



บทที่ 3

## แนวความคิดและทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย

### 3.1 แนวความคิดในการวิเคราะห์

การวิเคราะห์ทางโครงสร้างของมณฑลก่อนอิฐที่วัดศรีชุมในอุทยานประวัติศาสตร์สุโขทัย เป็นการศึกษาผลกระทบทางธรรมชาติ ซึ่งเกิดขึ้นเป็นแรงกระทำ ต่อโบราณสถานดังกล่าว การวิเคราะห์ทางโครงสร้าง เป็นการศึกษาพฤติกรรมทางโครงสร้าง ซึ่งได้แก่การศึกษาสภาพ การกระจายของหน่วยแรงภายในวัสดุที่ใช้ในการก่อสร้าง และการเคลื่อนที่ของส่วนต่าง ๆ ของ มณฑลอันเนื่องมาจากแรงกระทำทั้งภายในและภายนอก ซึ่งเป็นหน่วยแรงที่เกิดขึ้นจากวัสดุก่อสร้าง ที่ใช้ หลังจากนั้น จึงนำผลมาเปรียบเทียบกับกำลังรับแรงของวัสดุที่ได้จากการทดสอบในห้อง ทดลอง การนำข้อมูลทั้งสองส่วนมาเปรียบเทียบกันจะทำให้เข้าใจพฤติกรรมทางโครงสร้างของ มณฑลที่ศึกษารังนี้ชัดเจนยิ่งขึ้น กล่าวโดยสรุป การวิเคราะห์ทางโครงสร้างของมณฑล ประกอบด้วย กระบวนการที่สำคัญ 2 ประการ คือ

- ก. การเลือกใช้ทฤษฎีที่สอดคล้องกับโครงสร้างหลักของมณฑลที่ศึกษา
- ข. การทดลองในห้องปฏิบัติการเพื่อหาคุณสมบัติของวัสดุที่เกี่ยวข้องในการวิเคราะห์ เพื่อนำมาใช้ในการวิเคราะห์ให้ได้ผลใกล้เคียงกับความจริงมากที่สุด

### 3.2 ทฤษฎีที่ใช้ในการวิเคราะห์

โครงสร้างของมณฑลอิฐก่อในอุทยานประวัติศาสตร์สุโขทัย มีโครงสร้างย่อยชนิด เป็นมวล (continuum) โดยถ่ายเทแรงสู่กันในรูปแบบของแรงอัดตรง มีลักษณะเป็นกำแพงที่มี ฐานใหญ่และปลายเรียว แต่เนื่องจากรูปทรงของมณฑล มีลักษณะย่อมุม และฐานแผ่ออกไปเป็น ชั้น ๆ ดังนั้นการวิเคราะห์โครงสร้างของมณฑลโดยใช้หลักฟิสิกส์พื้นฐาน จะให้ผลที่ไม่ถูกต้องนัก

เพื่อให้งานวิจัยครั้งนี้ได้ผลใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากที่สุด ผู้วิจัยจึงได้ใช้วิธีการ ของไฟไนต์เอลลิเมนต์ ในระบบสามมิติ (Three-dimensional finite element method) ซึ่งเป็นวิธีการที่ยอมรับกันอย่างกว้างขวางทั้งในด้านงานวิจัยระดับสูง และงานในทางปฏิบัติ โดยทั่วไป

การวิเคราะห์ทางโครงสร้างของมณฑป โดยวิธีการไฟไนท์เอลลิเมนต์ ในระบบสามมิติ นับเป็นวิธีการที่เหมาะสมอย่างยิ่ง ทั้งนี้เพราะเหตุว่า ในการวิเคราะห์พฤติกรรมทางโครงสร้างของวัสดุ หรืออนุภาคภายใต้แรงกระทำ โดยทั่ว ๆ ไปนิยมใช้สมการพื้นฐานอันได้แก่ สมการ คิฟเฟอเรน แบบพาร์เซียล ภายใต้เงื่อนไขขอบบนพื้นผิวของวัสดุ หรืออนุภาค ซึ่งมีชื่อทั่วไปว่า Boundary value problems การใช้วิธีการดังกล่าว ค่าตอบของปัญหาจะถูกต้องแน่นอนก็ต่อเมื่อลักษณะทางเรขาคณิต และคุณสมบัติของวัสดุที่พิจารณาและเงื่อนไขขอบบนพื้นผิว ปรากฏในลักษณะที่ง่าย ๆ เท่านั้น แต่การวิเคราะห์สำหรับการวิจัยครั้งนี้เป็นการหาคำตอบโดยประมาณของปัญหา ซึ่งเงื่อนไขที่กำหนดให้มีความซับซ้อน มีวิธีการหาคำตอบโดยประมาณได้หลายวิธี แต่ละวิธีล้วนเป็นการเปลี่ยนรูปสมการคิฟเฟอเรนเซียล เป็นชุดของสมการเชิงเส้น ซึ่งสามารถหาคำตอบได้อย่างสะดวกและถูกต้อง โดยใช้เครื่องคำนวณคอมพิวเตอร์ วิธีการที่เหมาะสมที่สุด ได้แก่ วิธีการไฟไนท์เอลลิเมนต์ ในระบบสามมิติ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเลือกใช้วิธีการวิเคราะห์วิธีนี้

