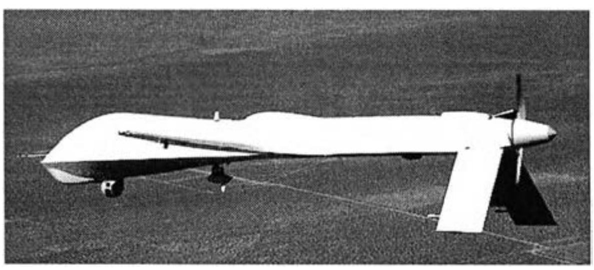
บทที่ 3

ระบบของกล่องที่หมุนรอบทิศทาง

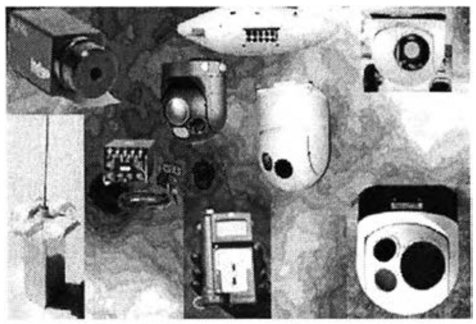
ในบทที่แล้วได้กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานเกี่ยวกับหุ่นยนต์ ซึ่งโดยทั่วไปจะมีลักษณะการทำงานเป็นทั้งหุ่นยนต์ที่เคลื่อนที่และไม่เคลื่อนที่ และในบทนี้จะนำเสนอ camera gimbal ซึ่งจะทำงานคล้ายกับหุ่นยนต์ กล่าวคือมีการเคลื่อนไหวโดยการหมุนรอบแกน 2 แกน และขับโดยใช้ dc เซอร์โวมอเตอร์ โดยจะมีกล้องติดอยู่ภายในกล่องที่หมุนได้รอบทิศทางนี้ ซึ่งเป็นอุปกรณ์ที่ติดอยู่กับ UAV (Unmanned Aerial Vehicle) ซึ่งมีวัตถุประสงค์คือการถ่ายภาพและชี้เป้าหมาย เพื่อประโยชน์ในทางทหารและด้านอื่นๆ มีลักษณะตามรูป 3.1 เช่น การตรวจสภาพแวดล้อมและภูมิอากาศในบริเวณที่เสี่ยงต่ออันตราย เพื่อทำการบันทึกภาพรายละเอียดต่างๆไว้เป็นข้อมูลประกอบในการตัดสินใจ และยังสามารถประหยัดค่าใช้จ่ายด้วย สำหรับจุดประสงค์ในการออกแบบตัวควบคุมนั้นก็เพื่อจะลดการสั่นของ gimbal ซึ่งเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้ภาพที่ถ่ายไม่ชัดเจน โดยจะไม่พิจารณาสัญญาณรบกวนอื่นเช่น แรงลมที่มาปะทะ การสั่นของเครื่องยนต์ รวมทั้งโครงสร้างของ UAV ดังนั้นในบทนี้จะอธิบายถึงการทำงานของระบบและการหาแบบจำลองพลวัตโดยวิธีของลากรองจ์-ออยเลอร์



