บทที่ 2

ทฤษฎีและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 แผนการทดลองแบบสุ่มภายในบล็อค (Randomized Blocks Design, RBD)

แผนการทดลองแบบสุ่มภายในบล็อคที่นำมาศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ จะพิจารณาถึงการทดลองที่เป็นบล็อคสมบูรณ์ นั่นคือในแต่ละบล็อคจะต้องมีครบทุกทรีทเมนต์ แผนการทดลองแบบนี้ใช้สำหรับกรณีที่ผู้ทดลองสามารถแบ่งหน่วยทดลองออกเป็นกลุ่ม หรือประเภทได้โดยมีจุดประสงค์เพื่อให้หน่วยทดลองที่อยู่ภายในบล็อคเดียวกัน มีลักษณะเหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันมากที่สุด (Homogeneous) และหน่วยทดลองที่อยู่ต่างบล็อคกันจะมีความแตกต่างกันมากที่สุด กล่าวคือให้หน่วยทดลองภายในบล็อคเดียวกันมีความผันแปรน้อยกว่าความผันแปรระหว่างบล็อคก่อนที่จะให้ทรีทเมนต์กับหน่วยทดลอง

แผนการทดลองแบบสุ่มภายในบล็อค มีตัวแบบผลบวก และลักษณะของข้อมูลแสดงไว้ในตารางที่ 2.1 ดังนี้

ตัวแบบสำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มภายในบล็อค

$$X_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, t$$
$$j = 1, 2, \ldots, b$$

โดยที่ X_{ij} หมายถึง ค่าสังเกตจากหน่วยทดลองในบล็อคที่ j ที่ได้รับทรีทเมนต์ที่ i

μ หมายถึง ค่าเฉลี่ยของประชากร

τ_i หมายถึง อิทธิพลของทรีทเมนต์ที่ i

β_j หมายถึง อิทธิพลของบล็อคที่ j

ε_{ij} หมายถึง ค่าความคลาดเคลื่อนของการทดลองจากหน่วยทดลองที่ (i, j)

ตารางที่ 2.1 ข้อมูลจากแผนการทดลองแบบสุ่มภายในบล็อค เมื่อขนาดการทดลองเป็น (t, b)

บล็อค (j)	ทรีทเมนต์ (i)				รวม	ค่าเฉลี่ย
	1	2	3	t	(X_{ij})	$(\bar{X}_{\cdot j})$
1	X_{11}	X_{21}	X_{31} ...	X_{t1}	$X_{\cdot 1}$	$\bar{X}_{\cdot 1}$
2	X_{12}	X_{22}	X_{32} ...	X_{t2}	$X_{\cdot 2}$	$\bar{X}_{\cdot 2}$
3	X_{13}	X_{23}	X_{33} ...	X_{t3}	$X_{\cdot 3}$	$\bar{X}_{\cdot 3}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
4	X_{1b}	X_{2b}	X_{3b}	X_{tb}	$X_{\cdot b}$	$\bar{X}_{\cdot b}$
รวม $(X_{i.})$	$X_{1.}$	$X_{2.}$	$X_{3.}$	$X_{t.}$	$X_{..}$	
ค่าเฉลี่ย$(\bar{X}_{i.})$	$\bar{X}_{1.}$	$\bar{X}_{2.}$	$\bar{X}_{3.}$ ...	$\bar{X}_{t.}$		$\bar{X}_{..}$

การวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับแผนการทดลองแบบบุ่มภายในบล็อค เพื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของบล็อคและทรีทเมนต์ แสดงไว้ในตารางที่ 2.2 ดังนี้

ตารางที่ 2.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลจากตารางที่ 2.1

SOV	df	SS	MS	F
Blocks	(b - 1)	$[(\sum_j X_{.j}^2)/t] - [(\sum_i \sum_j X_{ij})^2/bt]$	SSB/df = MSB	MSB/MSE
Treatment	(t - 1)	$[(\sum_i X_{i.}^2)/b] - [(\sum_i \sum_j X_{ij})^2/bt]$	SST/df = MST	MST/MSE
Error	(b-1)(t-1)	$SS_{Total} - SS_B - SS_T = SSE$	SSE/df = MSE	
Total	bt - 1	$\sum_i \sum_j X_{ij}^2 - [(\sum\sum_{ij} X_{ij})^2/bt]$		

