

บทที่ 2

ความรู้พื้นฐาน ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้เริ่มแรกจะกล่าวถึงระบบระบายความร้อน และส่วนประกอบที่สำคัญของระบบระบายความร้อนสำหรับเครื่องยนต์ที่ใช้ภายในรถยนต์ จากนั้นจะกล่าวถึงทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการออกแบบหม้อน้ำรถยนต์ ซึ่งประกอบด้วย ส่วนประกอบและหลักการทำงานของหม้อน้ำรถยนต์ รูปแบบและลักษณะต่างๆ ของหม้อน้ำรถยนต์ การคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อนและความดันลดของของไหลของหม้อน้ำรถยนต์ และสุดท้ายจะกล่าวถึงทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการออกแบบหม้อน้ำรถยนต์ซึ่งเป็นปัญหาแบบไม่เชิงเส้นแบบผสมจำนวนเต็มและการออกแบบที่ภายใต้ความไม่แน่นอน

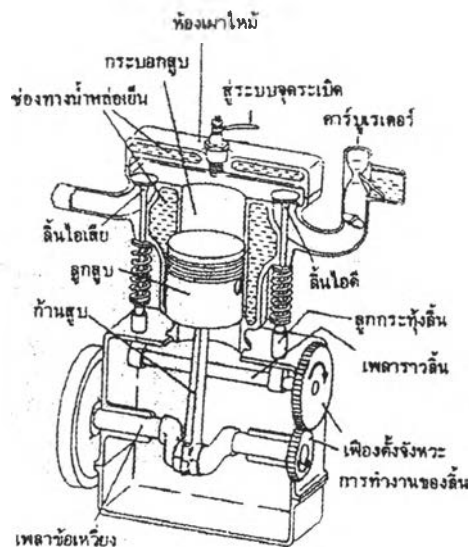
2.1 ระบบระบายความร้อนของเครื่องยนต์ที่ใช้ในรถยนต์

เครื่องยนต์เผาไหม้ภายในจำเป็นต้องมีระบบระบายความร้อนเพื่อรักษาเครื่องยนต์ให้อยู่ในอุณหภูมิทำงานและทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ หากไม่มีระบบระบายความร้อน ความร้อนที่เกิดจากการเผาไหม้เชื้อเพลิงภายในห้องเผาไหม้จะถูกถ่ายเทไปยังชิ้นส่วนต่างๆ ของเครื่องยนต์ เช่น ผนังกระบอกสูบ, ฝาสูบ, ลูกสูบ หรือ ล้อ ทำให้ชิ้นส่วนเหล่านี้เกิดความเสียหายได้เนื่องจากความร้อนที่ถ่ายเทไปยังชิ้นส่วนต่างๆ เหล่านี้มีอุณหภูมิสูงมาก นอกจากนี้ยังทำให้น้ำมันหล่อลื่นสลายตัวและหมดสภาพการเป็นน้ำมันส่งผลให้เกิดความบกพร่องในระบบหล่อลื่น และทำให้เกิดการไหม้เนื่องจากการจุดระเบิดก่อนกำหนดซึ่งจะทำให้ล้อหรือลูกสูบไหม้อีกด้วย

อย่างไรก็ตาม เนื่องจากเครื่องยนต์จะทำงานมีประสิทธิภาพสูงสุดที่อุณหภูมิประมาณ 80-90 องศาเซลเซียส การระบายความร้อนออกจากชิ้นส่วนต่างๆ ของเครื่องยนต์มากเกินไปนอกจากจะทำให้ประสิทธิภาพในการทำงานของเครื่องยนต์ลดต่ำลง ล้อเปลืองเชื้อเพลิงสูงขึ้น แล้วยังทำให้เกิดการรวมตัวของน้ำทำให้เกิดยางเหนียว (sludge) ขึ้นภายในอ่างน้ำมันเครื่อง ระบบระบายความร้อนที่มีประสิทธิภาพจะต้องทำให้เครื่องยนต์ร้อนถึงอุณหภูมิทำงานเร็วกว่าปกติ เมื่อเริ่มเดินเครื่อง และระบายความร้อนออกจากเครื่องยนต์เมื่อมีอุณหภูมิสูงกว่าอุณหภูมิทำงาน ระบบระบายความร้อนที่ทำงาน

อย่างมีประสิทธิภาพจะต้องสามารถกำจัดความร้อนได้ประมาณ 30-35% ของความร้อนทั้งหมดที่ได้รับจากการเผาไหม้เชื้อเพลิงภายในห้องเผาไหม้เครื่องยนต์

สำหรับระบบระบายความร้อนของเครื่องยนต์ที่นิยมใช้ในรถยนต์คือ ระบบระบายความร้อนด้วยของเหลว (liquid cooling system) ระบบระบายความร้อนแบบนี้ ตัวระบายความร้อนที่นิยมใช้กันมากที่สุดได้แก่ น้ำ เนื่องจากหาง่ายและเป็นตัวระบายความร้อนที่ดี สามารถไหลวนเวียนได้สะดวกในเกือบทุกอุณหภูมิ แต่น้ำที่ใช้จะต้องสะอาดและเป็นน้ำอ่อน ข้อเสียของการใช้น้ำคือ จุดเยือกแข็งสูงเดือดและระเหยง่ายเมื่อร้อน นอกจากนั้นยังทำให้เกิดสนิมและตะกอนขึ้นในท่อน้ำหล่อเย็น บางครั้งจึงจำเป็นต้องใช้สารพิเศษเติมลงไปเพื่อปรับปรุงระบบระบายความร้อนให้มีประสิทธิภาพในการทำงานดีขึ้น เครื่องยนต์ที่ใช้ระบบระบายความร้อนแบบนี้ ที่เสื้อสูบและฝาสูบจะไม่มีครีบ แต่ระหว่างเสื้อสูบกับผนังกระบอกสูบ จะมีช่องให้น้ำหรือของเหลวหล่อเย็นเข้าไประบายความร้อนได้



รูปที่ 2.1 ระบบระบายความร้อนด้วยของเหลว (ประณต กุลประสูตร, 2538)

ระบบระบายความร้อนด้วยของเหลวมีส่วนประกอบที่สำคัญ คือ หม้อน้ำ ฝาปิดหม้อน้ำ ปั๊มน้ำ พัดลม และเทอร์โมสแตท

2.1.1 หม้อน้ำ (radiator)

หม้อน้ำจะทำหน้าที่ระบายความร้อนออกจากตัวเครื่องยนต์ออกไปสู่อากาศโดยรอบ และเก็บรักษา น้ำซึ่งเป็นตัวระบายความร้อนที่ใช้ในระบบ

2.1.2 ฝาปิดหม้อน้ำ (radiator cap)

ฝาปิดหม้อน้ำที่นิยมใช้กับเครื่องยนต์โดยทั่วไปในปัจจุบันเป็นแบบรักษาแรงดัน (pressure cap) ซึ่งจะทำหน้าที่เพิ่มแรงดันในระบบ และรักษาแรงดันดังกล่าวให้สม่ำเสมอ การเพิ่มแรงดันในระบบจะทำให้จุดเดือดของน้ำสูงขึ้น อุณหภูมิทำงานของเครื่องยนต์สูงขึ้น ส่งผลให้การเผาไหม้เชื้อเพลิงภายในกระบอกสูบสมบูรณ์ยิ่งขึ้น นอกจากนี้ ยังทำให้น้ำและสิ่งแปลกปลอมต่างๆ ที่ปะปนอยู่ในน้ำมันเครื่องระเหยตัวออก ส่งผลให้ประสิทธิภาพในการทำงานของเครื่องยนต์ดีขึ้นด้วย

2.1.3 ปั๊มน้ำ (water pump)

ปั๊มน้ำจะทำหน้าที่ดูดน้ำเย็นจากถังตอนล่างของหม้อน้ำส่งไปตามท่อต่างๆ ภายในเครื่องยนต์ไปยังจุดที่ต้องการระบายความร้อนเพื่อระบายความร้อนส่วนที่ไม่ต้องการให้ออกไปจากเครื่องยนต์ ดังนั้นถ้าปั๊มน้ำไม่ทำงานหรือทำงานไม่มีประสิทธิภาพก็จะทำให้เครื่องยนต์ร้อนจัดและเกิดความเสียหายได้ ปั๊มน้ำส่วนใหญ่ในปัจจุบันเป็นแบบหล่อลิ้นในตัว (self lubricated) ซึ่งเพลापั๊มน้ำจะหมุนอยู่ในแบร์ริงที่มีซีลสำหรับป้องกันไม่ให้น้ำเข้าไปทำความเสียหายให้กับแบร์ริงที่อยู่ด้านในได้

2.1.4 พัดลม (fan)

พัดลมจะทำหน้าที่ดูดอากาศให้ผ่านรังผึ้งหม้อน้ำเพื่อระบายความร้อนให้กับน้ำร้อนที่ไหลผ่าน ทำให้น้ำเย็นตัวลง พัดลมที่นิยมใช้กับเครื่องยนต์ขนาดเล็กโดยทั่วไปมักจะติดอยู่กับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ซึ่งติดตั้งอยู่ทางด้านหลังของหม้อน้ำและจะถูกขับด้วยสายพานที่ได้รับกำลังงานมาจากเพลาช้อเหวี่ยง ดังนั้นในขณะที่เครื่องยนต์ทำงาน ทั้งพัดลมและเครื่องกำเนิดไฟฟ้าก็จะถูกขับให้หมุนไปด้วยกัน

2.1.5 เทอร์โมสแตท (thermostat)

เทอร์โมสแตทจะทำหน้าที่ควบคุมอุณหภูมิของเครื่องยนต์ให้อยู่ในระดับที่ต้องการโดยอัตโนมัติ โดยจะติดตั้งอยู่ระหว่างช่องทางของน้ำหล่อเย็นที่ผ่าสลับกับหม้อน้ำโดยมีท่อน้ำต่อไปยังหม้อน้ำตอนบน ในขณะที่เครื่องยนต์ยังเย็นอยู่ เทอร์โมสแตทจะปิดไม่ให้น้ำหล่อเย็นภายในตัวเครื่องยนต์ผ่านออกไปทำ ให้เครื่องยนต์มีอุณหภูมิสูงถึงอุณหภูมิทำงานเร็วกว่าปกติ และจะเปิดให้น้ำร้อนไหลจากตัวเครื่องยนต์ผ่านออกไประบายความร้อนที่หม้อน้ำได้ เมื่อเครื่องยนต์ร้อนถึงอุณหภูมิทำงาน

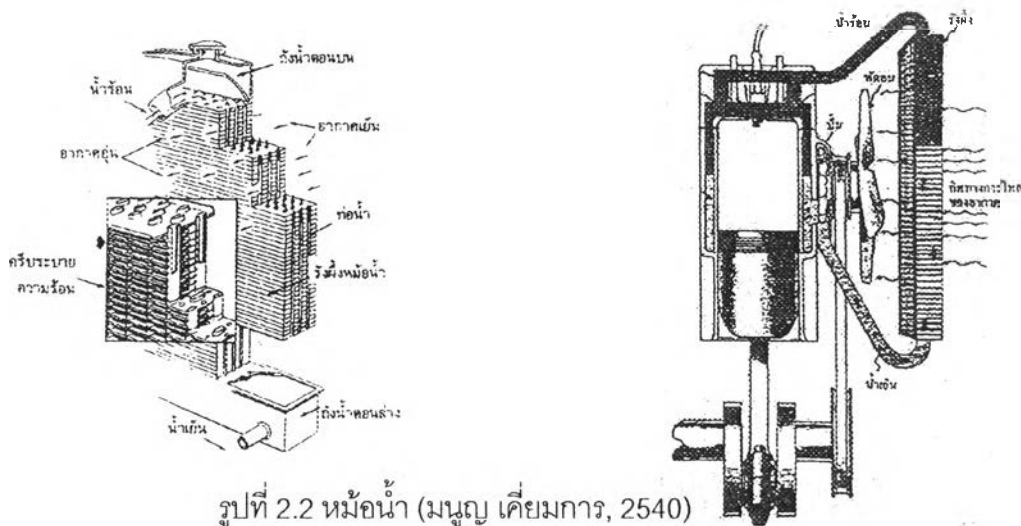
2.2 การออกแบบหม้อน้ำรถยนต์

ในส่วนนี้เริ่มแรกจะกล่าวถึงส่วนประกอบและหลักการทำงานของหม้อน้ำรถยนต์ จากนั้นจะกล่าวถึงทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการออกแบบหม้อน้ำรถยนต์ซึ่งเป็นเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบที่การไหลของของไหลมีทิศทางตั้งฉากกัน (cross flow heat exchanger) และเป็นเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบครีบริบและท่อ (fin-tube heat exchanger)

2.2.1 ส่วนประกอบและหลักการทำงานของหม้อน้ำรถยนต์ (แสดงดังรูปที่ 2.2)

ส่วนประกอบ หม้อน้ำจะประกอบด้วยถังน้ำตอนบนและถังน้ำตอนล่าง และรังผึ้งหม้อน้ำที่อยู่ระหว่างถังน้ำทั้งสอง ถังน้ำตอนบนจะมีช่องสำหรับตรวจและเติมน้ำโดยมีฝาหม้อน้ำปิดอยู่ และมีท่อน้ำล้นเพื่อระบายน้ำที่มีอุณหภูมิและแรงดันสูงเกินกำหนด ถังตอนล่างจะเป็นที่สำหรับรับน้ำที่เย็นตัวลงเพื่อส่งต่อไประบายความร้อนยังส่วนต่างๆ ของเครื่องยนต์ด้วยการดูดของปั้ม สำหรับรังผึ้งหม้อน้ำนั้นจะประกอบด้วยท่อน้ำเล็กๆ เป็นจำนวนมาก โดยรอบๆ ท่อเหล่านี้จะติดครีบริบเพื่อเพิ่มพื้นที่ระบายความร้อนออกไปสู่อากาศ

หลักการทำงาน น้ำที่มีอุณหภูมิสูงจากเครื่องยนต์จะไหลเข้าทางตอนบนของหม้อน้ำ และไหลเข้าไปในท่อน้ำเล็กๆ ซึ่งวางเรียงกันอยู่เป็นจำนวนมาก โดยมีอากาศซึ่งถูกดูดด้วยพัดลมไหลผ่านรอบท่อเหล่านี้ ระหว่างท่อที่วางเรียงกันเป็นแถวๆ จะมีครีบริบยึดติดต่อกันหมด ครีบริบจะทำหน้าที่นำความร้อนออกจากน้ำเพื่อถ่ายเทความร้อนให้กับอากาศที่ไหลผ่านรังผึ้ง ระหว่างนี้จะมีการคายความร้อนออกจากท่อและครีบริบตลอดเวลา ทำให้อุณหภูมิของน้ำที่ไหลผ่านเย็นลง จากนั้นน้ำจะถูกดูดด้วยปั้มเพื่อนำไปใช้ระบายความร้อนจากเครื่องยนต์ต่อไปและจะหมุนเวียนอยู่เช่นนี้ตลอดเวลาที่เครื่องยนต์ทำงานอยู่



รูปที่ 2.2 หม้อน้ำ (มัญญุ เคี่ยมการ, 2540)

2.2.2 รูปแบบและลักษณะของหม้อน้ำรถยนต์

จากการศึกษางานวิจัยที่ผ่านมาพบว่า หม้อน้ำรถยนต์จะประกอบด้วยท่อ ครีบ และการจัดวางท่อและครีบเป็นรังผึ้ง ที่มีรูปแบบและลักษณะต่างๆ ดังนี้

2.1.2.1 ท่อแบน (flat tube) ทำจากทองเหลืองหรืออลูมิเนียม แบ่งออกเป็น 3 ประเภท ตามลักษณะของพื้นผิวภายในท่อ ได้แก่ ท่อเรียบ ท่อแบบ dimple และท่อแบบ rib (Ossoon และ Sunden, 1995; 1996) แสดงดังรูปที่ 2.3

(ก) ท่อเรียบ



(ข) ท่อ แบบ dimple

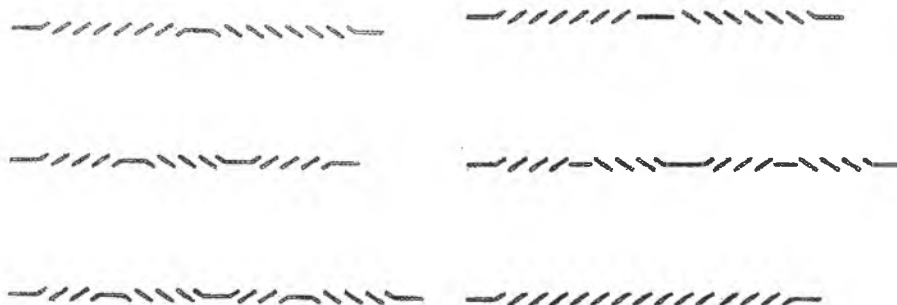


(ค) ท่อแบบ rib



รูปที่ 2.3 ลักษณะพื้นผิวภายในท่อแบน (Ossoon และ Sunden, 1995; 1996)