รูปที่ 3.1: ลักษณะของ UAV

3.1 ระบบของ Camera Gimbal

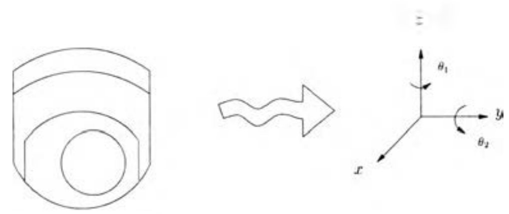
camera gimbal คือกล่องที่หมุนได้รอบทิศทางและจะมีกล้องติดอยู่ภายในมีลักษณะดังรูป 3.2 โดย gimbal จะมีหลายแบบหลายขนาด ขึ้นอยู่กับโครงสร้างของ UAV และความเหมาะสมในการใช้งาน ซึ่งจะมีสถานีภาคพื้นดินควบคุมการบินและการหมุนของ gimbal นอกจากนี้ยังสามารถถ่ายภาพและบันทึกได้ด้วย โดยในส่วนของรายละเอียด และองค์ประกอบอื่นๆจะไม่ขอกล่าวถึงเช่น การบินขึ้นลง ตลอดจนเครื่องยนต์ที่ใช้ โดยในวิทยานิพนธ์นี้จะกล่าวถึง gimbal ที่ประกอบด้วยข้อต่อ 2 อัน ซึ่งหมุนตามมุม θ_1 และ θ_2 มีลักษณะตามรูป 3.2 โดยให้มุมที่หมุนทวนเข็มนาฬิกาเป็นบวกและหมุนตามเข็มนาฬิกาเป็นลบ



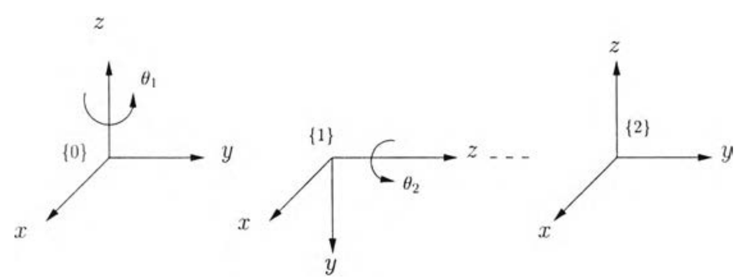
รูปที่ 3.2: ลักษณะของ Camera Gimbal

3.2 การหาแบบจำลองพลวัตของ gimbal

ในการหาแบบจำลองพลวัตของ gimbal ที่มี 2 แกน นิยามโดยให้มุม θ_1 และ θ_2 คือมุมที่หมุนตามแกน z และแกน y ดังรูปที่ 3.3 ตามลำดับโดยใช้วิธีลากรองจ์-ออยเลอร์ (Lagrange Euler Formulation) ในการหาสมการการเคลื่อนที่ และจะพิจารณาเฉพาะโครงสร้างที่คงรูป (rigid structure) โดยสมมติให้ UAV ไม่เคลื่อนที่และจุดศูนย์กลางมวลคงที่ ดังนั้นในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีขั้นตอนดังต่อไปนี้



รูปที่ 3.3: Gimbal schematics



รูปที่ 3.4: กำหนดกรอบของ Gimbal system (2-DOF)

- **ขั้นตอนที่ 1 กำหนดกรอบที่แสดงถึงการทำงานของ camera gimbal จากรูปที่ 3.4 แสดงได้ดังตาราง ที่ 3.1**

- **ขั้นตอนที่ 2 หาเมทริกซ์การแปลงและเมทริกซ์เอกพันธ์จาก D-H [4]**

Joint	α_i	a_i	θ_i	d_i	R/P
1	-90	0	θ_1	0	R
2	90	0	θ_2	0	R

ตารางที่ 3.1: จลศาสตร์ของ Camera gimbal

$$^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i)\cos(\alpha_i) & \sin(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i\cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i)\cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i\sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

จะได้เมทริกซ์การแปลงดังนี้

$$^0T_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & 0 & -\sin(\theta_1) & 0 \\ \sin(\theta_1) & 0 & \cos(\theta_1) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$^1T_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & 0 & \sin(\theta_2) & 0 \\ \sin(\theta_2) & 0 & -\cos(\theta_2) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$^0T_2 = {}^0T_1{}^1T_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1)\cos(\theta_2) & -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1)\sin(\theta_2) & 0 \\ \sin(\theta_1)\cos(\theta_2) & \cos(\theta_1) & \sin(\theta_1)\sin(\theta_2) & 0 \\ -\sin(\theta_2) & 0 & \cos(\theta_2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- **ขั้นตอนที่ 3 กำหนดเมทริกซ์ Q_i เนื่องจากข้อต่อเป็นแบบหมุนดังนั้น**

$$Q_1 = Q_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- **ขั้นตอนที่ 4 หาเทนเซอร์โมเมนต์ความเฉื่อย จะได้ว่า**

$$I_1 = \begin{bmatrix} I_{1_{11}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{1_{22}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{1_{33}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{1_{44}} \end{bmatrix}$$

$$I_2 = \begin{bmatrix} I_{2_{11}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{2_{22}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{2_{33}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{2_{44}} \end{bmatrix}$$

