บทที่ 5

การคำนวณเมตริกซ์ความไว (Sensitivity Matrix)

5.1 หฤษฎีหลักในการคำนวณเมตริกซ์ความไว

การออกแบบวงจรไฟฟ้านั้นเป็นการหาเซ็ทของพารามิเตอร์ของวงจรที่ต้องการ โดยใช้วิธีการหาค่าต่ำสุดของ performance ฟังค์ชั่นของวงจร โดยที่สมรรถนะของวงจรอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้

การหาเซ็ทของพารามิเตอร์หาได้โดยการคำนวณความไว (4,5,6,14) ของผลตอบของวงจรเทียบกับพารามิเตอร์ต่างๆ การคำนวณความไวดังกล่าวเป็นการปรับค่าพารามิเตอร์ให้เหมาะสม เนื่องจากผลตอบสนองของวงจรเป็นฟังค์ชั่นของพารามิเตอร์ เมื่ออนุพันธ์สมการ (2.8),(2.9) และ (2.10) เทียบกับพารามิเตอร์ p จะได้

$$dw/dp = T\,dx/dp + S\,df/dp \qquad (5.1)$$

$$dm/dp = -S^t\,dx/dp + D\,df/dp \qquad (5.2)$$

$$(\partial H/\partial x)(dx/dp) + (\partial H/\partial w)(dw/dp) + (\partial H/\partial p) = 0 \qquad (5.3)$$

โดยที่ dw/dp, dm/dp คือเมตริกซ์ของความไว (sensitivity matrix)

และ $p^t = (p_1\ p_2\ p_3\ \ldots\ P_{np})$ คือเวคเตอร์ของพารามิเตอร์ของวงจร

np คือ จำนวนพารามิเตอร์ของวงจร

เมื่อรวมสมการ (5.1) และ (5.5) จะได้

$$\left[\partial H/\partial x + (\partial H/\partial w)T\right](dx/dp) = -\left[\partial H/\partial p + (\partial H/\partial w)\,S(df/dp)\right] \qquad (5.4)$$

จากสมการข้างบนนี้ dx/dp จะสามารถหาค่าได้โดยตรงโดยใช้วิธี L U Decomposition และการแทนค่ากลับ (back substitution) โดยที่จาโคเบียนเมตริกซ์ $\left[\partial H/\partial x + (\partial H/\partial w)T\right]$ ของระบบสามารถคำนวณได้จากการวิเคราะห์วงจรต่อสัญญาณไฟตรง หลังจากทราบค่า dx/dp แล้วด้วยวิธีแทนค่ากลับไปในสมการ (5.1) และ (5.2) ก็จะสามารถหาค่าของ dw/dp และ dm/dp ได้โดยลำดับ

5.2 เทคนิคการคำนวณเมตริกซ์ความไว

เนื่องจากการออกแบบวงจรไฟฟ้าโดยอัตโนมัตินี้ อาจไม่จำเป็นต้องใช้ทุกแถวของเมตริกซ์ความไว ตัวอย่างเช่น ต้องการคำนวณความไวของผลตอบสนอง x_i เทียบกับพารามิเตอร์ต่างๆ ของวงจรซึ่งมีวิธีการดังนี้

$$A = \partial H/\partial x+(\partial H/\partial w)T \tag{5.5}$$

$$B = -\left[\partial H/\partial p+(\partial H/\partial w)S(df/dp)\right] \tag{5.6}$$

ดังนั้นโดยการแทนค่า A และ B กลับไปในสมการ (5.4) เราจะได้

$$Adx/dp = B$$

หรือ $$dx/dp = A^{-1}B$$

ค่าของ $(dx/dp)_i$ ซึ่งอยู่ในแถวที่ i ของเมตริกซ์ dx/dp สามารถหาได้โดยการคูณสมการ (5.8) ด้วย e_i^t โดย e_i คือเวคเตอร์ที่มีค่า +1 ในแถวที่ i และแถวอื่นๆ เป็นศูนย์ ดังนั้น

$$(dx/dp)_i = e_i^t(dx/dp) = e_i^tA^{-1}B = Y_i^tB \tag{5.9}$$

โดยที่ Y_i^t สามารถคำนวณได้จากการทำ L U Decomposition ของเมตริกซ์ A และด้วยวิธีแทนค่าไปและการแทนค่ากลับ (Forward and Backword substitution) ซึ่งเมื่อคูณกับเมตริกซ์ B จะได้ $(dx/dp)_i$ ตามต้องการ ในทำนองเดียวกันเราอาจคำนวณ $(dw/dp)_i$ และ $(dm/dp)_i$ โดยการคูณสมการ (5.1) และ (5.2) ด้วย e_i^t

$$(dw/dp)_i = e_i^t(dw/dp) = e_i^tTdx/dp+e_i^tSdf/dp \tag{5.10}$$

$$(dm/dp)_i = e_i^t(dm/dp) = -e_i^tS^tdx/dp+e_i^tDdf/dp \tag{5.11}$$

$$A^tZi = (e_i^t\,T)^t = T^te_i$$

$$D^tv_i = (e_i^tS^t)^t = Se_i$$

ค่าของ Z_i และ v_i อาจคำนวณได้จากสมการต่อไปนี้

$$Z_i = (A^t)^{-1}\,T^te_i \tag{5.12}$$

$$v_i = (A^t)^{-1}\,S\,e_i \tag{5.13}$$

โดยการรวมสมการ (5.8),(5.10) และ (5.12) เราจะได้

$$(dW/dp)_i = Z_i^t B + e_i^t Sdf/dp \qquad (5.14)$$

โดยการรวมสมการ (5.8),(5.11) และ (5.13) เราจะได้

$$(dm/dp)_i = -v_i^t B + e_i^t Ddf/dp \qquad (5.15)$$

ในการคำนวณเมตริกซ์ของความไวในโดเมนของเวลา เราจำเป็นต้องใช้ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและแรงดันในรูปของ $H(x,w,\dot{x},\dot{w}) = 0$ สมการ (5.3) อาจเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\left[\partial H/\partial x+(\partial H/\partial \dot{x})(d\dot{x}/dx)+(\partial H/\partial w)T+(\partial H/\partial \dot{w})T(d\dot{x}/dx)\right.$$
$$\left.(dx/dp)\right] = -\left[(\partial H/\partial p)+(\partial H/\partial w)S(df/dp)+(\partial H/\partial \dot{w})\right.$$
$$\left.S(d\dot{f}/dp)\right]$$

ดังนั้นสมการ (5.5) และ (5.6) อาจเขียนให้อยู่ในรูปของสมการต่อไปนี้

$$A = \left[\partial H/\partial x+(\partial H/\partial \dot{x})(d\dot{x}/dx)\right]+\left[(\partial H/\partial w)T+(\partial H/\partial \dot{w})T\right.$$
$$\left.(d\dot{x}/dx)\right]$$

$$B = -\left[(\partial H/\partial p)+(\partial H/w)S(df/dp)+(\partial H/\partial \dot{w})S(d\dot{f}/dp)\right]$$

โดยที่เมตริกซ์ A ได้จากการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าในโดเมนของเวลาดังกล่าว ส่วนวิธีการหาค่าอื่นอาจใช้หลักการเดียวกันที่กล่าวมาในการคำนวณได้