บทที่ 3

ทฤษฎีที่ใช้ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ MIKE 11

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในงานวิจัยฉบับนี้ คือ โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูป MIKE11 ซึ่งพัฒนาโดย สถาบันวิจัยแหล่งน้ำของประเทศเดนมาร์ก Danish Hydraulic Institute (DHI) แบบจำลองนี้สามารถใช้คำนวณการไหล การเคลื่อนที่ของตะกอนและคุณภาพน้ำในลุ่มน้ำ แม่น้ำและระบบชลประทาน ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้ จะทำการวิเคราะห์ผลโดยแบบจำลอง 3 ส่วน คือ

1. HD Model (Hydrodynamic Model)
2. TD Model (Transport Dispersion Model)
3. WQ Model (Water Quality Model)

3.1 Hydrodynamic Model

ในแบบจำลองทางชลศาสตร์ (HD Model) นี้เป็นแบบจำลองที่แสดงสภาพทางชลศาสตร์ของลำน้ำ รวมถึงลักษณะการไหล ปริมาณน้ำและระดับน้ำ ซึ่งใช้คำนวณการไหลแบบ gradually varied unsteady flow ในทางน้ำเปิด โดยอาศัยการวิเคราะห์ลักษณะการเคลื่อนไหวภายใต้ Saint Venant equation ซึ่งประกอบด้วยสมการต่อเนื่อง (Continuity equation) และสมการโมเมนตัม (Momentum equation) การคำนวณเป็น implicit finite difference method

โมเดลนี้จะอธิบายถึงสภาพการไหล ซึ่งมี 3 แบบให้เลือกตามความแตกต่างของการไหล ดังนี้

1.Kinematic wave approach - การไหลถูกคำนวณจากสมมติฐานของความสมดุลย์ระหว่างแรงเสียดทานและแรงโน้มถ่วงของโลก ดังนั้น kinematic wave approach นี้ไม่สามารถจำลองสภาพการไหลย้อนกลับ (backwater effect) ได้

2.Diffusion wave approach - การไหลถูกคำนวณโดยใช้สมการของแรงเสียดทาน แรงโน้มถ่วงของโลก และ hydrostatic gradient ซึ่งในข้อนี้มีการนำขอบเขตของท้ายน้ำมาคำนวณด้วย ดังนั้นจึงสามารถจำลองสภาพการไหลย้อนกลับ (backwater effect) ได้

3.Dynamic wave approach - การไหลถูกคำนวณโดยใช้สมการโมเมนตัม (Momentum equation) รวมถึง อัตราการเพิ่มความเร็วต่อหนึ่งหน่วยเวลา (acceleration forces) ในกรณีนี้สามารถจำลองสภาพที่เกิดขึ้นเพียงชั่วครู่ อิทธิพลของน้ำทะเล และอื่น ๆ ในระบบได้

การคำนวณการไม่คงที่เปลี่ยนแปลงทีละน้อย ในทางน้ำเปิดมีลักษณะต่าง ๆ ดังนี้

1. การไหลทั้งแบบสภาวะใต้วิกฤต (subcritical flow : เป็นช่วงการไหลที่มีความเร็วต่ำ แรงโน้มถ่วง จะมีผลสำคัญต่อการไหล) และสภาวะเหนือวิกฤต (supercritical flow : เป็นช่วงการไหลที่มีความเร็วสูง แรงที่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่จะมีผลสำคัญต่อการไหล)
2. การไหลในทางน้ำเปิด ที่มีลักษณะเป็นโครงข่ายหรือเป็น loop ได้
3. การไหลแบบ quasi two dimention flood plains
4. การไหลผ่านโครงสร้างทางชลศาสตร์ เช่น ฝาย ท่อส่งน้ำ เป็นต้น

โปรแกรม MIKE11 ประยุกต์ใช้สมการ fully dynamic equation เพื่อแก้ปัญหาการไหลในแนวตั้งฉากกับหน้าตัดและสมการของ conservation of volume and momentum (Saint Venant equation) ซึ่งมีสมมติฐานที่ใช้คำนวณพฤติกรรมการไหล ดังนี้

1. การไหลของน้ำมีลักษณะเป็นเนื้อเดียวกันตลอด (ความหนาแน่นคงที่ตลอดหน้าตัด)
2. ความลาดเอียงของท้องน้ำมีน้อย
3. ความยาวคลื่นน้ำมีค่ามากเมื่อเทียบกับความลึกของน้ำ ทำให้การไหลในทุก ๆ ตำแหน่งขนานไปกับท้องน้ำ
4. การไหลเป็นแบบ subcritical

สำหรับหน้าตัดที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งท้องน้ำเป็นแนวราบและความกว้างคงที่ กฎทรงมวลและโมเมนตัมสามารถที่จะใช้ได้ ในกรณีนี้ต้องตัดค่าความเสียดทานและการไหลเข้าทางด้านข้าง (lateral inflow) ของลำน้ำออก โดยสมการทรงมวลและสมการโมเมนตัมจะเขียนได้ ดังนี้

<u>หลักทรงมวล</u> (Conservation of mass)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Hb) = \frac{-\partial}{\partial x}(\rho Hb\bar{U}) \qquad (3.1)$$

<u>หลักการทรงโมเมนตัม</u> (Conservation of momentum)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Hb\bar{U}) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha\rho Hb\bar{U}^2 + \frac{1}{2}\rho gH^2\right) \qquad (3.2)$$

โดยที่ ρ = ความหนาแน่น (ม/วินาที^{2})

H = ความลึก (ม.)

b = ความกว้าง (ม.)

$\bar{U}$ = ค่าเฉลี่ยความเร็วที่ผ่านหน้าตัดลำน้ำ (ม^2/วินาที)

α = สัมประสิทธิ์การกระจายความเร็วในแนวดิ่ง (ม^2/วินาที)

g = แรงโน้มถ่วงของโลก (ม^2/วินาที)

เมื่อมีความลาดเอียงของท้องน้ำ I_b และความกว้างของลำน้ำมีการเปลี่ยนแปลง จึงมีการเพิ่มเทอมลงใน Momentum equation โดยเทอมดังกล่าวจะอธิบายถึง ส่วนที่เพิ่มออกมาในทิศทางการไหลของท้องน้ำและด้านข้าง เป็นปฏิกริยาบน hydrostatic pressure ดังนั้นสามารถเขียนสมการโมเมนตัมได้ ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Hb\bar{U}) = \frac{-\partial}{\partial x}\left(\alpha\rho Hb\bar{U} + \frac{1}{2}\rho gb(H)^2\right) + \frac{\partial b}{\partial x}\frac{1}{2}\rho gH^2 - \rho gHbI_b \qquad (3.3)$$

$$= \frac{-\partial}{\partial x}\left(\alpha\rho Hb\bar{U}^2\right) - b\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}\rho gH^2\right) - \rho gHbI_b$$

เมื่อมีการนำเอาระดับน้ำ (h) เป็นความสัมพันธ์ที่ใช้แทนที่ความลึกของน้ำ สมการจะเป็นดังนี้

$$\frac{\partial h}{\partial x} = I_b + \frac{\partial h}{\partial x} \qquad (3.4)$$

