หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

แบบจำลองการสั่นสะเทือนของรถยนต์ 7 ระดับขั้นเสรี

3.1 ข้อสมมติของแบบจำลอง

แบบจำลองการสั่นสะเทือนของรถยนต์ 7 ระดับขั้นเสรี เป็นแบบจำลองวัตถุแข็งเกร็งที่มีข้อสมมติสำคัญดังนี้

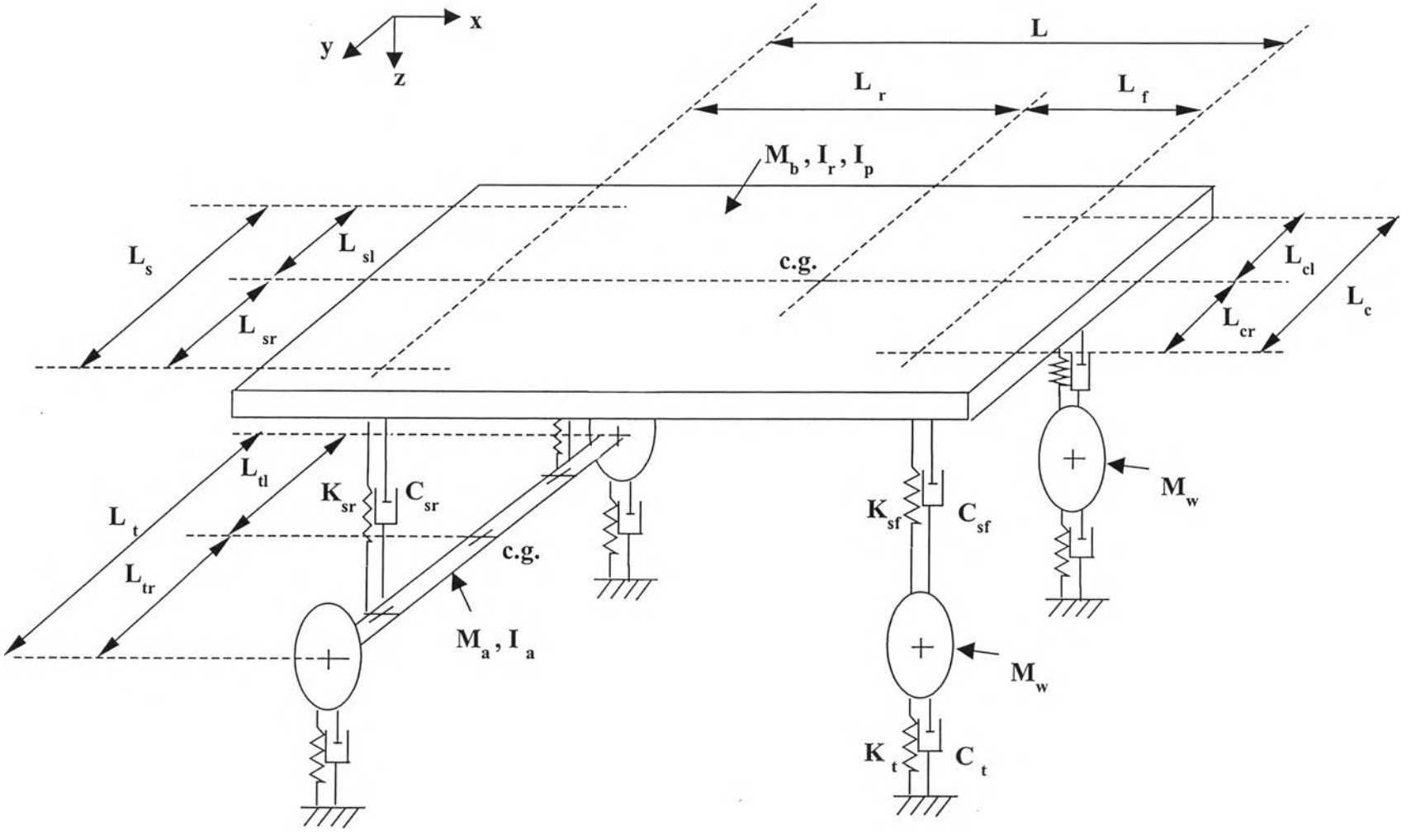
1) ส่วนทั้งหมดของรถยนต์ที่ถูกรองรับด้วยระบบแขวน เช่น ตัวถังรถ , เครื่องยนต์ รวมถึงที่นั่งผู้โดยสาร ถูกรวมเป็นวัตถุแข็งเกร็งเดียวกัน เรียกว่า มวลถูกแขวน (sprung mass)
2) ส่วนที่ไม่ได้ถูกรองรับด้วยระบบแขวน แต่ถูกรองรับด้วยยางรถยนต์ ถูกเรียกว่า มวลไม่ถูกแขวน (unsprung mass) ประกอบด้วย
   - ล้อหน้า 2 ล้อ เคลื่อนที่อิสระต่อกัน ซึ่งเป็นคุณสมบัติสำหรับรถยนต์ที่มีระบบแขวนด้านหน้าแบบอิสระ (independent front suspension)
   - เฟืองท้าย, เพลาล้อหลัง และล้อหลังทั้ง 2 ข้าง ถูกรวมเป็นวัตถุแข็งเกร็งเดียวกัน (ชุดเพลาล้อหลัง) ซึ่งเป็นคุณสมบัติสำหรับรถยนต์ที่มีระบบแขวนด้านหลังแบบคานแข็ง (solid rear axle suspension)
3) ส่วนประกอบที่เชื่อมต่อระหว่างมวลถูกแขวนกับมวลไม่ถูกแขวน เช่นสปริงแหนบ, โช้คอัปซอร์บเบอร์, สปริงขด, แขนควบคุม และอื่นๆ สามารถถูกแทนด้วยสปริงที่มีความยืดหยุ่นแบบเชิงเส้น (linear elastic spring) และตัวหน่วงแบบวิสคัส (viscous damping) ซึ่งถูกเรียกว่าสปริงสมมูล (equivalent spring) และตัวหน่วงสมมูล (equivalent damping) ตามลำดับ
4) ยางล้อรถ ถูกแทนด้วยสปริงที่มีความยืดหยุ่นเชิงเส้น และตัวหน่วงแบบวิสคัส
5) คำนึงการสั่นของรถยนต์ทั้งหมด 7 โหมดการสั่นดังนี้
   - โหมดการเต้นขึ้นลงของมวลถูกแขวน (body bounce)
   - โหมดการกระดอนของมวลถูกแขวน (body pitch)
   - โหมดการโคลงตัวของมวลถูกแขวน (body roll)
   - โหมดการกระโดดของล้อหน้าทั้ง 2 ล้อ (front wheel hop)
   - โหมดการกระดอนของล้อหน้าทั้ง 2 ล้อ (front wheel tramp)
   - โหมดการกระโดดของชุดเพลาล้อหลัง (rear wheel hop)
   - โหมดการกระดอนของชุดเพลาล้อหลัง (rear wheel tramp)

