บทที่ 4
วิธีการหาผลตอบ

แบบจำลอง CGE เป็นแบบจำลองซึ่งประกอบด้วยชุดของสมการจำนวนมาก การหาคำตอบของสมการกระทำโดยการแก้สมการทั้งหมดในคราวเดียว (simultaneous equation) และเนื่องจากสมการบางส่วนในแบบจำลองเป็นสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น (non-linear) จึงมีความยุ่งยากเกิดขึ้นในการหาคำตอบของสมการ มีวิธีหลัก ๆ 2 วิธี ที่ใช้ในการแก้สมการแบบจำลอง CGE คือ วิธีโปรแกรมไม่เชิงเส้น (non-linear programming) และวิธีเชิงอนุพันธ์ วิธีโปรแกรมไม่เชิงเส้นเป็นวิธีที่ใช้หลักที่ว่าคำตอบของแบบจำลอง CGE สามารถอนุมานให้อยู่ในรูปของปัญหาเชิง optimization ได้ จึงสามารถใช้วิธีโปรแกรมไม่เชิงเส้นในการแก้ปัญหาได้ วิธีนี้ได้ถูกนำไปใช้ในแบบจำลองขนาดใหญ่ ๆ เช่น แบบจำลองที่ประกอบไปด้วยภาคการผลิต การลงทุน การค้า ภาษีได้อย่างเป็นผลสำเร็จแล้ว ส่วนวิธีเชิงอนุพันธ์นั้นใช้หลักในการแปลงสมการทั้งหมดในระบบให้เป็นสมการเชิงเส้น แล้วใช้วิธีการทางพีชคณิตเชิงเส้น (linear algebra) ช่วยในการแก้สมการเพื่อหาคำตอบ วิธีเชิงอนุพันธ์เป็นวิธีที่ใช้ในแบบจำลองแคมเจม เป็นวิธีที่ช่วยทำให้เกิดความสะดวกในการปรับปรุงเปลี่ยนแปลง หรือเพิ่มเติมสมการในแบบจำลองในภายหลัง โดยไม่ต้องทำการปรับปรุง algorithm ในการหาคำตอบของแบบจำลองใหม่ วิธีนี้ถูกใช้ครั้งแรกโดย Johansen, L. (1960) จึงถูกเรียกว่าวิธี Johansen อย่างไรก็ตามวิธี Johansen ยังเป็นวิธีที่มีความผิดพลาดในการหาคำตอบซึ่งไม่สามารถปรับปรุงให้ดีขึ้นหรือควบคุมได้ จึงได้มีการนำวิธี Euler มาประยุกต์ใช้ ซึ่งเป็นวิธีที่ครอบคลุมวิธี Johansen บางครั้งจึงเรียกวิธี Johansen ว่าวิธี Euler 1 ขั้น (Euler 1 step)

4.1 วิธี Johansen/Euler

พิจารณาแบบจำลองซึ่งสามารถเขียนในรูป

$$F(V) = 0 \qquad (4.1)$$

F คือฟังก์ชันของเวคเตอร์ V คือเวคเตอร์ซึ่งประกอบไปด้วยตัวแปรต่าง ๆ ในแบบจำลอง เช่น ตัวแปรปริมาณ ตัวแปรทางด้านราคา ตัวแปรทางด้านเทคโนโลยี ตัวแปรมหภาค

ต่าง ๆ เป็นต้น แบบจำลอง CGE ให้คำตอบในลักษณะที่ว่า เมื่อตัวแปรบางตัวในแบบจำลองมีค่าเปลี่ยนแปลงไป (เกิดการรบกวนหรือ shock ขึ้น) ตัวแปรอื่น ๆ ในแบบจำลองจะมีการเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร

เนื่องจากสมการที่มีในแบบจำลองบางส่วนเป็นสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น การหาคำตอบของระบบสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้นนั้นทำได้ยาก โดยทั่วไปต้องใช้วิธีเชิงวิเคราะห์ (analytical) จึงจะสามารถหาคำตอบได้ ดังนั้นจึงมีการนำเอาเทคนิคการแปลงสมการให้อยู่ในรูปสมการเชิงเส้นมาใช้ ในที่นี้ได้เลือกใช้วิธี log-linearized มาทำการแปลงสมการทั้งหมดซึ่งอยู่ในแบบจำลองให้กลายเป็นสมการเชิงเส้น หลังจากที่ได้สมการซึ่งอยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นแล้ว จึงทำการหาคำตอบของระบบสมการด้วยวิธีทางพีชคณิตเชิงเส้น (linear algebra) การแปลงเป็นเชิงเส้นจะทำให้ความสัมพันธ์ของตัวแปรต่าง ๆ ซึ่งไม่อยู่ในรูปที่เป็นเชิงเส้น เช่น ความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปของการคูณ การหาร การยกกำลัง เปลี่ยนไปเป็นความสัมพันธ์ในลักษณะที่เป็นเชิงเส้น ตารางที่ 4.1 แสดงกฎการแปลงให้เป็นเชิงเส้นตามวิธี log-linearized