สมมติฐานหลักของการทดสอบ (Null Hypothesis) คือ

H_{01} : ไม่มีความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของบล็อค

H_{02} : ไม่มีความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์

ในการทดสอบ จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก เมื่อค่า F จากการคำนวณมีค่ามากกว่าค่า F จากตารางการแจกแจงแบบ F (F distribution) ที่องศาความเป็นอิสระ (Degree of freedom) เท่ากับ (b - 1), (b - 1)(t - 1) และ (t - 1), (b - 1)(t - 1) ตามลำดับ

เมื่อผลการทดสอบที่ได้ ปฏิเสธ H_{01} หมายความว่า มีความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของบล็อค และถ้าปฏิเสธ H_{02} หมายความว่า มีความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ นั่นคือ มีอย่างน้อยที่อิทธิพลของทรีทเมนต์หนึ่งแตกต่างจากอิทธิพลของทรีทเมนต์อื่น ในกรณีเช่นนี้ ถ้าเราต้องการที่จะทราบว่ามีทรีทเมนต์ใดที่แตกต่างกันบ้าง เราสามารถทำได้โดยการทดสอบการเปรียบเทียบเชิงพหุ ซึ่งมีวิธีการทดสอบได้หลายวิธี โดยจะแยกศึกษาเป็น 2 กรณี คือ

2.2 สถิติทดสอบแบบพาราเมตริก สำหรับการเปรียบเทียบเชิงพหุ

สถิติทดสอบแบบพาราเมตริก สำหรับการเปรียบเทียบเชิงพหุ ที่ศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ คือ วิธีของทูกี้ (Tukey's Test) วิธีของนิวแมน-คูลส์ (Newman-Keuls Test) และวิธีของเชฟเฟ่ (Scheffe´ Test) ซึ่งวิธีทดสอบทั้ง 3 วิธีนี้ มีข้อตกลงเบื้องต้นเช่นเดียวกับการทดสอบเอฟ นั่นคือข้อมูลชุดใดที่เหมาะสำหรับการทดสอบเอฟ ข้อมูลชุดนั้นจะเหมาะสำหรับวิธีทดสอบทั้ง 3 วิธีที่กล่าว

ข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบ (สรุปจาก Glass & Hopkins, 1984: PP. 350-2; Roscoe, 1975: PP.330-1; Steel & Torrie 1980: PP.167-170; Wynne, 1982: P.239)

1) ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ต้องมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเป็นโค้งปกติ

2) ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ต้องได้จากประชากรที่มีความแปรปรวนเท่ากัน

3) ข้อมูลที่นำมาวิเคตาะห์ต้องเป็นอิสระกัน

4) ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ต้องมีแบบหุ่นผลบวก (Additive model)

สำหรับรายละเอียดของวิธีการทดสอบแต่ละวิธีเป็นดังนี้

2.2.1 วิธีทดสอบแบบทูกี้

Tukey เป็นผู้เสนอการทดสอบนี้ขึ้นในปี 1953 โดยมีชื่อเต็ม ๆ ว่า "Tukey Honestly Significant Difference" และมีชื่อย่อว่า "HSD"

ขั้นตอนการวิเคราะห์เป็นดังนี้

1. เรียงค่าเฉลี่ยทั้งหมดจากมากไปน้อย ด้วยการทำตารางส่องทางแบบเมตริก และหาผลต่างของค่าเฉลี่ยแต่ละคู่ใส่ในตาราง ดังในตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 แสดงค่าผลต่างของค่าเฉลี่ยแต่ละคู่

	$\bar{X}_1$	$\bar{X}_2$	$\bar{X}_3$	$\bar{X}_t$
$\bar{X}_1$	-	$d(\bar{X}_1, \bar{X}_2)$	$d(\bar{X}_1, \bar{X}_3)$...	$d(\bar{X}_1, \bar{X}_t)$
$\bar{X}_2$	-	-	$d(\bar{X}_2, \bar{X}_3)$...	$d(\bar{X}_2, \bar{X}_t)$
$\bar{X}_3$	-	-	-	...$d(\bar{X}_3, \bar{X}_t)$
⋮				
$\bar{X}_{t-1}$	-	-	-	...$d(\bar{X}_{t-1}, \bar{X}_t)$

