

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีลักษณะเป็นการวิจัยเชิงทดลองซึ่งจำลองขึ้นด้วยการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์โดยใช้เทคนิควิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo simulation method) ด้วยโปรแกรมภาษาฟอร์แทรน 77 (Fortran 77) เพื่อหาข้อสรุปในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยของประชากรที่มีการแจกแจงแบบเบ้ขวา 4 วิธี ซึ่งได้แก่ วิธีการประมาณแบบช่วงด้วยตัวสถิติ (T) วิธีการประมาณแบบช่วงด้วยตัวสถิติของจอห์นสัน (J) วิธีการประมาณแบบช่วงด้วยตัวสถิติของฮอลล์ (H) และวิธีการประมาณแบบช่วงด้วยตัวสถิติของเซน (C) ในการพิจารณาจะพิจารณาแยกเป็น 2 ขั้นตอน ในขั้นตอนแรกจะพิจารณาเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองที่ได้จากแต่ละวิธีการว่าเท่ากับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดหรือไม่โดยอาศัยการทดสอบสมมติฐาน Z ในขั้นตอนที่สองถ้าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองของวิธีการใดมีค่าเท่ากับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดจะพิจารณาเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่างจากการทดสอบสมมติฐานทางด้านน้อยกว่า (MLCL) ค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดความเชื่อมั่นบนจากการทดสอบสมมติฐานทางด้านมากกว่า (MUCL) และค่าเฉลี่ยความยาวของช่วงความเชื่อมั่นจากการทดสอบสมมติฐานสองทาง (MCIL) สำหรับการพิจารณาว่าค่า MLCL ของวิธีการใดให้ค่าสูงสุด ค่า MUCL ของวิธีการใดให้ค่าต่ำสุด และค่า MCIL ของวิธีการใดให้ค่าต่ำที่สุดจะเป็นวิธีการที่เหมาะสมสำหรับหาประมาณค่าแบบช่วงภายใต้การทดสอบสมมติฐานนั้นๆ ในบทนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดของแผนการทดลอง ขั้นตอนในการทดลอง และโปรแกรมที่ใช้ในการทดลองตามลำดับดังต่อไปนี้

3.1 แผนการทดลอง

ในการทดลองครั้งนี้กำหนดสถานการณ์ต่างๆดังนี้

3.1.1 สัมประสิทธิ์ความเบ้ของการแจกแจงต่างๆ เท่ากับ 0.5 , 1.0 , 1.5 , 2.0 , 2.5 , 3.0

และ 5.0

3.1.2 ขนาดตัวอย่าง เท่ากับ 10 , 20 , 30 และ 50

3.1.3 ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.90 , 0.95 และ 0.99

3.2 ขั้นตอนในการทดลอง

3.2.1 การสร้างข้อมูลเพื่อให้เป็นไปตามการแจกแจงของประชากร

ในการสร้างข้อมูลให้มีลักษณะการแจกแจงตามที่กำหนด จะใช้เลขสุ่ม (random number) ซึ่งมีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0,1) และเลขสุ่มที่มีการแจกแจงปกติเป็นพื้นฐาน ซึ่งมีรายละเอียดต่างๆดังนี้

3.2.1.1 การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0.1)

ในการสร้างเลขสุ่ม R ให้มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0,1) และมีความเป็นอิสระซึ่งกันและกัน วิธีที่ใช้จะเป็นวิธีการของเลเมอร์ (Lehmar) ซึ่งเสนอวิธีการผลิตเลขสุ่มด้วยการใช้เศษจากการหารผลคูณ (multiplicative congruential method) โดยสามารถหาเลขสุ่มได้จากสมการ