ตารางที่ 4.1 **กฎการแปลงให้เป็นเชิงเส้น** (Linearization rule)

	รูปแบบ		
	Levels		เปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลง
ค่าคงที่	$X = C$	$\Rightarrow$	$x = 0$
กฎการคูณ	$X = YZ$	$\Rightarrow$	$x = y + z$
กฎการยกกำลัง	$X = Y^{\alpha}$	$\Rightarrow$	$x = \alpha y$
กฎการบวก	$X = Y + Z$	$\Rightarrow$	$X x = Y y + Z z$
			หรือ $x = S_y y + S_z z$

อักษรตัวพิมพ์ใหญ่หมายถึงตัวแปรซึ่งอยู่ในรูปของระดับ (level) อักษรตัวพิมพ์เล็กหมายถึงตัวแปรซึ่งอยู่ในรูปของเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลง (percentage change)

S_y และ S_z หมายถึง ส่วนแบ่งของค่าเริ่มต้นที่อยู่ในรูประดับ มีค่าเท่ากับ $Y/(Y+Z)$ และ $Z/(Y+Z)$ ตามลำดับ

α คือ ค่าพารามิเตอร์ซึ่งมีค่าคงที่ตลอดการหาคำตอบของสมการ

C คือ ค่าคงที่

หลังจากที่ได้แปลงความสัมพันธ์ของตัวแปรต่าง ๆ ให้อยู่ในรูปเชิงเส้นแล้ว ตัวแปรจะอยู่ในรูปของเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลง ซึ่งในที่นี้จะแสดงด้วยอักษรตัวพิมพ์เล็กเพื่อให้เกิดความแตกต่างจากตัวแปรที่อยู่ในรูประดับซึ่งแสดงด้วยอักษรตัวพิมพ์ใหญ่ สำหรับกฎการแปลงตามค่าคงที่ในส่วนของกฎการคูณและกฎการยกกำลังนั้นสามารถแสดงได้ดังข้างล่าง

$$d\ln(X)\times 100 \;=\; \frac{dX}{X}\times 100 \;\approx\; \frac{X_1 - X_0}{X_0}\times 100 \;=\; x$$

กฎการคูณ

$$\begin{aligned} X &= YZ \\ d\ln(X) &= d\ln(Y) + d\ln(Z) \\ 100d\ln(X) &= 100d\ln(Y) + 100d\ln(Z) \\ x &= y + z \end{aligned}$$

กฎการยกกำลัง

$$\begin{aligned} X &= Y^{\alpha} \\ d\ln(X) &= \alpha\, d\ln(Y) \\ 100d\ln(X) &= \alpha 100 d\ln(Y) \\ x &= \alpha y \end{aligned}$$

โดยที่ X_0 คือคำตอบเริ่มต้นของแบบจำลอง และ X_1 คือคำตอบหลังจากเกิดการรบกวน จากการประมาณค่าตามสมการข้างต้นจะเป็นการประมาณที่ใกล้เคียงก็ต่อเมื่อ dX มีค่าน้อย ๆ เข้าใกล้ศูนย์ ซึ่งในภาคปฏิบัติแล้วอาจไม่ได้เป็นเช่นนั้น ดังนั้นจึงมีความผิดพลาดอันเกิดจากการแปลงให้เป็นเชิงเส้นซึ่งจะส่งผลทำให้เกิดความผิดพลาดในการหาคำตอบของแบบจำลองในขั้นตอนต่อไป ยิ่ง dX มีค่ามากขึ้นเท่าไร ความผิดพลาดก็จะยิ่งมีค่ามากขึ้นเท่านั้น วิธีการ Johansen/Euler จึงเป็นวิธีการที่มีความผิดพลาดในการหาผลตอบของระบบสมการอันเกิดจากการแปลงให้เป็นเชิงเส้น (linearization error)

สำหรับกฎการบวกในตารางที่ 4.1 นั้นมีที่มาซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

ถ้าให้ X_0, Y_0 และ Z_0 เป็นคำตอบเริ่มต้นของแบบจำลอง X_1, Y_1 และ Z_1 เป็นคำตอบสุดท้ายของแบบจำลอง

$$X_0 = Y_0 + Z_0$$

$$X_1 = Y_1 + Z_1$$

$$X_1 - X_0 = Y_1 - Y_0 + Z_1 - Z_0$$

$$\left(\frac{X_1 - X_0}{X_0}\right) X_0 = \left(\frac{Y_1 - Y_0}{Y_0}\right) Y_0 + \left(\frac{Z_1 - Z_0}{Z_0}\right) Z_0$$

$$100 \times \left(\frac{X_1 - X_0}{X_0}\right) X_0 = 100 \times \left(\frac{Y_1 - Y_0}{Y_0}\right) Y_0 + 100 \times \left(\frac{Z_1 - Z_0}{Z_0}\right) Z_0$$

