่งเร้าจริงก็ได้ เช่น การสนทนาในชีวิตประจำวัน บางครั้งมีการเข้าใจผิดเกิดขึ้นโดยผู้ต้องการสื่อความหมายอย่างหนึ่ง แต่ผู้ฟังตีความหมายจนเกิดความเข้าใจไปอีกทางหนึ่งซึ่งไม่ตรงกัน

การเปลี่ยนจากความจำระยะสั้นเป็นความจำระยะยาว (Transfer from Short-Term to Long-Term Memory)

ทฤษฎีที่จะอธิบายถึงการเปลี่ยนสิ่งที่อยู่ในความจำระยะสั้นให้เป็นความจำระยะยาว ได้แก่ ทฤษฎีความจำสองกระบวนการ (Dual-Memory Theory)

ทฤษฎีความจำสองกระบวนการ (Dual-Memory Theory) เป็นทฤษฎีของ Atkinson และ Shiffrin (1971) มีใจความว่าข้อมูลต่าง ๆ ที่เข้ามาอยู่ในความจำระยะสั้น (S.T.M.) ข้อมูลนั้นต้องได้รับการทบทวนตลอดเวลา มิฉะนั้นความจำเกี่ยวกับข้อมูลนั้นจะสลายตัวไปอย่างรวดเร็วกลายเป็นการลืม และข้อมูลใดก็ตามถ้าอยู่ในความจำระยะสั้นเป็นเวลานานเท่าไร ข้อมูลนั้นก็จะมีโอกาสฝังตัวเป็นความจำระยะยาวมากขึ้นเท่านั้น การทบทวนซ้ำ ๆ ไม่เพียงแต่ทำให้ข้อมูลคงอยู่ในความจำระยะสั้นเท่านั้น แต่ยังทำให้ข้อมูลอยู่ในความจำระยะยาวด้วย ดังภาพประกอบที่ 5



ภาพประกอบที่ 4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความจำระยะสั้น และความจำระยะยาว

3.4 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ

Hunter (1980: 5) กล่าวถึงปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำมี 5 ประการ ดังนี้

1. ความหมายของเนื้อหาที่เรียน (Meaning) นักเรียนที่จดจำความหมายของวัตถุจะสามารถเรียนรู้ได้ดีกว่าคนที่ไม่เรียนรู้ความหมาย เช่น การเรียนขั้นตอนการหารยาว ถ้าขาดความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น การบวก ลบ คูณ และหาร ก็จะทำให้ลืมขั้นตอนการหารยาวได้อย่างรวดเร็ว

2. ระดับของการเรียนรู้เริ่มต้น (Degree of original learning) เรื่องราวบางอย่างสามารถเรียนรู้ได้ดีในตอนเริ่มต้น เช่น ถ้าได้รู้จักชื่อใครสักคนในตอนแรกแล้วรู้สึกประทับใจเวลาต่อมาก็จะไม่ลืมชื่อของเขา

3. การแสดงความรู้สึกของจิตใจ (Presence of feeling tone) เป็นสิ่งที่สำคัญที่สุดของการจำ ความคงทนของระดับความรู้สึกนำไปสู่การจำ คนเราจดจำสิ่งที่ดีที่สุดถ้ารู้สึกประทับใจต่อมาอาจจะจำบางสิ่งในระดับที่ไม่พอใจทั้ง ๆ ที่พยายามที่จะขจัดทิ้งไปจากความทรงจำ

4. การถ่ายโยงทางบวกและทางลบ (Positive and negative transfer) การถ่ายโยงทางบวก เป็นการเรียนรู้ผ่านประสบการณ์ช่วยให้คนเราจดจำบางสิ่งบางอย่างในปัจจุบัน และนำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่ได้อย่างเหมาะสมดี การถ่ายโยงทางลบ เป็นการเรียนรู้สิ่งที่ยุ่งยากพยายามที่จะหลีกเลี่ยงอุปสรรคเหล่านี้

5. การฝึกหัด (Schedule of practice) เป็นตัวสร้างให้เกิดการจำ การฝึกหัดที่ดีควรเพิ่มความซับซ้อนมากขึ้น จึงจะประสบความสำเร็จ พยายามจำลักษณะพิเศษ หรือปัจจัยที่กระตุ้นให้เกิดความคงทน ความทรงจำจะเพิ่มขึ้นทีละน้อยและจะคงทนเป็นความสัมพันธ์อย่างมีความหมาย

ประสาท อิศรปรีดา (2518: 183) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อการจำของมนุษย์มีหลายประการ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ความหมายของเนื้อหา เนื้อหาที่นักเรียนเข้าใจและมีความหมายต่อนักเรียน นักเรียนจะจำได้ดีกว่าเนื้อหาที่ไม่มีความหมาย

2. การทบทวน การทบทวนได้อ่านอยู่เสมอ ย่อมทำให้ความจำดีขึ้น

3. การเรียนรู้สอดแทรก ความจำจะดีหรือไม่นั้นจะขึ้นอยู่กับการเรียนรู้อื่น ๆ ที่แทรกขึ้นมาอาจจะเป็นการเรียนรู้เก่าหรือความรู้ใหม่ก็ได้ ถ้าสิ่งที่เรียนรู้เก่าไปขัดขวางสิ่งที่เรียนรู้ใหม่ทำให้การจำความรู้ใหม่ยากขึ้น ในทางตรงข้ามถ้าสิ่งที่เรียนรู้ใหม่ไปขัดขวาง ทำให้การจำสิ่งที่เรียนรู้มาก่อน หรือความรู้เก่าเลอะเลือนหรือลดน้อยลง ดังนั้นครูควรเลือกสถานการณ์การเรียนรู้ต่าง ๆ ที่จะส่งเสริมซึ่งกันและกัน

4. ความสัมพันธ์ของเนื้อหา ก่อนที่จะให้เด็กท่องเรื่องต่าง ๆ ต้องให้เด็กเข้าใจก่อนว่ามีรายละเอียดอย่างไร สัมพันธ์กันอย่างไร แล้วลงมือท่องโดยยึดความสัมพันธ์เป็นหลัก

วรรณี ลิมอักษร (2546: 114-115) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ ดังนี้

1. วัย ผู้ใหญ่ที่มีอายุไม่เกิน 35 ปี จะจดจำได้มากและจำได้เร็วกว่าเด็ก ทั้งนี้เพราะผู้ใหญ่มีสมองที่พัฒนาการเต็มที่แล้ว มีเทคนิคและเครื่องมือในการจำมากกว่าเด็ก แต่ที่ดูเหมือนว่าเด็กจะจำอะไรได้ง่ายนั้นแท้จริงแล้วเด็กมีเรื่องที่จะต้องจำน้อยกว่าผู้ใหญ่นั่นเอง

2. ระดับสติปัญญา นักจิตวิทยาไม่พบความสัมพันธ์โดยตรงระหว่างสติปัญญากับความจำ เพียงแต่พบว่าผู้ที่มีระดับสติปัญญาสูงมักมีเทคนิคการจำที่ดีกว่า และใช้เวลาในการจำน้อยกว่าผู้ที่มีระดับสติปัญญาต่ำ และยังพบอีกว่าเมื่อผู้มีสติปัญญาต่ำจำสิ่งใดได้แล้วมักจะจดจำได้นานไม่ค่อยจะลืม ทั้งนี้เพราะต้องใช้ความพยายามในการจำ และต้องใช้จำนวนครั้งในการทบทวนเพื่อให้จำมากกว่าผู้ที่มีระดับสติปัญญาปกติ หรือผู้ที่มีระดับสติปัญญาสูง

3. ความใส่ใจและแรงจูงใจ เมื่อบุคคลมีความใส่ใจในเรื่องใดมากเป็นพิเศษ มักจะมีความจดจ่อหรือเอาใจใส่ในเรื่องนั้นมาก ซึ่งจะส่งผลให้สามารถนำความจำจากการสัมผัสไปสู่ความจำระยะสั้นและส่งต่อไปบันทึกในความจำระยะยาวได้มาก

4. ความประทับใจ ไม่ว่าความประทับใจในด้านดี หรือด้านไม่ดีก็ตาม ความประทับใจจะไปกระตุ้นให้บุคคลมีอารมณ์เกิดขึ้น อารมณ์ดังกล่าวจะกระตุ้น Norepinephrine Synapses ในสมองหรือรู้จักกันในนาม β - adrenergic Synapses ซึ่งจะช่วยเพิ่มความสามารถในการจำให้มากขึ้น

5. เพศ ทั้งเพศหญิงและชายมีความสามารถในการจำไม่แตกต่างกัน แต่มีแนวโน้มว่าเพศหญิงมีความสนใจที่จะจำและมีพัฒนาความจำมากกว่าเพศชายและมักจะมีการฝึกฝนความจำอยู่เสมอ

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำนั้นมีหลายประการทั้งการเรียนรู้ วิธีการที่จะทำให้เกิดการจำ การฝึกหัด การทบทวน ความรู้สึก ความใส่ใจ แรงจูงใจ ระดับสติปัญญา นำไปสู่การส่งเสริมให้เกิดการจำและสามารถเรียนรู้สิ่งใหม่จากประสบการณ์การจำที่ผ่านมา ในการเรียนรู้ถ้าผู้เรียนสามารถเก็บจำสิ่งที่เรียนรู้ได้อย่างเข้าใจก็จะทำให้สิ่งนั้นคงทนอยู่ได้นาน สามารถใช้ประโยชน์กับข้อมูลนั้นได้

3.5 ระยะเวลาในการวัดความคงทนในการเรียน

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนอกจากครูจะวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนแล้ว ครูควรจะวัดความคงทนในการเรียนภายหลังจากเสร็จสิ้นการเรียนการสอนของนักเรียนด้วย นักการศึกษาได้กล่าวถึงการวัดความคงทนในการเรียน เพื่อให้ทราบถึงความเข้าใจของนักเรียน ดังนี้

Nunnally (1959: 105-108) ได้กล่าวถึง การวัดความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนในการเรียนเพื่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนต่าง ๆ น้อยลง ควรเว้นช่วงเวลาในการสอบห่างกันอย่างน้อย 2 สัปดาห์ เพราะความเคยชินในการทำแบบทดสอบจะทำให้ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนทั้งสองครั้งสูง

Lindvall และ Nitko (1967: 127) ได้กล่าวถึง ระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนในการเรียนว่า การสอบซ้ำควรใช้เวลาห่างกันตั้งแต่ 1 สัปดาห์ ถึง 1 เดือน เพราะการเว้นช่วงเวลาดังกล่าวจะทำให้เกิดความคงที่ของคะแนนที่ได้จากการสอบซ้ำ

ชัยพร วิชชาวุธ (2520: 118) ได้กล่าวถึง ระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนในการเรียนว่า ช่วงระยะเวลาที่ความจำระยะสั้นจะฝังตัวกลายเป็นความจำระยะยาวหรือความคงทนในการจำในเวลาประมาณ 14 วัน หลังจากที่ได้เรียนรู้ผ่านไปแล้ว

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ระยะเวลาที่เหมาะสมในการวัดความคงทนในการเรียน คือ ประมาณ 2 สัปดาห์ หลังจากที่เรียนผ่านไปแล้ว ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยวัดความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม หลังจากทิ้งช่วงเวลาไป 2 สัปดาห์ ในการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งใช้แบบทดสอบฉบับเดียวกับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Huntington (1995: 512-A) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และ สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CSA ตามลำดับ ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเชิงพีชคณิตของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ จำนวน 3 คน ผลการวิจัยพบว่า การสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภทช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาถึงเกณฑ์ 100% และหลังการทดลอง 9 สัปดาห์ทำการทดสอบความคงทนในการเรียนพบว่านักเรียนยังสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่มีความยากง่ายระดับเดียวกันแต่มีโครงสร้างแตกต่างไปจากปัญหาเดิมด้วย

Maccini และ Ruhl (2000: 465-489) ได้ศึกษาผลการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CSA ตามลำดับ และกลวิธี STAR ในการแก้ปัญหาการลบจำนวนเต็มสำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา ที่มีความบกพร่องทางการเรียน มีอุปสรรคในการให้เหตุผลขั้นสูง และทักษะการแก้ปัญหา ที่มีต่อความสามารถในการแสดงความหมายและการหาคำตอบของปัญหาการลบจำนวนเต็ม กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 8 จำนวน 3 คน ผลการวิจัยพบว่า หลังการทดลองการแก้ปัญหาของนักเรียนทั้ง 3 คนมีประสิทธิภาพสูงขึ้น และหลังการทดลอง 2 สัปดาห์ทำการทดสอบความคงทนของความสามารถในการหาคำตอบของปัญหา พบว่านักเรียนยังคงหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้อง และ 1 สัปดาห์ต่อมาทำการทดสอบความคงทนของความสามารถในการแสดงความหมายของปัญหา ซึ่งนักเรียนยังคงแสดงความหมายของปัญหาได้อย่างถูกต้องเช่นกัน

Maccini และ Hughes (2000: 10-21) ได้ศึกษาผลของการใช้กลวิธี STAR และการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CSA ตามลำดับ สำหรับการแก้ปัญหาพีชคณิตขั้นต้นของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ ที่มีต่อความสามารถของการแสดงความหมายและการหาคำตอบของการแก้ปัญหาการบวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็ม กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้จำนวน 6 คน จากนักเรียนจำนวน 170 คน ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนเต็มของนักเรียนสูงขึ้น ในแต่ละลำดับการสอนนักเรียนใช้กลวิธีแก้โจทย์ปัญหาดังนี้ 1) ศึกษาทำความเข้าใจโจทย์

2) แปลงข้อมูลจากโจทย์ภาษาไปสู่สมการ 3) ระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง 4) วาดรูปภาพแสดงความหมายของโจทย์ปัญหาได้ 5) เขียนสมการได้อย่างถูกต้อง และ 6) ตอบคำตอบของโจทย์ปัญหาได้ นอกจากนั้นนักเรียนยังสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่ใกล้เคียงกับของเดิมอีกด้วย และหลังจากทดลองแล้ว 10 สัปดาห์ ได้ทำการวัดความคงทนในการเรียน ปรากฏว่านักเรียนยังสามารถแสดงความหมายของโจทย์และหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง

Butler et al. (2003: 99) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบมโนทัศน์เรื่องเศษส่วนของนักเรียนเกรด 6, 7 และ 8 ที่มีความบกพร่องทางการเรียนโดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Representational) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CRA ตามลำดับ และใช้สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Representational) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร RA ตามลำดับ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 6, 7 และ 8 ที่มีความบกพร่องทางการเรียน อายุระหว่าง 11-15 ปี จำนวน 50 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA จำนวน 26 คน และกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ RA จำนวน 24 คน กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มได้รับการสอนเนื้อหาเรื่องเศษส่วนทั้งหมด 10 บท โดยทั้งสองกลุ่มมีการจัดการเรียนการสอนแตกต่างกันในเนื้อหาบทที่ 1-3 กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริงในการเรียนการสอน ส่วนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ RA ใช้การวาดรูปภาพในการแสดงความหมาย ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มทำคะแนนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA มีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ RA อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

Konold (2004: 2949-A) ได้ศึกษาการแก้สมการพีชคณิตและแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Representational) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CRA ตามลำดับ สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาที่ปกติและที่มีความบกพร่องทางการเรียน จำนวน 169 คน อายุ 11-19 ปี ซึ่งประกอบ ด้วยนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนจำนวน 61 คน และนักเรียนปกติ 108 คน การทดลองแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ นักเรียนทั้งสองกลุ่มเรียนเนื้อหาพีชคณิต

ทั้งหมด 11 บท โดยแบบฝึกหัดที่ใช้เหมือนกันทั้งสองกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า เมื่อเปรียบเทียบคะแนนโดยใช้การทดสอบก่อนเรียน หลังเรียน และทดสอบความคงทนในการเรียน นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาพีชคณิตหลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง การใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CRA และการสอนแบบปกติช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงขึ้นเช่นเดียวกัน นอกจากนี้งานวิจัยยังพบว่าทั้งเด็กปกติและเด็กพิเศษสามารถเรียนรู้การแก้ปัญหาพีชคณิตได้

งานวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือใช้ CSA แทนสื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภท และกลวิธี STAR ซึ่งผลการวิจัยสรุปได้ว่า การใช้ CSA และกลวิธี STAR ช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น และนักเรียนสามารถแสดงความหมายและหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง นอกจากนี้ยังพบว่าเมื่อเวลาผ่านไปประมาณ 3 – 10 สัปดาห์ การใช้ CSA และกลวิธี STAR ช่วยให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนยังคงสามารถแสดงความหมายของโจทย์และหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง

4.2 งานวิจัยในประเทศ

ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล (2533: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่องการศึกษากระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการประถมศึกษา กรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการประถมศึกษา กรุงเทพมหานคร ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง จำนวน 102 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาเพียง 3 ขั้นตอน คือ การทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา และการดำเนินการตามแผนปัญหา มีเพียงส่วนน้อยที่มีกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาครบ 4 ขั้นตอน คือ มีการทบทวนคำตอบและแผนแก้ปัญหา และนักเรียนมีวิธีการเปรียบเทียบวิธีการหาทางเลือกที่มากที่สุด วิธีการเขียนรายการและวิธีการลองผิดลองถูก แต่นักเรียนที่มีวิธีการคิดย้อนหลังมีจำนวนน้อย และนักเรียนยังขาดวิธีการสร้างตาราง

บุญเกื้อ ละอองปลิว (2534: 61-64) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้การสอนแบบวิเคราะห์กับการสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 84 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม ๆ ละ 42 คน คือ กลุ่มทดลองได้รับการสอนแบบวิเคราะห์ และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติตามคู่มือครูคณิตศาสตร์ ของ สสวท. ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สอนโดยการสอนแบบวิเคราะห์กับการสอนแบบปกติ ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และความคงทนในการเรียนรู้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สอนโดยการสอนแบบวิเคราะห์กับการสอนแบบปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

สุมาลี วงศ์ยะรา (2536: 62-63) ได้ทำการวิจัยเรื่องการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้ภาพกับไม่ใช้ภาพ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 60 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่สอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ภาพและกลุ่มที่สอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยไม่ใช้ภาพ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ภาพมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยไม่ใช้ภาพอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และนักเรียนที่เรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ภาพมีความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา การหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และการแสดงวิธีทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้สูงกว่านักเรียนที่เรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยไม่ใช้ภาพอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

งามตา กมลวรเดช (2536: 46) ได้ศึกษาผลของการฝึกกลวิธีคำถามนำที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 64 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง จำนวน 32 คน ได้รับการฝึกกลวิธีคำถามนำในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และกลุ่มควบคุม จำนวน 32 คน ได้รับการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า คะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมหลังการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าคะแนนความ

สามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

กำจร มุณีแก้ว (2539: 53) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้เทคนิคการคิดออกเสียงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตสังกัดสำนักงานสภาสถาบันราชภัฏ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมสาธิตสถาบันราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา กรุงเทพมหานคร แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้เทคนิคการคิดออกเสียง จำนวน 39 คน และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ จำนวน 41 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้เทคนิคการคิดออกเสียงมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 แต่นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้เทคนิคการคิดออกเสียงมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

จักรพันธ์ ทองเอียด (2540: 97) ได้พัฒนาโปรแกรมส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี SQRQCQ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ จำนวน 32 คน ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี SQRQCQ สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 คือสูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียน

จรุง ขำพงศ์ (2542: 49-50) ได้ศึกษาผลของการใช้กลวิธีเมตาคอคนิชันที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 65 คน ได้รับการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีเมตาคอคนิชัน ซึ่งประกอบด้วย 3 กลวิธีย่อยดังนี้ วางแผนการแก้โจทย์ปัญหา กำกับการแก้โจทย์ปัญหา และประเมินการแก้โจทย์ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จากการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีเมตาคอคนิชันสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้ และมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหา

คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีเมตาคอคนิชันสูงกว่าก่อนการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

เจษฎ์สุดา จันทร์เอี่ยม (2542: 98-100) ได้ทำการวิจัยเรื่องการศึกษาความสามารถและกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 7 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ นักเรียนที่ทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จำนวน 472 คน และนักเรียนที่ได้รับการสัมภาษณ์ประกอบการสังเกต การใช้กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จำนวน 36 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3 มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำร้อยละ 50 ทั้งสามระดับชั้น และพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ใช้กลวิธีทำปัญหาให้เป็นปัญหาย่อยมากที่สุด รองลงมาคือกลวิธีการเขียนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง ส่วนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ใช้กลวิธีเขียนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลองมากที่สุด รองลงมาคือกลวิธีทำปัญหาให้เป็นปัญหาย่อย เมื่อจำแนกนักเรียนตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ใช้กลวิธีทำปัญหาให้เป็นปัญหาย่อยมากที่สุด นักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 ใช้กลวิธีทำปัญหาให้เป็นปัญหาย่อยมากที่สุด ส่วนนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 ใช้กลวิธีเขียนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลองมากที่สุด

วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544: 62-63) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิคการสอน KWDL ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างจำนวน 100 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม ๆ ละ 50 คน คือ กลุ่มทดลองเป็นนักเรียนที่ได้รับการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอน KWDL และกลุ่มควบคุมเป็นนักเรียนได้เรียนการแก้โจทย์ปัญหาตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า หลังการทดลองนักเรียนที่ได้รับการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอน KWDL มีคะแนนผลสัมฤทธิ์แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนการแก้โจทย์ปัญหาตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และนักเรียนพึงพอใจต่อการสอนโดยใช้เทคนิคการสอน KWDL ระดับมาก

นวลจันทร์ ผมอุดทา (2545: 58-59) ได้ศึกษาผลของการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ SSCS ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยทดลองสอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 82 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองจำนวน 42 คน ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบ SSCS และกลุ่มควบคุมจำนวน 40 คน ได้รับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบ SSCS มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์ (2545: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 197 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 98 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 99 คน นักเรียนในกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนในกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 แต่นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้กลวิธีต่าง ๆ ในการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยสรุปได้ว่า การใช้กลวิธีในการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น และสูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ นอกจากนี้ยังพบว่าการใช้กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาช่วยให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนอีกด้วย

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี ซึ่งผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการวิจัยดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและตัวอย่างประชากร
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
5. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล
7. การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้ในการวิจัย

การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ ทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยครั้งนี้ ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเอกสาร บทความ วารสาร งานวิจัยและทฤษฎีต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR

2. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และศึกษาเนื้อหาเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากหนังสือ คู่มือและเอกสารต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง

3. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวัดและประเมินผลการศึกษาเพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

4. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi - Experimental Study) ที่ประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยแบบแผนการทดลองมีลักษณะดังนี้

กลุ่มตัวอย่าง	การทดลอง	ทดสอบทันทีหลังการทดลอง	ทดสอบหลังการทดลองแล้ว 2 สัปดาห์
E	X	- ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ - ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
C	~X	- ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ - ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

C แทน กลุ่มควบคุม

X แทน การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR

~X แทน การสอนแบบปกติ

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่างประชากร

ประชากรของการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสุราษฎร์ธานี

กลุ่มตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2548 โรงเรียนบ้านนาสาร อำเภอบ้านนาสาร จังหวัดสุราษฎร์ธานี สาเหตุที่เลือกนักเรียนของโรงเรียนบ้านนาสาร

เป็นกลุ่มตัวอย่างประชากรเนื่องจากโรงเรียนนี้เป็นโรงเรียนขนาดใหญ่ มีนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันมากพอสำหรับการทดลอง จากการสำรวจพบว่า ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนบ้านนาสารมีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 9 ห้อง ผู้วิจัยมีขั้นตอนการเลือกกลุ่มตัวอย่างประชากรดังนี้

1. นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 ของนักเรียนทั้ง 9 ห้อง ซึ่งแต่ละห้องมีจำนวนนักเรียนประมาณ 45 คน มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) (แสดงรายละเอียดค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของนักเรียนแต่ละห้องในภาคผนวก จ)

2. เลือกห้องที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ใกล้เคียงกันจำนวน 2 ห้อง คือ ห้อง ม.1/1 ซึ่งมีจำนวนนักเรียน 45 คน และห้อง ม.1/2 ซึ่งมีจำนวนนักเรียน 41 คน

3. นำค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) พบว่าความแปรปรวนของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตโดยใช้ค่าที (t – test) พบว่านักเรียนทั้ง 2 ห้อง มีค่ามัชฌิมเลขคณิตไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ดังนั้นพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้องไม่แตกต่างกัน (แสดงรายละเอียดผลการทดสอบค่าเอฟ (F – test) และค่าที (t – test) ในภาคผนวก จ)

4. จับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มตัวอย่างประชากรกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม.1/1 จำนวน 45 คน เป็นกลุ่มทดลอง และนักเรียนห้อง ม.1/2 จำนวน 41 คนเป็นกลุ่มควบคุม ซึ่งดำเนินการสอนดังนี้

กลุ่มทดลอง คือ กลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR

กลุ่มควบคุม คือ กลุ่มที่ได้รับการสอนปกติ

5. จากนั้นผู้วิจัยนำคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน คะแนนเต็ม 30 คะแนน ของนักเรียนกลุ่มทดลองมาคิดเป็นคะแนนร้อยละ เพื่อแบ่งระดับความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ตามเกณฑ์ของกระทรวงศึกษาธิการ โดยแบ่งระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 กลุ่ม ดังนี้

นักเรียนที่มีคะแนนตั้งแต่ ร้อยละ 70 ขึ้นไปเป็นนักเรียนที่มีระดับความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง

นักเรียนที่มีคะแนนระหว่าง ร้อยละ 60 - 69 เป็นนักเรียนที่มีระดับความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ปานกลาง

นักเรียนที่มีคะแนนต่ำกว่า ร้อยละ 60 เป็นนักเรียนที่มีระดับความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ

ผลปรากฏว่า ได้นักเรียนที่มีระดับความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ จำนวน 14, 22 และ 9 ตามลำดับ

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ คือ แผนการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ใช้กับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดการเรียนรู้ปกติใช้กับกลุ่มควบคุม ในสาระการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 14 แผน ใช้เวลาในการทดลอง 15 ชั่วโมง ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 2 แบบ รายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนคณิตศาสตร์ตามกลวิธี STAR จากวารสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จากแนวคิดของ Gagnon และ Maccini (2001: 8-15) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Search the word problem) เป็นขั้นของการศึกษาโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนจะต้องอ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน แล้วถามคำถามต่อตนเองว่า “รู้ข้อเท็จจริงอะไรบ้างจากโจทย์ปัญหา” “โจทย์ต้องการให้หาอะไร” ผู้สอนสามารถใช้วิธีการคิดออกเสียงในขณะแนะนำโจทย์แก่นักเรียน จากนั้นค่อย ๆ ลดบทบาทตัวเองเพื่อให้นักเรียนตอบข้อเท็จจริงที่ได้จากโจทย์ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 2 T (Translate the problem) การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือ สมการทางคณิตศาสตร์ โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้

- สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง
- สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมาย
- สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application: A) หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ทั้งนี้จะใช้ครบทั้ง 3 ประเภทหรือไม่ก็ได้แต่ต้องสามารถเขียนสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application) ได้ โดยในขั้นนี้ใช้ CSA แทนสื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภทดังกล่าว ซึ่งผู้เรียนต้องเลือกตัวแปร และระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้องสอดคล้องกับโจทย์ปัญหา ผู้สอนควรให้โอกาสนักเรียนในการฝึกกลวิธีใหม่ลดบทบาทตัวเองจนกระทั่งผู้เรียนสามารถปฏิบัติงานได้ด้วยตนเองอย่างอิสระ

ขั้นที่ 3 A (Answer the problem) เป็นขั้นการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนหาคำตอบที่เหมาะสมและถูกต้องของโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 4 R (Review the solution) เป็นขั้นทบทวนคำตอบ ผู้เรียนอ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้ง แล้วถามคำถามต่อตนเองว่า “คำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่” จากนั้นตรวจสอบคำตอบ ในขั้นนี้ผู้สอนควรให้ผลย้อนกลับทางบวกโดยดูการปฏิบัติงานของนักเรียน เช่น เปอร์เซนต์ความถูกต้องในการคำนวณ การนำเสนอผลการคำนวณ เป็นต้น และให้ผลย้อนกลับคำตอบที่ผิดพลาด ถ้านักเรียนหาคำตอบผิดพลาดมากอาจจะสอนใหม่ แล้วให้แบบฝึกหัดที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมและสังเกตการปฏิบัติงานของนักเรียน

2. ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนบ้านนาสารที่พัฒนาโดยใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3. ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่ดำเนินการสอน

4. วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังสำหรับเนื้อหาที่ใช้ในการทดลองประกอบด้วยเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

5. สร้างแผนการจัดการเรียนรู้รายชั่วโมงทั้ง 2 แบบ ให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง โดยแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สาระสำคัญ กิจกรรมการเรียนรู้ (แบ่งเป็น 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำ ขั้นสอน และขั้นสรุป) สื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องและให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข โดยอาจารย์ที่ปรึกษาให้คำแนะนำการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ในด้านการกำหนดผลการเรียนรู้ที่คาดหวังให้เรียงลำดับความคิดและ

เนื้อหาว่านักเรียนจะต้องรู้อะไรก่อน – หลัง และตรงตามเนื้อหาที่จะดำเนินการสอน สาระสำคัญต้องสอดคล้องและเป็นไปตามลำดับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เมื่อนักเรียนเรียนจบคาบแล้วต้องได้สาระตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ในด้านกิจกรรมการเรียนรู้ ให้จัดกิจกรรมตามลำดับของสาระสำคัญ ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา และใช้เป็นแนวทางในการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้แผนต่อ ๆ ไป โดยเมื่อเขียนแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนเสร็จแล้ว นำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความเหมาะสมด้านต่าง ๆ แล้วนำมาแก้ไขปรับปรุง จากนั้นจึงนำไปใช้กับนักเรียนตัวอย่างประชากรทั้ง 2 กลุ่ม

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ในการทดลอง จำนวน 15 ชั่วโมงครอบคลุมเนื้อหาสาระการเรียนรู้ ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 แสดงรายละเอียดเนื้อหาสาระการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่	เนื้อหาสาระการเรียนรู้	แผนการจัดการเรียนรู้ที่
1 – 4	แบบรูปและความสัมพันธ์	1 - 3
5	คำตอบของสมการ	4
6	การใช้สมบัติการเท่ากัน	5
7	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ใช้สมบัติการบวกมีตัวแปรข้างใดข้างหนึ่งของสมการ)	6
8	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ใช้สมบัติการคูณมีตัวแปรข้างใดข้างหนึ่งของสมการ)	7
9	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ใช้สมบัติการบวกและการคูณมีตัวแปรข้างใดข้างหนึ่งของสมการ)	8
10 - 11	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (มีตัวแปรทั้งสองข้างของสมการ)	9 – 10
12 - 15	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	11 - 14

สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ปกติใช้กับกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามแนวคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 โดยแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนระบุรายละเอียดเหมือนกับแผนการจัดการ

เรียนรู้โดยเน้นการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ทุกประการยกเว้นในขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ซึ่งสามารถเปรียบเทียบการสอนทั้งสองแบบตามตารางที่ 3

ตารางที่ 3 แสดงการเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (สอนตามกลวิธี STAR)	**กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)**
ขั้นนำ ก่อนที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ มีการแนะนำภาพรวมทั่วไปโดยการเชื่อมโยงเนื้อหาใหม่กับทักษะที่เรียนผ่านมาแล้วหรือทบทวนเนื้อหาที่เรียนผ่านมาแล้วที่เป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนเนื้อหาใหม่ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะเรียน	**ขั้นนำ** ก่อนที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ มีการแนะนำภาพรวมทั่วไปโดยการเชื่อมโยงเนื้อหาใหม่กับทักษะที่เรียนผ่านมาแล้วหรือทบทวนเนื้อหาที่เรียนผ่านมาแล้วที่เป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนเนื้อหาใหม่ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะเรียน
ขั้นสอน **ขั้นที่** 1 S (Search the word problem) เป็นขั้นของการศึกษาโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องอ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน แล้วถามคำถามต่อตนเองว่า “รู้ข้อเท็จจริงอะไรบ้างจากโจทย์ปัญหา” “โจทย์ต้องการให้หาอะไร” ผู้สอนสามารถใช้วิธีการคิดออกเสียงในขณะแนะนำโจทย์แก่นักเรียน จากนั้นค่อย ๆ ลดบทบาทตัวเองเพื่อให้นักเรียนตอบข้อเท็จจริงที่ได้จากโจทย์ด้วยตนเอง **ขั้นที่** 2 T (Translate the problem) เป็นขั้นของการแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือ	**ขั้นสอน** ดำเนินการสอนตามแนวคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ดังนี้ 1. ผู้สอนนำเสนอโจทย์ปัญหาแล้วใช้การอธิบาย ถาม ตอบ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหาและสามารถคิดวิธีการในการหาคำตอบ 2. ให้นักเรียนหาคำตอบของโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง 3. ผู้สอนให้นักเรียนออกมานำเสนอแนวคิดในการหาคำตอบที่ได้และช่วยกันเฉลยคำตอบที่ถูกต้อง

ตารางที่ 3 (ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (สอนตามกลวิธี STAR)	**กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)**
สมการทางคณิตศาสตร์ โดยเลือกใช้ CSA - สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete application: C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง - สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete application: S) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมาย - สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม(Abstract application: A) หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิตหรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต ทั้งนี้จะใช้ครบทั้ง 3 ขั้นหรือไม่ก็ได้แต่ต้องสามารถเขียนสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract application) ได้ ซึ่งนักเรียนต้องเลือกตัวแปร และระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้องสอดคล้องกับโจทย์ปัญหา ผู้สอนควรให้โอกาสนักเรียนฝึกกลวิธีใหม่ลดบทบาทตัวเองจนกระทั่งผู้เรียนสามารถปฏิบัติงานได้ด้วยตนเองอย่างอิสระ **ขั้นที่** 3 A (Answer the problem) เป็นขั้นการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนหาคำตอบที่เหมาะสมและถูกต้องของโจทย์ปัญหา **ขั้นที่** 4 R (Review the solution) เป็นขั้นทบทวนคำตอบ นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้ง แล้วถามคำถามต่อตนเองว่า	4. ผู้สอนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเสริม และแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มากขึ้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3 (ต่อ) แสดงการเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (สอนตามกลวิธี STAR)	**กลุ่มควบคุม (สอนแบบปกติ)**
"คำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่" จากนั้นตรวจสอบคำตอบ ในขั้นนี้ผู้สอนควรให้ผลย้อนกลับทางบวก โดยดูการปฏิบัติงานของนักเรียน เช่น เปอร์เซนต์ความถูกต้องในการคำนวณ การนำ เสนอผลการคำนวณ เป็นต้น และให้ผลย้อนกลับคำตอบที่ผิดพลาด เพื่อแก้ไขให้ถูกต้อง **ขั้นสรุป** สรุปเนื้อหาสาระและมโนทัศน์ที่ได้จากการเรียน ให้คำถาม/ปัญหาที่กระตุ้นนักเรียนในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สถานการณ์การแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน	**ขั้นสรุป** สรุปเนื้อหาสาระและมโนทัศน์ที่ได้จากการเรียน ให้คำถาม/ปัญหาที่กระตุ้นนักเรียนในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สถานการณ์การแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังนี้

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 30 ข้อ ผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้

1.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.2 ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

1.3 สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรตามเนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ค)

1.4 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ ตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร มีเกณฑ์การให้คะแนนคือ ถ้าตอบถูกให้ข้อละ 1 คะแนน ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

1.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาพิจารณาเพื่อตรวจสอบความสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมด้านภาษา และความสอดคล้องกับระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย และให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยอาจารย์ที่ปรึกษาแนะนำในรายละเอียดต่าง ๆ ดังนี้

- ความเหมาะสมด้านภาษา ปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม จำนวนที่กำหนดให้ในวงเล็บในข้อใดต่อไปนี้เมื่อแทนค่าในสมการทำให้สมการเป็นจริง
แก้ไขเป็น ข้อใดต่อไปนี้เมื่อแทนค่าจำนวนในวงเล็บในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง

โจทย์เดิม สมการใดเป็นจริงสำหรับทุกค่าของ x
แก้ไขเป็น สมการใดเป็นจริงสำหรับทุกค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริง

โจทย์เดิม กางเกงราคา 200 บาท เป็นราคาที่มากกว่าสองเท่าของราคาเสื้ออยู่ 20 บาท ถ้าให้ x แทน ราคาเสื้อ เขียนสมการเพื่อหาราคาเสื้อตรงกับข้อใด
แก้ไขเป็น กางเกงราคา 200 บาท เป็นราคาที่มากกว่าสองเท่าของราคาเสื้ออยู่ 20 บาท ถ้าให้ x แทน ราคาเสื้อ สมการที่แสดงความสัมพันธ์ข้างต้นตรงกับข้อใด

- ความสอดคล้องกับระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย โดยแก้ไขระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย

1.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิในภาคผนวก ก) พิจารณาเพื่อตรวจสอบ

ความสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมด้านภาษา และความสอดคล้องกับระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย และให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข โดยผู้ทรงคุณวุฒิแนะนำในรายละเอียดต่าง ๆ ดังนี้

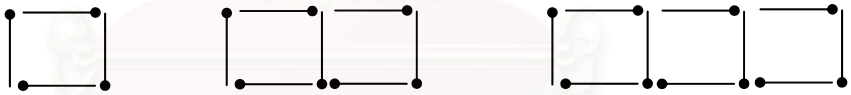
- ปรับปรุงผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จากเดิม “อธิบายความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้” เปลี่ยนเป็น “สามารถระบุสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้” และ “หาคำตอบของสมการจากโจทย์ปัญหาได้” เปลี่ยนเป็น “หาคำตอบจากโจทย์ปัญหาได้”

- ความถูกต้องของเนื้อหา เช่น ความชัดเจนของรูปภาพที่ใช้ ความชัดเจนของตัวเลือก

โจทย์เดิม พิจารณาแบบรูปความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนก้านไม้ขีดที่วางประกอบกันและจำนวนรูปสี่เหลี่ยมต่อไปนี้ สำหรับตอบคำถามข้อ 4 – 6

(รูปที่1) (รูปที่2) (รูปที่3)

แก้ไขเป็น พิจารณาแบบรูปความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนก้านไม้ขีดที่วางประกอบกันและจำนวนรูปสี่เหลี่ยมต่อไปนี้ สำหรับตอบคำถามข้อ 4 – 6



(รูปที่1) (รูปที่2) (รูปที่3)

โจทย์เดิม ข้อใดเป็นคำตอบหนึ่งของสมการ $4m^2 - 1 = 0$

ก. $\frac{1}{4}$ ข. $\frac{1}{2}$ ค. $-\frac{1}{2}$ ง. ถูกทั้ง ข. และ ค.

