บทที่ 4

การคำนวณราคาไฟฟ้าแบบโนด และแบบโซน

ในบทนี้จะเป็นการคำนวณราคาไฟฟ้าแบบโนดและราคาไฟฟ้าแบบโซน ดังจะได้เห็นต่อไปว่าราคาไฟฟ้าโนดนั้นสามารถคำนวณได้พร้อมกับผลการจัดสรรกำลังการผลิต ส่วนราคาไฟฟ้าโซนจะคำนวณได้ก็ต่อเมื่อทราบราคาไฟฟ้าโนด โดยที่ความแตกต่างของราคาไฟฟ้าทั้งสอง คือ

- ราคาแบบโนดใช้เป็นราคาไฟฟ้าประจำบัสใดบัสหนึ่ง ซึ่งจะมีค่าแตกต่างกันไปตามตำแหน่งที่ตั้งของบัสนั้นๆ ราคาแบบโนดนี้เหมาะสมกับผู้ผลิตไฟฟ้าและผู้ใช้ไฟฟ้ารายใหญ่
- ราคาแบบโซนใช้เป็นราคาไฟฟ้าประจำเขตหรือกลุ่มบัส ที่ได้จากการเฉลี่ยราคาไฟฟ้าโนดในกลุ่มบัสนั้นๆ ตามปริมาณโหลดของแต่ละบัส โดยราคาไฟฟ้าแบบโซนนี้จะเหมาะสมกับผู้ใช้ไฟฟ้าทั่วไปซึ่งมีโหลดต่ำ

4.1 การคำนวณราคาไฟฟ้าแบบโนด

ราคาโนด (Nodal price) คือ ราคาต่อหน่วยสุดท้ายของปริมาณกำลังไฟฟ้าที่มีการเปลี่ยนแปลง ณ บัสหนึ่งๆ ซึ่งแต่ละบัสจะมีค่าแตกต่างกันขึ้นอยู่กับผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นกับระบบเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงปริมาณกำลังไฟฟ้าหน่วยสุดท้ายนั้น ซึ่งในบทนี้จะได้แสดงให้เห็นว่าราคาไฟฟ้าโนด ณ แต่ละบัสที่สอดคล้องกับการจัดสรรกำลังการผลิตในบทที่ 3 จะสามารถแบ่งเป็น แลมบ์ดาของระบบ (System lambda) ราคากำลังสูญเสีย (Loss charge) และราคาความแออัด (Congestion charge) [2,14,16,19] ซึ่งโดยปกติ แลมบ์ดาของระบบจะเป็นราคาไฟฟ้าหลัก ส่วนราคากำลังสูญเสียและราคาความแออัดจะเป็นราคาไฟฟ้าในส่วนที่แปรตามการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้า ณ บัส ที่มีผลต่อกำลังสูญเสียและความแออัด

จากบทที่ 3 จะพบว่าออปติมัลเพาเวอร์โฟลว์มีประโยชน์อย่างมากในการจัดสรรกำลังการผลิตในตลาดกลางการซื้อขายไฟฟ้า ทั้งนี้เพื่อให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ทางการเงินมีค่าเหมาะสมที่สุด โดยที่ผลการจัดสรรกำลังการผลิตสอดคล้องกับข้อจำกัดต่างๆของระบบ ประโยชน์ที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งของออปติมัลเพาเวอร์โฟลว์ คือ สามารถคำนวณราคาไฟฟ้าแบบโนด ณ สภาวะการทำงานของระบบขณะนั้นได้ รายละเอียดการคำนวณราคาไฟฟ้าแบบโนดสามารถแยกออกเป็น 2 หัวข้อตามวิธีการจัดสรรกำลังการผลิตที่ได้กล่าวในหัวบทที่ 3 คือ การจัดสรรกำลังการผลิตโดยทั่วไป และ การจัดสรรกำลังการผลิตโดยพิจารณาถึงราคาไฟฟ้าจริง

4.1.1 การคำนวณราคาไฟฟ้าแบบโนดสำหรับการจัดสรรกำลังการผลิตโดยทั่วไป

จากปัญหาการจัสรรกำลังการผลิตในหัวข้อที่ 3.1.1 และ 3.1.2 เราสามารถคำนวณราคาไฟฟ้าแบบโนดซึ่งสอดคล้องกับฟังก์ชันวัตถุประสงค์ และข้อจำกัดของระบบ ได้โดยฟังก์ชันลากรองที่เหมาะสม [3,14,16,19]

กำหนดให้

$F(\boldsymbol{P})$ คือ ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ต้องการหาค่าต่ำสุด (เครื่องหมายเป็นลบในกรณีการหาค่ามากสุด)

$G(\boldsymbol{P})$ คือ สมการสมดุลกำลังไฟฟ้าของระบบ

$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{P})$ คือ เวกเตอร์ของอสมการพิกัดกำลังไฟฟ้าของสายส่ง

$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{P})$ คือ เวกเตอร์ของอสมการพิกัดกำลังไฟฟ้าที่ซื้อและขาย ของผู้ใช้ไฟฟ้าและผู้จ่ายไฟฟ้า ตามลำดับ

$\boldsymbol{P} = (P_1, P_2, ..., P_i, ..., P_N)$ คือ เวกเตอร์ของการฉีดกำลังไฟฟ้าสุทธิของทุกบัส

โดย N คือ จำนวนของบัสในระบบไฟฟ้ากำลัง

ฟังก์ชันลากรองสำหรับปัญหาการคำนวณหาค่าเหมาะสมโดยพิจารณาถึงข้อจำกัดที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$L = F(\boldsymbol{P}) + \lambda G(\boldsymbol{P}) + \mu^T \boldsymbol{H}(\boldsymbol{P}) + \eta^T \boldsymbol{I}(\boldsymbol{P}) \tag{4.1}$$

โดย λ คือ ตัวคูณสัมประสิทธิ์สำหรับสมการสมดุลกำลังไฟฟ้า

μ คือ เวกเตอร์ตัวคูณสัมประสิทธิ์สำหรับอสมการข้อจำกัดที่มีผลของพิกัดการไหลของกำลังไฟฟ้าบนสายส่ง

η คือ เวกเตอร์ตัวคูณสัมประสิทธิ์สำหรับอสมการข้อจำกัดที่มีผลของพิกัดกำลังของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

จากสมการที่ (4.1) โดยการหาอนุพันธ์ของสมการลากรองนี้ เทียบกับกำลังไฟฟ้าที่ผู้จ่ายไฟฟ้าผลิตสำหรับกรณีการจัดสรรกำลังการผลิตที่ไม่มีความยืดหยุ่นของการใช้ไฟฟ้า หรือ การหาอนุพันธ์เทียบกับทั้งกำลังไฟฟ้าที่ผู้จ่ายไฟฟ้าผลิตและกำลังไฟฟ้าที่ผู้ใช้ไฟฟ้าซื้อสำหรับกรณีการจัดสรรกำลังการผลิตที่มีความยืดหยุ่นของการใช้ไฟฟ้า และให้ผลการหาอนุพันธ์มีค่าเท่ากับศูนย์ จะได้

$$\frac{\partial F(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} + \eta_i = -\lambda \frac{\partial G(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} - \sum_{l}^{N_l} \mu_l \frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} \tag{4.2}$$

การคำนวณราคาไฟฟ้าโนดจากสมการที่ (4.2) สามารถแสดงแยกได้เป็น 2 กรณี คือ กรณีที่การใช้ไฟฟ้าไม่มีความยืดหยุ่น และ กรณีที่การใช้ไฟฟ้ามีความยืดหยุ่น

1) กรณีตลาดกลางซื้อขายไฟฟ้าที่ไม่มีความยืดหยุ่นของการใช้ไฟฟ้า

ราคาไฟฟ้าโนดสามารถคำนวณได้จากทั้งสองข้างของสมการที่ (4.2) แต่ในในกรณีนี้จะสังเกตว่าพจน์ $\partial F(\boldsymbol{P})/\partial P_i$ จะไม่สามารถคำนวณค่าได้สำหรับบางบัส นั่นคือ บัสที่ไม่มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้า อย่างไรก็ตาม ผู้ควบคุมระบบ (System operator) สามารถกำหนดราคาไฟฟ้าโนด โดยใช้ด้านขวาของสมการที่ (4.2) [2,3,14,19] ดังนั้นจะได้ราคาไฟฟ้าโนด ณ บัส i, ρ_i, ดังนี้

$$\rho_i = -\lambda \frac{\partial G(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} - \sum_{l}^{N_l} \mu_l \frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} \tag{4.3}$$