เนื่องจาก $x = \frac{X_1 - X_0}{X_0} \times 100$, $y = \frac{Y_1 - Y_0}{Y_0} \times 100$, $z = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_0} \times 100$

ดังนั้นจึงได้ว่า

$$xX_0 = yY_0 + zZ_0$$

จะเห็นได้ว่าไม่มีความผิดพลาดอันเนื่องจากการแปลงเป็นเชิงเส้นที่มาจากกฎของการบวก ดังนั้นถ้าในการแปลงให้เป็นเชิงเส้นใช้เพียงกฎการบวกเท่านั้น จะไม่มีความผิดพลาดอันเกิดจากการแปลงเป็นเชิงเส้นเลย คำตอบที่ได้จะเป็นค่าที่ถูกต้องแน่นอน

สมการซึ่งทำการแปลงเรียบร้อยแล้วจะอยู่ในรูป

$$Ax = 0 \qquad (4.2)$$

A คือเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ x คือเวคเตอร์ของตัวแปรทั้งหมดในแบบจำลองซึ่งอยู่ในรูปเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลง จะสังเกตได้ว่าทางด้านขวามือของสมการจะเป็นเวคเตอร์ซึ่งองค์ประกอบทุกตัวมีค่าเป็นศูนย์ เนื่องจากตามกฎการแปลงให้เป็นเชิงเส้นตามตาราง 5.1 ไม่ว่าสมการเริ่มต้นในรูประดับจะเป็นอย่างไร ผลลัพธ์ที่ได้จากการแปลงให้เป็นเชิงเส้นย่อมจะไม่มีค่าคงที่เหลือ

อยู่เสมอ ถ้าเราแบ่งตัวแปร x ออกเป็นตัวแปรภายในซึ่งกำหนดให้เป็นเวคเตอร์ x_1 และตัวแปรภายนอกซึ่งกำหนดให้เป็นเวคเตอร์ x_2 จะสามารถเขียนสมการ (4.2) ใหม่ได้ดังนี้

$$[A_1 \;\vdots\; A_2]\begin{bmatrix} x_1 \\ \cdots \\ x_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$A_1 x_1 + A_2 x_2 = 0 \qquad (4.3)$$

สามารถหาคำตอบ x_1 ได้ว่า

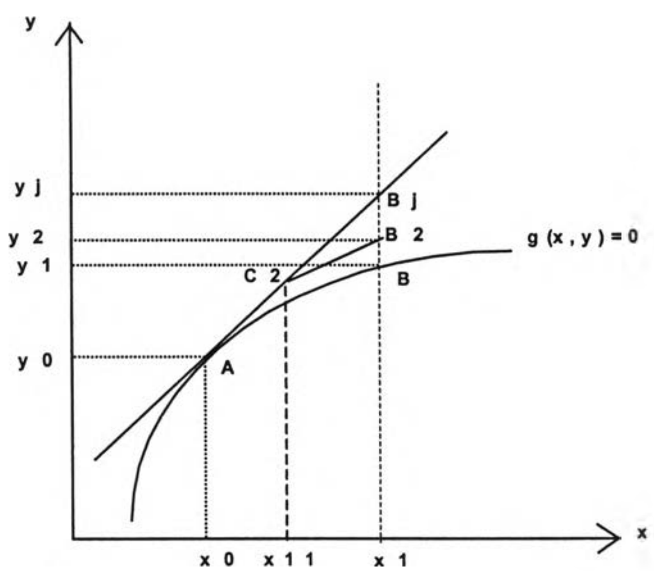
$$x_1 = -A_1^{-1} A_2 x_2 \qquad (4.4)$$

เมตริกซ์ A_1, A_2 ประกอบด้วยการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (expression) ของพารามิเตอร์ต่าง ๆ ในแบบจำลอง และค่าสัดส่วน (share) ระหว่างตัวแปรต่าง ๆ ซึ่งอยู่ในรูประดับซึ่งเป็นคำตอบเริ่มต้น (initial solution) ของแบบจำลอง

ความผิดพลาดตามวิธีของ Johansen เกิดจากการแปลงเป็นเชิงเส้นซึ่งขึ้นอยู่กับขนาดการเปลี่ยนแปลงของ X ยิ่งการเปลี่ยนแปลงของ X มีค่ามากเท่าไร ความผิดพลาดในการหาผลตอบของแบบจำลองก็ยิ่งมีค่ามากขึ้นเท่านั้น โดยเหตุนี้จึงมีการคิดค้นวิธีการซึ่งแบ่งการเปลี่ยนแปลงของ X ออกเป็นการเปลี่ยนแปลงย่อย ๆ แล้วค่อย ๆ หาผลตอบไปทีละขั้น (step) ในแต่ละขั้นฐานข้อมูลจะถูกปรับให้เปลี่ยนไปตามผลกระทบที่เกิดขึ้นจากขั้นตอนที่แล้วอยู่เสมอ ดังนั้นยิ่งแบ่งขั้นของการรบกวน (exogenous shock) ให้ได้มากเท่าไร ผลที่ได้ก็จะมีความใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากขึ้นเท่านั้น วิธีดังกล่าวเรียกว่าวิธี Euler ภาพที่ 4.1 แสดงการหาผลตอบโดยวิธี Johansen และวิธีของ Euler แบบ 2 ขั้น