$$X_i = (aX_{i-1}) \bmod M \quad ; i = 1, 2, 3, \dots \quad (3.1)$$

เมื่อ X_i เป็นเลขสุ่มตัวที่ i

X_0 เป็นตัวเลขค่าเริ่มต้น

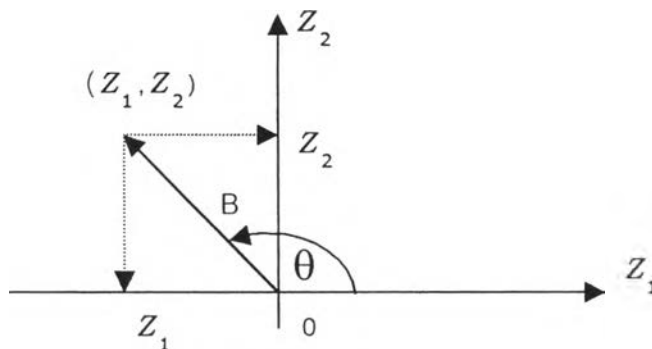
M เป็นค่าคงที่

และ a เป็นตัวคูณคงที่ (constant multiplier)

จากสมการ (3.1) หมายความว่า X_i เป็นเศษเหลือ (จำนวนเต็ม) ที่ได้จากการหาร (aX_{i-1}) ด้วย M เมื่อเริ่มค่า X_0 เป็นค่าเริ่มต้น (initial value หรือ seed) จะได้ตัวเลขสุ่ม X_1, X_2, X_3, \dots ตามลำดับเป็นเลขจำนวนเต็มที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง $M-1$ ค่าตัวเลขสุ่มที่ได้จะเป็นค่าที่ไม่ต่อเนื่อง ซึ่งการกำหนดค่า M, a และ X_0 จะมีความสำคัญในการผลิตเลขสุ่ม การที่จะผลิตเลขสุ่มให้มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอในช่วง (0,1) จะต้องกำหนดค่า M ให้เป็นค่าของจำนวนเต็มที่ใหญ่ที่สุดและเป็นเลขคี่ที่สามารถคำนวณได้จากเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยที่ $M = 2^b$ เมื่อ b เป็นค่าความยาว 1 คำ หรือจำนวนบิต (bit) ใน 1 คำ เช่น เครื่องคอมพิวเตอร์ 32 บิต โดยบิตสุดท้าย 1 บิตใช้สำหรับแสดงเครื่องหมาย ดังนั้นเลขจำนวนเต็มที่ใหญ่ที่สุดใน 1 คำ คือ 2^{32-1} ซึ่งมีค่าเท่ากับ 2147483648 นั่นคือจะต้องกำหนดค่า $M = 2147483647$ และกำหนดค่า a เท่ากับ $7^5 = 16807$ ซึ่งเป็นค่าคงที่ และค่า X_0 มีค่าเป็นเลขจำนวนเต็มบวกที่เป็นเลขคี่

3.2.1.2 การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ¹

ในการสร้างเลขสุ่ม XN ที่มีการแจกแจงปกติจะใช้วิธีการของบ็อกซ์ (Box) และมุลเลอร์ (Muller) ซึ่งสร้างเลขสุ่ม Z ที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเป็น 1 พร้อมกันสองค่า โดยใช้ตัวผลิต (generator) Z_1 และ Z_2 ดังรูปต่อไปนี้



$$\text{เราจะได้ว่า } Z_1 = B \cos(\theta) \quad (3.2)$$

$$Z_2 = B \sin(\theta) \quad (3.3)$$

เนื่องจาก $B^2 = Z_1^2 + Z_2^2$ มีการแจกแจงโคไซน์สองด้วยระดับชั้นความเร็วเท่ากับ 2 ซึ่งเทียบกับการแจกแจงชี้กำลัง (exponential distribution) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2 เราสามารถใช้วิธีการแปลงผกผัน (inverse transformation) สร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงดังต่อไปนี้

$$B = \{-2 \ln(R_1)\}^{1/2} \quad (3.4)$$

เมื่อ R_1 เป็นเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอ

จากการแจกแจงสมมาตรของการแจกแจงปกติ เราจะได้ว่า θ มีการแจกแจงสม่ำเสมอตั้งแต่ 0 ถึง 2π เรเดียนและรัศมี B กับ θ เป็นอิสระกัน จากสมการ (3.2), (3.3) และ (3.4) เราสามารถสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐานจากเลขสุ่ม 2 ชุด คือ

$$\begin{aligned} Z_1 &= \{-2 \ln(R_1)\}^{1/2} \cos(2\pi R_2) \\ Z_2 &= \{-2 \ln(R_1)\}^{1/2} \sin(2\pi R_2) \end{aligned}$$