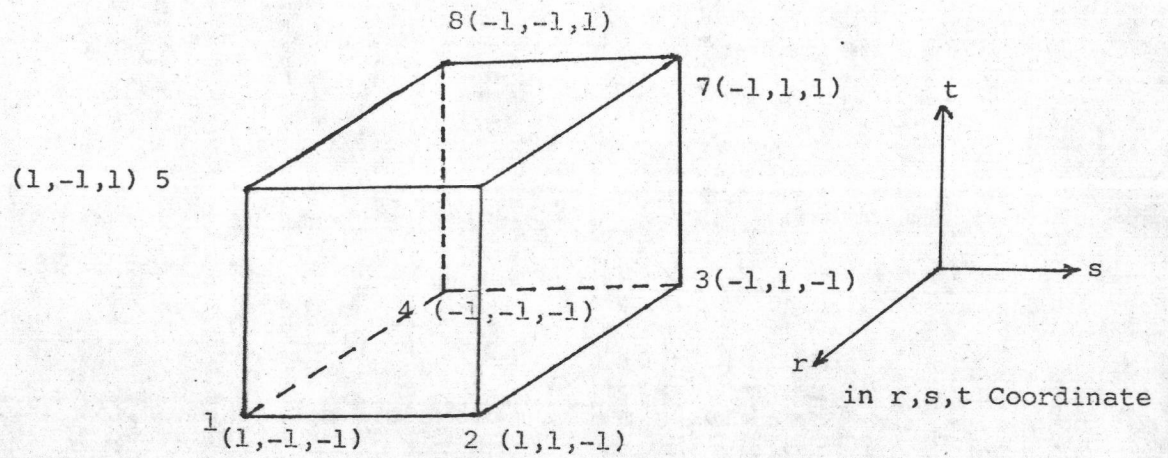
การวิเคราะห์ปัญหาทางโครงสร้างของมณฑป ซึ่งมีความซับซ้อนเนื่องจากรูปแบบมีลักษณะเป็นสามมิติ และยิ่งกว่านั้น ยังมีพฤติกรรมร่วมกับฐานรากด้วย ดังนั้น การนำวิธีวิเคราะห์ไฟไนท์เอลลิเมนต์มาใช้ จึงนับว่ามีความเหมาะสมและได้คำตอบที่น่าเชื่อถือได้ โดยวิธีการไฟไนท์เอลลิเมนต์ วัสดุที่จะศึกษาพฤติกรรม ถูกจำลองเป็นโมเดลทางคณิตศาสตร์ โดยการแบ่งออกเป็นส่วยย่อย ๆ ที่เรียกว่า ไฟไนท์เอลลิเมนต์ ซึ่งแต่ละส่วนจะต่อเชื่อมกัน ณ จุดที่เรียกว่า ชั่ว (nodal point) ด้วยวิธีการดังกล่าวนี้ ทำให้สามารถวิเคราะห์พฤติกรรมทางโครงสร้างของวัสดุภายใต้แรงกระทำได้ รายละเอียดเกี่ยวกับวิธีไฟไนท์เอลลิเมนต์ ศึกษาได้จากเอกสารอ้างอิง (6)

การวิเคราะห์โครงสร้างของมณฑปในการวิจัยครั้งนี้ ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ซึ่งได้พัฒนาจากโปรแกรม SAP IV<sup>(7)</sup> โดยพิจารณาผลของดินฐานรากร่วมด้วย โดยจำลองด้วยไฟไนท์เอลลิเมนต์ 2 ชนิดร่วมกัน คือ

1. เอลลิเมนต์ชนิด บริก 8 (Brick 8 element) ใช้แทนส่วนของโครงสร้างที่เป็นอิฐก่อ
2. เอลลิเมนต์ชนิด โกรงดัก (Truss element) ใช้แทนส่วนของดินฐานราก



1. เอลลิเมนต์ชนิด บรีค 8 (Brick 8) เป็นไฟไนท์เอลลิเมนต์ชนิดมวลสามมิติ  
8 ขั้ว (Eight node three-dimensional solid element)<sup>(7)</sup> แสดงในรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 ไฟไนท์เอลลิเมนต์ชนิด บรีค 8 (Brick 8)

โดยมีฟังก์ชันที่แทนการเคลื่อนที่ของจุดภายในเอลลิเมนต์ ( $\phi$ ) ด้วยการเคลื่อนที่ที่จุด

ขั้ว ดังนี้

$$\phi = \frac{1}{8} \begin{Bmatrix} (1+r)(1-s)(1-t) \\ (1+r)(1+s)(1-t) \\ (1-r)(1+s)(1-t) \\ (1-r)(1-s)(1-t) \\ (1+r)(1-s)(1+t) \\ (1+r)(1+s)(1+t) \\ (1-r)(1+s)(1+t) \\ (1-r)(1-s)(1+t) \end{Bmatrix}$$

จากฟังก์ชัน  $\phi$  จะสามารถหา เอลลิเมนต์ สติฟเนส เมทริกซ์ (element stiffness matrix) ได้จากสมการ

$$\begin{aligned} [K]_e &= \int_V [a^t] [c] [a] dv \\ &= \int_V [a^t] [c] [a] (\det [J]) d_r d_s d_t \end{aligned}$$

โดยที่

[a] เป็นเมทริกซ์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการเคลื่อนที่ของจุดข้อ

$$[a]_{6 \times 24} = \begin{bmatrix} D_{1i}^t & 0 & 0 & D_{2i}^t & 0 & D_{3i}^t \\ 0 & D_{2i}^t & 0 & D_{1i}^t & D_{3i}^t & 0 \\ 0 & 0 & D_{3i}^t & 0 & D_{2i}^t & D_{1i}^t \end{bmatrix}$$

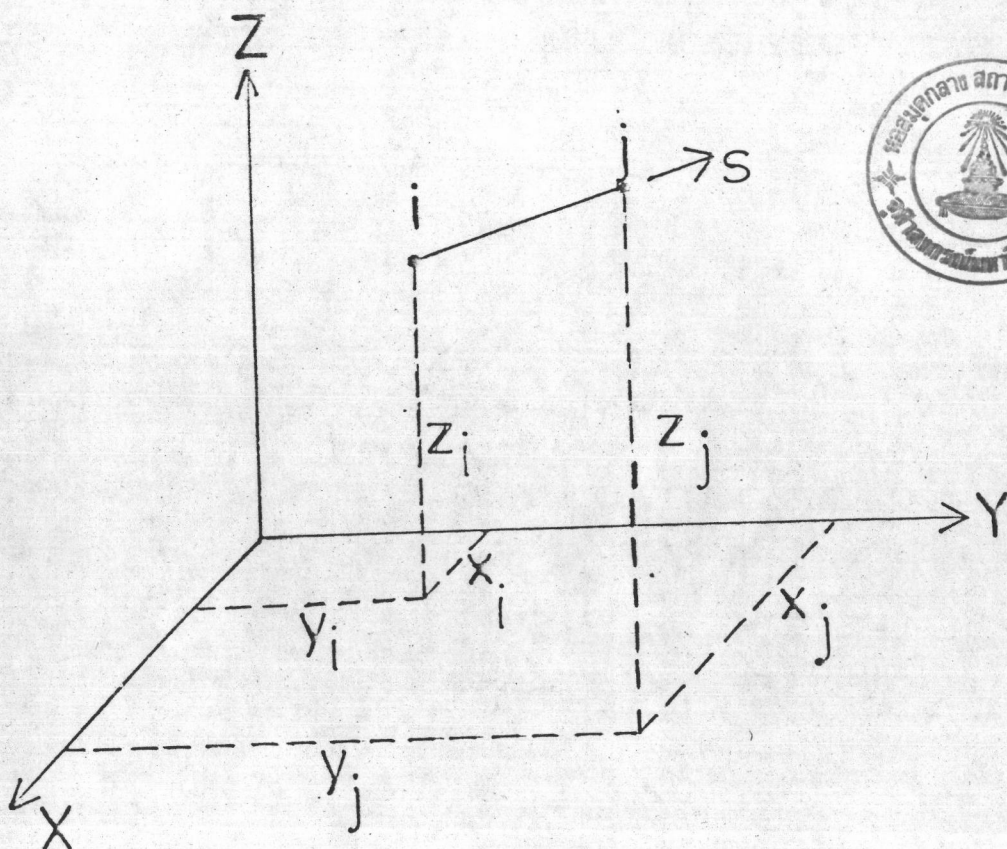
$$\begin{bmatrix} D_{1i} \\ D_{2i} \\ D_{3i} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1^t}{\partial r} \\ \frac{\partial \phi_1^t}{\partial s} \\ \frac{\partial \phi_1^t}{\partial t} \end{bmatrix}$$



