สำนักงานวิทยทรัพยากร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

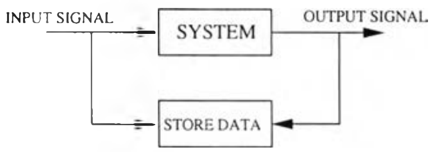
บทที่ 5

การหาเอกลักษณ์ของระบบ

จากบทที่ผ่านมาเราได้สร้างชุดทดลองของระบบที่มี 2 แกน แต่ยังไม่ทราบแบบจำลองของระบบ ดังนั้นในบทนี้จะนำเสนอวิธีการหาค่าเหล่านี้ โดยการป้อนสัญญาณเข้าสู่ระบบแล้วทำการวัดสัญญาณออก แล้วเก็บข้อมูลที่ได้เพื่อนำไปหาแบบจำลองของระบบต่อไป

5.1 ขั้นตอนในการหาเอกลักษณ์ของระบบ

การเก็บข้อมูลจากระบบจริง



รูปที่ 5.1: การเก็บข้อมูลจากระบบจริง

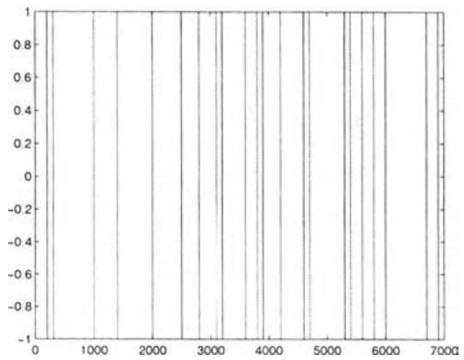
ในการเก็บข้อมูลนั้นเราจะพิจารณาข้อมูลที่ประกอบด้วยค่าของสัญญาณเข้าและสัญญาณออกที่เวลาหนึ่ง ดังรูป 5.1 ซึ่งสามารถนำมาใช้ในการหาเอกลักษณ์ของระบบได้ ดังนั้นการเลือกสัญญาณเข้าที่เหมาะสมย่อมมีความสำคัญต่อความถูกต้องแม่นยำของแบบจำลองเป็นอย่างมาก และคุณสมบัติของสัญญาณเข้าที่เหมาะสมประกอบด้วย

- มีความหลากหลายและเพียงพอที่จะทำให้สัญญาณออกแสดงลักษณะสมบัติของระบบออกมาครบถ้วน
- สัญญาณเข้าอยู่ในช่วงลักษณะการทำงานเป็นเชิงเส้น
- สัญญาณเข้าคลอบคลุมช่วงการใช้งานจริงของระบบ

รูปแบบสัญญาณเข้าที่นิยมใช้ในการหาเอกลักษณ์ของระบบ ได้แก่

- สัญญาณขั้นหรือสัญญาณอิมพัลส์ สามารถใช้ในการหาแบบจำลองของระบบแบบคร่าวๆได้ เหมาะสำหรับการหาแบบจำลองที่ไม่ทราบลักษณะมาก่อน เพื่อเป็นข้อมูลในการหาแบบจำลองด้วยวิธีอื่นต่อไป
- สัญญาณซายน์ ใช้ในการหาแบบจำลองด้วยวิธีการวิเคราะห์ความถี่ สามารถแสดงข้อมูลของระบบได้ครั้งละ 1 ความถี่เท่านั้น หากต้องการข้อมูลของระบบในช่วงความถี่ใด ก็จะต้องเปลี่ยนความถี่ของสัญญาณทุกครั้งที่ทำการเก็บข้อมูล