ซึ่ง R_1 และ R_2 เป็นเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0,1) เมื่อเราได้เลขสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐานแล้ว เราจะทำการแปลงค่าเลขสุ่มดังกล่าวให้มีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ และค่าความแปรปรวน σ^2 โดยอาศัยฟังก์ชัน

$$\begin{aligned} XN_1 &= \mu + \sigma Z_1 \\ XN_2 &= \mu + \sigma Z_2 \end{aligned}$$

¹ สมพล จารุณศักดิ์กุล, "การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในการวิเคราะห์ความถดถอยพหุคูณด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธีตรรกะขั้นที่ไร้อคติโดยหลักเกณฑ์และวิธีลิวคิเยนทั่วไป เมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ", วิทยานิพนธ์ ปริญญาโทบัณฑิตสาขาวิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2540 หน้า 22-23

3.2.1.3 การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงโคกำลังสอง

เมื่อ $Z_i \sim N(0,1)$ โดยที่ Z_i แต่ละตัวเป็นอิสระซึ่งกันและกัน สามารถพิสูจน์ได้ว่า $X = \sum_{i=1}^n Z_i^2$ จะมีการแจกแจงโคกำลังสองที่มีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ n ในการสร้างเลขสุ่ม XC ที่มีการแจกแจงโคกำลังสองสามารถทำได้โดยการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐานซึ่งแต่ละตัวเป็นอิสระซึ่งกันและกันขึ้นมาจำนวนเท่ากับระดับขั้นความเสรี จากนั้นนำเลขสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐานแต่ละตัวมายกกำลังสองแล้วนำค่าที่ได้มาบวกกันจะได้ค่าเลขสุ่มที่มีการแจกแจงโคกำลังสองที่มีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ n

3.2.1.4 การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงลอกนอร์มอล

เนื่องจากการแจกแจงลอกนอร์มอลมีความสัมพันธ์กับการแจกแจงปกติ คือ ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ และค่าความแปรปรวน σ^2 แล้ว $Y = \text{Exp}(X)$ จะมีการแจกแจงลอกนอร์มอล ดังนั้นการสร้างเลขสุ่ม XL ที่มีการแจกแจงลอกนอร์มอลด้วยพารามิเตอร์ μ และ σ^2 ทำได้โดยสร้างเลขสุ่ม XN ที่มีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ และค่าความแปรปรวน σ^2 แล้วสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงลอกนอร์มอลจากค่าที่กำลังของเลขสุ่มที่มีการแจกแจงปกติที่ได้

3.2.1.5 การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมา

การสร้างเลขสุ่ม XG ที่มีการแจกแจงแกมมาด้วยพารามิเตอร์ α และ β สามารถแบ่งได้ 3 กรณีดังต่อไปนี้

ก) กรณีที่ $0 < \alpha < 1$

ในปี ค.ศ. 1974 อาเรน (ahrens) และไดเอเตอร์ (Dieter) ได้เสนอวิธีการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมา เมื่อพารามิเตอร์ α มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 มีขั้นตอนดังนี้

1. คำนวณหาค่า b จากสมการ $b = (e - \alpha)/e$
2. สร้างเลขสุ่ม R_1 และ R_2 ที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง $(0,1)$ และให้ $P = bR_1$ ถ้า $P > 1$ ให้ข้ามทำไปข้อ 4
3. ให้ $Y = P^{1/\alpha}$ ถ้า $R_2 \leq e^{-Y}$ ให้ $XG = Y$ สำหรับกรณีอื่นๆให้กลับไปทำข้อ 2
4. ให้ $Y = -\ln[(b - P)/\alpha]$ ถ้า $R_2 \leq Y^{\alpha-1}$ ให้ $XG = Y$ สำหรับกรณีอื่นๆให้กลับไปทำข้อ 2