โดย $\bar{X}_t$ หมายถึง ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่ 1

$d(\bar{X}_i , \bar{X}_j)$ หมายถึง ผลต่างของค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่ i กับ j

เมื่อ $1 \leq i < t$, $i < j$

2. คำนวณ $\text{HSD} = q(\alpha, df)\sqrt{\frac{\text{MSE}}{b}}$

โดย q คือค่าจากตารางสถิติพิสัยแบบสติวเดนท์(Studentized range statistic) ตามระดับนัยสำคัญที่กำหนด เมื่อ df = N - b ซึ่ง N คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด,b คือจำนวนบล็อค

MSE คือค่าความคลาดเคลื่อนของความแปรปรวน

3. นำค่า HSD ไปเปรียบเทียบกับค่าผลต่างของค่าเฉลี่ยในตารางที่ 2.3 ถ้าค่าผลต่างใดเท่ากับหรือมากกว่าค่า HSD แสดงว่ากลุ่มตัวอย่างคู่นั้นแตกต่างกัน นั่นคือ ค่า HSD นี้ คือ ค่าวิกฤตของวิธีทดสอบนี้

2.2.2 วิธีทดสอบของเชฟเฟ่

Sheffe´ เป็นผู้เสนอการทดสอบนี้ขึ้นในปี 1953

สูตรที่ใช้สำหรับการเปรียบเทียบเชิงพหุวิธีนี้คือ (Roscoe; 1975: P.314)

$$S = \sqrt{\frac{2(k-1)F_{\alpha}(t-1, N-t)\ MSE}{b}}$$

โดย S คือค่าวิกฤตของการทดสอบแบบเชฟเฟ่

F คือค่าในตารางเอฟ (F - statistical) ในระดับนัยสำคัญที่กำหนด ที่ df = t - 1 และ N - t

นำค่า S ที่ได้เปรียบเทียบกับผลต่างของค่าเฉลี่ย ถ้าค่าผลต่างใดเท่ากับหรือมากกว่าค่า S แสดงว่ากลุ่มตัวอย่างคู่นี้แตกต่างกัน

2.2.3 วิธีทดสอบของนิวแมน-คูลส์

เป็นวิธีการทดสอบเปรียบเทียบเชิงพหุที่นิวแมน (Newman 1939) และคูลส์ (Keuls 1952) เป็นผู้เสนอ วิธีการทดสอบนี้มีพื้นฐานมาจากการทดสอบนัยสำคัญด้วยวิธีลำดับขั้น (Stairstep approach)

ขั้นตอนการวิเคราะห์เป็นดังนี้

1. เรียงอันดับของค่าเฉลี่ย แล้วระบุผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยเป็นคู่ เช่น ผลต่างที่อันดับค่าเฉลี่ยห่างกัน 2 อันดับ 3 อันดับ และ r อันดับ โดย r เป็นช่วงห่างของค่าเฉลี่ยคู่สูงสุด

2. คำนวณ $NK_r = q(\alpha, r, df)\sqrt{\frac{MSE}{b}}$

โดย q คือค่าจากตารางสถิติพิสัยแบบสติวเดนท์ ตามระดับนัยสำคัญที่กำหนด

r คือสับสคริบ (Subscript) แทนจำนวนขั้น (Step) ที่อันดับของค่าเฉลี่ยห่างกัน

3. นำค่า NK_r ไม่เปรียบเทียบกับค่าผลต่างของค่าเฉลี่ยตามช่วงห่างของ r ถ้าค่าผลต่างของค่าเฉลี่ยคู่ใดที่ห่างกัน r อันดับ มากกว่า NK_r แสดงว่ากลุ่มตัวอย่างคู่นั้นแตกต่างกัน

2.3 สถิติทดสอบแบบนอนพาราเมตริก สำหรับการเปรียบเทียบเชิงพหุ

สถิติทดสอบแบบนอนพาราเมตริก สำหรับการเปรียบเทียบเชิงพหุ ที่ศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ คือ วิธีของฟรีดแมน (Friedman's Test) และวิธีของด็อกซั่ม (Doksum's Test) ซึ่งมีข้อตกลงเบื้องต้นดังนี้