2.1.2.2 ครีบลูเวอร์ (louver fin) ซึ่งมีลักษณะคล้ายบานเกล็ดหน้าต่าง ทำจากทองแดงหรืออลูมิเนียม แบ่งออกเป็น 6 แบบ ตามลักษณะของลูเวอร์ (Chang และ Wang, 1997) แสดงดังรูปที่ 2.4



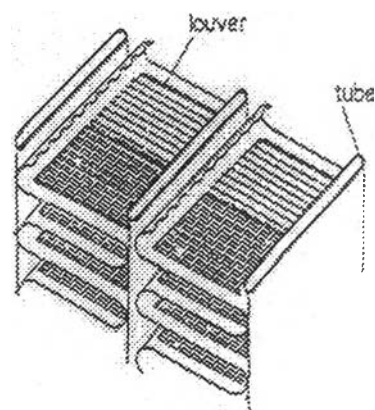
รูปที่ 2.4 ครีบลูเวอร์ (Chang และ Wang, 1997)

2.1.2.3 ลักษณะการจัดวางท่อและครีบริงเป็นรังผึ้ง (core) มี 3 ลักษณะได้แก่

- 1) แบบครีบริงลูเวอร์พับงอ (louvered corrugated fin) แสดงดังรูปที่ 2.5 (ก)
- 2) แบบครีบริงลูเวอร์พับงอที่มีแผ่นกั้น (louvered corrugated fin with splitter plate) แสดงดังรูปที่ 2.5 (ข)
- 3) แบบครีบริงลูเวอร์แผ่น (louvered plate fin) แสดงดังรูปที่ 2.5 (ค)

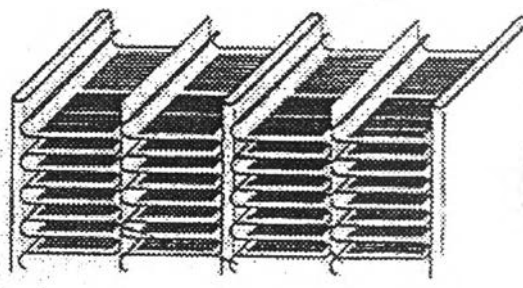
(ก) แบบครีบริงลูเวอร์พับงอ

(Webb, Chang และ Wang, 1995)



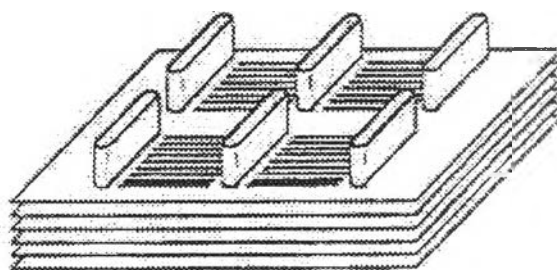
(ข) แบบครีบริงลูเวอร์พับงอที่มีแผ่นกั้น

(Chang และ Wang, 1996; 1997)



(ค) แบบครีบริงลูเวอร์แผ่น

(Achaichia และ Cowell, 1988)



รูปที่ 2.5 ลักษณะการจัดวางท่อและครีบริงเป็นรังผึ้ง

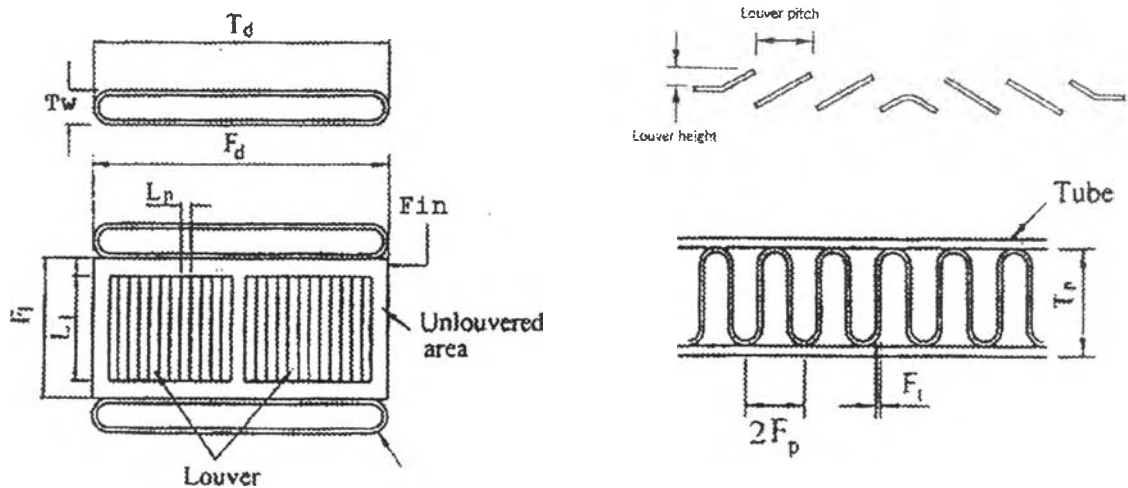
2.2.3 ตัวแปรที่แสดงขนาดและลักษณะของท่อแบนและครีบลูเวอร์ (แสดงดังรูปที่ 2.6 และ 2.7)

2.2.3.1 ตัวแปรที่แสดงขนาดและลักษณะของท่อแบน ประกอบด้วย

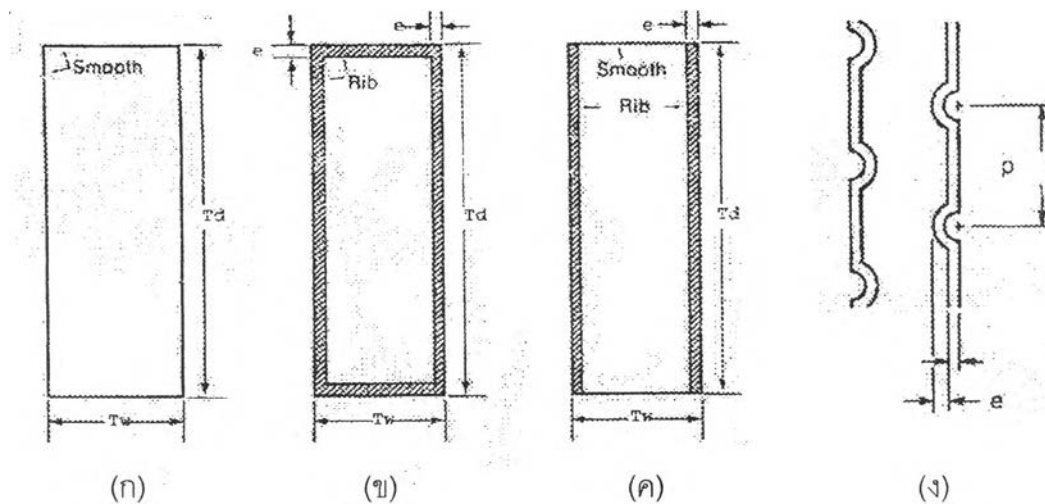
- 1) ความยาวของท่อ (tube length, T_l)
- 2) ความหนาของท่อ (tube thickness, T_t)
- 3) ความกว้างของท่อ (tube width, T_w)
- 4) ความลึกของท่อ (tube depth, T_d)
- 5) ระยะห่างระหว่างท่อ (tube pitch, T_p)
- 6) ความสูงของความขรุขระแบบ rib ภายในท่อ (roughness height, e)
- 7) ระยะห่างของความขรุขระแบบ rib ภายในท่อ (roughness spacing, p)

2.2.3.2 ตัวแปรที่แสดงขนาดและลักษณะของครีบลูเวอร์ ประกอบด้วย

- 1) ระยะห่างระหว่างครีบลูเวอร์ (fin pitch, F_p)
- 2) ความยาวของครีบลูเวอร์ (fin length, F_l)
- 3) ความหนาของครีบลูเวอร์ (fin thickness, F_t)
- 4) ความลึกของครีบลูเวอร์ (fin depth, F_d)
- 5) ระยะห่างระหว่างลูเวอร์ (louver pitch, L_p)
- 6) ความยาวของลูเวอร์ (louver length, L_l)
- 7) มุมของลูเวอร์ (louver angle, L_θ)



รูปที่ 2.6 ตัวแปรที่แสดงขนาดและลักษณะของท่อแบนและครีบลูเวอร์ (Chang และ Wang, 1997)



รูปที่ 2.7 ตัวแปรที่แสดงขนาดและลักษณะของท่อแบน (Han, 1984)

- (ก) ท่อที่มีผิวภายในเรียบทั้งด้านความลึกและด้านความกว้างของท่อ
- (ข) ท่อที่มีผิวขรุขระแบบ rib ทั้งด้านความลึกและด้านความกว้างของท่อ
- (ค) ท่อที่มีผิวขรุขระแบบ rib ด้านความลึกของท่อและผิวเรียบด้านความกว้างของท่อ
- (ง) ตัวแปรแสดงความลึกและระยะห่างของความขรุขระแบบ rib

หมายเหตุ

สำหรับลักษณะการจัดวางท่อและครีปเป็นรังผึ้งแบบครีปลูเวอร์พิงอที่มีแผ่นกัน ความยาวของครีป (F_f) จะเท่ากับระยะห่างระหว่างท่อกับแผ่นกัน

2.2.4 การคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อนของหม้อน้ำรถยนต์

ในส่วนนี้จะแสดงที่มาของสมการคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อนของหม้อน้ำรถยนต์ เริ่มจากสมการที่ใช้ในการคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อนโดยการนำและการพา การทำสมดุลพลังงานของครีปเพื่อนำสมการการกระจายของอุณหภูมิตามความยาวของครีปที่ได้ไปใช้คำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อนของครีปและประสิทธิภาพของครีป จากนั้นจะแสดงสมการที่ใช้ในการคำนวณสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน และอัตราการถ่ายเทความร้อนของหม้อน้ำรถยนต์

2.2.4.1 อัตราการถ่ายเทความร้อนโดยการนำ

ในปีพ.ศ.2365 โจเซฟ ฟูรีเยร์ (Joseph Fourier) ได้เสนอสมการที่ใช้สำหรับคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อนโดยการนำ โดยอาศัยข้อมูลจากการทดลอง ไว้ดังนี้

$$Q = -kA \frac{dT}{dx} \quad (2.1)$$

โดยที่

Q คือ อัตราการถ่ายเทความร้อน

k คือ ค่าการนำความร้อน (thermal conductivity) ขึ้นอยู่กับชนิดของตัวกลางและอุณหภูมิ

A คือ พื้นที่ที่ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ของความร้อน

$\frac{dT}{dx}$ คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิกับระยะทาง

2.2.4.2 อัตราการถ่ายเทความร้อนโดยการพา

นิวตัน (Newton) ได้เสนอสมการที่ใช้สำหรับคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อนโดยการพา ไว้ดังนี้

$$Q = hA (T_h - T_c) \quad (2.2)$$

โดยที่

Q คือ อัตราการถ่ายเทความร้อน

h คือ สัมประสิทธิ์การพาความร้อนของของไหล

A คือ พื้นที่ที่ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ของความร้อน

T_h, T_c คือ อุณหภูมิของของไหลที่มีอุณหภูมิสูงและต่ำ ตามลำดับ

2.2.4.3 อัตราการถ่ายเทความร้อนของครีป

พิจารณารูปที่ (2.8) และกำหนดให้

Q_f คือ อัตราการถ่ายเทความร้อนของครีป

k_f คือ ค่าการนำความร้อนของครีป

ρ_f คือ ความหนาแน่นของครีป

$c_{p,f}$ คือ ความจุความร้อนของครีป

A_c คือ พื้นที่หน้าตัดของครีป

P_f คือ เส้นรอบพื้นที่หน้าตัดของครีป

T_f คือ อุณหภูมิของครีป

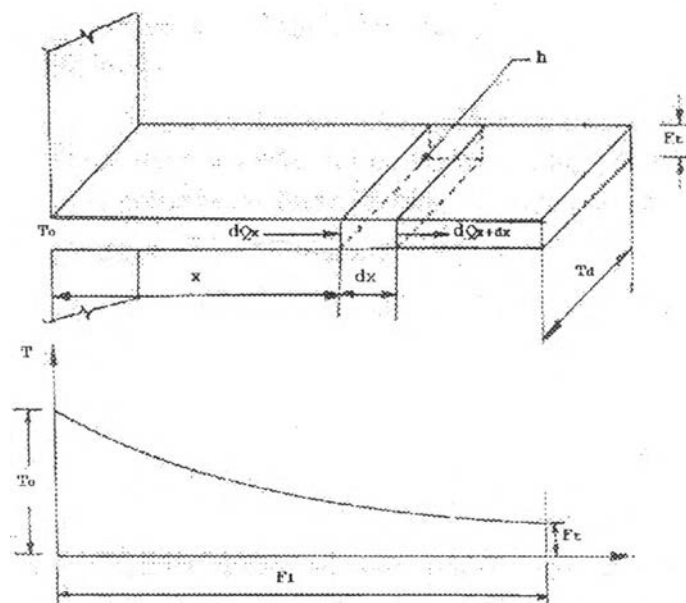
$T_{f,0}$ คือ อุณหภูมิที่ฐานครีป

$T_{f,l}$ คือ อุณหภูมิที่ปลายครีป

T_a คือ อุณหภูมิของอากาศ

h_a คือ สัมประสิทธิ์การพาความร้อนของอากาศ

l คือ ความยาวของครีป



รูปที่ 2.8 การกระจายของอุณหภูมิตามความยาวของครีป (นักสถิติ คุวิฒนาชัย, 2533)

สมการการกระจายของอุณหภูมิตามความยาวของครีป สามารถคำนวณได้จากการแก้สมการสมดุลพลังงานบนส่วนหนึ่งของครีป เมื่อพิจารณาการเคลื่อนที่ของความร้อนโดยการนำความร้อนเข้าและออกจากส่วนของครีปซึ่งมีความยาว dx

จากสมการการนำความร้อนของฟูเรียร์ จะได้ว่า

อัตราการนำความร้อนเข้ามายังส่วนของครีปที่มีความยาว dx มีค่าเท่ากับ

$$Q_x = -k_f A_c \left(\frac{dT_f}{dx} \right) \quad (2.3)$$

อัตราการนำความร้อนออกจากส่วนของครีปที่มีความยาว dx มีค่าเท่ากับ

$$Q_{x+dx} = Q_x + \left(\frac{dQ_x}{dx} \right) dx \quad (2.4)$$

$$= -k_f A_c \left(\frac{dT_f}{dx} \right) - k_f \frac{d}{dx} \left(\frac{A_c dT_f}{dx} \right) dx \quad (2.5)$$

อัตราการนำความร้อนผลลัพท์เข้าส่วนของครีปที่มีความยาว dx มีค่าเท่ากับ

$$Q_{cond} = Q_x - Q_{x+dx} \quad (2.6)$$

$$= k_f \frac{d}{dx} \left(\frac{A_c dT_f}{dx} \right) dx \quad (2.7)$$

ในกรณีที่ครีปมีพื้นที่หน้าตัดสม่ำเสมอ (พื้นที่หน้าตัด A_c ไม่เปลี่ยนแปลงตามระยะทาง x) จะได้ว่า

$$Q_{cond} = k_f A_c \left(\frac{d^2 T_f}{dx^2} \right) dx \quad (2.8)$$

และจากสมการการพาความร้อนของนิวตัน จะได้ว่า

อัตราการพาความร้อนออกจากส่วนของครีปซึ่งมีความยาว dx มีค่าเท่ากับ

$$Q_{conv} = h_a P_f dx (T_f - T_a) \quad (2.9)$$

อัตราการสะสมความร้อนในส่วนหนึ่งของครีปซึ่งมีความยาว dx มีค่าเท่ากับ

$$Q_s = A_c dx \rho_f c_{p,f} \left(\frac{dT_f}{dt} \right) \quad (2.10)$$

จากสมดุลของพลังงาน ความร้อนที่เคลื่อนที่เข้ามาสู่ส่วนของครีปที่มีความยาว dx โดยการนำ จะมีค่าเท่ากับอัตราการพาความร้อนออกจากครีปรวมกับอัตราการสะสมความร้อน นั่นคือ

$$k_f A_c \left(\frac{d^2 T_f}{dx^2} \right) dx = h_a P_f dx (T_f - T_a) + A_c dx \rho_f c_{p,f} \left(\frac{dT_f}{dt} \right) \quad (2.11)$$

กำหนดให้ อุณหภูมิที่ฐานครีปและอุณหภูมิที่ปลายครีปมีค่าเท่ากับ $T_{f,0}$ และ $T_{f,l}$ ตามลำดับ อุณหภูมิของอากาศเท่ากับ T_a และมีการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิดังรูปที่ (2.8)