จากสมการ (3.1) และ (3.2) ตัดค่า ρ ออกจะได้สมการทรงมวลและสมการทรงโมเมนตัม ดังนี้

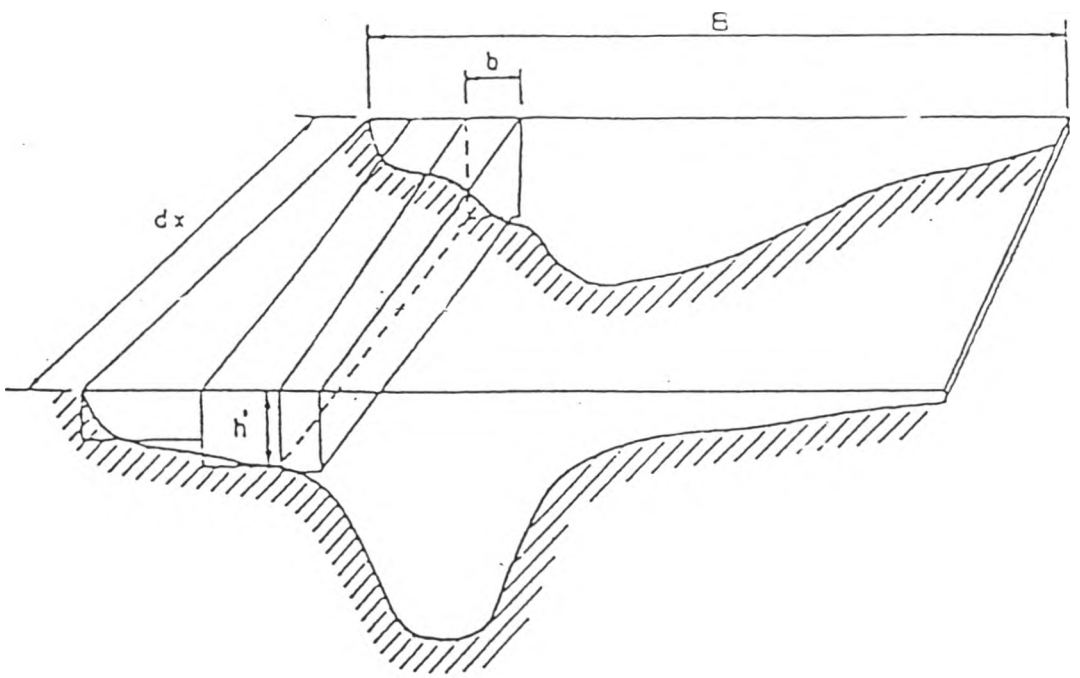
<u>สมการทรงมวล</u>

$$\frac{\partial}{\partial t}(hb) = -\frac{\partial}{\partial x}(hb\bar{U}) \qquad (3.5)$$

สมการทรงโมเมนตัม

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(Hb\,\bar{U}\right)=-\frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha\,Hb\,\bar{U}^{2}\right)-Hbg\,\frac{\partial h}{\partial x} \qquad (3.6)$$

จากสมการ (3.5) และ (3.6) สามารถอินทิเกรต เพื่ออธิบายการไหลผ่านหน้าตัดลำน้ำ โดยการตัดเป็นสี่เหลี่ยมเล็ก ๆ หลาย ๆ รูปตามแนวหน้าตัดลำน้ำทุกแบบ ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แสดงหน้าตัดลำน้ำที่พิจารณาเป็นลำน้ำรูปสี่เหลี่ยมหลาย ๆ รูป

จากสมการเดิม $\frac{\partial h}{\partial x}$ เป็นค่าคงที่ตลอดลำน้ำและไม่มีการแลกเปลี่ยนการเคลื่อนไหว (Momentum) เกิดขึ้นระหว่างลำน้ำย่อย (subchannel) ถ้า integrate พื้นที่หน้าตัด คือ A และ integrate อัตราการไหล คือ Q และ B คือความกว้างของหน้าตัดแล้ว

$$A = \int H\,db \qquad (3.7)$$

$$\bar{Q} = \int H\bar{U}\,db = UA \qquad (3.8)$$

อินทิเกรต สมการทรงมวลและสมการทรงโมเมนตัม จากสมการ (3.5) และ (3.6) จะได้

$$\frac{\partial Q}{\partial x}+\frac{\partial A}{\partial t}=0 \tag{3.9}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha\frac{Q^2}{A}\right)+gA\frac{\partial h}{\partial x}=0 \tag{3.10}$$

เมื่อรวมค่า ความต้านทานทางชลศาสตร์ (hydraulic resistance) และค่าการไหลเข้าด้านข้าง (lateral inflow) จากสมการที่ (3.9) และ (3.10) นี้จะนำไปสู่สมการพื้นฐานที่ใช้ใน MIKE11 คือ

$$\frac{\partial Q}{\partial x}+\frac{\partial A}{\partial t}=q \tag{3.11}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha\frac{Q^2}{A}\right)+gA\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{gQ|Q|}{C^2AR}=0 \tag{3.12}$$

โดย A = พื้นที่หน้าตัดลำน้ำ ($ม^2$)

C = Chezy resistance coefficient

g = ความเร่งโน้มถ่วง (ม/วินาที^{2})

h = ระดับน้ำเหนือระดับอ้างอิง (ม.)

Q = อัตราการไหล ($ม^3$/วินาที)

R = hydraulic radius (ม.)

α = Momentun distribution coefficient

q = อัตราการไหลด้านข้างต่อหน่วยความยาวลำน้ำ ($ม^3$/วินาที)

t = เวลา (วินาที)

3.1.1 Model Parameter

1.ความเสียดทานท้องน้ำ (Bed Resistance)

สำหรับ MIKE11 มีสมการที่เกี่ยวข้องกับความเสียดทานท้องน้ำให้เลือก 2 สมการ ดังนี้

1.1 Chezy description มีสมการ ดังนี้

$$\tau_r = \frac{gQ|Q|}{C^2AR} \qquad (3.13)$$

โดย C = Chezy coefficient

1.2 Manning description มีสมการ ดังนี้

$$\tau_r = \frac{gQ|Q|}{M^2AR^{4/3}} \qquad (3.14)$$

โดย M = Manning number

ค่า Manning number ที่ใช้ใน MIKE11 คือ 1/n ซึ่ง n คือ Manning's n จะมีค่าอยู่ในช่วง 0.01 (ท้องน้ำราบเรียบ) - 0.1 (ท้องน้ำขรุขระมาก) ดังนั้น Manning number จึงมีค่าอยู่ในช่วง 10 (ท้องน้ำขรุขระมาก) - 100 (ท้องน้ำราบเรียบ)

ความสัมพันธ์ระหว่างค่า Chezy coefficient (C) กับ Manning's n (n) เขียนเป็นสมการดังนี้

$$C = \frac{R^{1/6}}{n} = MR^{1/6} \qquad (3.15)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ความต้านทาน C, M และ n นี้จะใช้ในการปรับแก้ ซึ่งค่าของแต่ละพารามิเตอร์ที่เหมาะสมกับสภาพทางชลศาสตร์ของลำน้ำ (ตารางที่ 2.1)