หมายเหตุ

รถที่ใช้ในการทดสอบเป็นรถบรรทุกขนาดเล็ก มีระบบแขวนด้านหน้าประกอบด้วยชุดปีกนก, สปริงขดและโช้คอัปซอร์บเบอร์ ระบบแขวนด้านหลังประกอบด้วยสปริงแหนบกับโช้คอัปซอร์บเบอร์ (รูปส่วนประกอบระบบแขวนแสดงในภาคผนวก ก) โดยสปริงสมมูลและตัวหน่วงสมมูลของระบบแขวนด้านหน้า ถูกสมมติให้รองรับอยู่ ณ ตำแหน่งกึ่งกลางของสปริงขด, สปริงสมมูลและตัวหน่วงสมมูลของระบบแขวนด้านหลัง ถูกสมมติให้รองรับอยู่ ณ ตำแหน่งกึ่งกลางสปริงแหนบ

3.2 <u>แบบจำลองกายภาพ</u>

จากข้อสมมติต่างๆ ในหัวข้อ 3.1 สามารถสร้างแบบจำลองการสั่นได้ดังรูป 3.1



รูปที่ 3.1 แบบจำลองวัตถุแข็งเกร็งของระบบแขวนรถยนต์ แสดงค่าพารามิเตอร์ต่างๆ

สำหรับคำอธิบายพารามิเตอร์ต่างๆ เป็นดังนี้

<u>คุณสมบัติเชิงมวล</u>

- M_b มวลของมวลถูกแขวน (kg)
- M_a มวลของชุดเพลาล้อหลัง (kg)
- M_w มวลของล้อหน้า โดยสมมติว่าล้อหน้าทั้ง 2 ข้าง มีมวลเท่ากัน (kg)

<u>คุณสมบัติความเฉื่อยเชิงมวล</u>

- I_p ความเฉื่อยเชิงมวลรอบแกน y ณ จุด c.g. ของมวลถูกแขวน (kg-m^2)
- I_r ความเฉื่อยเชิงมวลรอบแกน x ณ จุด c.g. ของมวลถูกแขวน (kg-m^2)
- I_a ความเฉื่อยเชิงมวลรอบแกน y ณ จุด c.g. ของชุดเพลาล้อหลัง (kg-m^2)

<u>คุณสมบัติเชิงมิติ</u>

- L ระยะห่างตามแกน X ระหว่างจุด c.g. ของล้อหน้ากับล้อหลัง (m)
- L_f ระยะห่างตามแกน X จากจุด c.g. ของล้อหน้า ถึงจุด c.g. ของมวลถูกแขวน (m)
- L_r ระยะห่างตามแกน X จากจุด c.g. ของล้อหลัง ถึงจุด c.g. ของมวลถูกแขวน (m)
- L_t ระยะห่างตามแกน Y ระหว่างจุด c.g. ของล้อหลังซ้ายกับล้อหลังขวา (m)
- L_{tl} ระยะห่างตามแกน Y จากจุด c.g. ของล้อหลังซ้าย ถึงจุด c.g. ของชุดเพลาล้อหลัง (m)
- L_{tr} ระยะตามแกน Y จากจุด c.g. ของล้อหลังขวา ถึงจุด c.g. ของชุดเพลาล้อหลัง (m)
- L_c ระยะห่างตามแกน Y ระหว่างจุดรองรับ ด้านหน้าทางซ้ายกับทางขวา (m)
- L_{cl} ระยะห่างตามแกน Y จากจุดรองรับด้านหน้าทางซ้าย ถึงจุด c.g. ของมวลถูกแขวน (m)
- L_{cr} ระยะตามแกน Y จากจุดรองรับด้านหน้าทางขวา ถึงจุด c.g. ของมวลถูกแขวน (m)
- L_s ระยะห่างตามแกน Y ระหว่างจุดรองรับด้านหลังทางซ้ายกับทางขวา (m)
- L_{sl} ระยะตามแกน Y จากจุดรองรับด้านหลังทางซ้าย ถึงจุด c.g. ของมวลถูกแขวน (m)
- L_{sr} ระยะตามแกน Y จากจุดรองรับด้านหลังทางขวา ถึงจุด c.g. ของมวลถูกแขวน (m)

ค่าความแข็งสปริงสมมูล

- K_{sf} ค่าความแข็งสปริงของระบบแขวนด้านหน้า 1 ข้าง โดยสมมติว่า ค่าความแข็งสปริงของระบบแขวนด้านหน้าทั้ง 2 ข้าง มีค่าเท่ากัน (N/m)
- K_{sr} ค่าความแข็งสปริงของระบบแขวนด้านหลัง 1 ข้าง โดยสมมติว่า ค่าความแข็งสปริงของระบบแขวนด้านหลังทั้ง 2 ข้าง มีค่าเท่ากัน (N/m)
- K_t ค่าความแข็งสปริงของยางล้อ โดยสมมติว่าค่าความแข็งสปริงของยางล้อทุกล้อมีค่าเท่ากัน (N/m)