ภาพที่ 4.1 สามารถช่วยในการอธิบายตรรกะของวิธี Euler ในการนี้เพื่อให้เกิดความสะดวกในการสร้างภาพพจน์ จะใช้เพียง 2 ตัวแปรคือ x และ y แทนการใช้เวคเตอร์ของตัวแปร โดยที่ y เป็นตัวแปรภายในและ x คือตัวแปรภายนอก และฟังก์ชัน $g(x,y) = 0$ เป็นฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง y และ x ที่แท้จริง (ก่อนการแปลงเป็นเชิงเส้น) สมมุติว่าจุดดุลยภาพเดิมอยู่ที่ A (ผลตอบเริ่มต้น) ซึ่งให้ค่าของตัวแปรเป็น y_0 และ x_0 และจุดประสงค์ในการศึกษาคือการหาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงของ x จาก x_0 ไปเป็น x_1 ในความเป็นจริงดุลยภาพใหม่จะต้องอยู่ที่จุด B ซึ่งให้ผลตอบเป็น y_1 แต่วิธีการประมาณแบบเชิงเส้นของ Johansen ซึ่งเป็นวิธีที่มีความละเอียดในระดับของอนุพันธ์อันดับที่ 1 จะนำไปสู่ดุลยภาพที่ B_j และได้ผลตอบที่ y_j ซึ่งจะ

เห็นได้ว่าความแตกต่างระหว่าง B และ B_j และ y_1 และ y_j มีค่อนข้างมาก แต่ถ้านำวิธี Euler มาใช้โดยแบ่งช่วง $(x_1 - x_0)$ เป็น 2 ส่วน ทำการหาจุดดุลยภาพในขั้นที่ 1 ซึ่งจะได้ผลตอบอยู่ที่จุด C2 หลังจากนั้นทำการคำนวณหาดุลยภาพใหม่โดยการหาเส้นสัมผัสของ $g(x,y) = 0$ ณ จุด C2 ที่ตรงกับการแบ่งช่วงที่ $x = x_{11}$ ซึ่งจะนำไปสู่จุด B_2 และผลลัพธ์ที่ y_2 จะเห็นได้ว่าจุด B_2 เข้าใกล้จุด B และ y_2 มีค่าใกล้เคียงกับ y_1 มากขึ้น จึงได้ผลตอบซึ่งมีความถูกต้องมากขึ้น นอกจากการแบ่งช่วง $x_1 - x_0$ ให้มีจำนวนขึ้นมาก ๆ เพื่อให้ได้ผลตอบที่มีความถูกต้องมากขึ้นแล้ว ยังมีเทคนิคการกำหนดความละเอียดในการแบ่งช่วง $x_0 - x_1$ ในย่านต่าง ๆ ที่ไม่เท่ากัน ซึ่งโดยทั่วไปในช่วงที่ x มีค่าเข้าใกล้ x_1 จะยิ่งกำหนดให้ความละเอียดในการแบ่งช่วง x มีค่าสูงขึ้น ตัวอย่างเช่น เมื่อหาผลตอบในขั้นแรกได้ที่จุด C2 แล้วในช่วงถัดไปก็จะแบ่งค่า x จากช่วง x_{11} ไปยัง x_1 ออกเป็น 4 ส่วน และในจังหวะสุดท้ายก่อนที่ x จะไปถึง x_1 ก็จะแบ่งช่วงที่เหลือออกเป็น 8 ส่วน วิธีการดังตัวอย่างข้างต้นเรียกว่าวิธี Euler แบบขั้น 2 4 8 เป็นต้น ซึ่งจะนำไปสู่ดุลยภาพใหม่ที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากขึ้นไปอีก



ภาพที่ 4.1 วิธี Johansen และวิธี Euler

วิธี Johansen และ Euler เป็นวิธีที่จำเป็นจะต้องรู้ผลตอบเริ่มต้น (initial solution) ของสมการซึ่งมักเป็นค่าที่สามารถอ่านได้จากตาราง I-O และข้อมูลอื่น ๆ เพิ่มเติม