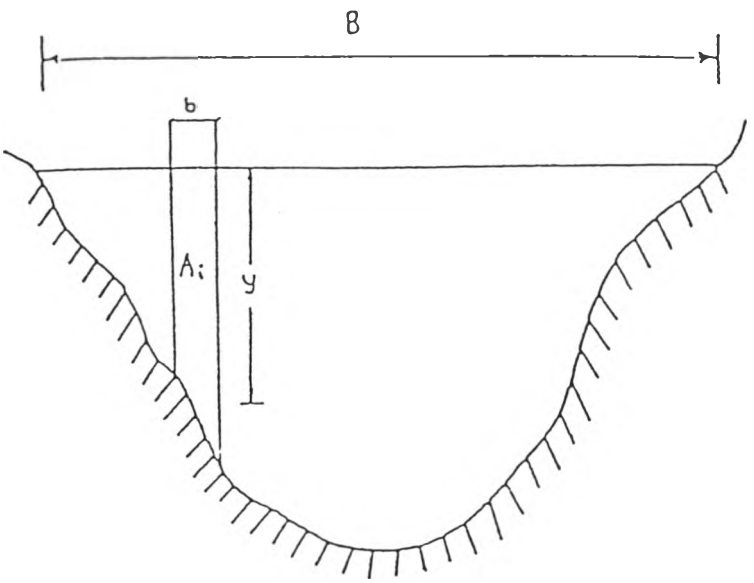
2.) Resistance Radius (R*)

รัศมีความต้านทานนี้ใช้เพื่อช่วยในการคำนวณ hydraulic radius และ cross sectional area ซึ่งสามารถคำนวณได้โดยสมการดังนี้

$$\sqrt{R^*} = \frac{1}{A}\int_0^B y^{3/2}\,db \qquad (3.16)$$

โดย y = ความลึกในหน้าตัดย่อยที่พิจารณา

b = ความกว้างผิวน้ำที่ระดับ y ที่พิจารณา



รูปที่ 3.2 แสดงหน้าตัดลำน้ำที่พิจารณาในสมการ Resistance radius

จากสมการจะเห็นว่าค่า Manning number จะมีผลน้อยมากในหน้าตัดย่อย

$$A_c = \sum_{i=1}^{Ns} \frac{A_i}{r_{ri}} \qquad (3.17)$$

โดย A_c = effective area

N_s = จำนวนหน้าตัดย่อยที่พิจารณามีค่าเท่ากับจำนวน coordinate x - z ลบด้วย 1

r_r = relative resistance

ดังนั้นสมการ (3.16) เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\sqrt{R^*} = \frac{1}{A_c}\int_0^B \frac{y^{3/2}}{r_r}\,db \qquad (3.18)$$

3.) Hydraulic radius (R_h)

รัศมีชลศาสตร์ จะพิจารณาหน้าตัดเป็นแนวขนานกันตามระดับความลึกของลำน้ำโดยที่ค่าความจุหน้าตัด (Converyance, K) มีค่าเท่ากับค่าความจุหน้าตัดย่อยรวมกันดังนี้

เมื่อ $$K = \sum_{i=1}^{N} K_i \qquad (3.19)$$

จะได้ $$\frac{AR_h^{2/3}}{n} = \sum_{i=1}^{N} \frac{A_i R_{hi}^{2/3}}{r_n n} \qquad (3.20)$$

โดยที่ N = จำนวนหน้าตัดลำน้ำย่อย

A = พื้นที่หน้าตัดการไหลทั้งหมด (effective flow area) หรือพื้นที่หน้าตัดการไหลรวม (total flow area)

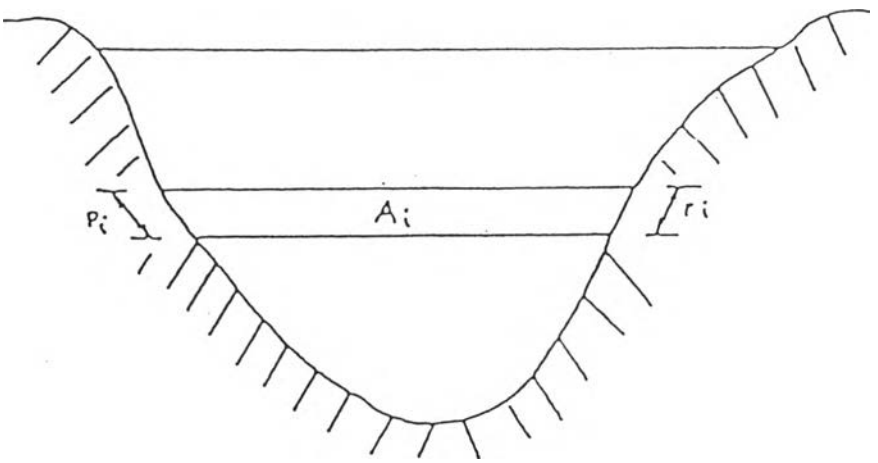
ดังนั้น $$R_h = \left[\frac{\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{A_i^{5/3}}{r_n P_i^{2/3}}\right]}{A}\right]^{3/2} \qquad (3.21)$$

โดย $$R_{hi} = \frac{A_i}{P_i}$$

ซึ่ง P_i = พื้นที่ขอบเปียกของหน้าตัดย่อยไม่นับบริเวณผิวสัมผัสระหว่างหน้าตัด

ดังนั้นสมการ (3.21) จะได้

$$R_h = \frac{A}{P} \qquad (3.22)$$



รูปที่ 3.3 แสดงหน้าตัดลำน้ำที่พิจารณาในสมการ Hydraulic radius (R)

3.1.2 การคำนวณกริด

การคำนวณกริดนี้ใช้หลักของ finite difference schemes โดยการใช้หลักการดังกล่าวมีภาวะที่ต้องคำนึงถึง คือ

1.) Velocity condition

$$\frac{v\Delta t}{\Delta x} \leq 1 - 2 \qquad (3.23)$$

โดย v = ความเร็ว (ม./วินาที)

Δt = ช่วงเวลาที่ใช้ในการไหลระหว่าง computational grid (วินาที)

Δx = ระยะทางระหว่าง computational node (ม.)

2.) Courant condition

$$C_r = \frac{\left(v + \sqrt{gd}\right)}{\Delta x}\Delta t \leq 10 - 15 \qquad (3.24)$$

โดย C_r = Courant number

v = ความเร็วเฉลี่ยของหน้าตัด (ม./วินาที)

d = ความลึกการไหลเฉลี่ย (ม.)

Δt = ช่วงเวลา (นาที)

Δx = space step (m)

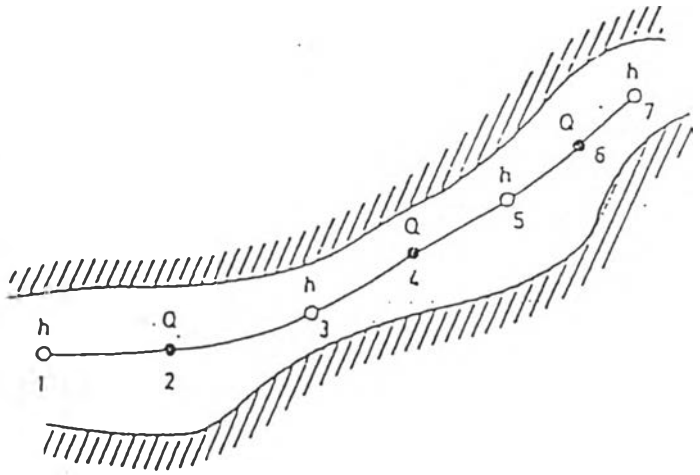
g = ความเร่งโน้มถ่วง (ม./วินาที^{2})