ราคาไฟฟ้าโนดในสมการที่ (4.3) สามารถแบ่งออกเป็น 3 ส่วน คือ แลมบ์ดาของระบบ ราคากำลังสูญเสีย และราคาความแออัด ดังนี้

$$\rho_i = system\ lamda + loss\ charge + congestion\ charge \tag{4.4}$$

โดยการหาอนุพันธ์แยกส่วนของสมการข้อจำกัด $G(\boldsymbol{P})$ และ อสมการข้อจำกัด $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{P})$ จากหัวข้อที่ 3.1.1 จะได้

$$\frac{\partial G(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} = \gamma_i - 1 \tag{4.5}$$

$$\sum_{l}^{N_l} \mu_l \frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} = \sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i} \tag{4.6}$$

แทนค่าการหาอนุพันธ์ทั้งสองลงในสมการที่ (4.3) จะได้

$$\rho_i = -\lambda(\gamma_i - 1) - \sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i} \tag{4.7}$$

ดังนั้น ราคาไฟฟ้าแบบโนดทั้ง 3 ส่วน คือ

$$\rho_i = \lambda - \lambda\gamma_i - \sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i} \tag{4.8}$$

โดย λ คือ แลมบ์ดาของระบบ

$-\lambda\gamma_i$ คือ ราคากำลังสูญเสีย

$-\sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i}$ คือ ราคาความแออัด

2) กรณีตลาดกลางซื้อขายไฟฟ้าที่มีความยืดหยุ่นของการใช้ไฟฟ้า

ในกรณีนี้ สังเกตว่าพจน์ $\partial F(\boldsymbol{P})/\partial P_i$ จะไม่สามารถคำนวณค่าได้สำหรับบางบัส นั่นคือ บัสที่ไม่มีทั้งเครื่องกำเนิดไฟฟ้าและโหลด เช่นเดียวกันกับกรณีที่ไม่มีความยืดหยุ่นในการใช้ไฟฟ้า ผู้ควบคุมระบบ สามารถกำหนดราคาไฟฟ้าโนด โดยใช้ด้านขวาของสมการที่ (4.2) ดังนั้นจะได้ ราคาไฟฟ้าโนด ณ บัส i, ρ_i, เป็นดังสมการที่ (4.9)

$$\rho_i = -\lambda \frac{\partial G(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} - \sum_{l}^{N_l} \mu_l \frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} \tag{4.9}$$

ราคาไฟฟ้าโนดในสมการที่ (4.9) สามารถแบ่งออกได้เป็น 3 ส่วน โดยการแทนค่าของอนุพันธ์แยกส่วนของ $G(\boldsymbol{P})$ และ อสมการข้อจำกัด $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{P})$ จากหัวข้อที่ 3.1.2 ซึ่งผลลัพธ์จากการแทนค่าอนุพันธ์สามารถแสดงแยกเป็นกรณีสำหรับบัสที่เป็นผู้ขายไฟฟ้าและผู้ซื้อไฟฟ้าดังนี้

สำหรับกรณีผู้ขายไฟฟ้ารายที่ i :

สำหรับกรณีผู้ขายไฟฟ้า ค่าอนุพันธ์แยกส่วน คือ

$$\frac{\partial G(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} = \gamma_i - 1 \tag{4.10}$$

$$\sum_{l}^{N_l} \mu_l \frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} = \sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i} \tag{4.11}$$

แทนค่าการหาอนุพันธ์ทั้งสองลงในสมการที่ (4.9) จะได้

$$\rho_i = \lambda - \lambda\gamma_i - \sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i} \tag{4.12}$$

โดย	λ	คือ	แลมบ์ดาของระบบ
	$-\lambda\gamma_i$	คือ	ราคากำลังสูญเสีย
	$-\sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i}$	คือ	ราคาความแออัด

สำหรับกรณีผู้ซื้อไฟฟ้ารายที่ i :

สำหรับกรณีผู้ซื้อไฟฟ้า ค่าอนุพันธ์แยกส่วน คือ

$$\frac{\partial G(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} = -\gamma_i + 1 \tag{4.13}$$

$$\sum_{l}^{N_l} \mu_l \frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} = -\sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i} \tag{4.14}$$

แทนค่าการหาอนุพันธ์ทั้งสองลงในสมการที่ (4.9) จะได้

$$\rho_i = -\lambda + \lambda\gamma_i + \sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i} \tag{4.15}$$

โดย	$-\lambda$	คือ	แลมบ์ดาของระบบ
	$\lambda\gamma_i$	คือ	ราคากำลังสูญเสีย
	$\sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i}$	คือ	ราคาความแออัด

สังเกตว่า ในกรณีการจัดสรรกำลังการผลิตที่ไม่มีความยืดหยุ่นของการใช้ไฟฟ้า $F(\boldsymbol{P})$ คือ ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในสมการที่ (3.12) และในกรณีการจัดสรรกำลังการผลิตที่มีความยืดหยุ่นของการใช้ไฟฟ้า $F(\boldsymbol{P})$ คือ ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในสมการที่ (3.21)

4.1.2 การคำนวณราคาไฟฟ้าแบบโนดสำหรับการจัดสรรกำลังการผลิตโดยพิจารณาถึงราคาไฟฟ้าจริง

การคำนวณราคาโนดเมื่อการจัดสรรกำลังการผลิตคำนึงถึงราคาไฟฟ้าจริงสามารถทำได้ในลักษณะเดียวกันกับกรณีการจัดสรรกำลังการผลิตทั่วไป อย่างไรก็ตาม ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในกรณีนี้ได้แตกต่างไปจากเดิม ซึ่งสามารถแสดงการคำนวณราคาโนดได้ดังต่อไปนี้

กำหนดให้ $F'(\boldsymbol{P})$ คือ ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ใหม่ในกรณีนี้ที่ต้องการหาค่าต่ำสุด (เครื่องหมายเป็นลบในกรณีการหาค่าสูงสุด)

ฟังก์ชันลากรองสำหรับปัญหาการคำนวณหาค่าเหมาะสมโดยพิจารณาถึงข้อจำกัดที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$L = F'(\boldsymbol{P}) + \lambda G(\boldsymbol{P}) + \boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{H}(\boldsymbol{P}) + \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{I}(\boldsymbol{P}) \tag{4.16}$$

จากสมการที่ (4.16)โดยการหาอนุพันธ์เทียบกับกำลังไฟฟ้าที่ผู้จ่ายไฟฟ้าจ่ายสำหรับกรณีการจัดสรรกำลังการผลิตที่ไม่มีความยืดหยุ่นของการใช้ไฟฟ้า หรือ หาอนุพันธ์เทียบกับทั้งกำลังไฟฟ้าที่ผู้ผลิตไฟฟ้าจ่ายและกำลังไฟฟ้าที่ผู้ใช้ไฟฟ้าซื้อสำหรับกรณีการจัดสรรกำลังการผลิตที่มีความยืดหยุ่นของการใช้ไฟฟ้า และให้ผลการหาอนุพันธ์มีค่าเท่ากับศูนย์ จะได้

$$\frac{\partial F'(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} + \eta_i = -\lambda \frac{\partial G(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} - \sum_{l}^{N_l} \mu_l \frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} \tag{4.17}$$

การคำนวณราคาไฟฟ้าโนด สามารถแสดงแยกได้เป็น 2 กรณี คือ กรณีที่การใช้ไฟฟ้าไม่มีความยืดหยุ่น และ กรณีที่การใช้ไฟฟ้ามีความยืดหยุ่น