สมมติว่าผลตอบเริ่มต้นของสมการคือ V

$$F(V) = 0 \tag{4.5}$$

ในกรณีของแบบจำลอง intertemporal ซึ่งทำการวิเคราะห์ในช่วงเวลาระหว่าง 1 ถึง T จะแสดงสมการได้ดังนี้

$$F(V_1, V_2, V_3, \ldots, V_T) = 0 \tag{4.6}$$

โดยที่ V_t คือผลตอบเริ่มต้น ณ เวลา t จะเห็นว่าผลตอบเริ่มต้นของแบบจำลองประกอบด้วยข้อมูลอนุกรมเวลาของคำตอบ ในกรณีที่ต้องการหาผลตอบของช่วงเวลาจำนวน T ก็ต้องมีข้อมูลจำนวน T เช่นเดียวกัน ซึ่งในทางปฏิบัติเป็นการยากที่จะจัดหาข้อมูลดังกล่าว เนื่องจากความจำกัดทางด้านความถี่ของตาราง I-O โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่ทำการวิเคราะห์ไปในอนาคต (Ex ante) ข้อมูลดังกล่าวจำต้องเป็นข้อมูลพยากรณ์ซึ่งยากแก่การจัดหา ดังนั้นจึงได้มีการพัฒนาวิธีในการหาผลตอบเริ่มต้นดังกล่าวขึ้น

4.2 การสร้างผลตอบตั้งต้น (Initial Solution)

ดังที่กล่าวไว้ข้างต้นว่าวิธีการ Johansen/Euler ซึ่งใช้ในการหาคำตอบของสมการในงานวิจัยนี้ เป็นวิธีที่จำเป็นต้องอาศัยผลตอบตั้งต้น (คือค่า V) หลังจากนั้นก็จะหาคำตอบอื่นๆ ของสมการได้ โดยการเคลื่อนตัวออกจากผลตอบตั้งต้นไปสู่ผลตอบที่ต้องการ ขั้นตอนการหาผลตอบตั้งต้น บางครั้งรู้จักกันในชื่อ “การปรับเทียบแบบจำลอง (model calibration)” เป็นขั้นตอนในการคำนวณหาค่าตัวแปรต่างๆ ในแบบจำลองให้ครบถ้วน

เนื่องจากค่าของตัวแปรหลาย ๆ ตัวไม่สามารถอ่านได้โดยตรงจากข้อมูลภายนอก จึงต้องทำการคำนวณขึ้นภายในแบบจำลอง ตัวอย่างเช่น ตัวแปรเทคโนโลยีต่างๆ ตัวแปรทางด้านรสนิยมของผู้บริโภค ตัวแปรระดับราคาต่างๆ เป็นต้น ขั้นตอนการเปรียบเทียบแบบจำลองเป็นขั้นตอนซึ่งค่อนข้างยุ่งยากสำหรับแบบจำลองซึ่งตัวแปรอยู่ในรูปของระดับ (level) แต่สำหรับกรณีของแบบจำลองแคมเจม เนื่องจากตัวแปรต่างๆ ในแบบจำลองถูกแปลงไปเป็นเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลง จึงทำให้ไม่จำเป็นต้องคำนวณหาค่าของตัวแปรทุก ๆ ตัวในแบบจำลอง ซึ่งในกรณีที่ตัวแปรดังกล่าวไม่มีการเปลี่ยนแปลงก็สามารถกำหนดให้มีค่าเป็น 0 ได้ทันที ตัวแปรทางด้าน

เทคโนโลยีต่าง ๆ ซึ่งในงานวิจัยจำนวนมากมักจะกำหนดให้ไม่มีการเปลี่ยนแปลงใด ๆ จึงสามารถกำหนดค่าให้เป็น 0 ได้ทันทีโดยไม่ต้องมีการเปรียบเทียบแบบจำลอง เป็นต้น งานการเปรียบเทียบแบบจำลองในกรณีของแบบจำลองแคมเจมจึงเหลือแต่การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ต่าง ๆ ในแบบจำลอง ซึ่งมักประกอบด้วยเทอมของสัดส่วน (share) ของมูลค่าต่าง ๆ ซึ่งสามารถอ่านค่าได้โดยตรงจากฐานข้อมูลภายนอก

ผลตอบตั้งต้นจะต้องมีคุณสมบัติ 2 ประการคือ ประการแรกผลตอบนั้นจะต้องมีความสอดคล้อง (satisfy) กับสมการทั้งหมดในแบบจำลองซึ่งแบ่งออกเป็น สมการ atemporal และ สมการ intertemporal สมการ atemporal คือสมการซึ่งแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ซึ่งอยู่ในคาบเวลาเดียวกัน ซึ่งก็คือสมการในส่วนของแบบจำลองแคมเจมเดิมนั่นเอง ส่วนสมการ intertemporal คือสมการที่ประกอบด้วยความสัมพันธ์ของตัวแปรซึ่งอยู่คนละคาบเวลากัน เช่น $K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t$ เป็นต้น เป็นสมการซึ่งได้เพิ่มเติมเข้าไปในแบบจำลองในงานวิจัยนี้ ผลตอบซึ่งมีคุณสมบัติดังกล่าวมีชื่อเรียกว่า ผลตอบ intertemporal base (intertemporal base solution) ประการที่สองผลตอบตั้งต้นจะต้องมีลักษณะซึ่งทำการฉายภาพเศรษฐกิจในสภาวะที่ยังไม่มีการรบกวน (shock) เกิดขึ้นในช่วงเวลาของการวิเคราะห์ตามที่ผู้วิเคราะห์ต้องการ ภาพเศรษฐกิจดังกล่าวจะเป็นฐานที่ใช้ในการเปรียบเทียบกับสภาวะก่อนและหลังการเกิดการรบกวนขึ้น ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบในเชิงพลวัต (comparative dynamic)