MIKE11 มีสมมติฐานว่า Δt (timestep) และ Δx (spacestep) แปรผันตรงต่อกันและหลักการสำหรับค่า Δt และ Δx คือ ทั้งสองค่านี้จะต้องน้อยพอที่จะแก้ปัญหาการแปรผันแบบไม่เป็นเส้นตรงของเวลาและระยะทางระหว่าง computational grid ยกตัวอย่าง เช่น การเปลี่ยนแปลงระดับน้ำเนื่องจากอิทธิพลของน้ำทะเล ต้องการค่า Δt อยู่ในช่วง 15 - 30 นาที เพื่อที่จะคำนวณการเปลี่ยนของรูปคลื่นได้อย่างสมบูรณ์ในเวลาที่ใช้ และ อีกทั้งการเปลี่ยนแปลงของท้องน้ำอย่างรวดเร็วต้องการ Δx ที่น้อยเพียงพอที่จะอธิบายลักษณะทางสัณฐานวิทยาของท้องน้ำได้อย่างถูกต้อง

3.1.3 วิธีที่ใช้ในการคำนวณกริด

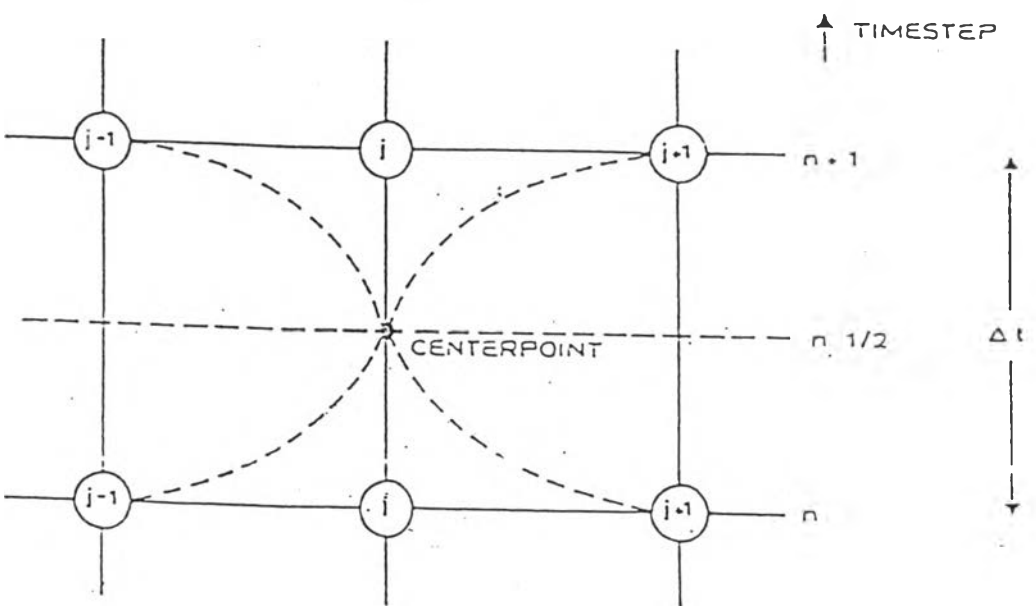
การดัดแปลงสมการพื้นฐานของ MIKE 11 เป็นรูปของ implicit finite difference equation ถูกกระทำใน computational grid ประกอบไปด้วย จุด Q และ h สลับกันไป ซึ่งจุด Q คือจุดของปริมาณน้ำ และ h คือ ระดับน้ำ จะถูกคำนวณในแต่ละ Δt ซึ่ง computational grid ถูกกำหนดโดยโมเดลบนพื้นฐานของความต้องการของผู้ใช้ Q-point จะอยู่กึ่งกลางระหว่าง h-point 2 จุด ขณะที่ระยะทางระหว่าง h-point อาจแตกต่างกันไป

จากสมการที่ (3.1) และ (3.2) ของ Saint Venant เป็นสมการที่ใช้คำนวณหาค่า Q และ h ที่แต่ละช่วงเวลา (timestep) โปรแกรมจะคำนวณกริดขึ้นโดยอัตโนมัติ จุด Q จะอยู่ระหว่างจุด h ที่ติดกันเสมอ โดยที่ระยะระหว่างค่า h อาจจะแตกต่างกันไปตามข้อมูลที่มี



รูปที่ 3.4 กริดต่าง ๆ ตามหน้าตัดของลำน้ำ

สำหรับ Numerical scheme ที่ได้รับการยอมรับ คือ 6 - point Abbott scheme ดังรูปที่



รูปที่ 3.5 Center 6-point Abbott scheme

<u>สมการต่อเนื่อง</u> (Continuity equation)

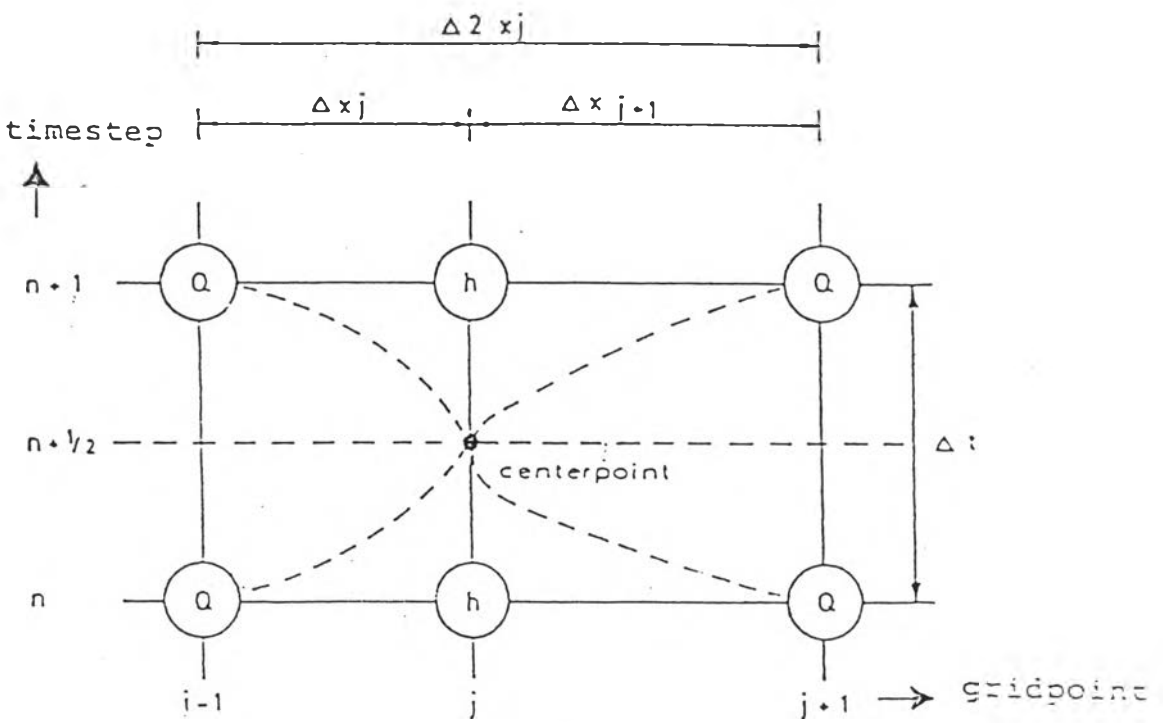
ในสมการต่อเนื่องให้ความกว้างลำน้ำ คือ b_s จะได้

$$\frac{\partial A}{\partial t} = b_s \frac{\partial h}{\partial t} \tag{3.25}$$

ดังนั้น

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + b_s \frac{\partial h}{\partial t} = q \tag{3.26}$$