กำหนดให้ $\theta = T_f - T_a$ จากสมการ (2.11) จะได้ว่า

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} = \left(\frac{\rho c_p}{k} \right)_f \left(\frac{d\theta}{dt} \right) + \frac{h_a P_f}{k_f A_c} \quad (2.12)$$

สำหรับสภาวะคงตัว $\frac{d\theta}{dt} = 0$ ดังนั้น สมการจะลดจำนวนเทอมลงเหลือ

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} = m^2 \theta \quad (2.13)$$

เมื่อ $m^2 = \frac{h_a P_f}{k_f A_c}$

จะได้
$$\theta = c_1 e^{mx} + c_2 e^{-mx} \quad (2.14)$$

โดยที่ c_1 และ c_2 คือ ค่าคงที่จากการอินทิเกรต ซึ่งหาค่าได้จากเงื่อนไขขอบเขต

1) ที่ $x = 0, \theta = \theta_0 = T_0 - T_a$

2)
$$\left[\frac{d\theta}{dx} \right]_{x=l} = 0$$

แทนเงื่อนไขขอบเขตทั้งสองลงสมการ (2.14) จะได้สมการการกระจายของอุณหภูมิไปตามความยาวครีป ดังนี้

$$\theta = \theta_0 \frac{e^{m(l-x)} + e^{-m(l-x)}}{e^{ml} + e^{-ml}} \quad (2.15)$$

อัตราการนำความร้อนเข้าสู่ฐานของครีป คำนวณได้จากสมการ

$$Q_{f,0} = -k_f A_c \left(\frac{d\theta}{dx} \right)_{x=0} \quad (2.16)$$

ดิฟเฟอเรนเชียลสมการที่ (2.15) และแทนค่าลงสมการ (2.16) จะได้สมการที่ใช้ในการคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อนของครีป ดังสมการ

$$Q_{f,0} = mk_f A_c \theta_0 \tanh(ml) \quad (2.17)$$

Rugh และคณะ (1992) ได้สร้างสมการประมาณค่า l สำหรับลักษณะรังผึ้งแบบครีบลูเวอร์ พียงอ ดังสมการ (2.18) และแบบครีบลูเวอร์พียงอที่มีแผ่นกั้น ดังสมการ (2.19)

$$l = \frac{(F_l - F_t)}{2} + \frac{(F_p - F_t)}{4} \quad (2.18)$$

$$l = \left(F_l - \frac{F_t}{2} \right) + \left(\frac{F_p - F_t}{4} \right) \quad (2.19)$$

2.2.4.4 ประสิทธิภาพของครีป

Holman และ White (1992) ได้ให้นิยามของประสิทธิภาพของครีปว่า คือ อัตราส่วนระหว่าง อัตราการถ่ายเทความร้อนจากครีปจริงและอัตราการถ่ายเทความร้อนจากครีปที่มีประสิทธิภาพ 100 % หรือครีปซึ่งมีอุณหภูมิทั้งพื้นผิวเท่ากับอุณหภูมิที่ฐานครีป

สำหรับอัตราการถ่ายเทความร้อนจากครีปที่มีประสิทธิภาพ 100 % ($Q_{f,ideal}$) นั้นสามารถ คำนวณได้จากอัตราการถ่ายเทความร้อนจากผิวของครีปโดยการพาความร้อน

$$Q_{f,ideal} = P_f l h_a \theta_0 \quad (2.20)$$

ในขณะที่ อัตราการถ่ายเทความร้อนจากครีปจริง ($Q_{f,real}$) คำนวณได้จากสมการ (2.17)

จะได้ว่า สามารถคำนวณประสิทธิภาพของครีปได้จาก

$$\eta_f = \frac{m k_f A_c \theta_0 \tanh(ml)}{P_f l h_a \theta_0} \quad (2.21)$$

หรือ

$$\eta_f = \frac{\tanh(ml)}{ml} \quad (2.22)$$

2.2.4.5 สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนของหม้อน้ำรถยนต์

กำหนดให้

k_{wall} คือ ค่าการนำความร้อนของท่อ

h_i คือ สัมประสิทธิ์การพาความร้อนของของไหลที่ไหลภายในท่อ

h_o คือ สัมประสิทธิ์การพาความร้อนของของไหลที่ไหลผ่านครีป

A_i คือ พื้นที่ด้านในท่อซึ่งมีอุณหภูมิ $T_{wall,i}$

A_{pr} คือ พื้นที่ด้านนอกของท่อซึ่งมีอุณหภูมิ $T_{wall,o}$

A_{sc} คือ พื้นที่ผิวของครีปซึ่งมีอุณหภูมิเฉลี่ย $T_{f,m}$

A_{wall} คือ พื้นที่ถ่ายเทความร้อนของท่อซึ่งมีค่าเท่ากับพื้นที่ด้านในท่อ

$T_{f,m}$ คือ อุณหภูมิเฉลียของครึบ

T_i คือ อุณหภูมิของของไหลที่ไหลภายในทอ

T_o คือ อุณหภูมิของของไหลที่ไหลผ่านครึบ

T_f คือ ความหนาของทอ

$T_{wall,i}, T_{wall,o}$ คือ อุณหภูมิของผนังภายในและภายนอกทอ ตามลำดับ

Q คือ อัตราการถ่ายเทความร้อนของหมอน้ำารถยนต์

อัตราการถ่ายเทความร้อนโดยการพาจากของไหลในทอไปยังผนังด้านในทอ มีค่าเท่ากับ

$$Q_1 = h_i A_i (T_i - T_{wall,i}) \quad (2.23)$$

อัตราการถ่ายเทความร้อนโดยการนำจากผิวของผนังด้านในทอไปยังด้านที่ติดครึบ มีค่าเท่ากับ

$$Q_2 = k_{wall} A_{wall} \left(\frac{T_{wall,i} - T_{wall,o}}{T_f} \right) \quad (2.24)$$

อัตราการถ่ายเทความร้อนโดยการพาจากผิวของทอด้านที่ติดครึบและจากตัวครึบไปยังอากาศ มีค่าเท่ากับ

$$Q_3 = h_o A_{pr} (T_{wall,o} - T_o) + h_o A_{sc} (T_{f,m} - T_o) \quad (2.25)$$

และจากนิยามของประสิทธิภาพของครึบ

$$\eta_f = \frac{T_{f,m} - T_o}{T_{wall,o} - T_o} \quad (2.26)$$

จะได้

$$Q_3 = h_o A_{pr} (T_{wall,o} - T_o) + h_o A_{sc} \eta_f (T_{wall,o} - T_o) \quad (2.27)$$

$$= h_o (T_{wall,o} - T_o) (A_{pr} + \eta_f A_{sc}) \quad (2.28)$$

ที่สภาวะคงตัว และไม่มีการสูญเสียความร้อนระหว่างระบบกับสิ่งแวดล้อม

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 \quad (2.29)$$

จากสมการที่ (2.23), (2.24), (2.28) และ (2.29) จะได้ว่า

$$Q = \frac{(T_i - T_o)}{\frac{1}{h_i A_i} + \frac{T_i}{k_{wall} A_{wall}} + \frac{1}{h_o (A_{pr} + \eta_f A_{sc})}} \quad (2.30)$$

หรือ

$$Q = U_i A_i (T_i - T_o) \quad (2.31)$$

โดยที่

$$U_i = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{T_i}{k_{wall}} + \frac{1}{h_o \left(\frac{A_{pr}}{A_i} + \eta_f \frac{A_{sc}}{A_i} \right)}} \quad (2.32)$$

Roetzel (1947) ได้เสนอวิธีประมาณค่าเฉลี่ยจริงของสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนรวม (true mean overall heat transfer coefficient, U_m) ในกรณีที่คำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนและความดันลดตามอุณหภูมิและ/หรือระยะทางของการไหล (length of flow path) ซึ่งสามารถใช้วิธีประมาณค่านี้ได้กับลักษณะการไหล (flow arrangement) ของของไหลภายในเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนทุกแบบ

วิธีประมาณค่าเฉลี่ยจริงของสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนรวมของ Roetzel นั้นจะใช้ อุณหภูมิอ้างอิงแก้ไข (corrected reference temperature) ในการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนของของไหลทั้งสองแทนที่จะคำนวณที่อุณหภูมิเฉลี่ยของของไหลตามวิธีคำนวณแบบเดิม ทั้งนี้ อุณหภูมิอ้างอิงแก้ไขจะมี 2 กลุ่ม กลุ่มแรกคือ $T_{h,I}, T_{c,I}$ และกลุ่มที่ 2 คือ $T_{h,II}, T_{c,II}$ (รายละเอียดการคำนวณค่าอุณหภูมิอ้างอิงแก้ไขอยู่ในภาคผนวก ก) และเนื่องจากค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนของของไหลมี 2 กลุ่ม ค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนรวมจึงมี 2 ค่า คือ ค่า U_I และ U_{II}

ค่าเฉลี่ยจริงของสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนนั้น สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$U_m = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{U_{II}} + \frac{1}{U_I} \right) \right]^{-1} \quad (2.33)$$

โดยที่

U_I และ U_{II} คือ สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนกรณีเทียบกับพื้นที่อ้างอิง A' ที่อุณหภูมิอ้างอิง I และ II ตามลำดับ คำนวณได้จาก

$$U_I = \frac{1}{\frac{A'}{h_{i,I}A_w} + \frac{A'T_i}{k_{wall}A_{wall}} + \frac{A'}{h_{o,I}(A_{pr} + \eta_{f,II}A_{sc})}} \quad (2.34)$$

$$U_{II} = \frac{1}{\frac{A'}{h_{i,II}A_w} + \frac{A'T_i}{k_{wall}A_{wall}} + \frac{A'}{h_{o,II}(A_{pr} + \eta_{f,II}A_{sc})}} \quad (2.35)$$

2.2.4.6 ความแตกต่างของอุณหภูมิของของไหลเฉลี่ยของหม้อน้ำรถยนต์

สำหรับเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนประเภทอื่นที่ไม่ใช่เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบที่ของไหลไหลสวนทางกันและไหลเดี่ยวเดียว สามารถคำนวณค่าความแตกต่างของอุณหภูมิของของไหล (mean temperature difference, ΔT_m) ได้จาก (Rohsenow และ Hartnett, 1973)

$$\Delta T_m = F\Delta T_{lm} \quad (2.36)$$

โดยที่

F คือ แฟกเตอร์แก้ไขของอุณหภูมิแตกต่างล็อกมีนของของไหล ซึ่งมีค่าขึ้นอยู่กับประเภทของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน จำนวนเที่ยวที่ของไหลไหลผ่านและลักษณะการไหลของของไหลภายในเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน

ΔT_{lm} คือ อุณหภูมิแตกต่างล็อกมีนของของไหลภายในเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบที่ของไหลมีทิศทางไหลสวนทางกัน และเป็นการไหลแบบเดี่ยวเดียว (single-pass countercurrent flow heat exchanger)

Bowman, Mueller และ Nagle (1940) ได้สร้างสมการคำนวณแฟกเตอร์แก้ไขของอุณหภูมิแตกต่างล็อกมีนของของไหล (log-mean temperature difference correction factor, F) สำหรับเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบที่ของไหลทั้งสองไหลแบบไม่ผสม ทิศทางของของไหลตั้งฉากกันและไหลแบบเดียวกัน ดังนี้

$$F = \frac{r}{r_o} \quad (2.37)$$

โดยที่

$$r = \sum_{u=0}^{\infty} \sum_{v=0}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^{u+v} (u+v)!}{u!(u+1)!v!(v+1)!} \left(\frac{p}{r}\right)^u \left(\frac{q}{r}\right)^v \right\} \quad (2.38)$$

$$r_o = \frac{p-q}{\ln\left(\frac{1-q}{1-p}\right)} \quad (2.39)$$

$$p = \frac{T_{h,1} - T_{h,2}}{T_{h,1} - T_{c,1}} \quad (2.40)$$

$$q = \frac{T_{c,2} - T_{c,1}}{T_{h,1} - T_{c,1}} \quad (2.41)$$

อุณหภูมิแตกต่างล็อกมีนของของไหล (log-mean temperature difference, ΔT_{lm}) สำหรับเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบที่ทิศทางการไหลของของไหลสวนทางกันและเป็นการไหลแบบเดียวกัน สามารถคำนวณได้จาก (Rohsenow และ Hartnett, 1973)

$$\Delta T_{lm} = r_o \times (T_{h,1} - T_{c,1}) \quad (2.42)$$

2.2.4.7 อัตราการถ่ายเทความร้อนของหม้อน้ำรถยนต์

อัตราการถ่ายเทความร้อนของหม้อน้ำรถยนต์ คำนวณได้จาก

$$Q = U_m A' \Delta T_m \quad (2.43)$$

นอกจากนี้ อัตราการถ่ายเทความร้อนของหม้อน้ำรถยนต์ ยังสามารถคำนวณได้จาก

$$Q_w = m_w c_{p,w} (T_{w,1} - T_{w,2}) \quad (2.44)$$

และ

$$Q_a = m_a c_{p,a} (T_{a,2} - T_{a,1}) \quad (2.45)$$

โดยที่

Q_w, Q_a คือ อัตราการถ่ายเทความร้อนของน้ำและอากาศ ตามลำดับ

m_w, m_a คือ อัตราการไหลเชิงมวลของน้ำและอากาศ ตามลำดับ

$c_{p,w}, c_{p,a}$ คือ ความจุความร้อนของน้ำและอากาศ ตามลำดับ

$T_{w,1}, T_{w,2}$ คือ อุณหภูมิของน้ำที่สภาวะขาเข้าและขาออก ตามลำดับ

$T_{a,1}, T_{a,2}$ คือ อุณหภูมิของอากาศที่สภาวะขาเข้าและขาออก ตามลำดับ

2.2.5 การคำนวณความดันลดของของไหลภายในหม้อน้ำรถยนต์

Roetzel (1973) ได้เสนอวิธีประมาณค่าความดันลดของของไหลภายในเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน ในกรณีที่คำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติของของไหลตามอุณหภูมิและระยะทางของการไหล (length of flow path) ซึ่งสามารถใช้วิธีประมาณค่านี้ได้กับลักษณะการไหล (flow arrangement) ของของไหลภายในเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนทุกแบบ

วิธีประมาณค่าความดันลดของของไหลของ Roetzel นั้นจะใช้อุณหภูมิอ้างอิงแก้ไข (corrected reference temperature) ในการคำนวณค่าคุณสมบัติของของไหลและแฟกเตอร์ความเสียดทานของของไหลทั้งสองแทนที่จะคำนวณที่อุณหภูมิเฉลี่ยของของไหลตามวิธีคำนวณแบบเดิม ทั้งนี้อุณหภูมิอ้างอิงแก้ไขจะมี 2 กลุ่ม กลุ่มแรกคือ $T_{h,I}, T_{c,I}$ และกลุ่มที่ 2 คือ $T_{h,II}, T_{c,II}$ (รายละเอียดการคำนวณค่าอุณหภูมิอ้างอิงแก้ไขอยู่ในภาคผนวก ก) และเนื่องจากค่าคุณสมบัติของของไหลและแฟกเตอร์ความเสียดทานของของไหลมี 2 กลุ่ม ค่าความดันลดจึงมี 2 ค่า คือ ค่า ΔP_I และ ΔP_{II}

ในกรณีที่ของไหลเป็นของเหลว สามารถคำนวณค่าความดันลดได้จากสมการ

$$\Delta P_i = \frac{U_m}{2} \left[\frac{\Delta P_{i,I}}{U_I} + \frac{\Delta P_{i,II}}{U_{II}} \right] \quad (2.46)$$

โดยที่

$\Delta P_{i,I}, \Delta P_{i,II}$ คือ ความดันลดของของเหลวที่อุณหภูมิอ้างอิง I และ II ตามลำดับ

ในกรณีที่ของไหลเป็นก๊าซ Roetzel (1973) ได้เพิ่มเทอมแก้ไขเข้าไปในสมการคำนวณความดันลดของของไหล เพื่อคำนึงถึงผลของความหนาแน่นของก๊าซซึ่งขึ้นอยู่กับความดันซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงตลอดระยะทางการไหล ดังสมการ

$$\Delta P'_o = \left[1 - \left(1 - 2 \frac{\Delta P'_o}{P_{o,I}} \right)^{1/2} \right] P_{o,I} \quad (2.47)$$

โดยที่

$$\Delta P'_o = \frac{U_m}{2} \left[\frac{\Delta P_{o,I}}{U_I} + \frac{\Delta P_{o,II}}{U_{II}} \right] \quad (2.48)$$

สำหรับหม้อน้ำรถยนต์ ความดันลดของน้ำที่ไหลภายในท่อ (ΔP_i) คำนวณได้จากสมการ (2.46) โดยที่ $\Delta P_{i,I}, \Delta P_{i,II}$ คำนวณได้จากสมการ (2.49) และ (2.50) ตามลำดับ

$$\Delta P_{i,I} = \frac{\rho_{w,I} u_{w,I}^2}{2} \left(f_{i,I} \frac{A_w}{A_{f,w}} + K_{c,j} + K_{e,i} \right) \quad (2.49)$$

$$\Delta P_{i,II} = \frac{\rho_{w,II} u_{w,II}^2}{2} \left(f_{i,II} \frac{A_w}{A_{f,w}} + K_{c,j} + K_{e,i} \right) \quad (2.50)$$