4.2.1 **การสร้างผลตอบ** intertemporal base (Intertemporal base solution)

ผลตอบ intertemporal base คือผลตอบของตัวแปรต่าง ๆ ในแบบจำลองซึ่งสอดคล้องกับสมการทั้งหมดในแบบจำลอง จากสมการ (4.6) จะเห็นว่าผลตอบประกอบด้วยข้อมูลอนุกรมเวลา $V_1, V_2, \ldots, V_T$ การสร้างผลตอบ $V_1, V_2, \ldots, V_T$ จะไม่ใช้วิธีทางตรง แต่จะใช้วิธีทางอ้อม โดยแทนที่จะสร้างผลตอบซึ่งสอดคล้องกับสมการ (4.6) เราจะหันมาใช้วิธีสร้างผลตอบซึ่งสามารถทำได้โดยง่ายขึ้นมาแทน แล้วทำการดัดแปลงสมการของแบบจำลองให้สอดคล้องกับผลตอบที่สร้างขึ้น หลังจากนั้นก็จะทำการหาผลตอบอื่น ๆ ซึ่งเป็นผลตอบที่ทำให้สมการที่ดัดแปลงแล้วเทียบเท่า (equivalent) กับสมการก่อนทำการดัดแปลง ผลตอบนั้นก็คือผลตอบที่ต้องการ แนวคิดนี้เรียกว่า แนวคิด Homotopy (Homotopy concept) (Zangwill และ Garcia, 1981) ผลตอบที่สร้างขึ้นมาได้อย่างง่าย ๆ นั้นเรียกว่าผลตอบ quasi (quasi solution) ซึ่งสามารถ

สร้างขึ้นมาได้ด้วยหลายวิธี ตัวอย่างเช่น การสร้างโดยนำผลตอบของคาบเวลาแรก (V_1) มาคูณด้วย growth factor ทีละคาบเวลา

$$V = (V_1, gV_1, g^2V_1, \ldots, g^{T-1}V_1)$$

โดยที่ V_1 ได้มาจากฐานข้อมูลตาราง I-O ในปีฐาน

อีกวิธีหนึ่งในการสร้างผลตอบ quasi ซึ่งเป็นวิธีการที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ก็คือ การสร้างผลตอบที่มีค่าเท่ากันหมดในทุกคาบเวลา

$$V^I = \frac{(V_1^I, V_1^I, V_1^I, \ldots, V_1^I)}{\text{จำนวน } T}$$

หลังจากที่ได้ผลตอบ quasi แล้ว จะทำการดัดแปลงสมการของแบบจำลอง โดยการเพิ่มตัวแปรปรับเทียบ (calibration variable) เข้าไป

$$F(V) - CV = 0 \qquad (4.7)$$

CV คือ เวคเตอร์ของตัวแปรปรับเทียบ

หลังจากนั้นก็สามารถคำนวณหาค่า CV ซึ่งทำให้สมการ (4.7) เป็นจริงได้

$$CV = F(V)$$

ในขั้นนี้เราจะได้ค่าของ V และ CV ซึ่งทำให้สมการ (4.7) เป็นจริง แต่เนื่องจากสมการดั้งเดิมของแบบจำลอง คือ

$$F(V) = 0 \qquad (4.8)$$

V จึงยังไม่ใช่คำตอบของสมการ (4.8) แต่ถ้า CV ที่คำนวณได้มีค่าเท่ากับ 0 ก็จะได้ว่า สมการ (4.7) เทียบเท่า (equivalent) กับสมการ (4.8) และ V คือค่าตอบของสมการ (4.8)

จากสมการ (4.7) ขณะนี้เราทราบคำตอบของสมการแล้ว ซึ่งถือเป็นคำตอบเริ่มต้นของสมการ และตามวิธี Johansen/Euler เมื่อทราบคำตอบเริ่มต้นของสมการ เราสามารถเคลื่อนตัวไปยังคำตอบอื่น ๆ ของสมการได้ เพื่อให้สมการ (4.7) เทียบเท่ากับสมการ (4.8) จึงทำ