[c] เป็นเมทริกซ์แสดงคุณสมบัติของวัสดุ

$$[c]_{6 \times 6} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}$$

2. เอลลิเมนต์ชนิดโครงถัก (Truss Element) <sup>(7)</sup> ดังแสดงในรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 เอลลิเมนต์ชนิดโครงถัก (Truss Element)

เอลลิเมนต์สตีฟเนสเมทริกซ์ (Element Stiffness Matrix) หาได้จากสมการ

$$[K]_e = \int_V [a^t] [c] [a] dv$$

โดยที่  $[a]$  เป็นเมทริกซ์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการเคลื่อนที่ของ  
จุดขั้ว

$$[a] = \frac{1}{L^2} [-L_x \quad -L_y \quad -L_z \quad L_x \quad L_y \quad L_z]$$

$[c]$  แทนความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด ในกรณีของโครงถักมีค่า  
เท่ากับ โมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุ

$$[c] = [E]$$

ในกรณีของโครงถักที่มีขนาดหน้าตัดเท่ากันตลอดความยาวของเอลลิเมนต์ เอลลิเมนต์  
สตีฟเนสเมทริกซ์ จะมีค่า

$$[K]_e = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} -L_x & & & & & \\ & -L_y & & & & \\ & & -L_z & & & \\ & & & L_x & & \\ & & & & L_y & \\ & & & & & L_z \end{bmatrix} \quad [-L_x \quad -L_y \quad -L_z \quad L_x \quad L_y \quad L_z]$$



โดยการแทนค่าของเอลลิเมนต์ สติฟเนส เมตริกซ์ ลงในโกลบอล สติฟเนส เมตริกซ์ (Global Stiffness Matrix) ตามวิธีการของ ไคเรกต์ สติฟเนส (Direct Stiffness Method) จะได้ชุดของสมการเส้นตรงในรูปของ

$$[K] [r] = [R]$$

เมื่อ [K] เป็น โกลบอล สติฟเนส เมตริกซ์ (Global Stiffness Matrix)  
 [r] เป็น เมตริกซ์ของการเคลื่อนที่ของจุดข้อ  
 [R] เป็น เมตริกซ์ของแรงกระทำที่จุดข้อ

โดยการแก้สมการ โดยวิธีเกาส์ อีลิมีเนชัน (Gauss Elimination) จะสามารถหาการเคลื่อนที่ของจุดข้อ และหน่วยแรงภายในของแต่ละเอลลิเมนต์ได้

### 3.2.1 การวัดการทรุดตัวของชั้นดิน

การวิเคราะห์การทรุดตัวของชั้นดิน กระทำได้โดยการคำนวณอย่างธรรมดาและโดยการใช้เครื่องคำนวณคอมพิวเตอร์ การคำนวณอย่างธรรมดาเหมาะสำหรับกรณีที่ดินฐานรากเป็นชั้นดินประเภทเอกพันธ์ มีคุณสมบัติทางวิศวกรรมไม่แตกต่างกันมาก แต่ในกรณีที่ดินมีหลายชั้นหรือดินชนิดเดียวกันแต่มีคุณสมบัติต่างกันมาก ลักษณะเช่นนี้นิยมใช้เครื่องคำนวณคอมพิวเตอร์คำนวณการทรุดตัว

การทรุดตัวของดินมี 3 ลักษณะ ผลรวมของทั้งสามลักษณะ เป็นการทรุดตัวทั้งหมดของดิน ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้ (8)

$$S = S_i + S_c + S_s$$

$$S = \text{การทรุดตัวรวมทั้งหมด}$$

$$S_i = \text{การทรุดตัวทันที (Immediate settlement)}$$

$$S_c = \text{การทรุดตัวเนื่องจากการอัดตัวของดิน (Consolidation settlement)}$$

$$S_s = \text{การทรุดตัวเนื่องจากการกินตัวของดิน (Secondary settlement)}$$

### 3.2.2 การทรุดตัวของดินทั่ว ๆ ไป

ในที่นี้หมายถึง การคำนวณการทรุดตัวของดิน ซึ่งไม่สามารถนำทฤษฎีของการอัดตัว (Consolidation settlement) มาใช้ได้ สูตรการคำนวณต่อไปนี้เหมาะสำหรับใช้กับดินเหนียวที่ไม่มีเม็ดทรายน้ำ ทรายแป้ง (Silt) ดินทราย และสำหรับการทรุดตัวทันทีของดินเหนียวอัดตัว โดยได้มาจากทฤษฎีการหยุ่นตัว (Theory of Elasticity) ซึ่งเขียนเป็นสูตรดังนี้ (9)