ค่าความหน่วงสมมูล

- C_{sf} ค่าความหน่วงของระบบแขวนด้านหน้า 1 ข้าง สมมติว่าค่าความหน่วงของระบบแขวนด้านหน้าทั้ง 2 ข้าง มีค่าเท่ากัน (N-s/m)
- C_{sr} ค่าความหน่วงของระบบแขวนด้านหลัง 1 ข้าง สมมติว่าค่าความหน่วงของระบบแขวนด้านหลังทั้ง 2 ข้าง เท่ากัน (N-s/m)
- C_t ค่าความหน่วงของยางล้อ สมมติว่าความหน่วงยางล้อทุกล้อ เท่ากัน (N-s/m)

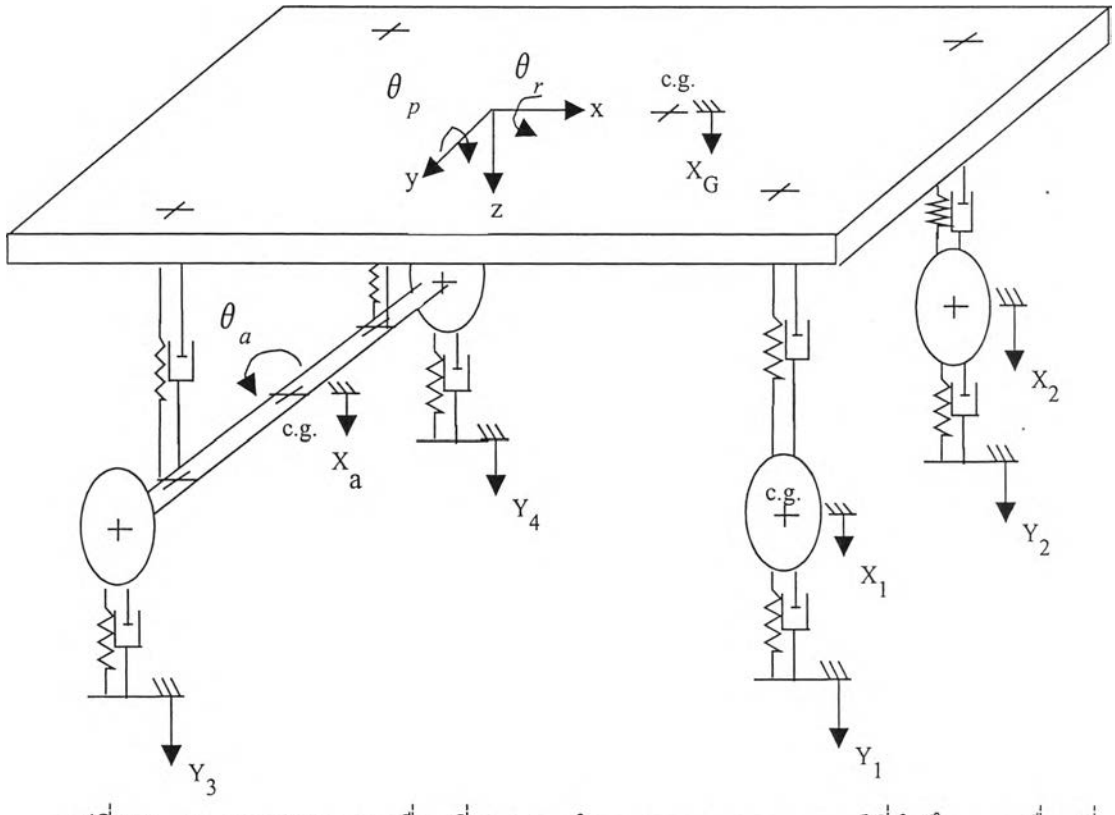
ข้อสมมติ

1) เพื่อความง่ายของปัญหา จะสมมติว่าระบบมีความสมมาตรรอบแกน X นั่นคือจุด c.g. ของมวลถูกแขวน และจุด c.g. ของชุดเพลาล้อหลัง อยู่ตรงกึ่งกลาง (เมื่อมองในระนาบ YZ) เป็น

ผลให้ $L_{sl} = L_{sr} = \frac{L_s}{2}$, $L_{cl} = L_{cr} = \frac{L_c}{2}$ และ $L_{tl} = L_{tr} = \frac{L_t}{2}$

2) ค่าความหน่วงของยางล้อมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับค่าความหน่วงของระบบแขวน ดังนั้นจึงสมมติให้ $C_t = 0$ ซึ่งงานวิจัยการสั่นตามเอกสารอ้างอิงหมายเลข [8] มีการสมมติในลักษณะนี้

กำหนดโคออร์ดิเนต โดยสนใจอินพุทคือการเคลื่อนที่ของพื้นถนน เอาท์พุทคือการเคลื่อนที่ของรถ ที่คำนึง 7 ระดับขั้นเสรี ดังรูปที่ 3.2