แก้ไขเป็น ข้อใดเป็นคำตอบของสมการ $4m^2 - 1 = 0$

ก. $\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}$ ข. $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ ค. $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}$ ง. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$

- ความเหมาะสมด้านภาษา ปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามและสร้างตัวเลือกให้มีความชัดเจนมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม การหาคำตอบของสมการ $4x - 7 = 12$ ต้องดำเนินขั้นตอนตามข้อใด

ก. นำ $\frac{1}{4}$ คูณทั้งสองข้างแล้วบวกด้วย 7

ข. นำ 4 คูณทั้งสองข้างแล้วบวกด้วย 7

ค. นำ 7 บวกทั้งสองข้างแล้วคูณด้วย $\frac{1}{4}$

ง. นำ (-12) บวกทั้งสองข้างแล้วคูณด้วย $\frac{1}{4}$

แก้ไขเป็น การหาคำตอบของสมการ $4x - 7 = 12$ ต้องดำเนินขั้นตอนตามข้อใด

ก. นำ $\frac{1}{4}$ มาคูณทั้งสองข้างแล้วบวกด้วย 7 ทั้งสองข้างของสมการ

ข. นำ 4 มาคูณทั้งสองข้างแล้วบวกด้วย 7 ทั้งสองข้างของสมการ

ค. นำ 7 มาบวกทั้งสองข้างแล้วคูณด้วย $\frac{1}{4}$ ทั้งสองข้างของสมการ

ง. นำ (-12) มาบวกทั้งสองข้างแล้วคูณด้วย $\frac{1}{4}$ ทั้งสองข้างของสมการ

โจทย์เดิม พ่อนำเงินจำนวนหนึ่งมารวมกับเงิน 85 บาทของแม่แล้วแบ่งให้ลูก 5 คน ได้คนละ 20 บาท จงหาจำนวนเงินที่พ่อนำมาสมทบ

แก้ไขเป็น แม่มีเงิน 85 บาท ได้รับเงินจากพ่ออีกจำนวนหนึ่ง แล้วแบ่งให้ลูก 5 คน ได้รับคนละ 20 บาทพอดี พ่อนำเงินมาให้แม่กี่บาท

โจทย์เดิม ด้าน ๆ หนึ่งของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวเท่ากับด้านหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ถ้าผลบวกของด้านทุกด้านของรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมยาวเท่ากับ 84 นิ้ว จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

แก้ไขเป็น รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามีความยาวของแต่ละด้านเท่ากับความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ถ้าผลบวกของความยาวของเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมเท่ากับ 84 นิ้ว แล้วรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีพื้นที่เท่ากับเท่าใด

- ความสอดคล้องกับระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย ดังนี้

ข้อ 6. ถ้าใช้จำนวนก้านไม้ขีด 76 ก้าน จะมีจำนวนรูปสี่เหลี่ยมกี่รูป

ก. 22 ข. 23 ค. 24 ง. 25

จากเดิมเป็นการวัดพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ แก้ไขเป็นระดับการนำไปใช้

ข้อ 8. ข้อใดกล่าว**ไม่**ถูกต้องเกี่ยวกับสมการ $\frac{1}{3}a = 3$

ก. ตัวแปรของสมการคือ a ข. เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ค. ถ้าแทน a = 6 จะได้สมการเป็นจริง ง. เป็นสมการที่มีคำตอบ

จากเดิมเป็นการวัดพฤติกรรมในระดับความรู้ความจำ แก้ไขเป็นระดับความเข้าใจ

ข้อ 42. มานะมีอายุเป็น 3 เท่าของมานี และเขาทั้งสองมีอายุรวมกันเท่ากับ 84 ปี มานีอายุเท่าไร

ก. 63 ปี ข. 32 ปี ค. 21 ปี ง. 17 ปี

จากเดิมเป็นการวัดพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ แก้ไขเป็นระดับการนำไปใช้

1.7 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนิคมสร้างตนเอง จังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 40 คน ที่ไม่ใช่ตัวอย่างประชากร ซึ่งนักเรียนได้เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาแล้ว ใช้เวลาในการทดสอบ 2 ชั่วโมง

1.8 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 40 คน มาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง(Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson Formula - 20: KR-20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาวิเคราะห์หาค่าความยาก(Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยมีเกณฑ์ว่าค่าความยาก(p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก(r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งผลการวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบได้เป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.79
ค่าความยาก (p)	0.10 – 0.78
ค่าอำนาจจำแนก (r)	-0.15 – 0.65

ผลปรากฏว่าได้ข้อสอบที่ผ่านเกณฑ์คุณภาพตามที่กำหนดไว้ 30 ข้อ แต่ยังไม่ครอบคลุมตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร ผู้วิจัยจึงได้ปรับปรุงข้อสอบที่ยังไม่ได้คุณภาพตามเกณฑ์ โดยปรับสำนวนภาษาที่ใช้ให้ชัดเจน และปรับตัวเลขให้ง่ายต่อการคำนวณมากขึ้น แล้วนำไปทดลองครั้งที่ 2

1.9 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขข้อที่ยังไม่ได้คุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดเรียบร้อยแล้ว จำนวน 45 ข้อ ไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสุราษฎร์ธานี จังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 83 คน ที่ไม่ใช่ตัวอย่างประชากร ซึ่งนักเรียนได้เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาแล้ว ใช้เวลาในการทดสอบ 2 ชั่วโมง จากนั้นนำแบบทดสอบมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ เพื่อวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบ วิเคราะห์หาค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจจำแนก(r) และคัดเลือกข้อสอบที่ผ่านตามเกณฑ์ที่กำหนด ครอบคลุมตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร จำนวน 30 ข้อ ซึ่งผลการวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบเป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.93
ค่าความยาก (p)	0.43 – 0.75
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.25 – 0.96

(แสดงรายละเอียดแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในภาคผนวก ค)

1.10 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 30 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นตัวอย่างประชากร

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 6 ข้อ เป็นแบบสอบชนิดอัตนัย ผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้

2.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2.2 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.3 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

2.4 สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรตามเนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ง)

2.5 สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ฉบับมีทั้งหมด 9 ข้อ ลักษณะของแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

เป็นแบบอัตนัย และแบบสอบมีคะแนนเต็มข้อละ 10 คะแนน โดยแต่ละข้อจะประกอบด้วย 3 ส่วน ดังรายละเอียดต่อไปนี้ (นวลจันทร์ ผมอุดทา, 2545 : 47)

ส่วนที่ 1 ประกอบด้วยโจทย์ปัญหา และคำถามเพื่อให้นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนมี 3 ลักษณะ คือ

ให้ 0 คะแนน ในกรณีไม่ได้ตอบคำถามหรือตอบผิดหมดในตอนนั้น

ให้ 1 คะแนน ในกรณีที่ตอบคำถามได้บ้างหรือตอบได้ครึ่งหนึ่งของตอนนั้น

ให้ 2 คะแนน ในกรณีตอบถูกหมด

ส่วนที่ 2 ประกอบด้วยการแสดงวิธีทำเพื่อคิดหาคำตอบซึ่งจะมีวิธีการในการหาคำตอบได้หลายวิธี มีคะแนนเต็ม 6 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนมี 3 ลักษณะ คือ

ให้ 0 คะแนน ถ้าแสดงวิธีทำผิดหรือไม่ตอบเลย

ให้ 3 คะแนน ถ้าแสดงวิธีทำถูกต้องบางส่วนไม่ว่าจะทำวิธีใดก็ตาม

ให้ 6 คะแนน ถ้าแสดงวิธีทำถูกต้องครบถ้วนอย่างน้อย 1 วิธี หรืออาจจะทำวิธีอื่นและทำได้ถูกต้อง

ส่วนที่ 3 ประกอบด้วยการสรุปคำตอบมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

ให้ 0 คะแนน ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบเลย

ให้ 2 คะแนน ถ้าตอบถูกต้องครบถ้วน

2.6 นำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาพิจารณาเพื่อตรวจสอบความสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ความเหมาะสมด้านภาษา และความเหมาะสมของกระบวนการแก้ปัญหากับระดับผู้เรียน และให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยอาจารย์ที่ปรึกษาแนะนำในรายละเอียดต่าง ๆ ดังนี้

- ความเหมาะสมด้านภาษา ปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม ฟาร์มแห่งหนึ่งเลี้ยงไก่และเป็ดจำนวนหนึ่ง โดยไก่มีจำนวนมากกว่าเป็ด 3 ตัว จงหาว่าถ้านับขาไก่และขาเป็ดรวมกันได้ทั้งหมด 50 ขา จะมีเป็ดจำนวนกี่ตัว

แก้ไขเป็น ฟาร์มแห่งหนึ่งเลี้ยงไก่และเป็ดจำนวนหนึ่ง โดยมีไก่มากกว่าเป็ดอยู่ 3 ตัว ถ้านับขาไก่และขาเป็ด รวมกันได้ทั้งหมด 30 ขา จะมีเป็ดจำนวนกี่ตัว

โจทย์เดิม มีถังน้ำ 3 ใบ คือ ถัง ก, ข และ ค โดยจำนวนน้ำในถัง ก มีน้อยกว่าน้ำในถัง ข และผลต่างของจำนวนน้ำในถัง ก และ ข มากกว่าผลต่างของจำนวนน้ำในถัง ข และ ค อยู่ 10 ลิตร ถ้าจำนวนน้ำในถัง ข มีอยู่ 74 ลิตร และน้ำในถัง ค มีอยู่ 50 ลิตร จงหาว่าจำนวนน้ำในถัง ก

แก้ไขเป็น มีถังน้ำ 3 ใบ คือ ถัง ก ,ข และ ค โดยปริมาณน้ำในถัง ก มีน้อยกว่าน้ำในถัง ข และน้ำในถัง ก และ ข รวมกันมากกว่าน้ำในถัง ข และ ค รวมกัน อยู่ 10 ลิตร ถ้ามีน้ำในถัง ข 74 ลิตร และน้ำใน ถัง ค 50 ลิตร จงหาว่าถัง ก มีน้ำกี่ลิตร

- ความเหมาะสมของกระบวนการแก้ปัญหากับระดับผู้เรียน ปรับปรุงความยากง่ายของโจทย์ให้เหมาะกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เช่น

โจทย์เดิม โกโก้เก็บเงินใส่กระปุกออมสิน โดยที่จะใส่เงินในกระปุกออมสินมากกว่าวันที่ผ่านมา 1 บาท ถ้าวันที่ 3 ใส่เงินในกระปุกออมสิน 17 บาท ใส่เงินครบ 3 วันจะมีเงินในกระปุกออมสินเท่าไร

แก้ไขเป็น โกโก้เก็บเงินใส่กระปุกออมสิน โดยในแต่ละวันจะเก็บเงินมากกว่าวันที่ผ่านมา 1 บาท ถ้าวันที่ 3 ใส่เงินในกระปุกออมสินอีก 17 บาท ใส่เงินครบ 5 วันจะมีเงินในกระปุกออมสินเท่าไร

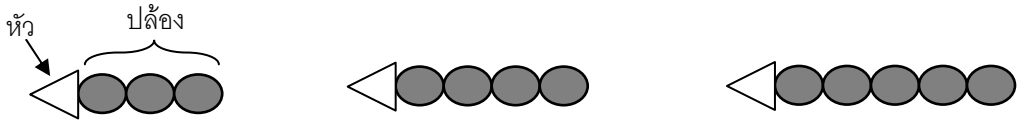
2.7 นำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิในภาคผนวก ก) พิจารณาเพื่อตรวจสอบความสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ความเหมาะสมด้านภาษา และความเหมาะสมของกระบวนการแก้ปัญหากับระดับผู้เรียน และให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข โดยผู้ทรงคุณวุฒิแนะนำในรายละเอียดต่าง ๆ ดังนี้

- ความเหมาะสมด้านภาษา ปรับปรุงรูปภาพและภาษาที่ใช้ในโจทย์ให้มีความชัดเจนมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม กำหนดแบบรูปแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนวันและจำนวนปล้องตัวหนอนดังรูป จงหาว่า ถ้าเวลาผ่านไป 3 สัปดาห์หนอนจะมีปล้องตัวทั้งหมดกี่ปล้อง

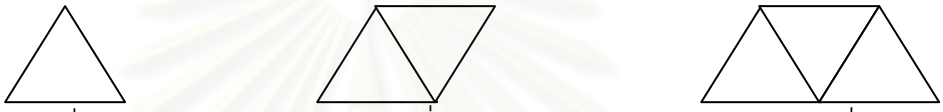
(วันที่1) (วันที่2) (วันที่3)

แก้ไขเป็น กำหนดแบบรูปแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนวันและจำนวนปล้องตัวหนอนดังรูป จงหาว่า ถ้าเวลาผ่านไป 3 สัปดาห์หนอนจะมีปล้องตัวทั้งหมดกี่ปล้อง



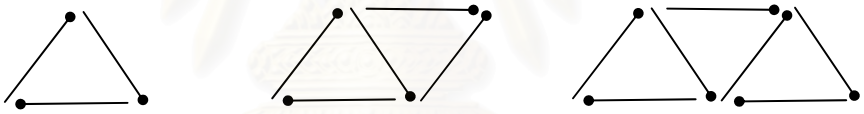
(วันที่ 1) (วันที่ 2) (วันที่ 3)

โจทย์เดิม กำหนดแบบรูปแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนรูปสามเหลี่ยมและจำนวนไม้ขีดที่สร้างรูปสามเหลี่ยมดังรูป จงหาว่าถ้ามีก้านไม้ขีด 51 ก้าน จะสร้างรูปสามเหลี่ยมตามแบบรูปดังกล่าวได้กี่รูป



(รูปที่1) (รูปที่2) (รูปที่3)

แก้ไขเป็น กำหนดแบบรูปแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนรูปสามเหลี่ยมและจำนวนไม้ขีดที่สร้างรูปสามเหลี่ยมดังรูป จงหาว่าถ้ามีก้านไม้ขีด 51 ก้าน จะสร้างรูปสามเหลี่ยมตามแบบรูปดังกล่าวได้กี่รูป



(รูปที่ 1) (รูปที่ 2) (รูปที่ 3)

โจทย์เดิม ผลบวกของอายุพ่อกับลูก มีค่ามากกว่าผลต่างของอายุพ่อกับลูก อยู่ 50 ปี และลูกมีอายุเป็นครึ่งหนึ่งของอายุพ่อ จงหาอายุของพ่อและลูก

แก้ไขเป็น ลูกมีอายุเป็นครึ่งหนึ่งของอายุพ่อ ผลบวกของอายุพ่อกับลูก มีค่ามากกว่าผลต่างของอายุพ่อกับลูก อยู่ 50 ปี จงหาอายุของพ่อกับลูก

นอกจากนี้ผู้ทรงคุณวุฒิแนะนำเกณฑ์การให้คะแนนสำหรับโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้การแก้สมการในการหาคำตอบ เป็นดังนี้

ส่วนที่ 1 ประกอบด้วยโจทย์ปัญหา และคำถามเพื่อให้นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนน เป็นดังนี้

ให้ 0 คะแนน ในกรณีไม่ได้ตอบคำถามหรือตอบผิดหมดในตอนนั้น

ให้ 1 คะแนน ในกรณีที่ตอบคำถามได้บ้างหรือตอบได้ครึ่งหนึ่งของตอนนั้น

ให้ 2 คะแนน ในกรณีตอบถูกหมด

ส่วนที่ 2 ประกอบด้วยการแสดงวิธีทำเพื่อคิดหาคำตอบซึ่งใช้การแก้สมการในการหาคำตอบ มีคะแนนเต็ม 6 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนน เป็นดังนี้

ให้ 1 คะแนน ถ้ากำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หาได้

ให้ 2 คะแนน ถ้าสร้างสมการหรือประโยคที่เขียนแสดงความเท่ากันได้

ให้ 2 คะแนน ถ้าแก้สมการได้ถูกต้อง

ให้ 1 คะแนน ถ้าตอบคำตอบที่โจทย์ต้องการได้

ส่วนที่ 3 ประกอบด้วยการสรุปคำตอบมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

เกณฑ์การตรวจให้คะแนน เป็นดังนี้

ให้ 0 คะแนน ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบเลย

ให้ 2 คะแนน ถ้าตอบถูกต้องครบถ้วน

2.8 นำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนิคมสร้างตนเอง จังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 40 คน ที่ไม่ใช่ตัวอย่างประชากร ซึ่งนักเรียนได้เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาแล้ว ใช้เวลาในการทดสอบ 2 ชั่วโมง

2.9 นำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 40 คน มาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง(Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบาค ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาวิเคราะห์หาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบโดยใช้วิธีของ วิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) โดยมีเกณฑ์ว่าค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งผลการวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบได้ดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.74
ค่าความยาก (p)	0.26 – 0.78
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.07 – 0.60

ผลปรากฏว่าได้ข้อสอบที่ผ่านเกณฑ์คุณภาพตามที่กำหนดไว้ 6 ข้อ แต่ยังไม่ครอบคลุมตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร ผู้วิจัยจึงได้ปรับปรุงข้อสอบที่ยังไม่ได้คุณภาพตามเกณฑ์โดยปรับสำนวนภาษาที่ใช้ให้ชัดเจน ปรับตัวเลขให้ง่ายต่อการคำนวณมากขึ้น ปรับเปลี่ยนโจทย์

ให้เหมาะสมกับนักเรียนมากขึ้น เช่น จากเดิม"สามในห้าของรายได้ของนายพีท น้อยกว่ารายได้ของนายทองอยู่ 800 บาท ถ้านายทองมีรายได้ 1,400 บาท นายพีทจะมีรายได้เท่าไร" เปลี่ยนเป็น "สองเท่าของเงินที่นายพีทมีอยู่รวมกับอีก 600 บาท เป็นเงิน 1,400 บาท นายพีทมีเงินอยู่เท่าไร" แล้วนำไปทดลองครั้งที่ 2

2.10 นำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขข้อที่ยังไม่ได้คุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดเรียบร้อยแล้ว จำนวน 9 ข้อ ไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสุราษฎร์ธานี จังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 52 คน ที่ไม่ใช่ตัวอย่างประชากร ซึ่งนักเรียนได้เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาแล้ว ใช้เวลาในการทดสอบ 2 ชั่วโมง จากนั้นนำแบบทดสอบมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ เพื่อวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบ วิเคราะห์หาค่าความเที่ยง ค่าความยาก(p) และค่าอำนาจจำแนก(r) และคัดเลือกข้อสอบที่ผ่านตามเกณฑ์ที่กำหนด ครอบคลุมตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร จำนวน 6 ข้อ ซึ่งผลการวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบเป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.77
ค่าความยาก (p)	0.42 – 0.60
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.26 – 0.46

(แสดงรายละเอียดแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ในภาคผนวก ง)

2.11 นำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 6 ข้อ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นตัวอย่างประชากร

การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลดังนี้

1. ขั้นเตรียม

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้กลวิธี STAR สำหรับกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมผู้วิจัยสร้างตามแนวคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ เอกสาร สำหรับใช้ในการสอนทั้ง 2 กลุ่ม

1.3 ผู้วิจัยติดต่อกับผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของโรงเรียนบ้านนาสารล่วงหน้าเพื่อเตรียมตารางสอนนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม เช่น ชั่วโมงเรียน

ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มอยู่ในภาคเช้าหรือภาคบ่ายเหมือนกัน เพื่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด

2. ขั้นดำเนินการทดลอง

2.1 ผู้วิจัยนำหนังสือจากบัณฑิตวิทยาลัยไปติดต่อขอความร่วมมือในการวิจัยกับผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านนาสาร จังหวัดสุราษฎร์ธานี

2.2 ดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามแบบปกติ โดยใช้เวลาสอนสัปดาห์ละ 5 ชั่วโมง เป็นเวลา 3 สัปดาห์ รวม 15 ชั่วโมง ในระหว่างการทดลองผู้วิจัยควบคุมดูแลให้นักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมได้เข้าเรียนทุกชั่วโมง

2.3 เมื่อดำเนินการทดลองสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 15 ชั่วโมง ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 30 ข้อ และแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 6 ข้อ ทดสอบหลังเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยแต่ละฉบับใช้เวลาในการทดสอบ 90 นาที

2.4 เมื่อเวลาผ่านไป 2 สัปดาห์ ทำการทดสอบด้วยแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ฉบับเดิมเพื่อทดสอบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

2.5 นำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มาวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ มาวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences : SPSS version 13.0) โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลอง โดยใช้คะแนนสอบหลังการทดลองจากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ โดยเทียบกับเกณฑ์ขั้นต่ำที่กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ กำหนดไว้คือ ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม โดยจำแนกตามระดับความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR กับกลุ่มที่เรียนแบบปกติ โดยใช้คะแนนสอบหลังการทดลองจากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-independent)

3. เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR กับกลุ่มที่เรียนแบบปกติ โดยใช้คะแนนสอบหลังการทดสอบครั้งที่ 2 ของแบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t- independent)

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1.สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

1.1 หาค่าความเที่ยง(Relibility) ของแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson Formula - 20: KR-20) โดยใช้สูตร ดังนี้

$$K-R_{20} : r_{tt} = \frac{k}{k-1}\left(1-\frac{\sum p_i q_i}{s_t^2}\right)$$

เมื่อ r_{tt} แทน ค่าความเที่ยงของแบบสอบ

k แทน จำนวนข้อของแบบสอบ

p_i แทน สัดส่วนของผู้ตอบถูก

q_i แทน สัดส่วนของผู้ตอบผิด

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของแบบสอบทั้งฉบับ

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 126)

1.2 หาค่าความยาก (p) ของแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรดังนี้

$$P = \frac{R_h + R_l}{n_h + n_l}$$

เมื่อ P แทน ค่าความยาก

R_h แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง

R_l แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

n_h แทน จำนวนคนในกลุ่มสูง

n_l แทน จำนวนคนในกลุ่มต่ำ

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 144)

1.3 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรดังนี้

$$r = \frac{R_h - R_l}{n_h}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนก

R_h แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง

R_l แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

n_h แทน จำนวนคนในกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 144)