1) กรณีตลาดกลางซื้อขายไฟฟ้าที่ไม่มีความยืดหยุ่นของการใช้ไฟฟ้า

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ใหม่ $F'(\boldsymbol{P})$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$F'(\boldsymbol{P}) = -\sum_{g}^{N_g} \left\{ \left[nodal\ price_g - offered\ price_g \right] \times offered\ quantity_g \right\}$$

$$= -\sum_{g}^{N_g} \left\{ \left[nodal\ price_g \times offered\ quantity_g \right] - \left[offered\ price_g \times offered\ quantity_g \right] \right\}$$

$$= -\sum_{g}^{N_g} \left\{ \left[nodal\ price_g \times offered\ quantity_g \right] - F(\boldsymbol{P}) \right\} \tag{4.18}$$

โดยที่ $F(\boldsymbol{P})$ คือ ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่นิยามในสมการที่ (3.12)

ทำการหาอนุพันธ์แยกส่วนเทียบกับกำลังไฟฟ้าแต่ละบัส จะได้

$$\frac{\partial F'(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} = -\left[nodal\ price_i - \frac{\partial F(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} \right] \tag{4.19}$$

แทนค่า $\frac{\partial F'(\boldsymbol{P})}{\partial P_i}$ ลงในสมการที่ (4.17) จะได้

$$\frac{\partial F(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} + \eta_i = nodal\ price_i - \lambda \frac{\partial G(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} - \sum_{l}^{N_l} \mu_l \frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} \tag{4.20}$$

เช่นเดียวกันกับการจัดสรรกำลังการผลิตโดยทั่วไป ราคาไฟฟ้าโนดสามารถคำนวณได้จากทั้งสองข้างของสมการที่ (4.20) แต่ในกรณีนี้จะสังเกตว่าพจน์ $\partial F(\boldsymbol{P})/\partial P_i$ จะไม่สามารถคำนวณค่าได้สำหรับบางบัส นั่นคือ บัสที่ไม่มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ดังนั้น ผู้ควบคุมระบบสามารถกำหนดราคาไฟฟ้าโนด โดยใช้ด้านขวาของสมการที่ (4.20) จะได้ราคาไฟฟ้าโนด ณ บัส i, ρ_i, ดังนี้

$$\rho_i = nodal\ price_i - \lambda \frac{\partial G(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} - \sum_{l}^{N_l} \mu_l \frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} \tag{4.21}$$

โดยการหาอนุพันธ์แยกส่วนของสมการข้อจำกัด $G(\boldsymbol{P})$ และ อสมการข้อจำกัด $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{P})$ จากหัวข้อที่ 3.2.1 เช่นเดียวกับการจัดสรรกำลังการผลิตที่ไม่มีความยืดหยุ่นของการใช้ไฟฟ้าโดยทั่วไป ราคาไฟฟ้าแบบโนดจะมีค่าเป็น

$$\rho_i = nodal\ price_i - \lambda(\gamma_i - 1) - \sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i} \tag{4.22}$$

ราคาไฟฟ้าทั้ง 3 ส่วน คือ

$$\rho_i = \left(nodal\ price_i + \lambda\right) - \lambda\gamma_i - \sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i} \tag{4.23}$$

โดย $\left(nodal\ price_i + \lambda\right)$ คือ แลมบ์ดาของระบบ

$-\lambda\gamma_i$ คือ ราคากำลังสูญเสีย

$-\sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i}$ คือ ราคาความแออัด

2) กรณีตลาดกลางซื้อขายไฟฟ้าที่มีความยืดหยุ่นของการใช้ไฟฟ้า

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ใหม่ $F'(\boldsymbol{P})$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$F'(\boldsymbol{P}) = -\sum_{d}^{N_d} \left\{\left[bid\ price_d - nodal\ price_d\right] \times bid\ quantity_d\right\} - \sum_{g}^{N_g} \left\{\left[nodal\ price_g - offered\ price_g\right] \times offered\ quantity_g\right\}$$

$$= -\sum_{d}^{N_d} \left[-nodal\ price_d \times bid\ quantity_d\right] - \sum_{g}^{N_g} \left[nodal\ price_g \times offered\ quantity_g\right] - \sum_{d}^{N_d} \left[bid\ price_d \times bid\ quantity_d\right] - \sum_{g}^{N_g} \left[-offered\ price_g \times offered\ quantity_g\right]$$

$$= -\sum_{d}^{N_d} \left[-nodal\ price_d \times bid\ quantity_d\right] - \sum_{g}^{N_g} \left[nodal\ price_g \times offered\ quantity_g\right] + F(\boldsymbol{P}) \tag{4.24}$$

โดยที่ $F(\boldsymbol{P})$ คือ ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่นิยามในสมการที่ (3.21)

การคำนวณราคาไฟฟ้าในขั้นต่อไป สามารถแสดงแยกเป็นกรณีสำหรับผู้ขายและผู้ซื้อไฟฟ้าดังนี้

สำหรับกรณีผู้ขายไฟฟ้ารายที่ i :

สำหรับกรณีผู้ขายไฟฟ้า ค่าอนุพันธ์ของ $F'(\boldsymbol{P})$ คือ

$$\frac{\partial F'(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} = -nodal\ \ price_i + \frac{\partial F(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} \tag{4.25}$$

แทนค่า $\frac{\partial F'(\boldsymbol{P})}{\partial P_i}$ ลงในสมการที่ (4.17) จะได้

$$\frac{\partial F(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} + \eta_i = nodal\, price_i - \lambda \frac{\partial G(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} - \sum_{l}^{N_l} \mu_l \frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} \tag{4.26}$$

ในกรณีนี้ สังเกตว่าพจน์ $\partial F(\boldsymbol{P})/\partial P_i$ จะไม่สามารถคำนวณค่าได้สำหรับบางบัส นั่นคือ บัสที่ไม่มีทั้งเครื่องกำเนิดไฟฟ้าและโหลด เช่นเดียวกันกับการคำนวณในกรณีอื่นๆ จะได้ว่าราคาไฟฟ้าโนด ณ บัส i, ρ_i, คือ

$$\rho_i = nodal\ price_i - \lambda \frac{\partial G(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} - \sum_{l}^{N_l} \mu_l \frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} \tag{4.27}$$

โดยการหาอนุพันธ์แยกส่วนของสมการข้อจำกัด $G(\boldsymbol{P})$ และ อสมการข้อจำกัด $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{P})$ จากหัวข้อที่ 3.2.2 ราคาไฟฟ้าแบบโนดจะมีค่าเป็น

$$\rho_i = nodal\ price_i - \lambda(\gamma_i - 1) - \sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i} \tag{4.28}$$

ราคาไฟฟ้าทั้ง 3 ส่วน คือ

$$\rho_i = (nodal\ price_i + \lambda) - \lambda\gamma_i - \sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i} \tag{4.29}$$

โดย	$(nodal\ price_i + \lambda)$	คือ	แลมบ์ดาของระบบ
	$-\lambda\gamma_i$	คือ	ราคากำลังสูญเสีย
	$-\sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i}$	คือ	ราคาความแออัด

สำหรับกรณีผู้ซื้อไฟฟ้ารายที่ i :

สำหรับกรณีผู้ซื้อไฟฟ้า ค่าอนุพันธ์ของ $F'(\boldsymbol{P})$ คือ

$$\frac{\partial F'(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} = nodal\ price_i + \frac{\partial F(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} \tag{4.30}$$

แทนค่า $\frac{\partial F'(\boldsymbol{P})}{\partial P_i}$ ลงในสมการที่ (4.7) จะได้

$$\frac{\partial F(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} + \eta_i = -nodal\ price_i - \lambda \frac{\partial G(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} - \sum_{l}^{N_l} \mu_l \frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} \tag{4.31}$$

เช่นเดียวกันกับกรณีสำหรับผู้ขายไฟฟ้า พจน์ $\partial F(\boldsymbol{P}) / \partial P_i$ บัสที่ไม่มีทั้งเครื่องกำเนิดไฟฟ้า และโหลด จะไม่สามารถคำนวณค่าได้ ดังนั้นจะได้ว่าราคาไฟฟ้าโนด ณ บัส i, ρ_i , คือ

$$\rho_i = -nodal\ price_i - \lambda \frac{\partial G(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} - \sum_{l}^{N_l} \mu_l \frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} \tag{4.32}$$