$$S = q B \frac{(1 - \nu_s^2)}{E_s} I_w \dots \dots \dots (1)$$

S = การทรุดตัว

q = น้ำหนักบรรทุก

B = ความกว้างของฐานราก

$\nu_s$  = สัมประสิทธิ์ปอยซองของดิน จากตารางที่ 3.6

$E_s$  = โมดูลัสยืดหยุ่นของดิน จากตารางที่ 3.7

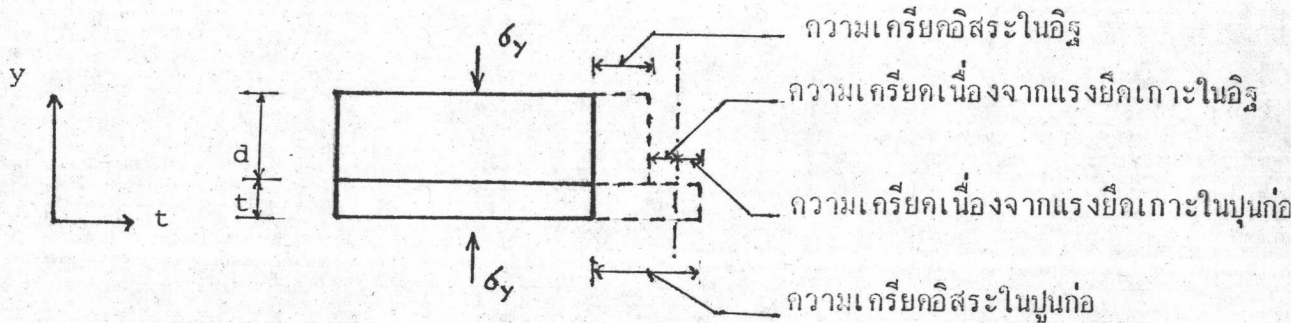
$I_w$  = สัมประสิทธิ์อิทธิพล (influence factor) จากตารางที่ 3.8

จากทฤษฎีดังกล่าว จะสามารถแทนคุณสมบัติของดิน ซึ่งเป็นมวล 3 มิติ (Three dimensional solid element) ด้วยเอลลิเมนต์ ชนิดโครงถัก (Truss element)

เนื่องจากโครงสร้างส่วนบนของมดคานเป็นอิฐก่อ ซึ่งเป็นวัสดุที่ไม่เป็นเนื้อเดียวกัน (Nonhomogeneous material) จึงจำเป็นต้องศึกษาพฤติกรรมในการรับแรงของอิฐก่อด้วยการรับแรงด้านข้างของผนังก่ออิฐ อาจคำนวณหาความแข็งแรงโดยวิธีประมาณ (Approximate Method) ทฤษฎีที่ใช้กับผนังก่ออิฐมีสมมุติฐานที่ว่า "ผนังก่ออิฐมีความยืดหยุ่นเป็นเส้นตรง (Linearly elastic) และมีความยืดหยุ่นเหมือนกันทุกทิศทาง (Isotropic Elastic) (10) ในการคำนวณ จำเป็นต้องพิจารณาถึงพฤติกรรมในการรับแรงต่าง ๆ ของผนังก่ออิฐมาประกอบ ด้วย ทฤษฎีที่ใช้หาพฤติกรรมของอิฐก่อ ภายใต้หน่วยแรงชนิดต่าง ๆ มีดังนี้



3.2.3 ทฤษฎีการพังทลายของอิฐก่อภายใต้หน่วยแรงอัด (11)



รูปที่ 3.3 อิฐก่อภายใต้หน่วยแรงอัด

เมื่ออิฐก่อรับหน่วยแรงอัด  $y$  ถ้าไม่มีแรงยึดเกาะระหว่างอิฐกับปูนก่อ ความเครียดในแนวตั้งของอิฐและปูนก่อ มีค่า

$$y_b = y/E_b \quad , \quad y_m = y/E_m$$

ความเครียดในแนวราบของอิฐและปูนก่อมีค่า

$$t_b = b \cdot \frac{y}{E_b} \quad \quad t_m = m \cdot \frac{y}{E_m}$$

เมื่อมีแรงยึดเกาะระหว่างอิฐกับปูนก่อ การเคลื่อนที่ในแนวราบของทั้งอิฐและปูนก่อจะเท่ากัน ทำให้เกิดหน่วยแรงในแนวราบขึ้น โดยอิฐจะเกิดหน่วยแรงดึง  $b$  และปูนก่อเกิดหน่วยแรงอัด  $m$

ความเครียดในแนวราบเนื่องจาก (biaxial Tension) ในอิฐ มีค่า

$$= \frac{b}{E_b} - b \cdot \frac{b}{E_b} = \frac{b}{E_b} (1 - b)$$

ความเครียดในแนวราบเนื่องจาก (biaxial Compression) ในปูนก่อ มีค่า

$$= \frac{\sigma_m}{E_m} - \nu_m \cdot \frac{\sigma_m}{E_m} = \frac{\sigma_m}{E_m} (1 - \nu_m)$$

จะได้ว่า

ความเครียดในแนวราบของอิฐ + ความเครียดในแนวราบของปูนก่อ = ผลต่างของความเครียด  
ในแนวราบของอิฐและปูนก่อ เมื่อไม่มีการยึดเกาะกัน

$$\frac{\sigma_m}{E_m} (1 - \nu_m) + \frac{\sigma_b}{E_b} (1 - \nu_b) = \sigma_y \left( \frac{\nu_m}{E_m} - \frac{\nu_b}{E_b} \right) \dots \dots \dots (2)$$

จากสมมูลย์ของแรงในแนวราบ

$$\sigma_{b.d} = \sigma_{m.t}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{b.d}}{t} \dots \dots \dots (3)$$

แทนค่า  $\sigma_m$  ลงใน (1) จะได้

$$\frac{\sigma_b}{E_b} [(1 - \nu_b) + \frac{\sigma_b}{E_b} \cdot \frac{d}{t} (1 - \nu_m)] = \sigma_y \left( \frac{\nu_m}{E_m} - \frac{\nu_b}{E_b} \right)$$

$$\frac{\sigma_b}{E_b} = \sigma_y \left( \frac{\nu_m}{E_m} - \frac{\nu_b}{E_b} \right) / [(1 - \nu_b) + \frac{E_b}{E_m} \cdot \frac{d}{t} (1 - \nu_m)] \dots \dots \dots (4)$$

ความเครียดที่เกิดขึ้นในอิฐทั้งหมดมีค่า

$$\epsilon_{tb} = \frac{\sigma_y}{E_b} \cdot \nu_b + \frac{\sigma_b}{E_b} (1 - \nu_b) \dots \dots \dots (5)$$



แทน (3) ลงใน (4) จะได้

$$\epsilon_{tb} = \frac{\sigma_y \cdot \nu_b}{E_b} + \sigma_y \frac{\left( \frac{\nu_m}{E_m} - \frac{\nu_b}{E_b} \right) (1 - \nu_b)}{\left[ (1 - \nu_b) + \frac{E_b}{E_m} \cdot \frac{d}{t} (1 - \nu_m) \right]} \dots (6)$$