2.สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2.1 หาค่าความเที่ยง (Reliability) โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค โดยใช้สูตรดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left\{1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} S_i^2}{S_t^2}\right\}$$

เมื่อ α แทน ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ

k แทน จำนวนข้อในแบบทดสอบ

S_i^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ

S_t^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 128)

2.2 หาค่าความยาก (p)

$$\text{ค่าความยาก (Index of Difficulty)} = \frac{S_h + S_l - (n_t)(x_{min})}{n_t(x_{max} - x_{min})}$$

เมื่อ S_h แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ

x_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

x_{min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_t แทน จำนวนคนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 147)

2.3 หาค่าอำนาจจำแนก (r)

$$\text{ค่าอำนาจจำแนก (Index of Discrimination)} = \frac{S_h - S_l}{n_h(x_{max} - x_{min})}$$

เมื่อ S_h แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ

x_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

x_{min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_t แทน จำนวนคนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 147)

3. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยคำนวณค่ามัชฌิมเลขคณิต($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\bar{x}_{ร้อยละ}$) และคำนวณค่าที (t – independent) ของคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences : SPSS version 13.0)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR แสดงผลดังตารางที่ 4 - 6

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 7

ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 8

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังนี้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR แสดงผลดังตารางที่ 4 - 6

ตารางที่ 4 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\bar{x}_{ร้อยละ}$) ของคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนแบบปกติ

กลุ่ม	n	$\bar{x}$	s	$\bar{x}_{ร้อยละ}$
ทดลอง	45	39.09	10.89	65.15
ควบคุม	41	24.88	10.53	41.47

จากตารางที่ 4 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 39.09 จากคะแนนเต็ม 60 คะแนน โดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์คิดเป็นร้อยละ 65.15 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนแบบปกติมีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 24.88 จากคะแนนเต็ม 60 คะแนน โดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์คิดเป็นร้อยละ 41.47 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5 แสดงร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์และไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR

กลุ่ม	จำนวนนักเรียน	ร้อยละ
ทดลอง		
นักเรียนที่ผ่านเกณฑ์	36	80.00
นักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์	9	20.00
รวม	45	100

จากตารางที่ 5 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 จำนวน 36 คน คิดเป็นร้อยละ 80.00 ของนักเรียนทั้งหมด และนักเรียนได้คะแนนต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 9 คน คิดเป็นร้อยละ 20.00 ของนักเรียนทั้งหมด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\bar{x}_{ร้อยละ}$) ของคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จำแนกนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ตามระดับความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ

ระดับความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	กลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR		
	n	$\bar{x}$	$\bar{x}_{ร้อยละ}$
สูง	14	52.29	87.14
ปานกลาง	22	34.30	57.16
ต่ำ	9	30.28	50.46
รวม	45		

จากตารางที่ 6 ผลปรากฏว่า นักเรียนที่มีระดับความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 52.29 คิดเป็นร้อยละ 87.14 ของคะแนนเต็ม นักเรียนที่มีระดับความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ปานกลางที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 34.30 คิดเป็นร้อยละ 57.16 ของคะแนนเต็ม นักเรียนที่มีระดับความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 30.28 คิดเป็นร้อยละ 50.46 ของคะแนนเต็ม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที ของคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนแบบปกติ

กลุ่ม	n	$\bar{x}$	s	t
ทดลอง	45	39.09	10.89	6.142*
ควบคุม	41	24.88	10.53	

*$p < 0.05$

จากตารางที่ 7 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เท่ากับ 39.09 และ 24.88 ตามลำดับ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10.89 และ 10.53 ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที (t- independent) พบว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ แสดงผลดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที ของความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STARและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนแบบปกติ

กลุ่ม	n	$\bar{x}$	s	t
ทดลอง	45	18.47	3.61	3.041*
ควบคุม	41	16.39	2.69	

*$p < 0.05$

จากตารางที่ 8 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์เท่ากับ 18.47 และ 16.39 ตามลำดับ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.61 และ 2.69 ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที (t- independent) พบว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสุราษฎร์ธานี ผู้วิจัยสุ่มตัวอย่างประชากรโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2548 โรงเรียนบ้านนาสาร ซึ่งมีทั้งหมดจำนวน 9 ห้อง แล้วเลือกนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มา 2 ห้องที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 ใกล้เคียงกันมากที่สุดคือ ห้อง ม.1/1 และห้อง ม.1/2 แล้วทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ด้วยการทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) พบว่าความแปรปรวนของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 จากนั้นจึงทดสอบค่าที (t – test) พบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในภาคเรียนที่ 1 ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 จากนั้นผู้วิจัยทำการจับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม.1/1 จำนวน 45 คน เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR และนักเรียนห้อง ม.1/2 จำนวน 41 คนเป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนแบบปกติ

การดำเนินการทดลอง ผู้วิจัยดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นสำหรับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งกลุ่มทดลองใช้แผนการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ส่วนกลุ่มควบคุมใช้แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ใช้เวลาสอนสัปดาห์ละ 5 ชั่วโมง เป็นเวลา 3 สัปดาห์ รวม 15 ชั่วโมง เมื่อดำเนินการทดลองสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่กำหนดแล้ว ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 30 ข้อ และแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จำนวน 6 ข้อ ทดสอบหลังเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยแต่ละฉบับใช้เวลาในการทดสอบ 90 นาที เมื่อเวลาผ่านไป 2 สัปดาห์ ทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ฉบับเดิมเพื่อทดสอบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ หลังจากนั้นทำการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อสรุปผลการวิจัย โดยนำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ครั้งที่ 2 มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิตเพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มด้วยสถิติการทดสอบค่าที (t-test) และนำคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต และค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละเพื่อศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยการทดสอบค่าที (t-test)

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี สรุปผลการวิจัยดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

อภิปรายผลการวิจัย

1. จากผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับสมมติฐานในการวิจัยที่ตั้งไว้ โดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 39.09 จากคะแนนเต็ม 60 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 65.15 และนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดมีจำนวน 36 คน คิดเป็นร้อยละ 80.00 ของนักเรียนทั้งหมด การที่ผลการวิจัยเป็นเช่นนี้อาจเป็นเพราะการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีกระบวนการและขั้นตอนในการสอนที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา นักเรียนจดจำขั้นตอน และสามารถควบคุมตนเองใช้กระบวนการแก้ปัญหาและลำดับขั้นตอนย่อยครบทั้งกระบวนการ จากการฝึกแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบในการวิจัยครั้งนี้ ทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้และประสบการณ์ที่ตนมีอยู่ไปใช้วิเคราะห์ หาคำตอบของโจทย์ปัญหานั้นได้ ซึ่งนักเรียนได้ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ตัดสินใจเลือกวิธีการในการหาคำตอบ แล้วสามารถแก้โจทย์ปัญหาถูกต้องตามวิธีการที่เลือกไว้ เมื่อนักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสำเร็จแล้วนักเรียนได้พิจารณา ตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ ประเมินความเหมาะสมถูกต้องของวิธีการที่ใช้ ทำให้คำตอบที่ได้มีความถูกต้องแน่นอน การที่นักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหาเช่นนี้อยู่เป็นประจำส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาดีขึ้น ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ Huntington (1995: 512-A) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CSA ตามลำดับ ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเชิงพีชคณิตพบว่า การสอนโดยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภทช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาถึงเกณฑ์ 100% นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่มีความยากง่ายระดับเดียวกันแต่มีโครงสร้างแตกต่างไปจากปัญหาเดิม

และจากการวิจัยในครั้งนี้พบว่า นักเรียนที่มีระดับความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 50 แสดงว่าการสอนแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ใช้พัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาได้ในทุกระดับความสามารถ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR เป็นกลวิธีที่เน้นให้นักเรียนได้หาแนวทางในการหาคำตอบของปัญหาหลายวิธี นักเรียนแต่ละคนได้ดึงหรือเลือกวิธีการที่ตัวเองถนัดออกมาใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนมีโอกาสที่จะใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง ใช้การวาดรูป เขียนแผนภาพ ตาราง หรือใช้การแก้สมการในการหาคำตอบ อีกทั้งในการจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนจับคู่หรือจับกลุ่มที่มีทั้งนักเรียนกลุ่มสูง ปานกลาง และต่ำ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น แลกเปลี่ยนและเปรียบเทียบคำตอบของตนกับเพื่อน เป็นการเรียนรู้ร่วมกันและนำมาซึ่งการพูดคุยสื่อสาร ยกเหตุผลเพื่อยืนยันและสนับสนุนคำตอบ และเกิดการอภิปรายในชั้นเรียน ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ ได้แนวคิดวิธีการหาคำตอบที่แตกต่างไปจากที่ตัวเองคิดได้ ดังที่บรูเนอร์กล่าวว่า ผู้เรียนจะเรียนได้ดีที่สุดเมื่อเกิดความเข้าใจ ค้นพบความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันแทนที่จะท่องจำรายละเอียดของสิ่งที่เรียน ดังนั้นการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR จึงมีความเหมาะสมในการจัดการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ทุกระดับ

2. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 สอดคล้องกับสมมติฐานในการวิจัยที่ตั้งไว้ การที่ผลการวิจัยเป็นเช่นนี้อาจเป็นเพราะการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ทั้ง 4 ขั้น มีประสิทธิภาพในการเพิ่มความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Search the word problem) เป็นขั้นของการศึกษาโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนจะต้องอ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน แล้วถามคำถามต่อตนเองว่า “รู้ข้อเท็จจริงอะไรบ้างจากโจทย์ปัญหา” “โจทย์ต้องการให้หาอะไร” ผู้เรียนสามารถจำแนกข้อมูลที่สำคัญต่อการเรียนวิเคราะห์ปัญหาโดยใช้ถ้อยคำของตัวเอง สามารถตัดสินใจกำจัดส่วนเกินและหาส่วนที่ขาดสำหรับแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 2 T (Translate the problem) เป็นขั้นของการแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนเลือกใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง (Concrete) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือเขียนตารางแสดงความหมาย

(Semiconcrete) หรือหารูปแบบทั่วไป เขียนสมการเชิงพีชคณิต (Abstract) ซึ่งผู้เรียนต้องเลือกตัวแปร และระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้องสอดคล้องกับโจทย์ปัญหา ขั้นนี้ผู้เรียนได้คิดวิธีการหาคำตอบของตัวเอง และผู้เรียนได้เชื่อมโยงความสัมพันธ์จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรมทำให้สามารถเข้าใจเนื้อหาที่เรียนมากยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 3 A (Answer the problem) เป็นขั้นการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนหาคำตอบที่เหมาะสมและถูกต้องของโจทย์ปัญหา ใช้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ เช่น ใช้การแก้สมการ เป็นต้น

ขั้นที่ 4 R (Review the solution) เป็นขั้นทบทวนคำตอบ ผู้เรียนอ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้ง แล้วถามคำถามต่อตนเองว่า “คำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่” จากนั้นตรวจสอบคำตอบ ผู้สอนให้ผลย้อนกลับทางบวก โดยดูการปฏิบัติงานของนักเรียน เช่น เปอร์เซนต์ความถูกต้องในการคำนวณ การนำเสนอผลการคำนวณ เป็นต้น และให้ผลย้อนกลับคำตอบที่ผิดพลาด ถ้านักเรียนหาคำตอบผิดพลาดมากอาจจะสอนใหม่ แล้วให้แบบฝึกหัดที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมและสังเกตการปฏิบัติงานของนักเรียน

เมื่อนักเรียนได้ใช้กลวิธี STAR ครบทั้ง 4 ขั้น พบว่า ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา สามารถตีความและแปลความจากข้อมูลทั้งหมดของโจทย์ บอกได้ว่าโจทย์บอกอะไรและโจทย์ถามอะไร นอกจากนี้ยังลำดับขั้นตอนวิเคราะห์ว่าต้องหาสิ่งใดก่อน เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่โจทย์ต้องการ ผู้วิจัยพบว่านักเรียนแต่ละคนมีเทคนิคในการทำความเข้าใจโจทย์ตามความถนัดของตนเอง เช่น ใช้วิธีการขีดเส้นใต้ข้อความที่สำคัญ บางคนใช้วิธีการอ่านออกเสียงแล้วเขียนจำแนกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ หลังจากนักเรียนวิเคราะห์โจทย์แล้วขั้นที่ 2 แปลงโจทย์ปัญหา ผู้วิจัยพบว่าในช่วงแรกที่ทดลองนักเรียนส่วนใหญ่จะเริ่มจากการกำหนดสิ่งที่ไม่ทราบค่าแทนด้วยตัวแปร ซึ่งเมื่อนักเรียนหาความสัมพันธ์ของโจทย์ไม่ได้ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ได้ แต่หลังจากทำการทดลองได้ให้นักเรียนใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง วาดรูปภาพ เขียนตาราง แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์ ทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ได้และมีวิธีการในการหาคำตอบที่หลากหลายขึ้น แล้วค่อยเชื่อมโยงไปสู่การใช้สมการในการหาคำตอบในขั้นที่ 3 นักเรียนหาคำตอบของโจทย์ปัญหา สำหรับขั้นนี้นักเรียนมีพื้นฐานในการแก้สมการที่ดีเนื่องจากผู้วิจัยใช้สื่อหรือสัญลักษณ์แบบ CSA ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวซึ่งนักเรียนเกิดความเข้าใจสามารถแก้สมการได้นำไปสู่การหาคำตอบของปัญหาได้ถูกต้อง และขั้นสุดท้าย ทบทวนคำตอบ ในขั้นนี้นักเรียนได้ทบทวนคำตอบของตัวเอง และแลกเปลี่ยนวิธีการหาคำตอบโดยการอภิปรายกับเพื่อน ๆ เพื่อหา

แนวทางที่ดีที่สุดสำหรับการแก้โจทย์ปัญหาข้อนั้น ๆ ผู้วิจัยได้ให้ปัญหาใหม่บนพื้นฐานปัญหาเดิม เพื่อให้นักเรียนได้ขยายไปถึงปัญหาในสถานการณ์อื่น ๆ ได้ นักเรียนจึงเกิดทักษะในการแก้ปัญหา

การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ทั้ง 4 ขั้นเพื่อให้นักเรียนสามารถนำแนวทางการแก้ปัญหาไปประยุกต์ใช้ได้ในชีวิตจริง และผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ Maccini และ Hughes (2000: 10-21) ได้ศึกษาผลของการใช้กลวิธี STAR และการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) สำหรับการแก้ปัญหาพีชคณิตขั้นต้นของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาพบว่า ทักษะการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนเต็มของนักเรียนสูงขึ้น การสอนโดยใช้กลวิธี STAR จึงทำให้นักเรียนได้ฝึกกลวิธีแก้โจทย์ปัญหาดังนี้ 1) ศึกษาทำความเข้าใจโจทย์ 2) แปลงข้อมูลจากโจทย์ภาษาไปสู่สมการ 3) ระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง 4) วาดรูปภาพแสดงความหมายของโจทย์ปัญหาได้ 5) เขียนสมการได้อย่างถูกต้อง และ 6) ตอบคำตอบของโจทย์ปัญหาได้ นอกจากนั้นนักเรียนยังสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่ใกล้เคียงกับของเดิมอีกด้วย และยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Maccini และ Ruhl (2000: 465-489) ที่ได้ศึกษาผลการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) และกลวิธี STAR ในการแก้ปัญหาการลบจำนวนเต็มสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ซึ่งพบว่า หลังการทดลองนักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น และผลการวิจัยในครั้งนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Konold (2004: 2949-A) ที่ได้ศึกษาการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Representational) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) ในการเพิ่มทักษะการแก้ปัญหาพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาที่ปกติและที่มีความบกพร่องทางการเรียน ซึ่งพบว่านักเรียนทุกคนมีความสามารถในการแก้ปัญหาพีชคณิตหลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง จากงานวิจัยในครั้งนี้ผลที่ได้สอดคล้องกับงานวิจัยที่ยกมาคือนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

3. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 สอดคล้องกับสมมติฐานในการวิจัยที่ตั้งไว้

ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ Maccini และ Hughes (2000: 10–21) ได้ศึกษาผลของการใช้กลวิธี STAR และการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) สำหรับการแก้ปัญหาพีชคณิตขั้นต้นของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาพบว่า หลังจากสอนเสร็จแล้ว 10 สัปดาห์ ได้ทำการวัดความคงทนในการเรียนปรากฏว่า นักเรียนยังสามารถแสดงความหมายโจทย์และหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง และผลการวิจัยในครั้งนี้ยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Maccini และ Ruhl (2000: 465 - 489) ได้ศึกษาผลการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) และกลวิธี STAR ในการแก้ปัญหาการลบจำนวนเต็มสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา พบว่า หลังจากสอนเสร็จแล้ว 2 สัปดาห์ทำการทดสอบความคงอยู่ของการตอบปัญหา ผลปรากฏว่า นักเรียนยังคงหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้อง และต่อจากนั้น 1 สัปดาห์ทำการทดสอบความคงอยู่ของการแสดงความหมายของปัญหา ซึ่งนักเรียนก็ยังคงแสดงความหมายของปัญหาได้อย่างถูกต้องเช่นกัน การที่ผลการวิจัยเป็นเช่นนี้อาจเป็นเพราะการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR เป็นกลวิธีการสอนให้นักเรียนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้นช่วยในการจำขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาทำให้นักเรียนจำขั้นตอนการแก้ปัญหาและสามารถระลึกนำไปใช้แก้ปัญหาได้ ขั้นตอน 4 ขั้นของกลวิธี STAR การศึกษาโจทย์ปัญหา การแปลงข้อมูลจากโจทย์ การหาคำตอบ และการทบทวนคำตอบช่วยให้นักเรียนมีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา สามารถขยายความคำตอบหรือวิธีการไปยังสถานการณ์ที่ซับซ้อนกว่าได้ เมื่อนักเรียนใช้กลวิธี STAR แก้ปัญหาเป็นระบบอย่างต่อเนื่องทำให้เกิดความเข้าใจ สามารถเรียกสิ่งที่เรียนรู้แล้วมาใช้ในสถานการณ์ใหม่กับปัญหาใดและเมื่อใดก็ได้ก่อให้เกิดความคงทนในการเรียนรู้ ดังที่ สุรางค์ โค้วตระกูล (2544: 253) กล่าวว่า การสอนกลวิธีการช่วยจำให้แก่นักเรียน ทำให้นักเรียนสามารถที่จะระลึกสิ่งที่เรียนรู้ได้อย่างมีความหมายและเก็บสิ่งที่เรียนรู้ไว้ในความทรงจำได้นาน ๆ นอกจากนี้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนและเรียนรู้ได้ดีจากเทคนิคการสอนที่ใช้กับเทคนิค STAR เช่น การทบทวน การใช้ครูเป็นตัวแบบ การชี้แนะแบบฝึกหัด การทำแบบฝึกหัดด้วยตนเอง ให้ผลย้อนกลับและทบทวนเป็นระยะ ๆ ก็จะช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

1. ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

1.1 การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพของนักเรียนได้ ครูผู้สอนและผู้ที่เกี่ยวข้องอาจนำกลวิธี STAR ไปใช้ในการสอนแก้โจทย์ปัญหาเพื่อพัฒนากระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน

1.2 ครูผู้สอนควรนำการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ไปใช้ในการเรียนการสอนอย่างต่อเนื่องและเหมาะสมกับเนื้อหาเพราะนักเรียนจะประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาหรือไม่นั้นขึ้นอยู่กับกลวิธีที่ใช้ในการสอน และเงื่อนไขในชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนเป็นผู้แก้ปัญหาที่ดี

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยต่อไป

2.1 ศึกษาผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ ในระดับต่าง ๆ

2.2 ศึกษาการเปรียบเทียบนักเรียนที่มีระดับความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR กับกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติว่ามีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กมลรัตน์ หล้าสุวงษ์. 2528. จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร:โรงพิมพ์กุฎราชวิทยาลัย.

กุญชรี ค้าขาย. 2544. จิตวิทยาเพื่อการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร: คณะครุศาสตร์ สถาบันราชภัฏสวนสุนันทา.

กำจร มณีแก้ว. 2539. ผลของการสอนโดยใช้เทคนิคการคิดออกเสียงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตสังกัดสำนักงานสภาสถาบันราชภัฏ. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. 2542. พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542. กรุงเทพมหานคร: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ.