โดยที่ค่า Q ขึ้นอยู่กับระยะ X ดังนั้นสมการจะหาค่า centered ที่จุด h ได้ (ดังรูป 3.6)



รูปที่ 3.6 Centering of continuity equation in 6-point Abbott scheme

พิจารณาสมการที่ (3.21) ที่เวลา n + 1/2

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\left(\frac{Q_{j+1}^{n+1} + Q_{j+1}^{n}}{2}\right) - \left(\frac{Q_{j-1}^{n+1} + Q_{j-1}^{n}}{2}\right)}{\Delta 2xj} \tag{3.27}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\left(h_j^{n+1} - h_j^{n}\right)}{\Delta t} \tag{3.28}$$

ให้

$$bs = \frac{A_{o,\ j} + A_{o\ ,j+1}}{\Delta 2xj} \tag{3.29}$$

โดย $A_{o,\ j}$ = พื้นที่ผิวระหว่าง grid j - 1 และ j

$A_{0,j+1}$ = พื้นที่ผิวระหว่าง grid j และ j + 1

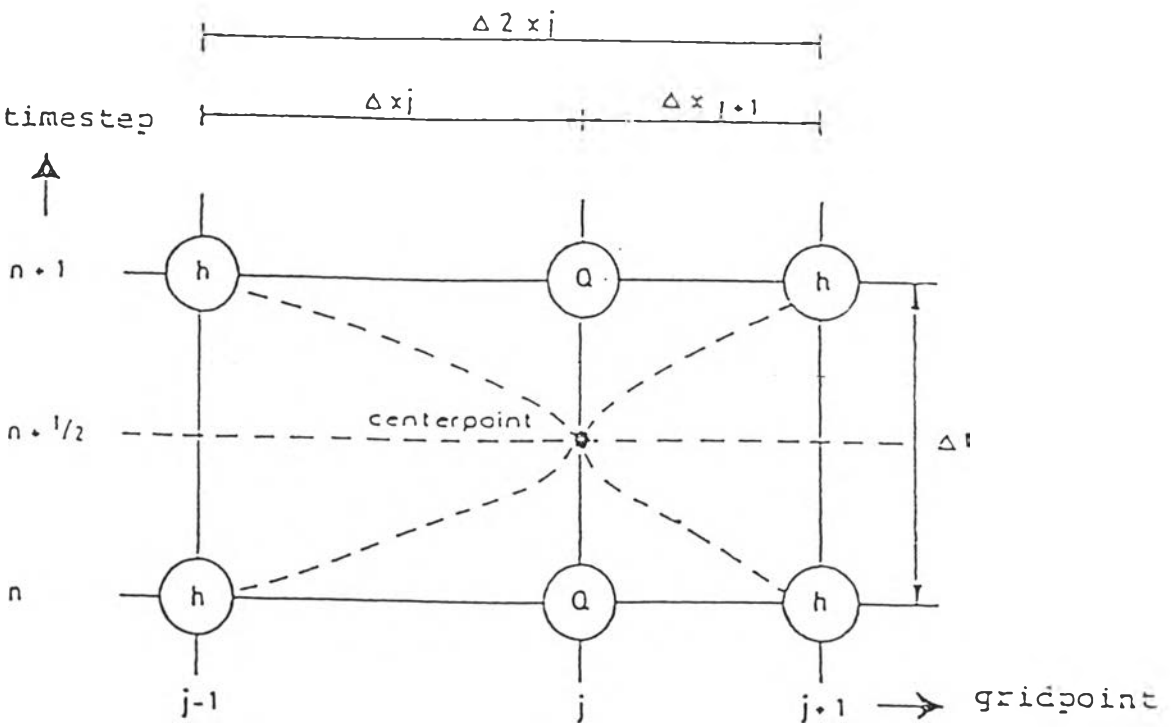
Δ 2xj = ระยะทางระหว่าง j - 1 และ j + 1

ดังนั้นสมการที่ (3.26) เขียนรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\alpha_j Q_{j-1}^{n+1} + \beta_j h_j^{n+1} + \gamma_j Q_{j+1}^{n+1} = \delta_j \tag{3.30}$$

โดย α, β และ γ เป็นฟังก์ชั่นของ b และ δ ซึ่งทั้งหมดนี้ขึ้นอยู่กับค่า Q และ h ที่เวลา n และ Q ที่เวลา n +1/2

สมการในโมเมนตัมถูกกำหนดที่จุด Q ดังรูปที่ (3.7)



รูปที่ 3.7 Centering of momentum equation in 6-Abbott scheme

พิจารณาสมการที่ (3.12) ของ Saint Venant

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\left(Q_j^{n+1} - Q_j^n\right)}{\Delta t} \tag{3.31}$$

$$\partial\left[\alpha\frac{Q^2}{A}\right] = \frac{\left[\left(\alpha\frac{Q^2}{A}\right)_{j+1}^{n+1/2} - \left(\alpha\frac{Q^2}{A}\right)_{j-1}^{n+1/2}\right]}{\Delta_{2xj}} \tag{3.32}$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\frac{\left(h_{j+1}^{n+1} + h_{j+1}^{n}\right)}{2} - \frac{\left(h_{j-1}^{n+1} + h_{j-1}^{n}\right)}{2}}{\alpha_{2xj}} \tag{3.33}$$

เนื่องจากสมการที่ (3.28) เป็นสมการ quadratic ดังนั้นสูตรที่ใช้เพื่อแสดงค่าทิศทางของ Q ถูกต้อง ในระหว่างเปลี่ยนค่า timestep คือ

$$Q^2 = f Q_j^{n+1} Q_j^n - (f-1) Q_j^n Q_j^n \qquad (3.34)$$

ซึ่งค่า f สามารถกำหนดเองได้โดยใช้ค่าประมาณ 1.0 (THETA coefficient)
ดังสมการโมเมนตัมจะเขียนได้ดังนี้

$$\alpha_j h_{j+1}^{n+1} + \beta_j Q_j^{n+1} + \gamma_j h_{j+1}^{n+1} = \delta_j \qquad (3.35)$$

โดยที่

$$\alpha_j = f(A)$$
$$\beta_j = f(Q_j^n, \Delta t, \Delta x, C, A, R)$$
$$\gamma_j = f(A)$$
$$\delta_j = f(A, \Delta x, \Delta t, \alpha, q, v, h_{j-1}^{n+h}, Q_{j-1}^{n+h}, Q_j^n, h_{j+1}^n, Q_{j+1}^{n+1/2}$$

3.1.4 การกำหนดขอบเขต (Boundary condition)

ขอบเขตของ MIKE 11 จะต้องใช้ในทุกจุดเริ่มต้นและจุดปลายของลำน้ำสาขาทุกสาย โดยใน HD Model จะมี 2 ประเภทขอบเขต คือ

1.) ขอบเขตต้นน้ำ (Upstream boundary) ซึ่งใช้ข้อมูลใดข้อมูลหนึ่ง ดังนี้

- ปริมาณการไหล (Q) คงที่จากอ่างเก็บน้ำ
- ปริมาณการไหล (Q) แปรผันตามเวลา
- discharge hydrograph ของเหตุการณ์ใด ๆ