<u>ข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบ</u>

1) ข้อมูลมีแบบหุ่นผลบวก

2) ประชากรที่สนใจศึกษามีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง

3) สเกลที่ใช้วัดข้อมูลอย่างน้อยเป็นสเกลแบบจัดเรียงอันดับ

4) ประชากรที่สนใจศึกษามีรูปแบบการแจกแจงแบบเดียวกัน

สำหรับรายละเอียดของแต่ละวิธีเป็นดังนี้

2.3.1 วิธีทดสอบของฟรีดแมน

ขั้นตอนการทดสอบเป็นดังนี้

1) จัดอันดับ (Rank) ให้กับข้อมูลที่อยู่ภายในบล็อคเดียวกัน

ให้ r_{ij} แทนอันดับของข้อมูลในบล็อคที่ j ที่ได้รับทรีทเมนต์ที่ i

2) คำนวณค่าเฉลี่ยของอันดับของทรีทเมนต์ที่ i

ใช้ $R_{i\cdot}$ แทน ค่าเฉลี่ยของอันดับของทรีทเมนต์ที่ i

$$R_{i\cdot} = \sum_{j=1}^{b} \frac{r_{ij}}{b} = \frac{R_i}{b}$$

3) คำนวณค่าผลต่างของค่าเฉลี่ยของอันดับของทรีทเมนต์ที่ u และ v (โดยไม่พิจารณาเครื่องหมาย) นั่นคือค่า $|R_u - R_v|$ แล้วนำค่านี้ไปเปรียบเทียบกับ $r(\alpha,k,b)$

โดย $r(\alpha,k,b)$ เป็นค่าที่สอดคล้องกับสมการ

$$P_o\{|R_u - R_v| < r(\alpha,k,b),\ u = 1,\ldots,k-1,\ v = u+1,\ldots,k\} = 1-\alpha$$

ซึ่งจะได้ค่า $r(\alpha,k,b)$ ดังตาราง A.1

ถ้า $|R_u - R_v| \geq r(\alpha,k,b)$ แสดงว่า ค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ที่ u และ v แตกต่างกัน

ในกรณีที่ตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (For large b)

จะกล่าวว่าค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ u และ v ต่างกัน ถ้า $\frac{1}{2}$

$$|R_u - R_v| > q(\alpha,k,\infty)\left[\frac{bk(k+1)}{12}\right]^{\frac{1}{2}}$$

เมื่อ $q(\alpha,k,\infty)$ เป็นค่าในตาราง A.2

2.3.2 <u>วิธีทดสอบของต็อกซั่ม</u>

เป็นวิธีการทดสอบที่อาศัยแนวคิดพื้นฐานจากการทดสอบวิลค็อกซัน (Wilcoxon Sing Rank Test)

มีวิธีการทดสอบดังนี้คือ

1) ในแต่ละค่าของทรีทเมนต์ที่นำมาเปรียบเทียบกัน (ซึ่งจะมีทั้งหมด $\frac{k(k-1)}{2}$ คู่ เช่น ทรีทเมนท์ที่ u, v

หาค่า $Y^i_{uv} = |D^i_{uv}| = |X_{iu} - X_{iv}|$, $i = 1, \ldots t$

โดย X_{iu} คือค่าของข้อมูลในบล็อคที่ i ที่ได้รับทรีทเมนท์ที่ u

D^i_{uv} คือค่าความแตกต่างของข้อมูลที่ได้รับทรีทเมนท์ที่ u กับ v ที่อยู่ในบล็อคที่ i

2) เรียงอันดับค่าของ Y^i_{uv} โดยให้ R^i_{uv} เป็นค่าอันดับที่ของ R^i_{uv}

3) คำนวณค่า $T_{uv} = \sum_{i=1}^{b} R_{uv}^{i} \Psi_{uv}^{i}$

โดย $\Psi_{uv}^{i} = \begin{cases} 1 & \text{ถ้า } X_{iu} < X_{iv} \\ 0 & \text{ที่อื่น ๆ} \end{cases}$

4) คำนวณค่า $T'_{uv} = \max\{ T_{uv} , \frac{b(b+1)}{1} - T_{uv}\} , u < v$

5) เปรียบเทียบ T'_{uv} กับค่า $t(\alpha,k,b)$

โดย $t(\alpha,k,b)$ เป็นค่าที่สอดคล้องกับสมการ

$$P_0 \{T'_{uv} < t(\alpha,k,b) , u = 1,..,k-1; v = u+1,...,k\} \simeq 1 - \alpha$$