งามตา กมลวรเดช. 2536. ผลของการฝึกกลวิธีคำถามนำที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชาจิตวิทยา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

จรุง ขำพงศ์. 2542. ผลของการใช้กลวิธีเมตาคอคนิชันที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

จักรพันธ์ ทองเอียด. 2540. การพัฒนาโปรแกรมส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีเอสคิวอาร์คิวซีคิวสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชาประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เจษฎ์สุดา จันทร์เอี่ยม. 2542. การศึกษาความสามารถและกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 7. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชัยพร วิชชาวุธ. 2520. มูลสารจิตวิทยา. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นวลจันทร์ ผมอุดทา. 2545. ผลของการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ SSCS ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

บุญเกื้อ ละอองปลิว. 2534. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้การสอนแบบวิเคราะห์กับการสอนแบบปกติ. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชาประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2544. การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ยุพิน พิพิธกุล. 2542. การแก้ปัญหา. วารสารคณิตศาสตร์ 42 (485-487 กุมภาพันธ์-เมษายน): 5-12.

ยุพิน พิพิธกุล. 2545. จะสอนคณิตศาสตร์อย่างไร. วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี 30 (116 มกราคม-กุมภาพันธ์): 15-22.

ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล. 2533. การศึกษากระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงในโรงเรียนสังกัด สำนักงานการประถมศึกษา กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชาประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โยธิน ศันสนยุทธ. 2533. จิตวิทยา. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์. 2545. ผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วีระศักดิ์ เลิศโสภา. 2544. ผลของการใช้เทคนิคการสอนเคดับเบิ้ลยูดีแอลที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในการแก้ไจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชาประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วรรณี ลิมอักษร. 2546. จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 3. สงขลา: ภารกิจเอกสารและตำรามหาวิทยาลัยทักษิณ.

วิภาพร มาพบสุข. 2542. จิตวิทยาทั่วไป. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. 2544. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพมหานคร: กระทรวงศึกษาธิการ.

สมศักดิ์ โสภณพินิจ. 2547. ยุทธวิธีการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (กับการสอน). วารสารคณิตศาสตร์ ฉบับเฉลิมพระเกียรติ 72 พรรษา: 14-25.

สุรัช อินทสังข์. 2545. เล่าสู่กันฟังเรื่องโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์. วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี 30 (120 กันยายน-ตุลาคม): 53-54.

สุมาลี วงศ์ยะรา. 2536. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้ภาพกับไม่ใช้ภาพ. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชาประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวร กาญจนมยูร. 2545. การแก้โจทย์ปัญหา. วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี 30 (116 มกราคม-กุมภาพันธ์): 50-52.

สุรางศ์ โค้วตระกูล. 2544. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุชา จันทน์เอม. 2531. จิตวิทยาทั่วไป. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

สำนักงานทดสอบทางการศึกษา. 2548. ผลการสอบวัดคุณภาพระดับชาติ ปี 2547[online]. Available from: http://bet.obec.go.th/gat_sat/bet_47.pdf[2 ตุลาคม 2548]

อัมพร ม้าคนอง. 2547. เอกสารคำสอนรายวิชา 2704688 ทฤษฎีและการประยุกต์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์. พิมพ์อัดสำเนาเย็บเล่ม.

ภาษาอังกฤษ

Adam, A. 1967. Human memory. New York: McGraw-Hill Book.

Adam, S., Eillis, L. C., and Beeson, B. F. 1977. Teaching mathematics with emphasis on the diagnostic approach. New York: Harper & Row.

Baroody, A. J. 1993. Problem solving reasoning and communicating K-8 helping children think mathematically. New York: Macmillan.

Butler, F. M., et al. 2003. Fraction instruction for students with mathematics disabilities: Comparing two teaching sequences. Learning disabilities research & practice 18 (2): 99-111.

Charle, S., et al. 1987. How to evaluate progress in problem solving. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Dossey, J. 2005. Developing students' literacy levels through interdisciplinary applications of mathematical problem solving [Slides]. Bangkok.

Gagnon, J. C., and Krezmien, M. 2005. Effective instructional strategies for correctional education programs[online]. Available from: http://www.edjj.org/conf/cd EDJJ%20Conference%20(D)/ Effecttive%20Instruction.ppt[2005, September 20]

Gagnon, J., and Maccini, P. 2001. Preparing students with disabilities for algebra. Teaching exceptional children 34 (1): 8-15.

Hunter, M. 1993. Retention theory for teachers: A programmed book. 36 th ed. El Segundo, California: TIP.

Huntington, D. J. 1995. Instruction in concrete, semi-concrete, and abstract representation as an aid to the solution of relational problems by adolescents with learning disabilities. Doctoral dissertation, University of Georgia, 1994. Dissertation Abstracts International 56 (2): 512 A.

Konold, K. B. 2005. Using the concrete-representational-abstract teaching sequence to increase algebra problem solving skills. Doctoral dissertation, University of Nevada, 2004. Dissertation Abstracts International 65 (8): 2949 A.

Krulik, S., and Rudnick J. A. 1982. Teaching Problem solving to preservice teachers. Arithmetic teacher 29 (6): 42-45.

LeBlanc, J. F., Proudfit, L., and Putt I. J. 1980. Teaching problem solving in the elementary school. In S. Krulik and R. E. Reys (eds), Problem solving in school mathematics, pp. 104-116. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Lindvall, C. M., and Nitko, A. J. 1967. Measuring pupil achievement and aptitude. New York: Harcout Brace Jovanvich.

Maccini, P., and Gagnon, J. 2006. Mathematics strategy instruction (SI) for middle school students with learning disabilities[online]. Available from: http://www.k8accesscenter.org/training_resources/massini.asp[2006, March 26]

Maccini, P., and Ruhl, K. L. 2000. Effects of a graduated instructional sequence on the algebraic subtraction of integers by secondary students with learning disabilities. Education and treatment of children 23 (4): 465-489.

Maccini, P., and Hughes, C. A. 2000. Effects of a problem solving strategy on the introductory algebra performance of secondary students with learning disabilities. Learning disabilities research & practice 15 (1): 10-21.

Miller, S. P. 1996. Perspectives on math instruction. In D. D. Deshler, E. S. Ellis, and B. K. Lenz (eds), Teaching adolescents with learning disabilities, pp. 313-367. Denver: Love.

Musser, G. L., and Shaughnessy, J. M. 1980. Problem-solving strategies in school mathematics. In S. Krulik and R. E. Reys (eds), Problem solving in school mathematics, pp. 136-145. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Nunnally, J. C. 1959. Test and Measurement. New York: McGraw-Hill.

Oas, B. K., Schumaker, J. B., and Deshler, D. D. 2006. Learning strategies: Tools for learning to learn in middle and high schools[online]. Available from: http://www.cals.ncsu.edu:8050/agexed/leap/aee535/learn.htm[2006, March 26]

Polya, G. 1957. How to solve it. Princeton, NJ: Princeton University.

Reys, R. E., Lindquist, M. M., Lambdin, D. V., Smith, N. L., and Suydam, M. N. 2004. Helping children learn mathematics. 7 rd ed. New York: John Wielya Sons.

Sheffield, L. J., and Cruikshank, D. E. 2000. Teaching and learning elementary and middle school mathematics. 4 rd ed. New York: John Wielya Sons.

Troutman, A. P., and Lichtenberg, B. K. 1995. Mathematics a good begining. Brooks Cole.

Wilson, J. W., Fernandez, M. L., and Hadaway, N. 1993. Mathematical problem solving. In P. S. Wilsom (ed), Research ideas for the classroom: High school mathematics, pp. 57-78. New York: Macmillan. Cited in Rungfa Janjaruporn. 2005. The development of a problem solving instructional program to develop preservice teachers' competence in solving mathematical problems and their

beliefs related to problem solving. In Supotch Chaiyasang et al. (eds), Proceeding of Symposium on Mathematics Education: Mathematical Problem Solving, pp. 65-74. Bangkok.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

- รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ
- ตัวอย่างหนังสือขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ
- หนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีรายนามดังต่อไปนี้

1. ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1) รองศาสตราจารย์ ดร. ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ อาจารย์สาขามัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
2) อาจารย์ขนิษฐา คำทอน อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย(ฝ่ายมัธยม)
3) อาจารย์ชูศรี มิตะกา อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนบ้านนาสาร จ.สุราษฎร์ธานี

2. ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1) รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
2) อาจารย์ขนิษฐา คำทอน อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย(ฝ่ายมัธยม)
3) คุณนวลจันทร์ ผมอุดทา นักวิชาการสาขาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2701)/1737

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

18 มกราคม 2549

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนุตริยา จิตตารมย์ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญบุคคลากรในสังกัดของท่าน คือ รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป ขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ สุทธจิตต์)
รองคณบดี
ปฏิบัติราชการแทนคณบดี

หน่วยหลักสูตรและการสอนระดับบัณฑิตศึกษา
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2701)/1738

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

18 มกราคม 2549

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านนาสาร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนุตริยา จิตตารมย์ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญบุคคลากรในสังกัดของท่าน คือ อาจารย์ชูศรี มิตะกา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ชูศรี มิตะกา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป ขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ สุทธจิตต์)
รองคณบดี
ปฏิบัติราชการแทนคณบดี

หน่วยหลักสูตรและการสอนระดับบัณฑิตศึกษา
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2701)/1739

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

18 มกราคม 2549

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนุตริยา จิตตารมย์ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญบุคคลากรในสังกัดของท่าน คือ รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป ขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ สุทธจิตต์)
รองคณบดี
ปฏิบัติราชการแทนคณบดี

หน่วยหลักสูตรและการสอนระดับบัณฑิตศึกษา
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2701)/1740

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

18 มกราคม 2549

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน หัวหน้าสาขาวิชาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนุตริยา จิตตารมย์ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญบุคคลากรในสังกัดของท่าน คือ คุณนวลจันทร์ ผมอุดทา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ คุณนวลจันทร์ ผมอุดทา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป ขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ สุทธจิตต์)
รองคณบดี
ปฏิบัติราชการแทนคณบดี

หน่วยหลักสูตรและการสอนระดับบัณฑิตศึกษา
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

25k

787
27 ต.ค. 48
11.30 น. 114

ที่ ศธ 0512.6(2700.0603)/1531

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

20 ธันวาคม 2548

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านนาสาร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนุตริยา จิตตารมย์ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแผนการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 2 ห้องเรียน ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวนุตริยา จิตตารมย์ ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป ขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ สุทธจิตต์)
รองคณบดี
ปฏิบัติราชการแทนคณบดี

หน่วยหลักสูตรและการสอนระดับบัณฑิตศึกษา
โทร. 0-2218-2425

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2701)/1735

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

18 มกราคม 2549

เรื่อง ขออนุญาตทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสุราษฎร์ธานี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนุตริยา จิตตารมย์ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวนุตริยา จิตตารมย์ ได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป ขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ สุทธจิตต์)
รองคณบดี
ปฏิบัติราชการแทนคณบดี

หน่วยหลักสูตรและการสอนระดับบัณฑิตศึกษา
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2701)/1736

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

18 มกราคม 2549

เรื่อง ขออนุญาตทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนนิคมสร้างตนเอง

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวนุตริยา จิตตารมย์ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

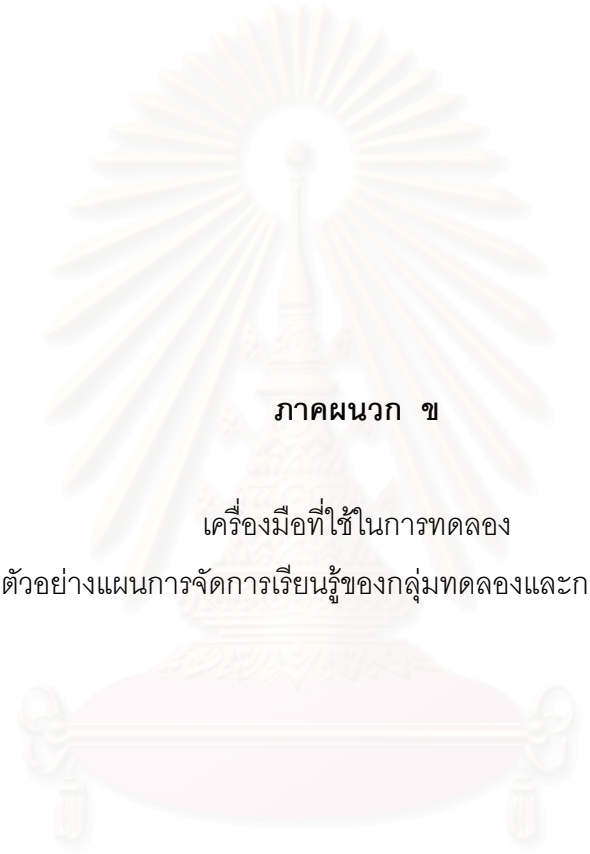
จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวนุตริยา จิตตารมย์ ได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป ขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ณรุทธ์ สุทธจิตต์)
รองคณบดี
ปฏิบัติราชการแทนคณบดี

หน่วยหลักสูตรและการสอนระดับบัณฑิตศึกษา
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ข

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2

มาตรฐานการเรียนรู้ ค 4.1 อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชันต่าง ๆ ได้ จำนวน 1 ชั่วโมง

---

1. **สาระการเรียนรู้**

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2. **สาระการเรียนรู้ย่อย**

แบบรูปและความสัมพันธ์

3. **ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง**

3.1 อธิบายความหมายของแบบรูปได้

3.2 สามารถหาแบบรูปในลำดับต่อไปได้

3.3 สามารถสังเกตและเขียนความสัมพันธ์จากแบบรูปที่กำหนดให้โดยใช้ตัวแปรได้

4. **สาระสำคัญ**

<u>ความหมายของแบบรูป (pattern)</u>

แบบรูปเป็นความสัมพันธ์ที่แสดงลักษณะร่วมกันของชุดของจำนวน รูปเรขาคณิต หรืออื่น ๆ เราสามารถใช้เหตุผลเพื่อหาความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> แบบรูปของจำนวน เช่น

1) 4, 8, 12, 16, ... พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนต่าง ๆ จะได้ว่าแบบรูปของจำนวนชุดนี้จะเพิ่มขึ้นทีละ 4

2) 15, 12, 9, 6, ... พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนต่าง ๆ จะได้ว่าแบบรูปของจำนวนชุดนี้จะลดลงทีละ 3

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> แบบรูปของรูปภาพ เช่น

รูปที่ 1 รูปที่ 2 รูปที่ 3

พิจารณาแบบรูปที่กำหนดให้จะพบว่า

รูปที่ 1 เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเรียงกันในแนวตั้ง

รูปที่ 2 มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปต่อออกมาทางด้านซ้ายและด้านขวาของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในแนวตั้งนั้น ข้างละหนึ่งรูป

รูปที่ 3 มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปต่อออกมาทางด้านซ้ายและด้านขวาของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในแนวตั้งนั้นอีกข้างละหนึ่งรูป

จากความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนต่าง ๆ ของแบบรูปทำให้สามารถหาจำนวนในลำดับต่อไปได้

<u>ตัวอย่างที่ 3</u> พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างลำดับที่กับจำนวนซึ่งกำหนดให้ดังแบบรูปต่อไปนี้

ลำดับที่	1	2	3	4	5	6
จำนวน	5	10	15	20		

จงหาจำนวนในลำดับที่ 5 , 6

จากตารางจะเห็นว่า จำนวนที่อยู่ในแถว*ลำดับที่*เป็นจำนวนนับ 1, 2, 3, 4, ...และจำนวนที่อยู่ในแถวของ*จำนวน* เป็น 5 เท่าของจำนวนที่เป็นลำดับที่ ซึ่งอยู่ในหลักเดียวกัน เช่น ลำดับที่ 2 จะสัมพันธ์กับ 10 ซึ่งเท่ากับ 5 x 2 และลำดับที่ 3 จะสัมพันธ์กับ 15 ซึ่งเท่ากับ 5 x 3 ดังนั้น ลำดับที่ 5 จะสัมพันธ์กับ 25 ซึ่งเท่ากับ 5 x 5 และลำดับที่ 6 สัมพันธ์กับ 30 ซึ่งเท่ากับ 5 x 6

ดังนั้นสามารถเติมคำตอบลงในตารางได้ดังนี้

ลำดับที่	1	2	3	4	5	6
จำนวน	5 (5 x 1)	10 (5 x 2)	15 (5 x 3)	20 (5 x 4)	25 (5 x 5)	30 (5 x 6)

นอกจากนี้ยังสามารถหาจำนวนในลำดับต่อไปได้อีกเรื่อย ๆ ดังนั้นถ้าเรามีลำดับที่ซึ่งยังไม่ได้ระบุจำนวนที่แน่นอน จะใช้อักษรภาษาอังกฤษเช่น n แทนลำดับที่นั้น เรียก n ว่า **ตัวแปร**

จากตัวอย่างที่ 3 สามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างลำดับที่กับจำนวน จะได้ว่าให้ n แทนลำดับที่จำนวนที่สัมพันธ์กับลำดับที่ n จะเป็น 5 เท่าของ n เขียนเป็น 5 x n หรือ 5n

<u>ตัวอย่างที่ 4</u> แบคทีเรียชนิดหนึ่งมีการเจริญเติบโตแบบแบ่งตัว สามารถบันทึกจำนวนวันและจำนวนตัวของแบคทีเรีย ดังตาราง

จำนวนวัน	1	2	3	4	...
จำนวนแบคทีเรีย(ตัว)	2	4	8	16	...

ในเวลา 6 วัน แบคทีเรียจะแบ่งตัวได้กี่ตัว และถ้าให้ n แทนจำนวนวัน จงเขียนความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนวันกับจำนวนแบคทีเรีย

จากตารางพิจารณาความสัมพันธ์ได้ว่า

จำนวนวัน 1 วัน มีจำนวนแบคทีเรียเท่ากับ $2 = 2^1$

จำนวนวัน 2 วัน มีจำนวนแบคทีเรียเท่ากับ $4 = 2^2$

จำนวนวัน 3 วัน มีจำนวนแบคทีเรียเท่ากับ $8 = 2^3$

จำนวนวัน 4 วัน มีจำนวนแบคทีเรียเท่ากับ $16 = 2^4$

จะได้ว่าจำนวนวัน 6 วัน มีจำนวนแบคทีเรียเท่ากับ $2^6 = 64$

และจำนวนวัน n วัน มีจำนวนแบคทีเรียเท่ากับ 2^n

ดังนั้นในเวลา 6 วัน แบคทีเรียแบ่งตัวได้ 64 ตัวและในเวลา n วัน มีจำนวนแบคทีเรียเท่ากับ 2^n ตัว

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

ครูสนทนากับนักเรียนเรื่องแบบรูปและความสัมพันธ์ที่นักเรียนเคยเรียนผ่านมา แล้วครูยกตัวอย่างแบบรูปของจำนวนให้นักเรียนหาจำนวนถัดไปอีก 3 จำนวนและอธิบายความสัมพันธ์ระว่างจำนวนต่าง ๆ เช่น 2, 4, 6, 8, ... (จำนวนถัดไปอีก 3 จำนวนคือ 10, 12 และ 14 เพราะแบบรูปของจำนวนชุดนี้จะเพิ่มขึ้นทีละ 2) แล้วสุ่มนักเรียนยกตัวอย่างแบบรูปจากนั้นให้นักเรียนคนอื่น ๆ หาจำนวนถัดไปอีก 3 จำนวน

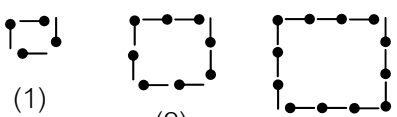
ขั้นสอน

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. ครูให้ความหมายของแบบรูป พร้อมทั้งยกตัวอย่างที่ 1 แบบรูปของจำนวนให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนต่าง ๆ แล้วสุ่มนักเรียนอธิบายความสัมพันธ์ของจำนวนแต่ละข้อ และตัวอย่างที่ 2 แบบรูปของรูปภาพให้นักเรียนพิจารณาและอธิบายความสัมพันธ์ของ	1. ครูให้ความหมายของแบบรูป พร้อมยกตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนพิจารณาและอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป 2. ครูยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างลำดับที่กับจำนวนแล้วให้นักเรียนหาจำนวนในลำดับที่ 5 , 6 ต่อไป