โดยการหาอนุพันธ์แยกส่วนของสมการข้อจำกัด $G(\boldsymbol{P})$ และ อสมการข้อจำกัด $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{P})$ จากหัวข้อที่ 3.2.2 ราคาไฟฟ้าแบบโนดจะมีค่าเป็น

$$\rho_i = -nodal\ price_i - \lambda(-\gamma_i + 1) + \sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i} \tag{4.33}$$

ราคาไฟฟ้าทั้ง 3 ส่วน คือ

$$\rho_i = (-\ nodal\ price_i - \lambda) + \lambda\gamma_i + \sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i} \tag{4.34}$$

โดย $(-\ nodal\ price_i - \lambda)$ คือ แลมบ์ดาของระบบ

$\lambda\gamma_i$ คือ ราคากำลังสูญเสีย

$\sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i}$ คือ ราคาความแออัด

4.2 ความหมายของราคาไฟฟ้าแบบโนด

ความแตกต่างของราคาไฟฟ้าแบบโนดสำหรับการจัดสรรกำลังการผลิตโดยทั่วไปและโดยการพิจารณาถึงราคาไฟฟ้าจริงสามารถอธิบายได้ดังนี้

4.2.1 การจัดสรรกำลังการผลิตโดยทั่วไป

โดยการพิจารณาสมการที่ (4.1) จะได้ว่าหากระบบไฟฟ้าที่กำลังทำการพิจารณาอยู่ ละเลยกำลังสูญเสีย ไม่มีข้อจำกัดพิกัดการไหลของกำลังไฟฟ้าและข้อจำกัดกำลังการผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า จะได้ว่าการหาอนุพันธ์สมการที่ (4.1) เทียบกับการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้าแต่ละบัสมีค่าเท่ากับแลมบ์ดาของระบบ

$$\frac{\partial F(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} = \lambda \tag{4.35}$$

นอกจากนี้จะได้ว่าราคากำลังสูญเสียซึ่งเป็นผลคูณของแลมบ์ดาและค่าความไวของกำลังสูญเสียก็คือราคาไฟฟ้าในส่วนที่กำลังสูญเสียทำให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีค่าเปลี่ยนแปลงไปนั่นเอง

ในทำนองเดียวกัน หากระบบไฟฟ้าที่กำลังทำการพิจารณาอยู่ไม่มีข้อจำกัดสมดุลกำลังไฟฟ้าของระบบ และ ข้อจำกัดกำลังการผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า จะได้ว่าการหาอนุพันธ์สมการที่ (4.1) เทียบกับการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้าแต่ละบัสมีค่าเท่ากับ

$$\frac{\partial F(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} = -\sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i} \tag{4.36}$$

โดยสรุป จะกล่าวได้ว่าราคาไฟฟ้าโนดของบัส i ประกอบด้วย ค่าของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้าที่บัส i นั้น 1 หน่วย บวกกับ ราคาของกำลังสูญเสียและความแออัดที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงฟังก์ชันวัตถุประสงค์นั้น ซึ่งสามารถแยกพิจารณาเป็นกรณีที่ตลาดกลางมีและไม่มีความยืดหยุ่นของการใช้ไฟฟ้าได้ดังนี้

1) กรณีตลาดกลางซื้อขายไฟฟ้าที่ไม่มีความยืดหยุ่นของการใช้ไฟฟ้า

จากสมการราคาไฟฟ้าโนด (4.8) เนื่องจาก $F(\boldsymbol{P})$ ในกรณีนี้ คือ ฟังก์ชันต้นทุนการผลิตของผู้ขายไฟฟ้า ดังนั้น สามารถอธิบายได้ว่าราคาไฟฟ้าโนดประกอบด้วยแลมบ์ดาจากต้นทุนกำลัง

การผลิต บวกกับ ค่าชารต์กำลังสูญเสีย และราคาความแออัดซึ่งก็คือราคาที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้าบัสที่ทำให้ต้นทุนการผลิตไฟฟ้าเปลี่นแปลงไป

2) กรณีตลาดกลางซื้อขายไฟฟ้าที่มีความยืดหยุ่นของการใช้ไฟฟ้า

จากสมการราคาไฟฟ้าโนด (4.12) และ (4.15) เนื่องจาก $F(\boldsymbol{P})$ ในกรณีนี้ คือ รายได้ของผู้ใช้ไฟฟ้าลบด้วยต้นทุนกำลังการผลิต ดังนั้นจะสามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับกรณีผู้ขายไฟฟ้า :

ในกรณีนี้ราคาไฟฟ้าโนดจะประกอบด้วยแลมบ์ดาจากต้นทุนการผลิตไฟฟ้า บวกกับค่าชารต์กำลังสูญเสีย และราคาความแออัดซึ่งก็คือราคาที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้าบัสที่ทำให้ต้นทุนการผลิตไฟฟ้าเปลี่นแปลงไป

สำหรับกรณีผู้ซื้อไฟฟ้า :

ในกรณีนี้ราคาไฟฟ้าโนดจะประกอบด้วยแลมบ์ดาจากรายได้การใช้ไฟฟ้า บวกกับราคากำลังสูญเสีย และราคาความแออัดซึ่งก็คือราคาที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้าบัสที่ทำให้รายได้ของการใช้ไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงไป

4.2.2 การจัดสรรกำลังการผลิตโดยพิจารณาถึงราคาไฟฟ้าจริง

จากสมการที่ (4.16) เช่นเดียวกันกับกรณีการจัดสรรกำลังการผลิตโดยทั่วไป หากระบบไฟฟ้าที่กำลังทำการพิจารณาอยู่ ละเลยกำลังสูญเสีย ไม่มีข้อจำกัดพิกัดการไหลของกำลังไฟฟ้าและข้อจำกัดกำลังการผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า จะได้ว่าการหาอนุพันธ์สมการที่ (4.16) เทียบกับการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้าแต่ละบัสมีค่าเท่ากับแลมบ์ดาของระบบ

$$\frac{\partial F'(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} = \lambda \tag{4.37}$$

และจะได้ว่าราคากำลังสูญเสียซึ่งเป็นผลคูณของแลมบ์ดาและค่าความไวของกำลังสูญเสียก็คือ ราคาไฟฟ้าในส่วนที่ กำลังสูญเสีย ทำให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีค่าเปลี่ยนแปลงไปนั่นเอง

ในทำนองเดียวกัน หากระบบไฟฟ้าที่กำลังทำการพิจารณาอยู่ไม่มีข้อจำกัดสมดุลกำลังไฟฟ้าของระบบ และ ข้อจำกัดกำลังการผลิตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า จะได้ว่าการหาอนุพันธ์สมการที่ (4.16) เทียบกับการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้าแต่ละบัสมีค่าเท่ากับ

$$\frac{\partial F'(\boldsymbol{P})}{\partial P_i} = -\sum_{l}^{N_l} \mu_l \beta_{l,i} \tag{4.38}$$

โดยสรุป จะกล่าวได้ว่าราคาไฟฟ้าโนดของบัส i ประกอบด้วย ราคาไฟฟ้าโนดเริ่มต้น ค่าของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้าที่บัส i นั้น 1 หน่วย บวกกับ ราคาของกำลังสูญเสียและความแออัดที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงฟังก์ชันวัตถุประสงค์นี้

อย่างไรก็ตาม ดังที่ได้แสดงในหัวข้อที่ 3.2 การจัดสรรกำลังการผลิตในการพิจารณาถึงราคาไฟฟ้าจริงนี้ ฟังก์ชันวัตถุประสงค์จะไม่ใช่ทั้ง ต้นทุนการผลิตไฟฟ้า หรือรายได้จากการใช้ไฟฟ้า แต่จะเป็นผลประโยชน์ของผู้ผลิตไฟฟ้า (ราคาไฟฟ้าจริงลบด้วยต้นทุนการผลิต) และ ผลประโยชน์ของผู้ใช้ไฟฟ้า (รายได้จากการใช้ไฟฟ้าลบด้วยราคาไฟฟ้าจริง) ซึ่งสามารถแยกพิจารณาเป็นกรณีที่ตลาดกลางมีและไม่มีควายืดหยุ่นของการใช้ไฟฟ้าได้ดังนี้