- สัญญาณเลขฐานสองแบบสุ่ม (Random binary sequence) มีขนาดของสัญญาณเพียง 2 ระดับ แต่มีคาบเวลาเป็นตัวแปรสุ่ม เหมาะสำหรับการหาเอกลักษณ์ระบบที่เป็นเชิงเส้น เนื่องจากระบบเชิงเส้นจะให้ผลตอบที่ไม่ขึ้นกับระดับของสัญญาณเข้า แต่จะแปรผันตรงกับการเปลี่ยนระดับของสัญญาณเข้า ดังนั้นจึงไม่มีความจำเป็นต้องใส่สัญญาณเข้าที่มีหลายระดับเข้าไปในระบบ
- สัญญาณลำดับเลขฐานสองแบบสุ่มเทียม (Pseudo-Random Binary Sequence, PRBS) สัญญาณลำดับเลขฐานสองแบบสุ่มเทียม เป็นสัญญาณที่มี 2 ระดับเช่นเดียวกัน แต่มีวิธีการสร้างสัญญาณแตกต่างจากสัญญาณเลขฐานสองแบบสุ่ม โดยจะสร้างจากลำดับเลขฐานสองชุดหนึ่ง ดังรูป 5.2



รูปที่ 5.2: ลักษณะสัญญาณแบบ PRBS

นอกจากการเลือกรูปแบบสัญญาณเข้าที่เหมาะสมแล้ว ก็ต้องเลือกความถี่ในการชักตัวอย่างที่เหมาะสมด้วย โดยถ้าความถี่ในการชักตัวอย่างมีค่าน้อยเกินไป จะทำให้สูญเสียข้อมูลที่มีการเปลี่ยนแปลงเร็วกว่าความถี่นั้นไป นอกจากนี้ยังมีปัจจัยอื่นๆที่มีผลต่อความถูกต้อง ของการหาเอกลักษณ์ของระบบอีกด้วย เช่น ข้อมูลที่เก็บควรมีจำนวนมากพอ, วิธีทำการทดลองเพื่อเก็บข้อมูล, ความแม่นยำของอุปกรณ์ตรวจรู้ เป็นต้น

การปรับแต่งข้อมูลที่เก็บมา

ข้อมูลที่เก็บมาจะต้องผ่านการปรับให้อยู่ในรูปที่เหมาะสม รวมทั้งควรจะมีการตรวจสอบความถูกต้องและแก้ไขให้เรียบร้อยก่อนจะนำไปประมวลผล เช่น ข้อมูลที่เก็บมาอาจมีสัญญาณรบกวนมาก ควรนำข้อมูลไปผ่านการกรองก่อนที่จะนำไปประมวลผลต่อไป นอกจากนั้นควรจะตรวจสอบว่าข้อมูลช่วงใดผิดปกติไม่สอดคล้องกับช่วงอื่นๆ ซึ่งไม่ควรนำมาใช้ในการหาเอกลักษณ์ของของระบบ เป็นต้น โดยทั่วไปข้อมูลที่ผ่านการตรวจสอบแล้ว จะถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ส่วนที่หนึ่งใช้ในการหาเอกลักษณ์ของระบบ และส่วนที่สองใช้สำหรับการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองที่หามาได้

การเลือกโครงสร้างแบบจำลอง

โครงสร้างของแบบจำลองสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท คือ

- แบบจำลองชนิดไม่อิงตัวแปรเสริม (non-parametric model) เป็นแบบจำลองที่ไม่ใช้ตัวแปรเสริมในการอธิบายระบบ เช่น การประมาณผลตอบสนองอิมพัลส์ของระบบด้วยวิธีวิเคราะห์สหสัมพันธ์ (correlation analysis) หรือการประมาณผลตอบสนองทางความถี่ (spectral analysis) ซึ่งแบบจำลองชนิดนี้มีประโยชน์ในการให้ข้อมูล คร่าว ๆของระบบที่ยังไม่ทราบลักษณะสมบัติของระบบมากนัก และข้อมูลนี้สามารถใช้เป็นแนวทางในการกำหนดตัวแปรเสริมให้กับแบบจำลองอื่นต่อไป
- แบบจำลองชนิดอิงตัวแปรเสริม (parametric model) เป็นแบบจำลองที่ใช้ตัวแปรเสริมในการอธิบายระบบ ซึ่งจะให้รายละเอียดลักษณะสมบัติของระบบได้ดีกว่าแบบจำลองชนิดไม่อิงตัวแปรเสริม แบบจำลองชนิดอิงตัวแปรเสริมมีหลายรูปแบบ เช่น