ข) กรณีที่ $\alpha = 1$

ในงานวิจัยนี้ กำหนดให้ β ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ของการแจกแจงแกมมา มีค่าเท่ากับ 1 ดังนั้น ถ้า X_i เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมาด้วยพารามิเตอร์ $\alpha = 1$ และ $\beta = 1$ แล้ว X_i จะมีการแจกแจงที่กำลังด้วยพารามิเตอร์ $\beta = 1$ ดังนั้นสามารถสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมาด้วยพารามิเตอร์ $\alpha = 1$ และ $\beta = 1$ ได้จากการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงที่กำลังด้วยพารามิเตอร์ $\beta = 1$ ซึ่งอาศัยเทคนิคการแปลงผกผันจะได้ว่า

$$XG = -\beta \ln R$$

เมื่อ R_i เป็นเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0,1)

ค) กรณีที่ $\alpha > 1$

ในปี ค.ศ. 1977 เชน (Cheng) ได้เสนอวิธีการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมา เมื่อพารามิเตอร์ $\alpha > 1$ มีขั้นตอนดังนี้

1. คำนวณหาค่า a_1, a_2, a_3, a_4 จากสมการต่อไปนี้

$$a_1 = 1/\sqrt{2\alpha - 1}$$

$$a_2 = \alpha - \ln 4$$

$$a_3 = \alpha + 1/a_1$$

$$a_4 = 1 + \ln 4.5$$

2. สร้างเลขสุ่ม R_1 และ R_2 ที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0,1)

3. กำหนดให้ $V = a_1 \ln[R_1 / (1 - R_1)]$

$$Y = \alpha e^V$$

$$Z = R_1^2 R_2$$

$$W = a_2 + a_3 V - Y$$

ถ้า $W + a_4 - 4.5Z \geq 0$ ให้ $XG = Y$ สำหรับกรณีอื่นๆ ให้ไปทำข้อ 4

4. ถ้า $W \geq \ln Z$ ให้ $XG = Y$ สำหรับกรณีอื่นๆ ให้กลับไปทำข้อ 2

3.2.1.6 การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงไวบูลล์

การสร้างเลขสุ่ม XW ที่มีการแจกแจงไวบูลล์ด้วยพารามิเตอร์ α และ β อาศัยเทคนิคการแปลงผกผัน ซึ่งได้จากสมการต่อไปนี้

$$XW = \beta [-\ln(1 - R)]^{1/\alpha}$$

เมื่อ R เป็นเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0,1)

3.2.2 การคำนวณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีการประมาณทั้ง 4 วิธี

เมื่อสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงตามที่กำหนดได้แล้ว การคำนวณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าเฉลี่ยของแต่ละวิธีการจะทำได้โดยการคำนวณค่าเฉลี่ยตัวอย่าง ค่าความแปรปรวนตัวอย่าง และสัมประสิทธิ์ความเบ้ของตัวอย่างจากแต่ละประชากร นำค่าที่ได้ใช้ในการคำนวณช่วงความเชื่อมั่นของแต่ละวิธีการภายใต้สมมติฐานต่างๆ และเงื่อนไขในการผกผันได้ของตัวสถิติของจอห์นสันดังที่ได้เสนอไว้ในบทที่ 2 สำหรับโปรแกรมการคำนวณอยู่ใน SUBROUTINE INTER_T และ INTER ส่วนการนำวิธีการบูตสเตรปมาช่วยในการหาช่วงความเชื่อมั่นนั้น โปรแกรมการคำนวณอยู่ใน SUBROUTINE BOOTSTRAP ซึ่งแสดงไว้ในภาคผนวก

3.2.3 การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลอง ค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง (MLCL) ค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน (MUCL) และค่าเฉลี่ยความยาวช่วงความเชื่อมั่น (MCIL)

การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองนั้นทำได้โดยการนับจำนวนครั้งทั้งหมดที่ช่วงความเชื่อมั่นที่ประมาณได้ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ นำค่าที่ได้หารด้วยจำนวนครั้งที่ทำซ้ำทั้งหมด ค่าที่ได้ก็คือค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้จากการทดลอง