และ $t(\alpha,k,b) = \frac{b(b+1)}{4} + q(\alpha,k,\infty)\left[\frac{b(b+1)(2b+1)}{48}\right]^{\frac{1}{2}}$

ซึ่งค่า $q(\alpha,k,\infty)$ เป็นค่าในตาราง A.2

ถ้า $T'_{uv} \geq t(\alpha,k,b)$ เราจะกล่าวว่า ค่าเฉลี่ยของทรีทเมนต์ u, v แตกต่างกัน

2.4 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษา เรื่องการเปรียบเทียบเชิงพหุมีผู้ศึกษาไว้ไม่มากนัก ดังนั้นผลงานที่เกี่ยวข้องจึงมีอยู่น้อย โดยเฉพาะสถิติทดสอบแบบนอนพาราเมตริก สำหรับการเปรียบเทียบเชิงพหุนั้นยังไม่มีผู้ศึกษาเลยทั้งในเรื่องของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และกำลังการทดสอบ แต่สถิติทดสอบแบบพาราเมตริก สำหรับการเปรียบเทียบเชิงพหุนั้น ได้มีผู้ศึกษาเกี่ยวกับความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ซึ่งจะนำเสนอพร้อมทั้งข้อสรุปต่าง ๆ ดังนี้คือ

Lewis F. Petrinovich และ Cutis D. Hardyck ได้ศึกษาถึงอัตราความคลาดเคลื่อน สำหรับวิธีการเปรียบเทียบเชิงพหุ โดยกล่าวว่าในการเปรียบเทียบเชิงพหุที่กลุ่มตัวอย่างทุกคู่นำมาเปรียบเทียบกัน หลังจากการวิเคราะห์ความแปรปรวนนั้น วิธีการ T - test และ Duncan's new multiple range test ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 มากเกินกว่าจะยอมรับได้ และวิธีของ Scheffe´ และ Tukey ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 น้อยกว่าและไวต่อการฝ่าฝืนข้อกำหนดน้อยที่สุด โดยศึกษาในรูปของอัตราความคลาดเคลื่อน 3 แบบ คืออัตราความคลาดเคลื่อนต่อการเปรียบเทียบ (Error rate per comparison) อัตราความคลาดเคลื่อนต่อการทดลอง (Error rate per experiment) และอัตราความคลาดเคลื่อนต่อชุดการทดลอง (Eerror rate per experimentwise) สาเหตุที่ศึกษาในรูปอัตราความคลาดเคลื่อนนี้ เนื่องจากในการทดลองที่ประกอบด้วย 2 ประชากรที่จะเปรียบเทียบ ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 พิจารณาได้จากระดับความมีนัยสำคัญที่ใช้ ซึ่งการแปลความหมายของระดับนัยสำคัญจะไม่คลุมเครือ แต่สำหรับการทดลองที่มีมากกว่า 2 ประชากรมาเปรียบเทียบกัน จะเริ่มสับสน ในกรณีเช่นนี้ Tukey (1953) ได้เสนอวิธีทั้ง 3 ขึ้นมา โดยที่

อัตราความคลาดเคลื่อนต่อการเปรียบเทียบ

$$= \frac{\text{จำนวนการเปรียบเทียบที่มีนัยสำคัญ}}{\text{จำนวนการเปรียบเทียบทั้งหมด}}$$

อัตราความคลาดเคลื่อนต่อการทดลอง

$$= \frac{\text{จำนวนการเปรียบเทียบที่มีนัยสำคัญ}}{\text{จำนวนการทดลองทั้งหมด}}$$

อัตราความคลาดเคลื่อนต่อชุดการทดลอง

$$= \frac{\text{จำนวนการทดลองที่มีอย่างน้อย 1 การเปรียบเทียบที่มีนัยสำคัญ}}{\text{จำนวนการทดลองทั้งหมด}}$$

ซึ่งจะใช้แบบใดขึ้นอยู่กับผู้ทดลอง แต่จากการศึกษาของบุคคลทั้ง 2 นี้ ผลสรุปพบว่าอัตราความคลาดเคลื่อนต่อชุดการทดลองเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุด ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้การคำนวณหาความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จะอยู่ในรูปของอัตราความคลาดเคลื่อนต่อชุดการทดลอง