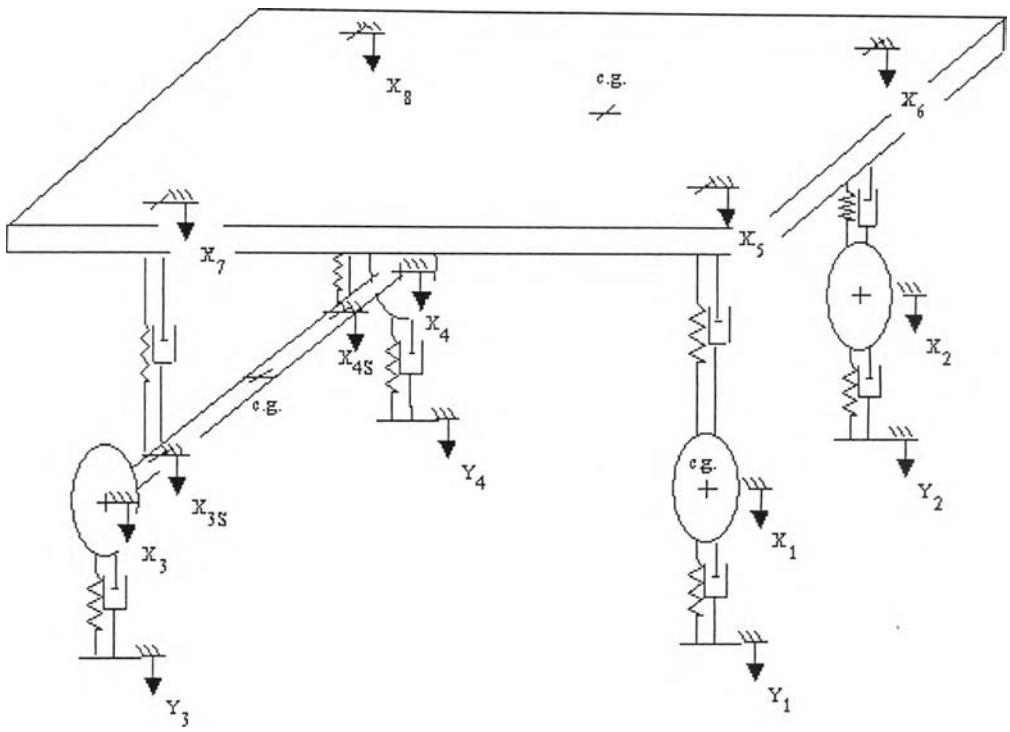


รูปที่ 3.2 การพรรณนาการเคลื่อนที่ของแบบจำลองระบบแขวนรถยนต์ ที่คำนึงการเคลื่อนที่ 7 ระดับขั้นเสรี ด้วยโคออร์ดิเนตหลัก 7 ตัว

คำอธิบายสัญลักษณ์ต่างๆเป็นดังนี้

- Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 การเคลื่อนที่ของพื้นถนน ที่กระทำกับล้อหน้าขวา, ล้อหน้าซ้าย,ล้อหลังขวา และล้อหลังซ้ายตามลำดับ
- X_1 , X_2 การเคลื่อนที่ขึ้นลงของล้อหน้าขวา, ล้อหน้าซ้าย ตามลำดับ
- X_a , θ_a การเคลื่อนที่ขึ้นลงที่จุด c.g. และการหมุนรอบแกน X ของชุดเพลาล้อหลังตามลำดับ
- X_G , θ_p,θ_r การเคลื่อนที่ขึ้นลงที่จุด c.g. , การหมุนรอบแกน Y และการหมุนรอบแกน X ของมวลถูกแขวน ตามลำดับ

เพื่อความสะดวกในการพิสูจน์สมการ จึงตั้งโคออร์ดิเนตช่วยตามรูปที่ 3.3

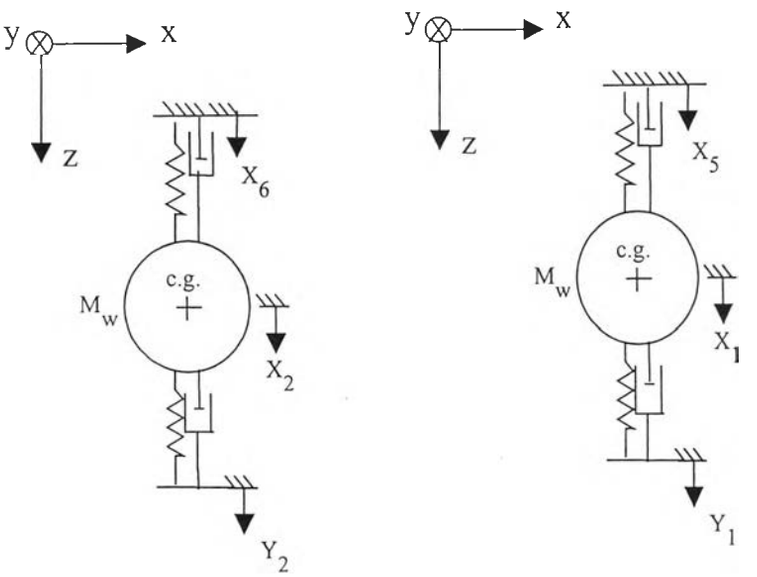


รูปที่ 3.3 การพรรณนาการเคลื่อนที่ของแบบจำลองระบบแขวนรถยนต์ ที่คำนึงการเคลื่อนที่ 7 ระดับขั้นเสรี ด้วยโคออร์ดิเนตช่วยในการพิสูจน์สมการการเคลื่อนที่