เมื่อตรวจสอบว่าวิธีการใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดแล้ว จะคำนวณค่า MLCL ทำได้โดยหาค่าผลบวกสะสมของขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่างแล้วหารด้วยจำนวนครั้งที่ทำซ้ำทั้งหมด มีรูปแบบการคำนวณดังนี้

$$MLCL = \frac{\sum_{i=1}^{3000} L_i}{3000}$$

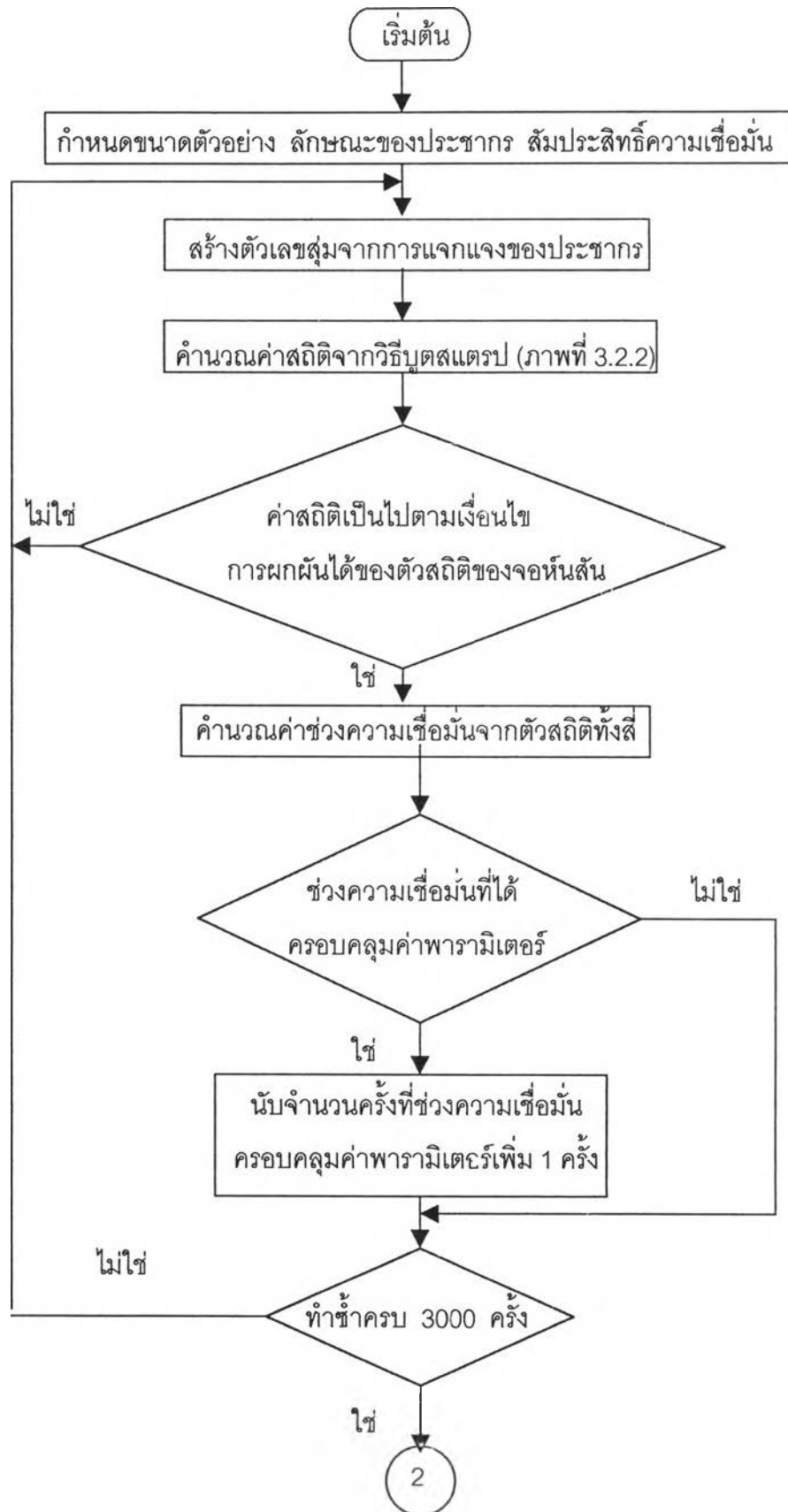
การคำนวณค่า MUCL ได้โดยหาค่าผลบวกสะสมของขีดจำกัดความเชื่อมั่นบนแล้วหารด้วยจำนวนครั้งที่ทำซ้ำทั้งหมด มีรูปแบบการคำนวณดังนี้