2.) ขอบเขตท้ายน้ำ (Downstream boundary) ซึ่งใช้ข้อมูลใดข้อมูลหนึ่ง ดังนี้

- ระดับน้ำ (h) คงที่ เช่น อ่างเก็บน้ำ
- ระดับน้ำ (h) แปรผันตามเวลา เช่น การขึ้นลงของน้ำทะเล
- rating curve

3.2 Transport Dispersion Model (TD Model)

โดยรูปแบบของแบบจำลอง TD Model นี้ใช้สมการทิศทางเดียวของกฎทรงมวลของสารที่ละลายน้ำและสารแขวนลอย (one dimentional equation of conservation of mass of dissolved or suspended material.) เช่น สมการของการเคลื่อนย้ายและแพร่กระจายของสาร ซึ่งแบบจำลองนี้ต้องการผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณจาก HD Model (Hydrodynamic Model) และอาศัยค่า space step และ timestep ในส่วนของอนุกรมเวลาของปริมาณน้ำและอนุกรมเวลาของระดับน้ำ พื้นที่หน้าตัดลำน้ำและรัศมีความต้านทานของลำน้ำ ซึ่งในการคำนวณสมการของ TD Model แก้ตัวแปรของสมการโดยใช้ implicit finite differential scheme

สมการพื้นฐาน ดังนี้

$$\frac{\partial AC}{\partial t}+\frac{\partial QC}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(AD\frac{\partial C}{\partial x}\right)=-AKC+C_sq \qquad (3.36)$$

โดยที่ C = ความเข้มข้นของสาร (มิลลิกรัม/ลิตร)

D = สัมประสิทธิ์การแพร่กระจาย ($ม^2$/วินาที)

A = พื้นที่หน้าตัดลำน้ำ ($ม^2$)

K = สัมประสิทธิ์การย่อยสลายเชิงเส้น ($วินาที^{-1}$)

C_s = ความเข้มข้นที่ปล่อยสู่ลำน้ำ (มิลลิกรัม/ลิตร)

q = อัตราการไหลเข้าด้านข้าง ($ม^3$/วินาที)

x = ระยะระหว่างหน้าตัดลำน้ำ (timestep)

t = ช่วงเวลาที่ใช้คำนวณระหว่างหน้าตัดลำน้ำ (spacestep)

สมการดังกล่าวมีพื้นฐานมาจาก 2 กระบวนการเคลื่อนย้ายของสาร ดังนี้

1.) Advective (หรือ Convective) transport กับค่าเฉลี่ยอัตราการไหล

2.) Dispersive transport เนื่องมาจากระดับความเข้มข้น

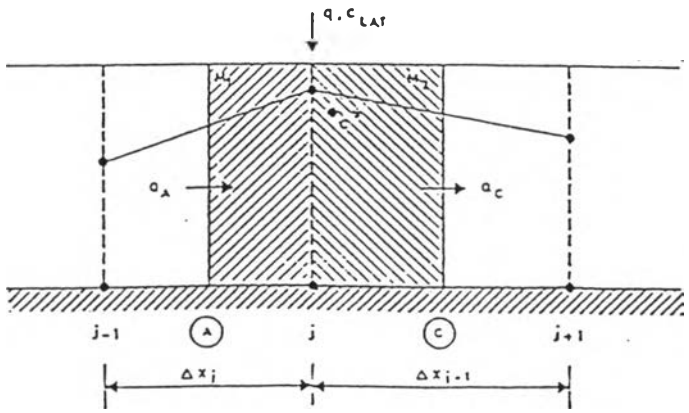
สมมติฐานที่ใช้สำหรับสมการเคลื่อนย้ายมวลสารในลำน้ำ

- สารแขวนลอยในลำน้ำผสมกันอย่างสมบูรณ์ตลอดหน้าตัดลำน้ำ (completely mixed)
- ความเข้มข้นที่ปล่อยลงสู่ลำน้ำจะผสมกันอย่างสมบูรณ์ทันทีที่หน้าตัดนั้น
- การคำนวณการย่อยสลายในสมการลำดับ 1 เท่านั้น (First order decay)
- ไม่มีการพิจารณาถึงปฏิกริยาทางเคมีระหว่างน้ำกับสารแขวนลอย

3.2.1 วิธีที่ใช้ในการแก้สมการ

ใน Transport Dispersion Model นี้ใช้สมการ fully time and space center finite difference scheme เป็นตัวแก้สมการ

ขอบเขตของกรอบที่แสดงข้างล่างนี้แสดงถึงพื้นน้ำ ผิวน้ำและ 2 หน้าตัดลำน้ำ คือ j-1/2 และ j+1/2



รูปที่ 3.8 แสดงรูปแบบของ Box Model

มี 2 สมการที่ใช้พิจารณาใน Continuity equation และ Advective dispersive transport equation

Continuity equation

$$\frac{v_j^{n+1}c_j^{n+1}}{\Delta t} - \frac{v_j^{n}c_j^{n}}{\Delta t} + T_{j+1/2}^{n+1/2} = q^{n+1/2}c_{source}^{n+1/2} - K\ c_j^{n+1/2} \qquad (3.37)$$

โดย C = ความเข้มข้น

v = ปริมาตรกักเก็บของ box

T = การเคลื่อนที่ที่เวลา n+1/2 ผ่านผนังด้านซ้ายและขวาของ box

q = การไหลเข้าด้านข้าง

C_{source} = ความเข้มข้นของสารที่ไหลเข้าด้านข้าง

Δt = เวลาที่ใช้ในการคำนวณ

K = สัมประสิทธิการย่อยสลายเชิงเส้น

j = จุดของกริด

n = เวลาทั้งหมด

Advective dispersive transport equation

$$T_{j+1/2}^{n+1/2} = Q_{j+1/2}^{n+1/2} C_{j+1/2}^{*} - A_{j+1/2}^{n+1/2} D \frac{c_{j+1}^{n+1/2} - c_{j}^{n+1/2}}{\Delta x} \qquad (3.38)$$

โดย Q = อัตราการไหลของน้ำผ่านหน้าตัดที่ต้องการ

A = พื้นที่ของหน้าตัดที่ต้องการ

D = สัมประสิทธิ์การแพร่กระจาย (Dispersion coefficient)

$C_{j+1/2}$ = การประมาณค่าความเข้มข้นที่ต้นน้ำแทนค่าโดย

$$c_{j+1/2}^{*} = \frac{1}{4}\left(c_{j+1}^{n+1} + c_{j}^{n+1} + c_{j+1}^{n} + c_{j}^{n}\right) - \min\left[\frac{1}{6}\left(1 + \frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{1}{4\sigma}\right]\left[c_{j+1}^{n} - 2c_{j}^{n} + c_{j-1}^{n}\right] \qquad (3.39)$$

โดย σ = Courant number

Dispersion coefficient จะแพร่กระจายในการไหลจะเป็นไปตามกฎของ Fick's Diffusion Law ซึ่งแสดงในฟังก์ชั่นของความเร็วเฉลี่ยในการไหล ดังนี้

$$D_{j}^{n+1} = a\left|\frac{Q^{n+1/2}}{A^{n+1/2}}\right|_{j}^{b} \qquad (3.40)$$

โดย a และ b = ค่าคงที่ที่ถูกกำหนดโดยผู้ใช้

= ค่าคงที่สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายที่ได้เมื่อแทนค่า b = 0

3.2.2 ปัจจัยที่ต้องคำนึงถึงในการคำนวณของ TD model

1.) สัมประสิทธิ์ของการแพร่กระจาย (Dispersion coefficient)