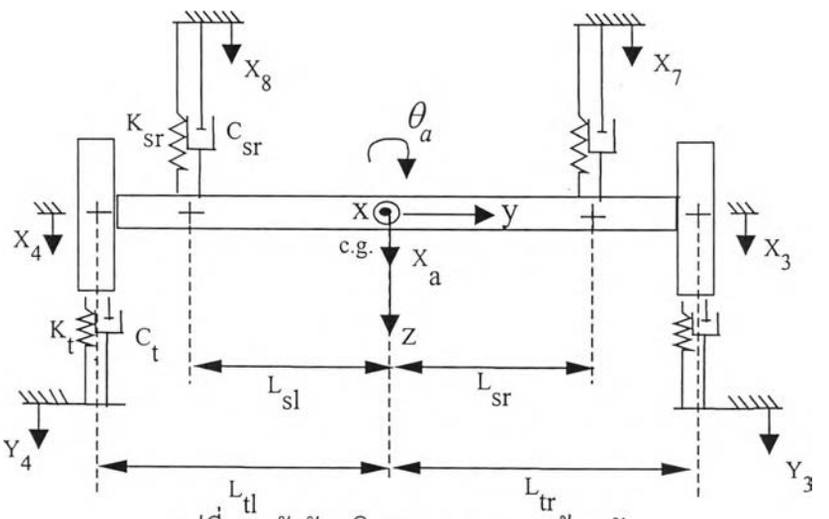
คำอธิบายสัญลักษณ์ต่างๆเป็นดังนี้

- X_3 , X_4 การเคลื่อนที่ขึ้นลงที่จุด c.g. ของล้อหลังขวา และซ้าย ตามลำดับ
- X_{3S} , X_{4S} การเคลื่อนที่ขึ้นลงของชุดเพลาล้อหลัง ณ จุดรองรับของระบบแขวนด้านหลัง ทางขวา และซ้าย ตามลำดับ
- X_5 , X_6 การเคลื่อนที่ขึ้นลงของมวลถูกแขวน ณ จุดรองรับของระบบแขวนด้านหน้า ทางขวา และซ้าย ตามลำดับ
- X_7 , X_8 การเคลื่อนที่ขึ้นลงของมวลถูกแขวน ณ จุดรองรับของระบบแขวนด้านหลัง ทางขวา และซ้าย ตามลำดับ

แยกเขียนผังวัตถุอิสระของแต่ละวัตถุแข็งเกร็ง ตามรูปที่ 3.4 – 3.6 และสร้างสมการการเคลื่อนที่เพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

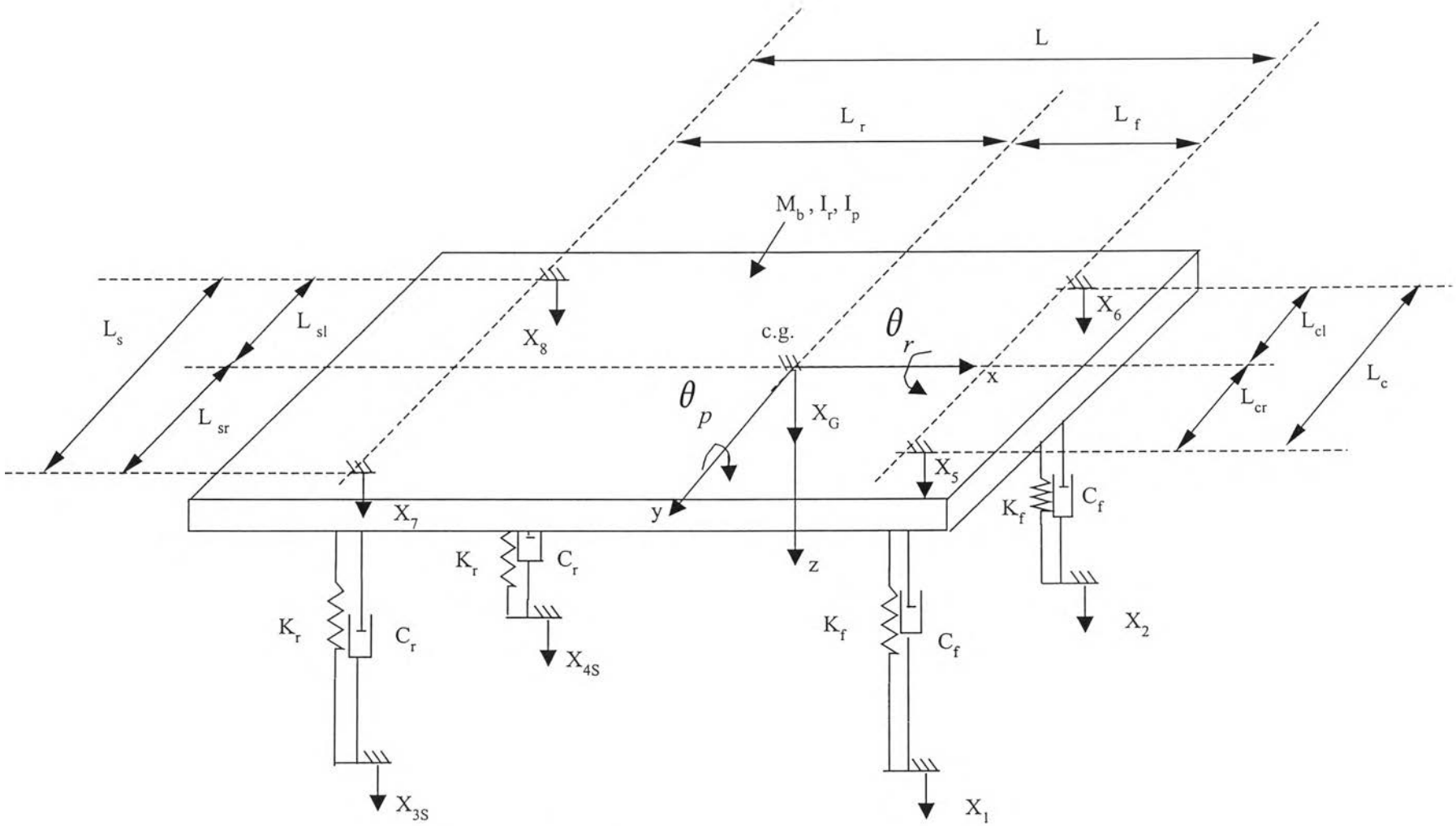


รูปที่ 3.4 ผังวัตถุอิสระของล้อหน้าซ้ายและขวาตามลำดับ



รูปที่ 3.5 ผังวัตถุอิสระของชุดเพลาล้อหลัง

I20A40868



รูปที่ 3.6 ผังวัตถุอิสระของมวลถูกแขวน

ล้อหน้าขวา สมมติ $X_1 > Y_1$, $X_5 > X_1$

$[\ \Sigma F_Z = M_w \ddot{X}_1\ ,\downarrow +\ ]$

$$M_w \ddot{X}_1 = -C_t(\dot{X}_1 - \dot{Y}_1) + C_{sf}(\dot{X}_5 - \dot{X}_1) - K_t(X_1 - Y_1) + K_{sf}(X_5 - X_1) \qquad (3.1)$$