1) กรณีตลาดกลางซื้อขายไฟฟ้าที่ไม่มีความยืดหยุ่นของการใช้ไฟฟ้า

จากสมการราคาไฟฟ้าโนด (4.23) เนื่องจาก $F'(\boldsymbol{P})$ ในกรณีนี้ คือ ผลประโยชน์ของผู้ขายไฟฟ้า ดังนั้น สามารถอธิบายได้ว่าราคาไฟฟ้าโนดประกอบด้วยค่าราคาไฟฟ้าโนดเริ่มต้นที่จะนำมาใช้ในการจัดสรรกำลังการผลิต บวกกับ แลมบ์ดาจากการเปลี่ยนแปลงผลประโยชน์ของผู้ผลิตเทียบกับการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้าบัส ราคากำลังสูญเสีย และราคาความแออัด ซึ่งเกิดจากการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้าบัสทำให้ผลประโยชน์ของผู้ขายไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงไป

2) กรณีตลาดกลางซื้อขายไฟฟ้าที่มีความยืดหยุ่นของการใช้ไฟฟ้า

จากสมการราคาไฟฟ้าโนด (4.29) และ (4.33) เนื่องจาก $F'(\boldsymbol{P})$ ในกรณีนี้ คือ ผลประโยชน์รวมของทั้งผู้ซื้อและผู้ขายไฟฟ้า ดังนั้นจะสามารถอธิบายได้ดังนี้

สำหรับกรณีผู้ขายไฟฟ้า :

ในกรณีนี้ราคาไฟฟ้าโนดจะประกอบด้วยค่าราคาไฟฟ้าโนดเริ่มต้นที่จะนำมาใช้ในการจัดสรรกำลังการผลิต บวกกับ แลมบ์ดาจากการเปลี่ยนแปลงผลประโยชน์ของผู้ผลิตไฟฟ้าเทียบกับการ

เปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้าบัส ค่าชาร์ต์กำลังสูญเสีย และราคาความแออัด ซึ่งเกิดจากการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้าที่บัสทำให้ผลประโยชน์ของผู้ขายไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงไป

สำหรับกรณีผู้ซื้อไฟฟ้า :

ในกรณีนี้ราคาไฟฟ้าโนดจะประกอบด้วยค่าราคาไฟฟ้าโนดเริ่มต้นที่จะนำมาใช้ในการจัดสรรกำลังการผลิต บวกกับ แลมบ์ดาจากการเปลี่ยนแปลงผลประโยชน์ของผู้ใช้ไฟฟ้าเทียบกับการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้าบัส ค่าชาร์ต์กำลังสูญเสีย และราคาความแออัด ซึ่งเกิดจากการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้าบัสที่ทำให้ผลประโยชน์ของผู้ใช้ไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงไป

สังเกตว่าค่าเริ่มต้นของราคาไฟฟ้าโนดในการคำนวณของสมการที่ (4.23) และ (4.29) สำหรับบัสผลิตไฟฟ้า และ สมการที่ (4.33) สำหรับบัสใช้ไฟฟ้า ก็คือราคาเสนอขาย หรือ ราคาเสนอซื้อหน่วยสุดท้ายในตอนแรกที่นำกราฟการเสนอซื้อและเสนอขายมาตัดกัน ซึ่งก็คือ MCP ในรูปที่ 3.1 นั่นเอง

4.3 การคำนวณราคาไฟฟ้าแบบโซน

เมื่อทำการคำนวณราคาโนดของแต่ละบัสในระบบแล้วเราจะสามารถคำนวณราคาโซน (Zonal price) ซึ่งใช้กับโหลดหรือผู้ใช้ไฟฟ้าทั่วไป ตามวิธีการแบ่งกลุ่มบัสที่จะนำเสนอต่อไปในหัวข้อที่ 4.4 โดยการเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนักราคาโนดของบัสต่างๆในกลุ่มบัสด้วยปริมาณของโหลด ณ บัสต่างๆในกลุ่มบัสนั้น [2] ทั้งนี้เพื่อให้จำนวนเงินการใช้ไฟฟ้าในกลุ่มบัสนั้นมีค่าเท่ากันทั้งในกรณีการคิดราคาค่าไฟฟ้าแบบราคาโนดและการคิดราคาค่าไฟฟ้าแบบราคาโซน สมการคำนวณราคาโซนแสดงดังสมการที่ (4.39)

$$\alpha_{z,k} = \frac{\sum_{i=1}^{n_k} L_{i,k}\,\alpha_{i,k}}{\sum_{i=1}^{n_k} L_{i,k}} \tag{4.39}$$

โดย $\alpha_{z,k}$ คือราคาโซนของกลุ่มบัสที่ k ซึ่งมีจำนวนบัสในกลุ่มเป็น n_k และ $\alpha_{i,k}$ คือราคาโนดของบัสต่างๆในกลุ่มบัส k ซึ่งมีปริมาณโหลดเป็น $L_{i,k}$

4.4 การแบ่งกลุ่มบัสเพื่อใช้ในการคำนวณราคาไฟฟ้าแบบโซน

4.4.1 การเปรียบเทียบวิธีการแบ่งกลุ่มบัส

เนื่องจากการคิดราคาไฟฟ้าแบบโซนที่ถูกกำหนดโดยร่างกฎตลาดกลางการซื้อขายไฟฟ้า [2] นั้นได้กำหนดให้ใช้วิธีการเฉลี่ยตามปริมาณการใช้ไฟฟ้าในแต่ละบัส ดังนั้นราคาโซนจะแตกต่างจากราคาโนดของบัสที่อยู่ในกลุ่มบัสนั้น เพื่อให้การคิดราคาไฟฟ้าแบบโซนใกล้เคียงกับราคาแบบโนดมากที่สุด จำเป็นต้องมีดัชนีในการพิจารณา ซึ่งในที่นี้จะใช้ค่าความเบี่ยงเบนรวมของราคาจากวิธีการแบ่งกลุ่มต่างๆเป็นดัชนีในการพิจารณา

โดยกลุ่มบัสที่ใช้ในการคำนวณราคาโซนนั้นจะเป็นกลุ่มบัสเริ่มต้นที่ได้จากกรณีฐาน (Base case) ดังนั้นการคิดค่าความเบี่ยงเบนจะคิดในกรณีอื่นที่มีโอกาสเป็นไปได้ด้วย เพื่อทดสอบว่า ผลจากการแบ่งกลุ่มบัสเริ่มต้นทำให้ค่าความเบี่ยงเบนของราคาในกรณีอื่นๆ เป็นอย่างไร

โดยสรุปจะนิยามดัชนีในการพิจารณา ดังสมการต่อไปนี้

$$D_{c,i} = \left|\alpha_{c,i} - \alpha_{z\,c,i}\right| \tag{4.40}$$

$$D_m = \sum_{c \in C} \sum_{i=1}^{N} D_{c,i} \tag{4.41}$$

โดย D_m คือ ความเบี่ยงเบนของราคารวมทุกบัสและทุกกรณีที่เป็นไปได้ของระบบด้วยวิธีการแบ่งกลุ่มบัส m

D_{ci} คือ ความเบี่ยงเบนของราคาโซนเทียบกับราคาโนด ณ บัส i ในกรณีระบบ c

$\alpha_{c,i}$ คือ ราคาโนดของบัสที่ i ในกรณีระบบ c

$\alpha_{z\,c,i}$ คือ ราคาโซนของบัสที่ i ในกรณีระบบ c

N คือ จำนวนบัสทั้งหมดในระบบ

C คือ เซตของกรณีที่เป็นไปได้ในระบบ

ในที่นี้จะพิจารณาความเหมาะสมของวิธีการแบ่งกลุ่มบัสด้วยการพิจารณาค่า D_m โดยวิธีการใดที่ให้ค่า D_m ต่ำจะหมายความว่ามีความแตกต่างระหว่างราคาโนดและราคาโซนรวมทุกบัสและทุกกรณีน้อย ซึ่งเหมาะสมต่อการแบ่งกลุ่มบัสนั่นเอง