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
แบบรูปของรูปภาพ 2. ครูยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างลำดับที่กับจำนวน แล้วให้นักเรียนหาจำนวนในลำดับที่ 5 , 6 ต่อไป 3. ครูเฉลยคำตอบที่ถูกต้องและอธิบายเพิ่มเติมว่า เราสามารถหาจำนวนในลำดับต่อไปได้อีกเรื่อย ๆ ดังนั้นถ้าเรามีลำดับที่ซึ่งยังไม่ได้ระบุจำนวนที่แน่นอน จะใช้อักษรภาษาอังกฤษเช่น n แทนลำดับที่นั้น เรียก n ว่า **ตัวแปร** 4. จากตัวอย่างที่ 3 ครูให้นักเรียนหาความสัมพันธ์จากแบบรูปที่กำหนดให้โดยใช้ตัวแปร โดยกำหนดให้ n แทนลำดับที่ ดังนั้นจำนวนที่สัมพันธ์กับลำดับที่ n จะเป็น 5 เท่าของ n เขียนเป็น 5 x n ครูให้คำแนะนำเพิ่มเติมว่า 5xn จะเขียนเป็น 5n 5. ให้นักเรียนทำกิจกรรม “เรียงไม้ขีด” **ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา** 6. แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน แล้วครูแจกไม้ขีดกลุ่มละ 25 ก้าน และใบงาน”เรียงไม้ขีด” ให้นักเรียนทุกคนอ่านทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาอย่างละเอียด 7. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มค้นหาว่าโจทย์ปัญหากำหนดอะไรมาให้บ้าง(กำหนดการเรียงไม้ขีดแบบ ก. ,ข. และ ค. โดยแต่ละแบบมีรูปลำดับที่ 1, 2 และ 3)	3. ครูเฉลยคำตอบที่ถูกต้องและอธิบายเพิ่มเติมว่าเราสามารถหาจำนวนในลำดับต่อไปได้อีกเรื่อย ๆ ดังนั้นถ้าเรามีลำดับที่ซึ่งยังไม่ได้ระบุจำนวนที่แน่นอน จะใช้อักษรภาษาอังกฤษเช่น n แทนลำดับที่นั้น เรียก n ว่า **ตัวแปร** 4. จากตัวอย่างที่ 3 ครูให้นักเรียนหาความสัมพันธ์จากแบบรูปที่กำหนดให้โดยใช้ตัวแปร โดยกำหนดให้ n แทนลำดับที่ ดังนั้นจำนวนที่สัมพันธ์กับลำดับที่ n จะเป็น 5 เท่าของ n เขียนเป็น 5 x n ครูให้คำแนะนำเพิ่มเติมว่า 5 x n จะเขียนเป็น 5n 5. ให้นักเรียนทำกิจกรรม “เรียงไม้ขีด” 6. ครูแจกใบงาน”เรียงไม้ขีด” ให้นักเรียนทุกคนทำ 7. ให้นักเรียนศึกษาใบงานอ่านโจทย์ปัญหาโดยครูใช้การอธิบายถามตอบเพื่อให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหา 8. ให้นักเรียนทำกิจกรรม”เรียงไม้ขีด”แบบ ก. นับจำนวนไม้ขีด ในรูปที่ 1, 2 และ 3 แล้วบันทึกจำนวนที่ได้ลงใน ตาราง 9. ให้นักเรียนสังเกตหาความสัมพันธ์ระหว่างรูปที่กับจำนวนไม้ขีด (ซึ่งจะได้ว่าจำนวนไม้ขีดจะมีจำนวนเป็น 4 เท่าของรูปที่) 10. ให้นักเรียนหาจำนวนไม้ขีดในรูปที่ 4, 5 , 6 และ n จะได้คำตอบดังนี้

<table>
<tr><th>กลุ่มทดลอง</th><th>กลุ่มควบคุม</th></tr>
<tr><td>
8. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มค้นหาว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไร (โจทย์ต้องการให้นับจำนวนไม้ขีดที่ใช้ต่อรูปต่าง ๆ ในแต่ละแบบ แล้วเติมคำตอบลงในตาราง และให้หาว่าจะต้องใช้ไม้ขีดจำนวนเท่าใดในการสร้างรูปที่ 4, 5, 6 และ n)
9. ให้นักเรียนทำกิจกรรม “เรียงไม้ขีด” แบบ ก. หาว่าโจทย์ปัญหาแบบ ก. กำหนดอะไรมาให้บ้าง (กำหนดการเรียงไม้ขีดแบบ ก. โดยรูปลำดับที่ 1 มีไม้ขีดจำนวน 4 ก้าน รูปลำดับที่ 2 มีไม้ขีดจำนวน 8 ก้าน และรูปลำดับที่ 3 มีไม้ขีดจำนวน 12 ก้าน) แล้วบันทึกลงในใบงาน
10. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มค้นหาว่าโจทย์แบบ ก. ต้องการให้หาอะไร (โจทย์ต้องการให้นับจำนวนไม้ขีดที่ใช้ต่อรูปต่าง ๆ ในแบบ ก. แล้วเติมคำตอบลงในตาราง และให้หาว่าจะต้องใช้ไม้ขีดจำนวนเท่าใดในการ สร้างรูปที่ 4, 5, 6 และ n)แล้วบันทึกลงในใบงาน

ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์
11. การเรียงไม้ขีด แบบ ก.


(1) (2) (3)
</td><td>
<table>
<tr><th>รูปที่</th><th>จำนวนไม้ขีด</th></tr>
<tr><td>1</td><td>4 (4x1)</td></tr>
<tr><td>2</td><td>8 (4x2)</td></tr>
<tr><td>3</td><td>12 (4x3)</td></tr>
<tr><td>4</td><td>16 (4x4)</td></tr>
<tr><td>5</td><td>20 (4x5)</td></tr>
<tr><td>6</td><td>24 (4x6)</td></tr>
<tr><td>…</td><td>…</td></tr>
<tr><td>n</td><td>4n (4xn)</td></tr>
</table>
11. สุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบที่ได้ และวิธีการคิดหาคำตอบหน้าชั้นเรียน ครูให้คำชี้แนะและเฉลยคำตอบที่ถูกต้อง
12. ให้นักเรียนหาจำนวนไม้ขีด การเรียงไม้ขีดแบบ ข. และ ค. ต่อไปใช้วิธีการเช่นเดียวกับแบบ ก. แล้วครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบ
13. ครูยกตัวอย่างที่ 4 ให้นักเรียนทำด้วยตัวเอง แล้วครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบ
</td></tr>
</table>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ครูให้นักเรียนใช้ไม้ขีดสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีขนาด 1x1 , 2x2 , 3x3 ตารางหน่วย แล้วให้สังเกตจำนวนไม้ขีดที่มากขึ้นตามลำดับ (รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 1x1ตารางหน่วย ใช้ไม้ขีด 4 ก้าน รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 2x2 ตารางหน่วย ใช้ไม้ขีด 8 ก้าน รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 3x3 ตารางหน่วย ใช้ไม้ขีด 12 ก้าน) 12. ให้นักเรียนหาคำตอบว่าถ้าสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีขนาด 4x4, 5x5, 6x6 ตารางหน่วย แต่ละรูปจะต้องใช้ไม้ขีดจำนวนเท่าใด โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มเลือกวิธีการ -ใช้ไม้ขีดสร้างรูปแต่ละขนาด แล้วนับจำนวนไม้ขีด (Concrete) -ใช้วิธีการวาดรูปสี่เหลี่ยมขนาดต่างๆ แทนการใช้ไม้ขีดสร้างรูปแล้วนับจำนวนเส้นที่ใช้แทนไม้ขีด (Semi-concrete) -ใช้การสังเกตจำนวนไม้ขีดที่เพิ่มตามลำดับ(Abstract) **ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา** 13. ให้นักเรียนบันทึกคำตอบที่ได้ลงในตาราง	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม

รูปที่	จำนวนไม้ขีด
1	4 (4x1)
2	8 (4x2)
3	12 (4x3)
4	16 (4x4)
5	20 (4x5)
...	...
n	...

ให้นักเรียนสังเกตว่าจำนวนไม้ขีดจะมีจำนวนเป็น 4 เท่าของรูปที่ แล้วให้นักเรียนหาจำนวนไม้ขีดรูปที่ n (จะได้จำนวนไม้ขีดเท่ากับ 4xn)

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ

14. ให้นักเรียนอ่านโจทย์ซ้ำอีกครั้งแล้วถามตัวเองว่าคำตอบของกลุ่มที่ได้นั้นถูกต้องหรือไม่ สมเหตุสมผลหรือยัง
15. ให้ตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอวิธีการคิดและคำตอบที่ได้ครูให้คำชี้แนะคำตอบที่ถูกต้อง แล้วให้นักเรียนทำโจทย์ปัญหาการเรียงไม้ขีด แบบ ข. และ ค.ต่อไปโดยใช้วิธีการเหมือนโจทย์ปัญหาแบบ ก. แล้วครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบ
16. ครูยกตัวอย่างที่ 4 ให้นักเรียนทำด้วยตัวเอง แล้วครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ขั้นสรุป

17. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่า สามารถใช้ตัวแปร (n) แทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าได้ และสามารถเขียนความสัมพันธ์ของแบบรูปในรูปทั่วไปของลำดับที่ n ได้

18. ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัด 4.1 ข้อ 1. ของหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นการบ้าน

6. สื่อการเรียนรู้

- ใบงานกิจกรรม “เรียงไม้ขีด”
- ก้านไม้ขีดจำนวน 200 ก้าน

7. การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม 2. ความถูกต้องในการทำใบงานกิจกรรม “เรียงไม้ขีด” 3. สังเกตจากการอภิปรายของนักเรียน 4. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรมของนักเรียน	1. นักเรียนตอบคำถามอยู่ในระดับดี 2. นักเรียนทำใบงานกิจกรรม “เรียงไม้ขีด” ได้ถูกต้องอยู่ในเกณฑ์ดี 3. นักเรียนอภิปรายได้อยู่ในระดับดี 4. นักเรียนร่วมมือในการทำกิจกรรมอยู่ในระดับดี

8. บันทึกหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

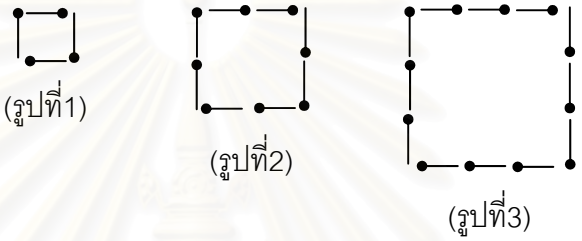
.....

ใบงานกิจกรรม “เรียงไม้ขีด”

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่

ให้นักเรียนนับจำนวนไม้ขีดที่ใช้ต่อรูปต่าง ๆ ในแต่ละแบบ เติมจำนวนที่นับได้ในตารางแล้วหาว่าจะต้องใช้ไม้ขีดจำนวนเท่าใด เพื่อสร้างรูปที่ 4, 5, 6 และ รูปที่ n ของแบบ ก. แบบ ข. และแบบ ค.

แบบ ก.



(รูปที่1) (รูปที่2) (รูปที่3)

สิ่งที่โจทย์กำหนด

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

.....

.....

รูปที่	จำนวนไม้ขีด
1	
2	
3	
4	
5	
6	
...	
n	

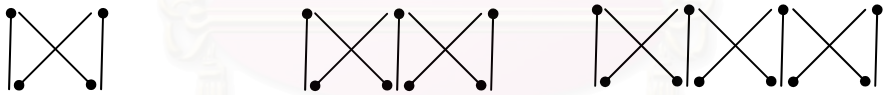
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบ ข.

รูปที่ 1 รูปที่ 2 รูปที่ 3

รูปที่	จำนวนไม้ขีด
1	
2	
3	
4	
5	
6	
…	
n	

แบบ ค.



รูปที่ 1 รูปที่ 2 รูปที่ 3

รูปที่	จำนวนไม้ขีด
1	
2	
3	
4	
5	
6	
…	
n	

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2

มาตรฐานการเรียนรู้ ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆแทนสถานการณ์ต่าง ๆตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

จำนวน 1 ชั่วโมง

---

1. **สาระการเรียนรู้**

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2. **สาระการเรียนรู้ย่อย**

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3. **ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง**

- สามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่ายโดยใช้สมบัติการคูณได้

4. **สาระสำคัญ**

เราสามารถใช้สมบัติของการเท่ากันในการหาคำตอบของสมการ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $4x = 12$

วิธีทำ $4x = 12$

นำ 4 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{4x}{4} = \frac{12}{4}$

$x = 3$

ตรวจสอบ แทน x ด้วย 3 ในสมการ $4x = 12$

จะได้ $4 \times 3 = 12$

$12 = 12$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 3 เป็นคำตอบของสมการ $4x = 12$

ตอบ 3

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $3x = -15$

วิธีทำ $3x = -15$

นำ 3 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จะได้ $\frac{3x}{3} = \frac{-15}{3}$

$x = -5$

<u>ตรวจสอบ</u> แทน x ด้วย -5 ในสมการ $3x = -15$

จะได้ $3 \times (-5) = -15$

$-15 = -15$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น -5 เป็นคำตอบของสมการ $3x = -15$

<u>ตอบ</u> -5

<u>ตัวอย่างที่ 3</u> จงแก้สมการ $-6x = -20$

<u>วิธีทำ</u> $-6x = -20$

นำ -6 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{-6x}{-6} = \frac{-20}{-6}$

$x = \frac{20}{6}$

หรือ $x = \frac{10}{3}$

<u>ตรวจสอบ</u> แทน x ด้วย $\frac{10}{3}$ ในสมการ $-6x = -20$

จะได้ $-6 \times \frac{10}{3} = -20$

$-20 = -20$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น $\frac{10}{3}$ หรือ $3\frac{1}{3}$ เป็นคำตอบของสมการ $-6x = -20$

<u>ตอบ</u> $3\frac{1}{3}$

<u>ตัวอย่างที่ 4</u> จงแก้สมการ $\frac{x}{8} = -2$

<u>วิธีทำ</u> $\frac{x}{8} = -2$

นำ 8 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จะได้ $\frac{x}{8} \times 8 = -2 \times 8$

$x = -16$

<u>ตรวจสอบ</u> แทน x ด้วย -16 ในสมการ $\frac{x}{8} = -2$

จะได้ $\frac{-16}{8} = -2$

$-2 = -2$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น -2 เป็นคำตอบของสมการ $\frac{x}{8} = -2$

<u>ตอบ</u> -2

<u>ตัวอย่างที่ 5</u> จงแก้สมการ $-0.6 = \frac{x}{12}$

<u>วิธีทำ</u> $-0.6 = \frac{x}{12}$

หรือ $\frac{x}{12} = -0.6$

นำ 12 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{x}{12} \times 12 = -0.6 \times 12$

$x = -7.2$

<u>ตรวจสอบ</u> แทน x ด้วย -7.2 ในสมการ $-0.6 = \frac{x}{12}$

จะได้ $-0.6 = \frac{-7.2}{12}$

-0.6 = -0.6 เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น -7.2 เป็นคำตอบของสมการ $-0.6 = \frac{x}{12}$

<u>ตอบ</u> -7.2

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างที่ 6 จงแก้สมการ $\frac{2}{3}x = 10$

วิธีที่ 1 $\frac{2}{3}x = 10$

หรือ $\frac{2x}{3} = 10$

นำ 3 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{2x}{3} \times 3 = 10 \times 3$

$2x = 30$

นำ 2 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

$\frac{2x}{2} = \frac{30}{2}$

จะได้ $x = 15$

วิธีที่ 2 $\frac{2}{3}x = 10$

นำ $\frac{3}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}x = 10 \times \frac{3}{2}$

จะได้ $x = 15$

ตรวจสอบ แทน x ด้วย 15 ในสมการ $\frac{2}{3}x = 10$

จะได้ $\frac{2}{3} \times 15 = 10$

$10 = 10$ เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 15 เป็นคำตอบของสมการ $\frac{2}{3}x = 10$

ตอบ 15

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

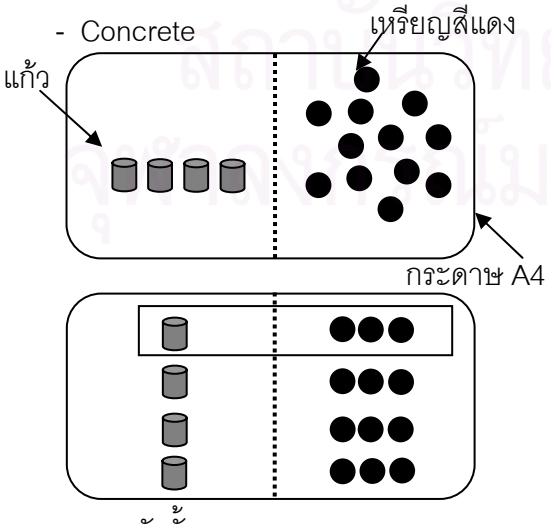
5. **กิจกรรมการเรียนรู้**

ขั้นนำ

ครูทบทวนสมบัติการคูณโดยใช้การถาม-ตอบให้นักเรียนอธิบายสมบัติการคูณพร้อมทั้งยกตัวอย่าง เช่น ถ้า $5x = 10$ แล้ว $x = 2$ ใช้สมบัติการคูณ

ขั้นสอน

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน แจกอุปกรณ์ให้แต่ละกลุ่มซึ่งประกอบด้วย กระดาษ A4 1 แผ่น แก้วกระดาษ 4 ใบ เหรียญสีแดง 15 อัน และเหรียญสีน้ำเงิน 15 อัน ครูชี้แจงกับนักเรียนว่าแก้วกระดาษบรรจุเหรียญไว้จำนวนหนึ่งขึ้นกับค่าของโจทย์แต่ละข้อ เหรียญสีแดงแทนจำนวนเต็มบวก และเหรียญสีน้ำเงินแทนจำนวนเต็มลบ ซึ่งเหรียญสีแดง 1 อัน มีค่าเท่ากับ 1 เหรียญสีน้ำเงิน 1 อัน มีค่าเท่ากับ -1 2. ให้นักเรียนพับครึ่งกระดาษ A4 แล้วใช้สีขีดแบ่งครึ่งกระดาษให้ชัดเจนแล้วทำความเข้าใจกับนักเรียนว่ากระดาษเปรียบเสมือนตาชั่ง ดังนั้นวัตถุที่อยู่บนข้างซ้ายกับข้างขวาต้องมีค่าเท่ากันแล้วครูยกตัวอย่างที่ 1 **ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา** 3. นักเรียนทำความเข้าใจโจทย์ และครูใช้คำถามนำให้นักเรียนวิเคราะห์ว่าจะใช้สมบัติใดบ้าง(สมบัติการคูณ) แล้วใช้สื่อวัตถุจริงช่วยในการหาคำตอบ	1. ครูยกตัวอย่างที่ 1 ครูใช้คำถามนำเพื่อช่วยให้นักเรียนวิเคราะห์ว่าจะใช้สมบัติใดบ้าง โดยใช้การถาม – ตอบ 2. ครูแนะนำวิธีการเขียนแสดงวิธีทำและการตรวจสอบคำตอบบนกระดานดำ สมการ $4x = 12$ นำ 4 มาหารทั้งสองข้างของสมการ จะได้ $\frac{4x}{4} = \frac{12}{4}$ $x = 3$ ตรวจสอบคำตอบ แทน x ด้วย 3 ในสมการ $4x = 12$ จะได้ $4 \times 3 = 12$ $12 = 12$ เป็นสมการที่เป็นจริง ดังนั้น 3 เป็นคำตอบของสมการ $4x = 12$ ตอบ 3 3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 – 6 โดยใช้วิธีการเช่นเดียวกับตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำด้วยตนเอง แล้วให้นักเรียนออกมาแสดงวิธีทำเฉลยบนกระดานดำ 4. ครูช่วยตรวจสอบความถูกต้องของการเขียนแสดงวิธีทำ และคำตอบของสมการ

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพ หรือสมการทางคณิตศาสตร์ 4. เลือกวิธีการในการหาคำตอบ ดังนี้ - ใช้แก้วกระดาษ ,เหรียญสีแดง และเหรียญสีน้ำเงินช่วยในการหาคำตอบ โดยกำหนดให้แก้วกระดาษแทนตัวแปร x และใช้เหรียญสีแดงแทนจำนวนเต็มบวก (Concrete) - ใช้การวาดภาพในการแสดงความหมาย เช่น ใช้ ☐ แทนตัวแปร x และใช้ ● แทนจำนวนเต็มบวก มีค่าเท่ากับ 1 (Semiconcrete) - แก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน (Abstract) **ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา** 5. นักเรียนดำเนินการหาคำตอบหลังจากแปลงข้อมูลจากโจทย์ไปสู่วิธีการหาคำตอบในขั้นที่ 2 - Concrete  ดังนั้น x = 3	5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมแล้วครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
- Semiconcrete □□□□ = ●●●●●●●●●●●● □□□□ = [●●●][●●●][●●●][●●●] □ = ●●● ดังนั้น x = 3 - Abstract สมการ 4x = 12 นำ 4 มาหารทั้งสองข้างของสมการ จะได้ $\frac{4x}{4} = \frac{12}{4}$ x = 3 **ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ** 6. แทน x ด้วย 3 ในสมการ 4x = 12 จะได้ 4×3 = 12 12 = 12 เป็นสมการที่เป็นจริง ดังนั้น 3 เป็นคำตอบของสมการ 4x = 12 ตอบ 3 7. ครูช่วยชี้แนะเชื่อมโยงให้นักเรียนเห็นระหว่างการหาคำตอบวิธีการ Concrete , Semiconcrete กับ Abstract ในแต่ละขั้นตอนมีความสัมพันธ์กัน 8. ในทำนองเดียวกันครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการโดยใช้วิธีการเช่นเดียวกับตัวอย่างที่ 1 9. ครูยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนร่วมอภิปรายวิธีการหาคำตอบจากสมการมีความหมายว่า มีจำนวนจำนวนหนึ่ง (x) ถูกแบ่งออกเป็น 8 กลุ่ม แต่ละกลุ่มมีค่าเท่ากับ -2	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ดังนั้นค่าของ x จึงสามารถหาค่าได้โดยการหาผลคูณระหว่าง 8 กับ -2 แล้วให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำ ซึ่งในการหาคำตอบของสมการเป็นการใช้สมบัติการคูณนั่นเองและตรวจสอบคำตอบ แล้วให้นักเรียนตัวอย่างที่ 4 – 6 ในตัวอย่างที่ 6 ครูควรชี้แนะให้นักเรียนเห็นว่าสามารถแสดงวิธีการแก้สมการได้หลายวิธีแล้วให้นักเรียนหาคำตอบและร่วมกันอภิปรายผล 10. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมแล้วครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบ	

ขั้นสรุป

11. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน

12. ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัด 4.3ก ข้อย่อย 15 – 22 ของหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นการบ้าน

6. สื่อการเรียนรู้

- แบบฝึกหัดเพิ่มเติม
- เหรียญกระดาษสีแดง , สีน้ำเงิน
- แก้วกระดาษ
- กระดาษ A4

7. การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม 2. ความถูกต้องในการทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม 3. สังเกตจากการอภิปรายของนักเรียน	1. นักเรียนตอบคำถามอยู่ในระดับดี 2. นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมได้ถูกต้องอยู่ในเกณฑ์ดี 3. นักเรียนอภิปรายได้อยู่ในระดับดี

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่

แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

ให้นักเรียนแก้สมการโดยแสดงขั้นตอนการใช้สมบัติของการเท่ากันในตารางต่อไปนี้

สมการ	ขั้นตอนการแก้สมการ	ตรวจสอบ	คำตอบของสมการ
1) $-0.2b = 1.3$	.....	.....	.....
2) $\frac{5}{6}m = -30$	.....	.....	.....
3) $0.5 = \frac{z}{-1.5}$	.....	.....	.....