ล้อหน้าซ้าย สมมติ $X_2 > Y_2$, $X_6 > X_2$

$[\ \Sigma F_Z = M_w \ddot{X}_2\ ,\downarrow +\ ]$

$$M_w \ddot{X}_2 = -C_t(\dot{X}_2 - \dot{Y}_2) + C_{sf}(\dot{X}_6 - \dot{X}_2) - K_t(X_2 - Y_2) + K_{sf}(X_6 - X_2) \qquad (3.2)$$

ชุดเพลาล้อหลัง สมมติ $X_7 > X_{3S}$, $X_8 > X_{4S}$, $X_3 > Y_3$, $X_4 > Y_4$

$[\ \Sigma F_z = M_a \ddot{X}_a\ ,\downarrow +\ ]$

$$\begin{aligned} M_a \ddot{X}_a = &-C_t(\dot{X}_3 - \dot{Y}_3) - C_t(\dot{X}_4 - \dot{Y}_4) + C_{sr}(\dot{X}_7 - \dot{X}_{3S}) + C_{sr}(\dot{X}_8 - \dot{X}_{4S}) \\ &- K_t(X_3 - Y_3) - K_t(X_4 - Y_4) + K_{sr}(X_7 - X_{3S}) + K_{sr}(X_8 - X_{4S}) \end{aligned} \qquad (3.3)$$

$[\ \Sigma M_{\text{แกน x}} = I_a \ddot{\theta}_a\ ,$ ทิศตามเข็ม $+\ ]$

$$\begin{aligned} I_a \ddot{\theta}_a = &-C_t L_{tr}(\dot{X}_3 - \dot{Y}_3) + C_t L_{tl}(\dot{X}_4 - \dot{Y}_4) - C_{sr} L_{sr}(\dot{X}_7 - \dot{X}_{3S}) \\ &+ C_{sr} L_{sl}(\dot{X}_8 - \dot{X}_{4S}) - K_t L_{tr}(X_3 - Y_3) + K_t L_{tl}(X_4 - Y_4) \\ &- K_{sr} L_{sr}(X_7 - X_{3S}) + K_{sr} L_{sl}(X_8 - X_{4S}) \end{aligned} \qquad (3.4)$$

มวลถูกแขวน สมมติ $X_5 > X_1$, $X_6 > X_2$, $X_7 > X_{3S}$, $X_8 > X_{4S}$

$[\ \Sigma F_z = M_b \ddot{X}_G\ ,\downarrow +\ ]$

$$\begin{aligned} M_b \ddot{X}_G = &-C_{sf}(\dot{X}_5 - \dot{X}_1) - C_{sf}(\dot{X}_6 - \dot{X}_2) - C_{sr}(\dot{X}_7 - \dot{X}_{3S}) \\ &- C_{sr}(\dot{X}_8 - \dot{X}_{4S}) - K_{sf}(X_5 - X_1) - K_{sf}(X_6 - X_2) \\ &- K_{sr}(X_7 - X_{3S}) - K_{sr}(X_8 - X_{4S}) \end{aligned} \qquad (3.5)$$

$$[\ \Sigma M_{\text{รอบแกน y}} = I_p \ddot{\theta}_p \ ,\ \text{ทิศตามเข็ม} + \ ]$$

$$\begin{aligned} I_p \ddot{\theta}_p = &- C_{sf} L_f (X_5 - X_1) - C_{sf} L_f (X_6 - X_2) + C_{sr} L_r (X_7 - X_{3S}) \\ &+ C_{sr} L_r (X_8 - X_{4S}) - K_{sf} L_f (\dot{X}_5 - \dot{X}_1) - K_{sf} L_f (\dot{X}_6 - \dot{X}_2) \\ &+ K_{sr} L_r (\dot{X}_7 - \dot{X}_{3S}) + K_{sr} L_r (\dot{X}_8 - \dot{X}_{4S}) \end{aligned} \qquad (3.6)$$

$$[\ \Sigma M_{\text{รอบแกน x}} = I_r \ddot{\theta}_r \ ,\ \text{ทิศทวนเข็ม} + \ ]$$

$$\begin{aligned} I_r \ddot{\theta}_r = &- C_{sf} L_{cr} (X_5 - X_1) + C_{sf} L_{cl} (X_6 - X_2) - C_{sr} L_{sr} (X_7 - X_{3S}) \\ &+ C_{sr} L_{sl} (X_8 - X_{4S}) - K_{sf} L_{cr} (\dot{X}_5 - \dot{X}_1) + K_{sf} L_{cl} (\dot{X}_6 - \dot{X}_2) \\ &- K_{sr} L_{sr} (\dot{X}_7 - \dot{X}_{3S}) + K_{sr} L_{sl} (\dot{X}_8 - \dot{X}_{4S}) \end{aligned} \qquad (3.7)$$

ความสัมพันธ์ระหว่างโคออร์ดิเนตช่วย และ โคออร์ดิเนตหลัก เป็นดังนี้

$$\left.\begin{aligned} X_3 &= X_a + L_t \theta_a \\ X_4 &= X_a - L_t \theta_a \\ X_{3S} &= X_a + L_{sr} \theta_a \\ X_{4S} &= X_a - L_{sl} \theta_a \\ X_5 &= X_G + L_f \theta_p + L_{cr} \theta_r \\ X_6 &= X_G + L_f \theta_p - L_{cl} \theta_r \\ X_7 &= X_G - L_r \theta_p + L_{sr} \theta_r \\ X_8 &= X_G - L_r \theta_p - L_{sl} \theta_r \end{aligned}\right\} \qquad (3.8)$$