การ shock ค่าของ CV ให้กลายเป็น 0 และคำนวณหาค่า V ที่จุดดุลยภาพใหม่ สมมติให้ V ที่จุดดุลยภาพใหม่เป็น V^N ค่า V^N ที่ได้ก็คือคำตอบของสมการ (4.8) ซึ่งก็คือสมการของแบบจำลองนั่นเอง จึงทำให้ได้ V^N ซึ่งเป็นผลตอบ intertemporal base ตามที่ต้องการ

ในขั้นตอนการดัดแปลงสมการ โดยการเพิ่มตัวแปรปรับเทียบเข้าไปนั้น เราสามารถเพิ่มตัวแปรปรับเทียบเข้าไปโดยใช้รูปแบบการคูณก็ได้ ดังแสดงในสมการ (4.9)

$$\begin{aligned} F^1(V) \cdot CV^1 &= G^1(V) \\ F^2(V) \cdot CV^2 &= G^2(V) \\ F^3(V) \cdot CV^3 &= G^3(V) \\ &\vdots \\ F^n(V) \cdot CV^n &= G^n(V) \end{aligned} \qquad (4.9)$$

ในที่นี้ $F^1, F^2, F^3, \ldots, F^n$ และ $G^1, G^2, G^3, \ldots, G^3$ คือ ฟังก์ชันซึ่งมีลักษณะเป็นสมการเดี่ยวไม่ใช่ระบบสมการดังเช่น F โดยที่ $F^1 \ldots F^n \neq 0$ และ $G^1 \ldots G^n \neq 0$ $CV^1, CV^2, CV^3, \ldots, CV^n$ คือตัวแปรชนิดสเกลลาร์ไม่ใช่เวคเตอร์ดังเช่น CV โดยที่ $F^1, \ldots, F^n$ และ $G^1, \ldots, G^n$ และคำนวณค่า $CV^1, \ldots, CV^n$ ได้จาก

$$CV^i = \frac{G^i(V)}{F^i(V)} \quad , i = 1 \ldots n$$

การหาผลตอบ intertemporal base จะทำได้โดยการ shock ค่า CV ทุกตัวให้กลายเป็น 1 เพื่อทำให้สมการ (4.9) เทียบเท่ากับสมการ (4.8) ในการวิจัยนี้จะใช้วิธีการเพิ่มตัวแปรปรับเทียบเข้าไปด้วยรูปแบบการคูณ เนื่องจากเกิดความสะดวกมากกว่าในขั้นตอนการแปลงสมการให้เป็นสมการเชิงเส้น

มีข้อควรระวังคือ การเพิ่มเติมตัวแปรปรับเทียบเข้าไปในแบบจำลอง จะต้องไม่มีผลทำให้พฤติกรรมภายในแบบจำลองเปลี่ยนแปลงไป

ในทางปฏิบัติจริงในการพัฒนาแบบจำลอง ปัญหาความไม่สอดคล้องระหว่างผลตอบ quasi และสมการของแบบจำลอง เกิดขึ้นเฉพาะที่สมการ intertemporal เท่านั้น สมการ atemporal จะไม่เกิดปัญหาดังกล่าว ดังนั้นในการเพิ่มตัวแปรปรับเทียบเข้าไปจึงเพิ่มเฉพาะในสมการ intertemporal ของแบบจำลองเท่านั้น สมการ intertemporal ในแบบจำลองจำแนกได้

เป็นสมการซึ่งเป็นการนิยามตัวแปร 4 สมการ และสมการแสดงพฤติกรรม 3 สมการ สมการซึ่งทำหน้าที่นิยามตัวแปรนั้นไม่จำเป็นต้องเพิ่มตัวแปรปรับเทียบเข้าไป เนื่องจากไม่มีข้อมูลของตัวแปรที่นิยามขึ้นจากภายนอกแต่อย่างใด ส่วนสมการแสดงพฤติกรรม 3 สมการ ประกอบไปด้วย

1. สมการสะสมทุน

จากสมการการสะสมทุน

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t \quad , t = 1 \ldots T-1 \qquad (4.10)$$

เนื่องจากในงานวิจัยนี้ได้สร้างผลตอบ quasi โดยกำหนดให้ผลตอบในทุกคาบเวลามีค่าเท่ากันหมด จึงได้ว่า

$$K_{t+1} = K_t \quad , t = 1 \ldots T-1$$

แทนค่าลงในสมการ (4.10)

$$I_t = \delta \cdot K_t \quad , t = 1 \ldots T-1 \qquad (4.11)$$

สมการ (4.11) มีความหมายว่า ผลตอบ quasi จะสอดคล้องกับสมการ (4.10) ก็ต่อเมื่อ ระดับการลงทุน ณ เวลา t มีค่าเท่ากับปริมาณทุนที่เสื่อมไปในช่วงเวลา t ซึ่งในทางปฏิบัติแล้วข้อมูลภายนอกซึ่งนำมาใช้อาจไม่ได้สอดคล้องตามความสัมพันธ์ดังกล่าว จึงต้องทำการดัดแปลงสมการ (4.10) โดยเลือกใช้วิธีการเพิ่มตัวแปรปรับเทียบในรูปแบบการคูณ