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2

มาตรฐานการเรียนรู้ ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

จำนวน 1 ชั่วโมง

---

1. **สาระการเรียนรู้**

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2. **สาระการเรียนรู้ย่อย**

โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3. **ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง**

3.1 สามารถสร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

3.2 แก้สมการหาค่าตัวแปรจากสมการที่สร้างได้

3.3 หาคำตอบที่โจทย์ต้องการพร้อมตรวจสอบคำตอบได้

4. **สาระสำคัญ**

การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> จงเขียนสมการของประโยคภาษาต่อไปนี้

1.1 ปัจจุบันมานะมีอายุเป็น $\frac{3}{4}$ เท่าของมานี อีก 3 ปีข้างหน้ามานะมีอายุครบ 18 ปี ปัจจุบันมานีมีอายุกี่ปี

<u>วิธีทำ</u> ให้ x แทนอายุปัจจุบันของมานี

ปัจจุบันมานะมีอายุเป็น $\frac{3}{4}$ เท่าของมานี เท่ากับ $\frac{3x}{4}$

อีก 3 ปีข้างหน้ามานะมีอายุ $\frac{3x}{4} + 3$ ปี

อีก 3 ปีข้างหน้ามานะมีอายุครบ 18 ปี

จะได้สมการคือ $\frac{3x}{4} + 3 = 18$

1.2 พ่อแบ่งเงินจำนวน 175 บาท ให้ลูกสองคน โดยลูกคนโตได้เงินมากกว่าลูกคนที่สอง 55 บาท ลูกคนโตได้รับเงินกี่บาท

วิธีทำ ให้ x แทนจำนวนเงินที่ลูกคนโตได้รับ

ลูกคนที่สองได้รับเงิน $x - 55$ บาท

พ่อแบ่งเงินจำนวน 175 บาท

จะได้สมการคือ $x - 55 = 175$

1.3 แก้วมีเหรียญสิบบาทและเหรียญบาทอยู่จำนวนหนึ่งคิดเป็นเงินทั้งสิ้น 50 บาท ถ้านับเหรียญบาทได้ 20 เหรียญ แก้วมีเหรียญสิบบาทอยู่กี่เหรียญ

วิธีทำ ให้ x แทนจำนวนเหรียญสิบบาท มีค่าเท่ากับ $10x$ บาท

จำนวนเหรียญบาทเท่ากับ 20 เหรียญ มีค่าเท่ากับ 20 บาท

แก้วมีเงินทั้งสิ้น 50 บาท

จะได้สมการคือ $10x + 20 = 50$

1.4 พิทักษ์มีเงินจำนวนหนึ่ง เขาใช้เงินครึ่งหนึ่งของที่มีอยู่ซื้อหนังสือ แล้วซื้อขนมอีก 3 บาท ปรากฏว่าเขาเหลือเงิน 6 บาท เดิมเขามีเงินเท่าใด

วิธีทำ ให้ x แทนจำนวนเงินของพิทักษ์

เขาใช้เงินครึ่งหนึ่งซื้อหนังสือเท่ากับ $\frac{1x}{2}$ บาท

ซื้อขนมอีก 3 บาท เขาเหลือเงิน 6 บาท

จะได้สมการคือ $\frac{1x}{2} + 3 + 6 = x$

การแก้โจทย์ปัญหาที่เป็นสมการมีขั้นตอนเพื่อให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ดังต่อไปนี้

1. อ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาให้เข้าใจว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการหาอะไร
2. แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ โดยเลือกตัวแปรและระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้องสอดคล้องกับโจทย์ปัญหา
3. หาคำตอบของโจทย์ปัญหา
4. ทบทวนคำตอบ ว่าคำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในโจทย์หรือไม่

ตัวอย่างที่ 2 อีก 7 ปีข้างหน้า ดาวเรืองจะมีอายุครบ 25 ปี ปัจจุบันดาวเรืองอายุกี่ปี

วิธีทำ ให้ x แทนอายุปัจจุบันของดาวเรือง

อีก 7 ปีข้างหน้า ดาวเรืองจะมีอายุ $x + 7$ ปี

เนื่องจากอีก 7 ปีข้างหน้า ดาวเรืองจะมีอายุครบ 25 ปี

จะได้สมการคือ $x + 7 = 25$

นำ 7 มาลบทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $x + 7 - 7 = 25 - 7$

หรือ $x = 18$

ตรวจสอบ อีก 7 ปีข้างหน้า ดาวเรืองจะมีอายุ $18 + 7 = 25$ ปี ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขในโจทย์ ดังนั้น ปัจจุบันดาวเรืองอายุ 18 ปี

ตอบ 18 ปี

ตัวอย่างที่ 3 มีส้มอยู่จำนวนหนึ่ง เมื่อนำส้มไปแจกให้เด็ก 9 คนคนละ 3 ผล ปรากฏว่ามีส้มเหลืออยู่ 13 ผล เดิมมีส้มอยู่กี่ผล

วิธีทำ ให้ x แทนจำนวนส้มที่มีอยู่เดิม

แจกให้เด็ก 9 คนคนละ 3 ผล ดังนั้นแจกส้มให้เด็กเท่ากับ $9 \times 3 = 27$ ผล

เหลือส้มอยู่ 13 ผล

จะได้สมการคือ $x - 27 = 13$

นำ 27 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $x - 27 + 27 = 13 + 27$

หรือ $x = 40$

ตรวจสอบ มีส้มเหลืออยู่เท่ากับ $40 - 27 = 13$ ผล ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขในโจทย์ ดังนั้น เดิมมีส้มอยู่ 40 ผล

ตอบ 40 ผล

ตัวอย่างที่ 4 แม่ให้เงินนุชมาจำนวนหนึ่ง นุชนำเงินเศษสองส่วนสามของเงินจำนวนนั้นไปบริจาคช่วยเหลือน้ำท่วม ถ้าเงินที่นุชบริจาคเป็น 14 บาท อยากทราบว่าแม่ให้เงินนุชมากี่บาท

วิธีทำ ให้ x แทนจำนวนเงินที่แม่ให้นุช

เศษสองส่วนสามของเงินจำนวนนั้น คือ $\frac{2}{3}x$ บาท

เนื่องจากเศษสองส่วนสามของเงินจำนวนนั้นมีค่าเท่ากับ 14 บาท

จะได้สมการคือ $\frac{2}{3}x = 14$

นำ $\frac{3}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} x = \frac{3}{2} \times 14$

หรือ $x = 21$

<u>ตรวจสอบ</u> เศษสองส่วนสามของเงินจำนวนนั้นเท่ากับ $\frac{2}{3} \times 21 = 14$ ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขในโจทย์ ดังนั้น แม่ให้เงินนุชมา 21 บาท

<u>ตอบ</u> 21 บาท

<u>ตัวอย่างที่ 5</u> เชือกเส้นหนึ่งยาว 180 ฟุต ถูกตัดออกเป็นสามท่อน ท่อนที่สองยาวเป็นสองเท่าของท่อนแรก และท่อนที่สามยาวเป็นสามเท่าของท่อนที่สอง เชือกแต่ละท่อนยาวเท่าไร

<u>วิธีทำ</u> ให้ x แทนความยาวเชือกท่อนแรก

ท่อนที่สองยาวเท่ากับ 2x

ท่อนที่สามยาวเท่ากับ 3(2x) = 6x

เชือกยาว 180 ฟุต

จะได้สมการคือ $x + 2x + 6x = 180$

หรือ $9x = 180$

นำ 9 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{9x}{9} = \frac{180}{9}$$

หรือ $x = 20$

ดังนั้นเชือกท่อนแรกยาวเท่ากับ 20 ฟุต

เชือกท่อนที่สองยาวเท่ากับ $2 \times 20 = 40$ ฟุต

เชือกท่อนที่สามยาวเท่ากับ $6 \times 20 = 120$ ฟุต

<u>ตรวจสอบ</u> เชือกยาวเท่ากับ 20 + 40 + 120 = 180 ฟุต ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขในโจทย์ ดังนั้นเชือกท่อนแรกยาวเท่ากับ 20 ฟุต ท่อนที่สองยาวเท่ากับ 40 ฟุต ท่อนที่สามยาวเท่ากับ 120 ฟุต

<u>ตอบ</u> 20 , 40 , 120 ฟุต

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5. **กิจกรรมการเรียนรู้**

ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่องการแก้สมการโดยใช้สมบัติการเท่ากัน โดยใช้การถามตอบว่าสมบัติต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้สมการนั้น มีอะไรบ้าง พร้อมทั้งยกตัวอย่าง เช่น จากสมการ $x - 9 = 11$ ใช้สมบัติใดในการแก้สมการและได้คำตอบของสมการมีค่าเท่าใด (ใช้สมบัติการบวก ได้คำตอบของสมการ คือ 20)

ขั้นสอน

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. ครูยกตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนสร้างสมการจากโจทย์ปัญหาโดยครูใช้การถามตอบให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ได้ว่าควรนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาสร้างสมการได้อย่างไร ครูทำข้อย่อยที่ 1.1 ให้นักเรียนดูก่อนแล้วให้นักเรียนทำข้อย่อยที่ 1.2-1.4 จากนั้นให้นักเรียนนำเสนอสมการที่ได้จากโจทย์ ครูกระตุ้นให้นักเรียนสร้างสมการได้หลากหลายและชี้ให้นักเรียนเห็นว่าโจทย์ข้อหนึ่ง ๆ อาจสร้างสมการได้หลายรูปแบบ 2. ครูชี้แนะขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ดังนี้ **ขั้นที่** 1 อ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการหาอะไร **ขั้นที่** 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ โดยเลือกตัวแปรและระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้องสอดคล้องกับโจทย์ปัญหา **ขั้นที่** 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา **ขั้นที่**4 ทบทวนคำตอบว่าคำตอบที่ได้	1. ครูยกตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนสร้างสมการจากโจทย์ปัญหาโดยครูใช้การถามตอบทำข้อย่อยที่ 1.1 ให้นักเรียนดูก่อนแล้วให้นักเรียนทำข้อย่อยที่ 1.2-1.4 จากนั้นให้นักเรียนนำเสนอสมการที่ได้จากโจทย์ ครูกระตุ้นให้นักเรียนสร้างสมการได้หลากหลายและชี้ให้นักเรียนเห็นว่าโจทย์ข้อหนึ่ง ๆ อาจสร้างสมการได้หลายรูปแบบด้วยกัน 2. ครูยกตัวอย่างที่ 2 พร้อมทั้งอธิบายให้นักเรียนฟังว่า ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นสิ่งแรกที่นักเรียนจะต้องทำคือ อ่านโจทย์ปัญหาให้เข้าใจเสียก่อน 3. ครูให้นักเรียนทุกคนอ่านโจทย์ปัญหาแล้วให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และให้หาอะไร 4. ครูอธิบายต่อไปว่าเมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาเข้าใจแล้วในขั้นที่ 2 จะต้องกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา จากโจทย์ให้ x แทนอายุปัจจุบันของดาวเรือง

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในโจทย์หรือไม่ 3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนใช้กลวิธี STAR ในการแก้โจทย์ปัญหา **ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา** 4. ให้นักเรียนทุกคนอ่านทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน ค้นหาว่าโจทย์ปัญหากำหนดอะไรมาให้บ้าง และโจทย์ต้องการให้หาอะไร (โจทย์กำหนดว่า อีก 7 ปีข้างหน้าดาวเรืองจะมีอายุครบ 25 ปี และโจทย์ต้องการให้หาอายุปัจจุบันของดาวเรือง) **ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพ หรือสมการทางคณิตศาสตร์** 5. นักเรียนแปลงข้อมูลจากที่โจทย์กำหนดให้โดยเลือกวิธีการค้นหาคำตอบดังนี้ - วาดภาพคนแล้วกำหนดอายุเพื่อหาคำตอบ(Semi-concrete) จะได้ อายุปัจจุบัน อายุ 25 ปี = 25 – 7 = 18 ปี - สร้างสมการจากที่โจทย์กำหนดให้ช่วยในการหาคำตอบ (Abstract) จะได้ ให้ x แทนอายุปัจจุบันของดาวเรือง อีก 7 ปีข้างหน้า ดาวเรืองจะมีอายุ	5. ให้นักเรียนเขียนสัญลักษณ์แทนข้อความที่โจทย์กำหนดมาให้ จะได้ว่าอีก 7 ปีข้างหน้า ดาวเรืองจะมีอายุ x + 7 ปี 6. ในขั้นที่ 3 เขียนสมการตามเงื่อนไขในโจทย์ จากโจทย์อีก 7 ปีข้างหน้าดาวเรืองจะมีอายุครบ 25 ปี ดังนั้นสร้างสมการได้ว่า x + 7 = 25 7. ขั้นที่ 4 แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ จะได้ว่านำ 7 มาลบทั้งสองข้างของสมการ จะได้ x + 7 – 7 = 25 – 7 หรือ x = 18 8. จากนั้นให้นักเรียนสรุปคำตอบว่าปัจจุบันดาวเรืองอายุ 18 ปีและในขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์ จะได้ว่า <u>ตรวจสอบ</u> อีก 7 ปีข้างหน้าดาวเรืองจะมีอายุ 18 + 7 = 25 ปี ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขในโจทย์ ดังนั้นปัจจุบันดาวเรืองอายุ 18 ปี <u>ตอบ</u> 18 ปี 9. ครูยกตัวอย่างที่ 3 – 5 โดยใช้วิธีการเช่นเดียวกับตัวอย่างที่ 2 <u>ขั้นสรุป</u> 10. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาดังนี้ ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และให้หาอะไร ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หา

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
$x + 7$ ปี เนื่องจากอีก 7 ปีข้างหน้า จะมีอายุครบ 25 ปี จะได้สมการคือ $x + 7 = 25$ **ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา** 6. นักเรียนหาคำตอบของโจทย์ปัญหาจากการใช้วิธีการในขั้นที่ 2 ของนักเรียน เช่น ใช้การแก้สมการ สมการคือ $x + 7 = 25$ นำ 7 มาลบทั้งสองข้างของสมการ จะได้ $x + 7 - 7 = 25 - 7$ หรือ $x = 18$ **ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ** 7. ให้นักเรียนทบทวนคำตอบโดยการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์หรือไม่ <u>ตรวจสอบ</u> อีก 7 ปีข้างหน้า ดาวเรืองจะมีอายุ $18 + 7 = 25$ ปี ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขในโจทย์ ดังนั้น ปัจจุบันดาวเรืองอายุ 18 ปี 8. ครูให้นักเรียนนำเสนอผลงานของตัวเองโดยการสุ่มและถามนักเรียนว่ามีใครที่มีวิธีการแก้ปัญหาที่ต่างจากที่เพื่อนนำเสนอไปแล้วแล้วให้นักเรียนที่มีวิธีการแก้ปัญหาต่างจากคนอื่นนำเสนอให้เพื่อนฟังโดยครูร่วมแสดงความคิดเห็น แล้วให้นักเรียนร่วมกันสรุปว่าสามารถแก้ปัญหาได้กี่วิธี วิธีใดเหมาะสมมากที่สุด เพราะเหตุใด	หรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา ขั้นที่ 3 เขียนสมการตามเงื่อนไขในโจทย์ ขั้นที่ 4 แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
9. ครูยกตัวอย่างที่ 3 – 5 โดยใช้วิธีการเช่นเดียวกับตัวอย่างที่ 2 <u>ขั้นสรุป</u> 10. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปกลวิธีการแก้โจทย์ปัญหาดังนี้ 1) อ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และโจทย์ต้องการหาอะไร 2) แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ 3) หาคำตอบของโจทย์ปัญหา 4) ทบทวนคำตอบ	

11. ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเป็นการบ้าน

6. สื่อการเรียนรู้

- แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

7. การวัดและประเมินผล

- สังเกตจากการตอบคำถาม
- การตรวจแบบฝึกหัดเพิ่มเติม
- สังเกตจากการอภิปรายของนักเรียน

8. บันทึกหลังการสอน

.....

.....

.....

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่

เอกสารประกอบการเรียน

เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จงเขียนสมการของประโยคภาษาต่อไปนี้

1. ปัจจุบันมานะมีอายุเป็น $\frac{3}{4}$ เท่าของมานี อีก 3 ปีข้างหน้ามานะมีอายุครบ 18 ปี ปัจจุบันมานีมีอายุกี่ปี

.....

.....

2. พ่อแบ่งเงินจำนวน 175 บาท ให้ลูกสองคน โดยลูกคนโตได้เงินมากกว่าลูกคนที่สอง 55 บาท ลูกคนโตได้รับเงินกี่บาท

.....

.....

3. แก้วมีเหรียญสิบบาทและเหรียญบาทอยู่จำนวนหนึ่งคิดเป็นเงินทั้งสิ้น 50 บาท ถ้านับเหรียญบาทได้ 20 เหรียญ แก้วมีเหรียญสิบบาทอยู่กี่เหรียญ

.....

.....

.....

4. พิทักษ์มีเงินจำนวนหนึ่ง เขาใช้เงินครึ่งหนึ่งของที่มีอยู่ซื้อหนังสือ แล้วซื้อขนมอีก 3 บาท ปรากฏว่าเขาเหลือเงิน 6 บาท เดิมเขามีเงินเท่าใด

.....

.....

.....