4.4.2 แนวคิดและหลักการในการพิจารณาแบ่งกลุ่มบัส

1) ลักษณะทางกายภาพของระบบ [20]

ในสภาวะปกติลักษณะและพฤติกรรมของระบบไฟฟ้าในบริเวณที่อยู่ใกล้กันมักมีความคล้ายคลึงกันเป็นผลให้ราคาโนดโดยเฉลี่ยของบัสที่อยู่ใกล้กันทางกายภาพนั้นมักมีค่าใกล้เคียงกันด้วย หากพื้นที่ที่สนใจมีอาณาบริเวณไม่ใหญ่โตมากเกินไป ผลลัพธ์คือค่าความเบี่ยงเบนของราคา ณ บัสต่างๆที่ถูกแบ่งกลุ่มตามลักษณะทางกายภาพนี้จะมีค่าต่ำ ซึ่งแสดงว่าราคาโซนจากการแบ่งกลุ่มตามลักษณะกายภาพมีค่าใกล้เคียงกับราคาโนดของบัสต่างๆในกลุ่ม นอกจากนี้การแบ่งกลุ่มบัสตามลักษณะทางกายภาพของระบบนั้นยังส่งผลดีต่อการใช้ราคาโซนในการเป็นสัญญาณราคา (Price signal) เพื่อใช้ในการพัฒนาระบบตามลักษณะทางกายภาพให้มีคุณภาพที่ดีขึ้นในระยะยาว เช่น การส่งเสริมการลงทุนในส่วนของระบบที่มีราคาโซนสูง อีกทั้งยังสอดคล้องกับการควบคุมดูแลระบบในสภาพความเป็นจริงอีกด้วย

การพิจารณาแบ่งกลุ่มบัสตามลักษณะทางกายภาพในบทความนี้ เริ่มต้นด้วยการนำแผนภาพของระบบที่แสดงการเชื่อมต่อของบัสต่างๆในระบบตามลักษณะทางกายภาพที่เป็นจริงวางบนระบบแกนพิกัดฉาก x-y ในจตุภาค (Quadrant) ที่ 1 เพื่อให้พิกัดของบัสต่างๆมีค่าเป็นบวก จากนั้นจะทำการจัดกลุ่มบัสที่อยู่ใกล้กันในระยะห่างที่กำหนดให้อยู่ในกลุ่มบัสเดียวกัน

อย่างไรก็ตามการแบ่งกลุ่มบัสตามลักษณะทางกายภาพนั้นสามารถแบ่งได้โดยวิธีการอื่นที่เหมาะสมกับสภาพระบบที่แท้จริงได้ เช่น กลุ่มบัสของระบบไฟฟ้าประจำภาคเหนือ หรือภาคอีสาน เป็นต้น

2) ความใกล้กันทางไฟฟ้าของบัสในระบบ [20,21]

บัสต่างๆในระบบมีความใกล้กันทางไฟฟ้าต่างกันออกไป ด้วยเหตุผลเช่นเดียวกับความใกล้กันทางลักษณะกายภาพ คือ บัสที่ใกล้กันทางไฟฟ้ามีความเป็นไปได้ที่จะส่งผลกระทบต่อระบบในด้านต่างๆใกล้เคียงกัน ดังนั้นการแบ่งกลุ่มบัสโดยใช้ความใกล้กันทางไฟฟ้าควรจะส่งผลให้ราคาโนดในบัสต่างๆไม่แตกต่างจากราคาโซนมากนัก โดยวิธีการแบ่งกลุ่มบัสตามความใกล้ทางไฟฟ้านั้นมีขั้นตอนที่สำคัญ 3 ส่วน คือ การวางตำแหน่ง (Placement) ซึ่งเป็นขั้นตอนของการแทนบัสต่างๆ ด้วยจุดใน สเปซที่มีแกนอ้างอิงสี่เหลี่ยม โดยบัสซึ่งมีความใกล้กันทางไฟฟ้าจะอยู่ใกล้กัน การจัดกลุ่ม (Clustering) เป็นการจัดกลุ่มของจุดบัสต่างๆที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 โดยบัสที่อยู่ใกล้กันจะถูกจัดไว้ในกลุ่มเดียวกัน และการปรับปรุง (Improvement) ซึ่งเป็นขั้นตอนของการปรับปรุงกลุ่มบัสที่ได้จากขั้นตอนที่ 2 เพื่อให้ได้กลุ่มบัสที่เหมาะสมในการนำไปใช้งานมากยิ่งขึ้น

รายละเอียดของแต่ละขั้นตอนสามารถอธิบายได้ดังนี้

- การวางตำแหน่ง

ถ้า n คือจำนวนบัสทั้งหมด จะกำหนดเมตริกซ์สมมาตรค่าจริง **B** ขนาด n x n ซึ่งแสดงระดับความใกล้ทางไฟฟ้าของบัสต่าง ๆ โดยที่สมาชิก b_{ij} ของเมตริกซ์ **B** มีคุณสมบัติดังนี้

$$b_{ij} = \begin{cases} -w_{ij} & ; i \neq j \\ \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} w_{ik} & ; i = j \end{cases} \tag{4.42}$$

โดย $w_{ij} = w_{ji} \geq 0$ แสดงระดับความใกล้ทางไฟฟ้าระหว่างบัส i กับบัส j

เมตริกซ์สมมาตรค่าจริง **B** ซึ่งมีคุณสมบัติตามสมการที่ (4.42) จะมีตัวกำหนด (Determinant) เท่ากับศูนย์ นั่นคือ **B** เป็นเมตริกซ์เอกฐาน (Singular matrix) และมีคุณสมบัติ positive semi-definite ด้วย จึงได้ว่าค่าเฉพาะ (Eigenvalue) ทุกตัวจะมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ และมีค่าเฉพาะบางตัวเป็นศูนย์ด้วย

เมตริกซ์แสดงความใกล้กันทางไฟฟ้าของบัสต่าง ๆ คือ $\mathbf{Y}_{bus} = \mathbf{G}_{bus} + j\mathbf{B}_{bus}$ แต่เนื่องจากสายส่งส่วนใหญ่มีค่าอัตราส่วน X/R สูง ดังนั้นจะได้ $\mathbf{Y}_{bus} \approx j\mathbf{B}_{bus}$ และเพื่อให้ได้เมตริกซ์ **B** ที่เป็นเมตริกซ์สมมาตรค่าจริงและมีคุณสมบัติตามสมการที่ (4.42) จะใช้ $\mathbf{B} = -\mathbf{B}_{bus}$

ถ้าให้ F คือ ผลบวกของระยะกำลังสองระหว่างทุกคู่ของบัสที่ถูกถ่วงน้ำหนักตามระดับความใกล้ทางไฟฟ้า จะสามารถเขียน F ในรูปของเมตริกซ์ **B** ได้ดังนี้

$$F \equiv \sum_{\substack{i,j=1 \\ i>j}}^{n} w_{ij} \left\| z_i - z_j \right\|^2 = \sum_{i=1}^{q} x_i^T B x_i \tag{4.43}$$

โดย $\mathbf{z}_i$ คือ เวกเตอร์ขนาด q แสดงตำแหน่งของบัส i ในสเปซ $\Re^q$

$\mathbf{x}_i$ คือ เวกเตอร์ขนาด n แสดงโคออร์ดิเนตที่ i ของทุกบัส

และความสัมพันธ์ของ $\mathbf{z}_i$ กับ $\mathbf{x}_i$ จะเป็นดังนี้

$$[x_1 \quad x_2 \quad \ldots \quad x_q] = [z_1 \quad z_2 \quad \ldots \quad z_n]^T \tag{4.44}$$