ซึ่งเท่ากับความเครียดของการพังทลายของอิฐก่อ

ในกรณีที่ไม่มีรอยร้าวระหว่างอิฐกับปูนก่อ การพังทลายของอิฐจะเกิดที่

$$\epsilon_u = \sigma_o \cdot \frac{\nu_b}{E_b} \dots (7)$$

โดยที่  $\sigma_o$  = หน่วยแรงอัดที่ทำให้อิฐแตกหัก

จาก (5) = (6) จะได้

$$\sigma_u \cdot \frac{\nu_b}{E_b} + \sigma_u \cdot A = \sigma_o \cdot \frac{\nu_b}{E_b}$$

$$\sigma_u = \sigma_o \left( \frac{1}{1 + A \frac{E_b}{\nu_b}} \right) \dots (8)$$

เมื่อ  $\sigma_u$  = หน่วยแรงอัดสูงสุดของการพังทลายของอิฐก่อ

$$A = \frac{\left( \frac{\nu_m}{E_m} - \frac{\nu_b}{E_b} \right) (1 - \nu_b)}{\left[ (1 - \nu_b) + \frac{E_b}{E_m} \cdot \frac{d}{t} (1 - \nu_m) \right]}$$

$d, t$  = ความหนาของอิฐและปูนก่อ

$\nu_b, \nu_m$  = สัดส่วนปอยของของอิฐและปูนก่อ

$E_b, E_m$  = โมดูลัสยืดหยุ่นของอิฐและปูนก่อ

3.2.4 ทฤษฎีการพังทลายของอิฐก่อภายใต้หน่วยแรงเฉือน (12)

เมื่ออิฐก่อรับแรงเฉือน การพังทลายจะเกิดขึ้นได้ 2 กรณี คือ

1. เกิดการลื่นไถลระหว่างผิวของอิฐกับปูนก่อ

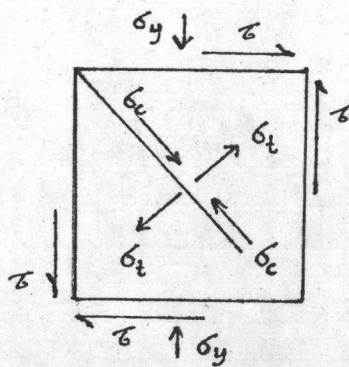
หน่วยแรงเฉือนที่ทำให้เกิดการพังทลายมีค่า

$$b = v_{bo} + y \dots \dots \dots (9)$$

โดยที่

- b = หน่วยแรงเฉือนสูงสุดที่จุดลื่นไถล
- $v_{bo}$  = หน่วยแรงเฉือนเนื่องจากการยึดเกาะของปูนก่อ  
โดยไม่มีแรงในแนวตั้งมากกระทำ  
= สัมประสิทธิ์ของความยึดเกาะระหว่างอิฐกับปูนก่อ
- y = หน่วยแรงกดในแนวตั้ง

2. เกิดการพังทลายในแนวทะแยง (Diagonal tension Failure) (13)



รูปที่ 3.4 อิฐก่อภายใต้หน่วยแรงเฉือน

เนื่องจากหน่วยแรงดึงหลัก (Principal tensile Stress) มีค่าเท่ากับหน่วยแรงดึงสูงสุดของอิฐก่อ โดยวิธี Mohr circle

สามารถหาค่าหน่วยแรงดึงหลักได้

$$t = \left( \frac{y^2}{2} + \dots \right)^{1/2} - \frac{y}{2} \dots \dots \dots (10)$$



เมื่อ

- t = หน่วยแรงคิงหลัก
- y = หน่วยแรงอัด
- = หน่วยแรงเฉือน

กรณีที่เกิดการพังทลายในแนวทะแยง

จาก (9) จะได้

$$\left(\frac{y}{2}\right)^2 + t^2 = \left(\frac{y}{2}\right)^2 + t \cdot y + t^2$$

$$t = t^2 + t \cdot y \dots\dots\dots(11)$$

เมื่อ

- t = หน่วยแรงเฉือนสูงสุดที่ทำให้เกิดการพังทลายในแนวทะแยง
- t = หน่วยแรงคิงสูงสุด
- y = หน่วยแรงอัด

3.2.5 ทฤษฎีการพังทลายของอิฐก่อภายใต้หน่วยแรงคิง (14)

กำลังรับแรงคิงของอิฐก่อ ได้จากแรงยึดเหนี่ยวระหว่างอิฐกับปูนก่อ สามารถหาค่าได้ โดยวิธีการทดลองคิงโดยตรง (Direct Test) หรือวิธีอ้อม (Indirect Test) เช่น หากจากโมคูลัสแตกร้าวของอิฐก่อ เป็นต้น กำลังรับแรงคิงของอิฐก่อมีค่าประมาณ  $\frac{1}{10}$  ของกำลังรับแรงอัดของอิฐก่อ

3.3 การทดสอบเพื่อหาคุณสมบัติของวัสดุ

3.3.1 วัสดุที่ใช้ในการทดสอบ

ก. อิฐ ในการวิจัยนี้ใช้อิฐโบราณที่นำมาจากบริเวณอุทยานประวัติศาสตร์สุโขทัย โดยเก็บตัวอย่างมาจากบริเวณมณฑปวัดตระพังทองกลาง ซึ่งอยู่ทางทิศตะวันออกของอุทยานและมณฑปวัดมะขามป้อม ซึ่งอยู่ทางทิศเหนือของอุทยาน เนื่องจากอิฐในบริเวณนี้เป็นอิฐที่มีคุณค่าทางประวัติศาสตร์และมีจำนวนไม่มากดังนั้น จึงเก็บมาเฉพาะอิฐหักที่หล่นอยู่ตามพื้นดิน

รอบโบราณสถาน หลังจากนำอิฐมาทำความสะอาดเรียบร้อยแล้ว จึงได้ตัดอิฐให้ได้ขนาดกว้าง 8.6 ซม. × ยาว 13.5 ซม. × หนา 3.3 ซม. โดยใช้ไฟเบอร์ตัดคอนกรีต

ข. ปูนซีเมนต์ ใช้ปูนซีเมนต์ตราอินทรี ซึ่งเป็นปูนซีเมนต์ผสมวัสดุละเอียด เช่น ซิลิกา เป็นต้น เป็นปูนซีเมนต์ที่มีการยึดหดตัวน้อย เหมาะสำหรับงานก่ออิฐโดยทั่วไป