- **ขั้นตอนที่ 5 หาเมทริกซ์** d_{ij}

$$d_{ij} = \begin{cases} {}^0T_{j-1}Q_j^{j-1}T_i & \textbf{for } j \le i \\ 0 & \textbf{for } j > i \end{cases} \tag{3.2}$$

ที่ $i, j = 1, 2$ **จะได้ว่า**

$$d_{11} = {}^0T_0Q_1{}^0T_1 = \begin{bmatrix} -S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ C_1 & 0 & -S_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

และ $d_{12} = 0$ เนื่องจาก $j > i$

$$d_{21} = {}^0T_0Q_1{}^0T_2 = \begin{bmatrix} -S_1C_2 & -C_1 & -S_1S_2 & 0 \\ C_1C_2 & -S_1 & C_1S_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$d_{22} = {}^0T_1Q_2{}^1T_2 = \begin{bmatrix} -C_1S_2 & 0 & C_1C_2 & 0 \\ -S_1S_2 & 0 & S_1C_2 & 0 \\ -C_2 & 0 & -S_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- **ขั้นตอนที่ 6 หาองค์ประกอบของเมทริกซ์** M_{ij} **โดยที่**

$$M_{ij} = \sum_{p=max(i,j)}^{n} Tr[d_{pj}I_pd_{pi}^T] \tag{3.3}$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} M_{11} &= I_{1_{11}} + I_{1_{33}} + I_{2_{11}}C_2^2 + I_{2_{22}} + I_{2_{33}}S_2^2 \\ M_{12} &= M_{21} = Tr(d_{22}I_2d_{21}^I) = 0 \\ M_{22} &= Tr(d_{22}I_2d_{22}^I) = I_{2_{11}} + I_{2_{33}} \end{aligned}$$

- **ขั้นตอนที่ 7 หาสัมประสิทธิ์ของแรงเหวี่ยง (Coriolis and centrifugal force coefficients)**

$$h_{ijk} = \sum_{p=max(i,j,k)}^{n} Tr[\frac{\partial(d_{pk})}{\partial q_p} I_p d_{pi}^T] \tag{3.4}$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} h_{111} &= h_{222} = 0 \\ h_{122} &= 0 \\ h_{211} &= I_{2_{11}}C_2S_2 - I_{2_{33}}C_2S_2 \\ h_{112} &= h_{121} = -2I_{2_{11}}C_2S_2 + 2I_{2_{33}}C_2S_2 \\ h_{212} &= h_{221} = 0 \end{aligned}$$

- **ขั้นตอนที่ 8 หาค่า G_i เนื่องจากจุดศูนย์กลางมวลคงที่ดังนั้น $G_i = 0$ [7]**

- **ขั้นตอนที่ 9 ตัวขับเร้าพลวัต**

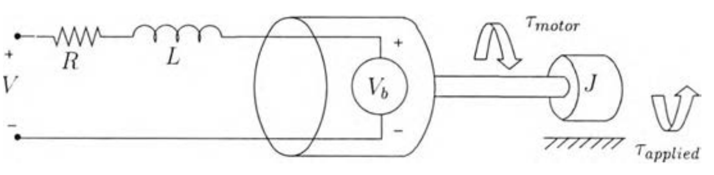
เนื่องจาก τ_{a_1} และ τ_{a_2} คือแรงบิดจากมอเตอร์กระแสตรง 2 ตัว ซึ่งเราสามารถควบคุมแรงดันจากมอเตอร์แทนทิศทางของแรงบิดและหาขนาดของแรงบิดจาก

$$\tau = K_m i \tag{3.5}$$

$$V_b = K_b \omega \tag{3.6}$$

โดยที่

- K_m คือค่าคงตัวแรงบิดของมอเตอร์
- V_b คือ แรงดันย้อนกลับ หาได้จาก $V_b = K_b\omega$
- K_b คือค่าคงตัวของมอเตอร์
- ω คือความเร็วเชิงมุม