$$MUCL = \frac{\sum_{i=1}^{3000} U_i}{3000}$$

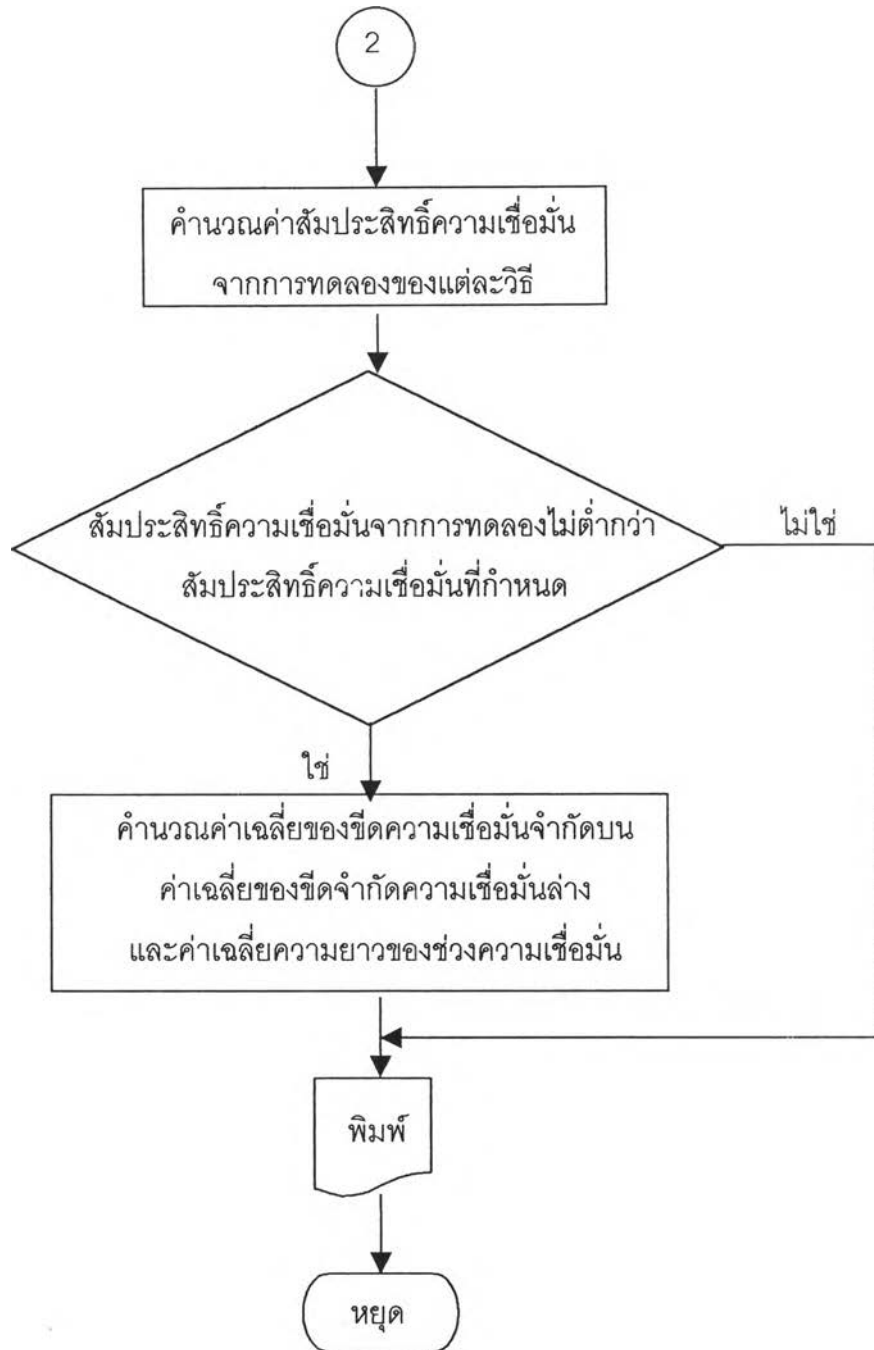
ส่วนค่า MCIL จะคำนวณจากผลบวกสะสมของผลต่างระหว่างขีดจำกัดความเชื่อมั่นบนและขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่างหารด้วยจำนวนครั้งที่ทำซ้ำทั้งหมด มีรูปแบบการคำนวณดังนี้

