บทที่ 4

การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าในโดเมนของเวลา

4.1 <u>ทฤษฎีหลักและขั้นตอนการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าในโดเมนของเวลา</u> (10,17)

การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าในโดเมนของเวลา คือการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าต่อสัญญาณไฟตรงซ้ำๆ กันในช่วงเวลาที่ต้องการจะวิเคราะห์ผลตอบสนองของวงจร ในที่นี้สมมุติว่าเราสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและแรงดันในโดเมนของเวลาได้ในรูปของ x, w, $\dot{x}$ และ $\dot{w}$ โดยที่ $\dot{x} = dx/dt$ และ $\dot{w} = dw/dt$ นั่นคือค่า x คือ initial guess

ในการคำนวณครั้งแรก วิธีหาคำตอบที่เหมาะสมคือวิธีอิเทเรทีฟ ซึ่งอาจทำได้ดังขั้นตอนต่อไปนี้

1) ให้ดัชนี q=0 และสมมติค่า $x^{(q)}(t_k) = x(t_{k-1})$

2) คำนวณ $w^{(q)}(t_k)$ จากสมการต่อไปนี้

$$w^{(q)}(t_k) = Tx^{(q)}(t_k)+Sf(t_k) \tag{4.1}$$

3) คำนวณเวคเตอร์ของ $\dot{x}$ และ $\dot{f}$ โดยใช้วิธีอนุพันธ์ทางนิวเมอริกัล (numerical differentiation)

4) คำนวณเวคเตอร์ของ $w^{(q)}(t_k)$ จากสมการต่อไปนี้

$$\dot{w}^{(q)}(t_k) = T\dot{x}^{(q)}(t_k)+S\dot{f}(t_k) \tag{4.2}$$

5) คำนวณเวคเตอร์ของความผิดพลาด

$$ERR^{(q)} = H(x^{(q)}(t_k),w^{(q)}(t_k),\dot{x}^{(q)}(t_k),\dot{w}^{(q)}(t_k)) \tag{4.3}$$

ถ้าความสัมพันธ์ $\|ERR^{(q)}\|<\varepsilon$ โดยที่ ε คือเลขบวกน้อยๆ ที่กำหนดไว้ แสดงว่าได้คำตอบที่ยอมรับได้ให้ไปขั้นตอนที่ 7 มิฉนั้นไปยังขั้นตอนที่ 6

6) คำนวณเวคเตอร์ x ค่าใหม่ $x^{(q+1)}(t_k)$ ด้วยวิธีของนิวตัน-ราล์ฟสัน เพื่อนำไปคำนวณในรอบต่อไปโดยใช้สมการดังนี้

$$x^{(q+1)} = x^{(q)}+r^{(q)}\Delta x^{(q)}$$

โดยที่ $\Delta x^{(q)} = -(dERR/dx)^{-1}_{x^{(q)}}\ ERR^{(q)}$,

ให้ q = q+1 และกลับไปขั้นตอนที่ 2

7) ถ้า $t_k > t_{final}$ ให้หยุดการคำนวณ มิฉนั้นให้เพิ่มเวลา

$t_{k+1} = t + \Delta t$ ให้ $k = k+1$ แล้วกลับไปขั้นตอนที่ 2

แฟคเตอร์ของความเร่งในขั้นตอนที่ 6 มีไว้เพื่อควบคุมความถูกต้องของเวคเตอร์ โดยให้เวคเตอร์ของความผิดพลาดมีค่าน้อยที่สุดในแต่ละรอบการคำนวณ ถ้าทุกเอลเมนท์ของวงจรเป็นชนิดเชิงเส้นให้แฟคเตอร์นี้เท่ากับหนึ่ง มิฉนั้นอาจใช้วิธี Quadratic interpolation (14) หาค่าแฟคเตอร์ในแต่ละรอบการคำนวณ

4.2 <u>การคำนวณเกี่ยวกับอินทิเกรทและอนุพันธ์ทางนิวเมอริกัล</u> (13,15,16)

ในขั้นตอน 3 ซึ่งได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 4.1ฟังค์ชั่น $\dot{f}$ คืออนุพันธ์ของแหล่งจ่ายแรงดันอิสระหรือแหล่งจ่ายกระแสอิสระ ในกรณีที่ฟังค์ชั่น $\dot{f}$ สามารถคำนวณอนุพันธ์ทางคณิตศาสตร์ได้ ฟังค์ชั่นดังกล่าวอาจถูกจัดเตรียมไว้ในโปรแกรมย่อยสับรูทีนโดยผู้ใช้โปรแกรม