รูปที่ 3.5: การควบคุมด้วยมอเตอร์กระแสตรง

จากรูป 3.5 จะได้สมการเชิงอนุพันธ์คือ

$$L\frac{di}{dt} + Ri = V - V_b \tag{3.7}$$

ซึ่งจะได้ตัวขับเร้าของ gimbal system คือ

$$\tau_{a_i} = \frac{K_{m_i}}{R_i}(V_i - K_{b_i}\omega_i) \quad ,i = 1,2 \tag{3.8}$$

- **ขั้นตอนที่ 10 หาแรงเสียดทาน**

ไม่คิดแรงเสียดทานสถิต ดังนั้นจะได้แรงเสียดทานเนื่องจากความหนืดโดยสมมติให้ $F_v = diag[f_{v_1}, f_{v_2}]$ และ $\tau = \tau_a - F_v\dot{q}$ จะได้

$$\tau_a = \begin{bmatrix} \tau_{a1} \\ \tau_{a2} \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

โดยที่ τ_{a_1} และ τ_{a_2} คือ แรงบิดจากมอเตอร์ตัวที่ 1 และ 2

- **ขั้นตอนที่ 11 สมการการเคลื่อนที่ แทนค่าพารามิเตอร์ที่หาได้จากขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ 10 โดยจัดสมการให้อยู่ในรูป**

$$\tau_a = M(q)\ddot{q} + H(q,\dot{q}) + F_v\dot{q} \tag{3.10}$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} \tau_{a_1} \\ \tau_{a_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{v1} & 0 \\ 0 & f_{v2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

โดยที่

$$\begin{aligned} M_{11} &= I_{1_{11}} + I_{1_{33}} + I_{2_{11}}C_2^2 + I_{2_{22}} + I_{2_{33}}S_2^2 \\ M_{12} &= M_{21} = 0 \\ M_{22} &= I_{2_{11}} + I_{2_{33}} \\ H_1 &= (-4I_{2_{11}}C_2S_2 + 4I_{2_{33}}C_2S_2)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ H_2 &= (I_{2_{11}}C_2S_2 - I_{2_{33}}C_2S_2)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_1 \end{aligned}$$

สำหรับขั้นตอนในการหาสมการการเคลื่อนที่มีการประมาณค่าดังต่อไปนี้

- จุดศูนย์กลางมวลของแต่ละ link คือจุดที่ตัดกันระหว่างแกนที่ i กับ $i+1$
- $I_i,\ i = 1,2$ เป็นเมทริกซ์เฉียง
- ข้อต่อของแกนที่ i และแกน $i+1$, $i = 1,2$ ตั้งฉากกัน

3.3 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอการหาแบบจำลองพลวัตของ camera gimbal ที่มี 2 แกน (2 DOF) โดยใช้วิธีของลากรองจ์-ออยเลอร์ ซึ่งพบว่าระบบนี้เป็นระบบที่มีสัญญาณเข้า 2 สัญญาณ คือจากมอเตอร์ตัวที่ 1 (τ_{a1}) และมอเตอร์ตัวที่ 2 (τ_{a2}) และสัญญาณออก 2 สัญญาณคือ θ_1, θ_2 โดยในการหาสมการทางคณิตศาสตร์นั้นสิ่งที่สำคัญคือจะต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับการทำงานของระบบก่อน กล่าวคือระบบนั้นมีการทำงานแบบหมุน หรือแบบเลื่อน แล้วใช้เทคนิคการแปลงเอกพันธ์เพื่อหาสมการต่อไป