สมมติให้ระบบมีความสมมาตรรอบแกน X

$$\left.\begin{aligned} L_{cl} &= L_{cr} = \frac{L_c}{2} \\ L_{sl} &= L_{sr} = \frac{L_s}{2} \\ L_{tl} &= L_{tr} = \frac{L_t}{2} \end{aligned}\right\} \qquad (3.9)$$

สมมติให้ค่าความหน่วงของยางล้อ น้อยมากเมื่อเทียบกับความหน่วงระบบแขวน

$$C_t = 0 \tag{3.10}$$

จากสมการที่ (3.1) – (3.10) เขียนเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$[M]\{\ddot{X}\}+[C]\{\dot{X}\}+[K]\{X\} = \{F\} \tag{3.11}$$

โดย $\{X\} = [\, X_1, X_2, X_a, \theta_a, X_G, \theta_p, \theta_r \,]^T$

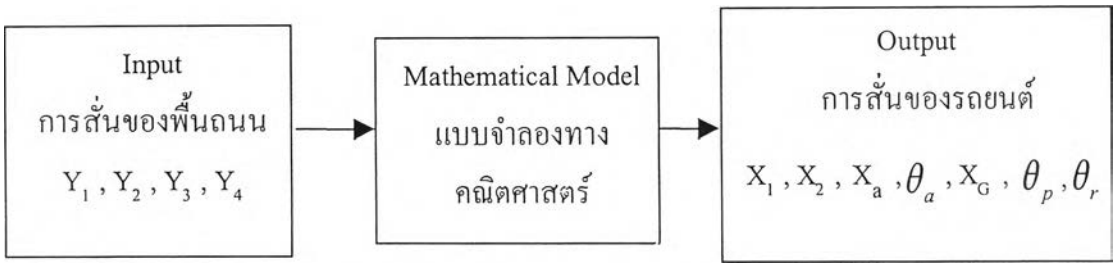
$$\{F\} = [B_l]\{Y\} = \begin{bmatrix} K_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_t & K_t \\ 0 & 0 & \frac{K_t L_t}{2} & -\frac{K_t L_t}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \end{Bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} M_w & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_w & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_r \end{bmatrix}$$

$$
[K] = \begin{bmatrix}
K_{sf} + K_t & 0 & 0 & 0 & -K_{sf} & -K_{sf}L_f & -\frac{K_{sf}L_c}{2} \\
0 & K_{sf} + K_t & 0 & 0 & -K_{sf} & -K_{sf}L_f & \frac{K_{sf}L_c}{2} \\
0 & 0 & 2(K_{sr} + K_t) & 0 & -2K_{sr} & 2K_{sr}L_r & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{K_{sr}L_s^2 + K_tL_t^2}{2} & 0 & 0 & -\frac{K_{sr}L_s^2}{2} \\
-K_{sf} & -K_{sf} & -2K_{sr} & 0 & 2(K_{sf} + K_{sr}) & 2(K_{sf}L_f - K_{sr}L_r) & 0 \\
-K_{sf}L_f & -K_{sf}L_f & 2K_{sr}L_r & 0 & 2(K_{sf}L_f - K_{sr}L_r) & 2(K_{sf}L_f^2 + K_{sr}L_r^2) & 0 \\
-\frac{K_{sf}L_c}{2} & \frac{K_{sf}L_c}{2} & 0 & -\frac{K_{sr}L_s^2}{2} & 0 & 0 & \frac{(K_{sf}L_c^2 + K_{sr}L_s^2)}{2}
\end{bmatrix}
$$

$$
[C] = \begin{bmatrix}
C_{sf} & 0 & 0 & 0 & -C_{sf} & -C_{sf}L_f & -\frac{C_{sf}L_c}{2} \\
0 & C_{sf} & 0 & 0 & -C_{sf} & -C_{sf}L_f & \frac{C_{sf}L_c}{2} \\
0 & 0 & 2C_{sr} & 0 & -2C_{sr} & 2C_{sr}L_r & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{C_{sr}L_s^2}{2} & 0 & 0 & -\frac{C_{sr}L_s^2}{2} \\
-C_{sf} & -C_{sf} & -2C_{sr} & 0 & 2(C_{sf} + C_{sr}) & 2(C_{sf}L_f - C_{sr}L_r) & 0 \\
-C_{sf}L_f & -C_{sf}L_f & 2C_{sr}L_r & 0 & 2(C_{sf}L_f - C_{sr}L_r) & 2(C_{sf}L_f^2 + C_{sr}L_r^2) & 0 \\
-\frac{C_{sf}L_c}{2} & \frac{C_{sf}L_c}{2} & 0 & -\frac{C_{sr}L_s^2}{2} & 0 & 0 & \frac{(C_{sf}L_c^2 + C_{sr}L_s^2)}{2}
\end{bmatrix}
$$

สมการ (3.11) เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ในรูปของแบบจำลองทางกายภาพที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง อินพุท คือการเคลื่อนที่ของพื้นถนน Y_1 , Y_2 , Y_3 , Y_4 กับ เอาท์พุท คือ การสั่นตามตำแหน่งต่างๆของรถยนต์ X_1 , X_2 , X_a , θ_a , X_G , θ_p,θ_r ซึ่งบล็อกไดอะแกรม (block diagram) เป็นดังรูปที่ 3.7



รูปที่ 3.7 บล็อกไดอะแกรมแสดง อินพุทและเอาท์พุทของแบบจำลองระบบแขวนรถยนต์ที่คำนึงการเคลื่อนที่ 7 ระดับขั้นเสรี

3.3 แบบจำลองปริภูมิเสตทแบบต่อเนื่อง

หัวข้อนี้เป็นการจัดแบบจำลองคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปแบบจำลองปริภูมิเสตทแบบต่อเนื่อง (state space model) ซึ่งเป็นรูปแบบที่จะใช้ในการวิเคราะห์หาค่าพารามิเตอร์กายภาพ