ตำแหน่งของบัส i ในสเปซ $\Re^q$ ที่เหมาะสมตามระดับความใกล้ทางไฟฟ้าสามารถหาได้จากการแก้ปัญหา Optimal quadratic placement ดังนี้

$$\min\left\{F = \sum_{i=1}^{q} x_i^T B x_i\right\} \tag{4.45}$$

โดยมีเงื่อนไขต่อไปนี้

$$x_i^T x_i = 1 \qquad ; \quad i = 1, 2, ..., q \tag{4.46}$$

และ

$$x_i^T x_j = 0 \qquad ; \quad i \neq j; i, j = 1, 2, ..., q \tag{4.47}$$

เงื่อนไขตามสมการที่ (4.46) เป็นการให้ $\mathbf{x}_i$ มีขนาดเป็น 1 เพื่อป้องกันกรณี $\mathbf{x}_i$ เป็นเวกเตอร์ศูนย์ ส่วนเงื่อนไขตามสมการที่ (4.47) เป็นการให้ $\mathbf{x}_i$ ทุกคู่ตั้งฉากกัน เพื่อป้องกันกรณีที่ $\mathbf{z}_i$ เท่ากันหมดซึ่งจะทำให้ $\mathbf{x}_i$ ทุกตัวขนานกัน

- การจัดกลุ่ม

หลังจากแทนบัสต่างๆ ด้วยจุดในสเปซ $\Re^q$ แล้ว ก็จะทำการจัดกลุ่มของจุดที่ใกล้กันไว้ในกลุ่มเดียวกันโดยวิธีการจัดเรียงศูนย์กลาง (Centroid sorting) ดังนี้

พิจารณาการจัดกลุ่มของระบบ n บัสให้มีจำนวนกลุ่มเท่ากับ k

ให้ A_s^i เป็นโคออร์ดิเนตที่ s ของบัส i

C_i เป็นกลุ่มที่บรรจุบัส i

N_{C_i} เป็นจำนวนบัสของกลุ่ม C_I

$B_s^{C_i}$ เป็นโคออร์ดิเนตที่ s ของกลุ่ม C_i มีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยของโคออร์ดิเนตที่ s ของทุกบัสในกลุ่ม C_i นั่นคือ

$$B_s^{C_i} = \left(\sum_{i \in C_i} A_s^i\right) / N_{C_i} \tag{4.48}$$

$D_i^{C_i}$ เป็นระยะทางระหว่างจุดของบัส i กับจุดศูนย์กลางของกลุ่ม C_i นั่นคือ

$$D_i^{C_i} = \sqrt{\sum_{s=1}^{q} (A_s^i - B_s^{C_i})^2} \tag{4.49}$$

e เป็นความคลาดเคลื่อนในการจัดกลุ่มมีค่าเท่ากับผลบวกกำลังสองของ $D_i^{C_i}$ นั่นคือ

$$e = \sum_{i=1}^{n} (D_i^{C_i})^2 \tag{4.50}$$

โดยหลักการที่สำคัญคือ การจัดกลุ่มบัสจะต้องทำให้ผลรวมของความคลาดเคลื่อนทั้งหมดหลังการจัดกลุ่มจะต้องมีค่าน้อยลงเมื่อเทียบกับความคลาดเคลื่อนทั้งหมดก่อนการจัดกลุ่มบัส

- การปรับปรุง

ขั้นตอนนี้เป็นการปรับปรุงผลการจัดกลุ่มที่ได้ให้มีความเหมาะสมมากยิ่งขึ้น เพื่อป้องกันการเกิดขึ้นของปัญหาต่อไปนี้

ปัญหาที่ 1 : การมีหม้อแปลงซึ่งขั้วบัสทั้งสองอยู่ในกลุ่มที่แตกต่างกัน

ปัญหาที่ 2 : การมีกลุ่มที่มีโครงข่ายย่อยแยกโดดบรรจุอยู่

ปัญหาที่ 3 : การมีกลุ่มที่มีขนาดเล็กเกินไป

โดยปัญหาที่ 1 สามารถแก้ไขได้ด้วยการพิจารณาจำนวนการเชื่อมโยงของขั้วหม้อแปลงที่เป็นปัญหาแล้วย้ายขั้วบัสที่มีจำนวนการเชื่อมโยงกับกลุ่มของตัวเองน้อยกว่า ไปยังกลุ่มของอีกขั้วบัสหนึ่ง ส่วนปัญหาที่ 2 สามารถแก้ไขได้โดยทำการหาโครงข่ายย่อยทั้งหมด จากนั้นจึงย้ายแต่ละโครงข่ายย่อย ยกเว้นโครงข่ายย่อยที่ใหญ่ที่สุด ไปสู่กลุ่มที่มีจำนวนการเชื่อมโยงกับโครงข่ายย่อยนั้นมากที่สุด สำหรับปัญหาที่ 3 สามารถแก้ไขได้โดยย้ายกลุ่มที่เป็นปัญหาไปสู่กลุ่มที่มีการเชื่อมโยงกับกลุ่มของตัวเองมากที่สุด

3) ตัวประกอบการกระจายความแออัด [18,19,20]

จากหัวข้อที่ 4.1 จะได้ว่าราคาโนดจะขึ้นอยู่กับข้อจำกัดพิกัดของกำลังบนสายส่ง และหากระบบที่พิจารณาเป็นระบบที่มีอัตราส่วนของรีแอคแทนท์ต่อความต้านทานสูง (X/R มีค่ามาก) จะส่งผลให้ราคาไฟฟ้าโนดในส่วนของราคากำลังสูญเสียมีค่าต่ำ ดังนั้นราคาโนดที่แตกต่างกันสามารถประมาณได้ว่าเป็นผลของข้อจำกัดพิกัดของกำลังบนสายส่งเท่านั้น

จากหัวข้อที่ 3.3 จะได้ค่าความไว (Sensitivity) ของกำลังไฟฟ้าที่ไหลบนสายส่งเมื่อเทียบกับกำลังไฟฟ้าสุทธิที่จ่ายเข้าบัสต่างๆ มีประโยชน์ในการการคำนวณออปติมัลเพาเวอร์โฟลว์ ประโยชน์อีกอย่างหนึ่งของค่าความไวนี้ที่นอกเหนือจากการคำนวนออปติมัลเพาเวอร์โฟลว์ คือ สามารถให้ข้อมูลได้ว่าการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้าสุทธิที่บัสต่างๆมีผลอย่างไรต่อกำลังไฟฟ้าบนสายส่งที่ทำการพิจารณา ดังนั้นจึงสามารถนำค่าความไวนี้มาพิจารณาการแบ่งกลุ่มบัสได้ โดยบัสที่มีค่าความไวใกล้กันจะจัดให้อยู่ในกลุ่มเดียวกันเพราะบัสที่มีค่าความไวต่อกำลังไฟฟ้าที่ไหลบนสายส่งใกล้เคียงกันย่อมมีราคาโนดใกล้เคียงกันด้วย ซึ่งส่งผลให้ค่าความเบี่ยงเบนของราคาที่นิยามในหัวข้อ 4.4.1 มีค่าต่ำ

อย่างไรก็ตาม การใช้ค่าความไวต่อกำลังไฟฟ้าที่ไหลบนสายส่งนั้นเพียงเพื่อการแบ่งกลุ่มบัสเริ่มต้นเท่านั้น ประกอบกับการพิจารณาเพียงกำลังไฟฟ้าจริงอย่างเดียว ดังนั้นการแบ่งกลุ่มบัสเริ่มต้นนี้ จะใช้ค่าความไวที่ได้จากพื้นฐานการคำนวณ ดี.ซี. เพาเวอร์โฟลว์แทนเพื่อความรวดเร็วในการคำนวณ ซึ่งวิธีการที่ใช้นี้ไม่จำเป็นต้องคำนวณการไหลของกำลังไฟฟ้าเนื่องจากไม่จำเป็นต้องทราบค่าตัวแปรสถานะของระบบ ข้อมูลที่ต้องการจะมีเพียงข้อมูลของระบบส่งเท่านั้น โดยนิยามชื่อเรียกค่าความไวนี้ใหม่เป็น ตัวประกอบการกระจายความแออัด