โดยที่

A_w คือ พื้นที่ถ่ายเทความร้อนของน้ำ

$A_{f,w}$ คือ พื้นที่การไหลที่น้อยที่สุดของน้ำ

$\rho_{w,I}, \rho_{w,II}$ คือ ความหนาแน่นของน้ำที่อุณหภูมิอ้างอิง $T_{w,I}$ และ $T_{w,II}$ ตามลำดับ

$u_{w,I}, u_{w,II}$ คือ ความเร็วของน้ำที่อุณหภูมิอ้างอิง $T_{w,I}$ และ $T_{w,II}$ ตามลำดับ

$f_{i,I}, f_{i,II}$ คือ แฟกเตอร์ความเสียดทานของน้ำที่อุณหภูมิอ้างอิง $T_{w,I}$ และ $T_{w,II}$ ตามลำดับ

$K_{c,i}, K_{e,i}$ คือ สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานเนื่องจากการลดและขยายขนาดพื้นที่หน้าตัดของการไหลของของไหล (ในที่นี้คือน้ำ) ที่ไหลผ่านท่อ ตามลำดับ

สำหรับความดันลดของอากาศที่ไหลผ่านรังผึ้ง คำนวณได้จากสมการ (2.47) โดยที่ $\Delta P_{o,I}, \Delta P_{o,II}$ คำนวณได้จากสมการ (2.51) และ (2.52) ตามลำดับ

$$\Delta P_{o,I} = \frac{\rho_{a,I} u_{a,I}^2}{2} \left(f_{o,I} \frac{A_a}{A_{ff,a}} + K_{c,o} + K_{e,o} \right) \quad (2.51)$$

$$\Delta P_{o,II} = \frac{\rho_{a,II} u_{a,II}^2}{2} \left(f_{o,II} \frac{A_a}{A_{ff,a}} + K_{c,o} + K_{e,o} \right) \quad (2.52)$$

โดยที่

A_a คือ พื้นที่ถ่ายเทความร้อนของอากาศ

$A_{ff,a}$ คือ พื้นที่การไหลที่น้อยที่สุดของอากาศ

$\rho_{a,I}, \rho_{a,II}$ คือ ความหนาแน่นของอากาศที่อุณหภูมิอ้างอิง $T_{a,I}$ และ $T_{a,II}$ ตามลำดับ

$u_{a,I}, u_{a,II}$ คือ ความเร็วของอากาศที่อุณหภูมิอ้างอิง $T_{a,I}$ และ $T_{a,II}$ ตามลำดับ

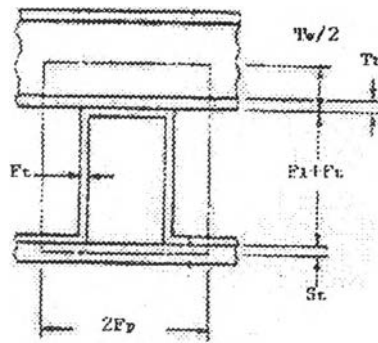
$f_{o,I}, f_{o,II}$ คือ แฟกเตอร์ความเสียดทานของอากาศที่อุณหภูมิอ้างอิง $T_{a,I}$ และ $T_{a,II}$ ตามลำดับ

$K_{c,o}, K_{e,o}$ คือ สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานเนื่องจากการลดและขยายขนาดพื้นที่หน้าตัดของการไหลของของไหล (ในที่นี้คือ อากาศ) ที่ไหลผ่านรังผึ้ง ตามลำดับ

2.2.6 การคำนวณพื้นที่

ในส่วนนี้ จะแสดงชุดสมการที่ใช้ในการคำนวณพื้นที่ต่างๆ โดยที่ สมการ (ก) หมายถึง สมการที่ใช้ในการคำนวณสำหรับหม้อน้ำที่มีการจัดวางท่อและครีบบนครีบลูเวอร์พับงอ สมการ (ข) คือ สมการที่ใช้ในการคำนวณสำหรับหม้อน้ำที่มีการจัดวางท่อและครีบบนครีบลูเวอร์พับงอที่มีแผ่นกั้น ซึ่งทั้งสมการ (ก) และสมการ (ข) เป็นสมการที่พัฒนาโดย Rugh และคณะ (1992)

กำหนดให้ ความสูงของหนึ่งโมดูล (หน่วยย่อยของรังผึ้ง) เท่ากับสองเท่าของระยะห่างระหว่างครีบบน สำหรับลักษณะรังผึ้งแบบครีบลูเวอร์พับงอ ความกว้างของโมดูลจะเท่ากับระยะห่างระหว่างท่อ ในขณะที่ความกว้างของโมดูลของลักษณะรังผึ้งแบบครีบลูเวอร์พับงอที่มีแผ่นกั้น จะมีค่าเท่ากับระยะห่างระหว่างท่อและแผ่นกั้น แสดงดังรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 โมดูลสำหรับรังผึ้งที่มีการจัดวางท่อและครีบบแบบครีบลูเวอร์พับงอที่มีแผ่นกัน

(Rugh และคณะ, 1992)

2.2.6.1 พื้นที่ถ่ายเทความร้อนของอากาศ (air-side heat transfer area, A_a) คำนวณได้จาก

$$A_a = A_{pr} + A_{sc} \quad (2.53)$$

โดยที่

A_{pr} คือ พื้นที่ด้านนอกของท่อทั้งส่วนที่สัมผัสกับอากาศ และส่วนที่ครีบบทบอยู่ คำนวณได้จาก

$$A_{pr} = A_{pr}^* \times N_m + 2H[(T_d - 2T_t) + (T_w - 2T_t)] \quad (2.54)$$

A_{pr}^* คือ พื้นที่ด้านนอกของท่อทั้งส่วนที่สัมผัสกับอากาศ และส่วนที่ครีบบทบอยู่ต่อหนึ่งโมดูล คำนวณได้จาก

$$A_{pr}^* = 2(2F_p - 2F_t)F_d + 4(T_w - 2T_t)F_p \quad (2.55 ก)$$

$$A_{pr}^* = (2F_p - 2F_t)F_d + 2T_w F_p \quad (2.55 ข)$$

N_m คือ จำนวนโมดูล คำนวณได้จาก

$$N_m = \frac{H}{2F_p} (N_t - 1) \quad (2.56 ก)$$

$$N_m = \frac{H}{F_p} (N_t - 1) \quad (2.56 ข)$$

N , คือ จำนวนท่อ คำนวณได้จาก

$$N_t = \frac{(W + F_t)}{(T_w + F_t)} \quad (2.57 \text{ ก})$$

$$N_t = \frac{(W + 2F_t + S_t)}{(T_w + 2F_t + S_t)} \quad (2.57 \text{ ข})$$

A_{sc} คือ พื้นที่ผิวของครีปที่สัมผัสกับอากาศ (ไม่รวมส่วนที่ติดกับผนังท่อ) คำนวณได้จาก

$$A_{sc} = A_{sc}^* \times N_m \quad (2.58)$$

A_{sc}^* คือ พื้นที่ผิวของครีปที่สัมผัสกับอากาศ (ไม่รวมส่วนที่ติดกับผนังท่อ) ต่อหนึ่งโมดูล คำนวณได้จาก

$$A_{sc}^* = 4(F_t - F_i)F_d \quad (2.59 \text{ ก})$$

$$A_{sc}^* = 4(F_t - F_i)F_d \quad (2.59 \text{ ข})$$

2.2.6.2 พื้นที่ถ่ายเทความร้อนของน้ำ (water-side heat transfer area, A_w) คำนวณได้จาก

$$A_w = 4T_t N_t [(T_d - 2T_t) + (T_w - 2T_t)] \quad (2.60)$$

2.2.6.3 พื้นที่ถ่ายเทความร้อนของท่อ (wall heat transfer area, A_{wall}) คำนวณได้จาก

$$A_{wall} = 2N_t T_t (T_d + T_w) \quad (2.61)$$

2.2.6.4 พื้นที่การไหลที่น้อยที่สุดของน้ำ (water-side minimum free flow area, $A_{ff,w}$)

คำนวณได้จาก

$$A_{ff,w} = (T_w - 2T_t)(T_d - 2T_t)N_t \quad (2.63)$$

2.2.6.5 พื้นที่การไหลที่น้อยที่สุดของอากาศ (air-side minimum free flow area, $A_{ff,a}$)

คำนวณได้จาก

$$A_{ff,a} = A_{ff,a}^* \times N_n \quad (2.64)$$

โดยที่

$A_{ff,a}^*$ คือ พื้นที่การไหลที่น้อยที่สุดของอากาศ ต่อหนึ่งโมดูล คำนวณได้จาก

$$A_{ff,a}^* = (F_t - F_i)(2F_p - 2F_i) \quad (2.65)$$

2.2.6.6 พื้นที่ด้านหน้าของรังผึ้ง (air-side frontal area, $A_{fr,a}$) คำนวณได้จาก

$$A_{fr,a} = W \times H \quad (2.66)$$

2.2.7 ความสัมพันธ์ของความเสียดทานและความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนของของไหล

2.2.7.1 ความสัมพันธ์ของความเสียดทานและความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนของของไหลที่ไหลภายในท่อแบน

1) กรณีของไหลไหลภายในท่อแบนผิวเรียบ

Bhatti (1987) ได้สร้างความสัมพันธ์ของความเสียดทานของของไหลที่ไหลภายในท่อกลมผิวเรียบ ในกรณีที่มีการไหลอยู่ในช่วงตัวเลขเรย์โนลด์ (Reynolds number) $4 \times 10^3 \leq Re_i \leq 10^7$ ดังสมการ

$$f_i = 0.00128 + 0.1143Re_i^{-0.311} \quad (2.67)$$

โดยที่

f_i คือ แฟกเตอร์ความเสียดทานของของไหลที่ไหลภายในท่อ

Re_i คือ ตัวเลขเรย์โนลด์ของของไหลที่ไหลภายในท่อ คำนวณได้จาก

$$Re_i = \left(\frac{\rho u D}{\mu} \right)_i \quad (2.68)$$

D_i คือ เส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อ

u_i คือ ความเร็วของของไหลที่ไหลภายในท่อ คำนวณได้จาก

$$u_i = \left(\frac{V}{A_{ff}} \right)_i \quad (2.69)$$

V_i คือ อัตราการไหลเชิงปริมาตรของของไหลที่ไหลภายในท่อ

Bhatti (1987) สรุปว่า ในกรณีที่การไหลของของไหลอยู่ในช่วงการไหลแบบปั่นป่วน สามารถนำความสัมพันธ์ของความเสียดทานของของไหลที่ไหลภายในท่อกลมผิวเรียบไปใช้ในการคำนวณค่าแฟกเตอร์ความเสียดทานของของไหลที่ไหลภายในท่อแบนผิวเรียบได้ โดยการแทนค่าเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อกลมด้วยเส้นผ่านศูนย์กลางสมมูลลามินาร์ (laminar equivalent diameter, D_l) ของท่อแบน โดยค่าสัมประสิทธิ์ที่คำนวณได้ด้วยวิธีนี้จะผิดพลาดจากค่าที่ได้จากการทดลองประมาณ $\pm 5\%$

เส้นผ่านศูนย์กลางสมมูลลามินาร์ของท่อแบนคำนวณได้จากสมการที่พัฒนาโดย Jones (1976)

$$D_l = \left[\frac{2}{3} + \frac{11}{24} \left(\frac{T_w - 2T_t}{T_d - 2T_t} \right) \left(2 - \left(\frac{T_w - 2T_t}{T_d - 2T_t} \right) \right) \right] D_h \quad (2.70)$$

โดยที่

D_h คือ เส้นผ่านศูนย์กลางไฮดรอลิก (hydraulic diameter) ของท่อแบน ซึ่งคำนวณได้จาก

$$D_h = \frac{2(T_w - 2T_t)(T_d - 2T_t)}{(T_w - 2T_t) + (T_d - 2T_t)} \quad (2.71)$$

Gnielinski (1976) ได้สร้างความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนของของไหลที่ไหลภายในท่อกลมผิวเรียบ ในกรณีที่การไหลอยู่ในช่วงตัวเลขเรย์โนลด์ $2.3 \times 10^3 \leq Re_i \leq 5 \times 10^5$ และตัวเลขแพรนเทิล (Prandtl number) $0.5 \leq Pr_i \leq 2 \times 10^3$ ดังสมการ

$$h_i = \frac{\left(\frac{f_i}{2}\right)(Re_i - 1000)Pr_i \left(\frac{k_i}{D_i}\right)}{1 + 12.7 \left(\frac{f_i}{2}\right)^{0.5} \left(Pr_i^{2/3} - 1\right)} \quad (2.72)$$

โดยที่

h_i คือ สัมประสิทธิ์การพาความร้อนของของไหลที่ไหลภายในท่อ

k_i คือ ค่าการนำความร้อนของของไหลที่ไหลภายในท่อ

D_i คือ เส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อ

Pr_i คือ ตัวเลขแพรนเทิลของของไหลที่ไหลภายในท่อ คำนวณได้จาก

$$Pr_i = \left(\frac{c_p \mu}{k}\right)_i \quad (2.73)$$

Bhatti (1987) สรุปว่า ในกรณีที่การไหลของของไหลอยู่ในช่วงการไหลแบบปั่นป่วน สามารถนำความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนของของไหลที่ไหลภายในท่อกลมผิวเรียบไปใช้ในการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนของของไหลที่ไหลในท่อแบนผิวเรียบได้โดยการแทนค่าเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของท่อกลมด้วยเส้นผ่านศูนย์กลางไฮดรอลิกของท่อแบน สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ที่คำนวณได้ด้วยวิธีนี้นั้นจะผิดพลาดจากค่าที่ได้จากการทดลองประมาณ $\pm 9\%$

2) กรณีของไหลไหลภายในท่อแบบแบบ rib

Han (1984) ได้สร้างความสัมพันธ์ของความเสียดทานของของไหลที่ไหลภายในท่อแบบซึ่งมีผิวขรุขระแบบ rib ด้านความลึกของท่อ และมีผิวเรียบด้านความกว้างของท่อ (แสดงดังรูปที่ 2.7 (ค)) ดังสมการ

$$f_i = \frac{(T_w - 2T_i)f_s + (T_d - 2T_i)f_r}{(T_w - 2T_i) + (T_d - 2T_i)} \quad (2.74)$$

โดยที่

f_i คือ แฟกเตอร์ความเสียดทานของของไหลที่ไหลภายในท่อแบบซึ่งมีผิวขรุขระแบบ rib ด้านความลึกของท่อ และมีผิวเรียบด้านความกว้างของท่อ

f_s คือ แฟกเตอร์ความเสียดทานของของไหลที่ไหลภายในท่อแบบซึ่งมีพื้นผิวภายในเรียบทั้ง 4 ด้าน (แสดงดังรูปที่ 2.3 (ก)) คำนวณได้จากสมการ (2.67)

f_r คือ แฟกเตอร์ความเสียดทานของของไหลที่ไหลภายในท่อแบบที่มีผิวขรุขระแบบ rib ทั้ง 4 ด้าน (แสดงดังรูปที่ 2.3 (ข)) ซึ่งสามารถคำนวณได้จากความสัมพันธ์ซึ่งพัฒนาโดย Han (1984)

ดังสมการ

$$f_r = \frac{2}{\left[R(e^+) - 2.5 \ln\left(\frac{2e}{D_h}\right) - 2.5 - 2.5 \ln\left(\frac{2(T_d - 2T_i)}{(T_w - 2T_i) + (T_d - 2T_i)}\right) \right]^2} \quad (2.75)$$

โดยที่

e^+ คือ roughness Reynolds number คำนวณได้จาก

$$e^+ = \left(\frac{e}{D_h}\right) \text{Re}_{D_h} \left(\frac{f_r}{2}\right)^{0.5} \quad (2.76)$$

e คือ ความสูงของความขรุขระ

$R(e^+)$ คือ friction roughness function

Webb, Eckert และ Goldstein (1971) ได้สร้างความสัมพันธ์จากการทดลองของ $R(e^+)$ สำหรับท่อแบนซึ่งมีผิวขรุขระแบบ rib ด้านความลึกของท่อ และมีผิวเรียบด้านความกว้างของท่อ ดังสมการ

$$R(e^+) = 0.95 \left(\frac{p}{e} \right)^{0.53} \quad (2.77)$$

เมื่อ

p คือ ระยะห่างของความขรุขระ

และมีข้อจำกัดของสมการ คือ

$$e^+ \geq 30, 0.01 \leq \frac{e}{D_h} \leq 0.04 \text{ และ } 10 \leq \frac{p}{e} \leq 40$$