1. แบบจำลอง Auto-Regressive with Exogenous Input Model (ARX) มีสมการทั่วไปคือ

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + e(t)$$

มีโครงสร้างที่ง่าย แต่ขั้วของระบบจะต้องอธิบาย ลักษณะของระบบ และสัญญาณรบกวนพร้อมกัน จึงไม่เหมาะสำหรับระบบที่มีสัญญาณรบกวนขนาดใหญ่

2. แบบจำลอง Auto-Regressive Moving Average with Exogenous Input Model (ARMAX) มีสมการทั่วไปคือ

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + C(q)e(t)$$

แบบจำลองนี้สามารถอธิบายลักษณะของสัญญาณรบกวนได้ดีขึ้น เหมาะสำหรับระบบที่มีสัญญาณรบกวนเข้ามากับสัญญาณเข้า

3. แบบจำลอง Output Error Model (OE) มีสมการทั่วไปคือ

$$y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}u(t) + e(t)$$

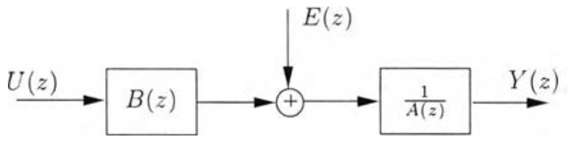
แบบจำลองที่ได้จะแสดงถึงพลวัตของระบบโดยตรง และถือว่าการเกิดสัญญาณรบกวนอยู่ทางด้านสัญญาณออก

4. แบบจำลอง Box-Jenkins Model (BJ) มีสมการทั่วไปคือ

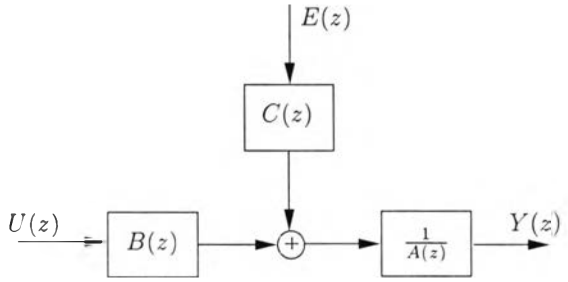
$$y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}u(t) + \frac{C(q)}{D(q)} + e(t)$$

อธิบายผลของสัญญาณเข้าและสัญญาณรบกวนแยกกันอย่างชัดเจน เหมาะสำหรับการหาเอกลักษณ์ที่ต้องการทราบลักษณะสัญญาณรบกวนที่เข้าสู่ระบบ

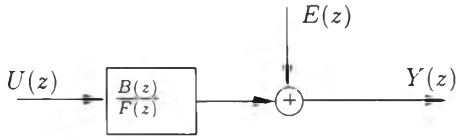
สำหรับแบบจำลองชนิดอิงตัวแปรเสริม เมื่อเลือกโครงสร้างของแบบจำลองได้แล้ว ก็จะต้องเลือกอันดับของแบบจำลองให้สอดคล้องกับลักษณะสมบัติของระบบจริงด้วย



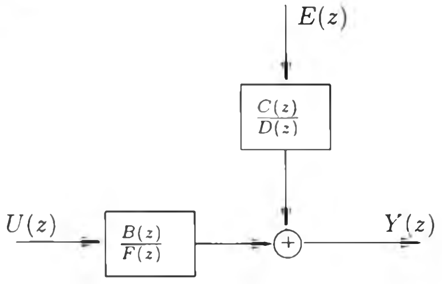
รูปที่ 5.3: โครงสร้างแบบจำลองแบบ ARX



รูปที่ 5.4: โครงสร้างแบบจำลองแบบ ARMAX



รูปที่ 5.5: โครงสร้างแบบจำลองแบบ OE



รูปที่ 5.6: โครงสร้างแบบจำลองแบบ BJ

5.2 วิธีการประมาณค่าแบบจำลอง

วิธีการประมาณค่าแบบจำลองชนิดไม่อิงตัวแปรเสริม มีหลายวิธีด้วยกัน เช่น

- วิธีวิเคราะห์สหสัมพันธ์ (correlation analysis method) วิธีนี้จะทำการหาค่าผลตอบสนองอิมพัลส์ของระบบจากข้อมูลสัญญาณเข้าและสัญญาณออกของระบบที่วัดได้
- วิธีวิเคราะห์สเปกตรัม (spectral analysis method) วิธีนี้จะใช้การแปลงฟูเรียร์ในการหาผลตอบสนองเชิงความถี่จากข้อมูลสัญญาณเข้าและสัญญาณออก