ตัวประกอบการกระจายความแออัด (Congestion Distribution Factors: CDFs) คือ เวกเตอร์ขนาด n x 1 โดย n คือจำนวนบัสทั้งหมดในระบบที่ทำการพิจารณาซึ่งจะบ่งบอกผลที่เกิดขึ้นต่อกำลังที่ไหลบนสายส่งที่เกิดความแออัดหรือมีกำลังไฟฟ้าบนสายส่งเท่ากับค่าพิกัดของสายส่งนั้น โดยการคำนวณค่า CDFs นี้จะเริ่มต้นจากสมการ ดี.ซี. เพาเวอร์โฟลว์ (DC Power flow) บนสายส่งที่ต่อเชื่อมบัส i และ บัส j ดังสมการ

$$F^{(i,j)} = b_{i,j}(\delta_i - \delta_j) \tag{4.51}$$

โดย b_{ij} คือซัสเซปแตนซ์ของสายส่งที่ต่อเชื่อมบัส i กับบัส j และ δ_i คือมุมเฟสแรงดันบัส i ซึ่งสมการข้างต้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$F^{(i,j)} = \left\{ M^{(i,j)} \right\}^T \left\{ \delta \right\} \tag{4.52}$$

โดย $\left\{ M^{(i,j)} \right\}$ คือเวกเตอร์อัตราการเปลี่ยนแปลงการไหลของกำลังบนสายส่งซึ่งสมาชิกจะมีค่าเป็นศูนย์ยกเว้นสมาชิกลำดับที่ i และ j มีค่าเป็น $b_{i,j}$ และ $-b_{i,j}$ ตามลำดับ ส่วน $\{\delta\}$ คือ เวกเตอร์มุมเฟสแรงดันของบัสต่างๆทั้งบัสที่ผลิตและใช้ไฟฟ้า

สำหรับระบบ n บัส สมการซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างมุมเฟสแรงดันและกำลังจริงที่ฉีดเข้าบัสต่างๆ สามารถแสดงได้ คือ

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ P_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{1,1} & B_{1,2} & \ldots\ldots & B_{1,n} \\ B_{2,1} & B_{2,2} & \ldots\ldots & B_{2,n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ B_{n,1} & B_{n,2} & \ldots\ldots & B_{n,n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \delta_n \end{Bmatrix} \tag{4.53}$$

$$\{P\} = [B]\{\delta\}$$

โดย $[B]$ คือ เมตริกซ์ซัสเซปแตนซ์ขนาด n x n ซึ่งมีสมาชิก คือ

$$B_{k,k} = \sum_{l=0}^{n} b_{k,l} \tag{4.54}$$

$$B_{k,l} = -b_{k,l} \qquad \text{เมื่อ } k \neq l \tag{4.55}$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (4.54) และ (4.55) จะพบว่าเมตริกซ์ซัสเซปแตนซ์ $[B]$ เป็นเมตริกซ์เอกฐานที่มีค่าลำดับชั้น (Rank) ต่ำไปหนึ่งลำดับชั้น จากสาเหตุนี้จะทำให้เมื่อกำหนดเวกเตอร์แสดงการฉีดกำลังที่บัส $\{P\}$ และเมตริกซ์ซัสเซปแตนซ์ $[B]$ คำตอบของ $\{\delta\}$ จะไม่มีเพียงคำตอบเดียวเท่านั้น ทำให้ต้องหาวิธีการแก้ไขซึ่งโดยทั่วไปสามารถทำได้โดยเลือกบัส n เป็นบัสอ้างอิง และคำนวณมุมเฟสแรงดันเป็นค่าสัมพัทธ์กับบัสอ้างอิงที่เลือกนี้ ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\left\{\delta_{-n}^{rel}\right\} = [B_{-n}]^{-1}\{P_{-n}\} \tag{4.56}$$

โดย $(.)_{-n}$ แทนเวกเตอร์ที่ปราศจากสมาชิกลำดับที่ n และแทนเมตริกซ์ที่ปราศจากสมาชิกในแถวและหลักที่ n ซึ่งทำให้เมตริกซ์ $[B_{-n}]$ สามารถทำการอินเวอร์สได้ จากนั้นสามารถคำนวนค่ามุมเฟสแรงดันที่แท้จริงได้โดยเพิ่มมุมเฟสแรงดันสัมพัทธ์ของบัสอ้างอิงและบวกเพิ่มด้วยมุมเฟสแรงดันของบัสอ้างอิงดังแสดง

$$\begin{aligned}\{\delta\} &= \begin{Bmatrix}\{\delta_{-n}^{rel}\}\\ 0\end{Bmatrix} + \delta_n\{1\}\\ &= \begin{bmatrix}[B_{-n}]^{-1} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\{P\} + \delta_n\{1\}\end{aligned} \tag{4.57}$$

โดย δ_n คือมุมเฟสแรงดันของบัส n จากนั้นทำการรวมสมการที่ (4.57) และ (4.52) เข้าด้วยกันจะสามารถคำนวณการไหลของกำลังบนสายส่งที่ต่อเชื่อมบัส i และ บัส j ในรูปของการฉีดกำลังจริงเข้าที่บัสต่างๆ ของระบบได้ดังสมการที่ (4.58)

$$\begin{aligned}F^{(i,j)} &= \{M^{(i,j)}\}^T \begin{bmatrix}[B_{-n}]^{-1} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\{P\} + \delta_n\{M^{(i,j)}\}^T\{1\}\\ &= \{D_n^{(i,j)}\}^T\{P\}\end{aligned} \tag{4.58}$$

สาเหตุที่พจน์ที่ 2 ของสมการมีค่าเท่ากับศูนย์นั้น เนื่องจากความสัมพันธ์ $\{M^{(i,j)}\}^T\{1\} = 0$ ดังนั้นตัวประกอบการกระจายความแออัด $\{D_n^{(i,j)}\}$ โดยมีบัส n เป็นบัสอ้างอิงสามารถแสดงได้เป็น

$$\{D_n^{(i,j)}\} = \begin{bmatrix}[B_{-n}]^{-1} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}^T \{M^{(i,j)}\} \tag{4.59}$$

เช่นเดียวกับการหาค่าความไวในหัวข้อที่ 3.3.2 จากสมการที่ (4.59) จะสังเกตเห็นได้ว่าสมาชิกลำดับที่ n ซึ่งสอดคล้องกับบัสอ้างอิงที่เลือกจะมีค่าเท่ากับศูนย์ตลอด กล่าวคือตัวประกอบการกระจายความแออัดที่คำนวณจากการเลือกบัส n เป็นบัสอ้างอิง $\{D_n^{(i,j)}\}$ จะแตกต่างจากตัวประกอบการกระจายความแออัดที่เลือกบัส m เป็นบัสอ้างอิง $\{D_m^{(i,j)}\}$ และที่สำคัญจะทำให้เกิดความไม่เท่าเทียมกันของสมาชิกในตลาดในการมีส่วนร่วมรับผิดชอบต่อความแออัดที่เกิดขึ้นในระบบส่ง อย่างไรก็ตามตัวประกอบการกระจายความแออัดทั้งสองนี้จะมีความสัมพันธ์กันดังนี้ :

ตัวประกอบการกระจายความแออัดซึ่งคำนวนโดยการเลือกบัสอ้างอิงที่แตกต่างกันจะมีค่าต่างกันในทุกลำดับสมาชิกของบัสต่างๆซึ่งเท่ากับสมาชิกลำดับที่ m ของ $\{D_n^{(i,j)}\}$ หรือค่าลบของสมาชิกลำดับที่ n ของ $\{D_m^{(i,j)}\}$ นั่นคือ

$$\{D_n^{(i,j)}\} - \{D_m^{(i,j)}\} = \beta_{m,n}^{(i,j)}\{1\} \tag{4.60}$$

และ

$$\beta_{m,n}^{(i,j)} = D_n^{(i,j)}(m) = -D_m^{(i,j)}(n) \tag{4.61}$$

โดย $D_n^{(i,j)}(m)$ หมายถึงสมาชิกลำดับที่ m ของเวกเตอร์ $\{D_n^{(i,j)}\}$

ดังนั้นตัวประกอบการกระจายความแออัดบนสายส่งที่ต่อเชื่อมบัส i กับบัส j สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\left\{D^{(i,j)}\right\} = \left\{D_n^{(i,j)}\right\} + \beta^{(i,j)}\{1\} \tag{4.62}$$

โดย

$$\beta^{(i,j)} = -\frac{D_n^{(i,j)}(i) + D_n^{(i,j)}(j)}{2} \tag{4.63}$$