Han (1984) ได้สร้างความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนของของไหลที่ไหลภายในท่อแบนซึ่งมีผิวขรุขระแบบ rib ด้านความลึกของท่อ และมีผิวเรียบด้านความกว้างของท่อ ดังสมการ

$$h_i = \frac{(T_w - 2T_i)h_s + (T_d - 2T_i)h_r}{(T_w - 2T_i) + (T_d - 2T_i)} \quad (2.78)$$

โดยที่

h_s คือ สัมประสิทธิ์การพาความร้อนของของไหลที่ไหลภายในท่อแบนซึ่งมีพื้นผิวภายในเรียบ ทั้ง 4 ด้าน (แสดงดังรูปที่ 2.3 (ก)) คำนวณได้จากสมการ (2.72)

h_r คือ สัมประสิทธิ์การพาความร้อนของของไหลที่ไหลภายในท่อแบนที่มีผิวขรุขระแบบ rib ทั้ง 4 ด้าน (แสดงดังรูปที่ 2.7 (ข)) ซึ่งสามารถคำนวณได้จากความสัมพันธ์ซึ่งพัฒนาโดย Han (1984) ดังสมการ

$$h_r = \frac{\left(\frac{f_r}{2} \right) (c_p \rho u)_i}{1 + \left(\frac{f_r}{2} \right)^{0.5} [G(e^+, Pr) - R(e^+)]} \quad (2.79)$$

โดยที่

$G(e^+, Pr)$ คือ heat transfer roughness function

Webb, Eckert และ Goldstein (1971) ได้สร้างความสัมพันธ์ของ $G(e^+, Pr)$ สำหรับท่อที่มีความขรุขระแบบ rib จากการทดลอง แสดงความสัมพันธ์ดังสมการ

$$G(e^+, Pr) = 4.5(e^+)^{0.28} Pr^{0.57} \quad (2.80)$$

โดยมีข้อจำกัดของสมการ คือ

$$e^+ \geq 30 \quad , \quad 0.01 \leq \frac{e}{D_h} \leq 0.04, \quad 10 \leq \frac{p}{e} \leq 40 \quad \text{และ} \quad 0.71 \leq Pr \leq 37.6$$

2.2.7.2 ความสัมพันธ์ของความเสียดทานและความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนของอากาศที่ไหลผ่านรังผึ้ง

Chang, Hsu, Lin, และ Wang (2000) ได้สร้างความสัมพันธ์ทั่วไปของความเสียดทาน (generalized friction correlation) ของอากาศที่ไหลผ่านเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อแบนและครีบลูเวอร์ โดยใช้ข้อมูลที่ได้จากงานวิจัยของ Davenport (1983), Tanaka และคณะ (1984), Achaichia และ Cowell (1988), Webb (1988), Sunden และ Svantesson (1992), Webb และ Jung (1992), Rugh และคณะ (1992) และ Chang และ Wang (1996) แสดงดังสมการ

$$f_o = f_1 \times f_2 \times f_3 \quad (2.81)$$

ในกรณีที่ $Re_{L_p} \leq 150$ ค่า f_1, f_2, f_3 มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} f_1 &= 14.39 Re_{L_p}^{-0.805 \frac{F_p}{F_l}} \left[\ln \left(1.0 + \left(\frac{F_p}{L_p} \right) \right) \right]^{3.04} \\ f_2 &= \left[\ln \left(\left(\frac{F_l}{F_p} \right)^{0.48} + 0.9 \right) \right]^{-1.435} \left(\frac{D_h}{L_p} \right)^{-3.01} \left[\ln(0.5 Re_{L_p}) \right]^{-3.01} \\ f_3 &= \left(\frac{F_p}{L_l} \right)^{-0.308} \left(\frac{F_d}{L_l} \right)^{-0.308} \left(e^{-0.1167 \frac{T_p}{T_w}} \right) L_{\theta}^{0.35} \end{aligned} \quad (2.82)$$

และในกรณีที่ $150 \leq \text{Re}_{L_p} \leq 5 \times 10^3$ ค่า f_1, f_2, f_3 มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}
 f_1 &= 4.97 \text{Re}_{L_p}^{0.6049} \frac{1.064}{L_p^{0.2}} \left[\ln \left(\left(\frac{F_t}{F_p} \right)^{0.5} + 0.9 \right) \right]^{-0.527} \\
 f_2 &= \left(\left(\frac{D_h}{L_p} \right) \ln(0.3 \text{Re}_{L_p}) \right)^{-2.966} \left(\frac{F_p}{L_t} \right)^{\left(\frac{-0.7931 T_p}{(T_p - T_w)} \right)} \\
 f_3 &= \left(\frac{T_p}{T_w} \right)^{-0.0446} \ln \left[1.2 + \left(\frac{L_p}{F_p} \right)^{1.4} \right]^{-3.553} L_p^{-0.477}
 \end{aligned} \tag{2.83}$$

โดยที่

Re_{L_p} คือ ตัวเลขเรย์โนลด์ของอากาศที่ไหลผ่านรังผึ้ง คำนวณได้จาก

$$\text{Re}_{L_p} = \frac{\rho_a u_a L_p}{\mu_a} \tag{2.84}$$

ρ_a คือ ความหนาแน่นของอากาศ

u_a คือ ความเร็วของอากาศ

μ_a คือ ความหนืดของอากาศ

D_h คือ เส้นผ่านศูนย์กลางไฮดรอลิกของรังผึ้ง คำนวณได้จาก (Rugh และคณะ, 1992)

$$D_h = 4 \frac{(2F_p - 2F_t)(F_t - F_l)}{((2F_p - 2F_t) + 4(F_t - F_l))} \tag{2.85}$$

ความสัมพันธ์ดังกล่าวสามารถใช้กับเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อและครีบลูเวอร์ที่มีการจัดเรียงท่อและครีบบนรังผึ้งทั้ง 3 รูปแบบ (รูปที่ 2.5) และครีบลูเวอร์ทั้ง 6 แบบ (รูปที่ 2.4)

ในกรณีที่การไหลของอากาศอยู่ในช่วงตัวเลขเรย์โนลด์ $100 \leq \text{Re}_{L_p} \leq 5 \times 10^3$ โดยที่ร้อยละ 83.14 ของข้อมูลที่ได้จากการคำนวณเมื่อใช้ความสัมพันธ์นี้อยู่ในช่วงเปอร์เซ็นต์ความเบี่ยงเบนไปจากข้อมูลที่ได้จากการทดลอง $\pm 15\%$

Chang และ Wang (1997) ได้สร้างความสัมพันธ์ทั่วไปของการถ่ายเทความร้อน (generalized heat transfer correlation) ของอากาศที่ไหลผ่านเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อแบนและครีบลูเวอร์ โดยใช้ข้อมูลที่ได้จากงานวิจัยของ Davenport (1983), Tanaka และคณะ (1984), Achaichia และ Cowell (1988), Webb (1988), Sunden และ Svantesson (1992), Webb และ Jung (1992), Rugh และคณะ (1992) และ Chang และ Wang (1996) แสดงดังสมการ

$$h_a = \text{Re}_{L_p}^{-0.49} \left(\frac{L_t}{90}\right)^{0.27} \left(\frac{L_t}{L_p}\right)^{0.68} \left(\frac{F_p}{L_p}\right)^{-0.14} \left(\frac{F_l}{L_p}\right)^{-0.29} \left(\frac{F_l}{L_p}\right)^{-0.05} \left(\frac{T_d}{L_p}\right)^{-0.23} \left(\frac{T_p}{L_p}\right)^{-0.28} \left(\frac{\rho u c_p}{\text{Pr}^{2/3}}\right)_a \quad (2.86)$$

ความสัมพันธ์นี้สามารถใช้กับเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อแบนและครีบลูเวอร์ที่มีการจัดเรียงท่อและครีบลูเวอร์เป็นรังผึ้งทั้ง 3 รูปแบบ (รูปที่ 2.5) และครีบลูเวอร์ทั้ง 6 แบบ (รูปที่ 2.4) ในกรณีที่มีการไหลของอากาศอยู่ในช่วงตัวเลขเรย์โนลด์ $100 \leq \text{Re}_{L_p} \leq 3 \times 10^3$ โดยที่ร้อยละ 89.3 ของข้อมูลที่ได้จากการคำนวณเมื่อใช้ความสัมพันธ์นี้อยู่ในช่วงเปอร์เซ็นต์ความเบี่ยงเบนไปจากข้อมูลที่ได้จากการทดลอง $\pm 15\%$

2.2.8 สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานเนื่องจากการลดและขยายขนาดพื้นที่หน้าตัดของการไหลของของไหล

2.2.8.1 สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานเนื่องจากการลดและขยายขนาดพื้นที่หน้าตัดของการไหลของของไหลที่ไหลผ่านท่อ

Farrell, Wert และ Webb (1991) ได้ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานเนื่องจากการลดขนาดพื้นที่หน้าตัดของการไหล (contraction loss coefficient) และสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานเนื่องจากการขยายขนาดพื้นที่หน้าตัดของการไหล (expansion loss coefficient) ของของไหลที่ไหลภายในท่อจากการทดลอง ในกรณีที่ $\text{Re}_{D_h} < 2,000$ และ $\text{Re}_{D_h} \geq 2,000$ ดังสมการ (2.87) และ (2.88) ตามลำดับ

$$K_{c,j} + K_{e,j} = 1.7 \quad (2.87)$$

$$K_{c,j} + K_{e,j} = 1.4 \quad (2.88)$$

โดยที่

$K_{c,i}$ คือ สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานเนื่องจากการลดขนาดพื้นที่หน้าตัดของการไหลของของไหลที่ไหลผ่านท่อ

$K_{e,i}$ สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานเนื่องจากการขยายขนาดพื้นที่หน้าตัดของการไหลของของไหลที่ไหลผ่านท่อ

2.2.8.2 สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานเนื่องจากการลดและขยายขนาดพื้นที่หน้าตัดของการไหลของของไหลที่ไหลผ่านรังผึ้ง

Kays และ London (1940) ได้สร้างความสัมพันธ์ของสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานเนื่องจากการลดขยายขนาดพื้นที่หน้าตัดของการไหลและสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานเนื่องจากการขยายขนาดพื้นที่หน้าตัดของการไหลของของไหลที่ไหลผ่านรังผึ้งที่มีลักษณะดังรูปที่ (2.5) ซึ่งสามารถประมาณความสัมพันธ์ดังกล่าวได้จากสมการ (2.89) และ (2.90) ตามลำดับ

$$K_{c,o} = 0.408 - 0.409 \left(\frac{A_{g,o}}{A_{f,o}} \right)^2 \quad (2.89)$$

$$K_{e,o} = 0.973 - 1.916 \left(\frac{A_{g,o}}{A_{f,o}} \right) + 0.944 \left(\frac{A_{g,o}}{A_{f,o}} \right)^2 \quad (2.90)$$

โดยที่

$K_{c,o}$ คือ สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานเนื่องจากการลดขนาดพื้นที่หน้าตัดของการไหลของของไหลที่ไหลผ่านรังผึ้ง

$K_{e,o}$ คือ สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานเนื่องจากการขยายขนาดพื้นที่หน้าตัดของการไหลของของไหลที่ไหลผ่านรังผึ้ง

2.2.9 งานวิจัยที่ผ่านมาเกี่ยวกับการออกแบบเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อแบนและครีบลูเวอร์

2.2.9.1 งานวิจัยเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนและความสัมพันธ์ของความเสียดทานของอากาศที่ไหลผ่านครีบลูเวอร์และไหลนอกท่อแบน

Davenport (1983) ได้ทำการทดลองเพื่อหาความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนและความสัมพันธ์ของความเสียดทานของอากาศที่ไหลผ่านครีบลูเวอร์และไหลนอกท่อแบนของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนที่มีลักษณะดังรูปที่ 2.5 (ก) ทั้งนี้ ร้อยละ 95 ของข้อมูลที่ได้จากการคำนวณเมื่อใช้ความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนที่ Davenport (1983) พัฒนาขึ้นจะอยู่ในช่วงเปอร์เซ็นต์ความเบี่ยงเบนไปจากข้อมูลที่ได้จากการทดลอง $\pm 6\%$ และร้อยละ 95 ของข้อมูลที่ได้จากการคำนวณเมื่อใช้ความสัมพันธ์ของความเสียดทานที่พัฒนาขึ้นจะอยู่ในช่วงเปอร์เซ็นต์ความเบี่ยงเบนไปจากข้อมูลที่ได้จากการทดลอง $\pm 10\%$

Sahnoun และ Webb (1992) ได้เสนอแบบจำลองเชิงวิเคราะห์ (analytical model) เพื่อใช้ในการทำนายลักษณะเฉพาะของการถ่ายเทความร้อนและความเสียดทาน (heat transfer and friction characteristics) ของอากาศที่ไหลผ่านครีบลูเวอร์

Dillen และ Webb (1994) ได้สร้างความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนและความสัมพันธ์ของความเสียดทานกึ่งวิเคราะห์ (semi-analytical heat transfer and friction correlation) ของอากาศที่ไหลผ่านครีบลูเวอร์และไหลนอกท่อแบนของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนที่มีลักษณะดังรูปที่ 2.5 (ก) และ (ข) โดยใช้ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับกลไกการถ่ายเทความร้อนและความเสียดทาน ความสัมพันธ์เชิงทฤษฎี (theoretical relationships) และแบบจำลองเชิงวิเคราะห์ของ Sahnoun และ Webb (1992) ทั้งนี้ ร้อยละ 82 ของข้อมูลที่ได้จากการคำนวณเมื่อใช้ความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนที่ Dillen และ Webb (1994) พัฒนาขึ้น และร้อยละ 81 ของข้อมูลที่ได้จากการคำนวณเมื่อใช้ความสัมพันธ์ของความเสียดทานที่พัฒนาขึ้นอยู่ในช่วงเปอร์เซ็นต์ความเบี่ยงเบนไปจากข้อมูลที่ได้จากการทดลอง $\pm 10\%$

2.2.9.2 งานวิจัยเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนและความสัมพันธ์ของความเสียดทานของของไหลที่ไหลภายในท่อแบน

Nikuradse (1950) เสนอ “law of the wall” และพัฒนา “friction similarity law” เพื่อใช้ในการคำนวณหาความสัมพันธ์ของความเสียดทานสำหรับการไหลของของไหลภายในท่อผิวหยาบซึ่งเคลือบด้วยเม็ดทราย ในช่วงการไหลแบบ fully developed turbulent flow

Dipprey และ Sabersky (1963) พัฒนา “heat transfer similarity law” เพื่อใช้ในการคำนวณหาความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนของของไหลที่ไหลภายในท่อซึ่งเคลือบด้วยเม็ดทรายในช่วงการไหลแบบ fully developed turbulent flow

Webb และคณะ (1971) ได้สร้างความสัมพันธ์ของการความเสียดทานและความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนสำหรับการไหลของของไหลที่ไหลภายในท่อแบบ repeated-rib โดยใช้ “friction similarity law” ของ Nikuradse (1950) และ “heat transfer similarity law” ของ Dipprey และ Sabersky (1963)

Gnielinski (1976) ได้สร้างความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนและความสัมพันธ์ของความเสียดทานของของไหลที่ไหลภายในท่อผิวเรียบ

Han (1984) ได้สร้างความสัมพันธ์ของการความเสียดทานและความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนสำหรับการไหลของของไหลที่ไหลระหว่างแผ่นโลหะ 2 แผ่นซึ่งมีผิวแบบ repeated-rib จากความสัมพันธ์ของความเสียดทานและความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนของของไหลที่ไหลภายในท่อแบบ repeated-rib ของ Webb และคณะ (1971) และทำการทดลองโดยใช้อากาศเป็นของไหลเพื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณ พบว่าผลการคำนวณโดยใช้ความสัมพันธ์ที่ได้พัฒนาขึ้นมีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลองมาก

Webb และคณะ (1995) ได้สร้างความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนและความสัมพันธ์ของความเสียดทานกึ่งวิเคราะห์ของอากาศที่ไหลผ่านครีบลูเวอร์และไหลนอกท่อแบนของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนที่มีลักษณะดังรูปที่ 2.5 (ก) โดยพัฒนาจากความสัมพันธ์ของ Dillen และ Webb (1994) และใช้ข้อมูลที่ได้จากงานวิจัยของ Davenport (1983) และ Chang และ Wang (1996) ทั้งนี้ ร้อยละ 95 ของข้อมูลที่ได้จากการคำนวณเมื่อใช้ความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนที่ Webb และคณะ (1995) พัฒนาขึ้น และร้อยละ 91 ของข้อมูลที่ได้จากการคำนวณเมื่อใช้ความสัมพันธ์ของความเสียดทานที่พัฒนาขึ้นอยู่ในช่วงเปอร์เซ็นต์ความเบี่ยงเบนไปจากข้อมูลที่ได้จากการทดลอง $\pm 20\%$