$$MCIL = \frac{\sum_{i=1}^{3000} (U_i - L_i)}{3000}$$

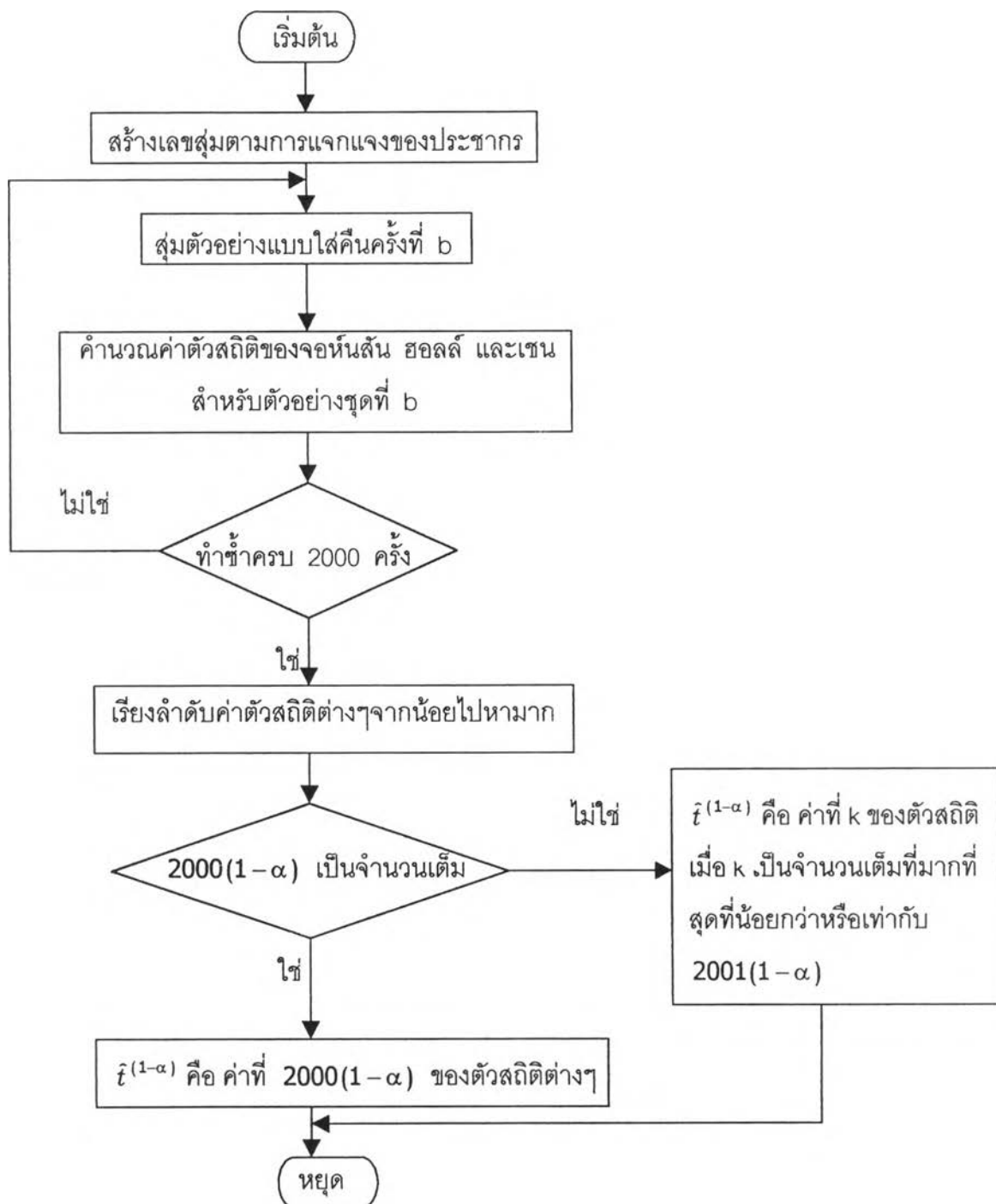
ภาพที่ 3.2.1 แสดงผังงานขั้นตอนการทดลอง



ภาพที่ 3.2.1 (ต่อ) แสดงผังงานขั้นตอนการทดลอง



ภาพที่ 3.2.2 แสดงผังงานขั้นตอนของวิธีการบูตสเตรป



3.3 โปรแกรมที่ใช้ในการทดลอง

โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้จะประกอบไปด้วย โปรแกรมหลักและ SUBROUTINE ต่างๆ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

3.3.1 โปรแกรมหลัก (MAIN PROGRAM)

เป็นโปรแกรมที่ใช้อ่านค่าพารามิเตอร์ ขนาดตัวอย่าง สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แล้วทำการคำนวณค่าต่างๆที่ใช้ในการคำนวณช่วงความเชื่อมั่น พิจารณาเงื่อนไขการผกผันได้ของค่าสถิติของจอห์นสัน คำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองภายใต้สมมติฐานต่างๆ ค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง ค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน และค่าเฉลี่ยความยาวของช่วงความเชื่อมั่น

3.3.2 โปรแกรมที่ใช้ในการสร้างเลขสุ่ม

1. SUBROUTINE RANDOM ใช้ในการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0,1)
2. SUBROUTINE NORMAL ใช้ในการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ
3. SUBROUTINE CHISQUARE ใช้ในการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงไคกำลังสอง
4. SUBROUTINE LOGNORMAL ใช้ในการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงลอการิทึม
5. SUBROUTINE GAMMA1 ใช้ในการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมาเมื่อ $0 < \alpha < 1$
6. SUBROUTINE GAMMA2 ใช้ในการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมาเมื่อ $\alpha = 1$