ในกรณีที่ฟังค์ชั่น $\dot{f}$ ไม่สามารถคำนวณอนุพันธ์ด้วยฟังค์ชั่นทางคณิตศาสตร์ได้ อนุพันธ์ของ $\dot{f}$ ก็อาจคำนวณโดยวิธีนิวเมอริกัลได้ ทำนองเดียวกันฟังค์ชั่น $\dot{x}$ ก็อาจคำนวณโดยวิธีนิวเมอริกัลได้เช่นเดียวกัน วิธีนิวเมอริกัลที่นำมาใช้คือวิธีของ Euler ซึ่งมีสมการดังต่อไปนี้

$$\dot{x} = (x_k - x_{k-1})/h_k \tag{4.4}$$

โดยที่สมการ (4.4) นี้ใช้คำนวณเฉพาะสองค่าแรกเท่านั้นให้ใช้สูตรอินเตอร์โปเลชั่นสามจุด (three point interpolation)(14)

$$\dot{x} = \left[(2h_k - h_{k-1})h_{k-1}x - (h_k + h_{k-1})^2 x_{k-1} + h_k^2 x_{k-2}\right] / \left[h_k h_{k-1}(h_k + h_{k-1})\right] \tag{4.5}$$

สมการนอนลิเนียร์เอลเมนท์สำหรับการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าในโดเมนของเวลา สามารถเขียนได้ดังนี้

$$H(x,w,\dot{x},\dot{w}) = 0$$

อาจกระจายความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและแรงดันให้อยู่ในรูปสมการดังต่อไปนี้

$$H(x,w,\dot{x},\dot{w}) = H_x X + H_w w + H_{\dot{x}}\dot{X} + H_{\dot{w}}\dot{w} + Hn\ (x,w,\dot{x},\dot{w}) \tag{4.6}$$

โดยการรวมสมการ (4.3) และ (4.6) เวคเตอร์ของความผิดพลาดที่อิเทเรชั่นๆ และช่วงเวลา k สามารถหาได้ดังนี้

$$ERR^{(q)} = H_x x^{(q)}(t_k) + H_x w^{(q)}(t_k) + H_{\dot{x}} \dot{x}^{(q)}(t_k) + H_{\dot{w}} \dot{w}^{(q)}(t_k) + H_n(x^{(q)}(t_k), w^{(q)}(t_k), \dot{x}^{(q)}(t_k), \dot{w}^{(q)}(t_k)) \quad (4.7)$$

โดยที่ $H_x, H_w, H_{\dot{x}}, H_{\dot{w}}$ คือเวคเตอร์ซึ่งประกอบด้วยค่าคงที่ของเอลเมนท์เชิงเส้น

$H_n(x,w,\dot{x},\dot{w})$ คือเวคเตอร์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและแรงดันของนอนลิเนียร์เอลเมนท์

ดังนั้นจาโคเบียนเมตริกซ์ของระบบซึ่งต้องใช้ในสมการขั้นตอนที่ 6 สามารถคำนวณได้จากสมการต่อไปนี้

$$dERR/dx = (\partial H/\partial x) + (\partial H/\partial w)(dw/dx) + (\partial H/\partial \dot{x})(d\dot{x}/dx) + (\partial H/\partial \dot{w})(d\dot{w}/dw)(dw/dx) \quad (4.8)$$

ที่เวลา k ใดๆ $d\dot{x}/dx$ อาจคำนวณได้จากสมการทั้งสองซึ่งแสดงไว้ในสมการ

$$\begin{aligned} &\text{สำหรับ} \quad k<2: \quad d\dot{x}/dx = 1/h_k \\ &\text{สำหรับ} \quad k\geq 2: \quad d\dot{x}/dx = h_k(h_k+h_{k+1})/(2h_k+h_{k-1}) \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$h_k = t_k - t_{k-1}, d\dot{W}/dx = T(d\dot{x}/dx) \quad (4.10)$$

โดยการรวมสมการ (4.7), (4.8), (4.9) และ (4.10) เราจะได้สมการของจาโคเบียนเมตริกซ์ดังนี้

$$\begin{aligned} dERR/dx &= [\partial H/\partial x + (1/h)(\partial H/\partial \dot{x})] + [\partial H/\partial w + (1/h)(\partial H/\partial \dot{w})]T \\ &= [H_x + (1/h)H_{\dot{x}}] + [H_w + (1/h)H_{\dot{w}}]T + dHn(x,w,\dot{x},\dot{w}) \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$dH_n(x,w,\dot{x},\dot{w}) = [\partial Hn/\partial x + (1/h)(\partial Hn/\partial \dot{x})] + [\partial Hn/\partial w + (1/h)(\partial Hn/\partial \dot{w})]T$$

โดยที่ $\partial H_n/\partial x, \partial H_n/\partial w$ อาจได้จากสมการอนุพันธ์ทางนิวเมอริกัลดังต่อไปนี้

$$f'(x) = [f(x+\Delta x) - f(x)]/\Delta x$$

ให้ $\Delta x = 0.01x$ เป็นค่าที่กำหนดเพื่อคำนวณหาค่าของ $\partial Hn/\partial x$ และ $\partial Hn/\partial w$ และทำนองเดียวกัน $\partial H_n/\partial \dot{x}, \partial H_n/\partial \dot{w}$ อาจคำนวณได้จากอนุพันธ์ทางนิวเมอริกัลต่อไปนี้

$$f''(x) = [f(\dot{x}+\Delta\dot{x}) - f(\dot{x})]/\Delta\dot{x}$$

ให้ $\Delta\dot{x} = 0.01\dot{x}$ เป็นค่าที่กำหนดขึ้นเพื่อคำนวณหาค่าของ $\partial H_n/\partial \dot{x}$, $\partial H_n/\partial \dot{w}$