Chang และ Wang (1997) ได้สร้างความสัมพันธ์ทั่วไปของการถ่ายเทความร้อน (generalized heat transfer correlation) ของอากาศที่ไหลผ่านครีบลูเวอร์และไหลนอกท่อแบนของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนที่มีลักษณะดังรูปที่ 2.5 (ก) (ข) และ (ค) โดยใช้ข้อมูลที่ได้จากงานวิจัยของ Davenport (1983), Tanaka และคณะ (1984), Achaichia และ Cowell (1988), Webb (1988), Sunden และ Svantesson (1992), Webb และ Jung (1992), Rugh และ คณะ (1992) และ Chang และ Wang (1996) ความสัมพันธ์ที่ได้นี้สามารถใช้ได้กับเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนที่ใช้ท่อทำจากทองเหลืองและอะลูมิเนียมและครีบทำจากทองแดงและอะลูมิเนียม ทั้งนี้ ร้อยละ 89.3 ของข้อมูลที่ได้จากการคำนวณเมื่อใช้ความสัมพันธ์ของการถ่ายเทความร้อนที่พัฒนาขึ้นจะอยู่ในช่วงเปอร์เซ็นต์ความเบี่ยงเบนไปจากข้อมูลที่ได้จากการทดลอง $\pm 15\%$

Chang และคณะ (2000) ได้สร้างความสัมพันธ์ทั่วไปของความเสียดทาน (generalized friction correlation) ของอากาศที่ไหลผ่านครีบลูเวอร์และไหลนอกท่อแบนของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนที่มีลักษณะดังรูปที่ 2.5 (ก) (ข) และ (ค) โดยใช้ข้อมูลที่ได้จากงานวิจัยของ Davenport (1983), Tanaka และคณะ (1984), Achaichia และ Cowell (1988), Webb (1988), Sunden และ Svantesson (1992), Webb และ Jung (1992), Rugh และ คณะ (1992) และ Chang และ Wang (1996) จำนวน 91 ตัวอย่าง ความสัมพันธ์ที่ได้นี้สามารถใช้ได้กับเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนที่ใช้ท่อทำจากทองเหลืองและอะลูมิเนียมและครีบทำจากทองแดงและอะลูมิเนียม ทั้งนี้ ร้อยละ 83.14 ของข้อมูลที่ได้จากการคำนวณเมื่อใช้ความสัมพันธ์ของความเสียดทานที่พัฒนาขึ้นจะอยู่ในช่วงเปอร์เซ็นต์ความเบี่ยงเบนไปจากข้อมูลที่ได้จากการทดลอง $\pm 15\%$

2.2.9.3 งานวิจัยเกี่ยวกับการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการถ่ายเทความร้อนของของไหลที่ไหลภายในและภายนอกท่อที่มีพื้นที่หน้าตัดและพื้นผิวแบบอื่น

Chang, Wang, Shyu, และ Robert (1995) ได้ทำการทดลองเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการถ่ายเทความร้อนของอากาศที่ไหลผ่านรังผึ้งของเครื่องควบแน่นซึ่งเป็นเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อและครีบลูเวอร์ที่ใช้ท่อแบนและท่อกกลม จากการเปรียบเทียบค่า flow area goodness factor, volume goodness factor และ performance evaluation criteria ของ Cowell (1990) พบว่า อากาศที่ไหลผ่านเครื่องควบแน่นที่ใช้ท่อแบนจะมีประสิทธิภาพในการถ่ายเทความร้อนสูงกว่า และมีแฟกเตอร์ความเสียหายต่ำกว่าเครื่องควบแน่นที่ใช้ท่อกกลม

Olsson และ Sunden (1996) ได้ทำการทดลองโดยให้อากาศไหลภายในท่อแบนในช่วงตัวเลขเรย์โนลด์ 500-6,000 เพื่อเปรียบเทียบ thermal performance และ hydraulic performance ระหว่างท่อผิวเรียบ ท่อแบบ rib และท่อแบบ dimple โดยใช้การเปรียบเทียบค่า flow area goodness factor และ volume goodness factor พบว่า ท่อแบบ rib มี thermal performance และ hydraulic performance ดีที่สุด รองมาคือ ท่อแบบ dimple และท่อผิวเรียบ

2.2.9.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการถ่ายเทความร้อนของครีบลูเวอร์กับครีบบนอื่น

Rugh และคณะ (1992) ได้ทำการทดลองโดยใช้เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนที่มีลักษณะดังรูปที่ 2.5 (ข) เพื่อเปรียบเทียบค่าแฟกเตอร์โคลเบิร์ต-เจ (Colburn-j factor) และค่าแฟกเตอร์ความเสียหายของครีบบนต่างๆ ประกอบด้วยครีบลูเวอร์ ครีบบนเรียบ (plain un-louvered fin) และครีบบนออฟเซต-สตริบ (offset-strip fin) พบว่า เมื่อเปรียบเทียบครีบลูเวอร์กับครีบบนเรียบ ครีบลูเวอร์จะให้ค่าแฟกเตอร์โคลเบิร์ต-เจ สูงกว่า 25 % และให้แฟกเตอร์ความเสียหายสูงกว่า 10% ในขณะที่ครีบบนออฟเซต-สตริบเมื่อเปรียบเทียบกับครีบลูเวอร์จะให้ค่าแฟกเตอร์โคลเบิร์ต-เจสูงกว่า 25 % และให้แฟกเตอร์ความเสียหายสูงกว่า 15%

2.3 การออปติไมซ์

ในส่วนนี้ เริ่มแรกจะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานของการออปติไมซ์ประกอบด้วยองค์ประกอบของปัญหาออปติไมซ์ การจำแนกวิธีการออปติไมซ์ และหลักการออปติไมซ์ ซึ่งผู้ทำวิจัยได้รวบรวมจากหนังสือ Optimization of chemical processes (Edgar และ Himmelblau, 1988) และงานวิจัยของธิดาพันธ์ ชื่อสัตยาวงศ์ (2542) จากนั้นจะกล่าวถึงการโปรแกรมแบบไม่เชิงเส้นแบบผสมจำนวนจริง (mixed integer (discrete) nonlinear programming) ซึ่งได้รวบรวมมาจากหนังสือ Engineering optimization: Theory and Practice (Singiresu, 1996) และหนังสือ Introduction to Nonlinear Optimization: A Problem Solving Approach. (David และ Chattergy, 1978) และสุดท้ายจะกล่าวถึงการออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนซึ่งรวบรวมจากงานวิจัยของธิดาพันธ์ ชื่อสัตยาวงศ์ (2542)

2.3.1 องค์ประกอบของปัญหาออปติไมซ์

Edgar และ Himmelblau (1988) ได้ให้นิยามของการออปติไมซ์ไว้ว่า คือ กระบวนการคิดและตัดสินใจทางคณิตศาสตร์เพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุดของปัญหา และมีองค์ประกอบของปัญหาดังนี้

2.3.1.1 ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (objective function)

คือ ค่าที่ต้องการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด ซึ่งปัญหาทางด้านวิศวกรรมศาสตร์ส่วนมากจะเป็นการหาจุดสูงสุดหรือต่ำสุดของฟังก์ชัน ตัวอย่างฟังก์ชันวัตถุประสงค์ได้แก่ กำไร ค่าใช้จ่าย พลังงานที่ใช้ ระยะเวลาคืนทุน หรือต้นทุน เป็นต้น ฟังก์ชันเหล่านี้ส่วนใหญ่จะเป็นฟังก์ชันทางเศรษฐศาสตร์ แต่ไม่จำเป็นเสมอไป เช่นอาจเป็นฟังก์ชันทางด้านเทคโนโลยีซึ่งใช้เป็นเกณฑ์ในการตัดสินใจในการออปติไมซ์

2.3.1.2 ตัวแปรตัดสินใจ (decision variable)

คือ ตัวแปรที่ไม่ทราบค่า เป็นตัวแปรที่เปลี่ยนแปลงค่าแล้วมีผลต่อฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ในขั้นตอนการออปติไมซ์จะเป็นการเปลี่ยนค่าตัวแปรตัดสินใจเพื่อหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ตัวอย่างตัวแปรตัดสินใจได้แก่ อุณหภูมิ ความดัน อัตราการไหล และขนาดของเครื่องปฏิกรณ์ เป็นต้น

2.3.1.3 ข้อจำกัด (constraint)

คือ ความสัมพันธ์ของตัวแปรตัดสินใจกับค่าที่แน่นอน เป็นตัวกำหนดขอบเขตดำเนินการ (feasible region) ของตัวแปรตัดสินใจ หรือพื้นที่ของตัวแปรตัดสินใจที่น่าจะเป็นไปได้ซึ่งมีข้อจำกัดเป็นตัวกำหนดขอบเขต สามารถแบ่งข้อจำกัดออกเป็น 2 ชนิดคือ

1) ข้อจำกัดที่เป็นสมการ (equality constraint) คือ ข้อจำกัดที่มีเครื่องหมาย = เป็นสมการที่แสดงข้อกำหนดต่างๆ ของกระบวนการ เช่น อัตราการถ่ายเทความร้อนของเครื่องแลกเปลี่ยน ความร้อนจะต้องมีค่าเท่ากับ 50 กิโลวัตต์ หรือเป็น สมการที่แสดงแบบจำลองกระบวนการ เช่น สมการสมดุลมวลสาร หรือสมการสมดุลพลังงาน เป็นต้น

2) ข้อจำกัดที่เป็นอสมการ (inequality constraint) คือ ข้อจำกัดที่มีเครื่องหมาย \neq , $<$, $>$, \leq หรือ \geq เป็นสมการที่แสดงข้อจำกัดของการออกแบบและข้อจำกัดต่างๆ เช่น ค่าอัตราการไหลควรมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์, ความดันภายในระบบจะต้องมีค่าไม่เกินค่าจำนวนหนึ่งที่เป็นขอบเขตบน (upper limit) เป็นต้น

2.3.2 การจำแนกวิธีการหาค่าเหมาะที่สุด

การหาค่าตอบของปัญหาหาค่าเหมาะที่สุด คือการใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ช่วยในการตัดสินใจเพื่อหาค่าตอบที่เหมาะสม ดังนั้นการจะหาค่าเหมาะที่สุดปัญหาใดๆ จะต้องจัดให้อยู่ในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ก่อน สำหรับรูปแบบทั่วไปของปัญหาหาค่าเหมาะที่สุดสามารถเขียนในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\min_x F(x) \quad (2.91)$$

โดยมีเงื่อนไข

$$h(x) = 0 \text{ และ } g(x) \leq 0$$

เมื่อ x คือ เวกเตอร์ของตัวแปรตัดสินใจ

$F(x)$ คือ สมการฟังก์ชันวัตถุประสงค์ซึ่งสัมพันธ์กับ x

$h(x)$ คือ เวกเตอร์ของข้อจำกัดที่เป็นสมการ

$g(x)$ คือ เวกเตอร์ของข้อจำกัดที่เป็นอสมการ

จากรูปแบบทางคณิตศาสตร์ทั่วไป ของปัญหาออปติไมซ์ สามารถแบ่งวิธีการออปติไมซ์ ตามลักษณะของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ข้อจำกัด และตัวแปรตัดสินใจได้หลายแบบด้วยกันดังนี้ (Rao,1979)

2.3.2.1 การออปติไมซ์หนึ่งตัวแปร (one-variable optimization)

คือ การออปติไมซ์ปัญหาที่มีตัวแปรตัดสินใจเพียงตัวเดียว

2.3.2.2 การออปติไมซ์หลายตัวแปร (multi-variable optimization)

คือ การออปติไมซ์ปัญหาที่มีตัวแปรตัดสินใจหลายตัว ซึ่งจะแก้ปัญหาที่ยากและซับซ้อนมากกว่าปัญหาออปติไมซ์ที่มีหนึ่งตัวแปร

2.3.2.3 การออปติไมซ์แบบไม่มีข้อจำกัด (unconstrained optimization)

คือ การออปติไมซ์ปัญหาที่ไม่มีข้อจำกัดสำหรับทุกตัวแปรตัดสินใจ

2.3.2.4 การออปติไมซ์แบบมีข้อจำกัด (constrained optimization)

คือ การออปติไมซ์ปัญหาที่มีตัวแปรตัดสินใจอย่างน้อยหนึ่งตัวมีข้อจำกัด ซึ่งเป็นปัญหาออปติไมซ์ส่วนใหญ่ที่พบในกระบวนการอุตสาหกรรม

2.3.2.5 การโปรแกรมแบบเชิงเส้น (linear programming)

คือ การออปติไมซ์ปัญหาที่มีฟังก์ชันวัตถุประสงค์และข้อจำกัดเป็นสมการเชิงเส้นทั้งหมด

2.3.2.6 การโปรแกรมแบบไม่เชิงเส้น (nonlinear programming)

คือ การหาค่าเหมาะที่สุดที่มีฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็นสมการไม่เชิงเส้น หรือข้อจำกัดเป็นสมการไม่เชิงเส้น หรือทั้งฟังก์ชันวัตถุประสงค์และข้อจำกัดเป็นสมการไม่เชิงเส้น ปัญหาหาค่าเหมาะที่สุดแบบนี้เป็นปัญหาที่พบบ่อยที่สุดในกระบวนการอุตสาหกรรมและแก้ปัญหาได้ยาก ในบางเทคนิควิธีแก้ปัญหามักเปลี่ยนปัญหาการโปรแกรมแบบไม่เชิงเส้นเป็นปัญหาการโปรแกรมแบบเชิงเส้นเพื่อหาคำตอบที่เหมาะสม

2.3.2.7 การโปรแกรมแบบจำนวนเต็ม (integer programming)

คือ การหาค่าเหมาะที่สุดที่มีตัวแปรตัดสินใจเป็นจำนวนเต็มอย่างเดียว เช่น ปัญหาในการวางแผนการผลิตหรือการจัดตารางการผลิตของกระบวนการที่ต้องการคำตอบเป็นจำนวนเต็มเป็นต้น

2.3.2.8 การโปรแกรมแบบผสมจำนวนจริง (mixed integer programming)

คือ การหาค่าเหมาะที่สุดที่มีตัวแปรตัดสินใจมีทั้งที่เป็นจำนวนเต็มและจำนวนจริง มักเป็นปัญหาที่พบในการวางแผนการผลิตหรือการจัดตารางการผลิตของกระบวนการที่ต้องการคำตอบเป็นทั้งจำนวนเต็มและจำนวนจริง

2.3.2.9 การโปรแกรมแบบสโตแคสติก (stochastic programming) หรือการโปรแกรมแบบความน่าจะเป็น (probabilistic programming)

คือ การหาค่าเหมาะที่สุดที่มีพารามิเตอร์ตัวใดตัวหนึ่งหรือทั้งหมดของฟังก์ชันวัตถุประสงค์หรือข้อจำกัดในสมการหาค่าเหมาะที่สุดมีค่าไม่แน่นอน กล่าวคือ มีพารามิเตอร์ที่มีค่าไม่คงที่หรือมีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลาเป็นตัวแปรสุ่มหรือแจกแจงแบบฟังก์ชันความน่าจะเป็น

2.3.3 หลักการออปติไมซ์

หลักการในการแก้ปัญหาออปติไมซ์มี 2 วิธีด้วยกัน คือ

2.3.3.1 วิธีทางตรง (direct method)

เป็นวิธีที่คำนวณเฉพาะค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในการแก้ปัญหา

2.3.3.2 วิธีทางอ้อม (indirect method)

เป็นวิธีที่คำนวณทั้งค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์และค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในการแก้ปัญหา

สรุปหลักการออปติไมซ์ ดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 สรุปวิธีการออปติไมซ์

ปัญหา	หลักการออปติไมซ์	ชื่อวิธีการออปติไมซ์	ชื่อผู้คิดค้น	สรุปข้อดีและข้อเสีย	
				ข้อดี	ข้อเสีย
Unconstrained	Region eliminating technique	Fibonacci search	Kiefer (1953)	* สามารถใช้ได้ทุกปัญหา	* ถ้าเป็นฟังก์ชันที่ซับซ้อนจะใช้เวลามาก
		Golden section method	Wilde (1964) Beightler (1967)	* สามารถใช้ได้ทุกปัญหา	* ถ้าเป็นฟังก์ชันที่ซับซ้อนจะใช้เวลามาก
	Polynomial fitting technique	Quadratic interpolation method	Coggins (1964)	* สามารถใช้ได้ทุกปัญหา	* ช้ากว่าวิธี Gradient techniques
		Cubic interpolation method	Coggins (1994)	* สามารถใช้ได้ทุกปัญหา	* ช้ากว่าวิธี Gradient techniques
	Gradient technique	Newton's method	Issac Newton (1660) & Joseph Raphson (1690)	* ใช้เวลาคำนวณน้อย * อัตราการลู่เข้าเป็นแบบควอดเรติก	* กรณีอนุพันธ์อันดับสองเท่ากับศูนย์จะหาคำตอบไม่ได้ * การลู่เข้าขึ้นอยู่กับจุดเริ่มต้น
		Quasi-Newton method	-	* ไม่ต้องคำนวณค่าอนุพันธ์ * สามารถใช้ได้ทุกปัญหา	* เรียกใช้ฟังก์ชันมากขึ้น * ช้ากว่าวิธี Newton's method
		Secant method	Newton (1665)	* ไม่ต้องคำนวณค่าอนุพันธ์ * เรียกใช้ฟังก์ชันน้อยกว่าวิธี Quasi-Newton method	* ลู่เข้าช้าและอาจเกิดการแกว่งของค่าตัวแปรตัดสินใจ * ช้ากว่าวิธี Newton's method