ค่าสัมประสิทธิ์ของการแพร่กระจายนี้ กำหนดได้ในรูปของฟังก์ชั่นของความเร็วการไหล ดังนี้

$$D = fv^{ex}$$

โดย D = สัมประสิทธิ์การแพร่กระจาย ($ม^2$/วินาที)

f = Dispersion factor

v = ความเร็วของการไหล (ม/วินาที)

ex = Dimensionless exponent

2.) สัมประสิทธิ์การย่อยสลาย (Decay coefficient)

ค่าสัมประสิทธิ์การย่อยสลายนี้ใช้สำหรับสารที่มีการย่อยสลายได้ (non conservative pollutant) โดยสมการการย่อยสลายขั้นแรก คือ

$$\frac{dC}{dt} = KC \qquad (3.41)$$

โดยที่ K = สัมประสิทธิ์การย่อยสลาย ($ชม.^{-1}$)

C = ความเข้มข้น (มวล/ปริมาตร)

3.2.3 การคำนวณกริด

1.) Pelect number

$$P_e = V\Delta x/D > 2$$

โดยที่ V = ความเร็ว (ม./วินาที)

Δx = ระยะระหว่างจุดที่คำนวณ (ม.)

D = สัมประสิทธิ์การแพร่กระจาย ($ม^2$/วินาที)

2.) Convective Courant number

$$Cr = V\Delta t/\Delta x < 1$$

โดยที่ Δt = time Step (วินาที)

หมายเหตุ : ใน TD Model นั้น การคำนวณจุดจะแทนค่าโดย จุด h และ จุด Q จากการคำนวณโดย HD Model ดังนั้น Δx ใน TD Model จะเท่ากับครึ่งหนึ่งของ Δx ใน HD Model ซึ่งค่า time step ในการคำนวณโดย TD Model ก็จะลดหลั่นกันตามปัจจัยทั้ง 2 ที่กล่าวมาด้วย

3.2.4 การกำหนดขอบเขต

ใน TD Model นี้ boundary conditions ที่ใช้ต้องสอดคล้องกับ boundary ที่ใช้ใน HD Model โดยใน TD Model จะใช้ข้อมูลสำหรับ boundary ได้ 3 ประเภท คือ

1.) อนุกรมเวลาของความเข้มข้นของสาร (time series of concentration) โดยจะเป็นความเข้มข้นที่ขอบเขตนั้น ซึ่งผันแปรไปตามเวลา

2.) Open boundary condition โดยมีลักษณะที่การไหลของน้ำไปยังพื้นที่รับน้ำขนาดใหญ่ เช่น อ่างเก็บน้ำหรือทะเล เป็นต้น

3.) Close boundary condition โดยมีลักษณะเป็นตำแหน่งที่สารประกอบในน้ำไม่สามารถเคลื่อนย้ายเข้าหรือออกไปจากขอบเขตโครงข่ายลำน้ำได้

3.3 Water Quality Model (WQ Model)

WQ Model เป็นส่วนหนึ่งของโปรแกรม MIKE11 ที่ใช้ในการจำลองสภาพคุณภาพน้ำซึ่งในการคำนวณต้องทำควบคู่ไปกับ TD Model เสมอ โดย WQ Model จะทำหน้าที่ด้าน mass balance โดยใช้สมการ differential equation อธิบายถึงลักษณะทางกายภาพ เคมีและปฏิกริยาทางชีววิทยา ส่วน TD Model จะทำหน้าที่ในการเคลื่อนย้ายปริมาณของเสียโดยใช้วิธี fully time and space centered implicit finite difference และปรับค่าให้มีความละเอียดถูกต้องมากขึ้นด้วย (third order correction term)

พารามิเตอร์ทั้งหมดที่กำหนดไว้ใน WQ Model มีดังนี้

- Dissolve Oxygen (DO)
- Biological Oxygen Demand from Dissolve Organic Matter (BOD_d)
- Biological Oxygen Demand from Suspended Organic Matter (BOD_s)
- Biological Oxygen Demand from Sedimentated/Adsorbed Organic Matter (BOD_b)
- Ammonia (NH_3)
- Nitrate (NO_3^-)
- Temperature (T)

ใน WQ Model จะแบ่งการจำลองสภาพคุณภาพน้ำตามพารามิเตอร์ทางคุณภาพน้ำและกระบวนการเกิดปฏิกริยาของตัวแปรเหล่านั้น โดยแบ่งออกเป็น 6 ระดับ เริ่มจาก Model Level 1 ที่ง่ายที่สุดจนถึง Model Level 6 ที่ซับซ้อนมากที่สุด โดยมีรายละเอียดของแต่ละ Model Level ดังนี้

ตารางที่ 3.1 แสดงรายละเอียดของแต่ละ Model level

Model Level	พารามิเตอร์ที่พิจารณา	ข้อจำกัดของโมเดล
Model Level 1	BOD , DO , Temperature	เมื่อมีการคำนวณ Oxygen balance กระบวนการ Nitrification จะไม่มีการคำนวณด้วย รวมทั้งกระบวนการ Suspension และ Sedimentation ก็ไม่รวมใน BOD balance มีเพียงแต่การใช้ออกซิเจนโดยตรงเท่านั้นที่จะนำมาคำนวณ
Model Level 2	BOD , DO , Temperature	มีการคำนวณคล้ายกับ Model Level 1 ยกเว้นแต่ว่ามีการนำเอากระบวนการ Suspension และ Sedimentation มาคำนวณ BOD Balance ด้วย
Model Level 3	BOD, DO, Ammonia, Nitrate , Temperature	เมื่อคำนวณ BOD Balance จะไม่นำกระบวนการ Suspension และ Sedimentation มาคำนวณด้วย จะใช้เพียงแต่ค่า Immediate oxygen demand มาพิจารณา และเมื่อคำนวณ Nitrate balance กระบวนการ Denitrification ก็จะถูกคำนวณด้วย
Model Level 4	BOD, DO, Ammonia, Nitrate , Temperature	ทุกกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรทั้ง 5 ตัวนี้จะถูกนำมาพิจารณาด้วย
Model Level 5	Dissolve BOD,Suspended BOD, Sedimented BOD, Oxygen, Temperature	การคำนวณคล้ายกับ Model Level 2 ยกเว้นแต่ Model Level นี้ทั้ง Immediate และ Delayed oxygen demand จะถูกนำมาพิจารณาด้วย
Model Level 6	Dissolve BOD,Suspended BOD, Sedimented BOD, Oxygen, Ammonia, Nitrate, Temperature	การคำนวณใน Model Level นี้จะเหมือน Model Level 4 ยกเว้นว่า Model Level นี้ทั้ง Immediate และ Delayed oxygen demand จะถูกนำมาพิจารณาด้วย