วิธีการประมาณค่าสำหรับแบบจำลองชนิดอิงตัวแปรเสริม

- วิธีกำลังสองน้อยสุด (Least Squares Method) จะทำการหาค่าตัวแปรเสริมในแบบจำลองที่ทำให้สัญญาณผิดพลาดมีค่าน้อยที่สุด ถ้ากำหนดให้

$$y(t) = G(q)u(t) + H(q)e(t)$$

จะสามารถแสดงสัญญาณผิดพลาดได้ในรูปของ

$$e(t) = H^{-1}(q)(y(t) - G(q)u(t))$$

วิธีกำลังสองน้อยสุด จะหาค่าของตัวแปรเสริมใน $G(q)$ และ $H(q)$ ที่ทำให้ $\sum_t e^2(t)$ มีค่าน้อยที่สุด

5.3 การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลอง

เมื่อประมาณแบบจำลองของระบบจากข้อมูลที่เก็บมาได้แล้ว จะต้องตรวจสอบว่าแบบจำลองนั้นสามารถอธิบายลักษณะสมบัติของระบบได้ดีมากน้อยเพียงใด และเหมาะสมที่จะใช้เป็นตัวแทนของระบบหรือไม่ โดยสามารถวัดความถูกต้องเหมาะสมของแบบจำลองได้ดังนี้

- ใช้ข้อมูลสัญญาณเข้าและสัญญาณออกชุดใหม่ที่แตกต่างจากเดิม ป้อนสัญญาณเข้าชุดใหม่ให้แก่แบบจำลองที่หามาได้ แล้วเปรียบเทียบกับสัญญาณออกที่วัดได้จากระบบจริง แบบจำลองที่ดีควรให้ผลตอบสนองที่ใกล้เคียงกับสัญญาณออกจริง โดยมีดัชนีชี้วัดความสอดคล้องกันของสัญญาณทั้งสองตามสมการ

$$\text{fit} = 100\left(1 - \frac{\|y - \hat{y}\|}{\|y - \bar{y}\|}\right)$$

โดยที่

$\|\cdot\|$	คือ นอร์มสองของสัญญาณ
y	คือ สัญญาณออกที่วัดได้จริง
$\hat{y}$	คือ สัญญาณออกที่วัดได้จากแบบจำลอง
$\bar{y}$	คือ ค่าเฉลี่ยของ y

แบบจำลองที่ให้ค่า fit มากจะแสดงถึงความสามารถในการอธิบายระบบได้ดี

5.4 การหาเอกลักษณ์ของระบบ

ในการหาเอกลักษณ์ของระบบ จะเขียนโปรแกรมเพื่อใช้จำลองระบบ โดยให้สัญญาณเข้าระบบเป็นแบบ PRBS จากนั้นจึงเก็บข้อมูลของสัญญาณเข้าและสัญญาณออกของระบบ แล้วนำไปวิเคราะห์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยใช้คำสั่งและหลักการของ System Identification toolbox ใน Matlab เพื่อนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกับค่าจริงของระบบโดยใช้แบบจำลอง ARMAX ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

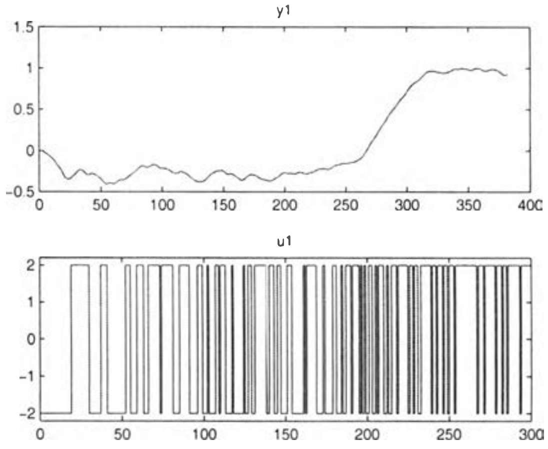
- ป้อนสัญญาณเข้าเป็นแบบ PRBS เพื่อให้สัญญาณเข้ามีการเปลี่ยนแปลงครอบคลุมทุกโหมดการทำงานของระบบ โดยป้อนสัญญาณเข้ามอเตอร์ทีละตัว
- เลือกช่วงการชักตัวอย่าง (sampling interval) T = 0.01 วินาที
- เก็บข้อมูลของสัญญาณเข้าและสัญญาณออกของมอเตอร์ทั้ง 2 ตัว แล้วนำไปวิเคราะห์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ
- นำข้อมูลชุดที่เป็น validation data มาตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ประมาณได้

ซึ่งได้ผลดังต่อไปนี้

มอเตอร์ตัวที่ 1 (หมุนซ้ายและขวา)

จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอน (transfer function) คือ

$$G_1(s) = \frac{-0.1223s^4 + 31.92s^3 - 1.101 \times 10^4 s^2 + 2.362 \times 10^6 s + 5.276 \times 10^6}{s^5 + 177.6s^4 + 1.083 \times 10^5 s^3 + 2.37 \times 10^6 s^2 + 6.787 \times 10^6 s + 4.95 \times 10^6}$$

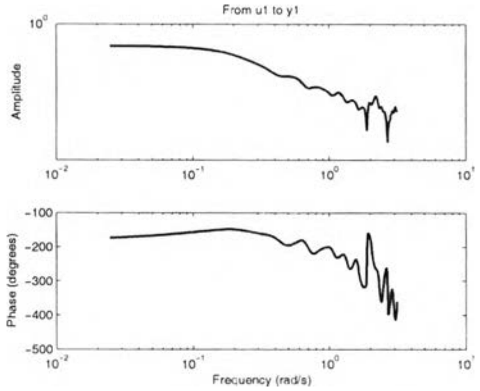


รูปที่ 5.7: สัญญาณเข้า u_1 และสัญญาณออก y_1 ของของระบบ

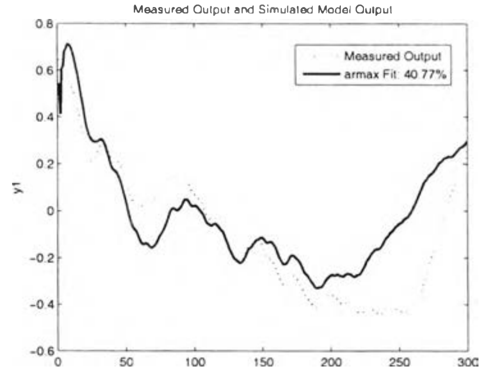
มอเตอร์ตัวที่ 2 (หมุนขึ้นและลง)

จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอน (transfer function) คือ

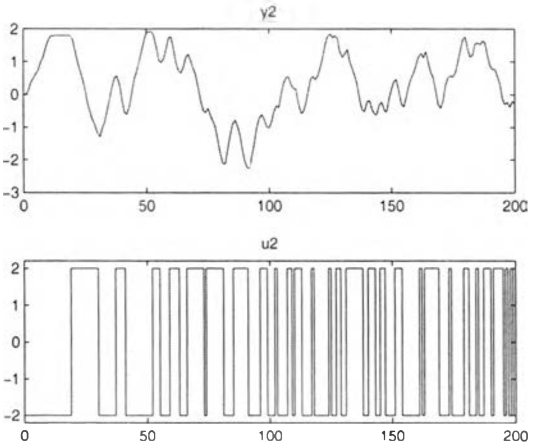
$$G_2(s) = \frac{14.72s^4 + 1.03 \times 10^4 s^3 - 2.083 \times 10^6 s^2 - 1.857 \times 10^8 s - 2.706 \times 10^9}{s^5 + 754.6s^4 + 2.692 \times 10^5 s^3 + 1.893 \times 10^7 s^2 + 3.74 \times 10^8 s + 1.405 \times 10^9}$$



รูปที่ 5.8: แผนภาพโบเดของ G_1



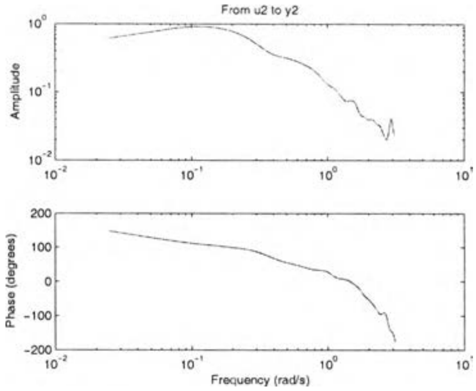
รูปที่ 5.9: เปรียบเทียบสัญญาณออกของระบบที่ได้จากการวัดและการจำลองของมอเตอร์ตัวที่ 1



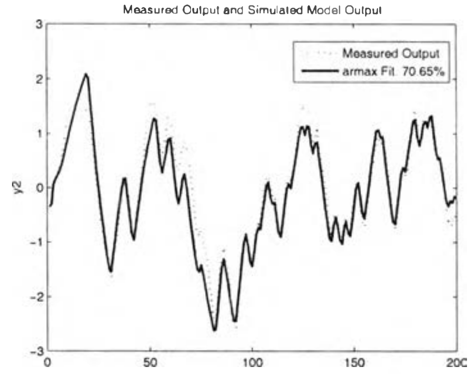
รูปที่ 5.10: สัญญาณเข้า u_2 และสัญญาณออก y_2 ของของระบบ

5.5 สรุป

จากการหาเอกลักษณ์ของระบบโดยเลือกใช้แบบจำลองแบบ ARMAX ของมอเตอร์ทั้ง 2 ตัว ได้ผลคือ มอเตอร์ที่หมุนขึ้นและลง จะได้กราฟรูป 5.10, 5.11, 5.12 และมอเตอร์ที่หมุนซ้ายและขวา จะได้กราฟรูป



รูปที่ 5.11: แผนภาพโบเดของ G_2



รูปที่ 5.12: เปรียบเทียบสัญญาณออกของระบบที่ได้จากการวัดและการจำลองของมอเตอร์ตัวที่ 2

5.7, 5.8, 5.9 และพบว่าการหาแบบจำลองของระบบของมอเตอร์ที่หมุนขึ้นลงจะใกล้เคียงกับระบบจริงมากกว่ามอเตอร์ที่หมุนซ้ายขวา ทั้งนี้อาจมีสาเหตุจาก

- มอเตอร์ที่หมุนขึ้นและลงมีรอบการหมุนของมอเตอร์น้อยกว่ามอเตอร์ที่หมุนซ้ายและขวา
- การเลือกจุดทำงานที่ไม่เหมาะสมนั่นคือการเลือกเวลาในการชักตัวอย่าง ซึ่งจะมีผลต่อการตอบสนองต่อสัญ
  ญาณเข้าของระบบ
- การเก็บข้อมูลยังไม่ดีพอ
- การเลือกวิธีในการหาเอกลักษณ์ไม่เหมาะสม รวมทั้งการเลือกช่วงของข้อมูลที่ไม่ดี ทำให้แบบจำลองที่ได้ไม่ใกล้เคียงกับระบบจริง

อย่างไรก็ตามในการหาแบบจำลองของระบบพบว่าแบบจำลองของมอเตอร์ที่หมุนขึ้น-ลง ใกล้เคียงกับระบบจริง นั่นคือมีค่า fit มากกว่า 70% ส่วนมอเตอร์ที่หมุนซ้าย-ขวา มีค่า fit 40% ซึ่งเกิดจากมอเตอร์มีรอบที่สูง นั่นคือมอเตอร์มีความไวในการตอบสนองต่อสัญญาณเข้า กล่าวคือเมื่อป้อนแรงดันน้อยก็ไม่หมุน แต่

ถ้าป้อนค่ามากเกินไปก็จะหมุนเร็ว ทำให้การควบคุมยาก ดังนั้นในการใส่สัญญาณเข้าแบบ PRBS จึงทำให้มอเตอร์ตามรอยสัญญาณไม่ทัน