การแก้โจทย์ปัญหาที่เป็นสมการมีขั้นตอนเพื่อให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ดังต่อไปนี้

1. อ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาให้เข้าใจว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการหาอะไร
1. แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ โดยเลือกตัวแปรและระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้องสอดคล้องกับโจทย์ปัญหา
2. หาคำตอบของโจทย์ปัญหา
3. ทบทวนคำตอบ ว่าคำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในโจทย์หรือไม่

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่

จงแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีทำ

1. ปัจจุบันอายุของสมใจเป็น $\frac{5}{8}$ เท่าของอายุของมณี ถ้าปีหน้าสมใจมีอายุครบ 21 ปี ปัจจุบันมณีมีอายุกี่ปี

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. มานะตัดเชือกยาว 24 เซนติเมตร ออกเป็นสองท่อน เชือกท่อนยาวมีความยาวมากกว่าความยาวของเชือกท่อนสั้น 6 เซนติเมตร เชือกแต่ละท่อนยาวเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. สุดามีเหรียญห้าบาทและเหรียญบาทอยู่จำนวนหนึ่งคิดเป็นเงินทั้งสิ้น 52 บาท ถ้านับเหรียญบาทได้ 12 เหรียญ สุดามีเหรียญห้าบาทอยู่กี่เหรียญ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ค

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 9 วิเคราะห์พฤติกรรมที่ต้องการในแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เนื้อหา	ระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย				
	ความรู้ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	รวม
1. แบบรูปและความสัมพันธ์	-	-	1	1	2
2. คำตอบของสมการ	1	3	1	-	5
3. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1	2	6	3	12
4. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	-	2	5	4	11
รวม	2	7	13	8	30

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 10 วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ต้องการวัด และพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

เนื้อหา	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	ระดับพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย			
		ความรู้ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์
1. แบบรูปและความสัมพันธ์	นักเรียนสามารถ : 1. หาแบบรูปในลำดับต่อไปได้			1 ข้อ (ข้อ 2)	
	2. เขียนความสัมพันธ์จากแบบรูปที่กำหนดให้โดยใช้ตัวแปรได้				1 ข้อ (ข้อ 1)
2. คำตอบของสมการ	3. สามารถระบุสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้	1 ข้อ (ข้อ 3)			
	4. ระบุจำนวนที่เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยวิธีลองแทนค่าตัวแปรได้		3 ข้อ (ข้อ4,5,6)	1 ข้อ (ข้อ 7)	
3. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	5. ใช้สมบัติของการเท่ากันได้	1 ข้อ (ข้อ 8)	2 ข้อ (ข้อ 9,10)		
	6. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่ายโดยใช้สมบัติของการเท่ากันได้			6 ข้อ (ข้อ11,12, 13,14,15, 16)	3 ข้อ (ข้อ17,18, 19)
4. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	7. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้		2 ข้อ (ข้อ 20, 21)		
	8. หาคำตอบจากโจทย์ปัญหาได้			5 ข้อ (ข้อ22,23, 24,25,27)	4 ข้อ (ข้อ26,28, 29,30)
รวม		2	7	13	8

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 11 แสดงค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.72	0.25
2	0.70	0.47
3	0.66	0.82
4	0.63	0.87
5	0.43	0.84
6	0.75	0.64
7	0.69	0.33
8	0.54	0.87
9	0.52	0.26
10	0.60	0.74
11	0.53	0.79
12	0.66	0.77
13	0.57	0.83
14	0.61	0.95
15	0.55	0.92
16	0.57	0.87
17	0.72	0.64
18	0.72	0.77
19	0.58	0.96
20	0.55	0.70
21	0.54	0.48
22	0.49	0.63
23	0.51	0.83
24	0.52	0.62
25	0.53	0.46

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 11 (ต่อ) แสดงค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
26	0.66	0.58
27	0.65	0.52
28	0.61	0.57
29	0.48	0.43
30	0.45	0.56

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
เรื่อง แบบรูปและความสัมพันธ์ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
สำหรับใช้ในการทดลองกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างประชากร

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับนี้เป็นแบบทดสอบชนิดปรนัย 4 ตัวเลือก เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แบบทดสอบมี 4 หน้า จำนวน 30 ข้อ

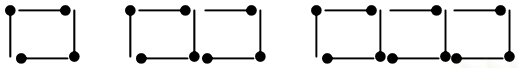
2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบฉบับนี้ทุกข้อ โดยเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้วกากบาท (✘) ลงในกระดาษคำตอบ

3. แบบทดสอบฉบับนี้มีคะแนนเต็มข้อละ 1 คะแนน ตอบถูกข้อละ 1 คะแนน ตอบผิดข้อละ 0 คะแนน

4. แบบทดสอบฉบับนี้ใช้เวลาในการทำ 90 นาที

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พิจารณาแบบรูปความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนก้านไม้ขีดที่วางประกอบกันและจำนวนรูปสี่เหลี่ยมต่อไปนี้ สำหรับตอบคำถามข้อ 1 – 2



(รูปที่1) (รูปที่2) (รูปที่3)

1. ในรูปที่ n ต้องใช้จำนวนก้านไม้ขีดกี่ก้าน

   ก. 4n ข. 2n+2

   ค. 3n+1 ง. 3n-1

2. ถ้าใช้จำนวนก้านไม้ขีด 76 ก้าน จะมีจำนวนรูปสี่เหลี่ยมกี่รูป

   ก. 22 ข. 23

   ค. 24 ง. 25

3. ข้อใดเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

   ก. $2x + 5 = x - 10$

   ข. 13 + 14 = 30 - 3

   ค. $7a + b > 14$

   ง. $y - 16 \neq 27$

4. ข้อใดต่อไปนี้เมื่อแทนค่าจำนวนในวงเล็บในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง

   ก. $x + 0.64 = 2$ [2.64]

   ข. $\frac{y}{16} = 3.2$ [0.2]

   ค. $5m - 9 = 6$ [3]

   ง. $\frac{2}{5} = \frac{z}{5} - 3$ [5]

5. สมการในข้อใดไม่มีคำตอบ

   ก. $5x = 5$

   ข. $x + 3 = x + 2$

   ค. $x - 9 = 9 - x$

   ง. $2x + 10 = 10$

6. ถ้าให้ n = 5 ข้อใดถูกต้อง

   ก. $2n + n - 5 = 15$

   ข. $2n - 4 = 4 - 2n$

   ค. $5n + 5 = 30$

   ง. $n + 2 = 2n$

7. ข้อใดเป็นคำตอบของสมการ $4m^2 - 1 = 0$

   ก. $\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}$ ข. $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

   ค. $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}$ ง. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$

8. ข้อใดต่อไปนี้**ไม่**เป็นจริง

   ก. ถ้า a = b แล้ว b = a เมื่อ a และ b แทนจำนวนใด ๆ

   ข. ถ้า a = b แล้ว c - a = b - c เมื่อ a, b และ c แทนจำนวนใด ๆ

   ค. ถ้า x = y และ y = z แล้ว x = z เมื่อ x, y และ z แทนจำนวนใด ๆ

   ง. ถ้า x = y แล้ว $\frac{x}{z} = \frac{y}{z}$ เมื่อ x, y และ z แทนจำนวนใด ๆ ที่ $z \neq 0$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

9. การแก้สมการในข้อใดใช้สมบัติของการเท่ากันของการบวก

ก. ถ้า $x + 2 = 5$ แล้ว $x = 3$

ข. ถ้า $3(x + 1) = 3$ แล้ว $(x + 1) = 1$

ค. ถ้า $\frac{3}{5}x = \frac{9}{15}$ แล้ว $x = 1$

ง. ถ้า $5x = y - 1$ แล้ว $y - 1 = 5x$

10. การหาคำตอบของสมการ $4x - 7 = 12$ ต้องดำเนินขั้นตอนตามข้อใด

ก. นำ $\frac{1}{4}$ มาคูณทั้งสองข้างแล้วบวกด้วย 7 ทั้งสองข้างของสมการ

ข. นำ 4 มาคูณทั้งสองข้างแล้วบวกด้วย 7 ทั้งสองข้างของสมการ

ค. นำ 7 มาบวกทั้งสองข้างแล้วคูณด้วย $\frac{1}{4}$ ทั้งสองข้างของสมการ

ง. นำ (-12) มาบวกทั้งสองข้างแล้วคูณด้วย $\frac{1}{4}$ ทั้งสองข้างของสมการ

11. คำตอบของสมการในข้อใดมีค่าน้อยที่สุด

ก. $3x + 4 = 5(x - 2)$

ข. $2x + 15 = 23$

ค. $\frac{5}{8} = \frac{15}{2x}$

ง. $7x - 4 = 17$

12. ถ้า $14 - 6a = 8a$ แล้ว $2a + 1$ มีค่าเท่าใด

ก. 2 ข. 3

ค. 4 ง. 5

13. ถ้า $\frac{x}{2} - 1 = 5$ และ $y + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ แล้วค่าของ $x + y$ ตรงกับข้อใด

ก. 2 ข. 10

ค. 12 ง. 14

14. ถ้า $3y = x - 1$ และ $x - 1 = 18$ แล้ว y มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 54 ข. 18

ค. 9 ง. 6

15. ถ้า $2(x + 1) + 1 = 6$ แล้ว $4x$ มีค่าเท่าใด

ก. 4 ข. 6

ค. 8 ง. 12

16. กำหนด $\frac{x}{3} = 10$ ดังนั้น $a - \frac{x}{2} = 1$ เป็นจริงเมื่อ a มีค่าตรงกับข้อใด

ก. 14 ข. 15

ค. 16 ง. 17

17. ถ้า $11a = b$, $b + 13 = c$ และ $c - 21 = 14$ แล้วค่าของ $a + b + c$ ตรงกับข้อใด

ก. 49 ข. 59

ค. 69 ง. 79

18. ถ้า $\frac{a}{5} = 10$, $a + b = 100$ แล้ว $a - b$ ตรงกับข้อใด

ก. 0 ข. 25

ค. 50 ง. 75

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

19. ถ้าให้ $x - 2 = 6a$ แล้ว $3x$ มีค่าเท่าใด

ก. $6a + 2$

ข. $18a$

ค. $18a + 6$

ง. $18a + 2$

20. ข้อความในข้อใดเมื่อเปลี่ยนให้อยู่ในรูปประโยคทางคณิตศาสตร์แล้วเป็นสมการ

ก. ผลบวกของสองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสามเท่าของจำนวนจำนวนนั้น

ข. ผลต่างของสองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งกับห้า

ค. ผลคูณของสี่กับเจ็ดเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งเท่ากับยี่สิบแปด

ง. เศษสองส่วนสามของจำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่าสิบสอง

21. กางเกงราคา 200 บาท เป็นราคาที่มากกว่าสองเท่าของราคาเสื้ออยู่ 20 บาท ถ้าให้ x แทน ราคาเสื้อ สมการที่แสดงความสัมพันธ์ข้างต้นตรงกับข้อใด

ก. $200 + 20 = 2x$

ข. $200 - 2x = 20$

ค. $200 = 2x - 20$

ง. $x = 2(200 - 20)$

22. มาลีซื้อนมมาหนึ่งกล่อง ตอนเช้ามาลีดื่มนมไป $\frac{2}{5}$ ของปริมาณนมที่มีอยู่ ปรากฏว่านมในกล่องเหลือ 300 มิลลิลิตร เดิมมาลีซื้อนมมากี่มิลลิลิตร

ก. 300 มิลลิลิตร

ข. 400 มิลลิลิตร

ค. 450 มิลลิลิตร

ง. 500 มิลลิลิตร

23. ส้มมีอายุมากกว่ากล้วย 4 ปี อีก 3 ปีข้างหน้าอายุของส้มและกล้วยจะรวมกันได้ 30 ปีพอดี ปัจจุบันส้มและกล้วยมีอายุคนละกี่ปีตามลำดับ

ก. 14 , 10 ข. 15 , 11

ค. 16 , 12 ง. 18 , 14

24. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 4 เซนติเมตร และมีเส้นรอบรูปยาว 40 เซนติเมตร รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มีด้านยาวยาวกี่เซนติเมตร

ก. 8 เซนติเมตร

ข. 12 เซนติเมตร

ค. 14 เซนติเมตร

ง. 16 เซนติเมตร

25. เศษสองส่วนสามของผลต่างของอายุเปิ้ลกับโอ๋เท่ากับ 16 ถ้าโอ๋มีอายุ 21 ปี เปิ้ลมีอายุมากกว่าโอ๋กี่ปี

ก. 24 ปี ข. 34 ปี

ค. 50 ปี ง. 55 ปี

26. โต้งมีขนมอยู่กล่องหนึ่ง แบ่งให้เต๋าไป $\frac{2}{3}$ ของจำนวนขนมในกล่องนั้น ปรากฏว่าเต๋าได้ขนมไป 8 ชิ้น เดิมโต้งมีขนมอยู่กี่ชิ้น

ก. 12 ชิ้น ข. 16 ชิ้น

ค. 24 ชิ้น ง. 32 ชิ้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

27. มานะมีอายุเป็น 3 เท่าของมานี และเขาทั้งสองมีอายุรวมกันเท่ากับ 84 ปี มานีมีอายุเท่าไร
    ก. 63 ปี
    ข. 32 ปี
    ค. 21 ปี
    ง. 17 ปี
28. แก้วมีเหรียญสิบบาทและเหรียญห้าบาทรวมกันอยู่ 20 เหรียญ คิดเป็นเงินทั้งสิ้น 135 บาท แก้วมีเหรียญสิบบาททั้งหมดกี่เหรียญ
    ก. 18 เหรียญ
    ข. 15 เหรียญ
    ค. 13 เหรียญ
    ง. 7 เหรียญ
29. ในการตอบปัญหา คนตอบปัญหาถูกคนแรกจะได้รับแจกปากกาครึ่งหนึ่งของปากกาที่มีอยู่ คนตอบถูกคนต่อไปจะได้รับแจกปากกาครึ่งหนึ่งของปากกาที่เหลือพอแจกปากกาให้กับ คนที่ตอบปัญหาถูกเป็นคนที่สามแล้วปรากฏว่าเหลือปากกาอยู่ 5 ด้าม เดิมมีปากกาทั้งหมดกี่ด้าม
    ก. 20 ด้าม
    ข. 40 ด้าม
    ค. 48 ด้าม
    ง. 56 ด้าม
30. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ามีความยาวของแต่ละด้านเท่ากับความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ถ้าผลบวกของความยาวของเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมเท่ากับ 84 นิ้ว แล้วรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีพื้นที่เท่ากับเท่าใด
    ก. 121 ตารางนิ้ว
    ข. 144 ตารางนิ้ว
    ค. 169 ตารางนิ้ว
    ง. 196 ตารางนิ้ว

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ง

แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 12 วิเคราะห์หลักสูตรตามเนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังวิชาคณิตศาสตร์ในแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เนื้อหา	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	จำนวนข้อที่ใช้จริง
1. แบบรูปและความสัมพันธ์	1. เขียนความสัมพันธ์จากแบบรูปที่กำหนดให้โดยใช้ตัวแปรและแสดงการหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาได้	2 ข้อ
2. โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1. เขียนสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกและแสดงการหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาได้	1 ข้อ
	2. เขียนสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณและแสดง การหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาได้	1 ข้อ
	3. เขียนสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกและการคูณและแสดงการหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาได้	2 ข้อ
รวม		6 ข้อ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 13 แสดงค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.42	0.46
2	0.58	0.34
3	0.59	0.38
4	0.57	0.46
5	0.60	0.29
6	0.60	0.26

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ชื่อ.....**ชั้น**.....**เลขที่**.....

แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
โจทย์ปัญหาเรื่อง แบบรูปและความสัมพันธ์ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ฉบับนี้เป็นแบบวัดชนิดอัตนัยเพื่อศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นโจทย์ปัญหาเรื่อง แบบรูปและความสัมพันธ์ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
แบบวัดมีจำนวน 6 ข้อ ซึ่งแบ่งได้ดังนี้

1) โจทย์ปัญหาเรื่องแบบรูปและความสัมพันธ์ จำนวน 2 ข้อ (ข้อที่ 1 – 2)

2) โจทย์ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 4 ข้อ (ข้อที่ 3 – 6)

2. ให้นักเรียนทำแบบวัดฉบับนี้ทุกข้อ ตอบคำถาม และแสดงวิธีทำอย่างเต็มความสามารถ

3. แบบวัดฉบับนี้มีคะแนนเต็มข้อละ 10 คะแนนโดยพิจารณาจากความถูกต้องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้คะแนนในแต่ละขั้นตอนนั้นเป็นอิสระต่อกัน

4. แบบวัดฉบับนี้ใช้เวลาในการทำ 90 นาที

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เขียนความสัมพันธ์จากแบบรูปที่กำหนดให้โดยใช้ตัวแปรและแสดงการหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาได้

1. กำหนดแบบรูปแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนวันและจำนวนปล้องตัวหนอนดังรูป จงหาว่าถ้าเวลาผ่านไป 3 สัปดาห์หนอนจะมีปล้องตัวทั้งหมดกี่ปล้อง

1) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

.....

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

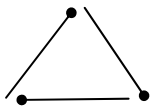
.....

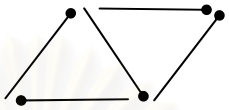
3) สรุปคำตอบ

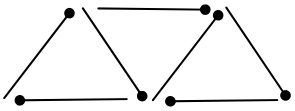
.....

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. กำหนดแบบรูปแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนรูปสามเหลี่ยมและจำนวนไม้ขีดที่สร้างรูปสามเหลี่ยมดังรูป จงหาว่าถ้ามีก้านไม้ขีด 51 ก้าน จะสร้างรูปสามเหลี่ยมตามแบบรูปดังกล่าวได้กี่รูป


รูปที่ 1


รูปที่ 2


รูปที่ 3

1) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

.....

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) สรุปคำตอบ

.....

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เขียนสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวก และหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาได้

3. โกโก้เก็บเงินใส่กระปุกออมสิน โดยในแต่ละวันจะเก็บเงินมากกว่าวันที่ผ่านมา 1 บาท ถ้าวันที่ 3 ใส่เงินในกระปุกออมสินอีก 17 บาท ใส่เงินครบ 5 วันจะมีเงินในกระปุกออมสินเท่าไร

1) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

.....

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) สรุปคำตอบ

.....

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เขียนสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณ และหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาได้

4. แบ่งเงิน 1,400 บาท ให้ ดำ, แดง และ ดวง โดยดำได้เป็นสองเท่าของแดง และดวงได้เป็นครึ่งหนึ่งของแดง อยากทราบว่าดวงจะได้ส่วนแบ่งเท่าใด

1) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

.....

2) แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) สรุปคำตอบ

.....

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก จ

- ผลการทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวน (F-test) และค่ามัชฌิมเลขคณิต (t-test) ของคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของกลุ่มตัวอย่างประชากรก่อนการทดลอง

- ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในแต่ละห้องก่อนการทดลอง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผลการทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวน (F-test) และค่ามัชฌิมเลขคณิต (t-test) ของคะแนนคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของกลุ่มตัวอย่างประชากรก่อนการทดลอง

ตารางที่ 14 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)

ห้อง	n	$\bar{x}$	s	F	t
ม.1/1	45	19.00	4.53	0.110	1.304
ม.1/2	41	17.78	4.10		

$^{*}p < .05$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 15 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในแต่ละห้องก่อนการทดลอง

ห้อง	จำนวนนักเรียน (คน)	$\bar{x}$	s
ม. 1/1	45	19.00	4.53
ม. 1/2	41	17.78	4.10
ม. 1/3	44	13.45	5.65
ม. 1/4	43	9.94	3.11
ม. 1/5	40	8.05	4.37
ม. 1/6	42	13.43	2.75
ม. 1/7	38	13.82	3.27
ม. 1/8	39	12.69	3.19
ม. 1/9	37	9.24	3.93

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวนุตริยา จิตตารมย์ เกิดเมื่อวันที่ 26 พฤศจิกายน 2523 ที่อำเภอบ้านนาสาร จังหวัดสุราษฎร์ธานี สำเร็จการศึกษาวิทยาศาสตรบัณฑิต (ศึกษาศาสตร์) เกียรตินิยมอันดับ 2 วิชาเอกคณิตศาสตร์ วิชาโทสถิติ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ทุนโครงการเร่งรัดการผลิตและพัฒนาบัณฑิตระดับปริญญาตรี สาขาคณิตศาสตร์ของประเทศ (รพค.) เมื่อปีการศึกษา 2545 และเข้าศึกษาต่อระดับปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2547 ปัจจุบันรับราชการครูดำรงตำแหน่ง ครู คศ. 1 โรงเรียนบ้านนาสาร อำเภอบ้านนาสาร จังหวัดสุราษฎร์ธานี

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย