ผลของการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิต และความต่อเนื่องของนักเรียนมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 จังหวัดกำปงธม

นายจำเริญ ผัด

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2560

EFFECTS OF USING REPAIR THEORY IN REMEDIAL TEACHING ON MATHEMATICAL KNOWLEDGE OF LIMIT AND CONTINUITY OF TWELFTH GRADE STUDENTS IN KOMPONG THOM PROVINCE

Mr. Chamraen Phath

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum and Instruction
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2017

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 จังหวัดกำปงธม
โดย	นายจำเริญ ผัด
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

....คณบดีคณะครุศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. ศิริเดช สุชีวะ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

....ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ)

....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง)

....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์)

จำเริญ ผัด : ผลของการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 จังหวัดกำปงธม (EFFECTS OF USING REPAIR THEORY IN REMEDIAL TEACHING ON MATHEMATICAL KNOWLEDGE OF LIMIT AND CONTINUITY OF TWELFTH GRADE STUDENTS IN KOMPONG THOM PROVINCE) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: รศ. ดร.อัมพร ม้าคนอง, หน้า.

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์คือ 1) เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดของนักเรียนเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง 2) เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนก่อนและหลังทดลองด้วยการสอน โดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม 3) เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนหลังทดลองเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 และ 4) เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดของนักเรียน เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องหลังทดลอง กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สถาบันเทคโนโลยีกำปงเฌอเตียล จำนวน 20 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แผนการสอน โดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม แบบทดสอบวินิจฉัย และวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง วิเคราะห์ข้อมูลโดย ค่ามัชฌิมเลขคณิต ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และ การทดสอบค่าที (t-test)

ผลการวิจัยพบว่า 1) ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากที่สุดคือ นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัด และข้อผิดพลาดมากที่สุดคือ ข้อผิดข้อผิดพลาดด้านการบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยามโดยให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริง 2) ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนหลังเรียน มีคะแนนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 4) หลังเรียน พบว่านักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดในทิศทางที่ดีขึ้น โดยพบว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดลดลงคิดเป็นร้อยละ 79.5

ภาควิชา	หลักสูตรและการสอน	ลายมือชื่อนิสิต	....
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์	ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก	....
ปีการศึกษา	2560		

5883443127 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEYWORDS: REPAIR THEORY / REPAIR THEORY IN REMEDIAL TEACHING / MATHEMATICAL KNOWLEDGE / REMEDIAL TEACHING IN MATHEMATICS / DIAGNOSTIC TEST / MISCONCEPTIONS / MISTAKES

CHAMRAEN PHATH: EFFECTS OF USING REPAIR THEORY IN REMEDIAL TEACHING ON MATHEMATICAL KNOWLEDGE OF LIMIT AND CONTINUITY OF TWELFTH GRADE STUDENTS IN KOMPONG THOM PROVINCE. ADVISOR: ASSOC. PROF. AUMPORN MAKANONG, Ph.D., pp.

The purposes of this research were 1) to study students' misconceptions and mistakes in terms of the limit and continuity; 2) to compare mathematical knowledge on limit and continuity of the students before and after the teaching; 3) to compare the mathematical knowledge of the students after the teaching to criteria of 60 percent; and 4) to study changes of misconceptions and mistakes of students on the limitation and continuity after the teaching. The research participants were 20 students of 12 grade students from Kampong Chheuteal Institute of Technology. The research instruments were the lesson plans, Diagnostic Tests and Measurement of mathematical knowledge of limits and continuity. The data were analyzed by using mean, standard deviation and t-test.

The results of this research are as follows: 1) students have the most misconceptions about limited conceptions, and the most common mistakes are the distorted theorem or definitions; 2) mathematical knowledge after the teaching is higher than that of before teaching at a .05 level of significance; 3) mathematical knowledge of the students after the teaching is higher than 60% at a .05 level of significance; and 4) after students have been taught by Repair Theory in Remedial Teaching of limitation and continuity, misconceptions and mistakes of students were decreased 79.5 percent of those before the teaching.

Department:	Curriculum and Instruction	Student's Signature	....
		Advisor's Signature	....
Field of Study:	Mathematics Education		
Academic Year:	2017		

กิตติกรรมประกาศ

ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณโครงการนักเรียนทุนพระราชทานของสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯสยามบรมราชกุมารี ที่ให้โอกาสข้าพเจ้าได้รับทุนมาเรียนที่ประเทศไทย ทั้งในระดับปริญญาตรี และระดับปริญญาโทที่จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ซึ่งเป็นโอกาสที่ข้าพเจ้าจะจดจำไม่มีวันลืมพระมหากรุณาธิคุณที่ยิ่งใหญ่นี้ จากคนที่เคยใฝ่ฝันแค่อยากเรียนจบระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย แล้วสอบบรรจุเป็นครูสอนเด็กระดับประถมคนหนึ่งเพื่อหาเงินเลี้ยงดูคนในครอบครัว แต่ตอนนี้ข้าพเจ้าได้ข้ามความฝันนั้นมา แล้วกำลังจะไปสู่ความใฝ่ฝันใหม่ที่ดีกว่าเดิมคือได้บรรจุเป็นครูสอนระดับอุดมศึกษา ทั้งนี้เป็นเพราะโครงการทุนพระราชทานของสมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯสยามบรมราชกุมารี ที่ให้โอกาสข้าพเจ้าได้เดินทางมาถึงวันนี้

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่เคารพ ผู้เสียสละเวลาและช่วยเหลือในการให้คำปรึกษา คำแนะนำและข้อคิดเห็นที่ เป็นประโยชน์อย่างสูง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องในการทำวิทยานิพนธ์ตั้งแต่เริ่มต้นจนสิ้นสุดในปัจจุบัน ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความเอาใจใส่ดูแล ของท่านอาจารย์เป็นอย่างยิ่ง

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ ประธานกรรมการสอบ วิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งคณาจารย์สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่าน ที่ได้ให้คำแนะนำ ให้กำลังใจและข้อเสนอแนะในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านเป็นอย่างสูงที่ได้เสียสละเวลาให้ความช่วยเหลือ และให้คำแนะนำในการปรับปรุงแก้ไขเครื่องมือ จนเป็นเครื่องมือที่พร้อมใช้ในการวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณะครู และขอขอบคุณนักเรียนของสถาบันเทคโนโลยีกำปงเฌอเตียล ที่ให้ความร่วมมือในการนำเครื่องมือไปใช้เก็บข้อมูล ตลอดจนให้ความช่วยเหลือ ร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี

ขอขอบคุณรุ่นพี่นิสิตบัณฑิตศึกษา เพื่อนๆสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่าน ที่ให้กำลังใจ ให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำในการทำวิทยานิพนธ์มาโดยตลอด

ท้ายที่สุดขอกราบขอบพระคุณ คุณแม่ คุณพ่อ ภรรยา และพี่น้องทุกคน เป็นอย่างสูงที่สนับสนุน อบรมสั่งสอนและให้กำลังใจตลอดการทำวิทยานิพนธ์ จนกระทั่งสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

สารบัญ

หน้า

หน้า

หน้า

หน้า

สารบัญตาราง

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ราชอาณาจักรกัมพูชาเป็นประเทศที่กำลังพัฒนา ซึ่งในการช่วยให้ประเทศมีความเจริญก้าวหน้าและพัฒนาได้นั้นต้องอาศัยทรัพยากรมนุษย์ที่มีประสิทธิภาพ ทั้งนี้ราชอาณาจักรกัมพูชายังขาดแคลนทรัพยากรมนุษย์ที่มีคุณภาพเป็นจำนวนมาก เนื่องจากราชอาณาจักรกัมพูชามีสงครามกลางเมือง (สมัยสงครามเขมรแดง) เป็นระยะเวลานานกว่า 3 ปี (ค.ศ. 1975-1979) ซึ่งเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้บุคคลที่มีความรู้ความสามารถเดินทางออกจากประเทศย้ายไปอยู่ประเทศอื่น และบางคนเสียชีวิตในสมัยนั้น

อีกประการหนึ่งรัฐบาลราชอาณาจักรกัมพูชามีความจำเป็นที่ต้องการเปลี่ยนแปลงประเทศจากประเทศที่มีรายได้โดยเฉลี่ยต่ำ เป็นประเทศที่มีรายได้โดยเฉลี่ยสูงในปี ค.ศ. 2030 และเป็นประเทศพัฒนาในปี ค.ศ. 2050 การเพิ่มการแข่งขันทางเศรษฐกิจในปัจจุบันและอนาคตของประเทศกัมพูชา เพื่อให้วัตถุประสงค์ดังกล่าวประสบผลสัมฤทธิ์ คือ ต้องอาศัยความสามารถของประชาชนในการเรียนรู้ เพื่อหาความรู้ที่เหมาะสมและวิชาชีพที่เกี่ยวข้อง ซึ่งแสดงให้เห็นถึงมรดกวัฒนธรรมและศีลธรรมของประเทศชาติ โดยที่กระทรวงศึกษาธิการ เยาวชนและกีฬา เป็นหน่วยงานสำคัญในการพัฒนาประเทศชาติ มุ่งให้เด็ก เยาวชน และคนทุกคนต้องได้รับการเรียนรู้ตลอดชีวิต ที่กล่าวในแผนยุทธศาสตร์กระทรวงศึกษาธิการ เยาวชน และกีฬา ปีค.ศ. 2014-2018 (2014)

การสร้างทรัพยากรมนุษย์ที่มีประสิทธิภาพนั้นเป็นหน้าที่หลักของกระทรวงศึกษาธิการ เยาวชนและกีฬา ซึ่งในหลักสูตรคณิตศาสตร์แกนกลางขั้นพื้นฐานได้กล่าวว่า การศึกษาเรียนรู้ของราชอาณาจักรกัมพูชามีจุดประสงค์เพื่อสร้างมนุษย์ที่สมบูรณ์แบบทุกด้านไปพร้อมกัน ทั้งด้านความรู้ สติปัญญา พฤติกรรม และสุขภาพร่างกาย ในหลักสูตรการศึกษาของราชอาณาจักรกัมพูชาได้ให้ความสำคัญในการจัดการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ที่มีประสิทธิภาพ โดยเฉพาะการจัดการเรียนการสอนวิชาอักษรศาสตร์เขมร และวิชาคณิตศาสตร์ต้องให้ความสำคัญในการจัดการเรียนการสอนในด้านทักษะการอ่านและคำนวณมากที่สุด โดยกำหนดให้มีชั่วโมงสอนมากกว่าวิชาอื่นๆ (Ministry of Education Youth and Sport, 2006)

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญมากต่อการช่วยพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ที่มีประสิทธิภาพ และมีบทบาทสำคัญในการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน ทั้งนี้มีนักการศึกษาหลายคนได้กล่าวถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ว่า คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์ และการพัฒนาการศึกษาให้กับคนในสังคม จึงมีความจำเป็นต่อการพัฒนาความ

เจริญก้าวหน้าในทุกยุคทุกสมัยอย่างต่อเนื่อง และปัจจุบันคณิตศาสตร์ยิ่งมีความสำคัญมากขึ้นในมุมมองของการเป็นศาสตร์แห่งการพัฒนาความคิด ความเป็นเหตุเป็นผล และการมีส่วนร่วมในการพัฒนาทักษะชีวิต และเป็นวิชาที่มีโครงสร้าง มีระบบ แบบแผนที่ชัดเจน เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับการคิดและการใช้สติปัญญาของมนุษย์ เป็นวิชาที่ใช้สัญลักษณ์ในการสื่อความหมาย การคำนวณ การให้เหตุผล การแก้ปัญหา และนำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่ รวมทั้งเป็นวิชาที่ช่วยในการคาดการณ์หรือทำนายสิ่งที่จะเกิดขึ้น ลักษณะดังที่กล่าวข้างต้นทำให้คณิตศาสตร์ถูกใช้เป็นเครื่องมือในการพัฒนาความเจริญ และการสื่อความหมายระหว่างมนุษย์ในชีวิตประจำวัน และกล่าวถึงลักษณะธรรมชาติของคณิตศาสตร์เป็น 3 กลุ่ม คือ คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง มีระบบ มีแบบแผนที่ชัดเจน คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับการคิดและการใช้สติปัญญาของมนุษย์ คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ใช้สัญลักษณ์แทนความคิด และวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โลกในปัจจุบันเจริญขึ้นเพราะการคิดค้นทางวิทยาศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาให้แต่ละบุคคลเป็นคนที่สมบูรณ์ เป็นพลเมืองดี เพราะคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน มีความสามารถในการตัดสินใจ มีความรับผิดชอบต่อกิจการงานที่ได้รับมอบหมาย ตลอดจนมีลักษณะของความเป็นผู้นำในสังคม (Mattuvarkuzhali, 2012; สิริพร ทิพย์คง, 2545; อัมพร ม้าคนอง, 2557)

จากการศึกษาพบว่า ครูและนักเรียนในราชอาณาจักรกัมพูชาต่างก็ให้ความสำคัญต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก ดังที่เห็นจากหลักสูตรคณิตศาสตร์แกนกลางขั้นพื้นฐานของ กระทรวงศึกษาธิการ เยาวชนและกีฬา ได้กำหนดให้มีชั่วโมงของการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 6 คาบต่อสัปดาห์ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 และจำนวน 5 คาบต่อสัปดาห์สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 และปีที่ 6 และยังเป็นวิชาที่ช่วยส่งเสริมความคิดเพื่อให้นักเรียนมีการพัฒนาด้านการคิดวิเคราะห์ และเป็นวิชาที่มีคะแนนสอบจบการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย สูงกว่าวิชาอื่นๆ เนื่องจากราชอาณาจักรกัมพูชาใช้ระบบการประเมินผลแบบอิงเกณฑ์ นักเรียนคนใดที่มีคะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ที่กระทรวงศึกษาธิการ เยาวชน และกีฬากำหนดไว้ถือว่าผ่าน ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ที่ผ่านการสอบวิชาคณิตศาสตร์แล้วมักจะผ่านการสอบจบการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย นอกจากนี้หลังจากที่นักเรียนสอบผ่านชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 แล้วยังจำเป็นต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการสอบเข้ามหาวิทยาลัย สอบชิงทุนการศึกษา และสอบบรรจุครูระดับประถมศึกษา และมัธยมศึกษาตอนต้น ทั้งนี้รัฐมนตรีกระทรวงศึกษาธิการ เยาวชนและกีฬาได้ออกประกาศเมื่อวันที่ 12 ก.พ. ปี ค.ศ. 2016 ให้ทุกโรงเรียนช่วยจัดการเรียนการสอนเสริมในรายวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ให้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่จะมีการสอบจบการศึกษาระดับ

มัธยมศึกษาตอนปลาย ในเดือนสิงหาคมของทุกปี เพื่อเป็นการเตรียมความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการสอบ (Moeys Cambodia, 2015)

ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของราชอาณาจักกัมพูชามีหลายเรื่องที่ต้องให้ครูคณิตศาสตร์ทุกโรงเรียนมีการจัดการเรียนการสอน เช่น จำนวนเชิงซ้อน ลิมิตและความต่อเนื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน การศึกษาความแปรปรวนและการเขียนกราฟของฟังก์ชัน อินทิเกรต สมการเชิงเส้น ความน่าจะเป็น เวกเตอร์สามมิติ พาราโบลา วงรี ไฮเปอร์โบลา และสถิติ แต่ครูและนักเรียนได้ให้ความสำคัญในเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องเป็นพิเศษ เนื่องจากเป็นเรื่องที่เป็นความรู้พื้นฐานหลักของเรื่องการศึกษาเกี่ยวกับความรู้เรื่องแคลคูลัส Ministry of Education Youth and S port (2011) และ ดำรงค์ ทิพย์โยธา และคณะ (2558) ได้กล่าวว่า ลิมิตและความต่อเนื่องเป็นเรื่องที่แทรกอยู่ในหลายเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์ เช่น เรื่องอนุพันธ์ การสร้างกราฟ และ อินทิเกรตของฟังก์ชัน และเป็นเครื่องมือสำคัญของการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา นอกจากนี้ลิมิตและความต่อเนื่องยังมีบทบาทที่สำคัญในการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของปัญหาและนำไปสู่การสร้างสมการทางคณิตศาสตร์ของปัญหานั้นๆ ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องมีความสำคัญสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ถึงแม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่มีความสำคัญและมีความจำเป็นอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้ และการในการพัฒนาประเทศชาติ แต่ยังพบว่าสภาพการจัดการเรียนการสอนปัจจุบันยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร พิจารณาได้จากผลการสอบจบการศึกษาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดกำปงธม พบว่าร้อยละของนักเรียนที่สอบคณิตศาสตร์ผ่านน้อยมาก คิดเป็นร้อยละ 21.57 ของจำนวนผู้เข้าสอบทั้งหมด (สำนักงานศึกษาธิการจังหวัดกำปงธม)

โดยเฉพาะอย่างยิ่ง นักเรียนมีคะแนนในเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องน้อยมาก กล่าวได้ว่านักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ซึ่งสอดคล้องกับที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวว่า ความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ของลิมิตและความต่อเนื่องเป็นศูนย์กลางในการทำความเข้าใจของวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนจำนวนมากมักมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และมีความยากลำบากในการทำความเข้าใจเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (อ้างใน Leinhardt, Zaslavsky, and Stein (1990) และ Dubinsky and Harel (1992))

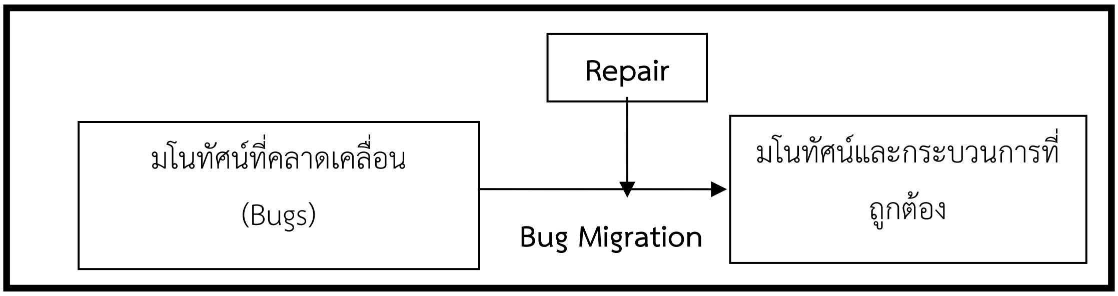
จากผลการสอบของนักเรียนในเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องแสดงให้เห็นว่านักเรียนยังมีข้อบกพร่องด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างมาก ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากสาเหตุหลายประการ อาทิ การได้รับความรู้มาจากครูที่ไม่เข้าใจในมโนทัศน์ที่สอน หรือเกิดจากการที่นักเรียนศึกษาจากตำราเรียนที่ให้ความรู้ที่ไม่ชัดเจน เกิดการเรียนรู้ แล้วนักเรียนสร้างภาพมโนทัศน์ขึ้นเองให้สอดคล้องกับตำราที่อ่าน การไม่ตั้งใจทำข้อสอบ นักเรียนบางคนสร้างภาษา หรือคำศัพท์เฉพาะซึ่งอาจคลาดเคลื่อน

จากเนื้อหาความรู้ เพื่อความสะดวกต่อการจดจำลักษณะที่สำคัญเพื่อนำไปประยุกต์ใช้ นอกจากนี้อาจเป็นเพราะระดับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนยังไม่เพียงพอต่อการรับรู้มโนทัศน์ของฟังก์ชันที่ยากเกินความสามารถ (Kiokaew, 1989; Simpson and Marek, 1988; เกษสุดา บูรณพันศักดิ์, 2545) นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงประเภทความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Knowledge) ไว้โดยสรุปเป็น 2 ประเภทดังนี้ ประเภทแรกเป็นความรู้ที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Conceptual knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับแนวคิดสำคัญสาระ และโครงสร้างของเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งครอบคลุมความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Concept) ทฤษฎี (Theory) กฎหรือหลัก (Principle) ทางคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับเหตุผลหรือที่มาของขั้นตอน/วิธีการ (Algorithm) ทางคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์และการเชื่อมโยงของแนวคิดต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ และประเภทที่สองเป็นความรู้เกี่ยวกับวิธีการ/ขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ (Procedural knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับกระบวนการหรือขั้นตอนการทำงานทางคณิตศาสตร์ซึ่งครอบคลุมความรู้เกี่ยวกับวิธีการระบุปัญหา ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการทำโจทย์ตามกฎและเงื่อนไขของกฎ และความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อได้คำตอบที่ถูกต้อง (Hiebert and Lefevre, 1986; Rittle-Johnson and Alibali, 1999; อัมพร ม้าคนอง, 2547)

ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้งาน ในการเรียนคณิตศาสตร์ผู้เรียนต้องมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียง สามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อซึ่งสอดคล้องกับ สุนิดตา เรืองสิริเศรษฐ์ (2552) ที่ได้กล่าวว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียน โดยคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความเป็นนามธรรม และสิ่งที่นักเรียนจะได้เรียนรู้ในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เด่นชัด คือ ข้อเท็จจริง กฎมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยจะต้องใช้สิ่งต่างๆ เหล่านี้เป็นพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อ และสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน และมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทำได้โดยการพัฒนา ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการให้กับนักเรียน โดยแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ คือ การให้นักเรียนได้เกิดการสร้างและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับเนื้อหาที่จะเรียน จากนั้นให้นักเรียนจัดกลุ่มที่เหมือนและแตกต่างของความรู้ที่เรียน และนำไปสู่การสรุปเป็นมโนทัศน์ใหม่ที่เรียน ส่วนแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอน หรือกระบวนการ คือ ต้องทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมโยงระหว่างสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์กับสิ่งที่นักเรียนพบเจอในชีวิตประจำวัน และให้นักเรียนเข้าใจความหมายของกฎ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เพื่อการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่อไป (Usiskin, 1998; จิตรวรรณ เอกพันธ์, 2558)

ถึงแม้ว่าที่ผ่านมามีโรงเรียนบางแห่งได้มีการจัดการเรียนการสอนเสริมวิชาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย แต่ยังไม่ประสบความสำเร็จดังข้อมูลผลสอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดกำปงธมประจำปีการศึกษา 2014-2015 พบว่า มีนักเรียนเข้าสอบทั้งหมดจำนวน 3,421 คน แต่นักเรียนที่สอบผ่านมีจำนวน 738 คน คิดเป็นร้อย 21.57 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด (สำนักงานศึกษาธิการ เยาวชน และกีฬา จังหวัดกำปงธม, 2016) ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการจัดการเรียนการสอนเสริมของครูในโรงเรียนนั้นเป็นการจัดการเรียนการสอนเสริม โดยเน้นที่การแก้โจทย์ข้อสอบไม่ได้วิเคราะห์หาลักษณะของข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละคนเพื่อจำแนกนักเรียนตามข้อบกพร่องในการสอนแก้ไขให้ตรงจุด

ปัญหาเหล่านี้อาจมีผลสืบเนื่องมาจากหลายสาเหตุ ซึ่งสาเหตุที่สำคัญประการหนึ่งคือ การจัดการเรียนการสอนของครู ถึงแม้ว่ากระทรวงศึกษาธิการประกาศให้ทุกโรงเรียนช่วยสอนเสริมวิชาคณิตศาสตร์ แต่ผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ยังไม่น่าพึงพอใจ การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาและแก้ไขข้อบกพร่องด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมุ่งเน้นปรับปรุงความสามารถนักเรียนเป็นรายบุคคลสามารถทำได้หลายวิธี แต่วิธีหนึ่งที่มีนักวิจัยหลายท่านได้ใช้ในการจัดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง คือ การใช้ทฤษฎีการซ่อมแซม (Repair Theory) ที่พัฒนาโดย Brown and Vanlenh แห่งมหาวิทยาลัยพิตต์สเบิร์ก (University of Pittsburg) ประเทศสหรัฐอเมริกาซึ่งเสนอว่าในการเรียนรู้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น นักเรียนเริ่มสร้างความรู้เกี่ยวกับเรื่องนั้น ๆ ขึ้นมาอาจจะเป็นความรู้ที่ถูกต้อง หรือความรู้ที่ผิดก็ได้ เรียกความรู้ที่ผิดนั้นว่า Bugs ซึ่งการที่เราทราบว่าเกิด Bugs ขึ้นก็เมื่อนักเรียนพบปัญหาใหม่ที่ซับซ้อนขึ้น แล้วไม่สามารถนำความรู้ที่มีอยู่เดิม หรือความรู้ที่ตนสร้างขึ้นไปแก้ปัญหานั้นได้ ทำให้จำเป็นต้องสร้างความรู้ใหม่ที่ถูกต้องให้เกิดขึ้น ซึ่งสามารถทำได้โดยผ่านตัวอย่างที่ยากมากยิ่งขึ้นกว่าเดิมและพิจารณาว่าจะต้องทำอย่างไรจึงจะแก้ปัญหานั้นๆ ได้ เรียกการกระทำเพื่อเปลี่ยนแปลงความรู้นี้ว่าการซ่อมแซม และจะเรียกกระบวนการที่มโนทัศน์ของนักเรียนที่เปลี่ยนจากความรู้ที่ผิดไปเป็นที่ถูกต้องว่า Bug Migration อธิบายได้ดังนี้



กระบวนการเปลี่ยนแปลงความรู้ตามทฤษฎีการซ่อมแซม (Brown & VanLehn, 1980)

หากจะกล่าวถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Concept) ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาหรือใช้งานสำหรับนักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี มักสามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ดีด้วย แต่จากการที่นักเรียนอาจได้รับจากการสอนเนื้อหาที่ไม่เพียงพอ การคิดอย่างไม่เป็นระบบ หรือความจำที่บกพร่อง จะก่อให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งเป็นปัญหาหนึ่งที่นำไปสู่ความยากลาบากในการเรียนคณิตศาสตร์ตั้งแต่แนวคิดในระดับประถมไปจนถึงการเรียนแคลคูลัส ซึ่งตรงกับที่ Brown (1992) ได้กล่าวไว้ว่า “มโนทัศน์พื้นฐานที่คลาดเคลื่อนจะก่อให้เกิดปัญหาในการเรียนรู้มโนทัศน์ที่สูงขึ้นไป ซึ่งหากผู้เรียนมีมโนทัศน์เดิมคลาดเคลื่อน ย่อมส่งผลกระทบต่อการแก้ปัญหา การแสดงวิธีทำและการเรียนรู้เนื้อหาที่สูงขึ้นอีกต่อไป” ส่วนในด้านของครูนั้นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนก็เป็นสาเหตุใหญ่ที่ทำให้การสอนของครูไม่เห็นผล ดังนั้นจึงเป็นสิ่งสำคัญมากที่จะตระหนักถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนและสอนนักเรียนใหม่เพื่อแก้ไขความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ถูกต้อง นอกจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแล้วยังมีอีกหนึ่งสิ่งที่มักเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งมีความใกล้เคียงกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน แต่หากพิจารณาความจริงแล้วนั้นจะเห็นได้ชัดว่ามีความหมายที่แตกต่างกันนั่น คือ “ข้อผิดพลาด” หรือคำในภาษาอังกฤษ เรียกว่า “Mistakes” ถึงแม้ว่าข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะมีความเกี่ยวข้องกัน แต่ทั้งคู่นั้นแตกต่างกัน Luneta and Makonye (2010) ได้อธิบายไว้ว่า ข้อผิดพลาดในคณิตศาสตร์อาจเกิดจากสาเหตุที่หลากหลาย ไม่ว่าจะเกิดจากความสะเพร่า ขาดสมาธิในการทำงาน ซึ่งข้อผิดพลาดไม่ได้เกิดขึ้นเป็นประจำ โดยคำตอบอาจเป็นคำตอบที่ผิด แต่นักเรียนสามารถแก้ไขหรือทำให้ถูกต้องด้วยตนเองได้อย่างง่ายได้ ส่วนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกิดจากความผิดพลาดในระบบความคิด ข้อผิดพลาดได้รับการยกย่องว่าเป็นโอกาสที่จะสะท้อนให้เห็นและเรียนรู้แทนที่จะเตือนผู้เรียน

การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนมีความจำเป็นที่ครูทุกคนควรรับรู้เพื่อทำการแก้ไขตามที่ Radatz (1979) กล่าวว่า ครูควรทราบข้อบกพร่องของนักเรียน ในเรื่องความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มักจะเป็นเรื่องยากมากที่จะทราบถึงสาเหตุของข้อบกพร่องที่กำหนด เช่น การทำงานร่วมกันอย่างใกล้ชิดในกลุ่มสาเหตุปัญหาเดียวกันแต่อาจจะก่อให้เกิดข้อบกพร่องจากแหล่งที่แตกต่างกันและข้อบกพร่องเดียวกันสามารถเกิดขึ้นจากกระบวนการในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน การจัดหมวดหมู่ที่ชัดเจนและมีลำดับชั้นของการเกิดข้อบกพร่องที่ดูเหมือนว่าเป็นไปไม่ได้ที่จะบรรลุ แม้จะมีปัญหาเหล่านี้ การวิเคราะห์ข้อผิดพลาดในการวินิจฉัยปรากฏขึ้นเพื่อให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และความช่วยเหลือในทางปฏิบัติสำหรับครูที่เกี่ยวกับการเรียนการสอน Loc and Hoc (2014) กล่าวอีกอย่างหนึ่งว่า ในกระบวนการของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยทั่วไปและการคำนวณเฉพาะของนักเรียนมักจะ

พบข้อบกพร่องซึ่งข้อบกพร่องเหล่านี้จะอยู่ในหลายประเภท ดังนั้นครูควรมีทัศนคติที่ดีต่อข้อผิดพลาดของนักเรียนและพิจารณาข้อผิดพลาดของนักเรียน เพื่อเป็นข้อเสนอแนะในการปรับวิธีการสอน นอกจากแสวงหาวิธีการป้องกันไม่ให้เกิดข้อผิดพลาดและเอาข้อบกพร่องเหล่านี้เป็นมาตรการในการสอน เพื่อนำไปสู่การปรับปรุงคุณภาพของการศึกษาคณิตศาสตร์ในโรงเรียน และ Brown and Skow (2016) ได้กล่าวว่าการวิเคราะห์ข้อผิดพลาดสามารถช่วยครู ระบุขั้นตอนที่นักเรียนจะสามารถดำเนินการได้อย่างถูกต้อง กำหนดประเภทของข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นของนักเรียน ตรวจสอบว่าข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น คือ การดำเนินการทำโจทย์ผิดพลาดเพียงบางครั้งบางคราวหรือเป็นข้อผิดพลาดถาวรที่แสดงถึงความเข้าใจผิดที่สำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หรือขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ และเลือกวิธีการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ เพื่อแก้ไขความเข้าใจผิดของนักเรียนและการสอนที่ถูกต้อง แนวคิด กลยุทธ์ หรือขั้นตอนการวิเคราะห์ข้อผิดพลาดประกอบด้วย 1) เก็บรวบรวมข้อมูล 2) ระบุรูปแบบข้อผิดพลาด 3) ตรวจสอบเหตุผลสำหรับข้อผิดพลาด และ 4) ใช้ข้อมูลเพื่อแก้ไขรูปแบบของข้อผิดพลาด

ทฤษฎีการซ่อมแซม (Repair Theory) ที่พัฒนาจาก Brown and VanLehn (1980) เป็นทฤษฎีที่กล่าวว่ามนุษย์เรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างไร โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้นประกอบด้วย ทฤษฎีนี้อธิบายเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ของผู้เรียนแต่ละคนว่า มโนทัศน์ของแต่ละคนเกิดจากกระบวนการคิดที่แตกต่างกัน ซึ่งส่งผลให้มโนทัศน์ที่สร้างขึ้นนี้มีทั้งมโนทัศน์ที่ถูกต้องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน แต่ความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์ที่สร้างมานั้นมีลักษณะเป็นระบบเรียกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างเป็นระบบนี้ว่า Bugs โดยการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพียงหนึ่งเรื่องอาจเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน Bugs ได้หลายรูปแบบ จะเห็นได้ว่าตามทฤษฎีการซ่อมแซมนั้น Bugs จะเข้ามาเกี่ยวข้องใน 2 ส่วนด้วยกัน คือ ในส่วนแรกที่ผู้เรียนสร้างมโนทัศน์ขึ้นมาเองในขั้นแรก โดยมโนทัศน์นั้นสามารถนำมาแก้โจทย์ในระดับง่ายได้ แต่เมื่อได้รับโจทย์ที่ยากขึ้นแล้ว จะไม่สามารถนำมโนทัศน์ที่มีอยู่เดิมมาใช้แก้โจทย์นั้นให้ได้รับคำตอบที่ถูกต้องได้ เนื่องจากมโนทัศน์ที่มีอยู่เดิมเป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หรือ Bugs นั่นเอง และในส่วนที่ 2 คือ เมื่อผู้เรียนเกิดความพยายามที่จะปรับเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาหรือปรับมโนทัศน์ที่ตนเองมีอยู่ให้สามารถแก้ปัญหาใหม่ที่ได้รับให้ได้คำตอบ โดยเรียกกระบวนการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์นี้ว่าการซ่อมแซม หรือ Repair และเมื่อผู้เรียนสามารถเปลี่ยนจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมาเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้องนั้น จะเรียกกระบวนการนี้ว่า Bug Migration

การจัดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีนักวิจัยหลายคนได้ศึกษาวิธีการแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนที่ช่วยให้การจัดการเรียนการการสอนนั้นประสบผลสำเร็จหลายรูปแบบ เช่น การสอนซ่อมเสริมโดยใช้แบบฝึกทักษะ สอนเสริมโดยใช้สื่อการเรียนรู้แบบ

อิเล็กทรอนิกส์ของ ชญานิน คมพจน์ (2552) ได้ทำการสอนซ่อมเสริมโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ ศศิวรรณ เมลืองนนท์ (2549) ได้ศึกษาวิจัยเรื่องผลของการสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีซ่อมแซมโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

จากความจำเป็นในการแก้ไขข้อบกพร่องของความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง รวมไปถึงความสำคัญของการที่ต้องการให้ผู้เรียนมีผลต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นและในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่นๆ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะทำวิจัยเรื่อง ผลของการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 ในสถาบันเทคโนโลยีกำปงเฌอเตียล จังหวัดกำปงธม โดยเป็นการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมนอกเวลาเรียนปกติในสถาบันเทคโนโลยีกำปงเฌอเตียล และเพื่อเป็นแนวทางในการช่วยให้นักเรียนมีผลการสอบคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ที่กระทรวงศึกษาธิการเยาวชนและกีฬากำหนดในการสอบจบการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

คำถามการวิจัย

การใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมสามารถพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ได้หรือไม่อย่างไร

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง

2. เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม

3. เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60

4. เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องหลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม

สมมติฐานการวิจัย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซม การสอนซ่อมเสริมและการสอนที่มีผลต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงศึกษากลยุทธ์หรือวิธีการสอนที่มีลักษณะใกล้เคียงกันที่สามารถพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ชญานิน คมพจน์ (2552) ได้ศึกษาผลของการสอนซ่อมเสริมโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดสุราษฎร์ธานี ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนซ่อมเสริม โดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนซ่อมเสริมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

2. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนซ่อมเสริม โดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนซ่อมเสริมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ หลังจากนักเรียนผ่านการเรียนซ่อมเสริม พบว่า จำนวนนักเรียนที่แก้ไขข้อบกพร่องในการคำนวณได้ทุกข้อคิดเป็นร้อยละ 45 ของนักเรียนทั้งหมด ข้อบกพร่องที่พบมากที่สุด คือ ข้อบกพร่องในการลำดับเครื่องหมาย

Sleeman, Kelly, Martinak, Ward, and Moore (1989) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวินิจฉัยและการสอนซ่อมเสริมกับนักเรียนมัธยมศึกษาที่เรียนพีชคณิต โดยสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีการซ่อมแซมโดย Sleeman และเพื่อนได้วินิจฉัยและสอนซ่อมเสริม กับนักเรียนมัธยม Scottish School ในช่วงอายุ 13 ปี 6 เดือน ถึง 14 ปี 8 เดือน ผลการวิจัยพบว่า หลังจากการสอนซ่อมเสริมแล้วข้อบกพร่องลดลง 80% และทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

Virvou and Tsiriga (2000) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พวกเขาได้พัฒนาขึ้นมามีชื่อว่า “Easy Math” เพื่อสอนซ่อมเสริมกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนในชั้นเรียนปกติเรียบร้อยแล้วทดสอบหลังเรียนปกติมาเรียนซ่อมเสริมกับโปรแกรม “Easy Math” แล้วจึงทดสอบอีกครั้งหนึ่งโดยใช้แบบทดสอบคู่ขนานกับการสอบครั้งแรก ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนร้อยละ 46 มีคะแนนสอบสูงขึ้น และสูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้ผ่านการเรียนกับโปรแกรม “Easy Math”คอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นตามแนวทฤษฎีการซ่อมแซม

ศศิวรรณ เมลืองนนท์ (2549) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง ผลของการสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีซ่อมแซมโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาเอกชน กรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนราชนี กรุงเทพมหานคร

ในภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2549 จำนวน 2 ห้องเรียน คือ กลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 43 คน และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 44 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีซ่อมแซมโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์มีผลการทดสอบมโนทัศน์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50

2. นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีซ่อมแซมโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์มีมโนทัศน์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

3. นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีซ่อมแซมโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

ศิริรัตน์ ศิริวิโรจน์สกุล (2551) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ระหว่าง การสอนด้วยโครงงานและการสอนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน: งานวิจัยเชิงทดลองที่ใช้การวินิจฉัยข้อบกพร่องเป็นตัวแปรปรับ กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ โรงเรียนสาธิตจุฬาฯ ฝ่ายประถม จำนวน 45 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 15 คน แต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่อ่อนด้านมโนทัศน์ ด้านการคำนวณ และด้านการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า

1. การสอนซ่อมเสริมด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสามารถนำมาใช้กับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำได้ โดยนักเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้ง 3 ด้าน หลังการทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง

2. การสอนซ่อมเสริมแบบโครงงาน สามารถนำมาใช้กับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำได้ โดยโดยนักเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้ง 3 ด้าน หลังการทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง

3. นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำเมื่อได้รับการซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ด้วยวิธีปกติจะมีคะแนนด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน และการสอนแบบโครงงานอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

4. การสอนโดยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน และการสอนแบบโครงงานมีความเหมาะสมกับนักเรียนที่มี ผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ต่ำด้านต่างๆ ได้แก่ นักเรียนที่อ่อนด้านมโนทัศน์ ด้านการคำนวณ และด้านการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งการสอนทั้ง 2 วิธีควรมีครูคอยดูแลและให้คำปรึกษานักเรียนอย่างใกล้ชิด

จากผลการวิจัยข้างต้นจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

1. ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นปีที่ 6 หลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมแก้ไขข้อบกพร่องเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง สูงกว่าก่อนทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.1 ความรู้เชิงมโนทัศน์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นปีที่ 6 หลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง สูงกว่าก่อนทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.2 ความรู้เชิงกระบวนการเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง สูงกว่าก่อนทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.1 ความรู้เชิงมโนทัศน์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.2 ความรู้เชิงกระบวนการเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากร ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ซึ่งเป็นนักเรียนในเขตพื้นที่การศึกษาของจังหวัดกำปงธม ประเทศกัมพูชา

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นส่วนหนึ่งของสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ปี ค.ศ. 2011 เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องพหุนาม (Polynomial Function) และฟังก์ชันตรรกยะ (Rational Function) จากหนังสือคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย เอกสารบทคัดย่อคณิตศาสตร์ที่กระทรวงจัดทำ หนังสือเรื่องแคลคูลัส ของ ดำรงค์ ทิพย์โยธา, ณัฏฐนาถ ไตรภพ และ ยุวรีย์ พันธ์กล้า (2558) หนังสือ Calculus 1 ของ Dawkins (2007) หนังสือ

โจทย์แบบฝึกหัดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง และโจทย์แบบฝึกหัดเรื่องของลิมิตและความต่อเนื่องที่ออกสอบระดับชาติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งมีเนื้อหาย่อยดังนี้

1. ลิมิตที่จุด $x = a$
2. ลิมิตเกี่ยวกับอนันต์
3. สมบัติของลิมิต
4. ลิมิตที่มีรูปแบบ $\frac{0}{0}$
5. ความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x = a$
6. สมบัติของความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
7. ความต่อเนื่องบนช่วงของฟังก์ชัน

ตัวแปรที่ศึกษา ได้แก่

ตัวแปรต้น คือ การใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม

ตัวแปรตาม คือ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่อง

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจของนักเรียนที่เกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2011 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งสามารถวัดได้จากแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยแบ่งความรู้ทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ลักษณะตาม อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้แก่

1. ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) เป็นความรู้ ความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เพื่อใช้อธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของลิมิตและความต่อเนื่อง

2. ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge) เป็นความรู้ ความสามารถในการใช้ กฎ สูตร นิยาม และทฤษฎี ในการดำเนินการแสดงขั้นตอนหรือกระบวนการต่างๆ เพื่อแก้โจทย์แบบฝึกหัดเรื่องโจทย์ของลิมิตและความต่อเนื่องเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

ทฤษฎีการซ่อมแซม (Repair Theory) เป็นทฤษฎีที่ใช้ในการวินิจฉัยและแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดจากการดำเนินการทำโจทย์แบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ของนักเรียน ทฤษฎีนี้อธิบายเกี่ยวกับกระบวนการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละคนว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของแต่ละคนเกิดจากกระบวนการคิดที่แตกต่างกัน ซึ่งส่งผลให้ความรู้ที่สร้างขึ้นนี้มีทั้งความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องและไม่ถูกต้อง แต่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สร้างมานั้นมีลักษณะเป็นระบบ เรียกความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นข้อบกพร่องอย่างเป็นระบบนี้ว่า Bugs

การใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม หมายถึง การจัดการเรียนการสอนเพิ่มเติมนอกเหนือจากการเรียนการสอนปกติโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมที่พัฒนาจาก Brown and VanLehn (1980) ซึ่งมีหลักการและแนวคิดเพื่อวินิจฉัยและแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดในเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียน ซึ่งลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเป็นระบบสามารถระบุประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดได้และครูใช้ตัวอย่างโจทย์ที่มีจำนวนมากพอในการจัดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นจนทำให้นักเรียนได้ข้อสรุปของมโนทัศน์และการดำเนินการที่ถูกต้อง และเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนที่ได้วินิจฉัย ไม่ให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ซึ่งการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมมี 3 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นตอนการวินิจฉัย (Diagnosis) เป็นขั้นที่ครูวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย (ฉบับที่ 1 ก่อนเรียน) ของแต่ละเนื้อหาย่อยของลิมิตและความต่อเนื่อง และจำแนกจำนวนนักเรียนเพื่อรับการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดตามเนื้อหาย่อยของลิมิตและความต่อเนื่อง

ขั้นที่ 2 ขั้นตอนการแก้ไขข้อบกพร่องที่ตรวจพบ (Repair) เป็นขั้นตอนการนำสิ่งที่วินิจฉัยได้ในขั้นที่ 1 มาเป็นฐานในการเรียนการสอนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด โดยทำการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเป็นกลุ่มย่อยของนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของเนื้อหาย่อยของลิมิตและความต่อเนื่องเดียวกัน ซึ่งนักเรียนแต่ละคนจะได้รับการแก้ไขเฉพาะที่ตนบกพร่องของเรื่องนั้น ในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดนี้ ผู้วิจัยมีหลักในการดำเนินการสอนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดดังนี้

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับลิมิตและความต่อเนื่อง โดยครูให้นักเรียนดูมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยของนักเรียน เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับมโนทัศน์และตัวอย่างที่ถูกต้อง

2. ครูทำการพูดคุยและใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงการคิดของตนจากคำตอบที่นักเรียนในการทำแบบทดสอบวินิจฉัยจนกระทั่งครูสรุปได้ว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดประเภทใด และสาเหตุใด แล้วครูค่อยๆ พูดคุย และอธิบายให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้องของลิมิตและความต่อเนื่อง เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและจดบันทึกไว้

3. ครูกับนักเรียนร่วมกันทำตัวอย่างแบบฝึกหัด โดยครูใช้คำถามประกอบการอธิบายเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ และอธิบายเพิ่มเติมกับนักเรียนที่ยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

ขั้นที่ 3 ขั้นตอนการตรวจสอบ (Investigation) เป็นขั้นตอนการตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียน โดยครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแล้วครูเดินดูนักเรียนเป็นรายบุคคลเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง แล้วครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยแบบฝึกหัด โดยให้นักเรียนแสดงวิธีทำหน้าห้อง หากพบว่านักเรียนยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ครูต้องดำเนินการแก้ไขใหม่ในขั้นตอนที่ 2

ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความคิดหรือความเข้าใจที่แตกต่างจากความเป็นจริง อย่างเป็นระบบซึ่งอาจเกิดจากการรับรู้จากประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้องหรือไม่สมบูรณ์ ไม่ชัดเจนของแต่ ละบุคคล ซึ่งผู้เรียนมักไม่รู้สึกว่าตนเองมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เนื่องจากคิดว่าตนเองเข้าใจถูกต้อง แล้ว ในการวิจัยครั้งนี้จำแนกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องตามแนวคิดของ Wylie and Ciofalo (2008) และ พรธิดา สุขกรม (2558) ซึ่งสามารถแบ่งประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็น 3 ประเภท ดังต่อไปนี้

1. ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (Defective Understanding about mathematics truths) เป็นความเข้าใจที่มีพื้นฐานมาจาก สัญชาติญาณเพียงอย่างเดียวหรือจากการให้เหตุผลที่ผิด

2. การตีความผิด (Mistranslations) จากประเด็นที่โจทย์ต้องการ เป็นการแปลความหมายหรือสื่อความหมายของข้อมูลไม่ถูกต้องตามความเป็นจริง

3. การมีมโนทัศน์ที่จำกัด (Limited conceptions) เป็นการมีมโนทัศน์เพียงบางส่วนซึ่งไม่เพียงพอต่อการนำไปใช้ได้อย่างถูกต้อง

ลักษณะของข้อผิดพลาด หมายถึง ความผิดพลาดที่ไม่เป็นระบบหรือการเบี่ยงเบนจากความถูกต้อง ซึ่งเกิดจากความพลาดพลั้งหรือขาดสมาธิในการทำงาน โดยเกิดจากความไม่ตั้งใจและไม่ได้เกิดขึ้นเป็นประจำ และสามารถเกิดขึ้นได้แม้จะมีความเข้าใจในพื้นฐานอยู่แล้ว ในการวิจัยครั้งนี้จำแนกข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องตามแนวคิดของ (Ashlock, 2010; Backman, 1978; Radatz, 1979) และ (พรธิดา สุขกรม, 2558) ซึ่งสามารถแบ่งประเภทของข้อผิดพลาดได้เป็น 3 ประเภท ดังต่อไปนี้

1. ข้อผิดพลาดทางด้านภาษาและสัญลักษณ์ (Errors in language and symbols) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการใช้ภาษา สัญลักษณ์หรือคำศัพท์ทาง คณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง รวมไปถึงการนำเสนอข้อมูลจากภาษาพูดไปสู่ประโยคสัญลักษณ์ คณิตศาสตร์ สมการ แผนภาพ ตารางหรือกราฟไม่ถูกต้อง

2. ข้อผิดพลาดในด้านการดำเนินการและคำนวณ (Errors in operation and Computation) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการคำนวณหรือการเลือกการดำเนินการที่ไม่สอดคล้องในการแก้ปัญหา

3. การบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยาม (Distorted theorem or definition) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการใช้หลักการ กฎ ทฤษฎีบท หรือนิยามที่เฉพาะเจาะจง ผิดไปจากความเป็นจริง

แบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบและวินิจฉัยหามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง โดยครอบคลุมองค์ประกอบย่อยหรือเนื้อหาย่อยๆ ตลอดจนมีความตรงเชิงเนื้อหามากกว่าแบบทดสอบประเภทอื่นเพื่อทำการจำแนกลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

นักเรียน หมายถึง นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของสถาบันเทคโนโลยีกำปงเฌอเตียล จังหวัดกำปงธม ที่มีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง

ลิมิตและความต่อเนื่อง หมายถึง เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่เกี่ยวข้องกับลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชันพหุนาม และฟังก์ชันตรรกยะ

ประโยชน์ที่ได้รับ

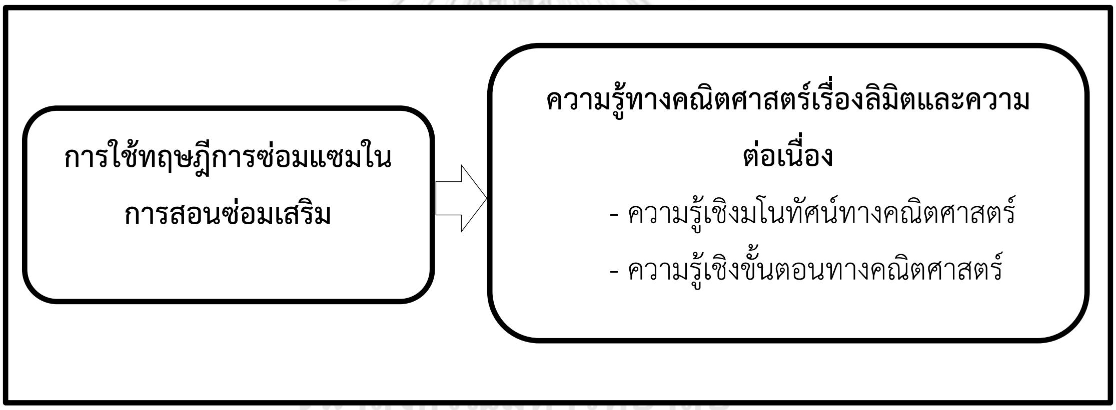
1. ได้แนวการสอนซ่อมเสริมโดยการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนในการทำแบบฝึกหัดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ซึ่งเป็นประโยชน์แก่ครู อาจารย์ หรือผู้ที่สนใจสามารถนำไปเป็นตัวอย่างที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้

เป็นแนวทางการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องตามความเหมาะสม

2. ได้สารสนเทศเกี่ยวกับการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียน ที่มีต่อความรู้มโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทำโจทย์คณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

3. ได้สารสนเทศสำหรับครูและนักเรียนใช้เป็นยุทธศาสตร์ในการจัดการเรียนการสอนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่มีประสิทธิภาพในการช่วยให้นักเรียนทำโจทย์แบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ของชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายได้

กรอบแนวคิดของการวิจัย



บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 จังหวัดกำปงธม ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำมาประกอบในการวิจัย และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

2.1 ทฤษฎีการซ่อมแซม

2.1.1 ความเป็นมาของทฤษฎีการซ่อมแซม

2.1.2 ความหมายและแนวคิดของทฤษฎีการซ่อมแซม

2.1.3 การใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม

2.2 การสอนซ่อมเสริม

2.2.1 ความหมายของการสอนซ่อมเสริม

2.2.2 หลักการสอนซ่อมเสริม

2.2.3 ประเภทของการสอนซ่อมเสริม

2.2.4 ประเภทของผู้เรียนที่ควรได้รับการสอนซ่อมเสริม

2.2.5 แนวทางในการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียน

2.2.6 การประเมินผลการสอนซ่อมเสริม

2.3 ความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.3.1 ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.3.2 ความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.3.3 ประเภทความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.3.4 แนวการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.3.5 การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.4 ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

2.4.1 ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

2.4.2 ลักษณะของข้อผิดพลาด

2.5 แบบทดสอบวินิจฉัย

2.5.1 ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย

2.5.2 ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย

2.5.3 เทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.6.1 งานวิจัยภายในประเทศที่เกี่ยวข้อง

2.6.2 งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้อง

2.1 ทฤษฎีการซ่อมแซม (Repair Theory)

2.1.1 ความเป็นมาของทฤษฎีการซ่อมแซม

ทฤษฎีการซ่อมแซม (Repair Theory) เป็นทฤษฎีที่พัฒนาขึ้นในปี 1980 โดยนักคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์ชาวอเมริกัน 2 ท่าน คือ Kurt VanLehn และ John Seely Brown ร่วมกันทำงานวิจัยเกี่ยวกับกลไกการคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในวิชาพีชคณิต เรื่อง การบวกและลบจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 2 หลักขึ้นไป พบว่าการคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์มีความคลาดเคลื่อนอย่างเป็นระบบ กล่าวคือ ถ้านักเรียนคนใดมีความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์เป็นอย่างไร ก็จะแสดงออกถึงลักษณะเช่นนั้นอย่างเป็นระบบ โดยสังเกตได้จากคำตอบที่นักเรียนตอบจากปัญหาที่ครูตั้งขึ้นมา จึงต้องมีการดำเนินการเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้น ซึ่งเรียกการดำเนินการเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่าการซ่อมแซม (Repair) ซึ่งนำมาสู่ทฤษฎีการซ่อมแซม (Repair Theory)

ทฤษฎีการซ่อมแซม (Repair Theory) เป็นทฤษฎีที่กล่าวว่ามนุษย์เรียนรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างไร โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้นประกอบด้วย ทฤษฎีนี้อธิบายเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ของผู้เรียนแต่ละคนว่า มโนทัศน์ของแต่ละคนเกิดจากกระบวนการคิดที่แตงต่างกัน ซึ่งส่งผลให้มโนทัศน์ที่สร้างขึ้นนี้มีทั้งมโนทัศน์ที่ถูกต้องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน แต่ความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์ที่สร้างมานั้นมีลักษณะเป็นระบบ เรียกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างเป็นระบบนี้ว่า Bugs โดยการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพียงหนึ่งเรื่องอาจเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน Bugs ได้หลายรูปแบบ

การดำเนินการซ่อมแซม หรือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียนตั้งอยู่บนพื้นฐานที่ว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนบางประการของนักเรียนอาจนำไปใช้แก้ปัญหาในระดับง่ายได้ แต่เมื่อโจทย์แบบฝึกหัดที่กำหนดขึ้นมามีความยากขึ้น มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่ผู้เรียนมีอยู่นั้นจะไม่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ เมื่อผู้เรียนไม่ประสบความสำเร็จในการดำเนินการเพื่อแก้โจทย์ที่กำหนดให้แล้วจะขึ้นความพยายามปรับกระบวนการหาคำตอบหรือพยายามปรับมโนทัศน์ที่มีอยู่เดิมเพื่อให้สามารถแก้โจทย์ใหม่ได้ เรียกกระบวนการที่มีการเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่ผู้เรียนมีอยู่เดิมไปสู่มโนทัศน์ที่ถูกต้องที่สามารถแก้โจทย์ได้อย่างถูกต้องว่า Bugs Migration

จะเห็นได้ว่าตามทฤษฎีการซ่อมแซมนั้น Bugs จะเข้ามาเกี่ยวข้องใน 2 ส่วนด้วยกัน คือ ในส่วนแรกที่ผู้เรียนสร้างมโนทัศน์ขึ้นมาเองในขั้นแรก โดยมโนทัศน์นั้นสามารถนำมาแก้โจทย์ในระดับง่ายได้ แต่เมื่อได้รับโจทย์ที่ยากขึ้นแล้ว จะไม่สามารถนำมโนทัศน์ที่มีอยู่เดิมมาใช้แก้โจทย์นั้นให้ได้รับคำตอบที่ถูกต้องได้ เนื่องจากมโนทัศน์ที่มีอยู่เดิมเป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หรือ Bugs นั่นเอง และ

ในส่วนที่ 2 คือ เมื่อผู้เรียนเกิดความพยายามที่จะปรับเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาหรือปรับมโนทัศน์ที่ตนเองมีอยู่ให้สามารถแก้ปัญหาใหม่ที่ได้รับให้ได้คำตอบ โดยเรียกกระบวนการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์นี้ว่าการซ่อมแซม หรือ Repair และเมื่อผู้เรียนสามารถเปลี่ยนจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมาเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้องนั้น จะเรียกกระบวนการนี้ว่า Bug Migration

John Seely Brown และ Kurt VanLehn ร่วมกันทำวิจัยเรื่อง ทฤษฎีการซ่อมแซม: ทฤษฎีต้นกำเนิดของข้อบกพร่องในทักษะของวิธีการ/ขั้นตอนเพื่อวินิจฉัยและแก้ไขข้อบกพร่องทักษะวิธีการ/ขั้นตอนในการทำโจทย์เกี่ยวกับการลบในงานวิจัยชิ้นนี้มีคำที่หมายถึงข้อบกพร่องคือ Bugs เป็นคำที่ยืมมาจากวิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์ หมายถึงข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์แต่ความหมายในงานวิจัยของ Brown และ VanLehn หมายถึงข้อบกพร่องทักษะวิธีการ/ขั้นตอนในการทำโจทย์ซึ่งปัญหาที่ Brown และ VanLehn ได้ศึกษานั้นเป็นการศึกษาเรื่องการลบในรูปแบบที่หลากหลายและยังมีนักการศึกษาจำนวนหนึ่งที่มีแนวคิดในการวินิจฉัยและแก้ไขข้อบกพร่องของวิธีการ/ขั้นตอนเฉพาะจุดบกพร่องนั้นๆ ของ Sleeman et al. (1989) และ Burton and Brown (1976) โดยมีการพัฒนาโปรแกรม Intelligent Tutoring Systems (ITS) เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในกระบวนการวิธีการ/ขั้นตอนการทำโจทย์ของนักเรียน Brown และ VanLehn ได้นำระบบนี้มาใช้ในขั้นการซ่อมแซม (Repair)

2.1.2 ความหมายและแนวคิดของทฤษฎีการซ่อมแซม

ชญานิน คมพจน์ (2552) ได้กล่าวถึงหลักการของทฤษฎีการซ่อมแซมเพื่อวินิจฉัยและแก้ไขข้อบกพร่องไว้ดังนี้

1. ข้อบกพร่องในการคำนวณหรือ Bugs ที่เกิดขึ้นกับนักเรียนจะเป็นระบบและ สามารถระบุประเภทของข้อบกพร่องได้สามารถตรวจสอบได้จากทักษะการคำนวณที่นักเรียนแสดงออกมา ถ้านักเรียนมีข้อบกพร่องในเรื่องใดสามารถตรวจพบได้จากโจทย์หรือปัญหาที่มีลักษณะเหมือนกัน จึงกล่าวได้ว่าข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นเป็นระบบและสามารถระบุถึงประเภทของข้อบกพร่องได้

2. เมื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องในการคำนวณแล้วครูสามารถให้ตัวอย่างกระบวนการคำนวณที่ถูกต้องเพื่อนำไปสู่การสรุปของวิธีการ/ขั้นตอนการคำนวณที่ถูกต้อง

ศศิวรรณ เมลืองนนท์ (2549) ได้สรุปหลักการสำคัญของทฤษฎีการซ่อมแซมได้เป็น 2 ข้อ คือ

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หรือ ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน เป็นการคลาดเคลื่อนอย่างเป็นระบบ สามารถระบุและตรวจสอบได้โดยพิจารณาจากคำตอบของโจทย์ที่ผู้เรียนแสดงออกมา

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนสามารถเปลี่ยนแปลงเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้องได้ โดยอาศัยปัญหาหรือแบบฝึกหัดที่มีความยากมากยิ่งขึ้น ที่ทำให้ผู้เรียนไม่สามารถใช้มโนทัศน์ที่มีอยู่เดิมมาแก้ปัญหาได้ จึงต้องปรับเปลี่ยนกระบวนการและมโนทัศน์ที่มีอยู่แล้วไปสู่มโนทัศน์ที่ถูกต้องให้สามารถแก้ปัญหาได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าหลักการและแนวคิดของทฤษฎีการซ่อมแซมเพื่อวินิจฉัยและแก้ไขข้อบกพร่องของกระบวนการและมโนทัศน์ซึ่งลักษณะข้อบกพร่องเป็นมีลักการเป็นระบบสามารถระบุประเภทของข้อบกพร่องได้และครูใช้ตัวอย่างโจทย์ที่มีจำนวนมากพอในการจัดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องเรื่องกระบวนการและมโนทัศน์จะทำให้นักเรียนได้ข้อสรุปกระบวนการ และมโนทัศน์ในการดำเนินการหาคำตอบของโจทย์ที่ถูกต้อง

2.1.3 การจัดการเรียนรู้โดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซม

Valehn and Brown (อ้างใน ศศิวรรณ เมลืองนนท์, 2549) ได้เสนอขั้นตอนการเรียนการสอนตามแนวทฤษฎีการซ่อมแซม เพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียน โดยแบ่งเป็น 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเสนอมโนทัศน์ขั้นต้น ในขั้นนี้ผู้สอนจะทำการสอนมโนทัศน์ในการจัดการเรียนการสอนในชั้นปกติ สำหรับการเรียนการสอนนี้ผู้เรียนจะสามารถสร้างมโนทัศน์สำหรับการแก้ปัญหาโจทย์นั้นๆ ได้ แต่มโนทัศน์ที่สร้างขึ้นได้นี้อาจจะเป็นมโนทัศน์ที่ไม่ถูกต้องทั้งหมดซึ่งจะเป็นปัญหาสำหรับการแก้ปัญหาในขั้นที่สูงขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นการหาข้อผิดพลาดของมโนทัศน์ที่ผู้เรียนสร้างขึ้น ในขั้นนี้ผู้สอนต้องให้ปัญหาในขั้นที่สูงขึ้นให้แก่นักเรียนได้แก้ปัญหา โดยโจทย์นั้นจะต้องครอบคลุมทุกๆ ข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นได้ในมโนทัศน์นั้นๆ ของผู้เรียนและมีจำนวนมากพอที่จะทำให้ครูสามารถพิจารณาได้ว่าที่นักเรียนตอบปัญหาได้ไม่ถูกต้องนั้นเกิดจากข้อผิดพลาดมโนทัศน์ใด และจะสามารถนำข้อผิดพลาดของนักเรียนมาพิจารณาได้ว่าข้อผิดพลาดนั้นอยู่ในส่วนใดของมโนทัศน์ที่ครูอยากให้นักเรียนได้เรียนรู้

ขั้นที่ 3 ขั้นการแก้ไข (Repair) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน เป็นผลมาจากข้อผิดพลาดของนักเรียนที่ครูพบในขั้นที่ 2 ในขั้นของการแก้ไขนี้จะต้องมีการชี้แจงว่าข้อที่นักเรียนทำผิดนั้น เกิดจากสาเหตุใด (กระบวนการหาคำตอบที่นักเรียนใช้เป็นอย่างไรจึงทำให้ได้คำตอบเช่นนี้) และที่ถูกต้องจะต้องคิดเช่นไรจึงจะได้คำตอบ โดยปัญหาที่ใช้สำหรับการแก้ไขนั้นจะต้องมีจำนวนมากพอที่จะทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับเรื่องนั้นๆ โดยหลักสำคัญของการให้ผลป้อนกลับของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและการแก้ไขมโนทัศน์นั้น จะต้องทำโดยทันทีหรือทำโดยรวดเร็วที่สุดเท่าที่จะทำได้

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน สำหรับนักเรียนที่ได้รับการแก้ไขมโนทัศน์แล้วจะต้องได้รับการทดสอบเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นๆ ซ้ำอีกครั้งหนึ่ง เพื่อตรวจสอบว่าการแก้ไขมโนทัศน์นั้นสมบูรณ์แล้วและจะต้องให้ผลป้อนกลับแก่นักเรียนด้วย

Valehn and Brown (อ้างใน ชญานิน คมพจน์, 2552) ได้เสนอกิจกรรมการจัดการเรียนรู้โดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซม เป็นกิจกรรมที่จัดขึ้นเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องความรู้เชิงกระบวนการในการคำนวณมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 การแสดงทักษะวิธีการ/ขั้นตอนการคำนวณ โดยนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาการคำนวณเพื่อแสดงถึงทักษะวิธีการ/ขั้นตอนการคำนวณของตนเอง เพื่อแสดงถึงความเข้าใจวิธีการ/ขั้นตอนการคำนวณ

ขั้นที่ 2 การวินิจฉัยทักษะวิธีการ/ขั้นตอนการคำนวณ ครูวินิจฉัยข้อบกพร่องในการคำนวณของนักเรียนจากการแสดงการแก้ปัญหาการคำนวณในขั้นที่ 1 ซึ่งข้อบกพร่องซึ่งข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นสามารถระบุประเภทของข้อบกพร่องได้

ขั้นที่ 3 แก้ไขข้อบกพร่องที่ตรวจพบ ครูแก้ไขข้อบกพร่องในการคำนวณของนักเรียนที่ตรวจพบ (จากขั้นที่ 2) โดยพิจารณาเป็นรายบุคคล ครูใช้คำถามในนักเรียนคิดพิจารณาถึงขั้นตอน/วิธีการในการคำนวณของนักเรียน และเปรียบเทียบกับตัวอย่างขั้นตอน/วิธีการในการคำนวณที่ถูกต้อง แล้วให้นักเรียนสรุปขั้นตอน/วิธีการในการคำนวณของนักเรียนเกิดข้อบกพร่องในการคำนวณตรงจุดใดเพื่อจะได้แก้ไขไม่ให้เกิดข้อบกพร่องนั้นอีก แล้วช่วยกันสรุปขั้นตอน/วิธีการในการคำนวณที่ถูกต้อง

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบทักษะวิธีการ/ขั้นตอนการคำนวณ เมื่อนักเรียนทุกคนได้แก้ไขข้อบกพร่องในการคำนวณครบทุกข้อบกพร่องที่นักเรียนแต่ละคนบกพร่องแล้วนักเรียนจะได้แสดงถึงทักษะวิธีการ/ขั้นตอนการคำนวณอีกครั้งหนึ่ง เพื่อเป็นการตรวจสอบทักษะวิธีการ/ขั้นตอนการคำนวณอีกครั้ง พร้อมทั้งแจ้งผลการตรวจสอบแก่นักเรียนด้วย

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเป็นการสอนที่มีการวินิจฉัยข้อบกพร่องและแก้ไขข้อบกพร่องตามลักษณะข้อบกพร่องที่ระบุได้ เพื่อปรับปรุงข้อบกพร่องของนักเรียน และมีการตรวจสอบว่าข้อบกพร่องนั้นยังคงอยู่หรือไม่อีกครั้งหนึ่ง ซึ่งผู้วิจัยสรุปการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมที่มีผลต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องได้ 3 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นตอนการวินิจฉัย (Diagnosis) เป็นขั้นที่ครูวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย (ฉบับที่ 1 ก่อนเรียน) ของแต่ละเนื้อหาย่อยของลิมิตและความต่อเนื่อง และจำแนกจำนวนนักเรียนเพื่อรับการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมแก้ไขข้อบกพร่องตามเนื้อหาย่อยของลิมิตและความต่อเนื่อง

ขั้นที่ 2 ขั้นตอนการแก้ไขข้อบกพร่องที่ตรวจพบ (Repair) เป็นขั้นตอนการนำสิ่งที่วินิจฉัยได้ในขั้นที่ 1 มาเป็นฐานในการเรียนการสอนแก้ไขข้อบกพร่อง โดยทำการแก้ไขข้อบกพร่องเป็นกลุ่ม

ย่อยของนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของเนื้อหาย่อยของลิมิตและความต่อเนื่องเดียวกัน ซึ่งนักเรียนแต่ละคนจะได้รับการแก้ไขเฉพาะที่ตนบกพร่องของเรื่องนั้น ในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดนี้ ผู้วิจัยมีหลักในการดำเนินการสอนแก้ไขข้อบกพร่องดังนี้

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับลิมิตและความต่อเนื่อง โดยครูให้นักเรียนดูมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยของนักเรียน เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับมโนทัศน์และตัวอย่างที่ถูกต้อง

2. ครูทำการพูดคุย และใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงการคิดของตนจากคำตอบที่นักเรียนในการทำแบบทดสอบวินิจฉัยจนกระทั่งครูสรุปได้ว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดประเภทใด และสาเหตุใด แล้วครูเขียน และอธิบายมโนทัศน์ที่ถูกต้องของลิมิตและความต่อเนื่อง เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจและจดบันทึกไว้

3. ครูกับนักเรียนร่วมกันทำตัวอย่างแบบฝึกหัด โดยครูใช้คำถามประกอบการอธิบายเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ และอธิบายเพิ่มเติมกับนักเรียนที่ยังมีข้อบกพร่อง

ขั้นที่ 3 ขั้นตอนการตรวจสอบ (Investigation) เป็นขั้นตอนการตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียน โดยครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแล้วครูเดินดูนักเรียนเป็นรายบุคคลเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง แล้วครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยแบบฝึกหัด โดยให้นักเรียนแสดงวิธีทำหน้าห้อง หากพบว่านักเรียนยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดครูต้องกลับทำการแก้ไขใหม่ของขั้นตอนที่ 2

2.2 การสอนซ่อมเสริม

2.2.1 ความหมายของการสอนซ่อมเสริม

นักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของการสอนซ่อมเสริมไว้ดังนี้

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2557) การสอนซ่อมเสริมเป็นการช่วยเหลือผู้เรียนทั้งเด็กอ่อนและเด็กเก่ง ซึ่งสิ่งที่ช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนอ่อนหรือเรียนช้ากว่าปกติเรียกว่า การสอนซ่อม และส่วนที่สองเป็นการช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนเก่งให้สามารถเรียนได้เก่งมากยิ่งขึ้นเรียกว่า การสอนเสริม โดยการสอนซ่อมเสริมนั้นต้องมีวิธีการที่แตกต่างไปจากวิธีการสอนปกติที่เคยสอนมาแล้ว มีการให้โอกาสผู้เรียนได้มีเวลาเรียนเพิ่มขึ้น ได้เรียนรู้สิ่งต่างๆ เพิ่มขึ้นซึ่งอาจเป็นการสอนรายบุคคลหรือกลุ่มเล็ก เพื่อพัฒนาผู้เรียนแต่ละคนให้มีศักยภาพในการเรียนสูงขึ้นตามความสามารถของตน

ศิริรัตน์ ศิริวิโรจน์สกุล (2551) การสอนซ่อมเสริม หมายถึง การจัดการเรียนรู้เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ได้กำหนดไว้ อีกทั้งยังช่วยให้มีความรู้เพิ่มขึ้นกว่าเดิม เสริมทักษะใหม่ๆ ให้ โดยวิธีการสอนและใช้สื่อใหม่ๆ ช่วยผู้เรียนทั้งเป็นรายบุคคล และเป็นกลุ่ม เพื่อให้การเรียนเกิดประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ชญานิน คมพจน์ (2552) การสอนซ่อมเสริม หมายถึง การแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนของนักเรียน ที่ต่อเนื่องจากการวินิจฉัยการเรียน เพื่อพัฒนาการเรียนของนักเรียนให้ตรงจุดที่เกิดข้อบกพร่อง

Blair (1958) กล่าวไว้โดยสรุปว่าการสอนซ่อมเสริม หมายถึง การแก้ไขการเรียนการสอนที่ไม่ได้ผลและขจัดอุปสรรคที่พบในการเรียนการสอน

Tansley (1969) กล่าวไว้ว่าการสอนซ่อมเสริม หมายถึง การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนที่ได้รับการวินิจฉัยและแก้ไขให้สอดคล้องกับข้อบกพร่องนั้นๆ เป็นรายบุคคล

G. Harris and Kershaw (1971) กล่าวไว้โดยสรุปว่า การสอนซ่อมเสริมหมายถึงการให้นักเรียนได้เรียนสิ่งที่เป็นปัญหาในชั้นเรียนปกติในครั้งแรกโดยครูผู้สอนจัดชั้นเรียนตามระดับความสามารถของนักเรียน และสอนเป็นกลุ่มย่อยหรือรายบุคคลเพื่อให้ตรงกับปัญหาและความต้องการของนักเรียน

Good and Merkel (1973) กล่าวว่าการสอนซ่อมเสริม หมายถึง การสอนที่จัดขึ้นเป็นพิเศษเพื่อให้นักเรียนมีประสิทธิผลในการเรียนเช่นการสอนซ่อมเสริมให้กับนักเรียนที่ประสบปัญหาเกี่ยวกับการอ่าน

Otto, McMenemy, and Smith (1973) กล่าวไว้โดยสรุปว่า หมายถึง การให้เด็กได้เรียนเสริมเป็นกลุ่มย่อยหรือรายบุคคล ซึ่งดำเนินการสอนโดยครูประจำชั้น หรือ ครูพิเศษภายนอก และเป็นการจัดการเรียนการสอนนอกเวลาเรียนปกติ

Kochevar (1975) กล่าวไว้โดยสรุปว่า หมายถึง การแก้ไขข้อบกพร่องของเด็กโดยเตรียมวิธีการที่จะแก้ไขให้ถูกต้อง เพื่อช่วยให้เด็กหยุดนิสัยหรือปฏิบัติการกระทำที่ผิดๆ พร้อมกับชี้แนะแนวทางที่ถูกต้อง ซึ่งจะทำให้เด็กมีความสามารถในด้านการเรียนยิ่งขึ้น

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2533) กล่าวว่า การสอนซ่อมเสริมเป็นการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องการสอนซ่อมและการวินิจฉัยเป็นของคู่กัน กล่าวคือ การวินิจฉัยที่มีคุณค่าจะต้องติดตามด้วยการสอนซ่อม เช่นเดียวกับการสอนซ่อมที่มีคุณค่าจะต้องเป็นการสอนซ่อมที่ดำเนินต่อจากการวินิจฉัย การสอน

ซ่อมใดที่ดำเนินการไปโดยปราศจากการวินิจฉัย คือ สอนไปโดยไม่ทราบข้อบกพร่องของเด็ก เป็นการสอนซ่อมเสริมไร้จุดหมายที่แน่นอน จึงไม่เกิดประโยชน์แก่ตัวเด็กเท่าที่ควร

จินตนา มูลพฤกษ์ (2546) ให้ความหมายของการสอนซ่อมเสริมว่า การสอนซ่อมเสริมหมายถึง การจัดกิจกรรมให้กับนักเรียนให้ได้รับการพัฒนาอย่างเต็มศักยภาพโดยแยกจากชั้นเรียนปกติ ใช้เวลานอกเวลาเรียนในลักษณะที่

1. เสริมทักษะการเรียนรู้ใหม่ ๆ สำหรับนักเรียนฉลาด

2. แก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนของนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษจากครู เช่น ขาดความรู้พื้นฐานและทักษะเบื้องต้น ไม่ผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ หรือเรียนช้าไม่ทันเพื่อนชั้นเดียวกัน

3. เป็นการสอนเนื้อหาเดิม วัตถุประสงค์เดิม ส่วนวิธีการสอนนั้นอาจจะใช้ รูปแบบใดรูปแบบหนึ่งหรือหลายรูปแบบที่แตกต่างจากการสอนในเวลาปกติ

ศศิวรรณ เมลืองนนท์ (2549) การสอนซ่อมเสริมเป็นการสอนเพิ่มเติมกรณีพิเศษนอกเหนือจากการเรียนการสอนในชั้นเรียนปกติ เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของผู้เรียนที่ยังไม่บรรลุเป้าหมายที่วางไว้ โดยใช้วิธีการหรือรูปแบบการสอนที่นอกเหนือไปจาการสอนแบบปกติ นำสื่อและนวัตกรรมต่างๆ มาประกอบการสอน เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ที่จะมีผลต่อการเรียน ขจัดการเรียนรู้ที่ไม่ถูกวิธี ตลอดจนเสริมทักษะในการเรียนรู้ใหม่ ให้นักเรียนได้มีโอกาสพัฒนาตนเองอย่างเต็มความสามารถ

วิวัฒน์ ลีวงศ์วัฒน์ (2548) การสอนซ่อมเสริม หมายถึง การสอนเป็นกรณีพิเศษนอกเหนือจากการสอนแบบปกติให้กับนักเรียน เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน โดยให้นักเรียนมีโอกาสเรียนรู้มากขึ้น ซึ่งต้องอาศัยกลวิธีการสอนที่มีความเหมาะสม อาจสอนเป็นรายบุคคล หรือกลุ่มย่อย ตามลักษณะความบกพร่องเพื่อให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์ตามที่กำหนดไว้

ศรียา นิยมธรรม และ ประภัสสร นิยมธรรม (2525) กล่าวว่า การสอนซ่อมเสริมหมายถึงการสอนเด็กที่พัฒนาการด้านการเรียนยังไม่เต็มความสามารถในการเรียนตามปกติโดยการแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ที่จะมีผลต่อการเรียนรู้ที่ไม่ถูกวิธีตลอดจนเสริมทักษะในการเรียนใหม่ๆ

สรุปความหมายของการสอนซ่อมเสริม คือ การจัดชั้นเรียนขึ้นเป็นพิเศษตามระดับความสามารถและสอนเป็นกลุ่มย่อยหรือรายบุคคลให้ตรงกับปัญหาและความต้องการของเด็ก การจัดประสบการณ์ที่มุ่งเน้นการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน โดยมีการวินิจฉัยปัญหาของเด็กเพื่อนำไปสู่

การออกแบบการสอน การเลือกเนื้อหา วิธีการและสื่อการสอนที่เหมาะสมกับปัญหานั้น และเป็นการจัดการเรียนการสอนนอกเวลาเรียนปกติ

2.2.2 หลักการสอนซ่อมเสริม

ในการสอนซ่อมเสริมที่มีประสิทธิภาพนั้น ผู้สอนคงต้องดำเนินการอย่างมีหลักการ ซึ่งการสอนซ่อมผู้เรียนที่เรียนอ่อนและสอนเสริมผู้เรียนที่เรียนเก่งนั้นย่อมมีหลักการที่แตกต่างกัน ดังนั้น ผู้วิจัยจึงต้องศึกษาหลักการของการสอนซ่อมเสริมให้เข้าใจท่องแท้ เพื่อจัดการสอนซ่อมเสริมให้เหมาะสมกับผู้เรียนแต่ละลักษณะดังที่นักศึกษาหลายท่านได้กล่าวต่อไปนี้

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2540) ได้เสนอแนะว่าการสอนซ่อมเสริมที่มีผลดี ต้องมีหลักการดังนี้

1. ก่อนสอนซ่อมเสริมครูต้องศึกษาข้อบกพร่องของนักเรียนเป็นรายบุคคล แล้วนำข้อบกพร่องมาพิจารณาหาสาเหตุหรือปัญหา

2. กรณีที่นักเรียนมีข้อบกพร่องหลายอย่าง ควรแก้ไขข้อบกพร่องทีละอย่าง ไม่ควรแก้ไขข้อบกพร่องหลายๆ อย่างพร้อมกัน

3. การตั้งจุดประสงค์ ควรตั้งในระดับต่ำกว่านักเรียนปกติ

4. ควรสร้างความรู้สึกที่ดีต่อการสอนซ่อมเสริมและพยายามทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกว่าการแก้ไขข้อบกพร่องนั้นเป็นสิ่งสำคัญที่ต้องทำ และเต็มใจที่จะแก้ไขและปรับปรุงตนเองให้ดีขึ้น

5. ครูร่วมวางแผนกับนักเรียนแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน โดยกำหนดจุดประสงค์ และเวลาที่จะจัดกิจกรรม

6. ครูต้องมีเทคนิคการสอนโดยมีการประยุกต์วิธีการสอนต่างๆ ให้เหมาะสมกับนักเรียน และลักษณะข้อบกพร่องของเขา

7. ควรจัดกิจกรรมจากสิ่งที่นักเรียนสนใจ ให้นักเรียนได้ปฏิบัติจริง และเกิดความสนุกสนาน

8. การจัดกิจกรรมแต่ละครั้งควรใช้เวลาสั้นๆ ซึ่งจะใช้เวลาในช่วงใดก็ได้ที่นักเรียนพร้อม

9. ควรใช้สื่อการเรียนการสอนใหม่ๆ อย่างหลากหลาย เพื่อให้นักเรียนที่เรียนอ่อนหรือเรียนช้าได้เรียนรู้จากรูปธรรมไปสู่นามธรรม

10. ครูควรเป็นผู้ให้กำลังใจและกระตุ้นให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจในการเรียน

11. ครูต้องเป็นผู้เสียสละ เป็นผู้ช่างสังเกต มีความรักความเมตตา มีความอดทน เอาใจใส่และเป็นที่พึ่งของนักเรียนได้

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2557) ได้กล่าวว่าการสอนซ่อมเสริมควรยึดหลักสำคัญในการสอนดังนี้

1. มีการวินิจฉัยข้อบกพร่องของผู้เรียนก่อนเป็นลำดับแรก

2. ควรลำดับการแก้ไขผู้เรียนให้ดี ทีละเรื่อง ทีละวิชา

3. ควรมีการวางแผนการสอนซ่อมเสริมร่วมกับผู้เรียน โดยการสร้างความรู้สึกที่ดีให้เขาเต็มใจอยากเรียน

4. นักเรียนควรได้เรียนอย่างสนุกสนาน ได้ปฏิบัติ จากวิธีการสอนใหม่ที่ไม่ซ้ำเดิม และเรียนจากสื่อที่หลากหลาย เรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม

5. ใช้เวลาในการสอนสั้นๆ และตามที่ผู้เรียนจะมีความพร้อม

6. ประการสำคัญอีกประการหนึ่งคือครูต้องมีความรัก ความเมตตา เป็นกันเอง มีความอดทน และมีจิตวิทยาที่ช่วยผู้เรียน ที่มารับการสอนซ่อมเสริม รวมทั้งเสนอผลความก้าวหน้าในการเรียนให้ผู้เรียนได้ทราบเพื่อให้เขาได้เห็นความก้าวหน้าของตนเองเป็นระยะๆ เป็นการสร้างแรงจูงใจในการเรียนต่อไป

A. J. Harris and Sipay (1971) ได้กล่าวถึงหลักการสอนซ่อมเสริมไว้ดังนี้

1. เริ่มต้นจากปัญหาพื้นฐานและสภาพที่เป็นอยู่ของนักเรียน

2. ใช้วิธีสอนที่หลากหลายและมีความยืดหยุ่นเพื่อให้เหมาะกับนักเรียนแต่ละคน

3. มีการจัดเวลาให้เหมาะสมกับนักเรียนแต่ละคน

4. การสอนซ่อมเสริมควรมีกิจกรรมและสื่อที่หลากหลายจะได้ไม่เบื่อหน่าย

5. ควรมีการทบทวนสิ่งที่ได้เรียนมาแล้ว

6. ให้นักเรียนทราบความก้าวหน้าของตนเองทุกระยะอย่างสม่ำเสมอ

7. ให้นักเรียนแข่งขันกับตัวเองมากกว่าแข่งขันกับเพื่อนในกลุ่ม

8. ได้รับมอบหมายงานโดยฝึกให้มีความรับผิดชอบเพิ่มมากขึ้น

9. งานที่ได้รับนักเรียนปฏิบัติด้วยความพอใจ

Wilson (1971) ได้กล่าวถึงหลักการสอนซ่อมเสริมไว้ดังนี้

1. การสอนซ่อมเสริมต้องรับประกันว่าประสบผลสำเร็จในทันที

2. การสอนซ่อมเสริมต้องใช้สื่อเพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจ

3. นักเรียนต้องรับการฝึกปฏิบัติจริง

4. การสอนซ่อมเสริมมีผลต่อการพัฒนาทักษะของนักเรียน

5. การสอนซ่อมเสริมจะต้องยืดหยุ่นให้เหมาะสมกับนักเรียน

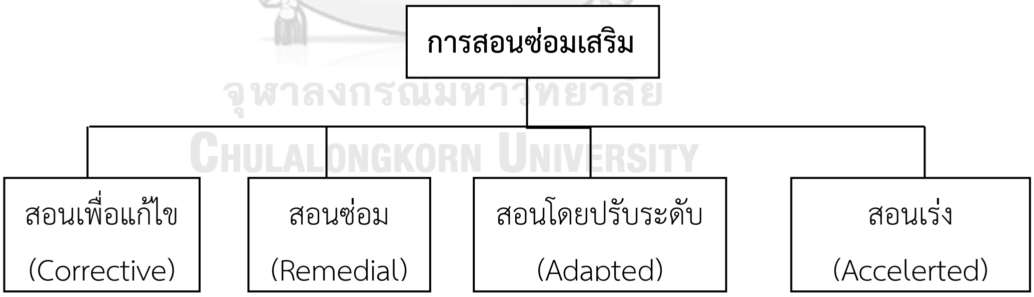
6. การสอนซ่อมเสริมต้องบรรลุวัตถุประสงค์ที่วางไว้

7. การสอนซ่อมเสริมต้องได้รับความร่วมมือจากผู้เกี่ยวข้องทุกฝ่ายทั้งนักเรียน ครูผู้บริหารและผู้ปกครอง

2.2.3 ประเภทของการสอนซ่อมเสริม

การจัดประเภทของการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของผู้เรียนสามารถจำแนกประเภทของการสอนให้เหมาะกับความสามารถและลักษณะของผู้เรียน

ศรียา นิยมธรรม และ ประภัสสร นิยมธรรม (2525) ได้แบ่งประเภทของการสอนซ่อมเสริมไว้ 4 ประเภทดังนี้



การสอนเพื่อแก้ไข (Corrective Instruction) เป็นการสอนในชั้นเรียนปกติ

1. ผู้สอนอาจเป็นครูประจำชั้นหรือครูประจำวิชาก็ได้ หากนักเรียนทั้งชั้นหรือนักเรียนส่วนใหญ่เกิดความเข้าใจผิดในเนื้อหาบางอย่างหรือเรียนอ่อนกว่าที่ควรจะเป็นในเนื้อหาบางวิชา ดังนั้นการสอนแบบนี้ต้องอาศัยการวิเคราะห์ปัญหาก่อนที่จะใช้เทคนิคการสอนเพื่อช่วยแก้ไข อาจต้องนำเอาเทคนิคการสอนเพื่อสร้างทักษะบางอย่างเป็นพิเศษมาประกอบด้วย

2. การสอนซ่อมเสริม (Remedial Instruction) เป็นบริการที่แยกจากชั้นเรียนปกติเป็นการสอนเพื่อซ่อมและเสริมทักษะการเรียนรู้ใหม่ๆ และ/หรือช่วยแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนที่ต้องการ

ความช่วยเหลือพิเศษจากครู การสอนแบบนี้มักทำเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มย่อยๆ เช่นกลุ่มที่มีปัญหาทางเลขคณิต กลุ่มแก้ไขการพูด กลุ่มที่มีปัญหาทางการอ่านเป็นต้น

3. การสอนโดยปรับระดับ (Adapted Instruction) เป็นวิธีการสอนสำหรับนักเรียนที่เรียกช้ากว่าปกติ โดยไม่ต้องการทั้งการสอนแก้ไขและการสอนซ่อมเสริม การสอนลักษณะนี้ดำเนินไปในชั้นเรียนปกติใช้หลักสูตรร่วมกันมีวิธีทำนองเดียวกับการสอนซ่อม แต่ความคาดหวังในตัวนักเรียนย่อมแตกต่างไป เพราะนักเรียนเหล่านี้จะเรียนได้ช้ากว่านักเรียนปกติและมีขีดจำกัดและความสามารถของการเรียนรู้ ดังนั้นเนื้อหาที่นำเสนอตลอดจนวิธีการที่จะใช้สอนจะต้องปรับให้ใกล้เคียงกับความสามารถของนักเรียน

4. การสอนเร่ง (Accelerated Instruction) การสอนแบบนี้นิยมใช้กับนักเรียนฉลาดโดยเฉพาะนักเรียนฉลาดและสติปัญญาสูงแต่ไม่ได้ใช้สติปัญญาเต็มที่ซึ่ง อาจเนื่องมาจากการหลบหลีกเลี่ยงงานและความร่วมมือจากกลุ่มสังคมด้วยเหตุที่เป็นผู้มีความคิดแปลกๆ ใหม่ๆ และความคิดนั้นถูกมองข้ามถูกกีดกันหรือถูกหาว่าเป็นเรื่องไร้สาระ นักเรียนจึงเกิดความท้อแท้และมีปัญหาในการปรับตัวเพราะไม่สามารถตัวให้เข้ากับเพื่อนได้ทุกกลุ่ม ถึงแม้จะแยกไปเรียนร่วมกับนักเรียนที่เรียนเก่งก็ยังมีปัญหาด้านร่างกายและสังคมอยู่ การจัดการศึกษาให้กลุ่มนี้จึงต้องมีลักษณะพิเศษออกไป เช่นสอนเสริมและการจัดชั้นเรียนหรือโรงเรียนพิเศษ

ชญานิน คมพจน์ (2552) ประเภทของการสอนซ่อมเสริมมี 2 ประเภทคือการสอนซ่อมสำหรับนักเรียนที่เรียนอ่อนและการสอนเสริมสำหรับนักเรียนที่เรียนเก่ง การสอนซ่อมเสริมทั้ง 2 ประเภทนี้มีจุดประสงค์ที่ไม่แตกต่างกันนั่นคือ เพื่อพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถเต็มตามศักยภาพและความสามารถของตน

จากประเภทของการจัดการสอนซ่อมเสริมที่นักศึกษาหลายท่านได้กล่าวมาผู้วิจัยกล่าวโดยสรุปว่า การจัดสอนซ่อมเสริมนั้นสามารถแบ่งเป็น 2 ประเภทใหญ่ คือ การสอนซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนอ่อน ซึ่งสามารถจัดได้โดยการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในขณะที่อยู่ในชั้นเรียน การสอนซ่อมเสริมนอกชั้นเรียน การสอนโดยปรับระดับ และการสอนเสริมสำหรับเด็กที่เรียนเก่งหรือเด็กฉลาดสามารถจัดได้โดยการสอนเร่งสอนเสริมหรือการจัดชั้นเรียนพิเศษ

2.2.4 ประเภทของผู้เรียนที่ควรได้รับการสอนซ่อมเสริม

Otto et al. (1973) ได้จำแนกผู้ที่ควรได้รับการสอนซ่อมเสริมไว้ 6 ประเภท

1. ผู้ที่เรียนช้าได้แก่ผู้ทีที่มีไอคิวระหว่าง 70 – 90 คนเหล่านี้มีความสามารถจำกัดจึงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำและเรียนรู้ช้ากว่าปกติ นอกจากนี้ยังขาดทักษะเบื้องต้นต่างๆ ซึ่งทำให้การเรียนยิ่งช้าลงไปอีกเป็นผลให้เด็กเกิดความท้อแท้และมีปัญหาจึงควรได้รับการสอนเสริม

2. ผู้ทีมีปัญญาเลิศปกติคนกลุ่มนี้จะถูกละเลยเพราะครูคิดว่าเป็นผู้ที่สามารถช่วยตัวเองได้การสอนตามปกติมักทำให้เกิดความเบื่อหน่าย จึงควรได้รับการสอนซ่อมเสริมเพื่อพัฒนาความสามารถที่มีอยู่ให้เต็มตามศักยภาพ

3. ผู้ที่มีความบกพร่องทางร่างกายและสติปัญญาได้แก่ผู้ที่มีปัญหาการเรียน อันเนื่องมาจากความบกพร่องทางสภาพร่างกายเช่นหูหนวกตาบอดปัญญาอ่อนฯลฯ

4. ผู้ที่มีปัญหาในการเรียนรู้เฉพาะอย่างคนเหล่านี้ไม่ใช่ผู้พิการแต่มีความบกพร่องเกี่ยวกับระบบประสาทมีปัญหาในการเรียนบางเรื่อง เช่น การรับรู้การฟังการพูดการอ่านหรือการเขียนและมักมีช่วงความสนใจสั้น จึงควรได้รับการสอนซ่อมเสริมตามความจำเป็น

5. ผู้ที่มีปัญหาทางพฤติกรรมทำให้มีผลการเรียนต่ำกว่าระดับสติปัญญาและขีดความสามารถที่มี ทั้งนี้อันเนื่องมาจากการไม่ตั้งใจเรียนขาดแรงจูงใจในการเรียนมีความไม่มั่นคงทางอารมณ์หรือมีจิตใจแปรปรวนง่าย

6. ผู้ทีมีประสบการณ์และภูมิหลังจำกัด ได้แก่ ผู้ที่มาจากครอบครัวซึ่งยึดมั่นในวัฒนธรรมหรือความเชื่อบางอย่างที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้ รวมถึงผู้ที่มาจากครอบครัวที่อยู่ห่างไกลความเจริญมีปัญหาทางภูมิศาสตร์ เช่น ชาวเขาชาวเรือทำให้ขาดโอกาสที่จะแสวงหาประสบการณ์ความรู้อย่างที่บุคคลทั่วไปรู้จักและเรียนรู้ ดังนั้นเมื่อคนเหล่านี้มาเรียนในโรงเรียนปกติจึงต้องการการสอนซ่อมเสริม

ชญานิน คมพจน์ (2552) ได้จำแนกประเภทของผู้เรียนที่ควรได้รับการสอนซ่อมเสริมมี 4 ประเภทดังนี้

1. ผู้ที่มีปัญหาเรื่องไอคิวเป็นผู้ที่มีไอคิวต่ำกว่า 90 และเป็นผู้ที่มีไอคิวสูงจึงมีปัญหาในการเรียนรู้ เพราะผู้ที่มีไอคิวต่ำขาดทักษะต่างๆ ในการเรียนรู้ไม่สามารถเรียนในชั้นเรียนปกติ ได้ทำให้ผู้เรียนเกิดความท้อแท้และผู้ที่มีไอคิวสูงเมื่อเรียนในชั้นเรียนปกติก็เป็นสิ่งที่ตนรู้อยู่แล้ว และถูกละเลยจากครู จึงไม่กระตือรือร้นในการเรียน ทำให้เกิดความเบื่อหน่ายไม่อยากเรียน

2. ผู้ที่มีปัญหาทางร่างกายเป็นผู้พิการปัญญาอ่อนออทิสติกและเป็นผู้ที่มีปัญหาอื่นๆ เฉพาะอย่างเช่น การรับรู้การสื่อสารการเขียนการอ่านเป็นต้นทำให้เกิดปัญหาในชั้นเรียนปกติต้องได้รับการซ่อมเสริมเป็นพิเศษ

3. ผู้ที่มีปัญหาทางพฤติกรรมเป็นผู้ที่ขาดแรงจูงใจในการเรียนมีพฤติกรรมที่แสดงออกมาโดยไม่ตั้งใจเรียน ไม่เข้าร่วมกิจกรรม ส่งผลให้ไม่สามารถพัฒนาการเรียนได้ตามความสามารถของผู้เรียน

4. ผู้ที่ขาดโอกาสทางสังคมเป็นผู้ที่มีสถานภาพทางครอบครัวและสังคมไม่เอื้ออำนวยในการเรียนรู้ อยู่ห่างไกลความเจริญ เป็นผู้ที่ยากจนขาดโอกาสที่จะพัฒนาตนเองได้อย่างเต็มความสามารถและศักยภาพของตน

จากประเภทของผู้เรียนที่ควรได้รับการสอนซ่อมเสริมที่ได้จำแนกไว้ข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปประเภทของผู้เรียนที่ควรได้รับการสอนซ่อมเสริม มีทั้งเด็กที่มีระดับสติปัญญาต่ำ ปานกลาง และสูง ซึ่งโดยรวมแล้วเด็กทุกกลุ่มควรได้รับการสอนซ่อมเสริม หากครูพบว่าเด็กนั้นๆ แสดงศักยภาพของตนเองออกมาแล้วต่ำกว่าศักยภาพที่แท้จริงของเขา เช่น เด็กมีสติปัญญาปานกลางแต่มีผลเรียนต่ำ หรือเด็กที่มีสติปัญญาสูงแต่กลับมีผลการเรียนได้ไม่ดีเท่าที่ควรจะเป็น ซึ่งครูควรจะต้องวินิจฉัยได้ว่าเด็กตนนั้น ควรได้รับการสอนซ่อมเสริม เนื่องจากพบว่าเด็กยังไม่สามารถแสดงพฤติกรรมออกมาได้อย่างเต็มศักยภาพที่แท้จริง

2.2.5 แนวทางในการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียน

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2557) ได้กล่าวว่าครูสามารถเลือกกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อขจัดข้อบกพร่องของนักเรียนได้ เมื่อวินิจฉัยปัญหาผู้เรียนแล้วและทราบว่าผู้เรียนคนใดต้องการความช่วยเหลือหรือการส่งเสริมด้านใดบ้างแล้ว จึงจัดโปรแกรมการสอนซ่อมเสริมให้ ซึ่งอาจใช้วิธีการซ่อมเสริมแบบกลุ่มหรือเป็นรายบุคคลได้ โดยมีแนวทางการสอนซ่อมเสริมดังนี้

1. การสอนซ่อมเสริมควรให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนในภาคปฏิบัติมากๆ

2. จัดกิจกรรมและแบบฝึกหัดให้น่าสนใจที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความสนุกสนานและไม่ซ้ำซากโดยเน้นการสอนแบบรายบุคคลให้มากที่สุด

3. จัดสถานที่พิเศษให้ผู้เรียนหรืออาจจัดแบ่งเป็นกลุ่มในห้องเรียนปกติก็ได้ แต่ไม่ควรให้ผู้เรียนมีความรู้สึกมีปมด้อย

4. ถ้าผู้เรียนมีข้อบกพร่องหลายอย่างก็ควรแก้ไขข้อบกพร่องเหล่านั้นทีละอย่าง ไม่ควรแก้ไขพร้อมๆ กัน เพราะผู้เรียนจะเกิดความสับสน และควรแก้ไขในสิ่งที่ผู้เรียนบกพร่องมากที่สุดเสียก่อน

5. ควรให้กำลังใจผู้เรียนอย่างสม่ำเสมอ และใช้การเสริมพลังหรือการให้แรงเสริม เมื่อผู้เรียนฝึกฝนก้าวหน้าหรือสำเร็จตามเป้าหมาย

6. การตั้งวัตถุประสงค์ ควรตั้งในระดับที่ต่ำกว่าธรรมดา เพื่อให้ผู้เรียนสามารถบรรลุได้ และเกิดความภาคภูมิใจ

7. ใช้วิธีการเร้าใจให้ผู้เรียนอยากทำ เช่น การใช้วิธีการค้นพบ ซึ่งครูเป็นผู้แนะแนวทางเพื่อให้นักเรียนค้นพบด้วยตัวเอง

8. สื่อการสอนจำเป็นมากจำหรับการสอนซ่อมเสริม ควรหาสื่อการสอนที่แปลกและพิเศษกว่าธรรมดา

9. ควรมีการติดตามผลความก้าวหน้าของผู้เรียนหลังจากเข้ารับการสอนซ่อมเสริมแล้วทุกระยะ และควรรายงานผลให้ผู้เรียนทราบด้วย เพื่อจะได้มีกำลังใจเมื่อเห็นผลงานของตนเอง

Ashlock (2010) ได้เสนอแนวทางเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนของนักเรียนดังนี้

1. กระตุ้นให้ผู้เรียนรู้จักการประเมินตนเองด้วยการมีส่วนร่วมในกระบวนการวัดและประเมินผลเพื่อหาข้อบกพร่องในการเรียนของตนเอง

2. คำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียนในแง่ของการมีพื้นฐานความรู้ความเข้าใจความคิดรวบยอดย่อยก่อนที่จะเรียนรู้ความคิดรวบยอดใหม่ซึ่งซับซ้อนกว่าเดิม

3. คำนึงถึงความรู้สึกของผู้เรียนที่มีต่อตนเอง คือทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้สึกว่าตนเองยังเป็นคนมีคุณค่าและสามารถแก้ไขข้อบกพร่องของตนเองได้

4. การสอนซ่อมควรพยายามให้เป็นการสอนรายบุคคลให้มากที่สุด ถึงแม้ว่าบางครั้งครูจำเป็นต้องสอนซ่อมเป็นกลุ่มผู้เรียนแต่ละคนก็ต้องได้รับการดูแลแก้ไขเป็นรายบุคคลด้วย

5. สร้างโปรแกรมการสอนซ่อมบนรากฐานของการวินิจฉัยการเรียน

6. วางแผนการสอนซ่อมอย่างเป็นลำดับขั้นพยายามให้ง่ายไม่ซับซ้อน

7. พยายามเลือกวิธีสอนที่แตกต่างไปจากวิธีสอนเดิมที่เคยเรียนไปแล้ว เพราะผู้เรียนมักมีความกังวลหรือเกิดความรู้สึกกลัวต่อวิธีการเดิมซึ่งทำให้ตนไม่ประสบผลสำเร็จมาแล้ว

8. ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่มีความหลากหลายเพื่อให้ประสบการณ์ที่กว้างขวางแก่ผู้เรียน ซึ่งประสบการณ์ที่หลากหลายเหล่านี้จะส่งเสริมให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนาศักยภาพความรู้ความเข้าใจมากยิ่งขึ้น

9. สนับสนุนให้ผู้เรียนได้จัดกระทำกับวัตถุให้มากที่สุดเท่าที่ตนเองเห็นว่าจะช่วยให้เข้าใจบทเรียนได้ดียิ่งขึ้น โดยไม่ต้องคำนึงว่าจะเป็นการเสียเวลา

10. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนแสดงออกถึงความเข้าใจด้วยภาษาของตนเอง

11. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนเลือกทำกิจกรรมตามความสนใจจากกิจกรรมที่ครูเตรียมไว้ให้ โดยที่กิจกรรมเหล่านั้นจะต้องเป็นกิจกรรมที่นำไปสู่การบรรลุวัตถุประสงค์ของการเรียนการสอน

12. จัดประสบการณ์เพื่อให้ผู้เรียนพัฒนาความคิดด้วยความรอบคอบ โดยเริ่มจากประสบการณ์รูปธรรมไปสู่ประสบการณ์กึ่งรูปธรรมและไปสู่การใช้สัญลักษณ์ในที่สุด

13. เน้นการจัดระบบการเรียนรู้ โดยนำผลการเรียนรู้ใหม่ไปผสมผสานกับผลการเรียนรู้เดิม ซึ่งจะช่วยให้เกิดผลการเรียนรู้ใหม่ที่มีความหมายต่อตัวผู้เรียนดียิ่งขึ้น

14. เน้นทักษะและความสามารถอันเกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน เช่น เด็กที่คิดคำนวณผิดจะสามารถคิดคำนวณได้แม่นยำขึ้นถ้ามีความสามารถในการกะประมาณซึ่งจะช่วยในการพิจารณาคำตอบว่าน่าจะถูกต้องหรือไม่

15. ให้ความสนใจเรื่องลายมือเพราะผู้เรียนจำนวนไม่น้อยที่คิดคำนวณผิดเพราะเขียนตัวเลขไม่ชัดเจนทำให้ตนเองอ่านตัวเลขผิดจึงคิดคำนวณผิดไปด้วย

16. การฝึกหัดควรทำหลังจากที่ผู้เรียนเข้าใจเรื่องที่เรียนดีแล้ว

17. สร้างแรงจูงใจโดยเลือกกิจกรรมการฝึกซึ่งเห็นผลได้ทันทีว่าคำตอบของผู้เรียนถูกหรือผิด

18. ในเรื่องการฝึกทักษะการคิดคำนวณควรใช้ระยะเวลาสั้นๆ แต่ฝึกบ่อยๆ

19. ฝึกให้ผู้เรียนสนใจและเอาใจใส่ต่อความก้าวหน้าของตนเอง เช่น ให้ผู้เรียนเก็บแผนภูมิและกราฟแสดงความก้าวหน้าในการเรียนของตนไว้

2.2.6 การประเมินผลการสอนซ่อมเสริม

กรมสามัญศึกษา (2526) ได้เสนอแนะวิธีการประเมินผลการสอนซ่อมเสริมไว้ว่าทำได้หลายวิธีตามความเหมาะสมของเนื้อหาและกิจกรรมของจุดประสงค์ดังนี้

1. การสังเกต ใช้ในการประเมินผลจุดประสงค์ในเรื่องความคล่องแคล่วในการปฏิบัติตามวิธีดำเนินการ เช่น การปฏิบัติการวิทยาศาสตร์ การปฏิบัติคอมพิวเตอร์ การเล่นดนตรี การอ่านทำนองเสนาะเป็นต้น

2. การตรวจผลงาน หากมอบหมายงานให้นักเรียนไปทำ เช่นค้นคว้าและเขียนรายงาน การสะสมสิ่งที่มีชีวิตตามลักษณะการจัดประเภทในชีววิทยา ทำชั้นหนังสือ ประดิษฐ์สิ่งของ ผู้สอนจึงนำผลงานเหล่านั้นมาตรวจเพื่อประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน

3. การสัมภาษณ์ จุดประสงค์ของเรื่องที่เกี่ยวกับการแสดงความคิดเห็นหรือเล่ารายละเอียดวิธีปฏิบัติงานหรือรายงานผลการสังเกต ผู้สอนอาจใช้วิธีสัมภาษณ์นักเรียนหลังจากที่มอบหมายกิจกรรมให้ไปปฏิบัติงาน โดยสัมภาษณ์ทั้งกระบวนการทำงานและผลการปฏิบัติงานนั้นๆ ว่าเป็นอย่างไร

4. การสอบข้อเขียน หากต้องการทดสอบความแม่นยำภาคทฤษฎีด้วย ครูอาจจะประเมินผลด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งข้างต้น และประกอบกับการสอบข้อเขียนหรืออาจจะสอบข้อเขียนอย่างเดียวตาม

ความเหมาะสมก็ได้ ประการสำคัญคือ หากมีการสอบข้อเขียนควรเป็นการสอบอย่างสั้นๆ เฉพาะเรื่องที่จำเป็น มิฉะนั้นทั้งผู้เรียนและผู้สอนจะต้องเสียเวลาในการซ่อมเสริมไปมากก็ทำให้เสียเวลาของการเรียนการสอนปกติ

สรุปได้ว่า ในการประเมินผลนั้นต้องอยู่ในความรับผิดชอบของผู้สอนว่าจะใช้วิธีใดวิธีหนึ่งหรืออาจใช้หลายๆ วิธีประกอบกัน แล้วแต่ความเหมาะสมของจุดประสงค์ การเรียนรู้ เนื้อหา และกิจกรรม เพื่อให้ได้รับผลการประเมินรอบด้านที่น่าเชื่อถือในเวลาอันสั้นที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้และประสิทธิภาพสูงสุด

2.3. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Knowledge)

2.3.1. ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์มีนักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่าน ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Annie and John (1996) ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความรู้ที่ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ความรู้ที่รู้ว่าต้องทำอย่างไร (Knowing how) เป็นความรู้ที่จะนำไปสู่ คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น การพิสูจน์ ความรู้ขั้นตอนและการดำเนินการ และความรู้ในสิ่งนั้น (Knowing that) ได้แก่ ความรู้ทางมโนทัศน์

Steinbring (2008) ได้กล่าวถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความรู้ที่ประกอบด้วยระบบเครื่องหมายหรือระบบสัญลักษณ์ โดยเครื่องหมายเหล่านั้นไม่ได้มีความหมายมาตั้งแต่ต้นแต่เป็นการกำหนดเครื่องหมายและสัญลักษณ์เพื่อเป็นสื่อแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2547) ได้กล่าวถึงโครงสร้างของคณิตศาสตร์ โดยแบ่งคณิตศาสตร์ตามลักษณะเนื้อหาได้เป็น 4 สาขาใหญ่ๆ คือ เลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต และการวิเคราะห์จากความหมายและโครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้เกี่ยวกับ สัญลักษณ์ ขั้นตอนการดำเนินการ ทฤษฎี กฎ มโนทัศน์ โดยเป็นการกำหนดสัญลักษณ์ใหม่ขึ้นเพื่อเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่เกิดจากการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยความรู้ทางมโนทัศน์ และความรู้ด้านการดำเนินการ

สุนิดตา เรืองสิริเศรษฐ์ (2552) ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้เกี่ยวกับ สัญลักษณ์ ขั้นตอนการดำเนินการ ทฤษฎี กฎ มโนทัศน์ โดยเป็นการกำหนดสัญลักษณ์ใหม่ขึ้นเพื่อเป็นตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

จิรรัตน์ จตุรานนท์ (2554) ความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้น แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) เป็นความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันเพื่อใช้อธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge) เป็นความสามารถในการใช้กฎ ขั้นตอนการคำนวณหรือกระบวนการต่างๆ ในการอธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

อิสริยา ปรมัตถากร (2556) ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดและความเข้าใจที่เกิดจากการได้รับประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์

ศุภลักษณ์ ครุฑคง (2556) ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับ เนื้อหาสาระ คณิตศาสตร์ที่เกิดจากการรับข้อมูลและประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วยความรู้ เกี่ยวกับ ทฤษฎีบท กฎ นิยาม สูตร และสมบัติต่างๆทางคณิตศาสตร์ รวมถึงความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยการคำนวณโดยใช้สูตร และการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

จิตรวรรณ เอกพันธ์ (2558) ให้ความหมายความรู้ทางคณิตศาสตร์ คือหมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการสร้าง หรือจัดประสบการณ์ในการเรียนรู้ โดยสามารถแบ่งออกเป็นความรู้ที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจใน ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติทางคณิตศาสตร์ต่างๆ และความรู้เกี่ยวกับกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ได้แก่ ขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การใช้สูตรคณิตศาสตร์ และการใช้สัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ

จากการศึกษาความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักวิชาการและนักการศึกษา สรุปได้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจ และความสามรถของนักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาสาระ คณิตศาสตร์ที่เกิดจากการรับข้อมูลและประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ รวมถึงความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยการคำนวณโดยใช้สูตร และการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วยความรู้ทางมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) และความรู้ด้านการดำเนินการหรือขั้นตอน (Procedural Knowledge)

2.3.2. ความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์

เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์ และการพัฒนาการศึกษาให้กับคนในสังคม จึงมีความจำเป็นต่อการพัฒนาความเจริญก้าวหน้าในทุกยุคทุกสมัยอย่างต่อเนื่อง และปัจจุบันคณิตศาสตร์ยิ่งมีความสำคัญมากขึ้นในมุมมองของการเป็นศาสตร์แห่งการพัฒนาความคิด ความเป็นเหตุเป็นผล และการมีส่วนร่วมในการพัฒนาทักษะชีวิตและเป็นวิชาที่มีโครงสร้างมีระบบ แบบแผนที่ชัดเจน เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับการคิดและการใช้สติปัญญาของมนุษย์ เป็นวิชาที่ใช้สัญลักษณ์ในการสื่อความหมาย เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการคำนวณ การให้เหตุผล และการแก้ปัญหา เป็นวิชาที่นำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่ และเป็นวิชาที่ช่วยในการคาดการณ์หรือทำนายสิ่งที่จะเกิดขึ้น ลักษณะทั้งนี้ทำให้คณิตศาสตร์ถูกใช้เป็นเครื่องมือในการพัฒนาความเจริญ และการสื่อความหมายระหว่างมนุษย์ในชีวิตประจำวัน และกล่าวถึงลักษณะและธรรมชาติของคณิตศาสตร์เป็น 3 กลุ่มคือ คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง มีระบบ มีแบบแผนที่ชัดเจน คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับการคิดและการใช้สติปัญญาของมนุษย์ และคณิตศาสตร์เป็นที่ใช้สัญลักษณ์แทนความคิด (อัมพร ม้าคนอง, 2557)

จากการศึกษาความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายความสำคัญชองความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

จิตรวรรณ เอกพันธ์ (2558) กล่าวว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงมโนทัศน์และความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงขั้นตอนวิธีการมีความสำคัญต่อผู้เรียน เนื่องจากการที่นักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งสองประเภทจะทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้งานได้จริงในชีวิตประจำวัน สามารถเป็นแนวทางในการพัฒนาคุณภาพชีวิต นำไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ต่อและเป็นพื้นฐานสำหรับการคิดในการศึกษาต่อๆ ไปด้วย

สิริพร ทิพย์คง (2545) ได้กล่าวถึงสิ่งที่ผู้เรียนควรได้รับในการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. มีความรู้และความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานและทักษะการคิดคำนวณ สามารถเลือกหลักการ กฎ หรือสูตร มาใช้ในการแก้ปัญหาได้

2. มีเหตุผลเชิงตรรกะในการคิด สามารถถ่ายทอดความคิดได้อย่างชัดเจน

3. มีความประทับใจ มองเห็นถึงความสำคัญและประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ตลอดจนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

4. มีความสามารถในการใช้ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ มีทักษะในการเรียนรู้และสามารถนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

กระทรวงศึกษาธิการ (2545) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งกระทรวงศึกษาธิการได้กำหนดจุดมุ่งหมายและวิสัยทัศน์เกี่ยวกับคุณภาพและมาตรฐานของผู้เรียน สามารถสรุปได้ว่า เมื่อผู้เรียนได้เรียนคณิตศาสตร์แล้วทำให้ผู้เรียนต้องมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียง สามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อ

สุนิดตา เรืองสิริเศรษฐ์ (2552) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียน โดยคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความเป็นนามธรรม และสิ่งที่นักเรียนจะได้เรียนรู้ในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เด่นชัด คือ ข้อเท็จจริง กฎมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยจะต้องใช้สิ่งต่างๆ เหล่านี้เป็น พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อ และสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

อัมพร ม้าคนอง (2553) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้งาน ในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใดๆ ผู้เรียนจึงควรได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรสอนความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนกระบวนการ เพื่อที่ผู้เรียนจะเชื่อมโยงได้ว่าขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่ ตนเองคุ้นเคยนั้นมีที่มาหรือความหมายอย่างไร และจะนำไปใช้ได้อย่างไร

ศุภลักษณ์ ครุฑคง (2556) ความรู้ทางคณิตศาสตร์มี ความสำคัญต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้งาน ในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใดๆ ผู้เรียนจึงควร ได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ เพื่อที่ ผู้เรียนจะเชื่อมโยงได้ว่าขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองคุ้นเคยนั้นมีที่มาหรือความหมายอย่างไร และ จะนำไปใช้ได้อย่างไร อีกทั้ง ในการเรียนคณิตศาสตร์ผู้เรียนต้องมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียง สามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อ

จากการศึกษาความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักวิชาการและนักการศึกษา สรุปได้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้งาน ในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใดๆ เมื่อผู้เรียนได้เรียนคณิตศาสตร์ แล้วทำให้ผู้เรียนต้องมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียง สามารถนำความรู้ ทักษะและ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้นและอีกทั้ง ในการเรียนคณิตศาสตร์ผู้เรียนต้องมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่

พอเพียง สามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อ

2.3.3. ประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการให้ ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและ นักการศึกษาหลายท่านให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามประเภทของความรู้ทาง คณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งเป็นความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ดังนี้

1. ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

Wilson (1971) ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาที่ได้เรียนมาแล้วมาสร้างความสัมพันธ์กัน

Hiebert and Lefevre (1986) ความรู้เชิงมโนทัศน์มีลักษณะอย่างชัดเจนกับความรู้ที่อุดมไปด้วยความสัมพันธ์ สามารถคิดเพื่อเชื่อมโยงความรู้ หรือความสัมพันธ์ที่มีความโดดเด่นที่เป็นชิ้นส่วนที่ไม่ต่อเนื่องของข้อมูล

Toumasis (1995) ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกแยะประเภทของสิ่งเร้า ที่มีความสัมพันธ์และไม่สัมพันธ์กันได้

Rittle-Johnson and Alibali (1999) ได้อธิบายถึงความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการทั่วไป ความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ในเรื่องต่างๆ ทั้งที่ชัดเจนและไม่ชัดเจน

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ให้ความหมายของ ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ ความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ที่ประมวลมาจากประสบการณ์ของผู้เรียน อันเกิดมาจากการจัดประเภทการจำแนก การเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหา โดยที่ความคิดและความเข้าใจนั้นสามารถอธิบายได้ด้วยภาษาหรือสัญลักษณ์

จิรรัตน์ จตุรานนท์ (2554) ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) เป็นความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันเพื่อใช้อธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2553) ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับความหมายและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ใช้อธิบายและให้ความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็นความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎี และที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

ศุภลักษณ์ ครุฑคง (2556) ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) เป็นความคิดความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันเพื่อใช้อธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. ความหมายของความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ (Procedural Knowledge) มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้ให้ ความหมายไว้ ดังนี้

Hiebert and Lefevre (1986) ความรู้เชิงขั้นตอนคือการดำเนินเพื่อให้เกิดการสื่อสารและขั้นตอนวิธี และในกรณีนี้การสื่อสารเป็นการเขียนสัญลักษณ์แทนระบบคณิตศาสตร์ และขั้นตอนวิธีที่อ้างถึงกฎสำหรับการคำนวณทางคณิตศาสตร์

Rittle-Johnson and Alibali (1999) ได้อธิบายถึงความหมายของความรู้เชิงการดำเนินการ (Procedural Knowledge) หมายถึง การปฏิบัติอย่างเป็นขั้นตอน เพื่อการแก้ปัญหาต่างๆ ได้

Reber (1995) ให้ความหมายของความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ว่า ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ หมายถึง ความรู้ที่จะควบคุมปัจจัยที่เกี่ยวข้องในการตรวจสอบ ปรากฏการณ์บางอย่าง

College Board (2002) กล่าวว่า ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ประกอบด้วยขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ต่างๆ ความสามารถในการอ่านและเขียนกราฟและตาราง การดำเนินการทางเรขาคณิต ทักษะที่ไม่เกี่ยวกับการคำนวณ เช่น การหมุน (rounding) และลำดับ (ordering) เป็นต้น

Clark, Lyons, and Hoover (2004) ให้ความหมายของความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการว่า ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ หมายถึง แนวทางในการทำงานเพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมาย

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ความหมายของความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ว่าความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับแนวทางในการแก้โจทย์ตามกฎ ตามขั้นตอนที่แสดงถึงความเฉพาะในแต่ละสาระของคณิตศาสตร์ เช่น ขั้นตอน วิธีการในการหารยาว

จิรรัตน์ จตุรานนท์ (2554) ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge) เป็นความสามารถในการใช้กฎ ขั้นตอนการคำนวณหรือกระบวนการต่างๆ ในการอธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

อัมพร ม้าคนอง (2553) ให้ความหมายของความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ว่าความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎ กลวิธี และขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

ศุภลักษณ์ ครุฑคง (2556) ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge) เป็นความสามารถในการใช้กฎ ขั้นตอนการคำนวณหรือกระบวนการต่างๆ ในการอธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

จากการแบ่งประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สามารถ สรุปได้ว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้น แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการทั่วไป ความรู้เกี่ยวกับความหมายและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ ความเข้าใจ การนำไปใช้ รวมทั้งความสามารถในการสรุปและจำแนก สิ่งต่างๆ ที่เป็นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์และความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge) เป็นแนวทางในการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎ กลวิธี และ ขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ในการอธิบายหรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

2.3.4. แนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ เห็นว่ามีนักวิชาการและนักการศึกษาได้ ให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ คือความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ซึ่งในการศึกษาแนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์นี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ และแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ดังนี้

แนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

พนัส หันนาคินทร์ (2514) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ว่า ครูควรดำเนินการเรียนการสอน เพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การจัดประสบการณ์จริงจะทำให้การอธิบายมโนทัศน์ชัดเจน ซึ่งการอธิบายนั้น สัมพันธ์กับสิ่งที่เข้าใจอยู่ก่อนแล้ว โดยเฉพาะถ้าเป็นประสบการณ์ตรง จะช่วยให้เกิดความเข้าใจที่ถูกต้อง แถลงกฎต่างๆ อย่างชัดเจน ประสบการณ์ที่เป็นจริงเป็นสิ่งที่จำเป็นต่อการสร้างมโนทัศน์ใหม่ ให้แก่ผู้เรียนและเป็นการสร้างมโนทัศน์ที่ถูกต้องและชัดเจน

2. การให้คำอธิบายที่ชัดเจน ครูจะต้องให้หลักการในการติดต่อสื่อสารความคิด เช่น ใช้คำพูดที่นักเรียนคุ้นเคย ใช้ประโยคง่ายๆ เน้นจุดสำคัญด้วยการอธิบายซ้ำ ชี้ให้เห็นความสำคัญของ เรื่องย่อยๆ ที่มีอยู่ในเรื่องใหญ่ และใช้คำถามที่เป็นหัวใจของเรื่องนั้น

De and Crawford (1988) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ว่าในการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ ต้องมีการพัฒนาสิ่งต่อไปนี้

1. การสัมผัส ผู้เรียนอาจเกิดมโนทัศน์ได้เมื่อสัมผัสสิ่งเร้าโดยใช้อวัยวะรับสัมผัสอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่าง

2. การรับรู้ เมื่อผู้เรียนได้สัมผัสในสิ่งเร้าแล้วย่อยมีการแปลความหมายในสิ่งที่สัมผัสนั้น เพื่อจะได้เกิดมโนทัศน์ขึ้น

3. การจำ หลังจากผู้เรียนได้สัมผัสสิ่งเร้านั้นแล้วย่อมจะจำสิ่งเร้านั้นได้ว่ามีลักษณะ อย่างไร

4. การจำแนกแยกแยะ เมื่อผู้เรียนจำสิ่งเร้านั้นได้แล้ว ย่อมจะพินิจพิเคราะห์เพื่อจำแนก สิ่งเร้านั้นว่าคืออะไร

5. การสรุปรวบยอดและการแผ่ขยาย หลังจากที่ผู้เรียนพินิจพิเคราะห์และแผ่จำแนกเกี่ยวกับสิ่งเร้านั้นแล้ว ก็จะเกิดเป็นความรู้ความเข้าใจในสิ่งเร้านั้น เรียกว่าเป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งเร้านั้นๆ

Ausubel (1968) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ ว่า ในการพัฒนาความรู้ทางมโนทัศน์ นักเรียนต้องมีขั้นตอนในการสร้างมโนทัศน์ดังนี้

1. วิเคราะห์และแยกแยะความแตกต่างของกระบวนการของสิ่งเร้า

2. ตั้งสมมติฐานโดยมีลักษณะร่วม

3. ทดสอบสมติฐานที่สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่งๆ

4. เลือกข้อสมมติฐานที่สามารถรวมกลุ่มสิ่งเร้า ซึ่งมีลักษณะบางประการร่วมกันได้

5. หาลักษณะของสิ่งเร้ามาสัมพันธ์กับแนวความคิดของตน

6. แยกแยะความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์ที่รับมาใหม่กับมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่แล้วเพื่อหาความสัมพันธ์กัน

7. สรุปครอบคลุมลักษณะของมโนทัศน์ใหม่ให้ครอบคลุมส่วนย่อยทั้งหมดในกลุ่ม

8. หาสัญลักษณ์ทางภาษา

Lasley and Matczynski อ้างถึงใน (อัมพร ม้าคนอง, 2547) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ว่า มีโมเดลการสร้างมโนทัศน์ ที่จะช่วยพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 การผลิตข้อมูล เป็นขั้นผลิตและรวบรวมข้อมูล เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่สร้างข้อมูลอาจมาจากผู้เรียน ผู้สอน หรือจากทั้งผู้เรียนและผู้สอน หรือจากทั้งผู้เรียนและผู้สอน ในขั้นนี้ ผู้สอนต้องทำหน้าที่กลั่นกรองว่าข้อมูลที่ได้นี้ เป็นสิ่งที่ต้องการและเพียงพอในการนำไปสู่มโนทัศน์หรือไม่ มีสิ่งใดที่ต้องการเพิ่มเติม สิ่งใดที่ควรตัดออก

ขั้นตอนที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล ผู้เรียนจะต้องเป็นผู้จัดกลุ่มข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันทางมโนทัศน์เข้าด้วยกันตามการรับรู้ของตนเอง ผู้สอนต้องเตือนผู้เรียนให้นิยามหรืออธิบายให้ได้ว่า ใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่มข้อมูลแต่ละกลุ่ม เพื่อที่จะแยกแยะข้อมูลเป็นกลุ่มที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มที่ไม่มีลักษณะตามมโนทัศน์

ขั้นตอนที่ 3 การขยายความประเภทข้อมูล จากกลุ่มข้อมูลที่ผู้เรียนจัดได้ในขั้นที่ 2 ผู้สอนจะทำการตรวจสอบแต่ละกลุ่มและดูว่าผู้เรียนคิดอย่างไรในกระบวนการจำแนก โดยอาจให้ผู้เรียนอธิบายให้ผู้อื่นฟังหน้าชั้นเรียนหรือเขียนบนกระดานดำ ผู้สอนและผู้เรียนคนอื่นๆ มีหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้อง การอธิบายวิธีคิดในการจัดประเภทเป็นการขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ ความหมายที่แท้จริง และความสัมพันธ์ของคุณลักษณะของข้อมูล ผู้สอนควรช่วยเพิ่มเติมและขยายความเข้าใจของผู้เรียนให้ชัดเจนมากขึ้น

ขั้นตอนที่ 4 การสรุปปิด ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนอธิบายสิ่งต่างๆ ที่อยู่ในประเภทเดียวกันเกี่ยวข้องกันอย่างไร หรือให้ข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่างๆ ภายในประเภทเดียวกัน หรือให้สรุปความหมายของประเภทที่จัด และสร้างโครงข่ายโยงความสัมพันธ์การดำเนินการ เหล่านี้เป็นการใช้การคิดวิเคราะห์ระดับสูงที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งจนสามารถสร้างความรู้หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) การพัฒนามโนทัศน์สามารถทำได้หลายกระบวนการซึ่งพัฒนามาจาก 2 แนวคิด คือ การพัฒนามโนทัศน์จากกฎเกณฑ์สู่ตัวอย่างและจากตัวอย่างสู่กฎเกณฑ์ สรุปได้ว่า กระบวนการ พัฒนามโนทัศน์มี 2 แบบคือ กระบวนการแบบ rule-to-example process และ example-to- rule process ดังนี้

กระบวนการที่ 1

อธิบาย → ให้ตัวอย่าง → สรุปมโนทัศน์

กระบวนการที่ 2

กำหนดข้อมูลที่จัดกลุ่มตามลักษณะสำคัญ → การรับรู้และสังเกตลักษณะสำคัญ → สรุปมโนทัศน์

กระบวนการแบบที่ 3

กำหนดข้อมูล → การรับรู้และสังเกตลักษณะ → จำแนกประเภทข้อมูล → ระบุมโนทัศน์ → จัดกลุ่มข้อมูล

แผนกระบวนการเรียนการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ (วิมลรัตน์ ศรีสุข, 2551)

จิตรวรรณ เอกพันธ์ (2558) กล่าวว่าการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์คือการเลือกใช้ ตัวอย่างที่ดีเป็นตัวอย่างของลักษณะมโนทัศน์ที่สำคัญและลักษณะที่ไม่สำคัญ เพื่อนำมาให้ผู้เรียนได้ พิจารณา สามารถสังเกตลักษณะร่วมของตัวอย่างหลายตัวอย่างจนสรุปเป็นมโนทัศน์ได้ และนำมโนทัศน์ที่ได้ตรวจสอบความถูกต้อง จะสามารถพัฒนาให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเรื่อง นั้นๆ ได้

แนวทางการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์

Hiebert อ้างถึงใน (อัมพร ม้าคนอง, 2546) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ว่าการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการจะต้องพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนใน 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการพัฒนาความหมายสำหรับสัญลักษณ์ เป็นขั้นของการเชื่อมโยงระหว่างสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนพบประจำกับแนวคิดหรือวัตถุที่สัญลักษณ์เหล่านั้นถูกใช้แทน ในทางคณิตศาสตร์จะใช้สัญลักษณ์สองประเภทใหม่ ๆ คือ ตัวเลข เช่น 1 , 2.4 และเครื่องหมายแสดงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น + , - , x เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ขั้นพัฒนาความหมายสำหรับกฎ และการดำเนินการ เป็นขั้นพัฒนาความหมายของสิ่งที่จะกลายเป็นกฎหรือขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น ประโยคสัญลักษณ์ 65 – 27 = 38 นั้น แทนการหัก 27 ออกจาก 65 โดยหัก 10 ออกจาก 60 และ หัก 7 ออกจาก 5 แต่หัก 7 ออกจาก 5 ไม่ได้ จึงใช้วิธีใหม่ คือ แบ่ง 60 ออกเป็น 50 กับ 10 แล้วให้ 10 กับ 5 รวมเป็น 15 ซึ่งจะทำให้สามารถหักได้ โดยหัก 20 ออกจาก 50 และหัก 7 ออกจาก 15 ซึ่งจะเหลือ 30 และ 8 ตามลำดับ ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้เป็น 38

ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบความเป็นเหตุเป็นผล เป็นขั้นที่นักเรียนสามารถคาดคะเนคำตอบที่ใกล้เคียงความจริงได้ จากการใช้ความหมายในขั้นที่หนึ่ง เช่น หากนักเรียนทราบความหมายของ 4 หมายถึงจำนวนของ ที่รวมกันแล้วได้ 4 นักเรียนจะสามารถคาดคะเนได้ว่า คำตอบที่ได้ต้องมากกว่า 4 เพราะ 2/3 มีค่าไม่ถึง 1 คำตอบจึงอาจเป็น 5 หรือ 6 หรือ 7

การพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของ Hiebert ช่วยทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจความหมายเนื้อหาคณิตศาสตร์มากกว่าการจำขั้นตอนวิธีการคำนวณไปใช้ ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญในการนำความรู้ที่ได้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์อย่างแท้จริง ซึ่ง (Usiskin, 1998) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ว่าควร พัฒนาหลักการพื้นฐานสำหรับการเรียนการสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องพัฒนาสิ่ง ต่อไปนี้

1. เทคโนโลยีเปลี่ยนแปลงขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์บางอย่างมีความสำคัญมากขึ้น บางอย่างมีความสำคัญน้อยลง แต่มีขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์บางอย่างไม่มีการเปลี่ยนแปลงความสำคัญ

2. สำหรับปัญหาใดๆ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับกระบวนการ 3 ชนิด คือ ชนิดที่คิดได้ด้วยสมอง ชนิดที่ทำได้ด้วยปากกาและดินสอ และชนิดที่ทำได้ด้วยการช่วยเหลือ จากครู

3. ไม่ว่าครูคิดว่ากำลังสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์อะไร จะมีนักเรียนบางคนที่ทำ โดยวิธีที่แตกต่างออกไป

4. การจะใช้ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ครูควรเตรียมตัวและหาวิธีการที่จะ ดำเนินการสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์นั้นอย่างเหมาะสม

5. เพื่อให้เป็นการคุ้มค่าต่อการสอน ครูควรตั้งจุดมุ่งหมายในการสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

จิตรวรรณ เอกพันธ์ (2558) กล่าวถึงวิธีการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอนหรือดำเนินการคือ ครูควรจัดการเรียนการสอนที่ช่วยนักเรียนให้มีความชำนาญในการดำเนินการและมีความเข้าใจอย่างลึกซึ้งกับแนวทางดำเนินการดังกล่าว เนื่องจากในการสอน การดำเนินการทั้งในส่วนของสัญลักษณ์และขั้นตอนวิธีการนั้น จะมีการดำเนินการวิธีใหม่ๆ อยู่เสมอ การเรียนรู้วิธีการดำเนินการด้วยวิธีที่หลากหลายจะทำให้ความสามารถใช้การดำเนินการกับสถานการณ์ที่ซับซ้อนมีความคล่องแคล่วขึ้น การจัดการเรียนการสอนจะทำให้นักเรียนบรรลุผลด้านการดำเนินการและนำความรู้และความเข้าใจไปใช้ในช่วงเวลาต่างๆ ได้

จากแนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนา ความรู้ให้กับนักเรียน ทำได้โดยการพัฒนาทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือ กระบวนการให้กับนักเรียน โดยแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ คือ การให้นักเรียนได้เกิดการ สร้างและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับเนื้อหาที่จะเรียน จากนั้นให้นักเรียนจัดกลุ่มที่เหมือนและแตกต่างของ ความรู้ที่เรียน และนำไปสู่การสรุปเป็นมโนทัศน์ใหม่ที่เรียน ส่วนแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงขั้นตอน หรือกระบวนการ คือ ต้องทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมโยงระหว่างสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์กับสิ่งที่

นักเรียนพบเจอในชีวิตประจำวัน และให้นักเรียนเข้าใจความหมายของกฎ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เพื่อการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่อไป

2.3.5. การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์

ในการศึกษาการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยศึกษาการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ คือ ความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ซึ่งมีนักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Frayer, Fredrick, and Klausmeier (1969) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีความจำเป็นต้องวิเคราะห์เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการประเมิน แล้วจึงค่อยออกข้อสอบให้ตรงกับความรู้ที่ได้วิเคราะห์ไว้

NCTM (1991) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีการประเมินใน 2 องค์ประกอบ คือ การประเมินความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการประเมินความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ได้เรียน และการประเมินความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ เป็นการประเมินความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ที่ได้เรียนไปใช้ในการแก้ปัญหา

Wilson (1971) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นการประเมินเกี่ยวกับความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับ ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง และรู้จักนาข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่างๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วมาสัมพันธ์กัน

โสภณ บำรุงสงฆ์ (2520) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ว่าการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประเมินตามองค์ประกอบของความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ โดยมีการวัดความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อที่จะ ได้ทราบว่าผู้เขียนมีความเข้าใจกับกับขั้นตอนกระบวนการและมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพียงใด ดังนั้นข้อสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ จึงมีข้อคำถามที่เกี่ยวกับข้อเท็จจริง หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

จิตรวรรณ เอกพันธ์ (2558) กล่าวถึงการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ทำได้โดยการประเมินความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการโดยการประเมินความรู้ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับความรู้ที่ได้เรียนไปและประเมินความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน หรือกระบวนการที่

นักเรียนได้นำความรู้ที่ได้เรียนไปแก้ปัญหา ให้ผู้เรียนมีความเข้าใจกับขั้นตอนและกระบวนการ และเข้าใจมโนทัศน์ที่ได้เรียน

จากการศึกษาการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า การประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ทำได้โดยการประเมินความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ โดยการประเมินความรู้ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับความรู้ที่ได้เรียนไป และประเมินความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือกระบวนการที่นักเรียนได้นำความรู้ที่ได้เรียนไปแก้ปัญหา พร้อมออกข้อสอบให้ตรงกับความรู้ที่ได้วิเคราะห์ไว้

2.4 ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (Misconceptions) และข้อผิดพลาด (Mistakes)

2.4.1 ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (Misconceptions)

ไข่มุก เลื่องสุนทร (2552) ได้จำแนกลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็น 5 ด้าน และมีการรวมด้านย่อยเพื่อให้การวิเคราะห์ข้อมูลมีความชัดเจนเหมาะสมกับเนื้อหา ระดับชั้นของนักเรียน และบริบทของชั้นเรียน ดังนี้

1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้

1.1 ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา

1.2 ทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ

1.3 คัดลอกโจทย์ผิด

2. ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ ตีความจากประโยคภาษามาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

3. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังนี้

3.1 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

3.2 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด

4. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ดังนี้

4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ

4.2 ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก

5. ด้านผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2551) ได้จำแนกลักษณะของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ทั้งหมด 4 ด้าน ดังต่อไปนี้

1. ด้านการตีความจากโจทย์ หมายถึง ความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง นำข้อมูลที่ผิดหรือโจทย์ไม่กำหนดมาใช้ในการคำนวณ ไม่ใช้ข้อมูล ที่โจทย์กำหนด เขียนหรือแปลความหมายของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ หรือสิ่งที่โจทย์ให้ หาไม่ครบ เกิน ไม่ชัดเจนหรือผิดพลาด กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่ โจทย์ให้หาผิด ไม่เข้าใจความหมายของตัวแปรที่โจทย์กำหนด หรือ นำข้อมูลที่โจทย์ กำหนดให้มาใช้ผิด

2. ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติหมายถึง ความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการจำทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติผิด ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติ หรือไม่สามารถประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติ

3. ด้านการคิดคำนวณ หมายถึง ความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น ขาดความเข้าใจในพีชคณิตคือไม่สามารถแก้สมการอสมการหรือแยกตัวประกอบได้หรือขาดความระมัดระวัง

4. ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา หมายถึง ความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการหรือทำไม่เสร็จ สรุปคำตอบจากโจทย์ไม่ถูกต้อง ไม่ครบทุกกรณี ไม่สรุปคำตอบให้เป็นผลสำเร็จตามหลักคณิตศาสตร์ หรือแสดงวิธีการตรวจคำตอบไม่ครบ ไม่ชัดเจน ผิดพลาด

Fisher (1985) กล่าวถึงลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ ดังนี้

1. เป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไปจากมโนทัศน์ของผู้เชี่ยวชาญในแขนงนั้นๆ

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเพียงเรื่องเดียวหรือจำนวนหนึ่งจะขยายออกไปได้ เนื่องจากมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นที่แตกต่างกันของแต่ละบุคคลจำนวนมาก

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะขยายวงกว้างออกไปจากเรื่องที่ง่ายไปสู่เรื่องที่ยากขึ้น และมโนทัศน์ ที่คลาดเคลื่อนจำนวนไม่น้อยที่ยากต่อการเปลี่ยนแปลงแก้ไข หรือแก้ไขได้น้อยมาก ถ้าใช้วิธีการ สอนแบบดั้งเดิม

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนบางเรื่องก็เกี่ยวข้องกับความเชื่ออื่นๆ ซึ่งเกี่ยวโยงกันอย่างมีระบบ และ ทำให้นักเรียนมีแนวโน้มที่จะนำไปใช้ในชีวิตของเขาด้วย

5. มโนทัศน์คลาดเคลื่อนบางเรื่องเป็นสิ่งที่ถ่ายทอดกันมาแต่อดีต จากผู้ที่เป็นผู้นาทางความรู้ใน แขนงวิชานั้นๆ แล้วถูกถ่ายทอดมาสู่นักเรียน

Graeber (1992) ได้พิจารณาถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในระดับมัธยมศึกษา และแยกประเภทมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนซึ่งสังเกตได้ออกเป็น 4 ประเภท ได้แก่

1. การอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข (Overgeneralizations) โดยให้คำนิยามการอ้างอิงเกิน ขอบเขตหรือเงื่อนไขเป็นสองประเภท ดังนี้

1.1 นักเรียนนาหลักการ ความคิดรวบยอด หรือขั้นตอนกระบวนการที่เป็นจริงสำหรับโดเมนหนึ่ง แต่นักเรียนนำไปใช้ในโดเมนอื่นซึ่งนอกเหนือจากนั้น

1.2 นักเรียนนาขั้นตอนและกระบวนการมาใช้เป็นมโนทัศน์ เช่น การหารโดยตัวส่วนเป็นทศนิยมควรเปลี่ยนทศนิยมให้เป็นจำนวนเต็มก่อนนักเรียนบางคน พัฒนามโนทัศน์เกี่ยวกับการหารว่า “การหารไม่สามารถหารด้วยทศนิยมได้”

2. การจำกัดความคิด (Overspecialization) การที่นักเรียนกำหนดสมบัติของกลุ่มย่อยมาใช้ในกลุ่มใหญ่ หรือการที่นักเรียนเพิ่มข้อจำกัดทางความคิด หลักการหรือขั้นตอนกระบวนการที่ไม่เป็นลักษณะของกลุ่มใหญ่ทั้งหมด

3. การตีความผิด (Mistranslations) เป็นการแปลความจากข้อมูลที่ให้มาในรูปสัญลักษณ์ สูตร ตารางหรือกราฟ ไม่ถูกต้อง

4. การมีมโนทัศน์ที่จำกัด (Limited conceptions) คือการที่นักเรียนมีความเข้าในหลักการ ขั้นตอนและกระบวนการที่จำกัด ซึ่งรวมไปถึงมโนทัศน์ที่ไม่ขยาย คือมีมุมมองที่จำกัด และมโนทัศน์ที่ขาดหายคือ การที่นักเรียนนำความรู้มาใช้ได้เพียงส่วนหนึ่งเท่านั้น

Ciofalo (2010) ได้แบ่งประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

1. ความบกพร่องในการใช้แผนภาพ โมเดลและการนำเสนอในรูปแบบอื่น ซึ่งแผนภาพ โมเดล และการนำเสนอในรูปแบบต่างๆ นั้นถูกใช้ทางคณิตศาสตร์ และบางครั้งอาจเกิด ความไม่แน่นอน ไม่สมบูรณ์หรือข้อจำกัดที่ไม่ชัดเจน ในขณะที่ครูอาจเข้าใจข้อจำกัด แต่นักเรียน ยังคงพิจารณาแค่ ตามตัวอักษร อย่างเช่น นักเรียนชั้นเล็กๆไม่ค่อยได้พบเห็นรูปสามเหลี่ยมที่ มีฐาน ที่ไม่ใช่ตามแนวพื้นราบและอาจอธิบายว่าเป็นสามเหลี่ยมที่คว่าลง

2. ความบกพร่องในการอ้างอิงในรูปทั่วไปหรือทำให้เป็นรูปอย่างง่าย โดยลักษณะและรายละเอียดของวิธีการทางคณิตศาสตร์การแสดงออกหรือแนวคิด ที่อาจมีความเป็นนามธรรมลักษณะทั่วไปหรือง่ายจนเกินไป อย่างเช่น นักเรียนต้องเข้าใจบางอย่างเมื่อความจริงทางคณิตศาสตร์ไม่สามารถประยุกต์ใช้ได้ทั่วๆไป เช่น การบวกจะมีผลต่อการขยายจำนวนเสมอ (ซึ่งไม่ถูกต้องหากเป็นจำนวนลบ)

3. ความสับสนในการใช้ภาษาและคำศัพท์ ซึ่งคำศัพท์และวลีที่ถูกใช้ในการสื่อสารในทั่วๆไปสามารถสร้างความสับสนหรือมีความหมายที่แตกต่างกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เช่น คำว่า “mean”, “plane”, ”point” มีความหมายแตกต่างจากภาษาที่ใช้สื่อสารในทั่วๆไป

4. ความบกพร่องในการยอมรับข้อความจริง โดยข้อความจริงที่มีพื้นฐานจากสัญชาติญาณเพียง อย่างเดียวหรือจากการให้เหตุผลที่ผิดพลาดสามารถทำให้เกิดความเข้าใจผิดได้ อย่างเช่นบางครั้งนักเรียนมีความคิดที่ผิดว่าหลักแรกไปทางขวามือของทศนิยมเป็นตำแหน่งที่หนึ่ง (พยายามที่จะสมมาตรรอบจุดทศนิยม)

5. ความบกพร่องในการยอมรับการเทียบเท่าที่เป็นเท็จ วิธีการทางคณิตศาสตร์ต่างๆหรือแนวคิดที่บางครั้งดูเทียบเท่าไม่ถูกต้อง อย่างเช่น นักเรียนอาจพยายามที่จะจัดการกับ เศษส่วน โดยใช้การให้เหตุผลเรื่องของจำนวนจริง โดยคิดว่าการคำนวณ เป็นเช่นเดียวกับ การทำงานร่วมกับทศนิยม หรือการสมมติว่าการลบและการหารมีสมบัติการสับเปลี่ยน เช่นเดียวกับการบวกและการคูณ

พรธิดา สุขกรม (2558) ได้แบ่งประเภทของมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนเป็น 4 ประเภท ดังต่อไปนี้

1. การอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข (Overgeneralizations) เป็นการนำทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือนิยามไปใช้ในกรณีอื่นทั่วไป ซึ่งเกินกว่าขอบเขตหรือเงื่อนไขที่ ได้ระบุไว้

2. ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (Defective understanding about mathematics truths) เป็นความเข้าใจที่มีพื้นฐานมาจาก สัญชาติญาณเพียงอย่างเดียวหรือจากการให้เหตุผลที่ผิด

3. การตีความผิด (Mistranslations) เป็นการแปลความหมายหรือสื่อ ความหมายของข้อมูลไม่ถูกต้องตามความเป็นจริง

4. การมีมโนทัศน์ที่จำกัด (Limited conceptions) เป็นการมีมโนทัศน์เพียง บางส่วนซึ่งไม่เพียงพอต่อการนำไปใช้ได้อย่างถูกต้อง

จากการศึกษาลักษณะของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักการศึกษาที่กล่าวมาข้างต้น พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้หลายรูปแบบที่แตกต่างกัน ซึ่งขึ้นอยู่กับเกณฑ์การแบ่งประเภทของนักการศึกษาและแตกต่างกันไปในแต่ละเนื้อหาที่ทำการศึกษา ซึ่งผู้วิจัยสรุปได้ว่าลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สถาบันเทคโนโลยีกำปงเฌอเตียล แบ่งได้เป็น 3 ประเภทคือ

1. ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (Defective understanding about mathematics truths) เป็นความเข้าใจที่มีพื้นฐานมาจาก สัญชาติญาณเพียงอย่างเดียวหรือจากการให้เหตุผลที่ผิด

2. การตีความผิด (Mistranslations) จากประเด็นที่โจทย์ต้องการ เป็นการแปลความหมายหรือสื่อ ความหมายของข้อมูลไม่ถูกต้องตามความเป็นจริง

3. การมีมโนทัศน์ที่จำกัด (Limited conceptions) เป็นการมีมโนทัศน์เพียงบางส่วนซึ่งไม่เพียงพอต่อการนำไปใช้ได้อย่างถูกต้อง

2.4.2 ลักษณะของข้อผิดพลาด (Mistakes)

Ashlock (2010) ได้แบ่งประเภทของข้อผิดพลาดเป็น 4 ประเภท ดังนี้

1. การดำเนินการที่ไม่ถูกต้อง (wrong operation) นักเรียนพยายามที่จะตอบสนองโดย การดำเนินการอื่นๆ มากกว่าที่จำเป็นในการแก้ปัญหา

2. ข้อผิดพลาดที่เห็นได้ชัดของการคำนวณ (Obvious computational error) นักเรียนใช้การดำเนินการที่ถูกต้อง แต่คำตอบที่ได้นั้นจะขึ้นอยู่กับข้อผิดพลาดที่เป็นความจริงพื้นฐาน เกี่ยวกับตัวเลข

3. ขั้นตอนวิธีที่มีข้อบกพร่อง (Defective algorithm) นักเรียนพยายามที่จะใช้การดำเนินการที่ถูกต้องแต่ทำข้อผิดพลาดอื่นๆกว่าข้อผิดพลาดเรื่องข้อเท็จจริงของตัวเลขในการ ดำเนินการผ่านขั้นตอนที่จำเป็น

4. การตอบสนองแบบสุ่ม (Random response) การตอบสนองที่ไม่แสดงถึงความสัมพันธ์ ที่สอดคล้องกับปัญหา

Backman (1978) แบ่งประเภทของข้อผิดพลาดเกี่ยวกับขั้นตอนกระบวนการ ออกเป็น 4 ประเภท ได้แก่

1. ข้อผิดพลาดในการจัดลำดับขั้นตอนภายในกระบวนการ (errors in sequencing steps within a procedure)

2. ข้อผิดพลาดในการเลือกข้อมูลหรือกระบวนการ (errors in selecting information Or procedures)

3. ข้อผิดพลาดในการบันทึกการทำงาน (errors in recording work)

4. ข้อผิดพลาดในการทำความเข้าใจมโนทัศน์ (errors in conceptual understanding)

Blando, Kelly, Schneider, and Sleeman (1989) ได้ทำการวิเคราะห์และหารูปแบบข้อผิดพลาด ทางเลขคณิต และแบ่งประเภทของข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นได้เป็น 4 ประเภทคือ

1. ผิดพลาดในการจัดอันดับการดำเนินการ เช่น บวกก่อนคูณ

2. ผิดพลาดในการทำผิดความหมาย เช่น คูณแทนการบวก

3. ข้อผิดพลาดอื่นๆ เช่น ให้คำตอบเป็นลบทั้งๆที่ควรเป็นบวก

4. ข้อผิดพลาดที่ไม่มีรูปแบบแน่นอนเนื่องจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ

Radatz (1979) ได้แนะนำรูปแบบการจัดหมวดหมู่ของสาเหตุการเกิด ข้อผิดพลาดได้ 5 ประการ ดังต่อไปนี้

1. ข้อผิดพลาดอันเนื่องมาจากความยากทางภาษา (Errors due to language difficulties) ซึ่งนักเรียนเรียนเกี่ยวกับความคิดรวบยอด สัญลักษณ์และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ซึ่ง เปรียบเสมือนการเรียนภาษาต่างประเทศ ในการแก้โจทย์ปัญหานักเรียน การไม่เข้าใจ ความหมายของข้อความทางคณิตศาสตร์มักเป็นที่มาของข้อผิดพลาดของนักเรียน

2. ข้อผิดพลาดอันเกิดจากความยากลาบากในการได้รับข้อมูลเชิงปริภูมิ (Errors due to difficulties in obtaining spatial information) เนื้อหาตาราเรียนคณิตศาสตร์ในระดับประถมและมัธยม มีแนวโน้มที่จะเพิ่มการนำเสนอเกี่ยวกับสัญลักษณ์และภาพ ซึ่งทำให้ความต้องการความสามารถในเชิงปริภูมิของนักเรียนมีมากขึ้น ข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ส่วนมากเกิดจากความแตกต่างของความสามารถทางการรับข้อมูลเชิงปริภูมิของนักเรียน

3. ข้อผิดพลาดเนื่องจากการขาดความชำนาญในทักษะที่จำเป็น ข้อเท็จจริงและแนวคิด (Error due to deficient mastery of prerequisite skills, facts, and concepts) ข้อผิดพลาดประเภทนี้รวมไปถึงการขาดตกบกพร่องในเนื้อหา ปัญหา และความรู้เฉพาะที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการดำเนินงานทางคณิตศาสตร์ ซึ่งรวมไปถึงความบกพร่องในพื้นฐานเบื้องต้น หรือขาดความรู้ใน

ลำดับขั้นตอนวิธี ในข้อความจริงพื้นฐาน เทคนิคการคำนวณที่ผิด และขาดความรู้ในเรื่องความคิดรวบยอดและสัญลักษณ์

4. ข้อผิดพลาดอันเนื่องมาจากการเปลี่ยนกลุ่มที่ไม่ถูกต้องหรือการยึดติดกับความคิด (Errors due to incorrect associations or rigidity of thinking) มีความยืดหยุ่นเพียงพอในการถอดรหัสและการเข้ารหัสข้อมูลใหม่มักจะหมายถึงประสบการณ์ที่มีปัญหาที่คล้ายกัน ที่จะนำไปสู่ความแข็งแกร่งเป็นนิสัยของการคิด ซึ่งในกรณีนี้นักเรียนจะพัฒนาเป็นวิธีการดำเนินการอย่างต่อเนื่อง และจะยังคงยึดติดกับวิธีการที่สร้างขึ้นนี้แม้ความจริงแล้วเงื่อนไข พื้นฐานของงานชิ้นถัดไปจะเปลี่ยนไปแล้วก็ตาม

5. ข้อผิดพลาดอันเนื่องมาจากการใช้กฎหรือกลยุทธ์ที่ไม่สอดคล้อง (Errors due to the application of irrelevant rules or strategies) ชนิดของข้อผิดพลาดนี้มักจะเกิดขึ้น จากประสบการณ์ในการประสบความสำเร็จในการประยุกต์ใช้กฎเทียบเคียงหรือกลยุทธ์กับเนื้อหาอื่น

Schnepper and McCoy (2013) ได้แบ่งประเภทของข้อผิดพลาดเป็น 5 ประเภท ดังนี้

1. คำตอบที่ไม่สมบูรณ์ (Incomplete Answer) ตอบคำถามเพียงบางส่วน โดยไม่ครอบคลุมการแก้ปัญหาหรือข้อสรุปที่คำถามต้องการทั้งหมด

2. การใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) ให้ข้อสรุปจากข้อมูลที่รวบรวมอยู่ในทางที่ไม่เหมาะสม แต่มีขั้นตอนการดำเนินการที่ถูกต้อง

3. ข้อผิดพลาดทางเทคนิค (Technical Error) ผิดพลาดในด้านการคำนวณ ผิดพลาดในการจัดการกับสัญลักษณ์ทางพีชคณิตพื้นฐาน สะเพร่า หรือผิดพลาดในการใช้กระบวนการ และทักษะที่มักจะเข้าใจในหลักสูตรเบื้องต้น

4. ข้อผิดพลาดที่เกิดจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่ได้เรียนมาก่อนหน้า (Error Originating from Misconceptions of Previously Learned Material) ผิดพลาดในขั้นตอนตาม มาหรือผิดพลาดจากการใช้ทักษะที่มักจะต้นแบบก่อนหน้านี้ในเนื้อหาเดียวกัน

5. การบิดเบือนบทนิยาม (Distorted Definition) เปลี่ยนแปลงคำนิยามที่มีความเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาของข้อคำถาม

พรธิดา สุขกรม (2558) สามารถแบ่งประเภทของข้อผิดพลาด ได้เป็น 4 ประเภท ดังต่อไปนี้

1. การใช้ข้อมูลที่ผิด (Misused data) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการเลือกใช้ ข้อมูลที่ไม่เหมาะสม ใช้ข้อมูลอื่นที่ไม่สอดคล้องต่อการใช้แก้ปัญหา ไม่ทำตามที่โจทย์ ระบุอย่างชัดเจน แต่เลือก

ทาสิ่งที่โจทย์ไม่ได้ระบุแทน เลือกใช้หน่วยของตัวแปรผิด หรือ การลอกรายละเอียดเกี่ยวกับโจทย์ผิด โดยข้อผิดพลาดอาจเกิดขึ้นตั้งแต่เริ่มต้น หรืออาจ เกิดขึ้นในช่วงระหว่างการดำเนินการกับข้อมูล

2. ข้อผิดพลาดทางด้านภาษาและสัญลักษณ์ (Errors in language and symbols) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการใช้ภาษา สัญลักษณ์หรือคำศัพท์ทาง คณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง รวมไปถึงการนำเสนอข้อมูลจากภาษาพูดไปสู่ประโยคสัญลักษณ์ คณิตศาสตร์ สมการ แผนภาพ ตารางหรือกราฟไม่ถูกต้อง

3. ข้อผิดพลาดในด้านการดำเนินการและคำนวณ (Errors in operation /and computation) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการคำนวณหรือการเลือกการดำเนินการที่ไม่ สอดคล้องในการแก้ปัญหา

4. การบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยาม (Distorted theorem or definition) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการใช้หลักการ กฎ ทฤษฎีบท หรือนิยามที่เฉพาะเจาะจง ผิดไป จากความเป็นจริง

จากการศึกษาลักษณะของการเกิดข้อผิดพลาด จะพบว่าสามารถแบ่งลักษณะได้หลากหลายรูปแบบ ซึ่งเกณฑ์การแบ่งของนักการศึกษาแต่ละคนนั้นล้วนขึ้นอยู่กับเนื้อหาที่ได้ทำการศึกษาข้อผิดพลาดนั้นๆด้วย และผู้วิจัยสรุปได้ว่าลักษณะของข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สถาบันเทคโนโลยีกำปงเฌอเตียล แบ่งได้เป็น 3 ประเภทคือ

1. ข้อผิดพลาดทางด้านภาษาและสัญลักษณ์ (Errors in language and symbols) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการใช้ภาษา สัญลักษณ์หรือคำศัพท์ทาง คณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง รวมไปถึงการนำเสนอข้อมูลจากภาษาพูดไปสู่ประโยคสัญลักษณ์ คณิตศาสตร์ สมการ แผนภาพ ตารางหรือกราฟไม่ถูกต้อง

2. ข้อผิดพลาดในด้านการดำเนินการและคำนวณ (Errors in operation and computation) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการคำนวณหรือการเลือกการดำเนินการที่ไม่ สอดคล้องในการแก้ปัญหา

3. การบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยาม (Distorted theorem or definition) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการใช้หลักการ กฎ ทฤษฎีบท หรือนิยามที่เฉพาะเจาะจง ผิดไปจากความเป็นจริง

2.5 แบบทดสอบวินิจฉัย

2.5.1 ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย

ยานี สังข์ศรีอินทร์ (2550) ได้สรุปความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยว่าแบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อค้นหาจุดอ่อนหรือข้อบกพร่องทางการเรียนของผู้เรียนวิชาต่างๆ เป็นรายบุคคล พร้อมทั้งระบุสาเหตุที่ทำให้เกิดข้อบกพร่องนั้น เพื่อจัดให้มีการสอนซ่อมเสริมและเป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียนการสอนต่อไป

วิยดา ซ่อนขา (2551) ได้สรุปความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยว่าเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อค้นหาจุดบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนแต่ละคนในแต่ละเนื้อหาย่อยๆ เพื่อนำไปสู่การแก้ไขข้อบกพร่องเหล่านั้นได้อย่างตรงจุดและเป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียนการสอน

สมนึก ภัททิยธนี (2551) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้ค้นหาจุดบกพร่องหรือจุดอ่อนในการเรียนวิชาต่างๆ ของนักเรียนหลังจากการเรียนการสอนสิ้นสุดลงผลจากแบบทดสอบทำให้ทราบว่านักเรียนคนใดมีจุดบกพร่องหรือจุดอ่อนในการเรียนเรื่องใดแล้วสามารถนำสาเหตุหรือจุดบกพร่องนั้นๆ ไปเป็นแนวทางในการแก้ไขและจัดวิธีการสอนซ่อมเสริมได้ตรงจุด

ขวัญใจ สายสุวรรณ (2554) ผู้วิจัยได้สรุปว่า แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อค้นหาจุดบกพร่องตลอดจนสาเหตุของจุดบกพร่องในการเรียนของนักเรียนแต่ละคน ในแต่ละเนื้อหาย่อยๆ เพื่อนำไปสู่การแก้ไขข้อบกพร่องเหล่านั้นได้อย่างตรงจุดและเป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียนการสอนต่อไป

จารุวรรณ กุศลการณ์ (2554) สามารถสรุปได้ว่าการวินิจฉัย หมายถึงการค้นหาสาเหตุของข้อบกพร่องหรือจุดอ่อนทางการเรียนของผู้เรียน เพื่อให้ครูผู้สอนทำการแก้ไขสาเหตุของข้อผิดพลาดหรือจุดอ่อนทางการเรียนที่พบต่อไป

โชติกา ภาษีผล (2554) ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยว่าเป็นแบบทดสอบที่มุ่งวัดจุดด้อยของการเรียนรู้ที่เป็นปัญหาของผู้เรียน มุ่งตรวจสอบกลไก องค์ประกอบย่อยของกระบวนการสำคัญที่เป็นเป้าหมายของการเรียนรู้เพื่อเป็นประโยชน์ ต่อการปรับปรุงและซ่อมเสริม

นฤมล อุดรประจักษ์ (2555) พอสรุปได้ว่า แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นเครื่องมือที่ใช้ค้นหาข้อบกพร่องทางการเรียน ซึ่งปรับปรุงมาจากแบบทดสอบเพื่อสำรวจ ตัวลวงแต่ละข้อในแบบทดสอบวินิจฉัยมาจากคำตอบผิดที่นักเรียนส่วนมากตอบจากแบบทดสอบเพื่อสำรวจและตัวลวงนั้นสามารถบอกถึงสาเหตุ ข้อบกพร่องลักษณะต่างๆ เกี่ยวกับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

สุมานี กลิ่นพูน (2555) สรุปความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อมุ่งค้นหาจุดอ่อนหรือข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนวิชาต่างๆ เป็นรายบุคคลพร้อมทั้งสามารถ ระบุสาเหตุที่ทำให้เกิดข้อบกพร่องนั้น เพื่อนำไปสู่กระบวนการสอนซ่อมเสริมและเป็นแนวทางในการปรับปรุงทางการเรียนการสอนต่อไป

กัญวลัญช์ จิตรดี (2559) ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยว่า แบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง แบบทดสอบที่สร้าง ขึ้นเพื่อค้นหาข้อบกพร่องหรือจุดอ่อน และสาเหตุของความบกพร่องของทักษะการเรียนรู้ที่สำคัญของนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยวัดองค์ประกอบย่อยหรือเนื้อหาย่อยๆ ตลอดจนมีความตรงเชิงเนื้อหามากกว่าแบบทดสอบประเภทอื่น นำไปสู่การแก้ไขจุดบกพร่อง และสาเหตุของความบกพร่องนั้นๆ ได้ตรงจุด สามารถช่วยเหลือนักเรียนที่มีปัญหาหรือมีอุปสรรค ในการเรียนและเกิดการเรียนรู้ได้เหมือนคนอื่น อีกทั้งช่วยให้ครูสามารถปรับวิธีสอนของตนได้อย่างเหมาะสมและสอนซ่อมเสริมนักเรียนได้ตรงกับข้อบกพร่อง ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุงแก้ไขและการสอนซ่อมเสริม

F. G. Brown (1983) กล่าวถึงแบบทดสอบวินิจฉัยว่าเป็นแบบทดสอบที่ใช้ค้นหาข้อบกพร่องของนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยมุ่งที่จะทำการสอนซ่อมเสริมและให้การแนะแนวซึ่งจะทำให้สามารถชี้ให้เห็นจุดอ่อนหรือจุดบกพร่องของนักเรียนเป็นรายบุคคล ในแต่ละส่วนย่อยของแบบทดสอบนั้น

Singha (1974) ได้กล่าวถึงแบบทดสอบวินิจฉัยว่า คือแบบทดสอบที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อค้นหาข้อบกพร่องของนักเรียนในส่วนที่จะช่วยซ่อมเสริม โดยแบบทดสอบประเภทนี้การสุ่มเนื้อหาจำเป็นต้องละเอียดมาก และแบบทดสอบประเภทนี้ ความเที่ยงตรงของเนื้อหามีความจำเป็นมากกว่าแบบทดสอบประเภทอื่น

Ahmann and Glock (1975) ได้กล่าวถึงแบบทดสอบวินิจฉัยว่าเป็นแบบทดสอบที่ใช้หลังจากการเรียนการสอนแล้ว เพื่อให้ทราบถึงข้อบกพร่องเฉพาะที่เป็นพื้นฐานที่อยู่เบื้องหลังของนักเรียน

จากการศึกษาเอกสารเกี่ยวกับความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย ผู้วิจัยสรุปความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยได้ว่า แบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบและวินิจฉัยหาข้อบกพร่องของนักเรียนทั้งด้านมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดในการดำเนินการทำโจทย์ เพื่อทราบสาเหตุของความบกพร่องทั้งหมดที่เกิดขึ้น โดยทำการวัดองค์ประกอบย่อยหรือเนื้อหาย่อยๆ ตลอดจนมีความตรงเชิงเนื้อหามากกว่าแบบทดสอบประเภทอื่น นำไปสู่การหาข้อบกพร่องนั้นๆ ได้ตรงจุด อีกทั้งช่วยให้ครูสามารถปรับวิธีสอนของตนได้อย่างเหมาะสมกับข้อบกพร่องที่ครูวินิจฉัยได้เพื่อการสอนมีประสิทธิภาพ

2.5.2 ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2533) ได้สรุปลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. วัดได้ทั้งแบบอิงเกณฑ์ (Criterion-referenced) และแบบอิงกลุ่ม (Norm-referenced)

2. จุดประสงค์ของแบบสอบจำกัดเฉพาะจุดประสงค์ที่มีประโยชน์ต่อการวินิจฉัยเท่านั้น

3. ขอบเขตของเนื้อหามี 2 ลักษณะ คือ แบบทดสอบวินิจฉัยที่ยึดระดับชั้นเป็นหลักเช่น แบบสอบวินิจฉัยเรื่องการบวกสำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และแบบทดสอบวินิจฉัยทักษะการคิดคำนวณเบื้องต้นเกี่ยวกับการบวก

4. เป็นแบบทดสอบที่ไม่จำกัดเวลาหรือที่เรียกว่า Power test ยกเว้นในกรณีที่มีจุดประสงค์ชัดเจนว่าเป็นแบบทดสอบที่เน้นความรวดเร็วในการคิด (Speed test) จึงจะกำหนดเวลาได้

5. เนื้อหาของแบบทดสอบครอบคลุมทุกแง่มุมของคณิตศาสตร์ เช่น ทักษะการคิดคำนวณ ความหมาย และนามธรรม กระบวนการคิดคำนวณ การคิดในใจ

6. ไม่ควรวัดเฉพาะการรับรู้ระดับนามธรรม แต่ควรวัดความรู้ทั้ง 3 ระดับ คือระดับรูปธรรม กึ่งรูปธรรม และนามธรรม หรืออาจวัดความรู้ถึง 4 ระดับ คือ รูปธรรมกึ่งรูปธรรม กึ่งนามธรรม และนามธรรม

7. เน้นการให้คะแนนเป็นส่วนๆ (Part score) และการให้คะแนนของข้อสอบในแต่ละส่วนไม่เน้นคะแนนรวม

8. ข้อสอบได้มาจากการวัดพฤติกรรมการเรียนรู้อย่างละเอียดและการศึกษาสิ่งที่เด็กมักทำผิด

9. ข้อสอบควรจะง่ายเพื่อให้สามารถจำแนกระหว่างเด็กที่มีปัญหา ได้ข้อสอบแต่ละข้อควรมีค่าความยากตั้งแต่ 0.65 ขึ้นไป และควรมีมากข้อ

10. เกณฑ์แสดงการรอบรู้ในเรื่องใดเรื่องหนึ่งนิยมใช้เกณฑ์อย่างต่ำ 2 ใน 3 (67%) หรือ 3 ใน 4 (75%) เพื่อแสดงว่าเด็กมีความรอบรู้ในเรื่องนั้นจริงมิใช่ทำผิดเพราะความเลินเล่อ

สุรพรรณ วีระสอน (2551) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. แบบทดสอบวินิจฉัยจะแบ่งออกเป็นแบบทดสอบย่อยๆ เพื่อใช้วัดทักษะแต่ละอย่าง

2. ในทักษะหนึ่งๆ หรือในเนื้อหาหนึ่งๆ จะต้องมีจำนวนข้อมากๆ ข้อ

3. ข้อสอบจะต้องค่อนข้างง่าย โดยเรียงลำดับจากข้อสอบง่ายไปยาก

4. แบบทดสอบจะต้องมีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาเป็นอันดับแรก

5. ข้อสอบแต่ละข้อจะต้องบ่งถึงสาเหตุที่นักเรียนทำผิด

6. ไม่จำกัดเวลาในการทำข้อสอบ

7. การสร้างเกณฑ์ปกติไม่ใช่สิ่งสำคัญของแบบทดสอบวินิจฉัย

สุริยาพร อดุลย์พงศ์ไพศาล (2552) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. เพื่อค้นหาสาเหตุของความบกพร่องและปัญหาต่างๆ ในการเรียนของนักเรียน

2. ใช้ทดสอบระหว่างการเรียนการสอน

3. เนื้อหาที่ต้องการวัดต้องสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตรและจุดประสงค์ของการสอน

4. เป็นแบบทดสอบที่เน้นความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) เป็นสำคัญ

5. มีจำนวนข้อสอบหลาย ๆ ข้อ และสามารถวัดได้ในทักษะเดียวกัน

6. คำถามมักเป็นคำถามที่ค่อนข้างง่าย โดยมีระดับความยากตั้งแต่ 0.65 ขึ้นไป

7. เป็นแบบทดสอบที่ไม่จำกัดเวลา

8. เกณฑ์ปกติ (Norm) ไม่มีความสำคัญในแบบทดสอบวินิจฉัย

อุบล มีสิมมา (2551) กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย ไว้ดังนี้

1. เป็นแบบทดสอบที่แยกออกเป็นฉบับย่อยๆ โดยจะวัดเฉพาะด้านความรู้และความสามารถของนักเรียนเป็นด้านๆ ของแต่ละรายวิชา

2. เนื้อหาที่ต้องการวัดจะต้องสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

3. เป็นแบบทดสอบที่เน้นความตรงเชิงเนื้อหาเป็นสำคัญ

4. เป็นแบบทดสอบที่มีจำนวนข้อมาก ในแต่ละเนื้อหาที่ต้องการทดสอบ

5. เป็นข้อสอบที่ค่อนข้างง่าย

Mehrens (1973) กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยว่า

1. การทดสอบวินิจฉัยไม่ได้คำนึงถึงคะแนนการสอบเพียงอย่างเดียวแต่จะพิจารณาถึงรายละเอียดต่างๆ จากผลงานของนักเรียนประกอบด้วย เพื่อเป็นแนวทางในการจัดสอนซ่อมเสริม

2. แบบทดสอบวินิจฉัยจะต้องสร้างเกณฑ์ปกติ (Norm) ในกรณีที่ต้องการจะแสดงว่าโดยทั่วไปนักเรียนมีความสามารถอยู่ในระดับใดของกลุ่ม และไม่มีเกณฑ์ปกติ (Norm) ในกรณีที่เราถือว่าเกณฑ์ปกติ (Norm) ได้มาจากข้อสอบมาตรฐานอื่นๆ ซึ่งเป็นเกณฑ์ปกติระดับชาติ (National norm) อยู่แล้ว

3. แบบทดสอบวินิจฉัยจะเป็นแบบทดสอบมาตรฐาน ในกรณีที่เครื่องมือนั้นถูกใช้ภายใต้เงื่อนไขเดียวกัน และการให้คะแนนมีความเป็นปรนัย

4. แบบทดสอบวินิจฉัยอาจใช้เกณฑ์แบบปกติเปอร์เซ็นต์ไทล์ (Percentile norm) หรือเกณฑ์ปกติแบบเทียบชั้น (Grade equivalent norm) ได้ตามความเหมาะสม

5. แบบทดสอบวินิจฉัย จะใช้เฉพาะกับนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนซึ่งจะต้องใช้เวลามากในการดำเนินการสอบ การตรวจและการตีความหมายของคะแนน

6. แบบทดสอบวินิจฉัยสร้างยากกว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์อื่นๆ เพราะนอกจากจะต้องการคำตอบของนักเรียนแล้ว ยังต้องทำให้สามารถรู้ว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านใด

Singha (1974) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย ไว้ดังนี้

1. มีจำนวนคำถามมากข้อและครอบคลุมจุดประสงค์ของการเรียน (Leaning point)

2. จะต้องมีการวิเคราะห์เนื้อหา

3. มักเป็นคำถามง่ายๆ

4. ไม่จำกัดเวลาสอบ

5. ในแบบทดสอบย่อยประกอบด้วย ข้อสอบที่วัดในลักษณะเดียวกัน

6. ไม่มีการตั้งเกณฑ์ปกติ เพราะแบบทดสอบชนิดนี้ต้องการค้นหาจุดอ่อนของนักเรียนมากกว่าใช้ผลเพื่อเปรียบเทียบผลการเรียน

กัญวลัญช์ จิตรดี (2559) ได้กล่าวว่าแบบทดสอบวินิจฉัยมีลักษณะดังนี้

1. เป็นแบบทดสอบที่ยึดความบกพร่องในการเรียนของนักเรียนเป็นหลัก

2. เนื้อหาที่ต้องการวัดต้องครอบคลุมตามจุดประสงค์และหลักสูตรในเนื้อหาวิชานั้นๆ

3. เป็นข้อสอบที่มีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาเป็นสำคัญ

4. เป็นข้อสอบที่มีจำนวนมากข้อที่วัดในทักษะเดียวกัน

5. คำถามที่ใช้ต้องเป็นคำถามง่ายๆ โดยเรียงคำถามจากข้อง่ายไปหาข้อยาก

6. ไม่จำกัดเวลาในการทำข้อสอบ

7. ไม่มีการตั้งเกณฑ์ปกติ

จากการศึกษาเอกสารเกี่ยวกับลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย ผู้วิจัยทำการสังเคราะห์สาระสำคัญเกี่ยวกับลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย ผลการสังเคราะห์สาระสำคัญเกี่ยวกับลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย สรุปได้ว่า

1. เป็นแบบทดสอบที่แบ่งออกเป็นแบบสอบย่อยๆ หลายตอน แต่ละตอนวัดเรื่องใดเรื่องหนึ่ง มีจุดมุ่งหมายที่จะทดสอบให้ครอบคลุมถึงเนื้อหาที่สำคัญๆ ขอบเขตของเนื้อหามี 2 ลักษณะ คือ แบบทดสอบวินิจฉัยที่ยึดระดับชั้นเป็นหลัก เช่น แบบสอบวินิจฉัยเรื่องการบวกสำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และแบบทดสอบวินิจฉัยทักษะการคิดคำนวณเบื้องต้นเกี่ยวกับการบวกทำให้วินิจฉัยได้ว่านักเรียนมีความบกพร่องในเรื่องใด และมีสาเหตุใด เพื่อจะได้ช่วยแก้ไขความบกพร่องนี้ให้ตรงจุด

2. เนื้อหาของแบบทดสอบครอบคลุมทุกแง่มุมของคณิตศาสตร์ เช่น ทักษะการคิดคำนวณ ความหมาย และนามธรรม กระบวนการคิดคำนวณ การคิดในใจ

3. เป็นแบบทดสอบที่ง่าย และมีจำนวนมากข้อ

4. เป็นแบบทดสอบที่เน้นความตรงตามเนื้อหา (Content validity) เป็นสำคัญ

5. ข้อสอบได้มาจากการวัดพฤติกรรมการเรียนรู้อย่างละเอียดและการศึกษาสิ่งที่เด็กมักทำผิด ส่งผลข้อสอบแต่ละข้อสามารถสืบค้นหาสาเหตุของการตอบข้อสอบผิดได้

6. ไม่จำกัดเวลาในการสอบ การสอบใช้สอบเมื่อเรียนแต่ละบทเรียนเสร็จสิ้นแล้ว

7. ไม่มีการสร้างเกณฑ์ปกติ

8. นำผลไปใช้พิจารณาจัดการสอนซ่อมเสริม

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้รูปแบบการวินิจฉัยโดยแบบทดสอบ ซึ่งแบบทดสอบวินิจฉัยที่สร้างขึ้นมีลักษณะเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยที่ยึดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องเป็นหลัก เนื้อหาของแบบทดสอบครอบคลุมมโนทัศน์ย่อยของลิมิตและความต่อเนื่อง และ ผู้วิจัยได้ทำแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องโดยแบ่งประเภทของข้อบกพร่องเป็นสองลักษณะคือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดออกเป็นหมวดหมู่ เพื่อความชัดเจน และสะดวกต่อ การอธิบายข้อมูล

2.5.3 เทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

อุบล มีสิมมา (2551) ได้สรุปขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้สอดคล้องกับ

1. วางแผนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

2. วิเคราะห์เนื้อหาอย่างละเอียด แบ่งเนื้อหาออกเป็นฉบับย่อยๆ

3. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ ลักษณะของแบบทดสอบและจำนวนข้อสอบ

4. สร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร

5. ดำเนินการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย โดยใช้คำตอบที่รวบรวมมาจากการตอบของนักเรียนที่ตอบผิดในการทดสอบเพื่อสำรวจมาสร้างเป็นตัวลวง แล้วนำไปทดสอบกับนักเรียน

6. วิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบและวิเคราะห์หาจุดบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน เพื่อใช้ในการปรับปรุงแบบทดสอบต่อไป

7. จัดพิมพ์แบบทดสอบและคู่มือดำเนินการสอบ

ญาณัจฉรา สุดแท้ (2551) ได้กล่าวถึงเทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายและวางแผนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

2. วิเคราะห์เนื้อหาอย่างละเอียด แบ่งเนื้อหาออกเป็นเนื้อหาเรื่องย่อยๆ และเขียนจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมให้สอดคล้องกับเนื้อหานั้น

3. เขียนข้อสอบให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนั้น

4. วิเคราะห์จุดบกพร่องของนักเรียนจากการเลือกตอบแบบทดสอบวินิจฉัย

5. นำแบบทดสอบไปทดลองใช้และปรับปรุงแบบทดสอบ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการทดสอบเพื่อสร้างตัวลวง ทดสอบเพื่อวิเคราะห์รายข้อ และทดสอบเพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบที่สร้างขึ้น

สุริยาพร อดุลย์พงศ์ไพศาล (2552) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ไว้ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

2. ศึกษาและวิเคราะห์เนื้อหาที่ต้องการวินิจฉัยอย่างละเอียด

3. ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเหมาะสม

4. สร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจเป็นแบบเติมคำ และนำไปทดสอบกับนักเรียน

5. สร้างแบบทดสอบวินิจฉัย โดยใช้คำตอบที่รวบรวมมาจากการตอบของนักเรียนที่ตอบผิดในการทดสอบเพื่อสำรวจมาสร้างเป็นตัวลวง

6. วิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ และนำไปปรับปรุงแก้ไข

7. เขียนคู่มือการใช้แบบทดสอบวินิจฉัย

8. จัดพิมพ์เป็นรูปเล่ม

สุเทพ สันติวรานนท์ (2553) ได้สรุปขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในเชิงปฏิบัติการ ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมาย และวางแผนในการดำเนินการสร้างแบบทดสอบ

2. วิเคราะห์ทักษะที่จำเป็นและเนื้อหาวิชาอย่างละเอียด แล้วแบ่งเป็นองค์ประกอบย่อยๆ

3. เขียนจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมให้ครอบคลุมเนื้อหาที่กำหนด

4. เขียนข้อสอบให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ในข้อสอบจะกำหนดให้นักเรียนหาคำตอบและสาเหตุการเลือกตอบ ซึ่งในขั้นนี้ถือเป็นขั้นการสร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจหาสาเหตุของการเลือกตอบ

5. นำไปทดสอบกับนักเรียนในกลุ่มที่ได้เรียนเนื้อหานั้นผ่านมาแล้ว

6. วิเคราะห์หาคำตอบ และสาเหตุของการไม่สัมฤทธิ์ผลตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมจากแบบทดสอบเพื่อสำรวจ ทั้งนี้เพื่อนำผลการวิเคราะห์มากำหนดสร้างตัวเลือก ของแบบทดสอบวินิจฉัยต่อไป

7. เขียนข้อสอบโดยตัวเลือกสร้างจากสาเหตุของการเลือกตอบของนักเรียน

8. นาข้อสอบในขั้นที่ 7 มารวบรวมเป็นฉบับแบบทดสอบวินิจฉัย แล้วนำไปทดลองใช้และพัฒนาปรับปรุงคุณภาพให้ดีขึ้น

9. เขียนคู่มือในการใช้แบบทดสอบ และกำหนดแนวทางที่เหมาะสมเพื่อสามารถบ่งชี้ถึงความบกพร่อง และค้นหาสาเหตุของความบกพร่องในแต่ละทักษะนั้นได้

สิทธิยา มณีสาย (2555) สรุปเป็นขั้นตอนในการสร้างได้ ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายและวางแผนในการดำเนินการสร้างแบบทดสอบ

2. ศึกษาเนื้อหาเพื่อวิเคราะห์เนื้อหา แล้วเขียนจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

3. สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร

4. กำหนดจำนวนข้อคำถามลงในตารางวิเคราะห์หลักสูตร

5. สร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจ แล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเที่ยงตรง

6. นำไปทดสอบกับนักเรียนเพื่อหาข้อบกพร่อง

7. นำผลที่ได้มาปรับปรุงเพื่อสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

8. นำแบบทดสอบวินิจฉัยที่สร้างขึ้นไปทดลองใช้ และพัฒนำแบบทดสอบให้มีคุณภาพดีขึ้น

9. จัดทำคู่มือและพิมพ์เป็นรูปเล่ม

สุมานี กลิ่นพูน (2555) จากการศึกษาเทคนิคและวิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ที่กล่าวมาแล้วข้างต้นผู้วิจัยสามารถสรุป ขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยได้ ดังนี้

1. วางแผนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

2. วิเคราะห์เนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ของหลักสูตรโดยการทาเป็นตารางวิเคราะห์ลักสูตร

3. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ ลักษณะของแบบทดสอบและจำนวนข้อสอบ

4. สร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร

5. ดำเนินการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย โดยใช้คำตอบที่รวบรวมมาจากการตอบของนักเรียนที่ตอบผิดในการทดสอบเพื่อสำรวจมาสร้างเป็นตัวลวง แล้วนำไปทดสอบกับนักเรียน

6. วิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบและวิเคราะห์หาจุดบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน เพื่อใช้ในการปรับปรุงแบบทดสอบต่อไป

7. จัดพิมพ์แบบทดสอบและคำชี้แจงในการดำเนินการสอบ

Thorndike and Hagen (1961) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ว่ามี 2 ขั้นตอน ดังนี้

1. วิเคราะห์ทักษะหรือเนื้อหาวิชาที่ต้องการทดสอบออกเป็นทักษะหรือองค์ประกอบย่อยๆ

2. สร้างและปรับปรุงแบบทดสอบที่ใช้วัดทักษะย่อยๆ เหล่านั้น เพื่อให้สามารถค้นหาจุดบกพร่องในแต่ละทักษะย่อยๆ นั้นได้

F. G. Brown (1983) ได้กล่าวถึงการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยว่าควรพิจารณาหลักการดังนี้

1. แบ่งทักษะออกเป็นองค์ประกอบย่อยๆ ให้ชัดเจน

2. แบ่งเป็นแบบทดสอบย่อยๆ หลายฉบับ และสร้างให้ทดสอบย่อยแต่ละฉบับสามารถวัดองค์ประกอบย่อยของทักษะได้เพียงองค์ประกอบเดียว

3. แบบทดสอบย่อยทุกฉบับจะต้องวัดทักษะย่อยที่ต้องการวัดได้จริงๆ เพราะถ้าแบบทดสอบย่อยนั้นไม่ได้วัดทักษะย่อยนั้นจริงแล้ว จะไม่สามารถพิจารณาจุดบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคลได้ถูกต้องตรงความเป็นจริง

4. คะแนนจากการสอบย่อย จะต้องกำหนดแนวทางที่เหมาะสมเพื่อให้สามารถ จัดหาวิธีการสอนซ่อมเสริมได้ตรงจุด

Gropper (1975) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยว่ามีขั้นตอนดังนี้

1. วางแผนในการสร้างแบบทดสอบ

2. เขียนข้อสอบโดยใช้จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมเป็นเกณฑ์

3. หาจุดบกพร่องของการไม่สัมฤทธิ์ผลตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

4. นำแบบทดสอบไปทดลองใช้และปรับปรุงแบบทดสอบ

Singha (1974) ได้กล่าวถึงการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. ไม่จำเป็นต้องสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร (Blue-print) เนื่องจากไม่ได้หาความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหากับวิธีการ

2. ในกรณีที่สร้างเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ หรือแบบตอบสั้นๆ ควรมีจำนวนข้อไม่น้อยกว่า 3 ข้อ ในแต่ละเนื้อหาย่อย

3. ไม่จำเป็นต้องสร้างเกณฑ์ปกติ (Norm) ในการวินิจฉัย เพราะแบบทดสอบวินิจฉัยที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อค้นหาจุดบกพร่องมากกว่าการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

4. แบบทดสอบวินิจฉัยจะเรียงข้อสอบตามเนื้อหา โดยจัดข้อสอบที่อยู่ในเนื้อหาเดียวกันเข้าไว้ด้วยกันโดยไม่คำนึงค่าความยาก

5. แบบทดสอบวินิจฉัยอาจสร้างเป็นแบบสอบมาตรฐาน (Standardized test) หรือเป็นแบบสอบที่ครูสร้างขึ้น (Teacher-made test) แต่แบบสอบที่ครูสร้างขึ้นมักจะคุ้มค่ามากกว่าเพราะประหยัดเวลาและแรงงานมากกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับแบบทดสอบมาตรฐานนอกจากนี้ Singha (1974) ยังได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ว่าคล้ายกับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทั่วๆ ไป ดังนี้

5.1 วางแผน

5.2 เขียนข้อสอบ

5.3 รวบรวมเป็นแบบทดสอบ

5.4 เขียนคู่มือการใช้แบบทดสอบ

5.5 เตรียมเฉลยข้อสอบ

5.6 วางแผนการในการใช้แบบทดสอบ

5.7 ทบทวนแบบทดสอบ

จากการศึกษาเทคนิคของการสร้างแบบทดสอบผู้วิจัยสรุปได้ดังนี้

1. วิเคราะห์ทักษะหรือเนื้อหาวิชาที่ต้องการทดสอบออกเป็นทักษะหรือองค์ประกอบย่อยๆ

2. สร้างโจทย์แบบฝึกหัด

3. ให้นักเรียนทำโจทย์แบบฝึกหัด

4. วิเคราะห์และพบถามนักเรียนสอนเพื่อหาข้อบกพร่องแล้วจำแนกลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งงานวิจัยในประเทศและงานวิจัยต่างประเทศ มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้ทำการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับวิธีการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมที่มีผลต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องดังนี้

2.6.1 งานวิจัยในประเทศ

วิวัฒน์ ลีวงศ์วัฒน์ (2548) ได้ศึกษาวิจัยเรื่องผลการสอนซ่อมเสริมโดยใช้การจัดการเรียนการสอนผ่านเว็บที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยมจำนวน 20 คน การวิจัยปรากฏผลดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนการสอนผ่านเว็บ 18 คน จาก 20 คน มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไม่ต่ำกว่าร้อยละ 50

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ทุกคน มีคะแนนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์หลังการเรียนซ่อมเสริมโดยใช้การจัดการเรียนการสอนผ่านเว็บ ไม่ต่ำกว่าร้อยละ 50

3. ความรู้พื้นฐานในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการเรียนซ่อมเสริมโดยใช้การจัดการเรียนการสอนผ่านเว็บ มากกว่าก่อนการเรียนซ่อมเสริมโดยใช้การจัดการเรียนการสอนผ่านเว็บ อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

เกษสุดา บูรณพันศักดิ์ (2545) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2545 จากโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร ผู้วิจัยสัมภาษณ์นักเรียน 24 คน และให้นักเรียน 307 คน ตอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน โดยจำแนกมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันออกเป็น 4 ประเภทคือ การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน การแปลความหมายฟังก์ชัน การเปลี่ยนฟังก์ชัน และการทำให้เป็นผลสำเร็จ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำโดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ 35.53 21.30 และ 14.20 ตามลำดับ และ 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ดังนี้ (ก) นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชันในด้านการใช้บทนิยามสัญลักษณ์ สมบัติและตัวแปร และ (ข) นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในด้านการใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ การใช้สูตร การคิดคำนวณ การตีความด้านภาษา การตรวจสอบการแก้ปัญหา และการเขียนกราฟ

สุดารัตน์ มนต์นิมิตร (2545) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง การใช้เทคนิคการคิดออกเสียงเป็นเครื่องมือในการวินิจฉัยความสามารถ ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์เพื่อจัดสอนซ่อมเสริม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนมาบอำมฤตวิทยา จังหวัดชุมพร สังกัดกรมสามัญศึกษา จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. วิธีคิดของนักเรียนในการนำไปใช้แก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ มี 6 วิธีการ คือ 1) วิธีการกำหนดตัวแปรไม่ทราบค่า 2) วิธีการสร้างภาพ 3) วิธีการสร้างตาราง 4) วิธีการให้เหตุผล 5) วิธีการทำย้อนกลับ 6) วิธีการคาดคะเนและตรวจสอบ โดยมีนักเรียนบางคนใช้ 2 วิธีการร่วมกันในการแก้ปัญหา 1 ข้อ

2. วิธีคิดที่นักเรียนกลุ่มที่ได้คะแนนผ่านเกณฑ์นำมาใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์แต่ละข้อ มากที่สุด คือ ข้อที่ 1) วิธีการคาดคะเนและตรวจสอบ ข้อที่ 2) วิธีการให้เหตุผล ข้อที่ 3) วิธีการสร้างภาพ ข้อที่ 4) วิธีการสร้างตาราง ข้อที่ 5) วิธีการสร้างภาพ/วิธีการทำย้อนกลับ

3. ก่อนการสอนซ่อมเสริม นักเรียนมีข้อบกพร่องในวิธีคิด โดยมีสาเหตุจากการไม่รู้จักวิธีคิดมากที่สุดหลังการสอนซ่อมเสริม นักเรียนมีข้อบกพร่องในวิธีคิด โดยมีสาเหตุจากการใช้วิธีคิดไม่ถูกวิธีมากที่สุด

4. หลังการสอนซ่อมเสริม นักเรียนยังคงใช้วิธีเดิมในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 40.7 รองลงมา คือ การเปลี่ยนวิธีคิด คิดเป็นร้อยละ 33.3 และไม่เกิดวิธีคิด คิดเป็นร้อยละ 16.7 ส่วนการใช้วิธีเดิมเสริมวิธีคิดใหม่ มีจำนวนน้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 9.3

5. การเปลี่ยนวิธีคิด ทำให้มีจำนวนนักเรียนได้คะแนนเพิ่มขึ้น มากที่สุด รองลงมา คือ การใช้วิธีเดิมและการใช้วิธีเดิมเสริมวิธีใหม่

6. ผลของการสอนซ่อมเสริม ทำให้มีนักเรียนได้คะแนนเพิ่มขึ้น คิดเป็นร้อยละ 40.0 มีนักเรียนได้คะแนนลดลง คิดเป็นร้อยละ 12.0 และมีนักเรียนได้คะแนนคงเดิม 48.0

สุจินดา พัชรภิญโญ (2548) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 20 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสมุทรปราการ ที่สอนโดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์หลังจากเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศศิวรรณ เมลืองนนท์ (2549) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง ผลของการสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีซ่อมแซมโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาเอกชน กรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนราชินี กรุงเทพมหานคร ในภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2549 จำนวน 2 ห้องเรียน คือ กลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 43 คน และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 44 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีซ่อมแซมโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์มีผลการทดสอบมโนทัศน์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50

2. นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีซ่อมแซมโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์มีมโนทัศน์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

3. นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีซ่อมแซมโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

เพ็ญนภา และสุขจิตร (2549) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องด้านความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแยกตัวประกอบพหุนาม ของนักศึกษาระดับปริญญาตรีชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตพณิชยการพระนคร ภาคเรียนที่ 1 ปี 2549 จำนวน 2 ห้องเรียน จำนวน 60 คน ซึ่งได้จากการเลือกแบบเจาะจงเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน จำนวน 39 คน ผลการวิจัยพบว่าบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องด้านความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแยกตัวประกอบพหุนาม มีประสิทธิภาพ E1/E2=80.89/81.58 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ที่ตั้งไว้ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการแยกตัวประกอบพหุนาม ของนักศึกษาหลังใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

สิริลักษณ์ โปร่งสันเทียะ (2550) ได้ศึกษาผลการพัฒนาโปรแกรมซ่อมเสริมคณิตศาสตร์สำหรับเด็กที่มีปัญหาทางการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 2 และ 3 ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. โปรแกรมซ่อมเสริมคณิตศาสตร์สำหรับเด็กที่มีปัญหาทางการเรียนรู้ ประกอบด้วย (1) แบบคัดแยกเด็กที่มีปัญหาทางการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์ ที่มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.98 (2) แผนการจัดกิจกรรมซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมปีที่ 2 และ 3 ด้านการจำแนกทางสายตา การนับ การแทนค่าประจำหลัก การบวก การลบ และการแก้โจทย์ปัญหา (3) แบบประเมินความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.92 ค่าความเชื่อมั่นของแบบประเมินรายด้าน อยู่ระหว่าง 0.54 ถึง 0.86 มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.34 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.22 ถึง 0.88 และ (4) แบบวัดการรับรู้ความสามารถของตนด้านคณิตศาสตร์ ที่มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.92 โปรแกรมซ่อมเสริมคณิตศาสตร์สำหรับเด็กที่มีปัญหาทางการเรียนรู้ มีความเหมาะสมในระดับดีมาก

2. ประสิทธิผลของโปรแกรมซ่อมเสริมคณิตศาสตร์สำหรับเด็กที่มีปัญหาทางการเรียนรู้ ด้าน (1) ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของเด็กที่มีปัญหาทางการเรียนรู้หลังการจัดกิจกรรมซ่อมเสริม

คณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดีมาก และ (2) การรับรู้ความสามารถของตนด้านคณิตศาสตร์ของเด็กที่มีปัญหาทางการเรียนรู้ หลังการจัดกิจกรรมซ่อมเสริมคณิตศาสตร์สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

วิมลรัตน์ ศรีสุข (2551) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถ ทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกำแพงเพชรพิยาคม จังหวัดกำแพงเพชร จำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 90 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 45 คน กลุ่มควบคุม 51 คน ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นประกอบด้วยขั้นตอน 6 ขั้นตอนได้แก่ 1) ขั้นทบทวน ความรู้พื้นฐาน 2) ขั้นค้นหาลักษณะสำคัญร่วม 3) ขั้นจัดกลุ่มข้อมูล 4) ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์ 5) ขั้นสรุป 6) ขั้นนำความรู้ไปใช้

2. ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางคณิตศาสตร์คิดแบบอุปนัยหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางคณิตศาสตร์คิดแบบอุปนัยของนักเรียนด้วยกระบวนการสอนที่พัฒนาขึ้นสูงกว่าก่อนเรียนมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศิริรัตน์ ศิริวิโรจน์สกุล (2551) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ระหว่าง การสอนด้วยโครงงานและการสอนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน: งานวิจัยเชิงทดลองที่ใช้การวินิจฉัยข้อบกพร่องเป็นตัวแปรปรับ กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ โรงเรียนสาธิตจุฬาฯ ฝ่ายประถม จำนวน 45 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 15 คน แต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่อ่อนด้านมโนทัศน์ ด้านการคำนวณ และด้านการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า

1. การสอนซ่อมเสริมด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสามารถนำมาใช้กับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำได้ โดยนักเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้ง 3 ด้าน หลังการทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง

2. การสอนซ่อมเสริมแบบโครงงาน สามารถนำมาใช้กับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำได้ โดยโดยนักเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้ง 3 ด้าน หลังการทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง

3. นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำเมื่อได้รับการซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ด้วยวิธีปกติจะมีคะแนนด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน และการสอนแบบโครงงานอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. การสอนโดยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน และการสอนแบบโครงงานมีความเหมาะสมกับนักเรียนที่มี ผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ต่ำด้านต่างๆ ได้แก่ นักเรียนที่อ่อนด้านมโนทัศน์ ด้านการคำนวณ และด้านการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งการสอนทั้ง 2 วิธีควรมีครูคอยดูแลและให้คำปรึกษานักเรียนอย่างใกล้ชิด

ฮาบัส อิสมัน (2551) ได้ทำวิจัยเรื่อง การสร้างชุดการเรียนการสอนเพื่อสอนซ่อมเสริมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนจริงสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของโรงเรียนสายบุรีอิสลามวิทยา อำเภอสายบุรี จังหวัดปัตตานี ที่มีผลสัมฤทธิ์การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ ผลการวิจัยพบว่า

1. ชุดการเรียนการสอนเพื่อสอนซ่อมเสริมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนจริง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 84.10/70.43 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์มาตรฐาน 70/70 ที่กำหนดไว้

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ เรื่องจำนวนจริง หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชญานิน คมพจน์ (2552) ได้ศึกษาผลของการสอนซ่อมเสริมโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดสุราษฎร์ธานี กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 20 คน ในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสุราษฎร์ธานี เขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานกระทรวงศึกษาธิการ ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนซ่อมเสริม โดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนซ่อมเสริมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

2. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนซ่อมเสริม โดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนซ่อมเสริมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

3. หลังจากนักเรียนผ่านการเรียนซ่อมเสริม พบว่า จำนวนนักเรียนที่ไขข้อบกพร่องในการคำนวณได้ทุกข้อคิดเป็นร้อยละ 45 ของนักเรียนทั้งหมด ข้อบกพร่องที่พบมากที่สุด คือข้อบกพร่องในการลำดับเครื่องหมาย

ศุภลักษณ์ ครุฑคง (2556) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพัทลุง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ 48 คน และกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ45 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่า ก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการของความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบเป็นระยะจากก่อนเรียนระหว่างเรียนและหลังเรียน

พนมกร มิตรแก้ว (2557) ได้ศึกษาผลการสอนซ่อมเสริม โดยใช้แบบฝึกทักษะ เรื่องอัตราส่วน (Ratio) สัดส่วน (Proportion) และร้อยละ (Percent) ในรายวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 สำหรับนักเรียนประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 สาขางานธุรกิจ ค้าปลีก วิทยาลัยเทคโนโลยีปัญญาภิวัฒน์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้คือผู้ที่เรียนหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2556 ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ ปีที่ 2 สาขางานธุรกิจค้าปลีก ที่ลงทะเบียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 ของวิทยาลัยเทคโนโลยีปัญญาภิวัฒน์จำนวน 15 คนโดยคัดเลือกจากผู้เรียนที่ สมัครใช้ชุดฝึกทักษะคำนวณคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ผู้เรียนทำแบบทดสอบก่อนการใช้แบบฝึกทักษะ 8 ชุดฝึก ได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 3 จากคะแนนเต็ม 10 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 32.67 หลังจากการใช้แบบฝึกทักษะคำนวณคณิตศาสตร์ ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพปีที่ 2 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 9 จากคะแนนเต็ม 10 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 92.67 ซึ่งมีความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 6 คิดเป็นร้อยละ 60 ซึ่งจากเปรียบเทียบข้อมูลจากค่า t-test มีความแตกต่างกันทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .05 และประสิทธิภาพทางการเรียนการสอน เรื่องการใช้แบบฝึกทักษะคำนวณคณิตศาสตร์ ของผู้เรียน เท่ากับ 77.60/94.40 ซึ่งมีค่าใกล้กับ 80/80 แสดงว่าการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะคำนวณคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ มีประสิทธิภาพ

จิตรวรรณ เอกพันธ์ (2558) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลยุทธ์การสอนเชิงบริบทที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของ

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 กลุ่มทดลองจำนวน 49 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 50 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลยุทธ์การสอนเชิงบริบท มีความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลยุทธ์การสอนเชิงบริบทมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลยุทธ์การสอนเชิงบริบท มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 4) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลยุทธ์การสอนเชิงบริบทมีพัฒนาการของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

พรธิดา สุขกรม (2558) ได้ศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 และเขต 2 โดยมี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ในโรงเรียนสังกัด สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 และเขต 2 จำนวน 397 คน

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์มากที่สุดคือประเภท การมีมโนทัศน์ที่จำกัด รองลงมาคือ การมีความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ การอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข และการตีความผิด ตามลำดับ

2. ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่พบมากของการมีมโนทัศน์ที่จำกัด คือ

2.1 การมีมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนตรรกยะเพียงบางส่วน โดยไม่ได้คำนึงถึงกรณีที่เป็นค่าประมาณ

2.2 การมีมโนทัศน์ที่จำกัดเกี่ยวกับรากที่สอง โดยไม่ครอบคลุมไปถึงกรณีที่รากเป็นจำนวนจริงลบ

2.3 การมีมโนทัศน์เกี่ยวกับสมบัติของรากเพียงบางส่วน ทำให้นำไปประยุกต์ใช้ไม่ถูกต้อง

3. นักเรียนมีข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์มากที่สุดคือประเภท การใช้ข้อมูลที่ผิด รองลงมา คือ ข้อผิดพลาดทางด้านภาษาและสัญลักษณ์ ข้อผิดพลาดในด้านการดำเนินการคำนวณ และการบิดเบือนทฤษฎีบท หรือนิยาม ตามลำดับ

4. ลักษณะที่พบมากของการใช้ข้อมูลผิด คือ

4.1 การแสดงแนวคิดในการหาคำตอบที่ถูกต้อง แต่เลือกใช้ข้อมูลผิดพลาด

4.2 การไม่ทำตามที่โจทย์ระบุอย่างชัดเจน แต่เลือกทำสิ่งที่โจทย์ไม่ได้ระบุแทน

4.3 การแสดงคำตอบที่ได้จากการคำนวณไม่ถูกต้อง

2.6.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Brown and VanLehn (1980) ได้ศึกษาผลการสอนในชั้นเรียนเพื่อแก้ไขมโนทัศน์จากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้อง พบว่านักเรียนกลุ่มทดลองที่ทำการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้อง โดยอาศัยการสอนตามแนวทฤษฎีการซ่อมแซมเมื่อนักเรียนผ่านการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ตามแนวทฤษฎีการซ่อมแซมแล้วพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม และเมื่อทำการทดสอบวัดมโนทัศน์อีกครั้งหลังจากจบการเรียนเนื้อหาทั้งหมดเป็นเวลา 1 สัปดาห์ พบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนที่ได้จากการทดสอบมโนทัศน์สูงกว่ากลุ่มปกติ

Hyman (1990) ได้ศึกษาผลของการสอนซ่อมเสริมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อการอ่านและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนเกรด 4 ถึง เกรด 8 ในช่วงเวลา 6 สัปดาห์ของการเรียนภาคฤดูร้อน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 4 ถึงเกรด 8 ที่มีผลการเรียนต่ำ จำนวน 158 คน ผลการวิจัยพบว่า เจตคติต่อการอ่านและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนซ่อมเสริมสูงกว่าก่อนได้รับการสอนซ่อมเสริม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

Sleeman et al. (1989) ได้ทำการวิจัยเรื่องการวินิจฉัยและการสอนซ่อมเสริมกับนักเรียนมัธยมศึกษาที่เรียนพีชคณิต โดยสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีการซ่อมแซม Sleeman และเพื่อนได้วินิจฉัยและสอนซ่อมเสริม กับนักเรียนมัธยม Scottish School ในช่วงอายุ 13 ปี 6 เดือน ถึง 14 ปี 8 เดือน ผลการวิจัยพบว่า หลังจากการสอนซ่อมเสริมแล้วข้อบกพร่องลดลง 80% และทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

Virvou and Tsiriga (2000) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พวกเขาได้พัฒนาขึ้นมามีชื่อว่า “Easy Math”เพื่อสอนซ่อมเสริมกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนในชั้นเรียนปกติเรียบร้อยแล้วทดสอบหลังเรียนปกติมาเรียนซ่อมเสริมกับโปรแกรม

“Easy Math” แล้วจึงทดสอบอีกครั้งหนึ่งโดยใช้แบบทดสอบคู่ขนานกับการสอบครั้งแรก ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนร้อยละ 46 มีคะแนนสอบสูงขึ้น และสูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้ผ่านการเรียนกับโปรแกรม “Easy Math”

จะเห็นได้ว่ามีผู้ศึกษาเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ การสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีการซ่อมแซม และความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน มีผู้ศึกษาว่าการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องจะมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ดี ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาผลการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งทางด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงกระบวนการ/ขั้นตอนในการคำนวณในเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สถาบันเทคโนโลยีกำปงเฌอเตียล จังหวัดกำปงธม ประเทศกัมพูชา

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่องผลของการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 จังหวัดกำปงธม เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi- Experimental Study) ดำเนินการทดลองตามแบบแผนการวิจัยแบบกลุ่มเดียวทดสอบก่อนหลัง (One Group Pretest – Protest Design) ซึ่งผู้วิจัยมีขั้นตอนกระบวนการในการวิจัยดังต่อไปนี้

3.1 การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3.2 การออกแบบการวิจัย

3.3 การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

3.4 การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

3.5 การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

3.6 การวิเคราะห์ข้อมูล

3.7 สถิติที่ใช้ในการวิจัย

3.1 การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าความรู้จากเอกสารตำราและงานวิจัยต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยครั้งนี้ ดังนี้

3.1.1 ศึกษาเอกสารตำรางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริม

3.1.2 ศึกษาเอกสารตำรางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง

3.1.3 ศึกษาเอกสารตำรางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการออกข้อสอบแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

3.1.4 ศึกษาค้นหาผลการสอบคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในการสอบจบการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และผลการสอบเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง

3.1.5 ศึกษาหลักสูตรคณิตศาสตร์การศึกษาขั้นพื้นฐานของกระทรวงศึกษาธิการ เยาวชนและกีฬาหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เอกสารบทคัดย่อคณิตศาสตร์ที่กระทรวงศึกษาธิการจัดทำขึ้นสำหรับสอนเสริมให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 แบบทดสอบคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง และคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มัธยมศึกษาตอนปลายตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน

3.2 การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงกึ่งทดลอง (Quasi- Experimental Study) เพื่อศึกษาผลการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมที่มีผลต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องสำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 สถาบันเทคโนโลยีกำปงเฌอเตียล จังหวัดกำปงธม ผู้วิจัยมีกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดียวโดยใช้แบบแผนการทดลองกลุ่มเดียวทดสอบก่อนหลัง

ตาราง 1: แสดงแบบแผนการทดลอง One Group Pretest – Protest Design

กลุ่ม	การทดสอบก่อนเรียน	ทดลอง	การทดสอบหลังเรียน
E	ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง	X	ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทนกลุ่มทดลอง

X แทนการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม

3.3 การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ในเขตพื้นที่การศึกษาของจังหวัดกำปงธม ประเทศกัมพูชา

กลุ่มตัวอย่าง ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา ค.ศ. 2017 สถาบันเทคโนโลยีกำปงเฌอเตียล อำเภอปราสาทสมโบร์ จังหวัดกำปงธม เป็นโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่ปราสาทสมโบร์ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดกำปงธม ที่มีจำนวน 2 ห้องเรียน มีจำนวนนักเรียนเฉลี่ยห้องละ 35 คน ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้อง ทำแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ได้

นักเรียนที่มีข้อบกพร่องและตกลงมารับการสอนแก้ไขข้อบกพร่องจำนวน 20 คน เป็นกลุ่มตัวอย่างในการดำเนินทดลองการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม ผู้วิจัยเลือกโรงเรียนดังกล่าวเนื่องจากทุกโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายของจังหวัดกำปงธมล้วนแต่มีการจัดการเรียนการสอนตามหลักสูตรของกระทรวงศึกษาธิการ ใช้หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนการสอนตามหนังสือของกระทรวงที่กำหนดให้เนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนเป็นเนื้อหาเดียวกัน

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองสอน ใช้เวลาทั้งหมด 15 ชั่วโมง ในการดำเนินการสอนแก้ไขข้อบกพร่อง โดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมนอกเวลาเรียนปกติ

3.4 การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งเป็น 2 ชนิด คือ 1) เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง และแผนการจัดการเรียนการสอนแก้ไขข้อบกพร่องโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม และ 2) เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วยแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทั้งด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง

3.4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ได้แก่ แบบทดสอบวินิจฉัย และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ที่สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ผ่านการเรียนเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องมาแล้วในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1

3.4.1.1 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง

ผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบที่ครอบคลุมเนื้อหาสาระของลิมิตและความต่อเนื่อง ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เป็นแบบทดสอบอัตนัยเพื่อให้นักเรียนแสดงวิธีคิดที่ถูกต้อง มีจำนวน 2 ฉบับ ฉบับละ 20 ข้อ เป็นแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังทดลอง เพื่อตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง โดยครอบคลุมเนื้อหาย่อยของลิมิตและความต่อเนื่อง

ตาราง 2: เนื้อหาและมโนทัศน์ย่อยของลิมิตและความต่อเนื่อง

เนื้อหาเรื่อง	**มโนทัศน์ย่อย**	**รายละเอียดของมโนทัศน์ย่อย**
ลิมิต	**ลิมิตที่จุด $x=a$**	1. ฟังก์ชัน $f(x)$ มีค่าเท่ากับ L เมื่อ x มีค่าเข้าใกล้ a เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\lim\limits_{x\to a} f(x)=L$ ซึ่งคือการที่ x มีค่าเข้าใกล้ a แล้ว $f(x)$ มีค่าเข้าใกล้ L 2. $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=L$ คือการที่ x มีค่าเข้าใกล้ a ทางขวา ($x>a$) แล้ว $f(x)$ มีค่าเข้าใกล้ L 3. $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=L$ คือการที่ x มีค่าเข้าใกล้ a ทางซ้าย ($x<a$) แล้ว $f(x)$ มีค่าเข้าใกล้ L 4. $\lim\limits_{x\to a} f(x)=L$ ก็ต่อเมื่อ $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=L$ 5. $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$ คือการที่ x มีค่าเข้าใกล้ a แล้ว $f(x)$ มีค่ามากอย่างไม่มีขีดจำกัด 6. $\lim\limits_{x\to a} f(x)=-\infty$ คือการที่ x มีค่าเข้าใกล้ a แล้ว $f(x)$ มีค่าน้อยอย่างไม่มีขีดจำกัด
	ลิมิตเกี่ยวกับอนันต์	7. ถ้า n เป็นจำนวนตรรกยะบวกและ c เป็นจำนวนจริง จะได้ $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{c}{x^n}=0$ คือการที่ x มีค่ามากไม่มีขีดจำกัด แล้ว $\frac{c}{x^n}$ มีค่าเข้าใกล้ 0 8. และถ้า x^n เป็นจำนวนจริงเมื่อ $x<0$ จะได้ $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{c}{x^n}=0$ คือการที่ x มีค่าน้อยไม่มีขีดจำกัด แล้ว $\frac{c}{x^n}$ มีค่าเข้าใกล้ 0 9. ให้ $p(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_0$ เป็นพหุนามที่มีดีกรี n ($a_n\neq 0$) จะได้ $\lim\limits_{x\to\infty} p(x)=\lim\limits_{x\to\infty} a_nx^n$ และ $\lim\limits_{x\to-\infty} p(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} a_nx^n$
	สมบัติของลิมิต	กำหนดให้ $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ และ $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ มีลิมิต และ c เป็นค่าคงตัว จะได้ 10. $\lim\limits_{x\to a}[cf(x)]=\lim\limits_{x\to a} c[f(x)]$

เนื้อหาเรื่อง	มโนทัศน์ย่อย	รายละเอียดของมโนทัศน์ย่อย
		11. $\lim\limits_{x\to a}\left[f(x)\pm g(x)\right]=\lim\limits_{x\to a} f(x)\pm\lim\limits_{x\to a} g(x)$ 12. $\lim\limits_{x\to a}\left[f(x)g(x)\right]=\lim\limits_{x\to a} f(x)\times\lim\limits_{x\to a} g(x)$ 13. $\lim\limits_{x\to a}\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]=\dfrac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}, \lim\limits_{x\to a} g(x)\neq 0$ 14. $\lim\limits_{x\to a} c=c$ เมื่อ $c\in R$ 15. $\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)$
	ลิมิตที่มีรูปแบบ $\dfrac{0}{0}$	16. ให้ $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}$ ที่ค่าของลิมิตเมื่อแทนค่า x เข้าใกล้ a แล้วอยู่ในรูป $\dfrac{0}{0}$ เป็นลิมิตที่หาค่าไม่ได้จึงต้องเขียนรูปเศษและส่วนเป็นการแยกตัวประกอบแล้วตัดตัวประกอบที่เหมือนกันของเศษและส่วนออก แล้วหาค่าลิมิตใหม่ 17. ให้ $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}$ ที่ค่าของลิมิตเมื่อแทนค่า x เข้าใกล้ ∞ แล้วอยู่ในรูป $\dfrac{\infty}{\infty}$ เป็นลิมิตที่หาค่าไม่ได้จึงต้องเอาพจน์ที่มีดีกรีสูงสุดของเศษและส่วนเป็นตัวประกอบแล้วตัดตัวประกอบที่เหมือนกันของเศษและส่วนออก แล้วหาค่าลิมิตใหม่
ความต่อเนื่อง	ความต่อเนื่องที่จุด $x=a$	18. ให้ $f:D\to R$ เมื่อ $D\to R$ และ $a\in D$ เราจะกล่าวได้ว่า f มีความต่อเนื่องที่จุด $x=a$ ก็ต่อเมื่อ เงื่อนไขทั้ง 3 ข้อต่อไปนี้เป็นจริง 1. $f(a)$ มีค่า 2. $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ มีค่า ($\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$) และ 3. $\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)$
	สมบัติของความต่อเนื่องของฟังก์ชัน	ถ้าฟังก์ชัน $f(x)$ และฟังก์ชัน $g(x)$ เป็นฟังก์ชันมีความต่อเนื่องที่จุด $x=a$ แล้ว 19. $f(x)\pm g(x)$ มีความต่อเนื่องที่จุด $x=a$ 20. $cf(x)$ มีความต่อเนื่องที่จุด $x=a$ เมื่อ $c\in R$ 21. $f(x)\times g(x)$ มีความต่อเนื่องที่จุด $x=a$

เนื้อหาเรื่อง	มโนทัศน์ย่อย	รายละเอียดของมโนทัศน์ย่อย
		22. $\frac{f(x)}{g(x)}$ มีความต่อเนื่องที่จุด $x=a$ เมื่อ $g(a)\neq 0$
	ความต่อเนื่องบนช่วงของฟังก์ชัน	23. ฟังก์ชัน $f(x)$ มีความต่อเนื่องบนช่วงเปิด (a,b) ก็ต่อเมื่อ $f(x)$ มีความต่อเนื่องทุกค่าของ x บนช่วงเปิด (a,b) 24. ฟังก์ชัน $f(x)$ มีความต่อเนื่องบนช่วงปิด $[a,b]$ ก็ต่อเมื่อ $f(x)$ มีความต่อเนื่องบนช่วงเปิด (a,b) และ มีลิมิต $\lim_{x\to a^+} f(x)=f(a)$ และ $\lim_{x\to b^-} f(x)=f(b)$ (ฟังก์ชัน $f(x)$ มีความต่อเนื่องที่จุด $x=a$ ทางขวา และ ต่อเนื่องที่จุด $x=b$ ทางซ้าย)

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง โดยมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1) ศึกษาเอกสาร หนังสือ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงมัธยมศึกษาตอนปลาย ตามหลักสูตรกระทรวงศึกษาธิการ

2) ศึกษาเอกสาร หนังสือ และงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการวินิจฉัย มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดต่างๆ ที่เกิดขึ้นจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย

3) ศึกษาหลักการและวิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยคณิตศาสตร์ จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

4) ดำเนินการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 1 ฉบับ มี 30 ข้อ โดยครอบคลุมจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ได้กล่าวไว้

5) สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรและกำหนดจำนวนข้อของแบบทดสอบวินิจฉัยพิจารณาให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง

ตาราง 3: วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม จำนวนข้อสอบที่ใช้ในการทดลอง และจำนวนข้อสอบที่ใช้จริงในแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม	จำนวนข้อสอบที่ใช้ในการทดลอง	ข้อที่	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่
1. บอกความหมาย และขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่จุด $x = a$ ได้	4	1-4	3	1-3
2. บอกความหมาย และขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่อนันต์ได้	4	5-8	2	4-5
3. บอกเหตุผลการเท่ากันเกี่ยวกับสมบัติของลิมิตได้	6	9-14	4	6-9
4. บอกความหมาย และขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่มีรูปแบบ $\frac{0}{0}$ ได้	4	15-18	3	10-12
5. บอกความหมาย และขั้นตอนการหาค่าของความต่อเนื่องที่จุด $x = a$ ได้	4	19-22	3	13-15
6. บอกเหตุผลเกี่ยวกับสมบัติของความต่อเนื่องได้	4	23-26	3	16-18
7. บอกเหตุผลเกี่ยวกับความต่อเนื่องบนช่วงได้	4	27-30	2	19-20
รวม	**30**		**20**	

6) นำแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องที่สร้างขึ้นเสนออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อพิจารณาตรวจสอบและแก้ไขความถูกต้องเหมาะสม และความชัดเจนของภาษา ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

- แบบทดสอบควรออกให้ครอบคลุมทุกเนื้อหาย่อยของเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง

- แบบทดสอบควรใช้คำถามที่วินิจฉัยหามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนได้

- แบบทดสอบควรเรียงลำดับความยากจากง่ายไปหายาก

7) นำแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว ผู้วิจัยทำการแปลแบบทดสอบเป็นภาษากัมพูชาเพื่อเสนอผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบ

8) นำแบบทดสอบให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจความถูกต้องและความสอดคล้องระหว่างเนื้อหา (Content validity) ความเหมาะสมของข้อคำถามและความชัดเจนของภาษา พร้อมให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวินิจฉัย โดยผู้ทรงคุณวุฒิได้พิจารณา แล้วให้ข้อเสนอแนะดังนี้

- จากโจทย์ข้อ 9-14 ของแบบทดสอบวินิจฉัย ต้องระบุเงื่อนไขเพิ่ม

จากโจทย์เดิม กำหนดให้ $f(x)=x^2-x-2, g(x)=3x^2+x-4$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

แก้ไขเป็น กำหนดให้ $f(x)=x^2-x-2, g(x)=3x^2+x-4$ ซึ่ง $f(x)$ และ $g(x)$ มีลิมิตทุกค่าของ x จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- โจทย์ข้อ 14 จากแบบทดสอบวินิจฉัยเปลี่ยนจาก

โจทย์เดิม $\lim\limits_{x\to -1}[f(x)]^5$ ไม่เท่ากับค่าของ $[\lim\limits_{x\to -1} f(x)]^5$ จริงหรือไม่จงอธิบาย

แก้ไขเป็น $\lim\limits_{x\to -1}[f(x)]^5$ ไม่เท่ากับค่าของ $[\lim\limits_{x\to -1} f(x)^5]$ จริงหรือไม่จงอธิบาย

- โจทย์ข้อ 19 จากแบบทดสอบวินิจฉัยเปลี่ยนจาก

โจทย์เดิม กำหนดให้ $f(x)=\dfrac{3x^2-2x-1}{x+2}, x\neq -2$ ฟังก์ชัน $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องหรือไม่ต่อเนื่องที่จุด $x=-2$ จงอธิบาย

แก้ไขเป็น กำหนดให้ $f(x)=\dfrac{3x^2-2x-1}{x+2}$ ฟังก์ชัน $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องหรือไม่ที่จุด $x=-2$ จงอธิบาย

- โจทย์ข้อ 21 จากแบบทดสอบวินิจฉัยเปลี่ยนจาก

โจทย์เดิม กำหนดให้ $f(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{\sqrt{x+2}-\sqrt{5}}, x\neq 3$ จงอธิบายความต่อเนื่องของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่จุด $x=3$

แก้ไขเป็น กำหนดให้ $f(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{\sqrt{x+2}-\sqrt{5}}$ จงอธิบายความต่อเนื่องของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่จุด $x=3$

- โจทย์ข้อ 25 และ 27 จากแบบทดสอบวินิจฉัยเปลี่ยนข้อคำถาม จากเดิมถามว่า เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องหรือไม่ต่อเนื่อง แก้เป็น เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องหรือไม่

- โจทย์ข้อ 5 และ 6 จากแบบทดสอบวินิจฉัยเปลี่ยนจาก

โจทย์เดิม x เข้าใกล้ ∞

แก้ไขเป็น x เข้าใกล้ $\pm\infty$

- โจทย์ข้อ 5 และ 6 จากแบบทดสอบวินิจฉัยเปลี่ยนจาก

โจทย์เดิม x เข้าใกล้ ∞

แก้ไขเป็น x เข้าใกล้ $\pm\infty$

- โจทย์ข้อ 21 จากแบบทดสอบวินิจฉัยเปลี่ยนจาก

โจทย์เดิม x เข้าใกล้ ∞

แก้ไขเป็น x เข้าใกล้ $\pm\infty$

และเมื่อผู้ทรงคุณวุฒิทั้ง 3 ท่าน ได้พิจารณาแบบทดสอบวินิจฉัย เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง จำนวน 30 ข้อ เป็นรายข้อแล้ว โดยมีเกณฑ์ในการคัดเลือกแบบทดสอบพิจารณาจากค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป และใช้เกณฑ์ในการพิจารณาเป็นรายข้อดังนี้

+1 หมายถึง **ท่านแน่ใจ**ว่าข้อคำถาม**มี**ความสอดคล้อง/เหมาะสม

0 หมายถึง **ท่านไม่แน่ใจ**ว่าข้อคำถาม**มี**ความสอดคล้อง/เหมาะสม

-1 หมายถึง **ท่านแน่ใจ**ว่าข้อคำถาม**ไม่มี**ความสอดคล้อง/เหมาะสม

ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบวินิจฉัย เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ดังนี้

ค่า IOC = 1 จำนวน 22 ข้อ

ค่า IOC = 0.67 จำนวน 7 ข้อ

ค่า IOC = 0.33 จำนวน 1 ข้อ

ดังนั้นข้อสอบที่มีค่า IOC เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 29 ข้อ และไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 1 ข้อ หลังจากนั้น ผู้วิจัยได้นำแบบทดสอบแก้ไขปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิ

9) นำแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6 จังหวัดกำปงธม ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 20 คน ภาคการศึกษาที่ 2 ปี การศึกษา ค.ศ. 2017 เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

10) นำคะแนนที่ได้มาใช้วิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องมาหาความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยผู้วิจัยใช้สูตรของครอนบัค (Cronbach) ที่ปรับมาจากสูตร KR – 20 ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson: KR-20) ซึ่งเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป รวมถึงหาค่าความยาก (Difficulty: p) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination: r) โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยาก (p) ควรมีค่าอยู่ในช่วง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ควรมีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบวินิจฉัย ดังนี้

ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบวินิจฉัย (ฉบับที่ 1 ก่อนเรียน)

ค่าความเที่ยง	0.68
ค่าความยาก (p)	0.33 – 0.75
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.25 – 0.50

จะได้ว่า ข้อสอบทุกข้อมีค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดที่กำหนด หลังจากนั้นผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์และสอดคล้องกับตารางกำหนดลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย จำนวน 20 ข้อ แล้วนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

11) ผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย (ฉบับที่ 2 หลังเรียน) และทำการแปลเป็นภาษากัมพูชาที่มีความสอดคล้องกับแบบทดสอบฉบับที่ 1 จำนวน 30 ข้อ แล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิที่กัมพูชาจำนวน 2 ท่าน ตรวจความเหมาะสมของข้อคำถาม และความชัดเจนของภาษา พร้อมให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวินิจฉัย (ฉบับที่ 2 หลังเรียน)

12) ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6 จังหวัดกำปงธม ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 20 คน ภาคการศึกษาที่ 2 ปี การศึกษา ค.ศ. 2017 เพื่อหาความยากง่ายของแบบทดสอบ

13) นำคะแนนที่ได้มาใช้วิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องมาหาความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยผู้วิจัยใช้สูตรของครอนบัค (Cronbach) ที่ปรับมาจากสูตร KR – 20 ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson: KR-20) ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบวินิจฉัย ดังนี้

ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบวินิจฉัย (ฉบับที่ 2 หลังเรียน)

ค่าความเที่ยง	0.83
ค่าความยาก (p)	0.42 – 0.71
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.25 – 0.58

จะได้ว่า ข้อสอบทุกข้อมีค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดที่กำหนด หลังจากนั้นผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์และสอดคล้องกับตารางกำหนดลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย จำนวน 20 ข้อ

14) ผู้วิจัยเลือกข้อที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ของแบบทดสอบวินิจฉัยที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง (รายละเอียดดังแสดงในภาคผนวก ง หน้า 178-184)

3.4.1.2 แผนการจัดกิจกรรมการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม

ผู้วิจัยได้สร้างแผนการสอนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด โดยใช้เวลาในการทำกิจกรรมการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม จำนวน 7 ครั้ง เป็นเวลาจำนวน 15 ชั่วโมง การสร้างและตรวจสอบคุณภาพแผนการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมมีขั้นตอนดังนี้

1) ศึกษาเอกสาร หนังสือคณิตศาสตร์ โจทย์แบบฝึกหัดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ปีการศึกษา ค.ศ. 2011 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การใช้ทฤษฎีการซ่อมแซม (Repair Theory) ในการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ และแนวทางแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง

2) วิเคราะห์หาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดจากแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องเพื่อนำไปดำเนินการทำแผนการสอนซ่อมเสริม โดยผู้วิจัยแบ่ง
ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็น 3 ประเภท ดังต่อไปนี้

1. ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (Defective Understanding about mathematics truths) เป็นความเข้าใจที่มีพื้นฐานมาจาก สัญชาติญาณเพียงอย่างเดียวหรือจากการให้เหตุผลที่ผิด

2. การตีความผิด (Mistranslations) เป็นการแปลความหมายหรือสื่อ ความหมายของข้อมูลไม่ถูกต้องตามความเป็นจริง

3. การมีมโนทัศน์ที่จำกัด (Limited conceptions) เป็นการมีมโนทัศน์เพียง บางส่วนซึ่งไม่เพียงพอต่อการนำไปใช้ได้อย่างถูกต้อง

ลักษณะของข้อผิดพลาด ได้เป็น 3 ประเภท ดังต่อไปนี้

1. ข้อผิดพลาดทางด้านภาษาและสัญลักษณ์ (Errors in language and symbols) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการใช้ภาษา สัญลักษณ์หรือคำศัพท์ทาง คณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง รวมไปถึงการนำเสนอข้อมูลจากภาษาพูดไปสู่ประโยคสัญลักษณ์ คณิตศาสตร์ สมการ แผนภาพ ตารางหรือกราฟไม่ถูกต้อง

2. ข้อผิดพลาดในด้านการดำเนินการและคำนวณ (Errors in operation and Computation) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการคำนวณหรือการเลือกการดำเนินการที่ไม่สอดคล้องในการแก้ปัญหา

3. การบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยาม (Distorted theorem or definition) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการใช้หลักการ กฎ ทฤษฎีบท หรือนิยามที่เฉพาะเจาะจง ผิดไปจากความเป็นจริง

3) สร้างกรอบการจัดกิจกรรมการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม มีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1

ครูวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง และจำแนกจำนวนนักเรียนเพื่อรับการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมแก้ไขข้อบกพร่องของมโนทัศน์ย่อยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ดังนี้

1. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเกี่ยวกับ $\lim_{x \to a} f(x)$

2. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเกี่ยวกับลิมิตอนันต์

3. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเกี่ยวกับสมบัติของลิมิต

4. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเกี่ยวกับลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด

5. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเกี่ยวกับความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

6. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเกี่ยวกับสมบัติของความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

7. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเกี่ยวกับความต่อเนื่องบนช่วงของฟังก์ชัน

ขั้นที่ 2

เป็นขั้นตอนการนำสิ่งที่วินิจฉัยได้ในขั้นที่ 1 มาเป็นฐานในการเรียนการสอนแก้ไขข้อบกพร่อง โดยทำการแก้ไขข้อบกพร่องเป็นกลุ่มย่อยของนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของเนื้อหาย่อยของลิมิตและความต่อเนื่องเดียวกัน ซึ่งนักเรียนแต่ละคนจะได้รับการแก้ไขเฉพาะที่ตนบกพร่องของเรื่องนั้น ในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดนี้ โดยทำการสอนแก้ไขข้อบกพร่องเป็นเวลาจำนวน 15 ชั่วโมง เพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเนื้อหาย่อยของลิมิตและความต่อเนื่องต่อไปนี้

1. ลิมิตที่จุด $x = a$
2. ลิมิตเกี่ยวกับอนันต์
3. สมบัติของลิมิต
4. ลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด
5. ความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x = a$
6. สมบัติของความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
7. ความต่อเนื่องบนช่วงของฟังก์ชัน

ผู้วิจัยมีหลักในการดำเนินการสอนแก้ไขข้อบกพร่องดังนี้

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของแต่ละเนื้อหาย่อยในแต่ละคาบเรียนในเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง โดยครูให้นักเรียนดูมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยของนักเรียน เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับมโนทัศน์และตัวอย่างที่ถูกต้อง

2. ครูทำการพูดคุย และใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงการคิดของตนจากคำตอบที่นักเรียนในการทำแบบทดสอบวินิจฉัยจนกระทั้งครูสรุปได้ว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดประเภทใด และสาเหตุใด แล้วครูเขียน และครูค่อยๆ อธิบายมโนทัศน์ที่ถูกต้องของลิมิตและความต่อเนื่อง เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและจดบันทึกไว้

3. ครูกับนักเรียนร่วมกันทำตัวอย่างแบบฝึกหัด โดยครูใช้คำถามประกอบการอธิบายเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ และอธิบายเพิ่มเติมกับนักเรียนที่ยังมีข้อบกพร่อง

ขั้นที่ 3

เป็นขั้นตอนการตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียน โดยครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแล้วครูเดินดูนักเรียนเป็นรายบุคคลเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง แล้วครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยแบบฝึกหัด โดยให้นักเรียนแสดงวิธีทำหน้าห้องเรียน หากพบว่านักเรียนยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดครูต้องกลับทำการแก้ไขใหม่ของขั้นตอนที่ 2 เพื่อตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของเนื้อหาย่อยของเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องดังนี้

1. ลิมิตที่จุด $x = a$
2. ลิมิตเกี่ยวกับอนันต์
3. สมบัติของลิมิต
4. ลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด
5. ความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x = a$
6. สมบัติของความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

4) ผู้วิจัยเลือกเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน ปีการศึกษา ค.ศ. 2011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง โดยผู้วิจัยทำการวิเคราะห์เนื้อหา กำหนดจำนวนชั่วโมงให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ และเนื้อหาของรายวิชา

5) สร้างตารางโครงสร้างการจัดแผนการสอนและจำนวนชั่วโมงในการสอนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง จากลักษณะข้อบกพร่องในการทำโจทย์แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องของลิมิตและความต่อเนื่อง

ตาราง 4: แสดงโครงสร้างการจัดแผนการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม จำนวน 15 ชั่วโมง เรื่องลิมิต และความต่อเนื่องและจำนวนนักเรียนที่รับการสอนซ่อมเสริมของแต่ละเนื้อหาย่อย

แผนที่	มโนทัศน์ที่สอนซ่อมเสริม	จำนวนนักเรียน (จาก 20 คน)	จำนวนชั่วโมงเรียน
1	1. ลิมิตที่จุด $x = a$ 1.1 ความหมายของ $\lim_{x \to a} f(x)$	15	2
	1.2 ความหมายของ ของ $\lim_{x \to 2}(x^2 - 3x + 2)$	9	
	1.3 ขั้นตอนการหาค่าของ $\lim_{x \to a} f(x)$	3	
2	2. ลิมิตเกี่ยวกับอนันต์ 2.1 ความหมายของลิมิตที่อนันต์	12	2
	2.2 ขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่อนันต์	7	
	2.3 แสดงขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่อนันต์	10	
3	3. สมบัติของลิมิต 3.1 สมบัติการบวกของลิมิต	20	2
	3.2 สมบัติการคูณของลิมิต	20	
	3.3 สมบัติการหารของลิมิต	19	
4	4. ลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด 4.1 ความหมายของลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$	16	2
	4.2 ขั้นตอนการหาค่าของลิมิตรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$	2	
5	5. ความต่อเนื่องที่จุด $x = a$ 5.1 ความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x = a$	16	3
	5.2 เงื่อนไขของความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x = a$	2	
6	6. สมบัติของความต่อเนื่องของฟังก์ชัน 6.1 สมบัติการบวกของความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x = a$	7	2

แผนที่	มโนทัศน์ที่สอนซ่อมเสริม	จำนวนนักเรียน (จาก 20 คน)	จำนวนชั่วโมงเรียน
	6.2 สมบัติการคูณของความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x=a$	8	
	6.3 สมบัติการหารของความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x=a$	10	
7	7. ความต่อเนื่องบนช่วงของฟังก์ชัน 7.1 ความต่อเนื่องของฟังก์ชันบนช่วงเปิด (a,b)	12	2
	7.2 ความต่อเนื่องของฟังก์ชันบนช่วงปิด $[a,b]$	11	
รวม			**15**

6) เขียนแผนการจัดการสอนแก้ไขข้อบกพร่องโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง จำนวน 7 แผนจำนวน 15 ชั่วโมง ตามโครงสร้างการจัดแผนการสอนแก้ไขข้อบกพร่องเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องที่เกิดขึ้นในนักเรียนโดยให้ตรงกับข้อบกพร่องของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

7) นำแผนการจัดการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องและเหมาะสม

8) นำแผนการจัดการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3.4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลครั้งนี้ เป็นแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง มีสองชุดแต่ละชุดแบ่งเป็นแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ จำนวน 30 ข้อ เป็นข้อสอบแบบปรนัย มี 4 ตัวเลือก และแบบวัดความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ จำนวน 30 ข้อ เป็นข้อสอบแบบอัตนัย ที่สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของนักเรียนที่ผ่านการเรียนเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องมาแล้วในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเองเพื่อใช้ในการวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง แบบวัดความรู้ทาง

คณิตศาสตร์ที่เป็นแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์จำนวน 2 ฉบับ ฉบับก่อนเรียน และฉบับหลังเรียน ฉบับละ 30 ข้อ มี 30 คะแนน และแบบวัดความรู้เชิงขั้นตอนหรือวิธีการเป็นแบบอัตนัยโดยแบ่งเป็น 2 ฉบับ ฉบับก่อนเรียน และฉบับหลังเรียน ฉบับละ 30 ข้อ มี 60 คะแนน ซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง

1) ศึกษาหลักการและวิธีการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

2) ศึกษาเอสารหนังสือคณิตศาสตร์ โจทย์คณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องและเนื้อหากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานปี ค.ศ. 2011 และข้อสอบคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการสอบจบชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย สร้างตารางกำหนดขอบเขตเนื้อหาของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์และกำหนดจำนวนข้อสอบของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับเนื้อหาและเวลาในการเรียนรู้

3) สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรและกำหนดจำนวนข้อของแบบวัดพิจารณาให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง

ตาราง 5: วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม จำนวนข้อที่ใช้ในการทดลอง และจำนวนข้อที่ใช้จริงในแบบทดสอบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม	**แบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์**			**แบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ**		
	จำนวนข้อสอบที่ใช้ในการทดลอง	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่	จำนวนข้อสอบที่ใช้ในการทดลอง	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่
1. บอกความหมาย และขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่จุด $x = a$ ได้	5	5	1-5	5	4	1-4
2. บอกความหมาย และขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่อนันต์ได้	5	5	6-10	5	4	5-8

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม	**แบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์**			**แบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ**		
	จำนวนข้อสอบที่ใช้ในการทดลอง	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่	จำนวนข้อสอบที่ใช้ในการทดลอง	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่
3. บอกเหตุผลการเท่ากันเกี่ยวกับสมบัติของลิมิตได้	6	5	11-15	6	5	9-13
4. บอกความหมาย และขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่มีรูปแบบ $\frac{0}{0}$ ได้	4	3	16-18	5	5	14-18
5. บอกความหมาย และขั้นตอนการหาค่าของความต่อเนื่องที่จุด $x = a$ ได้	5	4	19-22	5	4	19-22
6. บอกเหตุผลเกี่ยวกับสมบัติของความต่อเนื่องได้	5	4	23-26	5	4	23-26
7. บอกเหตุผลเกี่ยวกับความต่อเนื่องบนช่วงได้	5	4	27-30	4	4	27-30
รวม	**35**	**30**		**35**	**30**	

4) ดำเนินการสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งเป็นข้อสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์จำนวน 35 ข้อ เป็นข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกคำตอบที่มี 4 ตัวเลือก และมีเกณฑ์การให้คะแนน คือ ตอบถูก 1 คะแนน และตอบผิดได้ 0 คะแนน และข้อสอบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เชิงกระบวนการหรือขั้นตอนมีจำนวน 35 ข้อ เป็นข้อสอบแบบอัตนัย

5) นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นเสนออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมในด้านความตรงของเนื้อหา ความถูกต้องและความชัดเจนของภาษา เพื่อให้ข้อเสนอแนะเป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไข และให้ข้อเสนอแนะดังนี้

- แบบวัดควรออกให้ครอบคลุมทุกเนื้อหาย่อยของเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง

- แบบวัดควรใช้คำถามที่วัดความรู้เชิงมโนทัศน์ และกระบวนการไม่ใช่วัดผลลัพธ์การคำนวณ

- แบบทดสอบควรเรียงลำดับความยากจากง่ายไปหายาก

6) นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจความถูกต้องและความสอดคล้องระหว่างเนื้อหา (Content validity) ความเหมาะสมของข้อคำถามและความชัดเจนของภาษา พร้อมให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวินิจฉัย โดยผู้ทรงคุณวุฒิได้พิจารณา แล้วให้ข้อเสนอแนะของแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ดังนี้

- โจทย์ข้อ 1,3 และ 5 จากแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ ให้ปรับเปลี่ยนภาษาใหม่

จากโจทย์เดิม $\lim_{x\to 0} f(x)$ คือค่าของ $f(x)$

แก้ไขเป็น $\lim_{x\to 0} f(x)$ คือค่าของลิมิต $f(x)$

- โจทย์ข้อ 8 จากแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ เฉลยผิด

จากโจทย์เดิม เฉลย ข

แก้ไขเป็น เฉลย ก

- โจทย์ข้อ 11 จากแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ ให้ปรับการเขียนใหม่

จากโจทย์เดิม คู่ใดต่อไปนี้มีค่าของลิมิตไม่เท่ากัน

แก้ไขเป็น ข้อใดต่อไปนี้มีค่าของลิมิตไม่เท่ากัน

- โจทย์ข้อ 12 จากแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ ให้ปรับการเขียนใหม่

จากโจทย์เดิม ค่าของ $\lim_{x\to 2}[f(x)\pm g(x)]$เท่ากับค่าของ $\lim_{x\to 2}[g(x)\pm f(x)]$

แก้ไขเป็น ค่าของ $\lim_{x\to 2}[f(x)\pm g(x)]$ไม่เท่ากับค่าของ $\lim_{x\to 2}[g(x)\pm f(x)]$

- โจทย์ข้อ 17, 18 และ 20 จากแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ ให้ปรับการเขียนใหม่

จากโจทย์เดิม กำหนดให้$\lim_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{g(x)}$ เมื่อ $g(x)=0$ แล้วข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้อง

แก้ไขเป็น กำหนดให้$\lim_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{g(x)}$ เมื่อ $\lim_{x\to 0} g(x)=0$ แล้วข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้อง

จากโจทย์เดิม กำหนดให้$\lim_{x\to 3}\dfrac{f(x)}{g(x)}$ เมื่อ $g(3)=0$ แล้วข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้อง

แก้ไขเป็น กำหนดให้ $\lim_{x\to 3}\frac{f(x)}{g(x)}$ เมื่อ $\lim_{x\to 3} f(x)=0$ แล้วข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้อง และ

จากโจทย์เดิม กำหนดให้ $\lim_{x\to -\infty}\frac{f(x)}{g(x)}$ เมื่อฟังก์ชัน $f(x)$ และ $g(x)$ เป็นฟังก์ชันพหุนามที่มีดีกรีเท่ากัน แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

แก้ไขเป็น กำหนดให้ $\lim_{x\to -\infty}\frac{f(x)}{g(x)}$ เมื่อ $\lim_{x\to -\infty} g(x)\neq 0$, $f(x)$ และ $g(x)$ เป็นฟังก์ชันพหุนามที่มีดีกรีเท่ากัน แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- โจทย์ข้อ 17 จากแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ ให้ปรับการเขียนใหม่

จากโจทย์เดิม ง. ค่าของ $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{g(x)}$ ยังตอบไม่ได้

แก้ไขเป็น ง. ค่าของ $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{g(x)}$ ยังตอบไม่ได้ว่า มีค่าเป็น 0 หรือ $\pm\infty$

และข้อเสนอแนะของแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

- ให้ปรับเปลี่ยนภาษาใหม่จากแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น

จากโจทย์เดิม การหาค่าของ $f(x)$

แก้ไขเป็น การหาค่าของลิมิต $f(x)$

จากโจทย์เดิม ต่อเนื่องไหมที่จุด x

แก้ไขเป็น ต่อเนื่องหรือไม่ที่จุด x

- โจทย์ข้อ 2, 3, 4 และ 5 จากแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ให้ปรับเปลี่ยนโจทย์ใหม่ เนื่องจากโจทย์เดิมลิมิตไม่มีค่า

จากโจทย์เดิม จงบอกขั้นตอนในการหาค่า $\lim_{x\to 1}\frac{2x^2+2x+1}{x^2-1}$ พร้อมแสดงวิธีทำเพื่อหาค่าของลิมิต

แก้ไขเป็น จงบอกขั้นตอนในการหาค่า $\lim_{x\to 1}\frac{2x^2+2x+1}{x^2+1}$ พร้อมแสดงวิธีทำเพื่อหาค่าของลิมิต

- โจทย์ข้อ 18 จากแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ วิธีดำเนินการคำนวณผิด

จากโจทย์เดิม แสดงวิธีการหาค่าของ $\lim_{x\to 1}\frac{-x^2-x+2}{x^3-1}$ ได้ดังนี้

$$\lim_{x\to 1}\frac{-x^2-x+2}{x^3-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x+1)(-x-2)}{(x-1)(x^2+x+1)}$$

แก้ไขเป็น แสดงวิธีการหาค่าของ $\lim_{x\to 1}\frac{-x^2-x+2}{x^3-1}$ ได้ดังนี้

$$\lim_{x\to 1}\frac{-x^2-x+2}{x^3-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(-x-2)}{(x-1)(x^2+x+1)}$$

- โจทย์ข้อ 23 จากแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ปรับเปลี่ยนวิธีดำเนินการคำควณใหม่

จากโจทย์เดิม วิธีแสดงว่าฟังก์ชัน $f(x)=\frac{2x^2-3x-2}{x+1}$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องหรือไม่ที่จุด $x=1$ มีดังนี้ $f(1)$ มีค่า $\lim_{x\to 1}f(x)$ หาค่าได้ โดย $\lim_{x\to 1^-}f(x)=\lim_{x\to 1^+}f(x)$ และ $\lim_{x\to 1}f(x)=f(1)$

แสดงวิธีทำ

$$f(1)=\frac{2(1)^2-3(1)-2}{1+1}=-\frac{3}{2}$$

$\lim_{x\to 1}\frac{2x^2-3x-2}{x+1}=-\frac{3}{2}$ โดย $\lim_{x\to 1^-}f(x)=\lim_{x\to 1^+}f(x)=-\frac{3}{2}$ และ $\lim_{x\to 1}f(x)=f(1)$

ดังนั้น ฟังก์ชัน $f(x)=\frac{2x^2-3x-2}{x+1}$ ต่อเนื่องที่จุด $x=1$

แก้ไขเป็น วิธีแสดงว่าฟังก์ชัน $f(x)=\frac{2x^2-3x-2}{x+1}$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องหรือไม่ที่จุด $x=1$ ต้องมีเงื่อนไข 3 ข้อ ดังนี้ 1. $f(1)$ มีค่า 2. $\lim_{x\to 1}f(x)$ หาค่าได้ และ 3. $\lim_{x\to 1}f(x)=f(1)$

แสดงวิธีทำ

$$f(1)=\frac{2(1)^2-3(1)-2}{1+1}=-\frac{3}{2}$$

$\lim_{x\to 1}\frac{2x^2-3x-2}{x+1}=-\frac{3}{2}$ และ

$\lim_{x\to 1}f(x)=f(1)$

ดังนั้น ฟังก์ชัน $f(x)=\frac{2x^2-3x-2}{x+1}$ ต่อเนื่องที่จุด $x=1$

- โจทย์ข้อ 26 จากแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ วิธีดำเนินการคำนวณผิด เช่น

จากโจทย์เดิม จงแสดงขั้นตอนเพื่อหาว่าฟังก์ชัน $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4} & ,x\neq -2\\ x^2+1 & ,x=-2\end{cases}$ ต่อเนื่องหรือไม่ที่จุด $x=-2$

แก้ไขเป็น จงแสดงขั้นตอนเพื่อหาว่าฟังก์ชัน $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-4} & ,x\neq -2\\ x^2+1 & ,x=-2\end{cases}$ ต่อเนื่องหรือไม่ที่จุด $x=-2$

และเมื่อผู้ทรงคุณวุฒิทั้ง 3 ท่าน ได้พิจารณาแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง จำนวน 35 ข้อ เป็นรายข้อแล้ว โดยมีเกณฑ์ในการคัดเลือกแบบทดสอบพิจารณาจากค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป และใช้เกณฑ์ในการพิจารณาเป็นรายข้อดังนี้

+1 หมายถึง **ท่านแน่ใจ**ว่าข้อคำถาม**มี**ความสอดคล้อง/เหมาะสม

0 หมายถึง **ท่านไม่แน่ใจ**ว่าข้อคำถาม**มี**ความสอดคล้อง/เหมาะสม

-1 หมายถึง **ท่านแน่ใจ**ว่าข้อคำถาม**ไม่มี**ความสอดคล้อง/เหมาะสม

ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบ**วัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์**เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ดังนี้

ค่า IOC = 1 จำนวน 22 ข้อ

ค่า IOC = 0.67 จำนวน 10 ข้อ

ค่า IOC = 0.33 จำนวน 2 ข้อ

ค่า IOC = 0 จำนวน 1 ข้อ

ดังนั้นข้อสอบที่มีค่า IOC เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 32 ข้อ และไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 3 ข้อ

เมื่อผู้ทรงคุณวุฒิทั้ง 3 ท่าน ได้พิจารณาแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง จำนวน 35 ข้อ เป็นรายข้อแล้ว โดยมีเกณฑ์ในการคัดเลือกแบบทดสอบพิจารณาจากค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป

ผลการวิเคราะห์คุณภาพ**แบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์**เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง

ค่า IOC = 1 จำนวน 24 ข้อ

ค่า IOC = 0.67 จำนวน 10 ข้อ

ค่า IOC = 0.33 จำนวน 1 ข้อ

ดังนั้นข้อสอบที่มีค่า IOC เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 34 ข้อ และไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 1 ข้อ หลังจากนั้น ผู้วิจัยได้นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องแก้ไขปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิดังนี้

7) นำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6 จังหวัดกำปงธม ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 20 คน ภาคการศึกษาที่ 2 ปี การศึกษา ค.ศ. 2017 เพื่อหาความยากง่ายของแบบทดสอบ

8) นำคะแนนที่ได้มาใช้วิเคราะห์หาคุณภาพของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องมาหาความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยผู้วิจัยใช้สูตรของครอนบัค (Cronbach) ที่ปรับมาจากสูตร KR – 20 ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson: KR-20) ซึ่งเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป รวมถึงหาค่าความยาก (Difficulty: p) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination: r) โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยาก (p) ควรมีค่าอยู่ในช่วง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ควรมีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ดังนี้

ผลการวิเคราะห์คุณภาพ**แบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์**เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 1 ก่อนเรียน)

ค่าความเที่ยง 0.80

ค่าความยาก (p) 0.25 – 0.83

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.33 – 0.83

จะได้ว่า ข้อสอบทุกข้อมีค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด หลังจากนั้นผู้วิจัยได้คัดเลือกแบบวัดที่เป็นไปตามเกณฑ์และสอดคลองกับตารางกำหนด

ลักษณะของแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องจำนวน 30 ข้อ เพื่อนำไปใช้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

และผลการวิเคราะห์คุณภาพ**แบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์**เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 1 ก่อนเรียน)

ค่าความเที่ยง	0.80
ค่าความยาก (p)	0.33 – 0.67
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.25 – 0.50

จะได้ว่า ข้อสอบทุกข้อมีค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดที่กำหนด หลังจากนั้นผู้วิจัยได้คัดเลือกแบบวัดที่เป็นไปตามเกณฑ์และสอดคลองกับตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องจำนวน 30 ข้อ

9) ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 2 หลังเรียน) โดยแบ่งเป็นแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับที่ 2 หลังเรียน) ที่มีความสอดคล้องกับแบบทดสอบ (ฉบับที่ 1 ก่อนเรียน) จำนวน 35 ข้อ และแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (ฉบับที่ 2 ก่อนเรียน) ที่มีความสอดคล้องกับแบบทดสอบชุดที่ 1 จำนวน 35 ข้อ แล้วผู้วิจัยแปลเป็นภาษากัมพูชา เพื่อให้ผู้ทรงคุณวุฒิที่กัมพูชาจำนวน 3 ท่าน ตรวจความถูกต้องทางภาษา ความเหมาะสมของข้อคำถาม และความชัดเจนของภาษา พร้อมให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์

10) ผู้วิจัยนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6 จังหวัดกำปงธม ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 20 คน ภาคการศึกษาที่ 2 ปี การศึกษา ค.ศ. 2017 เพื่อหาความยากง่ายของแบบทดสอบ

11) นำคะแนนที่ได้มาใช้วิเคราะห์หาคุณภาพของแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องมาหาความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยผู้วิจัยใช้สูตรของครอนบัค (Cronbach) ที่ปรับมาจากสูตร KR – 20 ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson: KR-20) ซึ่งเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป รวมถึงหาค่าความยาก (Difficulty: p) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination: r) โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยาก (p) ควรมีค่าอยู่ในช่วง 0.20 – 0.80

และค่าอำนาจจำแนก (r) ควรมีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ดังนี้

ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 2 หลังเรียน)

ค่าความเที่ยง	0.82
ค่าความยาก (p)	0.33 – 0.83
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.33 – 0.83

จะได้ว่า ข้อสอบทุกข้อมีค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดที่กำหนด หลังจากนั้นผู้วิจัยได้คัดเลือกแบบวัดที่เป็นไปตามเกณฑ์และสอดคลองกับตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องจำนวน 30 ข้อ เพื่อนำไปใช้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

และผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 2 หลังเรียน)

ค่าความเที่ยง	0.83
ค่าความยาก (p)	0.33 – 0.67
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.25 – 0.50

จะได้ว่า ข้อสอบทุกข้อมีค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดที่กำหนด หลังจากนั้นผู้วิจัยได้คัดเลือกแบบวัดที่เป็นไปตามเกณฑ์และสอดคลองกับตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องจำนวน 30 ข้อ มีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

ตาราง 6: เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง

เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการ	คะแนน
อธิบายขั้นตอนและวิธีการดำเนินการคำนวณหาคำตอบได้อย่างชัดเจน และสมเหตุสมผลครบถ้วน	2
อธิบายขั้นตอนหรือวิธีการดำเนินการคำนวณหาคำตอบได้อย่างชัดเจน และสมเหตุสมผล แต่ไม่ครบถ้วน	1
อธิบายขั้นตอนและวิธีการดำเนินการคำนวณหาคำตอบไม่สมเหตุสมผล และไม่อธิบาย	0

10) ผู้วิจัยแก้ไขและปรับปรุงแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 2 หลังเรียน) ผู้วิจัยเลือกข้อที่มีคุณภาพตามเกณฑ์และครอบคลุมเนื้อหาตามโครงสร้างที่ตั้งไว้ เพื่อนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง (รายละเอียดดังแสดงในภาคผนวก ง หน้า 178-184)

3.5 การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนกลุ่มตัวอย่างด้วยตนเองโดยผู้วิจัยได้ดำเนินการขั้นเตรียมการและขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลดังนี้

3.5.1 ขั้นเตรียมการ

1) ผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องเพื่อทดสอบกับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของสถาบันเทคโนโลยีกำปงเฌอเตียลเพื่อวิเคราะห์หามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

2) ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม

3) ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ เอกสารที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนซ่อมเสริมเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง

4) ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยถึงผู้อำนวยการสถาบันเทคโนโลยีกำปงเฌอเตียล จังหวัดกำปงธมสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากำปงธม อำเภอปราสาทสบโบร์สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานกระทรวงศึกษาธิการ

5) ผู้วิจัยให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ทั้งสองห้องซึ่งมีจำนวนนักเรียน 60 คน ทำแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง

6) ผู้วิจัยตรวจสอบหามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 60 คน ได้นักเรียนจำนวน 20 คน ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดมาเป็นกลุ่มตัวอย่างในการทดลอง

7) ผู้วิจัยทำการจำแนกนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 20 คน ตามประเภทข้อบกพร่องของมโนทัศน์หลักเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง เพื่อเข้ารับการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเป็นกลุ่มย่อย

3.5.2 ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

1) ผู้วิจัยนำแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 1 ก่อนเรียน) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สถาบันเทคโนโลยีกำปงเฌอเตียล จำนวน 20 คน เพื่อทดสอบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Pre-Test)

2) ผู้วิจัยทำการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมนักเรียนกับกลุ่มตัวอย่างจำนวน 7 คาบ โดยใช้เวลา 15 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2017 เป็นการจัดการเรียนการสอนนอกเวลาเรียนปรกติ

3) เมื่อดำเนินการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมตามตารางที่กำหนดไว้ในแผนการสอนครบ 15 ชั่วโมง จำนวน 7 แผน ที่ครอบคลุ้มเนื้อหาย่อยเรื่อง ลิมิตที่จุด $x = a$ ลิมิตที่อนันต์ สมบัติของลิมิต ลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด ความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x = a$ สมบัติของความต่อเนื่อง และความต่อเนื่องบนช่วงเรียบร้อยแล้วผู้วิจัยดำเนินการวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (Posttest) (ฉบับที่ 2 หลังเรียน) อีกครั้งเพื่อเปรียบเทียบพัฒนาการของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ และศึกษาการเปลี่ยนแปลงของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียน

4) ผู้วิจัยนำผลการทดสอบมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูล

3.6 การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำผลการทำแบบทดสอบวินิจฉัย และนำคะแนนแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้ของนักเรียนทั้งก่อน และหลังจากทำการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องมาวิเคราะห์หาลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด และวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (IBM SPSS Statistics) โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. วิเคราะห์ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดจากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนเรียน โดยวิเคราะห์จำนวนนักเรียนที่เกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนของแต่ละเนื้อหาย่อยทั้งสามลักษณะ ดังนี้ ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ การมีมโนทัศน์ที่จำกัด และการตีความผิดจากปนะเด็นที่โจทย์ต้องการถามหา และลักษณะข้อผิดพลาดทั้งสามลักษณะดังนี้ การบิดเบือน ทฤษฎีบทหรือนิยาม คือ การใช้หลักการ กฎ ทฤษฎีบทและนิยาม ผิดจากความเป็นจริง

2. เปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังที่ได้รับการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยการนำมาคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังทดลองโดยใช้ค่าที ชนิดกลุ่มตัวอย่างไม่เป็นอิสระต่อกัน (Paired Samples T-Test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

3. เปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังที่ได้รับการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของนักเรียนกลุ่มทดลองด้วยการนำมาคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานหลังทดลองโดยใช้ค่าที ชนิดกลุ่มตัวอย่างไม่เป็นอิสระต่อกัน (t-test Dependent) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

4. วิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงของลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดจากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนเรียนและหลังเรียน โดยวิเคราะห์หาลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนหลังเรียนที่เกิดขึ้นมากที่สุดคือลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบใด และข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นมากที่สุด คือลักษณะข้อผิดพลาดแบบใด

3.7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วยสถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของ แบบทดสอบวินิจฉัยและแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง และสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.7.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพ

สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัยและแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง คือ การหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบสอบสามารถตรวจสอบได้โดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson Method: KR-20) ค่าความยาก (Level of difficulty: p) รายข้อของแบบทดสอบ และค่าอำนาจจำแนก (Power of discrimination: r) รายข้อของแบบทดสอบ

3.7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD) และการทดสอบค่าที (t-test Dependent) ของคะแนนแบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (IBM SPSS Statistics)

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัย เรื่องผลการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จังหวัดกำปงธม โดยใช้กลุ่มตัวอย่างจำนวน 20 คน ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล 4 ตอนดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ดังเสนอในตารางที่ 7

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม ดังเสนอในตารางที่ 8

ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ดังเสนอในตารางที่ 9

ตอนที่ 4 ผลการศึกษาการเปลี่ยนแปลงของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องหลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม ดังเสนอในตารางที่ 10

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ดังเสนอในตารางที่ 7

ตาราง 7: แสดงลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของมโนทัศน์ย่อยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 20 คน ก่อนทดลอง

มโนทัศน์ย่อย	**ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด**	จำนวนคนที่มีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
1. ลิมิตที่จุด $x=a$ 1.1 ความหมายลิมิตของฟังก์ชัน $f(x)$ เมื่อ x เข้าใกล้ a	- นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัด คือ มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนโดยนักเรียนให้ความหมายของ $\lim_{x\to a} f(x)$ คือลิมิตที่ $x\to a^+$ และ $x\to a^-$	10
	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนเข้าใจว่า $\lim_{x\to a} f(x)$ คือ ค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่เอา a ไปแทนค่าของ x เพราะ $x\to a$	3
	- นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์โดยนักเรียนอธิบายว่า $\lim_{x\to a} f(x)$ คือ เมื่อ $x\to a$ แล้ว x อาจจะเข้าใกล้ 0^- และ 0^+	2
1.2 ความหมายของ $\lim_{x\to 2}(x^2-3x+2)$	- นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัด คือ มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนโดยนักเรียนเข้าใจว่า $\lim_{x\to 2}(x^2-3x+2)$ คือลิมิตของฟังก์ชันที่ $x\to 2^+$ และ $x\to 2^-$	8
	- นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์โดยนักเรียนอธิบายว่า $\lim_{x\to 2}(x^2-3x+2)$ คือลิมิตที่เอาค่า 2^- และ 2^+	1

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด	จำนวนคนที่มีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
1.3 ขั้นตอนการหาค่าของ $\lim_{x\to a} f(x)$	- นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนโดยนักเรียนเข้าใจว่าขั้นตอนการหาค่าของ $\lim_{x\to 2}\frac{2x^2+3x+1}{-3x+2}$ คือ การแยกตัวกลางหรือแยกตัวประกอบ	3
2. ลิมิตเกี่ยวกับอนันต์	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนเข้าใจว่า $\lim_{x\to +\infty}\frac{-x^2+2x+100}{10x^3+99}$ คือ x เข้าใกล้ $+\infty$ แล้วค่าของฟังก์ชันมากไม่มีขีดจำกัด	2
2.1 ความหมายของลิมิตที่อนันต์	-นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนโดยนักเรียนเข้าใจว่า $\lim_{x\to +\infty}\frac{-x^2+2x+100}{10x^3+99}$ คือค่าของฟังก์ชันที่มี x เข้าใกล้ $+\infty$ แล้วมีรูปแบบไม่จำกัด	3
	- นักเรียนตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ต้องการถามโดยนักเรียนให้ความหมายของ $\lim_{x\to +\infty}\frac{-x^2+2x+100}{10x^3+99}$ ว่า คือการแทน $+\infty$ แล้วต้องคำนวณค่าเพื่อให้ได้คำตอบเป็นตัวเลข	6
	- นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์โดยนักเรียนอธิบายว่า ความหมายของ $\lim_{x\to +\infty}\frac{-x^2+2x+100}{10x^3+99}$ คือมีรูปแบบ 0^- และ 0^+	1
2.2 ขั้นตอน	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนอธิบายขั้นตอนการหาค่าของ $\lim_{x\to -\infty}\frac{x^5+2x^3-1}{x^5-1}$ ว่าคือลิมิตที่มีรูปแบบ $\frac{\infty}{\infty}$	2
	- นักเรียนตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ต้องการถามโดยนักเรียนอธิบายขั้นตอนการหาค่าของ $\lim_{x\to -\infty}\frac{x^5+2x^3-1}{x^5-1}$	2

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด	จำนวนคนที่มีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
การหาค่าของลิมิตที่อนันต์	ว่าคือลิมิตที่ $x \to -\infty$	
	- นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนโดยนักเรียนเข้าใจว่าการดำเนินหารค่าของ $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x^5 + 2x^3 - 1}{x^5 - 1}$ คือเอา $x = -\infty$ แทนในฟังก์ชัน	2
	- นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์โดยนักเรียนอธิบาย ขั้นตอนการหาค่าของ $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x^5 + 2x^3 - 1}{x^5 - 1}$ ว่าคือเอา $-\infty$ ไปแทนแล้วอาจมีค่า 0^- หรือ 0^+	1
2.3 แสดงการหาค่าของลิมิตที่อนันต์	- ผิดพลาดทางด้านการดำเนินการแยกตัวประกอบ และการดำเนินการคำนวณ	10
3. สมบัติของลิมิต	- นักเรียนผิดพลาดด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยการให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริงโดยอธิบายว่า $\lim\limits_{x \to 1}[f(x) \pm g(x)] = \lim\limits_{x \to 1} f(x) \pm \lim\limits_{x \to 1} g(x)$ เพราะผลบวกของลิมิตเท่ากับลิมิตของผลบวก	16
3.1 สมบัติการบวกของลิมิต	- นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์โดยนักเรียนอธิบายว่า $\lim\limits_{x \to 1}[f(x) \pm g(x)] = \lim\limits_{x \to 1} f(x) \pm \lim\limits_{x \to 1} g(x)$ เพราะมันอาจมีค่าเข้าใกล้ 0^- หรือ 0^+ เหมือนกัน	1
	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนอธิบายว่า $\lim\limits_{x \to 1}[f(x) \pm g(x)] = \lim\limits_{x \to 1} f(x) \pm \lim\limits_{x \to 1} g(x)$ ไม่จริง เพราะเมื่อแทนค่าแล้วไม่เท่ากัน	3

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด	จำนวนคนที่มีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
3.2 สมบัติการคูณของลิมิต	- นักเรียนผิดพลาดด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยการให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริงโดยอธิบายว่า $\lim\limits_{x\to a}[f(x)\times g(x)]=\lim\limits_{x\to a}f(x)\times\lim\limits_{x\to a}g(x)$ เพราะลิมิตของการคูณคือการคูณของลิมิต	16
	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ของสมบัติลิมิตโดยนักเรียนอธิบายว่า $\lim\limits_{x\to a}[f(x)\times g(x)]=\lim\limits_{x\to a}f(x)\times\lim\limits_{x\to a}g(x)$ เพราะเมื่อแทนค่าแล้วคูณลิมิตทั้งสองมีค่าเท่ากัน	3
	-นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์โดยนักเรียนอธิบายว่า $\lim\limits_{x\to a}[f(x)\times g(x)]=\lim\limits_{x\to a}f(x)\times\lim\limits_{x\to a}g(x)$ เพราะมันอาจมีค่าเข้าใกล้ 0^- หรือ 0^+ เหมือนกัน	1
3.3 สมบัติการหารของลิมิต	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนอธิบายว่า $\lim\limits_{x\to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]=\frac{\lim\limits_{x\to a}f(x)}{\lim\limits_{x\to a}g(x)}$ เพราะลิมิตของการหารคือการหารของลิมิต	19
4. ลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$	- นักเรียนตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ต้องการถามโดยนักเรียนอธิบายความหมายของลิมิตรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$ ว่า $f(x)=\frac{x-1}{x^2+x-2}$ เมื่อ x เข้าใกล้ 1 เป็นลิมิตของฟังก์ชันที่ x เข้าใกล้ 1^- และ 1^+	15
4.1 ความหมาย	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนอธิบายลิมิตรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$	1

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด	จำนวนคนที่มีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
ของลิมิตรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$	ว่า $f(x)=\frac{x-1}{x^2+x-2}$ เมื่อ x เข้าใกล้ 1 เป็นลิมิตของฟังก์ชันที่มีรูปแบบไม่จำกัด $\frac{\infty}{\infty}$	
4.2 ขั้นตอนการหาค่าของลิมิตลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ โดยอธิบายว่า ขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่มีรูปแบบ $\frac{0}{0}$ คือต้องเอาตัวแปรที่มีดีกรีสูงสุดเป็นตัวประกอบแล้วตัดตัวรวมออก	2
5. ความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x=a$ 5.1 ความต่อเนื่องของ $f(x)$ ที่จุด $x=a$	- นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนโดยอธิบายว่าฟังก์ชัน $f(x)=\frac{3x^2-2x-1}{x+2}$ ไม่ต่อเนื่องที่จุด $x=-2$ เพราะมันไม่สอดคล้องตามเงื่อนไข	11
	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนเข้าใจว่าฟังก์ชัน $f(x)=\frac{3x^2-2x-1}{x+2}$ ต่อเนื่องที่จุด $x=-2$	3
	- นักเรียนผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์โดยนักเรียนเข้าใจว่าฟังก์ชัน $f(x)$ ไม่ต่อเนื่องที่จุด $x=-2$ เนื่องจาก $f(2)=-\infty$	2
5.2 เงื่อนไข	- กำหนดให้ $f(1)=0, \lim_{x\to1^+} f(x)=0$ และ $\lim_{x\to1^-} f(x)=1$ นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนเข้าใจว่าฟังก์ชัน $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง เพราะไม่มีค่า x ใดทำให้ฟังก์ชันไม่มีค่า	1

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด	จำนวนคนที่มีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
ของความต่อเนื่องของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่จุด $x=a$	- กำหนดให้ $f(-2)=0, \lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=0$ และ $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=2$ นักเรียนผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์โดยนักเรียนเข้าใจว่าฟังก์ชัน $f(x)$ เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องเพราะทุกค่าของ x ไม่ต่อเนื่องเนื่องจาก $\forall x \in R-\{2\}$	1
6. สมบัติของความต่อเนื่องของฟังก์ชัน 6.1 สมบัติการบวกของความต่อเนื่องของฟังก์ชัน	- นักเรียนบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยอธิบายผิดจากความเป็นจริงคืออธิบายว่า ฟังก์ชัน $f(x)+g(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่จุด $x=1$	7
6.2 สมบัติการคูณของความต่อเนื่องของฟังก์ชัน	- นักเรียนบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยอธิบายผิดจากความเป็นจริงคืออธิบายว่า ฟังก์ชัน $f(x)\times g(x)$ ต่อเนื่องเพราะผลการคูณของฟังก์ชัน $f(x)\times g(x)$ ต่อเนื่อง	8
6.3 สมบัติการหารของความต่อเนื่องของฟังก์ชัน	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนเข้าใจว่าฟังก์ชัน $\frac{f(x)}{g(x)}$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง	9
	- นักเรียนบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยอธิบายผิดจากความเป็นจริงคืออธิบายว่า ฟังก์ชัน $\frac{f(x)}{g(x)}$ เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องเพราะ $\frac{f(x)}{g(x)}$ ไม่มีลิมิตที่ $x\to a$ ไม่	2

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด	จำนวนคนที่มีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
	ต่อเนื่องทุกค่าของ x	
7. ความต่อเนื่องบนช่วงของฟังก์ชัน 7.1 ความต่อเนื่องบนช่วงเปิดของฟังก์ชัน	- นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนโดยอธิบายว่าฟังก์ชัน $f(x)=\dfrac{x^2-3x+4}{x-3}, x\neq 3$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องก็ต่อเมื่อ $x\neq 3$ จากการศึกษาค่าบนช่วงคือ $x\in(3,5)$	10
	-นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนเข้าใจว่าฟังก์ชัน $f(x)=\dfrac{x^2-3x+4}{x-3}, x\neq 3$ เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องบนช่วง $(3,5)$ เพราะ $x=3$ และ $x=5$ ทำให้ฟังก์ชันไม่มีค่า	2
7.2 ความต่อเนื่องบนช่วงปิดของฟังก์ชัน	- นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนโดยอธิบายว่าฟังก์ชัน $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^3-8}, x\neq 2$ เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องบนช่วง $[-2,\sqrt{2}]$	9
	- นักเรียนบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยให้เหตุผลผิดจากความเป็นจริงคือนักเรียนให้เหตุผลว่าฟังก์ชัน $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^3-8}, x\neq 2$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วงที่ $[-2,\sqrt{2}]$ เพราะ $\forall x\in R-\{-2\}$	2

จากตาราง พบว่า มโนทัศน์ย่อยของลิมิตและความต่อเนื่องที่มีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดมากที่สุด คือ

สมบัติของลิมิต โดยนักเรียนที่เกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องสมบัติการบวกของลิมิตมีจำนวน 20 คน สมบัติการคูณมีจำนวน 20 คน และสมบัติการหารมีจำนวน 19 คน รองลงมา คือ

ลิมิตเกี่ยวกับอนันต์ โดยนักเรียนที่เกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องความหมายของลิมิตที่อนันต์มีจำนวน 12 คน ขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่อนันต์มีจำนวน 7 คน และเรื่องแสดงการหาค่าของลิมิตที่อนันต์มีจำนวน 10 คน

ลิมิตที่จุด $x = a$ โดยนักเรียนที่เกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องความหมายลิมิตของฟังก์ชัน $f(x)$ เมื่อ x เข้าใกล้ a มีจำนวน 15 คน ความหมายของ $\lim_{x\to 2}(x^2 - 3x + 2)$ มีจำนวน 9 คน และขั้นตอนการหาค่าของ $\lim_{x\to a} f(x)$ มีจำนวน 3 คน

สมบัติของความต่อเนื่อง โดยนักเรียนที่เกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องสมบัติการบวกของความต่อเนื่องมีจำนวน 7 คน สมบัติการคูณของความต่อเนื่องมีจำนวน 8 คน และสมบัติการหารของความต่อเนื่องมีจำนวน 11 คน

ความต่อเนื่องบนช่วงของฟังก์ชัน โดยนักเรียนที่เกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องความต่อเนื่องบนช่วงเปิดของฟังก์ชันมีจำนวน 12 คน และความต่อเนื่องบนช่วงปิดของฟังก์ชันมีจำนวน 11 คน

ความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x = a$ โดยนักเรียนที่เกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องความต่อเนื่องของ $f(x)$ ที่จุด $x = a$ มีจำนวน 16 คน และเงื่อนไขของความต่อเนื่องของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่จุด $x = a$ มีจำนวน 2 คน

ลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$ โดยนักเรียนที่เกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องความหมายของลิมิตรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$ มีจำนวน 16 คน และขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$ มีจำนวน 2 คน ตามลำดับ

และ พบว่า ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นมากที่สุด คือ การมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน รองลงมาคือ ความเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง และน้อยที่สุดคือ การตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ต้องการถาม ตามลำดับ และ

ลักษณะข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นมากที่สุด คือ ข้อผิดพลาดด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยการให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริง รองลงมาคือ ข้อผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์ และข้อผิดพลาดด้านการดำเนินการแยกตัวประกอบ และการดำเนินการคำนวณของลิมิตและความต่อเนื่อง ตามลำดับ

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม เสนอในตารางที่ 8

ตาราง 8: ผลการเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม โดยใช้ค่าที (Paired- Sample t-test)

	คะแนนเต็ม	**ก่อนเรียน**		**หลังเรียน**		t	sig
		$\overline{X}$	$S.D.$	$\overline{X}$	$S.D.$		
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	90	39.85	14.054	68.10	7.691	13.550	.000*
ความรู้เชิงมโนทัศน์	30	16.90	5.929	22.90	3.655	7.995	.000*
ความรู้เชิงกระบวนการ	60	22.95	9.752	45.20	5.899	13.957	.000*

*p< 0.05

จากตารางที่ 5 ผลปรากฏว่า นักเรียนชันมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนเรียนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม

คะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องเฉลี่ยเท่ากับ 39.85 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 14.054 หลังเรียนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม มีคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องเฉลี่ยเท่ากับ 68.10 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.691

คะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องเฉลี่ยเท่ากับ 16.90 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.929 หลังเรียนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม มีคะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องเฉลี่ยเท่ากับ 22.90 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.655

คะแนนความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องเฉลี่ยเท่ากับ 22.95 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 9.752 หลังเรียนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม มีคะแนนความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องเฉลี่ยเท่ากับ 45.20 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.899

เมื่อทดสอบสมมติฐานครั้งนี้ พบว่า นักเรียนชันมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนแก้ไขข้อบกพร่องโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทั้งด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคลองกับสมมติฐานที่ตั้งไว้

ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 เสนอในตารางที่ 9

ตาราง 9: ผลการเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 หลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมโดยใช้ค่าที (t-test Dependent)

	คะแนนเต็ม	**หลังเรียน**		t (60%)	sig
		$\overline{X}$	$S.D.$		
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	90	68.10	7.691	8.199	.000*
ความรู้เชิงมโนทัศน์	30	22.90	3.655	5.996	.000*
ความรู้เชิงกระบวนการ	60	45.20	5.899	6.975	.000*

*p< 0.05

จากตารางที่ 6 ผลปรากฏว่า นักเรียนชันมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังเรียนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม

มีคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องเฉลี่ยเท่ากับ 68.10 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.691

มีคะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องเฉลี่ยเท่ากับ 22.90 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.655

มีคะแนนความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องเฉลี่ยเท่ากับ 45.20 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.899

เมื่อทดสอบสมมติฐานครั้งนี้ พบว่า นักเรียนชันมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังเรียนแก้ไขข้อบกพร่องโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม มีความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทั้งด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคลองกับสมมติฐานที่ตั้งไว้

ตอนที่ 4 ผลการศึกษาการเปลี่ยนแปลงของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องหลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม ดังเสนอในตารางที่ 10

ตาราง 10: แสดงการเปลี่ยนแปลงลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของมโนทัศน์ย่อยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 20 คน ก่อนและหลังทดลอง

มโนทัศน์ย่อย	**ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น**			
	ก่อนเรียน	**จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)**	**หลังเรียน**	**จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)**
1. ลิมิตที่จุด $x=a$ 1.1 ความหมาย	- นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนโดยนักเรียนเข้าใจว่า $\lim_{x\to a} f(x)$ คือลิมิตที่ $x \to a^{+}$ และ $x \to a^{-}$	10	- นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนโดยนักเรียนอธิบายว่า $\lim_{x\to a} f(x)$ คือค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่ $x \to a$	5

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น			
	ก่อนเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)	หลังเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
ลิมิตของ $\lim_{x \to a} f(x)$	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนเข้าใจว่า $\lim_{x \to a} f(x)$ คือค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่เอา a ไปแทนค่าของ x เพราะ $x \to a$	3	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดนักเรียนเข้าใจว่า $\lim_{x \to a} f(x)$ คือค่าที่ทำให้มีค่าเพียงค่าเดียวเมื่อแทนค่า x เข้าไป	1
	- นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์โดยนักเรียนอธิบายว่า $\lim_{x \to a} f(x)$ คือเมื่อ $x \to a$ แล้ว x อาจจะเข้าใกล้ 0^- และ 0^+	2	- นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์โดยนักเรียนอธิบายว่า $\lim_{x \to a} f(x)$ คือ $\lim_{x \to 0}$ ทำให้ $f(x)$ เข้าใกล้ 0	1
1.2 ความหมาย	- นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนโดยนักเรียนเข้าใจว่า	8	- นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนโดยนักเรียนเข้าใจว่า	2

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น			
	ก่อนเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)	หลังเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
ของ $\lim_{x\to 2}(x^2-3x+2)$ และ $\lim_{x\to 1}(-3x+4)$	$\lim_{x\to 2}(x^2-3x+2)$ คือลิมิตของฟังก์ชันที่ $x\to 2^+$ และ $x\to 2^-$		$\lim_{x\to 1}(-3x+4)$ คือลิมิตของฟังก์ชันที่ $x\to 1$	
	- นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์โดยนักเรียนอธิบายว่า $\lim_{x\to 2}(x^2-3x+2)$ คือลิมิตที่เอาค่า 2^- และ 2^+	1	- ไม่พบลักษณะข้อผิดพลาด คือ การผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์เรื่องความหมายของ $\lim_{x\to 1}(-3x+4)$	0
1.3 ขั้นตอนการหาค่าของ $\lim_{x\to a} f(x)$	- นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนโดยนักเรียนเข้าใจว่าขั้นตอนการหาค่าของ $\lim_{x\to 2}\frac{2x^2+3x+1}{-3x+2}$ คือการแยกตัวกลางหรือแยกตัวประกอบ	3	- ไม่พบลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนที่เกิดจากการมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนของขั้นตอนการหาค่าของ $\lim_{x\to a} f(x)$	0

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น			
	ก่อนเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)	หลังเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
2. ลิมิตเกี่ยวกับอนันต์ 2.1 ความหมายของลิมิตที่อนันต์	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนเข้าใจว่า $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-x^2+2x+100}{10x^3+99}$ คือ x เข้าใกล้ $+\infty$ แล้วค่าของฟังก์ชันมากไม่มีขีดจำกัด	2	- ไม่พบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์เรื่องความหมายของลิมิตที่อนันต์	0
	-นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนโดยนักเรียนเข้าใจว่า $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-x^2+2x+100}{10x^3+99}$ คือค่าของฟังก์ชันที่มี x เข้าใกล้ $+\infty$ แล้วมีรูปแบบไม่จำกัด	3	- นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนโดยนักเรียนเข้าใจว่า $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2-x+11}{3x^3+9}$ คือลิมิตที่มีค่า x มากไม่มีขีดจำกัด	1

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น			
	ก่อนเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)	หลังเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
	- นักเรียนตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ต้องการถามโดยนักเรียนให้ความหมายของ $\lim_{x\to+\infty}\frac{-x^2+2x+100}{10x^3+99}$ ว่าคือแทน $+\infty$ แล้วต้องคำนวณค่าเพื่อให้ได้คำตอบเป็นตัวเลข	6	- นักเรียนตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ต้องการถามโดยนักเรียนให้ความหมายของ $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-x+11}{3x^3+9}$ คือทุกค่าของ x ต้องแทนด้วย $x\to\infty$	2
	- นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์โดยนักเรียนอธิบายว่าความหมายของ $\lim_{x\to+\infty}\frac{-x^2+2x+100}{10x^3+99}$ คือมีรูปแบบ 0^- และ 0^+	1	- ไม่พบลักษณะข้อผิดพลาด คือ การผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์เรื่องความหมายของลิมิตที่อนันต์	0

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น			
	ก่อนเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)	หลังเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
2.2 ขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่อนันต์	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนอธิบายขั้นตอนการหาค่าของ $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x^5+2x^3-1}{x^5-1}$ ว่าคือลิมิตที่มีรูปแบบ $\frac{\infty}{\infty}$	2	- ไม่พบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ของขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่อนันต์	0
	- นักเรียนตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ต้องการถามโดยนักเรียนอธิบายขั้นตอนการหาค่าของ $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x^5+2x^3-1}{x^5-1}$ ว่าคือลิมิตที่ $x \to -\infty$	2	- ไม่พบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ต้องการถามของขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่อนันต์	0

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น			
	ก่อนเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)	หลังเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
	- นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนโดยนักเรียนเข้าใจว่าการดำเนินหารค่าของ $\lim_{x\to-\infty}\frac{x^5+2x^3-1}{x^5-1}$ คือเอา $x=-\infty$ แทนในฟังก์ชัน	2	- ไม่พบลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนที่เกิดจากการมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนของขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่อนันต์	0
	- นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์โดยนักเรียนอธิบาย ขั้นตอนการหาค่าของ $\lim_{x\to-\infty}\frac{x^5+2x^3-1}{x^5-1}$ ว่าคือเอา $-\infty$ ไปแทนแล้วอาจมีค่า 0^- หรือ 0^+	1	- ไม่พบลักษณะข้อผิดพลาด คือ การผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์เรื่องความหมายของลิมิตที่อนันต์	0

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น			
	ก่อนเรียน	**จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)**	**หลังเรียน**	**จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)**
2.3 แสดงการหาค่าของลิมิตที่อนันต์	- ผิดพลาดทางด้านการดำเนินการแยกตัวประกอบ และการดำเนินการคำนวณ	10	- ผิดพลาดทางด้านการดำเนินการแยกตัวประกอบ และการดำเนินการคำนวณ	3
3. สมบัติของลิมิต 3.1 สมบัติการบวกของลิมิต	- นักเรียนผิดพลาดด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยการให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริงโดยอธิบายว่า $\lim_{x\to 1}[f(x) \pm g(x)] = \lim_{x\to 1} f(x) \pm \lim_{x\to 1} g(x)$ เพราะผลบวกของลิมิตเท่ากับลิมิตของผลบวก	16	- นักเรียนผิดพลาดด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยการให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริงโดยอธิบาย $\lim_{x\to -3}[f(x) \pm g(x)] = \lim_{x\to -3} f(x) \pm \lim_{x\to -3} g(x)$ เพราะผลบวกของลิมิตเท่ากับลิมิตของผลบวก	7

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น			
	ก่อนเรียน	**จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)**	**หลังเรียน**	**จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)**
	- นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์โดยนักเรียนอธิบายว่า $\lim_{x\to 1}[f(x) \pm g(x)] = \lim_{x\to 1} f(x) \pm \lim_{x\to 1} g(x)$ เพราะมันอาจมีค่าเข้าใกล้ 0^- หรือ 0^+ เหมือนกัน	1	- ไม่พบลักษณะข้อผิดพลาด คือ การผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์เรื่องสมบัติการบวกของลิมิต	0
	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนอธิบายว่า $\lim_{x\to 1}[f(x) \pm g(x)] = \lim_{x\to 1} f(x) \pm \lim_{x\to 1} g(x)$ ไม่จริง เพราะเมื่อแทนค่าแล้วไม่เท่ากัน	3	- ไม่พบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติการบวกของลิมิต	0

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น			
	ก่อนเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)	หลังเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
3.2 สมบัติการคูณของลิมิต	- นักเรียนผิดพลาดด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยการให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริงโดยอธิบายว่า $\lim_{x\to a}[f(x)\times g(x)]=\lim_{x\to a}f(x)\times\lim_{x\to a}g(x)$ เพราะลิมิตของการคูณคือการคูณของลิมิต	16	- นักเรียนผิดพลาดด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยการให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริงโดยอธิบาย $\lim_{x\to 0}[f(x)\times g(x)]=\lim_{x\to 0}f(x)\times\lim_{x\to 0}g(x)$ เพราะลิมิตของผลคูณเท่ากับผลคูณของลิมิต	7
	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ของสมบัติลิมิต โดยนักเรียนอธิบายว่า $\lim_{x\to a}[f(x)\times g(x)]=\lim_{x\to a}f(x)\times\lim_{x\to a}g(x)$ เพราะเมื่อแทนค่าแล้วคูณลิมิตทั้งสองมีค่าเท่ากัน	3	- ไม่พบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติการคูณของลิมิต	0

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น			
	ก่อนเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)	หลังเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
	-นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์โดยนักเรียนอธิบายว่า $\lim_{x\to a}[f(x)\times g(x)]=\lim_{x\to a}f(x)\times\lim_{x\to a}g(x)$ เพราะมันอาจมีค่าเข้าใกล้ 0^- หรือ 0^+ เหมือนกัน	1	- ไม่พบลักษณะข้อผิดพลาด คือ การผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์เรื่องสมบัติการคูณของลิมิต	0
3.3 สมบัติการหารของลิมิต	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนอธิบายว่า $\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]=\frac{\lim_{x\to a}f(x)}{\lim_{x\to a}g(x)}$ เพราะลิมิตของการหารคือการหารของลิมิต	19	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนอธิบายว่า $\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]=\frac{\lim_{x\to a}f(x)}{\lim_{x\to a}g(x)}$ เพราะลิมิตของผลหารเท่ากับผลหารของลิมิต	6

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น			
	ก่อนเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)	หลังเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
4. ลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$ 4.1 ความหมายของลิมิตรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$	- นักเรียนตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ต้องการถามโดยนักเรียนอธิบายความหมายของลิมิตรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$ ว่า $f(x)=\frac{x-1}{x^2+x-2}$ เมื่อ x เข้าใกล้ 1เป็นลิมิตของฟังก์ชันที่ x เข้าใกล้ 1^- และ 1^+	15	- นักเรียนตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ต้องการถามโดยนักเรียนให้เหตุผลว่าความหมายของลิมิตรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$ ว่า ลิมิตของ $f(x)=\frac{x^2-1}{3x^2-x-1}$ เมื่อ x เข้าใกล้ -1 เป็นลิมิตของฟังก์ชันที่ x เข้าใกล้ -1	3
	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนอธิบายลิมิตรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$ ว่า $f(x)=\frac{x-1}{x^2+x-2}$ เมื่อ x เข้าใกล้ 1	1	- ไม่พบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์เรื่องความหมายของลิมิตรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$	0

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น			
	ก่อนเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)	หลังเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
	เป็นลิมิตของฟังก์ชันที่มีรูปแบบไม่จำกัด $\frac{\infty}{\infty}$			
4.2 ขั้นตอนการหาค่าของลิมิตลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ โดยอธิบายว่าขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่มีรูปแบบ $\frac{0}{0}$ คือต้องเอาตัวแปรที่มีดีกรีสูงสุดเป็นตัวประกอบแล้วตัดตัวรวมออก	2	- ไม่พบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์เรื่องขั้นตอนการหาค่าของลิมิตลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$	0
5. ความ	- นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่	11	- ไม่พบลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนที่เกิด	

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น			
	ก่อนเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)	หลังเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
ต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x=a$	ถูกต้องเพียงบางส่วนโดยอธิบายว่าฟังก์ชัน $f(x)=\dfrac{3x^2-2x-1}{x+2}$ ไม่ต่อเนื่องที่จุด $x=-2$ เพราะมันไม่สอดคล้องตามเงื่อนไข		จากการมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนเรื่องความต่อเนื่องของ $f(x)$ ที่จุด $x=a$	0
5.1 ความต่อเนื่องของ $f(x)$ ที่จุด $x=a$	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนเข้าใจว่าฟังก์ชัน $f(x)=\dfrac{3x^2-2x-1}{x+2}$ ต่อเนื่องที่จุด $x=-2$	3	- ไม่พบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์เรื่องความต่อเนื่องของ $f(x)$ ที่จุด $x=a$	0
	- นักเรียนผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์โดยนักเรียนเข้าใจว่าฟังก์ชัน	2	- ไม่พบลักษณะข้อผิดพลาด คือ การผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์เรื่องความต่อเนื่อง	0

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น			
	ก่อนเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)	หลังเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
	$f(x)$ ไม่ต่อเนื่องที่จุด $x=-2$ เนื่องจาก $f(2)=-\infty$		ของ $f(x)$ ที่จุด $x=a$	
5.2 เงื่อนไขความต่อเนื่องของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่จุด $x=a$	- กำหนดให้ $f(1)=0, \lim_{x\to 1^+} f(x)=0$ และ $\lim_{x\to 1^-} f(x)=1$ นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนเข้าใจว่าฟังก์ชัน $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องเพราะไม่มีค่า x ใดทำให้ฟังก์ชันไม่มีค่า	1	- ไม่พบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์เรื่องการบอกเงื่อนไขความต่อเนื่องของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่จุด $x=a$	0
	- กำหนดให้ $f(-2)=0, \lim_{x\to -2^+} f(x)=0$ และ $\lim_{x\to -2^-} f(x)=2$ นักเรียนผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์โดยนักเรียน	1	- ไม่พบลักษณะข้อผิดพลาด คือ การผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์เรื่องการบอกเงื่อนไขความต่อเนื่องของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่จุด	0

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น			
	ก่อนเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)	หลังเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
	เข้าใจว่าฟังก์ชัน $f(x)$ เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องเพราะทุกค่าของ x ไม่ต่อเนื่อง เนื่องจาก $\forall x \in R-\{2\}$		$x=a$	
6. สมบัติของความต่อเนื่องของฟังก์ชัน 6.1 สมบัติการบวกของความต่อเนื่อง	- นักเรียนบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยอธิบายผิดจากความเป็นจริงคือ อธิบายว่า ฟังก์ชัน $f(x)+g(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่จุด $x=1$	7	- นักเรียนบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยอธิบายผิดจากความเป็นจริงคืออธิบายว่า ฟังก์ชัน $f(x)-g(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องทุกจุด แล้ว $g(x)$ ก็ต่อเนื่องทุกจุดบนจำนวนจริงด้วย	1

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น			
	ก่อนเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)	หลังเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
6.2 สมบัติการคูณของความต่อเนื่อง	- นักเรียนบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยอธิบายผิดจากความเป็นจริงคืออธิบายว่า ฟังก์ชัน $f(x)\times g(x)$ ต่อเนื่อง เพราะผลการคูณของฟังก์ชัน $f(x)\times g(x)$ ต่อเนื่อง	8	- นักเรียนบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยอธิบายผิดจากความเป็นจริงคืออธิบายว่าฟังก์ชัน $f(x)\times g(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องทุกจุด แล้ว $g(x)$ ก็ต่อเนื่องทุกจุดบนจำนวนจริงด้วย	1
6.3 สมบัติการหารของความต่อเนื่อง	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนเข้าใจว่าฟังก์ชัน $\frac{f(x)}{g(x)}$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง	9	- นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนเข้าใจว่าฟังก์ชัน $\frac{f(x)}{g(x)}$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องโดยไม่บอกเงื่อนไข	2
	- นักเรียนบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร		- ไม่พบลักษณะข้อผิดพลาด คือ การบิดเบือน	

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น			
	ก่อนเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)	หลังเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
	นิยาม โดยอธิบายผิดจากความเป็นจริงคือ อธิบายว่า ฟังก์ชัน $\frac{f(x)}{g(x)}$ เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องเพราะ $\frac{f(x)}{g(x)}$ ไม่มีลิมิตที่ $x \to a$ ไม่ต่อเนื่องทุกค่าของ x	2	ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยอธิบายผิดจากความเป็นจริงเรื่องสมบัติการหารของความต่อเนื่อง	0
7. ความต่อเนื่องบนช่วงของฟังก์ชัน 7.1 ความ	- นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนโดยอธิบายว่าฟังก์ชัน $f(x)=\frac{x^2-3x+4}{x-3}, x \neq 3$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องก็ต่อเมื่อ $x \neq 3$ จากการศึกษาค่าบนช่วงคือ $x \in (3,5)$	10	- ไม่พบลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนที่เกิดจากการมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนเรื่องความต่อเนื่องบนช่วงเปิดของฟังก์ชัน	0

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น			
	ก่อนเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)	หลังเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
ต่อเนื่องบนช่วงเปิดของฟังก์ชัน	-นักเรียนเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์โดยนักเรียนเข้าใจว่าฟังก์ชัน $f(x)=\frac{x^2-3x+4}{x-3}, x\neq 3$ เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องบนช่วง $(3,5)$ เพราะ $x=3$ และ $x=5$ ทำให้ฟังก์ชันไม่มีค่า	2	- ไม่พบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือการเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์เรื่องความต่อเนื่องบนช่วงเปิดของฟังก์ชัน	0
7.2 ความต่อเนื่องบนช่วง	- นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนโดยอธิบายว่าฟังก์ชัน $f(x)=\frac{x^2-1}{x^3-8}, x\neq 2$ เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องบนช่วง $[-2,\sqrt{2}]$	9	- ไม่พบลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนที่เกิดจากการมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนเรื่องความต่อเนื่องบนช่วงปิดของฟังก์ชัน	0

มโนทัศน์ย่อย	ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้น			
	ก่อนเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)	หลังเรียน	จำนวนคนที่มีมโนทัศนคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด (จาก 20 คน)
ปิดของฟังก์ชัน	- นักเรียนบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยให้เหตุผลผิดจากความเป็นจริง คือนักเรียนให้เหตุผลว่าฟังก์ชัน $f(x)=\frac{x^2-1}{x^3-8}, x \neq 2$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วงที่ $[-2,\sqrt{2}]$ เพราะ $\forall x \in R-\{-2\}$	2	- ไม่พบลักษณะข้อผิดพลาด คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยอธิบายผิดจากความเป็นจริงเรื่องความต่อเนื่องบนช่วงปิดของฟังก์ชัน	0

จากตาราง พบว่าหลังทดลองลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของมโนทัศน์ย่อยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องมีการเปลี่ยนแปลงไปในทิศทางที่ดีขึ้น ดังนี้

สมบัติของลิมิต ก่อนทดลองนักเรียนเกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องสมบัติการบวกของลิมิต มีจำนวน 20 คน สมบัติการคูณ มีจำนวน 20 คน และสมบัติการหาร มีจำนวน 19 คน และหลังทดลอง นักเรียนเกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องสมบัติการบวกของลิมิต มีจำนวน 7 คน สมบัติการคูณ มีจำนวน 7 คน และสมบัติการหาร มีจำนวน 6 คน ตามลำดับ

ลิมิตเกี่ยวกับอนันต์ ก่อนทดลองนักเรียนที่เกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องความหมายของลิมิตที่อนันต์ มีจำนวน 12 คน ขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่อนันต์ มีจำนวน 7 คน และเรื่องแสดงการหาค่าของลิมิตที่อนันต์ มีจำนวน 10 คน และหลังทดลอง นักเรียนเกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องความหมายของลิมิตที่อนันต์ มีจำนวน 3 คน ขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่อนันต์ ไม่มีลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น และเรื่องแสดงการหาค่าของลิมิตที่อนันต์ มีจำนวน 3 คน ตามลำดับ

ลิมิตที่จุด $x = a$ ก่อนทดลองนักเรียนเกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องความหมายลิมิตของฟังก์ชัน $f(x)$ เมื่อ x เข้าใกล้ a มีจำนวน 15 คน ความหมายของ $\lim_{x\to 2}(x^2 - 3x + 2)$ มีจำนวน 9 คน และขั้นตอนการหาค่าของ $\lim_{x\to a} f(x)$ มีจำนวน 3 คน และหลังทดลอง นักเรียนเกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องความหมายลิมิตของฟังก์ชัน $f(x)$ เมื่อ x เข้าใกล้ a มีจำนวน 7 คน ความหมายของ $\lim_{x\to 1}(-3x + 4)$ มีจำนวน 2 คน และขั้นตอนการหาค่าของ $\lim_{x\to a} f(x)$ ไม่มีลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น ตามลำดับ

สมบัติของความต่อเนื่อง ก่อนทดลองนักเรียนเกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องสมบัติการบวกของความต่อเนื่อง มีจำนวน 7 คน สมบัติการคูณของความต่อเนื่อง มีจำนวน 8 คน และสมบัติการหารของความต่อเนื่อง มีจำนวน 11 คน และหลังทดลองนักเรียนเกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องสมบัติการบวกของความต่อเนื่อง มีจำนวน 1 คน สมบัติการคูณของความต่อเนื่อง มีจำนวน 1 คน และสมบัติการหารของความต่อเนื่อง มีจำนวน 2 คน ตามลำดับ

ความต่อเนื่องบนช่วงของฟังก์ชัน ก่อนเรียนนักเรียนเกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องความต่อเนื่องบนช่วงเปิดของฟังก์ชัน มีจำนวน 12 คน และความต่อเนื่องบนช่วงปิด

ของฟังก์ชัน มีจำนวน 11 คน และหลังทดลองนักเรียนไม่เกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ทั้งเรื่องความต่อเนื่องบนช่วงเปิดของฟังก์ชัน และความต่อเนื่องบนช่วงปิดของฟังก์ชัน

ความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x=a$ ก่อนทดลองนักเรียนเกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องความต่อเนื่องของ $f(x)$ ที่จุด $x=a$ มีจำนวน 16 คน และเงื่อนไขของความต่อเนื่องของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่จุด $x=a$ มีจำนวน 2 คน และหลังทดลองนักเรียนไม่เกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ทั้งเรื่องความต่อเนื่องของ $f(x)$ ที่จุด $x=a$ และเงื่อนไขของความต่อเนื่องของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่จุด $x=a$

ลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$ ก่อนทดลองนักเรียนเกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องความหมายของลิมิตรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$ มีจำนวน 16 คน และขั้นตอนการหาค่าของลิมิตลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$ มีจำนวน 2 คน และหลังทดลองนักเรียนเกิดลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องความหมายของลิมิตรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$ มีจำนวน 3 คน และไม่พบลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องขั้นตอนการหาค่าของลิมิตลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$

จากตาราง พบว่า ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดมีการเปลี่ยนแปลงในทิศทางที่ดีขึ้น โดยที่ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้นทั้งหมดก่อนทดลองมีความที่ 200 และหลังทดลองลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้นทั้งหมดมีความที่ 41 ซึ่งลดลงคิดเป็นร้อยละ 79.5 และมีรายละเอียดความถี่ของแต่ละลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดก่อนและหลังทดลอง ดังนี้

ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนของการมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนที่เกิดขึ้นก่อนทดลอง มีความถี่ 56 และหลังทดลอง มีความถี่ 7

ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนของความเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องก่อนทดลอง มีความถี่ 50 และหลังทดลอง มีความถี่ 9

ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนของการตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ต้องการถามเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องก่อนทดลอง มีความถี่ 23 และหลังทดลอง มีความถี่ 5

ลักษณะข้อผิดพลาดด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยการให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริงก่อนทดลอง มีความถี่ 51 และหลังทดลอง มีความถี่ 16

ลักษณะข้อผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องก่อนทดลอง มีความถี่ 10 และหลังทดลอง มีความถี่ 1 และ

ลักษณะข้อผิดพลาดด้านการดำเนินการแยกตัวประกอบ และการดำเนินการคำนวณของลิมิตและความต่อเนื่องก่อนทดลอง มีความถี่ 10 และหลังทดลอง มีความถี่ 3

จากผลการศึกษาการเปลี่ยนแปลงของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องหลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม ผู้วิจัยจึงรวบรวมผลการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียนไว้ดังนี้

1. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของลิมิตที่จุด $x = a$

ก่อนเรียนซ่อมเสริม: เมื่อผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำแบบทดสอวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องแล้วนำมาวิเคราะห์ผล พบว่า นักเรียนมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนเกี่ยวกับความหมายและขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่จุด $x = a$ โดยนักเรียนเข้าใจว่า $\lim_{x \to a} f(x)$ คือลิมิตที่ x เข้าใกล้ a^- และ a^+ และอธิบายว่าวิธีการหารค่าของ $\lim_{x \to a} f(x)$ ต้องแยกตัวประกอบ และอธิบายว่า $\lim_{x \to a} f(x)$ คือการเอา $x \to a$ ไปแทนค่าของ x นักเรียนมีความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงของความหมายของ $\lim_{x \to a} f(x)$ โดยนักเรียนเข้าใจว่า $\lim_{x \to a} f(x)$ คือค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่ $x = a$ ซึ่งคือ $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$ และมีลักษณะของข้อผิดพลาด คือการผิดพลาดด้านภาษาและสัญลักษณ์ของความหมายของ $\lim_{x \to a} f(x)$ ซึ่งลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีความถี่ 27

ระหว่างเรียนซ่อมเสริม: เมื่อผู้สอนมีการนำเสนอลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด และสาเหตุของข้อบกพร่องเล่านั้นให้นักเรียนได้ทราบ แล้วครูนำมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้นักเรียนทำการเปรียบเทียบกัน และครูใช้การยกตัวอย่างให้นักเรียนได้ทำเพื่อเพิ่มความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ถูกต้องของเรื่องในเรืองลิมิตที่จุด $x = a$ แล้วครูให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดพร้อมทั้งใช้คำถามเพื่อสรุปและตรวจสอบมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ทำให้นักเรียนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด โดยนักเรียนมีความเข้าใจความหมายของ $\lim_{x \to a} f(x)$ ขั้นตอนการหาค่าของ $\lim_{x \to a} f(x)$ นักเรียนเขียนภาษาและสัญลักษณ์ และดำเนินการคำนวณหารค่าได้ถูกต้อง

หลังเรียนซ่อมเสริม: เมื่อผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำแบบทดสอวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องแล้ววิเคราะห์ผล พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเปลี่ยนแปลงในทิศทางที่ดีขึ้น แต่ยังพบเห็นลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเล็กน้อยคือ นักเรียนมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนมีความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์

มีมโนทัศน์ที่จำกัด คือ มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน และการตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ถาม เกี่ยวกับความหมายและขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่จุด $x = a$ และมีลักษณะของข้อผิดพลาด คือ การผิดพลาดด้านภาษาและสัญลักษณ์เกี่ยวกับลิมิตที่จุด $x = a$ ซึ่งลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นหลังเรียนมีความถี่ 9

2. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของลิมิตเกี่ยวกับอนันต์

ก่อนเรียนซ่อมเสริม: เมื่อผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำแบบทดสอวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องแล้วนำมาวิเคราะห์ผล พบว่า นักเรียนมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนมีความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ นักเรียนตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ถาม และนักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ถูกต้องเพียงบางส่วนเกี่ยวกับความหมายของลิมิตที่อนันต์ และมีความเข้าใจที่ผิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ของความหมายของลิมิตที่อนันต์ เช่น นักเรียนเข้าใจว่า $\lim_{x \to +\infty} \frac{-x^2 + 2x + 100}{10x^3 + 99}$ เป็นฟังก์ชัน $\frac{-x^2 + 2x + 100}{10x^3 + 99}$ ที่ x เข้าใกล้ $+\infty$ และอธิบายว่า $\lim_{x \to +\infty} \frac{-x^2 + 2x + 100}{10x^3 + 99}$ คือลิมิตที่ x เข้าใกล้จำนวนไม่จำกัด และมีลักษณะของข้อผิดพลาด คือ ข้อผิดพลาดด้านภาษาและสัญลักษณ์เกี่ยวกับลิมิตที่อนันต์ และผิดพลาดด้านการดำเนินการคำนวณของการหาค่าของลิมิตที่อนันต์ เช่นนักเรียนให้ความหมายของ $\lim_{x \to +\infty} \frac{-x^2 + 2x + 100}{10x^3 + 99}$ ว่าเป็นลิมิตที่มีรูปแบบ 0^+ และ 0^- ซึ่งลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีความถี่ 29

ระหว่างเรียนซ่อมเสริม : เมื่อผู้สอนมีการนำเสนอลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด และสาเหตุของข้อบกพร่องเล่านั้นให้นักเรียนได้ทราบ แล้วครูนำมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้นักเรียนทำการเปรียบเทียบกัน แล้วครูใช้การยกตัวอย่างให้นักเรียนได้ทำเพื่อเพิ่มความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ถูกต้องของเรื่องในเรื่องลิมิตที่อนันต์ แล้วครูให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดพร้อมทั้งใช้คำถามเพื่อสรุปและตรวจสอบมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ทำให้นักเรียนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดโดยนักเรียนเข้าใจความหมาย และขั้นตอนการหาค่าของลิมิตเกี่ยวกับอนันต์ และนักเรียนเขียนภาษาและสัญลักษณ์ และดำเนินการคำนวณหารค่าได้ถูกต้อง

หลังเรียนซ่อมเสริม: เมื่อผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำแบบทดสอวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องแล้ววิเคราะห์ผล พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเปลี่ยนแปลงในทิศทางที่ดีขึ้น แต่ยังพบเห็นลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเล็กน้อยคือ นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน และการตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ถามเกี่ยวกับความหมาย และขั้นตอนการหาค่าของลิมิตที่อนันต์ และลักษณะข้อผิดพลาดคือ การผิดพลาดด้านการดำเนินการ

แยกตัวประกอบเพื่อดำเนินการคำนวณลิมิตที่อนันต์ ซึ่งลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีความถี่ 6

3. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของสมบัติของลิมิต

ก่อนเรียนซ่อมเสริม: เมื่อผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำแบบทดสอวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องแล้วนำมาวิเคราะห์ผล พบว่า นักเรียนมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนมีความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับสมบัติของลิมิต คือนักเรียนมีความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงของสมบัติการบวก การคูณ และการหารของลิมิต เช่นนักเรียนให้เหตุผลว่า $\lim\limits_{x\to 1}\left[f(x)\pm g(x)\right]=\lim\limits_{x\to 1} f(x)\pm\lim\limits_{x\to 1} g(x)$ เพราะผลบวกของลิมิตเท่ากับลิมิตของผลบวก และลักษณะข้อผิดพลาดคือ นักเรียนมีข้อผิดพลาดทางด้านการใช้ภาษาสัญลักษณ์ และนักเรียนให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริงของสมบัติของลิมิต เช่น นักเรียนให้เหตุผลว่า $\lim\limits_{x\to a}\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]$ กับ $\dfrac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$ มีค่าไม่เท่ากัน เพราะ $\lim\limits_{x\to a}\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]$ เราหารก่อนหารลิมิต แต่ $\dfrac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$ เราหารลิมิตก่อนแล้วเอามาหาร ซึ่งลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีความถี่ 59

ระหว่างเรียนซ่อมเสริม: เมื่อผู้สอนมีการนำเสนอลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด และสาเหตุของข้อบกพร่องเล่านั้นให้นักเรียนได้ทราบ แล้วครูนำมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้นักเรียนทำการเปรียบเทียบกัน แล้วครูใช้การยกตัวอย่างให้นักเรียนได้ทำเพื่อเพิ่มความเข้าใจเกี่ยวกับมมโนทัศน์ที่ถูกต้องของสมบัติของลิมิต แล้วครูให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดพร้อมทั้งใช้คำถามเพื่อสรุปและตรวจสอบมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ทำให้นักเรียนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด โดยนักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลของการเท่ากันของลิมิต และเขียนภาษาสัญลักษณ์เกี่ยวกับสมบัติของลิมิตได้

หลังเรียนซ่อมเสริม: เมื่อผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำแบบทดสอวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องแล้วนำมาวิเคราะห์ผล พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเปลี่ยนแปลงในทิศทางที่ดีขึ้น แต่ยังพบเห็นลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเล็กน้อยคือ นักเรียนมีความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงของสมบัติการบวก การคูณ และการหาร และลักษณะข้อผิดพลาดคือ นักเรียนให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริงของสมบัติของลิมิต ซึ่งลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีความถี่ 20

4. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$

ก่อนเรียนซ่อมเสริม: เมื่อผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำแบบทดสอวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องแล้วนำมาวิเคราะห์ผล พบว่า นักเรียนมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนมีความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด และการตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ต้องการถามของความหมายของลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด เช่นนักเรียนอธิบายว่า $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+x-2}$ เมื่อ x เข้าใกล้ 1 เป็นลิมิตของฟังก์ชันที่ x เข้าใกล้ 1 ทางขวา และ x เข้าใกล้ 1 ทางซ้าย และไม่พบลักษณะของข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น ซึ่งลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นมีความถี่ 18

ระหว่างเรียนซ่อมเสริม: เมื่อผู้สอนมีการนำเสนอลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดและสาเหตุของข้อบกพร่องเล่านั้นให้นักเรียนได้ทราบ แล้วครูนำมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้นักเรียนทำการเปรียบเทียบกัน แล้วครูใช้การยกตัวอย่างให้นักเรียนได้ทำเพื่อเพิ่มความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ถูกต้องของเรื่องในเรื่องลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$ แล้วครูให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดพร้อมทั้งใช้คำถามเพื่อสรุปและตรวจสอบมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ทำให้นักเรียนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด โดยนักเรียนเข้าใจความหมายของลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด และสามารถดำเนินการคำนวณได้ถูกต้อง

หลังเรียนซ่อมเสริม: เมื่อผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำแบบทดสอวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 2) แล้วมาวิเคราะห์ผล พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเปลี่ยนแปลงในทิศทางที่ดีขึ้น แต่ยังพบเห็นลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเล็กน้อยคือ นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนเกี่ยวกับความหมายของลิมิตรูปแบบไม่จำกัด ซึ่งลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีความถี่ 3

5. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x=a$

ก่อนเรียนซ่อมเสริม: เมื่อผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำแบบทดสอวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 1) แล้ววิเคราะห์ผล พบว่า นักเรียนมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัด และมีความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงของความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x=a$ เช่นนักเรียนให้เหตุผลว่าฟังก์ชัน $f(x)=\dfrac{3x^2-2x-1}{x+2}$ ไม่ต่อเนื่องที่จุด $x=-2$ เพราะมันไม่สอดคล้องตามเงื่อนไขและให้เหตุผลว่า $f(1)=0, \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=0$ และ $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=1$ จะได้ $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องเพราะไม่มีค่า x ใดทำให้ฟังก์ชันหาค่าไม่ได้และมีลักษณะของข้อผิดพลาด คือการผิดพลาดด้านการดำเนินการคำนวณ และด้านภาษาและสัญลักษณ์เกี่ยวกับความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x=a$ เช่นนักเรียนอธิบายว่าฟังก์ชัน $f(x)$ ไม่ต่อเนื่องที่จุด $x=-2$ เนื่องจาก $f(2)=-\infty$

และอธิบายว่าฟังก์ชัน $f(x)$ ไม่ต่อเนื่องที่จุด $x=-2$ เนื่องจากค่าของ $\lim_{x\to 2^-} f(x) \neq a$ และจากที่กำหนดให้ $f(1)=0, \lim_{x\to 1^+} f(x)=0$ และ $\lim_{x\to 1^-} f(x)=1$ ฟังก์ชัน $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องเพราะ $f(x)=\lim_{x\to 1} f(x)$ และฟังก์ชัน $f(x)$ เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องทุกค่า $\forall x \in R$ และไม่ต่อเนื่องเพราะ $\forall x \in R-\{2\}$ และยังอธิบายอีกว่าฟังก์ชัน $f(x)$ เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องเพราะ $\lim_{x\to 1^-} \neq \lim_{x\to 1^+}$ ซึ่งลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีความถี่ 18

ระหว่างเรียนซ่อมเสริม: เมื่อผู้สอนมีการนำเสนอลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด และสาเหตุของข้อบกพร่องเล่านั้นให้นักเรียนได้ทราบ แล้วครูนำมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้นักเรียนทำการเปรียบเทียบกัน แล้วครูใช้การยกตัวอย่างให้นักเรียนได้ทำเพื่อเพิ่มความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ถูกต้องของเรื่องในเรื่องความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x=a$ แล้วครูให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดพร้อมทั้งใช้คำถามเพื่อสรุปและตรวจสอบมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ทำให้นักเรียนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดได้ โดยนักเรียนเข้าใจความหมายและเงื่อนไขของความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x=a$ และใช้ภาษาสัญลักษณ์เกี่ยวกับความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x=a$ ได้ถูกต้อง

หลังเรียนซ่อมเสริม: เมื่อผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำแบบทดสอวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 2) แล้ววิเคราะห์ผล พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเปลี่ยนแปลงในทิศทางที่ดีขึ้น คือไม่พบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x=a$

6. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของสมบัติของความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x=a$

ก่อนเรียนซ่อมเสริม: เมื่อผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำแบบทดสอวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 1) แล้ววิเคราะห์ผล พบว่า นักเรียนมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนมีความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงของสมบัติการบวก การคูณ และการหาร ของสมบัติความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x=a$ เช่น นักเรียนให้เหตุผลว่าฟังก์ชัน $f(x)+g(x)$ ต่อเนื่องที่จุด $x=1$ ก็ต่อเมื่อผลของการบวกลิมิตทั้งสองเท่ากับศูนย์ นั้นแสดงว่าต่อเนื่องที่จุด $x=1$ และให้เหตุผลว่าฟังก์ชัน $f(x)+g(x)$ ต่อเนื่องที่จุด $x=1$ เมื่อผลการบวกของลิมิตทั้งสองเท่ากับ 0 และมีลักษณะของข้อผิดพลาด คือ นักเรียนให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริงของสมบัติการบวก การคูณ และการหารของสมบัติความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x=a$ เช่นนักเรียนเข้าใจว่าฟังก์ชัน $f(x)\times g(x)$ ต่อเนื่องทุกจุดเพราะฟังก์ชันตรรกยะมีโดเมนทุกค่าจำนวนจริง และให้เหตุผลว่า

$f(x)$ และ $g(x)$ ต่อเนื่องดังนั้น $f(x)\times g(x)$ ก็ต่อเนื่อง ซึ่งลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีความถี่ 25

ระหว่างเรียนซ่อมเสริม : เมื่อผู้สอนมีการนำเสนอลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด และสาเหตุของข้อบกพร่องเล่านั้นให้นักเรียนได้ทราบ แล้วครูนำมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้นักเรียนทำการเปรียบเทียบกัน แล้วครูใช้การยกตัวอย่างให้นักเรียนได้ทำเพื่อเพิ่มความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ถูกต้องของเรื่องในเรื่องสมบัติของความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x=a$ แล้วครูให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดพร้อมทั้งใช้คำถามเพื่อสรุปและตรวจสอบมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ทำให้นักเรียนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดได้ โดยนักเรียนสามารถอธิบายและเข้าใจเหตุผลของสมบัติของฟังก์ชันต่อเนื่องที่จุด $x=a$ ได้ถูกต้อง

หลังเรียนซ่อมเสริม: เมื่อผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 2) แล้ววิเคราะห์ผล พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเปลี่ยนแปลงในทิศทางที่ดีขึ้น แต่ยังพบเห็นลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเล็กน้อยคือ นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนเกี่ยวกับสมบัติการบวก การคูณ และการหารของความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x=a$ และลักษณะข้อผิดพลาดคือ นักเรียนให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริงของสมบัติการบวก การคูณ และการหารของความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่จุด $x=a$ ซึ่งลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีความถี่ 4

7. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของความต่อเนื่องของฟังก์ชันบนช่วง

ก่อนเรียนซ่อมเสริม: เมื่อผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำแบบทดสอวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 1) แล้วนำมาวิเคราะห์ผล พบว่า ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น คือ นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัด และมีความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงของความต่อเนื่องบนช่วงของฟังก์ชัน เช่นนักเรียนให้เหตุผลว่าฟังก์ชัน $f(x)=\dfrac{x^2-3x+4}{x-3}, x\neq 3$ ไม่ต่อเนื่องบนช่วง $x\in(3,5)$ เพราะ $x=3$ และ $x=5$ ทำให้ฟังก์ชันไม่ต่อเนื่อง และมีลักษณะของข้อผิดพลาด คือ นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านการให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริงของความต่อเนื่องของฟังก์ชันบนช่วง เช่นนักเรียนให้เหตุผลว่าฟังก์ชัน $f(x)=\dfrac{x^2-3x+4}{x-3}, x\neq 3$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องก็ต่อเมื่อ $x\neq 3$ จากการศึกษาค่าบนช่วงคือ $x\in(3,5)$ ซึ่งลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีความถี่ 23

ระหว่างเรียนซ่อมเสริม: เมื่อผู้สอนมีการนำเสนอลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด และสาเหตุของข้อบกพร่องเล่านั้นให้นักเรียนได้ทราบ แล้วครูนำมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้นักเรียนทำการเปรียบเทียบกัน แล้วครูใช้การยกตัวอย่างให้นักเรียนได้ทำเพื่อเพิ่มความเข้าใจเกี่ยวกับ

มโนทัศน์ที่ถูกต้องของเรื่องในเรื่องความต่อเนื่องของฟังก์ชันบนช่วง แล้วครูให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดพร้อมทั้งใช้คำถามเพื่อสรุปและตรวจสอบมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ทำให้นักเรียนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดได้ โดยนักเรียนเข้าใจความหมายของฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง และนักเรียนใช้ภาษาและสัญลักษณ์เกี่ยวกับความต่อเนื่องของฟังก์ชันบนช่วงได้ถูกต้อง

หลังเรียนซ่อมเสริม: เมื่อผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำแบบทดสอวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 2) แล้ววิเคราะห์ผล พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเปลี่ยนแปลงในทิศทางที่ดีขึ้น คือไม่พบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของความต่อเนื่องของฟังก์ชันบนช่วง

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จังหวัดกำปงธม มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง

2. เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม

3. เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60

4. เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องหลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง ซึ่งเป็นนักเรียนในเขตพื้นที่การศึกษาของจังหวัดกำปงธม ประเทศกัมพูชา

กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนที่มีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องและตกลงมารับการสอนแก้ไขข้อบกพร่องจำนวน 20 คน เป็นกลุ่มตัวอย่างในการดำเนินทดลองการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมแก้ไขมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา ค.ศ. 2017 สถาบันเทคโนโลยีกำปงเฌอเตียล อำเภอปราสาทสมโบร์ จังหวัดกำปงธม เป็นโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่ปราสาทสมโบร์ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดกำปงธม

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองประกอบด้วย

แผนการจัดการเรียนการสอนแก้ไขมโนทัศน์คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมแก้ไขข้อบกพร่องที่ผ่านการตรวจสอบโดยอาจารย์ที่ปรึกษา

แบบทดสอบวินิจฉัย เป็นแบบอัตนัย เพื่อให้นักเรียนแสดงวิธีคิดที่ถูกต้องในการดำเนินการทำแบบทดสอบ มีจำนวน 2 ฉบับ ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ฉบับละ 20 ข้อ เป็นแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน โดยเนื้อหาที่ใช้ในแบบทดสอบแต่ละฉบับ เป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้ว และแบบทดสอบทุกฉบับได้รับการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วพบว่ามีคุณภาพผ่านเกณฑ์ทุกฉบับ ซึ่งแบบทดสอบวินิจฉัย (ฉบับที่ 1 ก่อนเรียน) มีค่าความเที่ยง 0.68 ค่าความยาก (p) อยู่ในช่วง 0.33 – 0.75 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ในช่วง 0.25 – 0.50 และแบบทดสอบวินิจฉัย (ฉบับที่ 2 หลังเรียน) มีค่าความเที่ยง 0.83 ค่าความยาก (p) อยู่ในช่วง 0.42 – 0.71 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ในช่วง 0.25 – 0.58

แบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง เป็นข้อสอบแบบปรนัย มี 4 ตัวเลือก จำนวน 2 ฉบับ ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ฉบับละ 30 ข้อ และแบบวัดทุกฉบับได้รับการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วพบว่ามีคุณภาพผ่านเกณฑ์ทุกฉบับ ซึ่งแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับที่ 1 ก่อนเรียน) มีค่าความเที่ยง 0.80 ค่าความยาก (p) อยู่ในช่วง 0.25 – 0.83 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ในช่วง 0.33 – 0.83 และแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับที่ 2 หลังเรียน) มีค่าความเที่ยง 0.82 ค่าความยาก(p) อยู่ในช่วง 0.33 – 0.83 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ในช่วง 0.33 – 0.83

แบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 ฉบับ ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ฉบับละ 30 ข้อ และแบบวัดทุกฉบับได้รับการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วพบว่ามีคุณภาพผ่านเกณฑ์ทุกฉบับ ซึ่งแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (ฉบับที่ 1 ก่อนเรียน) มีค่าความเที่ยง 0.80 ค่าความยาก (p) อยู่ในช่วง 0.33 – 0.67 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ในช่วง 0.25 – 0.50 และแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (ฉบับที่ 2 หลังเรียน) มีค่าความเที่ยง 0.83 ค่าความยาก (p) อยู่ในช่วง 0.33 – 0.67 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ในช่วง 0.25 – 0.50

สำหรับการดำเนินการทดลอง ผู้วิจัยดำเนินการสอนแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดกลุ่มตัวอย่างด้วยตนเองจำนวน 15 ชั่วโมง ทดสอบแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 1) จำนวน 2 ชั่วโมง 30 นาที แบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 1) จำนวน 1 ชั่วโมง 30 นาที และแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 1) จำนวน 2 ชั่วโมง เมื่อทำกิจกรรมตามแผนการสอนโดยการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยทดสอบแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 2) จำนวน 2 ชั่วโมง 30 นาที แบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 2) จำนวน 1 ชั่วโมง 30 นาที และแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 2) จำนวน 2

ชั่วโมง แล้วนำผลการทดสอบที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติ ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD) และการทดสอบค่าที (t-test)

สรุปผลการวิจัย

1. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้นหลังจากผู้วิจัยทำการวิเคราะห์จากแบบทดสอบวินิจฉัย พบว่า

1.1 ลักษณะมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องที่เกิดขึ้นทั้งหมดมีความถี่จำนวน 129 โดยลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นมากที่สุดคือ การมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน รองลงมาคือ ความเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง และน้อยที่สุดคือ การตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ต้องการถาม

1.2 ลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องที่เกิดขึ้นทั้งหมดมีความถี่จำนวน 71 โดยลักษณะข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นมากที่สุดคือ ข้อผิดพลาดด้านการบิดเบือน ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยการให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริง รองลงมาคือข้อผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์ และข้อผิดพลาดด้านการดำเนินการแยกตัวประกอบ และการดำเนินการคำนวณของลิมิตและความต่อเนื่อง

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 ที่เรียนแก้ไขข้อบกพร่องโดยการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม โดยรวมคือ นักเรียนมีความรู้เชิงทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อจำแนกเป็น

2.1 ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.2 ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 ที่เรียนแก้ไขข้อบกพร่องโดยการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม โดยรวมคือ นักเรียนมีความรู้เชิงทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อจำแนกเป็น

3.1 ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3.2 ความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนหลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม พบว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงในทิศทางที่ดีขึ้น โดยที่ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้นทั้งหมดก่อนทดลองมีความที่ 200 และหลังทดลองลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้นทั้งหมดมีความที่ 41 ซึ่งลดลงคิดเป็นร้อยละ 79.5

อภิปรายผลการวิจัย

จากผลการวิจัย มีประเด็นในการอภิปรายผลดังต่อไปนี้

1. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้นหลังจากผู้วิจัยทำการวิเคราะห์จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนทดลอง พบว่า ลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นมากที่สุดคือ การมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน รองลงมาคือ ความเข้าใจบกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง และน้อยที่สุดคือ การตีความผิดจากประเด็นที่โจทย์ต้องการถาม ตามลำดับ และลักษณะข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นมากที่สุดคือ ข้อผิดพลาดด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม โดยการให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริง รองลงมาคือ ข้อผิดพลาดด้านภาษา และสัญลักษณ์ และข้อผิดพลาดด้านการดำเนินการแยกตัวประกอบ และการดำเนินการคำนวณของลิมิตและความต่อเนื่อง ตามลำดับ ทั้งนี้อาจเกิดจากการที่นักเรียนไม่คุ้นเคยกับการทำโจทย์แบบวินิจฉัยที่ต้องการให้นักเรียนเขียนแสดงความรู้ ความเข้าใจ และความคิดของนักเรียน โดยไม่เน้นการคำนวณเหมือนการสอบของนักเรียนปกติ และอีกทั้งอาจเกิดจากการเรียนการสอนของครูและนักเรียนในประเทศกัมพูชาที่สอนให้นักเรียนเน้นเรื่องของการคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง และข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์เป็นแบบอัตนัยที่วัดด้านการดำเนินการคำนวณ โดยไม่ค่อยสนใจเรื่องวิธีการคิด หรือกระบวนการคิดของนักเรียน (Ministry of Education Youth and Sport, 2006) ซึ่งเห็นได้ชัดเจนจากข้อสอบคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เป็นข้อสอบที่เน้นให้นักเรียนแสดงวิธีคำนวณเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยไม่เน้นถึงความสำคัญของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับที่ อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้กล่าวไว้ว่า ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ทั่วไปมักเน้นการสอนความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ ส่วนการสอนความรู้เชิงมโนทัศน์มีน้อยมาก รวมไปถึงการจัดการเรียนการสอนในห้องเรียนบางครั้งมีเวลาที่จำกัด ทำให้ครูไม่มีโอกาสได้เน้นย้ำเรื่องมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้แก่นักเรียน ซึ่งความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทั้งด้านความรู้เชิงกระบวนการและความรู้เชิงมโนทัศน์ล้วนแต่มีความสำคัญต่อการเรียนของนักเรียนซึ่งสอดคล้องกับ จิตรวรรณ เอกพันธ์ (2558) และ ศุภลักษณ์ ครุฑคง (2556) ที่กล่าวว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์มี ความสำคัญต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้งาน ในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใดๆ ผู้เรียนจึงควรได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ เพื่อที่ ผู้เรียนจะเชื่อมโยง

ได้ว่าขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองคุ้นเคยนั้นมีที่มาหรือความหมายอย่างไร และจะนำไปใช้ได้อย่างไร อีกทั้ง ในการเรียนคณิตศาสตร์ผู้เรียนต้องมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียง สามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อ

2. หลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6 ที่เรียนแก้ไขข้อบกพร่องของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของลิมิตและความต่อเนื่อง พบว่า

2.1 นักเรียนมีความรู้เชิงทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อจำแนกเป็นความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.2 นักเรียนที่มีความรู้เชิงทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อจำแนกเป็นความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ซึ่งอาจเป็นเพราะกระบวนการในการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมที่มีขั้นตอนการดำเนินการสอนเป็น 3 ขั้นตอนที่แตกต่างจากการสอนปกติ ดังนี้ ขั้นที่ 1 เป็นขั้นที่ครูวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง จากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยของแต่ละเนื้อหาย่อยของลิมิตและความต่อเนื่องและจำแนกจำนวนนักเรียนเพื่อรับการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมแก้ไขข้อบกพร่องตามเนื้อหาย่อยของลิมิตและความต่อเนื่อง ขั้นที่ 2 เป็นขั้นตอนการนำสิ่งที่วินิจฉัยได้ในขั้นที่ 1 มาเป็นฐานในการเรียนการสอนแก้ไขข้อบกพร่อง โดยทำการแก้ไขข้อบกพร่องเป็นกลุ่มย่อยของนักเรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของเนื้อหาย่อยของลิมิตและความต่อเนื่องเดียวกัน ซึ่งนักเรียนแต่ละคนจะได้รับการแก้ไขเฉพาะที่ตนบกพร่องของเรื่องนั้น ในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดนี้ ผู้วิจัยมีหลักในการดำเนินการสอนแก้ไขข้อบกพร่องดังนี้ 1) ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับลิมิตและความต่อเนื่อง โดยครูให้นักเรียนดูมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยของนักเรียน เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับมโนทัศน์และตัวอย่างที่ถูกต้อง 2) ครูทำการพูดคุย และใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงการคิดของตนจากคำตอบที่นักเรียนในการทำแบบทดสอบวินิจฉัยจน

กระทั่งครูสรุปได้ว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดประเภทใด และสาเหตุใด แล้วครูเขียนและอธิบายมโนทัศน์ที่ถูกต้องของลิมิตและความต่อเนื่อง เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจและจดบันทึกไว้ และ 3) ครูกับนักเรียนร่วมกันทำตัวอย่างแบบฝึกหัด โดยครูใช้คำถามประกอบการอธิบายเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ และอธิบายเพิ่มเติมกับนักเรียนที่ยังมีข้อบกพร่อง และ ขั้นที่ 3 เป็นขั้นตอนการตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียน โดยครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแล้วครูเดินดูนักเรียนเป็นรายบุคคลเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง แล้วครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยแบบฝึกหัด โดยให้นักเรียนแสดงวิธีทำหน้าห้อง หากพบว่านักเรียนยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดครูต้องดำเนินการแก้ไขใหม่ตามขั้นที่ 2 จะเห็นได้ว่าขั้นตอนการดำเนินการสอนนี้เป็นการสอนที่แก้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนได้ตรงจุดที่นักเรียนคลาดเคลื่อนและผิดพลาด จึงทำให้นักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ผลการวิจัยดังกล่าวสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ชญานิน คมพจน์ (2552) ได้ศึกษาผลของการสอนซ่อมเสริมโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดสุราษฎร์ธานี พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนซ่อมเสริมโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซม มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนซ่อมเสริมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และ Virvou and Tsiriga (2000) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พวกเขาได้พัฒนาขึ้นมามีชื่อว่า “Easy Math”เพื่อสอนซ่อมเสริมกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนในชั้นเรียนปกติเรียบร้อยแล้วทดสอบหลังเรียนปกติมาเรียนซ่อมเสริมกับโปรแกรม “Easy Math” แล้วจึงทดสอบอีกครั้งหนึ่งโดยใช้แบบทดสอบคู่ขนานกับการสอบครั้งแรก ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนร้อยละ 46 มีคะแนนสอบสูงขึ้นและสูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้ผ่านการเรียนกับโปรแกรม “Easy Math”

3. หลังการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม พบว่าลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงในทิศทางที่ดีขึ้น โดยที่ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้นทั้งหมดก่อนทดลองมีความที่ 200 และหลังทดลองลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดขึ้นทั้งหมดมีความที่ 41 ซึ่งลดลงคิดเป็นร้อยละ 79.5 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการจัดการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม เป็นการสอนที่ผู้สอนได้รับรู้และเข้าใจมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของนักเรียนได้อย่างชัดเจน ทำให้การสอนแก้ไข้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดได้ตรงจุด ซึ่งสอดคลองกับงานวิจัยของ Brown and VanLehn (1980) ได้ศึกษาผลการสอนในชั้นเรียนเพื่อแก้ไขมโนทัศน์จากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นมโนทัศน์ โดยอาศัยการสอนตามแนวทฤษฎีการซ่อมแซมเมื่อนักเรียนผ่านการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ตามแนวทฤษฎีการซ่อมแซมแล้วพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมี

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม และเมื่อทำการทดสอบวัดมโนทัศน์อีกครั้งหลังจากจบการเรียนเนื้อหาทั้งหมดเป็นเวลา 1 สัปดาห์ พบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนที่ได้จากการทดสอบมโนทัศน์สูงกว่ากลุ่มปกติ โดยลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนที่ยังพบมากที่สุดหลังเรียน คือ ประเภทความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง อาจเป็นเพราะนักเรียนมีความเข้าใจที่มีพื้นฐานจากสัญชาติญาณ เพียงอย่างเดียวหรือจากการเข้าใจที่ผิด ซึ่งจากการวิจัยครั้งนี้ พบตัวอย่าง นักเรียนที่มีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนประเภทความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ เช่น นักเรียนมีความคิดว่า การหารของลิมิตมีสมบัติการกระจ่าย สมบัติการหารของความต่อเนื่องมีความต่อเนื่องถ้าเศษ และสวนมีความต่อเนื่อง ซึ่งความจริงแล้ว ลิมิตไม่มีสมบัติการกระจ่ายการหาร และฟังก์ชันตรรกยะมีความต่อเนื่องก็ต่อเมื่อสวนไม่เท่ากับศูนย์ โดยสอดคล้องกับ งานวิจัยของ Wylie and Ciofalo (2008) ที่กล่าวไว้ว่า ข้อความจริงที่มีพื้นฐานจากสัญชาติญาณเพียงอย่างเดียวหรือจากการให้เหตุผลที่ผิดพลาดจะทำให้เกิดความเข้าใจผิดได้ และการมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน ซึ่งสามารถอภิปรายได้ว่าเนื่องจากเนื้อหาเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องนั้น มีหลายประเด็นที่นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ที่จำกัด จึงทำให้ความถี่ของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนประเภทการมีมโนทัศน์ที่จำกัดเกิดขึ้นมากที่สุด โดยประเด็นที่นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ที่จำกัด คือเกี่ยวกับลิมิตที่จุด $x = a$ ซึ่งสอดคล้องกับที่ Mestre (1987) ที่ได้กล่าวว่า นักเรียนสะสมข้อมูลถูกต้องเพียงบางส่วนจากประสบการณ์ในแต่ละวัน จนกระทั่งสร้างเป็นความเข้าใจที่ฝังลึกซึ่งกลายเป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และอาจรวมไปถึงการจัดการเรียนการสอนในห้องเรียนบางครั้งด้วยเวลาที่จำกัด ทำให้ครูอาจไม่มีโอกาสได้เน้นย้ำในประเด็นสำคัญบางประเด็นให้แก่นักเรียน และข้อผิดพลาดที่ยังพบมากที่สุดหลังเรียน คือข้อผิดพลาดด้านการบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยามโดยให้เหตุผลที่ผิดจากความเป็นจริง ทั้งนี้สอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2536) ที่ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย พบว่า นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติมากที่สุดคือนักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วนขาดความ เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ โดยให้เหตุผลที่ผิดจากความจริงทางคณิตศาสตร์

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยข้างต้น ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

1. ข้อเสนอแนะสำหรับนำไปใช้

1.1 การใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ควรมีการจัดการเรียนการสอนหลังจบบทเรียนทุกครั้ง ในแต่ละ

จุดประสงค์ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เพื่อพัฒนานักเรียนได้เต็มความสามารถของนักเรียนแต่ละบุคคล และเพื่อความเข้าใจที่ถูกต้องของนักเรียน

1.2 ครูควรมีการจัดกิจกรรมสอนคณิตศาสตร์กับการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด เพื่อให้นักเรียนสนใจและมีใจชอบการเรียนซ่อมเสริมมากยิ่งขึ้น

1.3 ครูควรมีการจัดกิจกรรมการเรียนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ที่เกิดขึ้นกับนักเรียนโดยการวิเคราะห์หามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดแล้วดำเนินการสอนซ่อมเสริมโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมเพื่อแก้ไข้ให้ตรงจุด เพราะการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม ทำให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนดีขึ้นโดยมีคะแนนเฉลี่ยเกินร้อยละ 60

1.4 ครูควรบอกเงื่อนไขหรือข้อจำกัด สาเหตุที่นักเรียนเกิดข้อบกพร่องของมโนทัศน์และข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นบ่อยๆ ของแต่ละข้อบกพร่อง พร้อมบอกมโนทัศน์และการคำนวณที่ถูกต้องให้นักเรียนได้รับรู้และเข้าใจ โดยเน้นย้ำให้นักเรียนเข้าใจอย่างแท้จริงเพื่อนักเรียนจะไม่เกิดข้อบกพร่องนั้นอีก

1.5 ครูควรเอาใจใส่และพูดให้กำลังใจกับนักเรียนที่เรียนอ่อนกว่าเพื่อนให้เป็นพิเศษเพื่อเป็นแรงจูงใจในการเรียน และทำให้เขาเกิดความตั้งใจการเรียน

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการจัดกิจกรรมสอนซ่อมเสริมโดยใช้ทฤษฎีอื่นๆ ที่หลากลาย เพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดในการเรียนของนักเรียนในรูปแบบอื่นๆ เพื่อให้การเรียนซ่อมเสริมมีประสิทธิภาพ และนักเรียนจะได้พัฒนาตนเองได้เต็มความสามารถและตามศักยภาพของนักเรียนแต่ละคน

2.2 ควรทำการศึกษาข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย และศึกษาในเนื้อหาอื่นๆ ของนักเรียนทุกระดับชั้น โดยใช้เครื่องมือที่หลากหลายชนิดเช่น แบบวินิจฉัย แบบสัมภาษณ์ การศึกษารายกรณี การสังเกต การสอบถามเป็นต้น ให้ได้ข้อมูลที่หลากหลาย เพื่อจะได้แก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนซ่อมเสริมได้ถูกต้อง และตรงจุดมากขึ้น

2.3 ควรศึกษารูปแบบการสอนอื่นๆ ที่หลากหลาย เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ของเนื้อหาต่างๆ เช่นรูปแบบการสอนที่เน้นพัฒนาด้านพุทธิพิสัย รูปแบบการสอนที่เน้น

การพัฒนาด้านจิตพิสัย รูปแบบการสอนที่เน้นการพัฒนาด้านทักษะพิสัย และรูปแบบการสอนที่เน้นการพัฒนาด้านทักษะกระบวนการ เป็นต้น

2.4 ควรศึกษาถึงเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่กระทรวงศึกษาธิการให้ความสำคัญซึ่งวินิจฉัยได้จากข้อสอบคณิตศาสตร์ เช่น เรื่องความน่าจะเป็น อินทิเกรต ระบบสามมิติ และการสร้างกราฟของฟังก์ชัน เป็นต้น และเป็นเนื้อหาที่นักเรียนเกิดข้อบกพร่องมากที่สุดในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนซ่อมเสริม แก้ไขข้อบกพร่อง เพราะจะทำให้นักเรียนตั้งใจและเอาใจใส่ในการเรียนมากขึ้น

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

เกษสุดา บูรณพันศักดิ์. (2545). *การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต ,จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2551). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิต พิบูลบาเพ็ญ. *วารสารศึกษาศาสตร์ 1, 20(1), 25 -35.*

โชติกา ภาษีผล. (2554). *การสร้างและพัฒนาเครื่องมือในการวัดและประเมินผลการศึกษา(พิมพ์ครั้งที่ 2).* กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โสภณ บำรุงสงฆ์. (2520). *เทคนิคและวิธีการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่*. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช, *229* หน้า.

ไข่มุก เลื่องสุนทร. (2552). *การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่* 1 *ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรีเขต* 1. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย).

กระทรวงศึกษาธิการ. (2545). *สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

กัญวลัญช์ จิตรดี. (2559). *การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องตัวประกอบของจำนวนนับสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษานครนายก*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยบูรพา).

ขวัญใจ สายสุวรรณ. (2554). *การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่อง ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลังสำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม).

จารุวรรณ กุศลการณ์. (2554). *การพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนชลประทาน จังหวัดนนทบุรี*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช).

จิตรวรรณ เอกพันธ์. (2558). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลยุทธ์การสอนเชิงบริบทที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (*วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).

จินตนา มูลพฤกษ์. (2546). *ผลการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่องจำนวน 1 ถึง 10 และ 0 โดยวิธีสอนที่ใช้การละเล่นพื้นบ้านสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเขื่อนเจ้าพระยา จังหวัดชัยนาท*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตร์มหาบันฑิต, มหาวิทยาลัยวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช).

จิรรัตน์ จตุรานนท์. (2554). *การศึกษาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะและกระบวนทางคณิตศาสตร์และความคิดเห็นเกี่ยวกับการเรียนการสอนของนิสิตนักศึกษาครุศาสตร์ศึกษาศาสตร์วิชาเอกคณิตศาสตร์*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).

ชญานิน คมพจน์. (2552). *ผลของการสอนซ่อมเสริมโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดสุราษฎร์ธานี*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2557). *การสอนซ่อมเสริม เติมเต็มศักยภาพผู้เรียน*. กรุงเทพฯ: วีพรินท์, *310* หน้า.

ญาณัจฉรา สุดแท้. (2551). *การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยทางการเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม).

ดวงเดือน อ่อนน่วม. (2533). *การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ดำรงค์ ทิพย์โยธา, ณัฏฐนาถ ไตรภพ และ ยุวรีย์ พันธ์กล้า. (2558). *แคลคูลัส* 1. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นฤมล อุดรประจักษ์. (2555). *การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม).

พนมกร มิตรแก้ว. (2557). *การศึกษาผลการสอนซ่อมเสริม โดยใช้แบบฝึกทักษะเรื่องอัตราส่วน (Ratio) สัดส่วน (Proportion)และร้อยละ (Percent) ในรายวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 สำหรับนักเรียนประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 สาขางานธุรกิจ ค้าปลีก วิทยาลัยเทคโนโลยีปัญญาภิวัฒน์*. (วิทยาลัยเทคโนโลยีปัญญาภิวัฒน์สังกัด สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษา นนทบุรี เขต 1 สำนักงานคณะกรรมการส่งเสริมการศึกษาเอกชน กระทรวงศึกษาธิการ).

พนัส หันนาคินทร์. (2514). *คณิตศาสตร์: วิธีสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: องค์การค้าครุสภา.

พรธิดา สุขกรม. (2558). *การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 และเขต 2*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).

ยานี สังข์ศรีอินทร์. (2550). *การพัฒนาแบบสอบวินิจฉัย เรื่องระบบเลขฐาน วิชาคณิตศาสตร์สำหรับคอมพิวเตอร์ สำหรับนักศึกษาหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงสถาบันการพลศึกษาวิทยาเขตภาคใต้*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

วิมลรัตน์ ศรีสุข. (2551). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).

วิยดา ซ่อนขา. (2551). *การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียน วิชาคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนและการดาเนินการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. (วิทยานินพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ).

วิวัฒน์ ลีวงศ์วัฒน์ (2548). *ผลของการสอนซ่อมเสริมโดยใช้การจัดการเรียนการสอนผ่านเว็บที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).

ศรียา นิยมธรรม และ ประภัสสร นิยมธรรม. (2525). *การสอนซ่อมเสริม*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.

ศศิวรรณ เมลืองนนท์. (2549). *ผลของการสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีซ่อมเซมโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).

ศิริรัตน์ ศิริวิโรจน์สกุล. (2551). *การเปรียบเทียบผลการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ระหว่าง การสอนด้วยโครงงานและการสอนดดยใช้คอบพิวเตอร์ช่วยสอน: งานวิจัยเชิงทดลองที่ใช้การวินิฉัยข้อบกพร่องเป็นตัวแปรปรับ*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).

ศุภลักษณ์ ครุฑคง. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มัธยมศึกษา ปี ที่ 2*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).

สมนึก ภัททิยธนี. (2551). *การประเมินผลและการสร้างแบบทดสอบ (พิมพ์ครั้งที่ 6).* กาฬสินธุ์: ประสานการพิมพ์.

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ. (2540). *ผลการประเมินความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 – 6.* กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว.

สิทธิยา มณีสาย. (2555). *การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องด้านการวิเคราะห์ทางวิทยาศาสตร์เรื่องการดารงพันธ์ของสิ่งมีชีวิตของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม).

สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.

สิริลักษณ์ โปร่งสันเทียะ. (2550). ผลการพัฒนาโปรแกรมซ่อมเสริมคณิตศาสตร์สำหรับเด็กที่มีปัญหาทางการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 2 และ 3. *วารสารวิชาการศึกษาศาสตร์คณะศึกษาศาสตร์,* มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สุเทพ สันติวรานนท์. (2553). แบบทดสอบวินิจฉัยและแนวทางในการสร้าง. *วารสารศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี,* (6), 67-73.

สุจินดา พัชรภิญโญ. (2548). *ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ).

สุดารัตน์ มนต์นิมิตร. (2545). *ได้ศึกษาวิจัยเรื่องการใช้เทคนิคการคิดออกเสียงเป็นเครื่องมือในการวินิจฉัยความสามารถ ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์เพื่อจัดสอนซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).

สุนิดตา เรืองสิริเศรษฐ์. (2552). *ปัจจัยที่มีผลต่อความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3ในกรุงเทพมหานคร.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).

สุมานี กลิ่นพูน. (2555). *การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการสร้าง วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม).

สุรพรรณ วีระสอน. (2551). *การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยคณิตศาสตร์ เรื่องอสมการสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาร้อยเอ็ด เขต 1.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม).

สุริยาพร อดุลย์พงศ์ไพศาล. (2552). *การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่).

อัมพร ม้าคนอง. (2536). การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ *5* โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. *รายงานการวิจัย*, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2546). *คณิตศาสตร์ : การสอนและการเรียนรู้* . กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2547). *เอกสารประกอบการสอนรายวิชา 2704643 การพัฒนาหลักสูตรและการเรียนการสอนคณิตศาตร์*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (อัดสาเนาเย็บเล่ม).

อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2557). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อิสริยา ปรมัตถากร. (2556). *การพัฒนาความรู้และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดย การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 5.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย).

อุบล มีสิมมา. (2551). *การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยที่ดาเนินการสอบโดยใช้คอมพิวเตอร์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องทศนิยมและเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษาสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสกลนคร เขต 1.* (วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษามหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม).

ฮาบัส อิสมัน. (2551). *การสร้างชุดการเรียนการสอนเพื่อสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนจริงสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ*. (วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยทักษิณ).

ภาษาอังกฤษ

Ahmann, J. S., & Glock, M. D. (1975). *Evaluating pupil growth: Principles of tests and measurements*: Allyn and Bacon.

Annie and John, S. (1996). Of What Does Mathematical Knowledge Consist? . *[Online].http://www.maa.org/t_and_l/sampler/rs_1.html. [2009, September 2].*

Ashlock, R. B. (2010). *Error patterns in computation: Using error patterns to help each student learn*. Boston: Allyn & Bacon

Ausubel, D. P. (1968). *The Psychology of Meaningful Learning; an Introduction to School Learning*: Grune and Stratton.

Backman, C. A. (1978). Analyzing Children's Work Procedures. *NCTM Yearbook, 177*(95), 78.

Blair, J. (1958). Isolation of isoxanthopterin from human urine. *Biochemical Journal, 68*(3), 385.

Blando, J. A., Kelly, A. E., Schneider, B. R., & Sleeman, D. (1989). Analyzing and modeling arithmetic errors. *Journal for research in mathematics education*, 301-308.

Brown. (1992). Using examples and analogies to remediate misconceptions in physics: Factors influencing conceptual change. *Journal of Research in Science Teaching, 29*(1), 17-34.

Brown, & Skow, K. (2016). *Mathematics: Identifying and addressing student errors: Online),(http://iris*. peabody. vanderbilt. edu, diakses tanggal 5 November 2016).

Brown, & VanLehn. (1980). Repair theory: A generative theory of bugs in procedural skills. *Cognitive science, 4*(4), 379-426.

Brown, F. G. (1983). *Principles of educational and psychological testing*: Wadsworth Pub Co.

Burton, R. R., & Brown, J. S. (1976). A tutoring and student modelling paradigm for gaming environments. *ACM SIGCUE Outlook, 10*(SI), 236-246.

Ciofalo, W. a. (2010). DIMS Exemplar Set of Items 8th-Grade Mathematics. *Educational Testing Service*.

Clark, R. C., Lyons, C., & Hoover, L. (2004). Graphics for learning: Proven guidelines for planning, designing, and evaluating visuals in training materials: Wiley Online Library.

College Board. (2002). Mathematics framework for the 2003 national assessment of Educational progress. *Washington, D.C.: National Assessment Governing Borad*.

Dawkins, P. (2007). Calculus i. http://tutorial.math.lamar.edu/terms.

De, C., & Crawford, L. (1988). The Psychology of Learning and Instruction. *New Delhi: PHI*.

Dubinsky, E., & Harel, G. (1992). *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*: Mathematical Association of America.

Fisher, K. M. (1985). A misconception in biology: Amino acids and translation. *Journal of Research in Science Teaching, 22*(1), 53-62.

Frayer, D. A., Fredrick, W. C., & Klausmeier, H. J. (1969). *A schema for testing the level of concept mastery*: Wisconsin Univ. Research & Development Center for Cognitive Learning.

Good, C. V., & Merkel, W. (1973). Dictionary of education (3rd). *New York, MoGraw-Hill*.

Gropper, G. L. (1975). *Diagnosis and revision in the development of instructional materials*: Educational Technology.

Harris, A. J., & Sipay, E. R. (1971). *Effective teaching of reading*: D. McKay Company.

Harris, G., & Kershaw, K. (1971). Thallus growth and the distribution of stored metabolites in the phycobionts of the lichens Parmelia sulcata and P. physodes. *Canadian Journal of Botany, 49*(8), 1367-1372.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics, 2*, 1-27.

Hyman, J. E. (1990). The effects of a remedial six-weeks summer school program on the achievement in and attitude toward reading and mathematics in grades four through eight. https://elibrary.ru.

Kiokaew, S. (1989). *Comparing college freshmen's concepts of covalent bonding and structure in the College of Science and the College of Education at Prince of Songkhla University, Thailand.* University of Missouri-Columbia.

Kochevar, D. E. (1975). *Individualized remedial reading techniques for the classroom teacher*: Parker Publishing Company.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of educational research, 60*(1), 1-64.

Loc, N. P., & Hoc, T. C. T. (2014). A Survey Of 12 th Grade Students' Errors In Solving Calculus Problems. *TC, 1*(49), 49.

Luneta, K., & Makonye, P. J. (2010). Learner Errors and Misconceptions in Elementary Analysis: A Case Study of a Grade 12 Class in South Africa. *Acta Didactica Napocensia, 3*(3), 35-46.

Mehrens, W. a. L. I., j. (1973). *measurement and evaluation in education and psychology/william A. mehrens and irvin J. lehmann*.

Mestre, J. (1987). Why should mathematics and science teachers be interested in cognitive research findings. *Academic Connections, 3*, 8-11.

Ministry of Education Youth and Sport. (2006). *Core based curriculum for ganeral education. Phnom Penh*, Cambodia: USAID funeded.

Ministry of Education Youth and Sport. (2011). *mathematic textbook for teacher*. phnom penh, cambodia.

Moeys Cambodia. (2015). http://www.moeys.gov.kh/kh/.

NCTM. (1991). *Commission on Teaching Standards for School Mathematics. Professional standards for teaching mathematics*: Natl Council of Teachers of.

Otto, W., McMenemy, R. A., & Smith, R. J. (1973). *Corrective and remedial teaching*: Houghton Mifflin Harcourt (HMH).

Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal for research in mathematics education*, 163-172.

Reber, A. S. (1995). *The Penguin dictionary of psychology*: Penguin Press.

Rittle-Johnson, B., & Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other? *Journal of Educational Psychology, 91*(1), 175.

Schnepper, L. C., & McCoy, L. P. (2013). Analysis of misconceptions in high school mathematics. *Networks: An On-Line Journal for Teacher Research, 15*(1).

Simpson, W. D., & Marek, E. A. (1988). Understandings and misconceptions of biology concepts held by students attending small high schools and students attending large high schools. *Journal of Research in Science Teaching, 25*(5), 361-374.

Singha, H. (1974). *Modern Educational Testing*: Sterling Publishers.

Sleeman, D., Kelly, A. E., Martinak, R., Ward, R. D., & Moore, J. L. (1989). Studies of diagnosis and remediation with high school algebra students. *Cognitive science, 13*(4), 551-568.

Steinbring, H. (2008). *Mathematical Knowledge as a Social Construct of Teaching-/Learning Processes–The Epistemology Oriented Mathematical Interaction Research.* Paper presented at the on-line Documentation of the Symposium on the Occasion of the 100th Anniversary of ICMI (Rome, Italy, 5–8 March 2008).

Tansley, A. E. (1969). *Reading and remedial reading*. Bristol: Western Printing Services Limited.

Thorndike, R. L., & Hagen, E. (1961). *Measurement and evaluation in psychology and education (2nd ed.).* Oxford, England: Wiley.

Toumasis, C. (1995). Concept worksheet: An important tool for learning. *The Mathematics Teacher, 88*(2), 98-100.

Usiskin, Z. (1998). Paper-and-pencil algorithms in a calculator-and-computer age. *The teaching and learning of algorithms in school mathematics*, 7-20.

Virvou, M., & Tsiriga, V. (2000). Involving effectively teachers and students in the life cycle of an intelligent tutoring system. *Educational Technology & Society, 3*(3), 511-521.

Wilson, J. W. (1971). Evaluation of learning in secondary school mathematics. *Handbook on formative and summative evaluation of student learning*, 646-696.

Wylie, E., & Ciofalo, J. (2008). Supporting teachers' use of individual diagnostic items. *Teachers College Record*.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจเครื่องมือวิจัย

1. อาจารย์ดร.ขวัญ เพียซ้าย	อาจารย์สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. อาจารย์เมา คะนา	อาจารย์ประจากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีกำปงเฌอเตียล
3. อาจารย์วีสา กึม	อาจารย์ประจากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียน Rodwell Learning Center

ภาคผนวก ข

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

- แบบทดสอบวินิจฉัย

- แผนการสอนโดยใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม

<u>แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง</u>

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องฉบับนี้มีทั้งหมด 20 ข้อ เป็นข้อสอบแบบอัตนัยโดยแสดงวิธีทำ
2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบจำนวน 120 นาที
3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ สกุล ชั้นเรียน ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ปีการศึกษา ลงในกระดาษคำตอบให้ได้ชัดเจน
4. ข้อให้นักเรียนแสดงวิธีทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
5. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
6. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบวัดและกระดาษคำตอบกับครูผู้คุมสอบ
7. ข้อมูลแบบทดสอบนี้ทำเพื่อผู้วิจัยเอามาเป็นส่วนหนึ่งของการวิทยานิพนธ์เท่านั้น

นายจำเริญ ผัด
ผู้วิจัย

<u>แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง</u>

1. จงอธิบายความหมายลิมิตของฟังก์ชัน $f(x)$ เมื่อ x เข้าใกล้ a

2. การหาค่าของ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^5+2x^3-1}{x^5-1}$ ต้องทำอย่างไร แล้วจงหาค่าของ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^5+2x^3-1}{x^5-1}$

3. กำหนดให้ $f(x)=x^2-x-2\,,g(x)=3x^2+x-4$ ซึ่ง $f(x)$ และ $g(x)$ มีลิมิตทุกค่าของ x จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ค่าของ $\lim\limits_{x\to-1}[f(x)\pm g(x)]$ กับ $\lim\limits_{x\to-1} f(x)\pm\lim\limits_{x\to-1} g(x)$ เท่ากันหรือไหม เพราะเหตุใด

4. ลิมิตของ $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+x-2}$ เมื่อ x เข้าใกล้ 1 เป็นอย่างไร และการหาค่าของ $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ มีขั้นตอนอย่างไร

<u>แผนการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริม</u>

แผนการสอนชุดที่ 1

สอนเรื่อง ลิมิตที่จุด $x = a$ โดย นาย จำเริญ ผัด จำนวน 2 ชั่วโมง ภาคเรียนที่ 1

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 วันเสาร์ ที่ พฤษภาคม 2018 สถาบันเทคโนโลยีกำปงเฌอเตียล

ขั้นที่ 1 ขั้นวินิจฉัย

ครูวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเรื่องลิมิตที่จุด $x = a$ และจำแนกจำนวนนักเรียนเพื่อรับการใช้ทฤษฎีการซ่อมแซมในการสอนซ่อมเสริมแก้ไขข้อบกพร่องเรื่องลิมิตที่จุด $x = a$ โดยนักเรียนที่รับการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1 มีจำนวน 16 คน

ขั้นที่ 2 ขั้นแก้ไขข้อบกพร่อง

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

- นักเรียนสามารถบอกความหมายของ $\lim_{x \to a} f(x)$ ได้
- นักเรียนสามารถบอกขั้นตอนการหาค่าและหาค่าของ $\lim_{x \to a} f(x)$ ได้
- นักเรียนสามารถสื่อสารโดยการพูดเพื่อแสดงความหมายของ $\lim_{x \to a} f(x)$ ได้
- นักเรียนสามารถสื่อสารเพื่อแสดงขั้นตอนการหาค่าและหาค่าของ $\lim_{x \to a} f(x)$ ได้

สาระการเรียนรู้

ความหมายของ

- $\lim_{x \to a} f(x)$ คือค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่ x มีค่าเข้าใกล้ a ทั้งทางซ้าย และทางขวา
- $\lim_{x \to a^-} f(x)$ คือค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่ x มีค่าเข้าใกล้ a ทางซ้าย หรือ $x < a$
- $\lim_{x \to a^+} f(x)$ คือค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่ x มีค่าเข้าใกล้ a ทางขวา หรือ $x > a$
- ฟังก์ชัน $f(x)$ มีลิมิตที่จุด $x = a$ ก่อต่อเมื่อ $\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = L$ เมื่อ L เป็นค่าคงตัว

และขั้นตอนการหาค่าของ

- $\lim_{x \to a} f(x)$ คือเกิดจากเอา $x = a$ แทนเข้าไปในฟังก์ชัน $f(x)$ โดยพิจารณาค่าของ x เข้าใกล้ a ทั้งทางซ้ายและทางขวา
- $\lim_{x \to a^-} f(x)$ คือเกิดจากเอา $x = a$ แทนเข้าไปในฟังก์ชัน $f(x)$ โดยพิจารณาค่าของ x เข้าใกล้ a ทางซ้าย

- $\lim_{x\to a^+} f(x)$ คือเกิดจากเอา $x = a$ แทนเข้าไปในฟังก์ชัน $f(x)$ โดยพิจารณาค่าของ x เข้าใกล้ a ทางขวา

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

ครูแนะนำชื่อ พูดทักทายนักเรียน และอธิบายถึงจุดประสงค์ของการสอนซ่อมเสริม แล้วดำเนินการสอนแก้ไขข้อบกพร่องเรื่องลิมิตที่จุด $x = a$ ที่นักเรียนคลาดเคลื่อน และมีข้อผิดพลาด

ขั้นสอน

ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับลิมิมที่จุด $x = a$ โดยครูให้นักเรียนดูมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดจาการทำแบบทดสอบวินิจฉัยของนักเรียน เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับมโนทัศน์และตัวอย่างที่ถูกต้อง แล้วครูให้นักเรียนอธิบายสาเหตุข้อบกพร่องของตนที่เกิดขึ้นเป็นเพราะเหตุใด เพื่อครูดำเนินการแก้ไขข้อบกพร่องได้ตรงจุด ซึ่งมีดังนี้

ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเกี่ยวกับความหมายของ $\lim_{x\to a} f(x)$

- **ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ 1** นักเรียนให้ความหมายของ $\lim_{x\to a} f(x)$ ว่าคือค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่ $x = a$ ซึ่งคือ $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$

ซึ่งเป็นการเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง ครูทำการพูดคุยและถามให้นักเรียนแสดงความคิดของตนเกี่ยวกับการให้ความหมายของ $\lim_{x\to a} f(x)$ เพื่อหาสาเหตุที่เกิดข้อบกพร่อง จนครูทำการสรุปให้นักเรียนรู้ว่านักเรียนมีความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงของความหมายของ $\lim_{x\to a} f(x)$ เนื่องจากนักเรียนมีความคุ้นเคยกับการทำโจทย์ที่เป็นการคำนวณโดยการแทนค่าจึงทำให้นักเรียนเข้าใจว่า $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$ แล้วครูค่อยๆ ทำการอธิบายเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ถูกต้อง แล้วทำการสรุปความหมายของ $\lim_{x\to a} f(x)$ **ว่าคือค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่ x มีค่าเข้าใกล้ a ทั้งทางซ้าย และทางขวา**

- **ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ 2** นักเรียนให้ความหมายของ $\lim_{x\to a} f(x)$ ว่าคือลิมิตที่ x เข้าใกล้ a^- และ a^+

ครูทำการพูดคุยและถามให้นักเรียนแสดงความคิดของตนเกี่ยวกับการให้ความหมายของ $\lim_{x\to a} f(x)$ เพื่อหาสาเหตุที่เกิดข้อบกพร่อง จนครูสรุปให้นักเรียนรู้ว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนเกี่ยวกับการให้ความหมายของ $\lim_{x\to a} f(x)$ เนื่องจากนักเรียนอธิบายโดยการดูจากค่า x เข้าใกล้ a เนื่องจากค่าของ a ไม่มีการระบุว่าเป็นค่าของ a ทางซ้ายหรือทางขวา แล้วครูค่อยๆ ทำการอธิบายเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ถูกต้อง โดยให้นักเรียนคำนึงถึงว่า $\lim_{x\to a} f(x)$ **เป็นค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่ x เข้าใกล้ a^- หรือ a^+**

- **ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ 3** นักเรียนให้ความหมายของ $\lim_{x \to a} f(x)$ ว่าคือไม่ใช่ค่าของฟังก์ชัน $f(x) = a$ และ $\lim_{x \to a} f(x)$ คือค่า $x \to a$ ของฟังก์ชันที่ $x = a$

ครูทำการพูดคุยและถามให้นักเรียนแสดงความคิดของตนเกี่ยวกับการให้ความหมายของ $\lim_{x \to a} f(x)$ เพื่อหาสาเหตุที่เกิดข้อบกพร่อง จนครูสรุปให้นักเรียนรู้ว่า นักเรียนผิดพลาดด้านการเขียนสัญลักษณ์โดยให้ความหมาย $\lim_{x \to a} f(x)$ เนื่องจากนักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายของ $\lim_{x \to a} f(x)$ ว่าไม่ใช่ ค่าของ $f(x) = a$ และ $\lim_{x \to a} f(x)$ แล้วครูค่อยๆ ทำการอธิบายเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ถูกต้อง คือค่า $x \to a$ ของฟังก์ชันที่ $x = a$ ซึ่งที่จริงคือ $\lim_{x \to a} f(x)$ **คือไม่ใช่ค่าของฟังก์ชัน** $f(x) = f(a)$ **และ** $\lim_{x \to a} f(x)$ **คือค่าของฟังก์ชัน** $f(x)$ **ที่** x **เข้าใกล้** a^- **หรือ** a^+

แล้วครูให้มโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับเรื่องลิมิตที่จุด $x = a$ เพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจและจดบันทึกไว้ ดังนี้

- $\lim_{x \to a^-} f(x)$ คือค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่ x มีค่าเข้าใกล้ a ทางซ้าย
- $\lim_{x \to a^+} f(x)$ คือค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ที่ x มีค่าเข้าใกล้ a ทางขวา
- ฟังก์ชัน $f(x)$ มีลิมิตที่จุด $x = a$ ก็ต่อเมื่อ $\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = L$ เมื่อ L เป็นค่าคงตัว

ครูกับนักเรียนร่วมกันทำตัวอย่างแบบฝึกหัด โดยครูใช้คำถามประกอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ และอธิบายเพิ่มเติมกับนักเรียนใดที่ยังมีข้อบกพร่อง ดังนี้

ตัวอย่างแบบฝึกหัดที่ 1

1. จงอธิบายความหมายของ $\lim_{x \to 0}(x^2 - x - 2)$

   ....

   ....

2. จงอธิบายความหมายของ $\lim_{x \to 1^+}(x^2 - 3x)$

   ....

   ....

3. จงอธิบายความหมายของ $\lim_{x \to 2^-} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$

   ....

   ....

ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของขั้นตอนการหาค่าและแสดงการหาค่าของ $\lim_{x \to a} f(x)$ ซึ่งมีดังนี้

- **ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ 1** นักเรียนอธิบายวิธีการหารค่าของ $\lim_{x \to a} f(x)$ คือต้องแยกตัวประกอบ

- **ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ 2** นักเรียนอธิบายว่าขั้นตอนการหาค่าของ $\lim_{x \to a} f(x)$ คือการเอา $x \to a$ ไปแทนค่าของ x

ครูทำการพูดคุยและถามให้นักเรียนแสดงความคิดของตนเกี่ยวกับขั้นตอนการหาค่าของ $\lim_{x \to a} f(x)$ เพื่อหาสาเหตุที่เกิดข้อบกพร่อง จนครูสรุปหนักเรียนรู้ว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่จำกัดคือมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนเกี่ยวกับวิธีหาค่าของ $\lim_{x \to a} f(x)$ เนื่องจากนักเรียนอธิบายถึงการแยกตัวประกอบและอธิบายว่าคือการเอา $x \to a$ ไปแทนค่าของ x ที่เกิดจากการทำโจทย์ที่เน้นเรื่องการคำนวณ แล้วครูค่อยๆ ทำการอธิบายเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ซึ่งที่จริงนักเรียนต้องแทนค่าของ $x = a$ ในฟังก์ชัน $f(x)$ ก่อนแล้วพิจารณารูปแบบของลิมิตเพื่อดำเนินการหาค่าต่อไป

- **ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ 3** นักเรียนอธิบายวิธีการหารค่าของ $\lim_{x \to 0} \frac{2x^2 + 3x + 1}{-3x + 2}$ ว่า $\lim_{x \to 0} \frac{2x^2 + 3x + 1}{-3x + 2}$ คือเอา $x \to 0$ แทนค่าแล้วได้ $\frac{0}{0}$ ต้องคำนวณให้ได้ค่าของลิมิต

ครูทำการพูดคุยและถามให้นักเรียนแสดงความคิดของตนเกี่ยวกับขั้นตอนการหาค่าของ $\lim_{x \to a} f(x)$ เพื่อหาสาเหตุที่เกิดข้อบกพร่อง จนครูสรุปให้นักเรียนรู้ว่านักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านการดำเนินการคำนวณค่าของ $\lim_{x \to 0} \frac{2x^2 + 3x + 1}{-3x + 2}$ เนื่องจากในการดำเนินการคำนวณลิมิตนักเรียนมักจะพบการคำนวณลิมิตที่มีรูปแบบไม่จำกัด $\frac{0}{0}$ แล้วครูค่อยๆ ทำการอธิบายเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ถูกต้อง เพื่อให้นักเรียนเข้าใจว่า เมื่อเอา $x \to 0$ แทนค่าแล้วไม่ได้มีรูปแบบ $\frac{0}{0}$

- **ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ 4** นักเรียนอธิบายว่าวิธีการหาค่าของ $\lim_{x \to a} f(x)$ คือเอาตัวแปรที่มีดีกรีสูงสุดเป็นตัวประกอบ

ครูทำการพูดคุยและถามให้นักเรียนแสดงความคิดของตนเกี่ยวกับขั้นตอนการหาค่าของ $\lim_{x \to a} f(x)$ เพื่อหาสาเหตุที่เกิดข้อบกพร่อง จนครูสรุปให้นักเรียนรู้ว่า นักเรียนใช้กรณีอื่นที่ไม่ถูกต้องในการอธิบายวิธีหาค่าของ $\lim_{x \to a} f(x)$ เนื่องจากนักเรียนค้นเคยกับการทำโจทย์ของลิมิตที่มีรูปแบบไม่

จำกัด $\frac{\infty}{\infty}$ มากกว่า แล้วครูค่อยๆ ทำการอธิบายเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่ถูกต้อง คือ**ขั้นตอนการหาค่าของ $\lim_{x\to a} f(x)$ คือเกิดจากการเอา $x=a$ ไปแทนในฟังก์ชัน $f(x)$ แล้วดำเนินการคำนวณตามรูปแบบของลิมิตโดยพิจารณาทั้ง x เข้าใกล้ a^- และ a^+**

จากนั้นครูให้มโนทัศน์เพิ่มเติมเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการหาค่าของลิมิมที่จุด $x=a$ เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจและจุดบันทึกไว้ ดังนี้

- การหาค่าของ $\lim_{x\to a^-} f(x)$ คือเกิดจากเอา $x=a$ แทนเข้าไปในฟังก์ชัน $f(x)$ โดยพิจารณาค่าของ x เข้าใกล้ a ทางซ้าย
- การหาค่าของ $\lim_{x\to a^+} f(x)$ คือเกิดจากเอา $x=a$ แทนเข้าไปในฟังก์ชัน $f(x)$ โดยพิจารณาค่าของ x เข้าใกล้ a ทางขวา
- การหาค่าของ $\lim_{x\to 2}(x^2-3x+2)$ ที่เกิดจากการเอาค่าของ x ที่เข้าใกล้ 2 ทั้งทางซ้ายและทางขวาไปแทนในฟังก์ชัน x^2-3x+2 ดังตารางข้างล่างนี้

x^2-3x+2	-0.0099	-0.001 $\longrightarrow$	0 $\longleftarrow$	0.001	0.01
x	1.99	1.999 $\longrightarrow$	2 $\longleftarrow$	2.001	2.01

ครูกับนักเรียนร่วมกันทำตัวอย่างแบบฝึกหัด โดยครูใช้คำถามประกอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ และอธิบายเพิ่มเติมกับนักเรียนใดที่ยังมีข้อบกพร่อง ดังนี้

ตัวอย่างแบบฝึกหัดที่ 2

1. จงอธิบายวิธีการหาค่าของ $\lim_{x\to 0}\frac{x^2-x-2}{x}$ แล้วหาค่าของ $\lim_{x\to 0}(x^2-x-2)$

----

2. จงอธิบายวิธีการหาค่าของ $\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-3x}{1-x}$ แล้วหาค่าของ $\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-3x}{1-x}$

----

3. จงอธิบายวิธีการหาค่าของ $\lim_{x\to 2^-}\frac{x^2-2x-2}{(x-2)^2}$ แล้วหาค่าของ $\lim_{x\to 2^-}\frac{x^2-2x-2}{(x-2)^2}$

ขั้นที่ 3 ขั้นการตรวจสอบ

ครูให้เวลานักเรียนทุกคนได้ทำแบบฝึกหัดที่ครูเขียนบนกระดาน แล้วครูเดินสังเกตดูนักเรียนเป็นร้ายบุคคลเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง แล้วครูให้นักเรียนเฉลยหน้าห้อง หลังจากนั้นครูกับนักเรียนช่วยกันสรุป พร้อมใช้คำถามประกอบการอธิบาย หากพบว่านักเรียนยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดครูต้องกลับมาทบทวนขั้นตอนที่ 2 ใหม่ ซึ่งมีแบบฝึกหัดดังนี้

โจทย์แบบฝึกหัด

1. ลิมิตของฟังก์ชัน $f(x)=\dfrac{x^2-3x}{x-3}$ ที่ x เข้าใกล้ -3 เขียนแทนด้วย

....

....

2. จงอธิบายความหมายของ $\lim\limits_{x\to -0^+}\dfrac{x^2-x+1}{x}$

....

....

3. จงอธิบายวิธีการหาค่าของ $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x^2-x-2}{x-2}$

....

....

4. จงแสดงวิธีทำของลิมิตต่อไปนี้

$$A=\lim_{x\to 1}[(x^2+4x+2)(3-x^2)] \qquad B=\lim_{x\to -2}\frac{3x^2-x-4}{(2x+5)^2}$$

$$C=\lim_{x\to 0^-}\frac{2x^3-2x-7}{x^2-x-2}$$

$$D=\lim_{x\to 1^-}\frac{2x^2-2x-4}{2x^2-2} \qquad E=\lim_{x\to 1^+}\frac{-x^2+x-3}{(x-1)^3} \qquad F=\lim_{x\to 3^+}\frac{x^2+3x-4}{(3-x)^2}$$

....

....

ขั้นสรุป

ครูกับนักเรียนรวมกันสรุปความหมายของลิมิตที่จุด $x=a$ และขั้นตอนการดำเนินการหาค่าและการแสดงวิธีทำเพื่อหาค่าของ $\lim\limits_{x\to a} f(x)$

ภาคผนวก ค

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

- แบบทดวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

- แบบทดวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

<u>แบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์</u>

คำชี้แจง

1. แบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีทั้งหมด 30 ข้อ เป็นข้อสอบแบบปรนัย (ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 30 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำแบบวัด 90 นาที
3. ก่อนทำแบบวัดให้นักเรียนเขียนชื่อ สกุล ชั้นเรียน ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ปีการศึกษา ลงในกระดาษคำตอบให้ได้ชัดเจน
4. ข้อให้นักเรียนทำแบบวัดให้ครบทุกข้อ
5. แบบวัดแต่ละข้อเป็นแบบเลือกคำตอบซึ่งแต่ล่ะมีคำตอบที่ถูกต้องเพียงตัวเดียว ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย (X) ลงบนคำตอบที่ถูกต้อง
6. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
7. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบวัดและกระดาษคำตอบกับครูผู้คุมสอบ
8. ข้อมูลแบบทดสอบนี้ทำเพื่อผู้วิจัยเอามาเป็นส่วนหนึ่งของการวิทยานิพนธ์เท่านั้น

นายจำเริญ ผัด
ผู้วิจัย

แบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1. ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้อง
   ก. $\lim_{x\to 0} f(x)$ คือค่าของลิมิต $f(x)$ ที่ $x=0$
   ข. $\lim_{x\to 0} f(x)$ คือค่าของลิมิต $f(x)$ ที่ x เข้าใกล้ 0 ทางซ้าย
   ค. $\lim_{x\to 0} f(x)$ คือค่าของลิมิต $f(x)$ ที่ x เข้าใกล้ 0 ทางขวา
   ง. $\lim_{x\to 0} f(x)$ คือค่าของลิมิต $f(x)$ ที่ x เข้าใกล้ 0 ทางซ้ายและทางขวา
2. ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้องเกี่ยวกับ $\lim_{x\to -\infty} \frac{2x+5}{x^2+x-1}$
   ก. การที่ x มีค่าน้อยอย่างไม่มีขีดจำกัด แล้ว $\frac{2x+5}{x^2+x-1}$ มีค่าเข้าใกล้ $+\infty$
   ข. การที่ x มีค่าน้อยอย่างไม่มีขีดจำกัด แล้ว $\frac{2x+5}{x^2+x-1}$ มีค่าเข้าใกล้ 0
   ค. การที่ x มีค่าน้อยอย่างไม่มีขีดจำกัด แล้ว $\frac{2x+5}{x^2+x-1}$ มีค่าเข้าใกล้ $-\infty$
   ง. การที่ x มีค่ามากอย่างไม่มีขีดจำกัด แล้ว $\frac{2x+5}{x^2+x-1}$ มีค่าเข้าใกล้ 0
3. ข้อใดต่อไปนี้กล่าว**ไม่**ถูกต้อง
   ก. ค่าของ $\lim_{x\to 2}[f(x)\times g(x)]$ เท่ากับค่าของ $\lim_{x\to 2} f(x)\times\lim_{x\to 2} g(x)$
   ข. ค่าของ $\lim_{x\to 2}[f(x)\times g(x)]$ เท่ากับค่าของ 6×2
   ค. ค่าของ $\lim_{x\to 2}[f(x)\times g(x)]$ เท่ากับค่าของ $\lim_{x\to 2} g(x)\times\lim_{x\to 2} f(x)$
   ง. ค่าของ $\lim_{x\to 2}[f(x)\times g(x)]$ ไม่เท่ากับค่าของ $\lim_{x\to 2} g(x)\times\lim_{x\to 2} f(x)$
4. กำหนดให้ $f(x)=\frac{2x^2-x+10}{x^2-4}, x\neq\pm 2$ ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้อง
   ก. เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วงเปิด $(-2,2)$
   ข. เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วงเปิด $(-3,2)$
   ค. เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วงปิด $[-2,2]$
   ง. เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วงปิด $[0,4]$

<u>แบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์</u>

คำชี้แจง

1. แบบวัดความรู้เชิงมกระบวนการทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีทั้งหมด 30 ข้อ เป็นข้อสอบแบบอัตนัยโดยแสดงวิธีทำ
2. ใช้เวลาในการทำแบบวัด 150 นาที
3. ก่อนทำแบบวัดให้นักเรียนเขียนชื่อ สกุล ชั้นเรียน ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ปีการศึกษา ลงในกระดาษคำตอบให้ได้ชัดเจน
4. ข้อให้นักเรียนแสดงวิธีทำแบบวัดให้ครบทุกข้อ
5. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามครูผู้คุมสอบ
6. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบวัดและกระดาษคำตอบกับครูผู้คุมสอบ
7. ข้อมูลแบบทดสอบนี้ทำเพื่อผู้วิจัยเอามาเป็นส่วนหนึ่งของการวิทยานิพนธ์เท่านั้น

นายจำเริญ ผัด

ผู้วิจัย

<u>แบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์</u>

1. จงบอกขั้นตอนในการหาค่า $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2+2x+1}{x^2+1}$ พร้อมแสดงวิธีทำเพื่อหาค่าของลิมิต

2. ขั้นตอนในการหาค่าของลิมิต $f(x)=\dfrac{-2x^2-x^4-100}{3x^5-2x^3+6}$ เมื่อ x เข้าใกล้ $-\infty$ ทำได้อย่างไร จงแสดงวิธีทำ

3. จงแสดงขั้นตอนในการหาค่าของ $\lim\limits_{x\to -2}[f(x)-g(x)]$ และ $\lim\limits_{x\to -2}[f(x)-g(x)]$ แล้วเปรียบเทียบค่าลิมิตทั้งสอง

4. จงระบุขั้นตอนในการแสดงว่าฟังก์ชัน $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1} & ,x\neq 1\\ x^2+1 & ,x=1\end{cases}$ ต่อเนื่องที่จุด $x=1$ หรือไหม พร้อมแสดงวิธีทำประกอบเพื่อหาว่าฟังก์ชัน $f(x)$ ต่อเนื่องที่จุด $x=1$ หรือไม่

ภาคผนวก ง

การหาคุณภาพของเครื่องมือในการวิจัย

ตาราง 10: ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 1 ก่อนเรียน)

ข้อ	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก(r)	ค่าความเที่ยง
1	0.75	0.33	**0.68**
2	0.50	0.50	
3	0.63	0.25	
4	0.46	0.25	
5	0.63	0.25	
6	0.50	0.33	
7	0.42	0.33	
8	0.33	0.33	
9	0.42	0.50	
10	0.50	0.33	
11	0.54	0.25	
12	0.50	0.33	
13	0.50	0.33	
14	0.42	0.33	
15	0.63	0.25	
16	0.50	0.33	
17	0.38	0.25	
18	0.50	0.50	
19	0.33	0.33	
20	0.63	0.25	

ตาราง 11: ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 2 หลังเรียน)

ข้อ	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก(r)	ค่าความเที่ยง
1	0.63	0.25	**0.83**
2	0.63	0.42	
3	0.50	0.50	
4	0.63	0.25	
5	0.67	0.33	
6	0.71	0.42	
7	0.71	0.25	
8	0.63	0.25	
9	0.54	0.42	
10	0.58	0.50	
11	0.50	0.33	
12	0.71	0.25	
13	0.54	0.25	
14	0.54	0.58	
15	0.42	0.50	
16	0.63	0.58	
17	0.54	0.42	
18	0.42	0.50	
19	0.42	0.50	
20	0.71	0.25	

ตาราง 12: ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 1 ก่อนเรียน)

ข้อ	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก(r)	ค่าความเที่ยง
1	0.50	0.67	**0.80**
2	0.75	0.50	
3	0.25	0.50	
4	0.33	0.33	
5	0.67	0.33	
6	0.50	0.67	
7	0.42	0.83	
8	0.58	0.83	
9	0.67	0.33	
10	0.58	0.50	
11	0.67	0.67	
12	0.50	0.33	
13	0.50	0.33	
14	0.50	0.33	
15	0.25	0.50	
16	0.50	0.33	
17	0.67	0.33	
18	0.42	0.50	
19	0.50	0.33	
20	0.67	0.33	
21	0.50	0.33	
22	0.50	0.33	
23	0.50	0.33	
24	0.25	0.50	
25	0.83	0.33	
26	0.50	0.33	
27	0.42	0.50	
28	0.42	0.50	
29	0.50	0.33	
30	0.50	0.33	

ตาราง 13: ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 2 หลังเรียน)

ข้อ	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก(r)	ค่าความเที่ยง
1	0.33	0.67	**0.82**
2	0.75	0.50	
3	0.33	0.67	
4	0.42	0.50	
5	0.83	0.33	
6	0.67	0.67	
7	0.42	0.83	
8	0.42	0.50	
9	0.50	0.33	
10	0.50	0.33	
11	0.58	0.50	
12	0.50	0.33	
13	0.50	0.33	
14	0.67	0.33	
15	0.33	0.67	
16	0.83	0.33	
17	0.67	0.33	
18	0.50	0.67	
19	0.50	0.33	
20	0.67	0.33	
21	0.50	0.33	
22	0.50	0.33	
23	0.50	0.33	
24	0.42	0.50	
25	0.67	0.33	
26	0.50	0.33	
27	0.50	0.33	
28	0.33	0.33	
29	0.67	0.33	
30	0.58	0.50	

ตาราง 14: ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 1 ก่อนเรียน)

ข้อ	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก(r)	ค่าความเที่ยง
1	0.54	0.25	**0.80**
2	0.58	0.33	
3	0.50	0.33	
4	0.50	0.33	
5	0.63	0.42	
6	0.63	0.25	
7	0.67	0.33	
8	0.46	0.25	
9	0.58	0.33	
10	0.33	0.33	
11	0.50	0.33	
12	0.67	0.33	
13	0.54	0.25	
14	0.54	0.42	
15	0.46	0.42	
16	0.58	0.33	
17	0.54	0.25	
18	0.42	0.33	
19	0.42	0.33	
20	0.58	0.33	
21	0.54	0.25	
22	0.46	0.42	
23	0.63	0.25	
24	0.42	0.50	
25	0.54	0.25	
26	0.42	0.33	
27	0.54	0.25	
28	0.50	0.33	
29	0.33	0.33	
30	0.50	0.33	

ตาราง 15: ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเที่ยงของแบบวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่อง (ฉบับที่ 2 หลังเรียน)

ข้อ	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก(r)	ค่าความเที่ยง
1	0.54	0.25	**0.83**
2	0.58	0.33	
3	0.50	0.33	
4	0.50	0.33	
5	0.63	0.42	
6	0.63	0.25	
7	0.67	0.33	
8	0.46	0.25	
9	0.58	0.33	
10	0.33	0.33	
11	0.50	0.33	
12	0.67	0.33	
13	0.54	0.25	
14	0.54	0.42	
15	0.46	0.42	
16	0.58	0.33	
17	0.54	0.25	
18	0.42	0.33	
19	0.42	0.33	
20	0.58	0.33	
21	0.54	0.25	
22	0.46	0.42	
23	0.63	0.25	
24	0.42	0.50	
25	0.54	0.25	
26	0.42	0.33	
27	0.54	0.25	
28	0.50	0.33	
29	0.33	0.33	
30	0.50	0.33	

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายจำเริญ ผัด เกิดเมื่อวันที่ 11 สิงหาคม พุทธศักราช 2530 อยู่หมู่บ้าน พระดำเรย ตำบล พระดำเรย อำเภอ สะโตง จังหวัด กำปงธม ประเทศกัมพูชา สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ จากคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ เมื่อปีการศึกษา 2553 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตร ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2558