กำหนดตัวแปรเสตท

$$\begin{aligned}\{x\} &= [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}]^T \\ &= [X_1, X_2, X_a, \theta_a, X_G, \theta_p, \theta_r, \dot{X}_1, \dot{X}_2, \dot{X}_a, \dot{\theta}_a, \dot{X}_G, \dot{\theta}_p, \dot{\theta}_r]^T\end{aligned} \tag{3.12}$$

อินพุทคือการเคลื่อนที่ของพื้นถนน

$$\begin{aligned}\{u\} &= [u_1, u_2, u_3, u_4]^T \\ &= [Y_1, Y_2, Y_3, Y_4]^T\end{aligned} \tag{3.13}$$

เอาท์พุทที่สนใจ คือการเคลื่อนที่ของรถยนต์ที่ตำแหน่งต่างๆ คือ

$$\begin{aligned}\{y\} &= [y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7]^T \\ &= [X_1, X_2, X_a, \theta_a, X_G, \theta_p, \theta_r]^T\end{aligned} \tag{3.14}$$

อ้างอิงจากสมการ (2.23) , (2.24) , (2.28) , (2.30) สมการ (3.11) สามารถจัดอยู่ในรูปแบบปริภูมิเสตทได้ดังนี้

$$\dot{\{x\}} = A\{x\} + B\{u\} \qquad (3.15)$$

$$\{y\} = C\{x\} + D\{u\}$$

โดย

$$A = \begin{bmatrix} -[M]^{-1}[C] & -[M]^{-1}[K] \\ I_7 & \underline{0}_{7x7} \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} [M]^{-1}[B_1] \\ \underline{0}_{7x4} \end{bmatrix}$$

$$C = [\underline{0}_{7x7} \quad I_7] \quad , \quad D = \underline{0}_{7x4}$$

3.4 <u>แบบจำลองโมดัล</u>

หัวข้อนี้เป็นการจัดแบบจำลองคณิตศาสตร์ในรูปของแบบจำลองโมดัล ซึ่งเป็นรูปแบบจำลองที่เหมาะสมที่จะใช้ในการหาผลตอบสนองการสั่น เนื่องจากชุดสมการเป็นสมการที่เป็นอิสระแก่กัน ง่ายแก่การหาผลเฉลยของสมการ สำหรับพารามิเตอร์ของแบบจำลองโมดัลได้แก่ ค่าความถี่ธรรมชาติ (ω_n), ค่าอัตราส่วนการหน่วง (ξ) และโหมดเชพ ($[\Phi]$) ซึ่งเป็นตัวอธิบายพฤติกรรมการสั่นของระบบในโหมดต่างๆ

แบบจำลองกายภาพตามสมการ (3.11) สามารถจัดในรูปแบบของดันแคน โดยการเพิ่มโคออร์ดิเนตของความเร็ว จะได้สมการในรูปแบบดังนี้

$$[A]\dot{\{z\}} + [B]\{z\} = \{q\} \qquad (3.16)$$

โดย

$$\{Z\} = \begin{bmatrix} \dot{\{X\}} \\ \{X\} \end{bmatrix} \quad , \quad \{q\} = \begin{bmatrix} \{0\} \\ \{F\} \end{bmatrix}$$

$$[A]=\begin{bmatrix}[0] & [M]\\ [M] & [C]\end{bmatrix} \qquad [B]=\begin{bmatrix}[-M] & [0]\\ [0] & [K]\end{bmatrix}$$

อ้างอิงตามวิธีการในหัวข้อ 2.1 โดยทำการแปลงโคออร์ดิเนตให้อยู่ในโคออร์ดิเนตมุขสำคัญ จะได้สมการในรูปแบบดังนี้คือ

$$\dot{\{\eta\}} + \text{diag}(-\lambda_1,-\lambda_2,\ldots,-\lambda_{14})\{\eta\} = [\Phi]^T\{q\} \qquad (3.17ก)$$

และ $$\{Z\} = [\Phi]\{\eta\} \qquad (3.17ข)$$

โดย $\{Z\} = [\dot{X}_1, \dot{X}_2, \dot{X}_a, \dot{\theta}_a, \dot{X}_G, \dot{\theta}_p, \dot{\theta}_r, X_1, X_2, X_a, \theta_a, X_G, \theta_p, \theta_r]^T$

เป็นโคออร์ดิเนตทางกายภาพ

$\{\eta\} = [\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5, \eta_6, \eta_7, \eta_8, \eta_9, \eta_{10}, \eta_{11}, \eta_{12}, \eta_{13}, \eta_{14}]^T$

เป็นโคออร์ดิเนตมุขสำคัญ

สมการ (3.17ก) และ (3.17ข) เป็นสมการแบบจำลองโมดัล ที่จำเป็นต้องใช้คู่กันในการหาผลตอบสนองการสั่น โดยมีค่าขึ้นกับพารามิเตอร์โมดัลคือค่าเจาะจง λ ทั้งสิ้น 14 ตัว รวมทั้งเวกเตอร์เจาะจงที่ถูกนอร์มัลไลซ์ด้วยมวล $\{\Phi\}$ ทั้งสิ้น 14 เวกเตอร์ เช่นเดียวกัน

หมายเหตุ

โหมดการสั่นสำหรับแบบจำลอง 7 ระดับขั้นเสรีนี้ มีทั้งสิ้น 7 โหมดด้วยกัน โดยสำหรับโหมดการสั่นที่เป็นการสั่นแบบต่ำกว่าวิกฤตจะได้ค่าเจาะจง 2 ตัวที่เป็นคู่สังยุคเชิงซ้อนต่อกัน (เวกเตอร์เจาะจงจะเป็นคู่สังยุคเชิงซ้อนต่อกันด้วย) แต่สำหรับโหมดการสั่นแบบสูงกว่าวิกฤตจะได้ค่าเจาะจง 2 ตัวที่เป็นจำนวนจริง