ตารางที่ 2.1 สรุปวิธีการหาค่าเหมาะที่สุด (ต่อ)

ปัญหา	หลักการหาค่าเหมาะที่สุด	ชื่อวิธีการหาค่าเหมาะที่สุด	ชื่อผู้คิดค้น	สรุปข้อดีและข้อเสีย	
				ข้อดี	ข้อเสีย
multivariable	Direct method	Random search	Dixon & James (1980)	* เป็นวิธีที่ง่าย	* ประสิทธิภาพต่ำ * เสียเวลามาก
		Grid search	Box & Hunter (1962)	* เป็นวิธีที่ง่าย	* ประสิทธิภาพต่ำ * เสียเวลามาก
		Simplex method	Spendley, Hext & Himsworth (1962)	* สามารถใช้ได้ทุกปัญหา * เป็นวิธีที่ง่าย	* ช้ากว่าวิธีทางอ้อม
	Indirect method	Newton's method	Issac Newton (1660), Joseph Raphson (1690) & Simpson (1740)	* ใช้เวลาคำนวณน้อย	* กรณี Hessian matrix เท่ากับศูนย์หรือมากกว่าศูนย์จะหาคำตอบไม่ได้
				* อัตราการลู่เข้าเป็นแบบควอดเรติก	* การลู่เข้าขึ้นอยู่กับจุดเริ่มต้น
		Marquardt method	Marquardt (1963) & Levenberg (1964)	* หาคำตอบได้เมื่อ Hessian matrix น้อยกว่าศูนย์	* กรณี Hessian matrix เท่ากับศูนย์หรือมากกว่าศูนย์จะหาคำตอบไม่ได้

ตารางที่ สรุปวิธีการออปติไมซ์ (ต่อ)

ปัญหา	หลักการออปติไมซ์	ชื่อวิธีการออปติไมซ์	ชื่อผู้คิดค้น	สรุปข้อดีและข้อเสีย	
				ข้อดี	ข้อเสีย
		Quasi-Newton method * Broyden * DFP * BFS	Broyden (1967) Davidon (1959), Fletcher (1963) & Powell (1963) Broyden, Fletcher, Goldfarb & Shanno (1970)	ทั้ง 3 วิธี มีข้อดี คือ * นิยมใช้ทั่วไป * ลู่เข้าแบบ superlinear	ทั้ง 3 วิธี มีข้อเสีย คือ * มีประสิทธิภาพต่ำสำหรับปัญหาที่มี จำนวนตัวแปรมาก
		Conjugate gradient method * HS * PR * FR	Hestened & Stiefel (1952) Polak & Ribier (1969) Fletcher & Reeves (1964)	ทั้ง 3 วิธีมีข้อดี คือ * สามารถแก้ปัญหาที่มีตัวแปร จำนวนมากได้ในเวลาอันสั้น * ใช้หน่วยความจำน้อยในการ คำนวณแต่ละ iteration * คำนวณในรูปเวกเตอร์ * ลู่เข้าแบบควอดเรติก	ทั้ง 3 วิธีมีข้อเสีย คือ * บางกรณีอาจเกิดการแกว่งของตัวแปร ตัดสินใจ

ตารางที่ 2.1 สรุปวิธีการออปติไมซ์ (ต่อ)

ปัญหา	หลักการออปติไมซ์	ชื่อวิธีการออปติไมซ์	ชื่อผู้คิดค้น	สรุปข้อดีและข้อเสีย		
				ข้อดี	ข้อเสีย	
Constrained	Linear programming (LP)	Simplex method	George Dantzig (1947)	* ให้ข้อมูลความไว (sensitivity) พร้อมกับคำตอบที่เหมาะสม	* มีการเพิ่มตัวแปร slack และ surplus ทำให้ปัญหามีตัวแปรไม่ทราบค่าเพิ่มมากขึ้น	
	Nonlinear programming (NLP)					
	Direct search method	Box's complex method	Box (1965)	* สามารถใช้ได้ทุกปัญหา * เป็นวิธีที่ง่าย	* ช้ากว่าวิธีทางอ้อม	
	Gradient approach	Lagrange multiplier method	-		* ใช้ได้ดีในทางทฤษฎี	* สำหรับปัญหาที่มีจำนวนตัวแปรมาก การแก้ปัญหาคงจะยุ่งยาก
		Penalty function and Augmented Lagrangian method	Conrant (-) & Carrol (1961)		* เป็นวิธีที่ง่าย	* ลู่เข้าช้า
		Generalized reduce gradient method (GRG)	Wolfe (1963), Abadie & Carpentier (1969)		* เป็นวิธีที่นิยมใช้ในการแก้ปัญหา NLP	* การประมาณให้เป็นเชิงเส้น (linearized) อาจทำให้คำตอบออกนอกขอบเขตดำเนินการ

ตารางที่ 2.1 สรุปวิธีการหอบดไมซ์ (ต่อ)

ปัญหา	หลักการหอบดไมซ์	ชื่อวิธีการหอบดไมซ์	ชื่อผู้คิดค้น	สรุปข้อดีและข้อเสีย	
				ข้อดี	ข้อเสีย
		Successive linear programming (SLP)	Griffith & Stewart (1961)	* เป็นวิธีที่ง่าย	* ลู่เข้าช้าสำหรับปัญหาไม่เชิงเส้นหลายตัวแปร
		Successive quadratic programming (SQP)	Wilson (1963)	* เป็นวิธีที่นิยมใช้ในการแก้ปัญหา NLP	* เป็นวิธีที่ซับซ้อน
	Mixed integer nonlinear programming (MINLP)				
	Cutting plan method	Cutting plan	Gomory (1960)		
	Generalized penalty function method	Generalized penalty function	Gellatly & Marcal (1967), Gisvold & Moe (1972), Shin (1990)		
	Branch and bound method	Branch and Bound (BB)	Land & Doig (1960), Dakin (1965)	* สามารถใช้ได้ทุกปัญหา * เป็นวิธีที่ง่าย * เป็นวิธีที่นิยมใช้ในการแก้ปัญหา MINLP และ INLP	-

2.3.4 การโปรแกรมแบบไม่เชิงเส้นแบบผสมจำนวนจริง (mixed integer (discrete) nonlinear programming)

การโปรแกรมแบบไม่เชิงเส้นแบบผสมจำนวนจริง คือ การหาค่าเหมาะที่สุดของปัญหาแบบไม่เชิงเส้นที่มีตัวแปรตัดสินใจทั้งที่เป็นจำนวนเต็มและจำนวนจริง เทคนิคการหาค่าเหมาะที่สุดที่นิยมมากที่สุดใช้ในการแก้ปัญหาแบบนี้ คือ เทคนิค Branch-and-Bound ซึ่งพัฒนาโดย Land และ Doig (1960)

เทคนิค Branch-and-Bound เริ่มแรกจะแก้ปัญหาโดยพิจารณาปัญหาแบบผสมจำนวนจริงเป็นปัญหาแบบต่อเนื่อง (continuous problem) ซึ่งจะได้คำตอบเป็นจำนวนจริง ในที่นี้กำหนดให้ค่าเท่ากับ x_i จากนั้นจะแบ่งปัญหาออกเป็น 2 ปัญหาย่อย โดยจะกำหนดขอบเขตบนของตัวแปร x_i ให้มีค่าเท่ากับสมการ (2.92) สำหรับปัญหาย่อยที่ 1 และจะกำหนดขอบเขตล่างของตัวแปร x_i ให้มีค่าเท่ากับสมการ (2.93) สำหรับปัญหาย่อยที่ 2

$$x_i \leq [x_i] \quad (2.92)$$

$$x_i \geq [x_i] + 1 \quad (2.93)$$

โดยที่

$[x_i]$ คือ จำนวนเต็มที่มีค่ามากที่สุดที่มีค่าน้อยกว่า x_i

วิธีการแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อยแบบนี้ เรียกว่า การทำ branching ภายหลังจากที่ทำ branching จะแก้แต่ละปัญหาย่อยโดยพิจารณาเป็นแบบปัญหาต่อเนื่องอีกครั้ง คำตอบที่ได้ของแต่ละปัญหาย่อยนี้จะเรียกว่า node แต่ละ node จะเป็นจุดตั้งต้นของการทำ branching ต่อไป ในกรณีที่ต้องการมีไม่ซิงค์ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ เมื่อได้คำตอบที่เหมาะสมเป็นจำนวนเต็ม ค่าของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่จุดนั้นจะเป็นขอบเขตบนของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ และในขั้นตอนนี้สามารถตัด node ที่มีค่าของฟังก์ชันวัตถุประสงค์มากกว่าค่าขอบเขตบนของฟังก์ชันวัตถุประสงค์นี้ออกได้ เมื่อมีค่าของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่เหมาะสมกว่า ขอบเขตบนของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ก็จะเปลี่ยนไป

การทำ branching จะสิ้นสุดเมื่อทุก node กลายเป็น fathomed node คำตอบของปัญหานี้คือ fathomed node ที่มีค่าของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่เหมาะสมที่สุด สำหรับ fathomed node นั้นจะเกิดเมื่อ

- 1) คำตอบของปัญหาแบบต่อเนื่องมีค่าเป็นจำนวนเต็มผสมจำนวนจริงตามที่ต้องการ
- 2) ไม่สามารถหาคำตอบของปัญหาแบบต่อเนื่องได้
- 3) ค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่เหมาะสมของปัญหาแบบต่อเนื่องมีค่ามากกว่าขอบเขตบนของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ขณะนั้น

2.3.5 การออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอน

การออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอน คือ การออกแบบและหาสภาวะปฏิบัติการที่ทำให้ระบบปฏิบัติการอยู่ในสภาวะคงตัว (steady state) และสอดคล้องกับข้อจำกัดของกระบวนการในขณะปฏิบัติการจริงซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ในกระบวนการ

2.3.5.1 ความไม่แน่นอน

คือ ตัวแปรที่มีการเปลี่ยนแปลงรอบๆ ค่าหนึ่งอยู่ตลอดเวลา หรือตัวแปรที่ไม่ทราบค่าที่ชัดเจนทราบเพียงช่วงที่จะเป็นไปได้ ซึ่งจะเกิดขึ้นในสภาวะปฏิบัติการจริง สามารถแบ่งความไม่แน่นอนตามธรรมชาติของแหล่งกำเนิดความไม่แน่นอนในกระบวนการได้เป็น 4 ชนิด ดังนี้ (Ierapetritou, Acevedo และ Pistikopoulos, 1996)

- 1) ความไม่แน่นอนของแบบจำลอง (model-inherent uncertainty)

ได้แก่ คุณสมบัติทางกายภาพของสาร และค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน เป็นต้น ซึ่งค่าเหล่านี้จะเกิดจากการทดลองของโรงงานต้นแบบ (pilot plant) จึงเป็นค่าที่มีความไม่แน่นอนอยู่ในตัวโดยทั่วไป ความไม่แน่นอนชนิดนี้อาจอยู่ในรูปช่วงที่คาดว่าจะเกิดได้จริง (range of possible realization) หรืออยู่ในรูปฟังก์ชันแจกแจงความน่าจะเป็น

- 2) ความไม่แน่นอนของกระบวนการ (process-inherent uncertainty)

ได้แก่ ความแปรปรวนของอัตราการไหล และอุณหภูมิ เป็นต้น ความไม่แน่นอนชนิดนี้จะเกิดจากเครื่องมือวัด และอยู่ในรูปฟังก์ชันแจกแจงความน่าจะเป็น

3) ความไม่แน่นอนภายนอก (external uncertainty)

ได้แก่ ปัจจัยและสภาวะอื่นๆ เช่น ราคาวัตถุดิบ ค่าเงิน เป็นต้น ความไม่แน่นอนชนิดนี้เกิดจากเทคนิคการทำนาย (forecasting technique) จากข้อมูลในอดีต ใบบังคับของลูกค้า และความต้องการของตลาด โดยทั่วไป ความไม่แน่นอนชนิดนี้อาจอยู่ในรูปช่วงที่คาดว่าจะเกิดได้จริง หรืออยู่ในรูปฟังก์ชันแจกแจงความน่าจะเป็น

4) ความไม่แน่นอนดิสครีต (discrete uncertainty)

เป็นความไม่แน่นอนที่เกิดจากความสามารถใช้งานได้ของเครื่องมือทดลอง หรือเหตุการณ์ดิสครีตแบบสุ่ม (random discrete events) เช่น เครื่องมือวัดไม่สามารถใช้งานได้ในช่วงอุณหภูมิหรือความดัน เป็นต้น ความไม่แน่นอนชนิดนี้จะอยู่ในรูปฟังก์ชันแจกแจงความน่าจะเป็น

2.3.5.2 การออปติไมซ์แบบ 2 ขั้นตอน (two stage programming)

รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของปัญหาการออกแบบภายใต้ความไม่แน่นอน สามารถแสดงดังสมการ

$$\min_{d, a, x} C(d, z, x, \theta) \quad (2.94)$$

โดยมีเงื่อนไข

$$\begin{aligned} h(d, z, x, \theta) &= 0 \\ g(d, z, x, \theta) &\leq 0 \\ x \in X, z \in Z, d \in D \end{aligned}$$

เมื่อ

d คือ เวกเตอร์ของตัวแปรออกแบบ เช่น ขนาดของอุปกรณ์

z คือ เวกเตอร์ของตัวแปรควบคุม เช่น อัตราการไหล

x คือ เวกเตอร์ของตัวแปรสแตท เช่น อุณหภูมิ

θ คือ เวกเตอร์ของตัวแปรความไม่แน่นอนในรูปของช่วงที่น่าจะเป็นไปได้จริงหรือรูปฟังก์ชันแจกแจงความน่าจะเป็น เช่น สภาวะอากาศ สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน

$C(d, z, x, \theta)$ คือ สมการฟังก์ชันวัตถุประสงค์ เช่น ฟังก์ชันค่าใช้จ่าย

$h(d, z, x, \theta)$ คือ สมการข้อจำกัด เช่น สมการสมดุลพลังงาน

$g(d, z, x, \theta)$ คือ อสมการข้อจำกัดของการออกแบบ และข้อจำกัดต่างๆ

จากสมการ (2.94) สามารถกำจัดตัวแปรสเตทได้ดังนี้

$$h(d, z, x, \theta) = 0 \Rightarrow x = x(d, z, \theta) \quad (2.95)$$

แทนสมการ (2.95) ลงในสมการข้อจำกัด จะได้ว่า

$$g(d, z, x(d, z, \theta)) = f(d, z, \theta) \leq 0 \quad (2.96)$$

สามารถจัดรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของปัญหาออปติไมซ์ได้ ดังนี้

$$\min_{d, x} C(d, z, \theta) \quad (2.97)$$

โดยมีเงื่อนไข

$$\begin{aligned} f(d, z, \theta) &\leq 0 \\ z &\in Z, \quad d \in D \end{aligned}$$

เมื่อ f คือ เวกเตอร์ของสมการข้อจำกัดของผลลัพธ์ที่กำลังกำจัดตัวแปรสเตทแล้ว

จากสมการ (2.97) จะเห็นว่า ในขณะที่ความไม่แน่นอน θ เปลี่ยนไปจะทำให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ C และสมการข้อจำกัดของกระบวนการ f เปลี่ยนไป การคำนวณสมการ (2.97) โดยตรงเป็นไปได้ยากเนื่องจากความไม่แน่นอน θ มีการกระจายแบบฟังก์ชันความน่าจะเป็นส่งผลให้ค่าของความไม่แน่นอน θ มีมากไม่จำกัดจำนวน เกิดเป็นปัญหาการออปติไมซ์ที่ใหญ่มาก

สำหรับปัญหาออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอน Halemane และ Grossmann (1983) ได้เสนอให้มีคำนวณ 2 ขั้นตอน (two stage programming) คือ ขั้นตอนออกแบบ และขั้นตอนปฏิบัติการ