7. SUBROUTINE GAMMA3 ใช้ในการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมาเมื่อ $\alpha > 1$
8. SUBROUTINE WEIBULL ใช้ในการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงไวบูลล์
9. SUBROUTINE XBAR_SD ใช้ในการคำนวณค่าเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน และค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ของตัวอย่าง
10. SUBROUTINE STUDENT ใช้ในการคำนวณตัวสถิติที
11. SUBROUTINE JOHNSON ใช้ในการคำนวณตัวสถิติของจอห์นสัน
12. SUBROUTINE HALL ใช้ในการคำนวณตัวสถิติของฮอลล์
13. SUBROUTINE CHEN ใช้ในการคำนวณตัวสถิติของเชน

14. SUBROUTINE SORT ใช้ในการเรียงตัวสถิติเพื่อหาค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์สำหรับวิธีการบูตสเตรป
15. SUBROUTINE BOOTSTRAP ใช้ในการคำนวณวิธีการบูตสเตรป
16. SUBROUTINE INVERSE2 ใช้ในการหาค่าผกผันของตัวสถิติของเซนด้วยวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลข
17. SUBROUTINE INTER_T ใช้ในการคำนวณช่วงความเชื่อมั่นจากตัวสถิติที่
18. SUBROUTINE INTER ใช้ในการคำนวณช่วงความเชื่อมั่นจากตัวสถิติของจอห์นสัน ฮอลล์ และเซน
19. SUBROUTINE COVER_T ใช้ในการนับจำนวนครั้งที่ช่วงความเชื่อมั่นจากตัวสถิติที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์
20. SUBROUTINE COVER_J ใช้ในการนับจำนวนครั้งที่ช่วงความเชื่อมั่นจากตัวสถิติของจอห์นสันครอบคลุมค่าพารามิเตอร์
21. SUBROUTINE COVER_H ใช้ในการนับจำนวนครั้งที่ช่วงความเชื่อมั่นจากตัวสถิติของฮอลล์ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์
22. SUBROUTINE COVER_C ใช้ในการนับจำนวนครั้งที่ช่วงความเชื่อมั่นด้วยตัวสถิติของเซนครอบคลุมค่าพารามิเตอร์