ค. ปูนขาว ได้จากการนำหินปูน (Limestone) ไปเผาไฟที่อุณหภูมิ  $1000^{\circ}\text{C}$  แล้วนำไปบด ปูนขาวที่ใช้ในงานก่อสร้างเมื่อผสมน้ำจะให้ปูนขาวอิมน้ำ (Hydrated lime)  $(\text{Ca}(\text{OH})_2)$  เมื่อน้ำระเหยไปจะถูกก๊าซคาร์บอนไดออกไซด์ ( $\text{CO}_2$ ) ในอากาศเข้าไปทำปฏิกิริยากับปูน ( $\text{CaO}$ ) เกิดเป็นคราบหินปูน ( $\text{CaCO}_3$ ) จับแข็งอยู่รอบ ๆ เม็ดทราย ความแข็งแรงจะก่อตัวเพิ่มขึ้นช้า ๆ นับเวลาเป็นเดือนปี ปูนขาวที่นำมาใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ใช้ปูนขาวที่ร้อนผ่านตะแกรงเบอร์ 30 (600 ไมโครเมตร)

ง. ทราย ทรายที่นำมาใช้ในการวิจัยนี้ เมื่อร้อนผ่านตะแกรงเบอร์ 4, 8, 16, 30, 50, 100 และ 200 แล้ว มีสัดส่วนกละกั้นตาม ASTM C144-75a<sup>(15)</sup> โดยมีค่าโมดูลัสความละเอียด 2.6

จ. น้ำ น้ำที่ใช้จะต้องสะอาดไม่มีสิ่งเจือปน ไม่มีสภาพความเป็นกรดและด่าง ในการวิจัยนี้ใช้น้ำประปา ในการผสมปูนก่อ

### 3.3.2 การทดสอบอิฐ

การทดสอบคุณสมบัติทางกายภาพและคุณสมบัติเชิงกลของอิฐโบราณ ดังต่อไปนี้

ก. การดูดซึมเริ่มต้น (Suction) เป็นการวัดการดูดซึมของอิฐเป็นกรัม ในระยะเวลา 1 นาที ต่อพื้นที่ 30 ตารางนิ้ว โดยวางก้อนอิฐในแนวราบให้ผิวด้านล่างของก้อนอิฐจมอยู่ในน้ำ 1 นิ้ว ตาม ASTM C67-73<sup>(16)</sup> ผลการทดสอบ อิฐโบราณ แสดงไว้ในตารางที่ 3.1 ค่าการดูดซึมเริ่มต้นของอิฐโบราณ มีค่าเฉลี่ยเป็น 24 กรัม การดูดซึมเริ่มต้นนี้มีผลต่อการก่ออิฐเพราะก้อนอิฐจะดูดน้ำจากปูนก่อ และจะทำให้การยึดเหนี่ยวระหว่างอิฐกับปูนก่อสูญเสียไปบางส่วน จาก ASTM C62-75a<sup>(17)</sup> กำหนดไว้ว่า ถ้าก้อนอิฐมีค่าการดูดซึมเริ่มต้นเกิน 30 กรัม ควรจะล้างอิฐในน้ำก่อนลงมือก่อ อิฐโบราณมีค่าการดูดซึมเริ่มต้นไม่เกิน 30 กรัม ไม่จำเป็นต้องแช่น้ำนานก่อนลงมือก่อ

ข. การดูดซึม (Absorption) เป็นการวัดการดูดซึมน้ำของอิฐแห้ง (Dry Brick) ในระยะเวลา 1, 5 และ 24 ชั่วโมง ตามลำดับ การดูดซึมน้ำของอิฐมีผลต่อความแข็งแรงของโครงสร้าง กล่าวคือ อิฐที่มีค่าการดูดซึมน้ำสูงจะเพิ่มน้ำหนักในส่วนของ



โครงสร้าง อาจทำให้โครงสร้างเสียเสถียรภาพได้ นอกจากนั้น น้ำในอิฐก่อให้เกิดการ  
กักความร้อนในเนื้ออิฐ ทำให้ความแข็งแรงของโครงสร้างลดลง ผลการทดสอบอิฐโบราณแสดงไว้  
ในตารางที่ 3.1 จะเห็นได้ว่า อิฐโบราณมีค่าเปอร์เซ็นต์การดูดซึมน้ำเท่ากับ 16.1

ก. กำลังอัด (Compressive Strength) อิฐที่ใช้ในการทดสอบใช้อิฐ  
ครึ่งก้อน (Half Bricks) โดยแต่งผิวด้านรับแรงอัดให้เรียบเสมอกันด้วยปูนปลาสเตอร์  
ตาม ASTM C67-73<sup>(16)</sup> ปูนปลาสเตอร์จะแห้งมีอายุอย่างน้อย 24 ชั่วโมงก่อนการทดสอบ การ  
ทดสอบกำลังอัดของอิฐในการวิจัยนี้ใช้เครื่อง Amsler 100 ตัน โดยใช้สเกล 50 ตัน  
อัตราการให้แรงอัดให้ใช้อัตราพอสมควร โดยอิฐจะต้องวิบัติภายในระยะเวลาไม่น้อยกว่า  
1 นาที และไม่เกิน 2 นาที วิธีทดสอบกำลังอัดให้ทดสอบทั้งวิธีให้แรงอัดกระทำตั้งฉากกับ  
ระนาบปกติ (Flat wise) ของก้อนอิฐ และวิธีให้แรงอัดกระทำที่ปลาย (End wise)  
ของก้อนอิฐ แล้วนำค่ากำลังอัดของอิฐทั้งสองวิธีมาหาค่าเฉลี่ย ผลการทดสอบ  
แสดงไว้ในตารางที่ 3.2 รูปแบบการวิบัติที่เกิดขึ้นเป็นแบบ การดึงวิบัติ (Tensile  
Splitting Failure)