ขั้นแรกจะเป็นขั้นออกแบบ (design stage) เป็นการหาค่าตัวแปรออกแบบ d เช่น ขนาดของอุปกรณ์ ที่ทำให้ค่าใช้จ่ายคาดหวังมีค่าต่ำที่สุดตลอดช่วงความไม่แน่นอนหรือตลอดทุกค่าของความไม่แน่นอน θ ที่เกิดในขณะปฏิบัติการ แสดงดังสมการ

$$\min_d E_{\theta} \{ \bar{C}(d, \theta) \} \quad (2.98)$$

เมื่อ

$\bar{C}(d, \theta)$ คือ ค่าใช้จ่ายต่ำสุดสำหรับแต่ละค่าความไม่แน่นอนซึ่งเป็นคำตอบที่ได้จากขั้นปฏิบัติการหรือขั้นที่สอง

ขั้นที่สองหรือขั้นปฏิบัติการ (operating stage) จะกำหนดให้ตัวแปรออกแบบ d มีค่าคงที่ จากนั้นจะหาค่าตัวแปรควบคุม z ซึ่งเป็นค่าที่สามารถปรับได้ตามค่าของความไม่แน่นอนที่เปลี่ยนไป ในขณะปฏิบัติการที่ทำให้ค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด โดยมีเงื่อนไขว่า ค่าตัวแปรออกแบบที่เลือกนี้จะต้องทำให้ข้อจำกัดมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์เสมอสำหรับทุกค่าของความไม่แน่นอน แสดงดังสมการ

$$\min_z C(d, z, \theta) \quad (2.99)$$

โดยมีเงื่อนไข

$$f(d, z, \theta) \leq 0$$

นำสมการ (2.98) รวมกับสมการ (2.99) จะได้ว่า

$$\min_d E_{\theta} \left[\min_z C(d, z, \theta) \mid f(d, z, \theta) \leq 0 \right] \quad (2.100)$$

จะเห็นได้ว่า ค่าความไม่แน่นอนในสมการ (2.100) มีมากมายหลายค่าและมีจำนวนไม่จำกัด ทำให้แก้ปัญหาคงรูปไม่ชัดสมการ (2.100) ได้ยากมาก

เมื่อแทนนิยามของค่าคาดหวัง (expectation) หรือค่าเฉลี่ย (mean) ลงในสมการ (2.100)

$$E(\bar{C}(d, \theta)) = \int_{\theta \in R} \bar{C}(d, \theta) J(\theta) d\theta \quad (2.101)$$

เมื่อ

$$\bar{C}(d, \theta) = \min_z \{C(d, z, \theta) \mid f(d, z, \theta) \leq 0\}$$

$J(\theta)$ คือ ฟังก์ชันแจกแจงความน่าจะเป็นของความไม่แน่นอน θ

จากสมการ (2.101) จะเห็นว่าค่า $\bar{C}(d, \theta)$ เป็นฟังก์ชันค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดที่ได้จากการปรับตัวแปรควบคุม z ในการหาค่าคาดหวังจะต้องอินทิเกรตบนปัญหาออปติไมซ์ในชั้นที่ 2 หรือชั้นปฏิบัติการ ทำให้ต้องรู้คำตอบในชั้นที่ 2 ก่อน ทำให้ปัญหาออปติไมซ์นี้ยุ่งยากมากขึ้น

ต่อมา Grossmann และ Sargent (1978) ได้พัฒนาแนวทางในการหาคำตอบของปัญหาออปติไมซ์แบบ 2 ชั้นตอน เป็นแบบดีเทอร์มินิสติกดังจะได้กล่าวในรายละเอียดต่อไป

2.3.5.3 การหาคำคำตอบของปัญหาออปติไมซ์แบบดีเทอร์มินิสติก (deterministic approach)

การหาคำคำตอบแบบนี้จะกำหนดให้ความไม่แน่นอนมีค่าเฉพาะเจาะจงและมีขอบเขต โดยใช้วิธีสร้างภาพ (scenario) ของ Grossmann และ Sargent (1978) หลักการของวิธีนี้คือ แปลงสมการ (2.101) ซึ่งเป็นการออปติไมซ์ไม่จำกัด (infinite optimization) ให้เป็นการรวมกับแฟกเตอร์น้ำหนักที่มีจำนวนจำกัด (finite weighted sum) โดยใช้สูตรการอินทิเกรตของเกาส์เซียนและเรดู (Gaussian and Radau integration formulation)

$$E(\bar{C}(d, \theta)) = \sum_{p=1}^P \sigma^p \bar{C}(d, \theta^p), \quad p = 1, 2, 3, \dots, P \quad (2.102)$$

เมื่อ σ^p คือ แฟกเตอร์น้ำหนักของความไม่แน่นอน θ^p ซึ่งมีจำนวน P เทอม และ $\sum_{p=1}^P \sigma^p = 1$ โดยที่ แฟกเตอร์น้ำหนัก σ^p เปรียบเสมือนค่าความน่าจะเป็นของโอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์แต่ละเหตุการณ์ของความไม่แน่นอน θ^p

จากนั้น นำสมการ (2.102) แทนลงในสมการ (2.100) โดยให้ความไม่แน่นอนมีการกระจายแบบดิสครีต θ^p จำนวน P จุด และกำหนดน้ำหนักของแต่ละเทอมของความไม่แน่นอนใส่ลงในสมการฟังก์ชันวัตถุประสงค์เพื่อหาค่าใช้จ่ายคาดหวัง จะได้ว่า

$$\min_{d, z^p} \sum_{p=1}^P \sigma^p C(d, z^p, \theta^p) \quad (2.103)$$

โดยมีเงื่อนไข

$$f(d, z^p, \theta^p) \leq 0 \text{ และ } p = 1, 2, \dots, P$$

เมื่อ

z^p คือ เวกเตอร์ของตัวแปรควบคุมแต่ละจุดของค่าความไม่แน่นอน θ^p ; $p = 1, 2, \dots, P$

σ^p คือ แฟกเตอร์น้ำหนักของความไม่แน่นอน θ^p โดยที่ $\sum_{p=1}^P \sigma^p = 1$

θ^p คือ ความไม่แน่นอนในแต่ละสถานการณ์ มีค่าอยู่ในช่วง $\theta^L \leq \theta \leq \theta^U$

θ^L และ θ^U คือ ขอบเขตล่างและขอบเขตบนของความไม่แน่นอน ตามลำดับซึ่งทั้ง θ^L และ θ^U จะเป็นค่าที่วิศวกรผู้ออกแบบเป็นผู้กำหนด

สามารถสรุปขั้นตอนการหาค่าแบบดีเทอร์มินิสติกได้ดังนี้

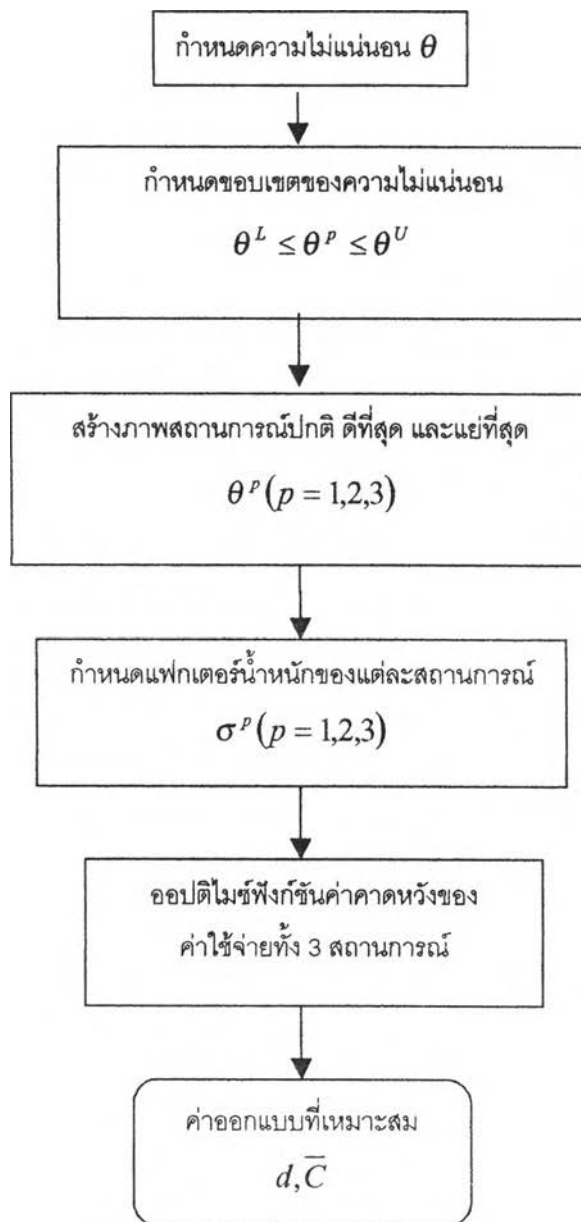
- 1) กำหนดขอบเขตของความไม่แน่นอน $\theta^L \leq \theta^p \leq \theta^U$
- 2) สร้างภาพ (scenario) สถานการณ์ที่ดีที่สุด (best) สถานการณ์ปกติ (normal) และสถานการณ์แย่มากที่สุด (worst) ของความไม่แน่นอน θ^p
- 3) กำหนดแฟกเตอร์น้ำหนัก σ^p หรือโอกาสที่จะเกิดของแต่ละสถานการณ์สำหรับแต่ละค่าความไม่แน่นอน θ^p
- 4) หาค่าตัวแปรออกแบบ d และตัวแปรควบคุมของแต่ละสถานการณ์ z^p จากการแก้ปัญหาสมการ (2.104)

$$\min_{d, z^p} \sum_{p=1}^P \sigma^p C(d, z^p, \theta^p) \quad (2.104)$$

โดยมีเงื่อนไข

$$f(d, z^p, \theta^p) \leq 0, \sum_{p=1}^P \sigma^p = 1 \text{ และ } p = 1, 2, \dots, P$$

แสดงไดอะแกรมการหาค่าคำตอบของปัญหาออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนแบบ
ดีเทอร์มินิสติกดังรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10 ไดอะแกรมแสดงวิธีการแก้ปัญหาออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนแบบดีเทอร์มินิสติก

2.3.5.4 งานวิจัยที่ผ่านมาเกี่ยวกับการหาค่าคำตอบของปัญหาออปติไมซ์ภายใต้ ความไม่แน่นอนแบบดีเทอร์มินิสติก

การออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนแบบดีเทอร์มินิสติกเริ่มขึ้นตั้งแต่ปลายศตวรรษที่ 1970 โดย Takamatsu, hashimoto และ Shioya (1973) ซึ่งได้กำหนดให้ความไม่แน่นอนเป็นแบบมีขอบเขต (bound variable) ต่อมา Nishida, Ichikawa และ Tazaki (1974) ได้เสนอวิธีมินิแม็กซ์ (minimax) สำหรับออกแบบกระบวนการโดยกำหนดให้ความไม่แน่นอนเป็นแบบมีขอบเขตตามแนวคิดของ Takamatsu และคณะ (1937)

สำหรับวิธีมินิแม็กซ์นี้ ในขั้นแรกจะหาค่าความไม่แน่นอนเพียงค่าเดียวที่อยู่ในขอบเขตที่ทำให้ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายมีค่ามากที่สุด โดยจะเรียกความไม่แน่นอนนี้ว่า ค่าที่แย่ที่สุด (worst) จากนั้นนำค่าความไม่แน่นอนที่สถานการณ์ที่แย่ที่สุดนี้แทนลงในสมการออปติไมซ์ แล้วหาค่าตัวแปรออกแบบที่ทำให้ค่าใช้จ่ายมีค่ามากที่สุด อย่างไรก็ตาม คำตอบที่ได้จากวิธีนี้ไม่อาจรับรองได้ว่าอยู่ในขอบเขตดำเนินการ (feasible region) ตลอดทุกค่าของความไม่แน่นอนในขอบเขตนั้น เนื่องจากวิธีนี้เป็น การโปรแกรมเฉพาะจุดความไม่แน่นอนที่สถานการณ์ที่แย่ที่สุด ไม่ได้เป็นการโปรแกรมทุกค่าในตลอด ทั้งช่วงของความไม่แน่นอน

หลังจากนั้น ได้มีการแบ่งตัวแปรตัดสินใจในปัญหาออปติไมซ์ทางวิศวกรรมออกเป็น 2 ชนิด คือ ตัวแปรออกแบบ และตัวแปรควบคุม ตัวแปรออกแบบจะเป็นตัวแปรที่คงที่ขณะปฏิบัติการ ในขณะที่ตัวแปรควบคุมจะเป็นตัวแปรที่สามารถปรับค่าได้ในขณะปฏิบัติการ ต่อมา Halemane และ Grossmann (1983) ได้เสนอให้ปัญหาออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนเป็นปัญหาออปติไมซ์แบบ 2 ขั้นตอน (two-stage optimization) โดยขั้นแรกจะเป็นการมินิแม็กซ์ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายภายใต้ความไม่แน่นอน เพื่อหาตัวแปรออกแบบ ส่วนขั้นที่สองนั้นจะมินิแม็กซ์ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเพื่อหาตัวแปรควบคุมที่สามารถปรับค่าได้ในขณะปฏิบัติการที่มีความไม่แน่นอนอยู่ในระบบ

จากปัญหาออปติไมซ์แบบ 2 ขั้นตอน Grossman และ Sargent (1978) ได้แปลงปัญหาออปติไมซ์แบบ 2 ขั้นตอนให้อยู่ในรูปอย่างง่าย คือใช้วิธีสร้างภาพ (scenario) กำหนดให้ความไม่แน่นอนมีการกระจายแบบดิสครีตเป็นจำนวนจำกัด หาค่าความไม่แน่นอนที่ 3 สถานการณ์ คือ ความไม่แน่นอนที่ทำให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีค่าดีที่สุด (best) ความไม่แน่นอนที่ทำให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีค่าปกติ (normal) และความไม่แน่นอนที่ทำให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีค่าแย่ที่สุด (worst) แล้วกำหนด

ความน่าจะเป็นของแต่ละสถานการณ์แหล่งในสมการ จากนั้นจึงทำการออปติไมซ์ ต่อมาวิธีสร้างภาพของ Grossman และ Sargent (1978) ได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้ในการออกแบบกระบวนการที่คำนึงถึงความไม่แน่นอนที่อาจจะเกิดขึ้นในขณะปฏิบัติการแทนวิธีโอเวอร์ดีไซน์ เช่น การออกแบบเครือข่ายเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน (Floudas และ Grossmann, 1987) การออกแบบระบบปรับเปลี่ยน (retrofit design) (Pistikopoulous และ Grossmann, 1988, 1989) และการออกแบบหอกลั่นแบบลำดับขั้น (distillation sequence) (Wagler และ Douglas, 1988; Douglas, Mallick และ Wagler, 1991) นอกจากนี้วิธีสร้างภาพของ Grossman และ Sargent (1978) ยังถูกนำไปประยุกต์ใช้ในการออปติไมซ์แบบหลายช่วงเวลา (multiperiod optimization) สำหรับกระบวนการที่สภาวะปฏิบัติการขึ้นอยู่กับเวลา โดยแทนน้ำหนักของแต่ละสถานการณ์ด้วยสัดส่วนของระยะเวลาแต่ละช่วงเวลาของความไม่แน่นอน

2.4 บทสรุป

ในบทนี้ ได้กล่าวถึงทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการออกแบบและออปติไมซ์หม้อน้ำรถยนต์ ซึ่งสามารถแบ่งออกเป็น 2 ส่วนหลักๆ คือ ทฤษฎีและงานวิจัยเกี่ยวกับการถ่ายเทความร้อนและกลศาสตร์ของไหลซึ่งจะใช้ในส่วนของ การคำนวณคุณลักษณะของหม้อน้ำรถยนต์ และทฤษฎีและงานวิจัยเกี่ยวกับการออปติไมซ์ซึ่งจะใช้ในส่วนของ การคำนวณหาตัวแปรออกแบบที่เหมาะสมของหม้อน้ำรถยนต์ภายใต้สภาวะทดสอบ ซึ่งเป็นสภาวะวิกฤติที่อาจเกิดขึ้นขณะใช้งานจริง

จากสมการและความสัมพันธ์ที่ใช้ในการออกแบบจากทฤษฎีและผลงานวิจัยที่ผ่านมา พบว่า ปัญหาออปติไมซ์หม้อน้ำรถยนต์เป็นปัญหาออปติไมซ์แบบไม่เชิงเส้นที่ต้องการคำตอบเป็นจำนวนจริงผสมจำนวนเต็ม สำหรับงานวิจัยนี้จึงเลือกใช้โปรแกรมแกมส์ (GAMS) ซึ่งใช้เทคนิคการออปติไมซ์แบบ Branch-and-Bound ในการพัฒนาโปรแกรมออกแบบและออปติไมซ์หม้อน้ำรถยนต์

ในบทต่อไปจะกล่าวถึงการทดสอบความถูกต้องของสมการที่ใช้ในคำนวณคุณลักษณะของหม้อน้ำรถยนต์ ก่อนที่จะนำไปใช้การออกแบบและออปติไมซ์หม้อน้ำรถยนต์ต่อไป