$$K_{t+1} = \left[(1-\delta)K_t + I_t\right] CV_t \quad , t = 1 \ldots T-1$$

หาค่า CV_t ได้จาก

$$CV_t = \frac{K_{t+1}}{(1-\delta)K_t + I_t} \quad , t = 1 \ldots T-1$$

แต่เนื่องจากในผลตอบ quasi

$$K_1 = K_2 = K_3 = \ldots = K_T$$

และ $I_1 = I_2 = I_3 = \ldots = I_T$

ดังนั้น

$$CV_t = \frac{K_1}{(1-\delta)K_1 + I_1} \quad , t = 1 \ldots T-1$$

CV จึงมีค่าเท่ากันในทุกคาบเวลา หลังจากนั้นทำการ shock ค่า CV ทุกตัวให้มีค่า 1 ซึ่งสามารถแสดงในรูปของเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงได้ดังนี้

$$\begin{aligned} cv_t &= \frac{1-CV_t}{CV_t} \times 100 \\ &= \left[\frac{(1-\delta)K_1 + I_1}{K_1} - 1 \right] \times 100 \quad , t = 1 \ldots T-1 \end{aligned}$$

2. สมการการลงทุน

จากสมการการลงทุน

$$\frac{K_{t+1}}{K_t} = FK(1 + R^e_{t,t+1})^\alpha$$

เพิ่มตัวแปรปรับเทียบเข้าไปในสมการ และจัดรูปใหม่

$$\frac{K_{t+1}}{K_t} = FK(1 + R^e_{t,t+1})^\alpha CV_t$$

$$CV_t = \frac{K_{t,t+1}}{K_t \, FK\,(1 + R^e_{t,t+1})^\alpha}$$

เนื่องจากไม่มีหลักฐานเชิงประจักษ์ (empirical evidence) ที่แสดงว่า FK ควรมีค่าเท่ากับเท่าไร สำหรับแบบจำลองนี้จึงได้เลือก FK ให้มีค่าเท่ากับค่าที่ทำให้ CV_t มีค่าเป็น 1 ซึ่งทำให้ไม่ต้องทำการ shock ค่า CV_t ให้กลายเป็น 1 แต่อย่างใด ในส่วนของสมการการลงทุนนี้จึงได้ตัดตัวแปรปรับเทียบ CV_t ออกไป

3. สมการกำหนดการลงทุนในช่วงเวลาสุดท้าย

จากสมการกำหนด I_T

$$K_{T+1} = (1-\delta)K_T + I_T$$

ทำการเพิ่มตัวแปรปรับเทียบเข้าไปในสมการ

$$K_{T+1} \quad = \quad [(1-\delta)K_T + I_T]\, CV_T$$

เนื่องจากในกรณีของ K_{T+1} เราสามารถกำหนดค่าขึ้นเองได้โดยไม่กระทบกับตัวแปรอื่นๆ ภายในแบบจำลอง จึงกำหนดค่าของ K_{T+1} ซึ่งทำให้ CV_T มีค่าเท่ากับ 1 ทำให้สามารถตัดตัวแปร CV_T ทิ้งไปได้เช่นเดียวกับสมการการลงทุน

4.2.2 **การสร้างผลตอบควบคุม** (control solution)

ผลตอบควบคุม คือ ผลตอบ intertemporal base ซึ่งสะท้อนสภาวะเศรษฐกิจในช่วงเวลาที่ทำการวิเคราะห์ตามที่ผู้วิเคราะห์ต้องการ ผลตอบควบคุมจะต้องมีลักษณะซึ่งตัวแปรต่างๆ ภายในผลตอบมีความเชื่อมโยงกันอย่างมีตรรกะทางเศรษฐศาสตร์ และเนื่องจากตรรกะทางเศรษฐศาสตร์ได้ถูกสร้างขึ้นในแบบจำลองไว้แล้ว เราจึงให้แบบจำลองเป็นตัวสร้างผลตอบควบคุมโดยอาศัยตรรกะของแบบจำลองเอง

การสร้างผลตอบควบคุม กระทำได้โดยการ shock ตัวแปรภายนอกของแบบจำลองให้เป็นไปตามสภาวะซึ่งผู้วิเคราะห์ต้องการ (preferred trajectories) ตลอดช่วงเวลาของการวิเคราะห์ แบบจำลองจะทำการปรับตัวตามตรรกะภายในของแบบจำลอง ผลลัพธ์สุดท้ายที่ได้ก็คือ ฐานข้อมูลที่ได้รับการปรับปรุงแล้ว ซึ่งนำไปใช้เป็นผลตอบตั้งต้นในการทำซิมิวเลชั่นอื่น ๆ ต่อไป

ขั้นตอนการสร้างผลตอบควบคุมนี้จะทำไปพร้อมๆ กับการสร้างผลตอบ intertemporal base