ง. โมดูลัสแตกร้าว โดยแต่งผิวอิฐด้านรับแรงให้เรียบเสมอกันด้วยปูน  
ปลาสเตอร์ ทดสอบอิฐในลักษณะของคาน มีแรงกระทำเดี่ยว (Concentrated Load) กระทำ  
ที่กึ่งกลางของตัวอย่างทดสอบ ในการทดสอบนี้ใช้เครื่อง Amsler 30 ตัน โดยใช้สเกล  
2 ตัน อัตราการให้แรงกดจะต้องไม่เกิน 900 กก./นาที การทดสอบนี้จะให้กำลังดึง ซึ่งทำ  
ให้เกิดรอยแตกร้าวที่ผิวนอกสุดของอิฐเนื่องจากการคด โดยคำนวณจากสูตร

$$f_r = \frac{3 PL}{2 bd^2}$$

เมื่อ  $f_r$  = หน่วยแรงดึงที่ทำให้อิฐเกิดแตกร้าว

$P$  = แรงกระทำเดี่ยว

$L$  = ระยะห่างระหว่างที่รองรับ

$b$  = ความกว้างเฉลี่ยของอิฐ

$d$  = ความลึกเฉลี่ยของอิฐ

ผลการทดสอบโมดูลัสแตกร้าวของอิฐ แสดงในตารางที่ 3.2

จ. โมคูลัสยึคหยุ่น ใช้วิธีการทดสอบในทำนองเดียวกันกับการทดสอบกำลังอัดของอิฐโดยคิกมาตรวัด (Dial Gauge) ซึ่งอ่านค่าได้ละเอียด 0.01 มม. จำนวน 2 ตัว ทางข้างซ้ายและขวาของตัวอย่างอิฐ เพื่อวัดการเคลื่อนตัวของอิฐในแนวแรงอัด ซึ่งคำนวณเป็นความเครียดได้ จากนั้นเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียด ดังรูปที่ 3.2 อัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงอัดกับความเครียด เรียกว่า โมคูลัสยึคหยุ่น

### 3.3.3 การทดสอบปูนก่อ

ปูนก่อ (Mortar) ที่จะนำมาใช้ในการบูรณะโบราณสถานมีความสำคัญที่จะต้องนำมาพิจารณาเป็นพิเศษ ในสมัยโบราณยังไม่มีการผลิตปูนซีเมนต์มาใช้ ปูนก่อในสมัยนั้นจึงมีปูนขาวเป็นตัวประสาน และเพิ่มกำลังความแข็งแรง (strength) ที่สำคัญ เนื่องจากความแข็งแรงของปูนก่อที่มีส่วนผสมเพียงทรายกับปูนขาวนั้น จะก่อตัวช้าและในเวลานาน มีกำลังรับน้ำหนักต่ำ ไม่เหมาะกับการนำมาใช้ซ่อมแซมโบราณสถานส่วนที่ชำรุดเสียหาย ส่วนการใช้ปูนก่อที่มีอัตราส่วนผสมของปูนซีเมนต์ ปูนขาว และทราย ตาม ASTM C270 <sup>(18)</sup> ซึ่งใช้ในงานก่ออิฐทั่วไปในปัจจุบัน ไม่เหมาะสมที่จะใช้ในงานบูรณะโบราณสถาน เนื่องจากมีปริมาณปูนซีเมนต์มากเกินไปที่อยู่ในปูนซีเมนต์จะมีผลทำให้เกิดการเสื่อมสภาพของโบราณสถาน ดังนั้น ในการวิจัยครั้งนี้ จึงศึกษาอัตราส่วนผสมของปูนก่อที่มีส่วนผสมระหว่างปูนซีเมนต์ ปูนขาว และทราย ในอัตราส่วนต่าง ๆ กัน โดยปริมาตร โดยควบคุมปริมาณน้ำที่ใช้ผสมให้มีความชื้นเหลวคงที่ มีค่าการไหล (Flow) เท่ากับ 120 ดังแสดงในตารางที่ 3.3 เพื่อหาอัตราส่วนผสมที่ใช้ปูนซีเมนต์ที่น้อยที่สุด โดยยังคงมีความแข็งแรงสูง ในการทดลองนี้จะศึกษาด้านกำลังอัดของปูนก่อที่อายุ 3, 7 และ 28 วันตามลำดับ

ก. กำลังอัด ใช้ตัวอย่างปูนก่อรูปลูกบาศก์ ขนาด 2 นิ้ว ตาม ASTM C270-80 ทดสอบกดตัวอย่างด้วยเครื่อง Amsler 30 ตัน ใช้สเกล 9 ตัน ผลการทดสอบกำลังอัดของปูนก่อ เปรียบเทียบกับเปอร์เซ็นต์ปูนซีเมนต์ที่ใช้แสดงในรูป 3.7 ก ถึง 3.7 ค จากผลการทดสอบ พบว่า อัตราส่วนผสมของปูนก่อที่ใช้ปริมาณปูนซีเมนต์น้อยแต่ได้กำลังอัดที่สูง มีอัตราส่วนผสมของ ปูนซีเมนต์ : ปูนขาว : ทราย เท่ากับ 2 : 6 : 12 ซึ่งให้กำลังอัดที่ 28 วัน มีค่า 16.7 กก./ซม.<sup>2</sup>



ข. กำลังดึง ตัวอย่างปูนก่อกจะตั้งลงในแบบหล่อ (Briquet Gang Mold) ตาม ASTM C190-77 ทดสอบกำลังดึงด้วยเครื่อง Amsler 30 ตัน ใช้สเกล 600 กก. ผลการทดสอบแสดงไว้ในตารางที่ 3.4

### 3.3.4 การทดสอบอิฐก่อ

การทดสอบอิฐก่อ เป็นการศึกษานวัตกรรมที่กระทำร่วมกันของอิฐโบราณกับปูนก่อ โดยใช้วิธีการทดสอบต่าง ๆ กัน เพื่อศึกษาคุณสมบัติเชิงกลในด้านต่าง ๆ กันของอิฐก่อ ซึ่งจะนำไปใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้างของมณฑปโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ คุณสมบัติเชิงกลในด้านต่าง ๆ มีดังนี้

ก. กำลังอัด (Compressive Strength) การทดสอบกำลังอัดใช้ตัวอย่างอิฐก่อที่ได้จากการก่ออิฐครึ่งแผ่นที่มีอัตราส่วนความหนา : ความสูงของตัวอย่าง มีค่าไม่น้อยกว่า 1 : 2 การทดลองครั้งนี้ใช้อิฐโบราณ ขนาด  $8.6 \times 13.5 \times 3.3$  ซม. และปูนก่อ ใช้อัตราส่วนผสม ปูนซีเมนต์ : ปูนขาว : ทราย = 2 : 6 : 12 โดยก่ออิฐเรียงกัน 5 ชั้น ความหนาของแนวปูนก่อโดยเฉลี่ย 2 ซม. ทำการทดสอบ 3 ตัวอย่าง โดยทดสอบกำลังอัดด้วยเครื่อง Amsler 20 ตัน ใช้สเกล 20.0 ตัน ให้แรงกดด้วยอัตราส่วนสม่ำเสมอ ผลการทดสอบแสดงไว้ในตารางที่ 3.5 มีกำลังอัดเฉลี่ย 27.82 กก./ซม.<sup>2</sup> การวิบัติที่เกิดขึ้นเนื่องมาจากการดึงวิบัติ (Tensile Splitting Failure) แสดงไว้ในรูปที่ 3.5

ข. กำลังดึง (Tensile Strength) การทดสอบกำลังดึงของอิฐก่อสามารถทำได้สองวิธี คือ วิธีให้แรงดึงกระทำโดยตรง โดยการก่ออิฐสองก้อนในแนวตั้งฉากซึ่งกันและกัน เรียกการทดสอบนี้ว่า อิฐก่อไขว้ (Cross Brick) และโดยวิธีอ้อม โดยการทดสอบโมดูลัสแตกร้าว สำหรับงานวิจัยนี้ใช้วิธีการทดสอบอิฐก่อไขว้ มีค่ากำลังดึงของอิฐก่อเฉลี่ย 0.74 กก./ซม.<sup>2</sup>

ค. กำลังเฉือน (Shear Strength) ความแข็งแรงของอิฐก่อในการรับแรงเฉือนขึ้นอยู่กับแรงยึดเหนี่ยวระหว่างปูนก่อและอิฐ- นอกจากนี้ ยังขึ้นอยู่กับแรงเสียดทานที่เกิดขึ้น เนื่องจากแรงอัดที่กระทำตั้งฉากกับแนวปูนก่อ การทดสอบกำลังเฉือนของอิฐก่อเนื่องจากแรงยึดเหนี่ยวระหว่างปูนก่อและอิฐทดสอบด้วยตัวอย่างอิฐก่อสามก้อน (Three Brick Test) การทดสอบหาแรงเสียดทานหาได้โดยวิธีการทดสอบอิฐก่อคู่ (Brick Couplet) ผลการทดสอบแสดงไว้ในตารางที่ 3.5

(19)  
 ง. โมดูลัสยืดหยุ่น (Modulus of Elasticity) การหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของอิฐก่อหาได้โดยการตีความมาตรวัด (Mechanical Strain Gauge) ซึ่งอ่านได้ละเอียด 0.002 มม. ทางซ้ายและขวาของตัวอย่างอิฐก่อ เพื่อวัดการเคลื่อนตัวเฉลี่ยในแนวดิ่ง โดยทดสอบในทำนองเดียวกันกับการทดสอบกำลังอัดของอิฐก่อ โดยวัดการเคลื่อนตัวของอิฐก่อทุก ๆ ช่วงแรงที่กระทำ แล้วนำค่าที่ได้มาเขียนกราฟ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงอัดและความเครียด ดังรูปที่ 3.6 และ 3.10 ผลการทดสอบแสดงไว้ในตารางที่ 3.5 โมดูลัสยืดหยุ่นมีค่าเฉลี่ย 9000 กก./ชม.<sup>2</sup>

(20)  
 จ. สัดส่วนปอยซอง (Poisson's Ratio) การหาค่าสัดส่วนของปอยซองหาได้โดยการตีความมาตรวัด (Mechanical Strain gauge) ซึ่งอ่านได้ละเอียด 0.002 มม. เพื่อวัดความเครียดในแนวดิ่งและในแนวราบของตัวอย่างอิฐก่อ แล้วนำค่าที่ได้มาเขียนกราฟ แสดงความสัมพันธ์ของอัตราส่วนความเครียดในแนวราบและแนวดิ่ง ค่าสัดส่วนปอยซองของตัวอย่างอิฐก่อมีค่า 0.2

### 3.3.5 การสำรวจดินทางวิศวกรรม

การสำรวจดินทางวิศวกรรมที่บริเวณเวียงเก่าสุโขทัย (21) เพื่อจำแนกชนิดของดินตาม Unified Soil Classification และเพื่อหาคุณสมบัติทางวิศวกรรม โดยทำการเจาะสำรวจดินบริเวณอุทยานประวัติศาสตร์สุโขทัย ดังรูป 3.12 ก

ผลการตรวจสอบดินในภาคสนามและการทดสอบดินในห้องทดลอง ได้รวบรวมผลแสดงไว้ในรูปที่ 3.12 ก-3.12 ข ซึ่งแสดงลักษณะและชนิดของเนื้อดินที่ระดับความลึกต่าง ๆ พอสรุปได้ดังนี้

ก. ดินตอนบนทั้งหมดเป็นดินเหนียวปนร่วน เรียกว่า Silty Clay (CL) ตามระบบการจำแนกดินของ Unified Soil Classification ความหนาของชั้นดินนี้ไม่น้อยกว่า 3.50 ม. ลักษณะดินตอนบนมักเป็นสีน้ำตาลปนแดง ซึ่งเกิดจากการตกตะกอนเหล็กออกไซด์ ลึกลงไปจะเป็นสีน้ำตาลซีดหรือสีนวลเหมือนกันหมด ทั่วไปจะพบทรายละเอียดเป็นกลุ่มก้อนขนาดไม่แน่นอนแทรกอยู่ประปราย เนื้อดินค่อนข้างแข็งและแน่น (Stiff Clay) การซึมซาบของน้ำผ่านค่อนข้างยาก สัมประสิทธิ์ปอยซองมีค่าประมาณ 0.2 - 0.3 และโมดูลัสยืดหยุ่นมีค่าประมาณ 4000-6000 ปอนด์ต่อตารางนิ้ว หรือ 281.3013 - 421.96 กก./ชม.<sup>2</sup>



ข. ดินชั้นที่สองเป็นจำนวนทรายหยาบและกรวด (s, g) ดินชนิดนี้เป็น  
ดินแข็ง มีกำลังรับน้ำหนักสูง มีค่าสัดส่วนปอยของประมาณ 0.15 และ ค่าโมกูลัสยี้กหุ่่น  
ประมาณ 14000 - 28000 ปอนด์ต่อตารางนิ้ว หรือ 984.6 - 1969.1 กก./ซม.<sup>2</sup>