ตารางที่ 3.2 แสดงชนิดของกระบวนการที่ใช้ในการคำนวณของแต่ละ Model Level

Model Level	**กระบวนการที่ใช้ในการคำนวณ**
Model Level 1	กระบวนการเติมอากาศ + การย่อยสลายสารอินทรีย์ (Immediate Oxygen Demand)
Model Level 2	กระบวนการเติมอากาศ + การย่อยสลายสารอินทรีย์ (Immediate Oxygen Demand) + การแลกเปลี่ยนออกซิเจนระหว่างพื้นน้ำและตะกอน
Model Level 3	กระบวนการเติมอากาศ + การย่อยสลายสารอินทรีย์ (Immediate Oxygen Demand) + กระบวนการไนตริฟิเคชั่น
Model Level 4	กระบวนการเติมอากาศ + การย่อยสลายสารอินทรีย์ (Immediate Oxygen Demand) + การแลกเปลี่ยนออกซิเจนระหว่างพื้นน้ำและตะกอน + กระบวนการไนตริฟิเคชั่น + กระบวนการดีไนตริฟิเคชั่น
Model Level 5	กระบวนการเติมอากาศ + การย่อยสลายสารอินทรีย์ (Immediate and Delayed Oxygen Demand) + การแลกเปลี่ยนออกซิเจนระหว่างพื้นน้ำและตะกอน
Model Level 6	กระบวนการเติมอากาศ + การย่อยสลายสารอินทรีย์ (Immediate and Delayed Oxygen Demand) + การแลกเปลี่ยนออกซิเจนระหว่างพื้นน้ำและตะกอน + กระบวนการไนตริฟิเคชั่น + กระบวนการดีไนตริฟิเคชั่น

ตารางที่ 3.3 กระบวนการต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในแต่ละ Model Level

Model Level	กระบวนการและปฏิกริยาที่เกิดขึ้น
Model Level 1	การดูดกลืนรังสีแสงอาทิตย์, การแผ่รังสี, การเติมอากาศ, การสังเคราะห์แสง, การหายใจของพืชและสัตว์, การย่อยสลายสารอินทรีย์ในน้ำ
Model Level 2	การดูดกลืนรังสีแสงอาทิตย์, การแผ่รังสี, การเติมอากาศ, การสังเคราะห์แสง, การหายใจของพืชและสัตว์, การย่อยสลายสารอินทรีย์ในน้ำ , การแขวนลอย, การตกตะกอน, การหายใจของพื้นน้ำ
Model Level 3	การดูดกลืนรังสีแสงอาทิตย์, การแผ่รังสี, การเติมอากาศ, การสังเคราะห์แสง, การหายใจของพืชและสัตว์, การย่อยสลายสารอินทรีย์ในน้ำ, กระบวนการไนตริฟิเคชั่น, ความต้องการออกซิเจนระหว่างกระบวนการไนตริฟิเคชั่น, การปล่อยแอมโมเนียระหว่างการย่อยสลายสารอินทรีย์, การใช้ไนโตรเจนของพืช, การใช้ออกซิเจนของแบคทีเรีย
Model Level 4	การดูดกลืนรังสีแสงอาทิตย์, การแผ่รังสี, การเติมอากาศ, การสังเคราะห์แสง, การหายใจของพืชและสัตว์, การย่อยสลายสารอินทรีย์ในน้ำ, การแขวนลอย, การตกตะกอน, การหายใจที่พื้นน้ำ, ไนตริฟิเคชั่น, ความต้องการออกซิเจนระหว่างกระบวนการไนตริฟิเคชั่น, การปล่อยแอมโมเนียระหว่างการย่อยสลายสารอินทรีย์, การใช้ไนโตรเจนของพืช, การใช้ออกซิเจนของแบคทีเรีย, กระบวนการดีไนตริฟิเคชั่น
Model Level 5	การดูดกลืนรังสีแสงอาทิตย์, การแผ่รังสี, การเติมอากาศ, การสังเคราะห์แสง, การหายใจของพืชและสัตว์, การย่อยสลายสารอินทรีย์ในน้ำ, การแขวนลอย, การตกตะกอน, การหายใจที่พื้นน้ำ, การย่อยสลายสารอินทรีย์ของพื้นน้ำ, การดูดกลืนสารอินทรีย์ที่พื้นน้ำ
Model Level 6	การดูดกลืนรังสีแสงอาทิตย์, การแผ่รังสี, การเติมอากาศ, การสังเคราะห์แสง, การหายใจของพืชและสัตว์, การย่อยสลายสารอินทรีย์ในน้ำ, การแขวนลอย, การตกตะกอน, การหายใจที่พื้นน้ำ, การย่อยสลายสารอินทรีย์ของพื้นน้ำ, การดูดซับสารอินทรีย์ของพื้นน้ำ,กระบวนการไนตริฟิเคชั่น, ความต้องการออกซิเจนระหว่างกระบวนการไนตริฟิเคชั่น, การปล่อยแอมโมเนียระหว่างการย่อยสลายสารอินทรีย์, การใช้ไนโตรเจนของพืช, การใช้ไนโตรเจนของแบคทีเรีย, กระบวนการดีไนตริฟิเคชั่น

3.3.1 สมการที่ใช้ในการคำนวณการเปลี่ยนแปลงสารประกอบในลำน้ำ

1.) Oxygen process

(1.1) Reaeration

$$\frac{dC}{dt} = K_2(C_S - C) \qquad (3.42)$$

โดยที่ C_s = $14.652 - 0.41022\ T + 0.007991\ T^2 - 0.000077774\ T^3$

K_2 = ค่าคงที่การเติมอากาศ Reaeration constantat20°C(1/day)

C_s = ความเข้มข้นที่จุดอิ่มตัวของ DO (มวล/ปริมาตร)

C = ความเข้มข้นของออกซิเจนละลาย (มวล/ปริมาตร)

T = อุณหภูมิ (°C)

โดย K_2 สามารถเลือกใช้ได้จากสูตร

(1.1.1) Thyssen Expression : ใช้ได้กับลำน้ำขนาดเล็ก

$$K_2 = 27185\ V^{0.031}\ h^{-0.602}\ I^{1.00} \qquad (3.43)$$

(1.1.2) O' connor - Dubbins Expression : ใช้ได้กับแม่น้ำทั่ว ๆไป

$$K_2 = 3.9\ V^{0.5}\ h^{-1.5} \qquad (3.44)$$

(1.1.3) Churchill Expression : ใช้ได้กับแม่น้ำที่มีความเร็วการไหลสูงสุด

$$K_2 = 5.233\ V\ h^{-1.67} \qquad (3.45)$$

โดยที่ V = ความเร็วกระแสน้ำ (ม./วินาที)

h = ความลึกลำน้ำ (ม.)

I = ความลาดชันท้องน้ำ (ม./ม.)

(1.2) Oxygen consumption from degradation of dissolved of organic matter

$$\frac{dBOD_d}{dt} = K_3 BOD_d \theta_{d3}^{(t-20)} \quad (3.46)$$

โดยที่ BOD_d = ค่าความเข้มข้นของสารอินทรีย์ที่ละลายอยู่ในน้ำ (มก. ออกซิเจน/ลิตร)

K_{d3} = ค่าคงที่การย่อยสลายสารอินทรีย์ที่ละลายอยู่ในน้ำ ที่ 20 องศาเซลเซียส (วัน$^{-1}$)

θ = สัมประสิทธิ์อุณหภูมิของอาเรเนียส

(1.3) Oxygen consumption from degradation of suspended organic matter

$$\frac{dBOD_s}{dt} = K_{s3} BOD_s \theta_{s3}^{(T-20)} \quad (3.47)$$

โดยที่ BOD_s = ค่าความเข้มข้นของสารอินทรีย์ที่แขวนลอยอยู่ในน้ำ (มก.ออกซิเจน/ลิตร)

K_{s3} = ค่าคงที่การย่อยสลายสารอินทรีย์ที่แขวนลอยอยู่ในน้ำ ที่ 20 องศาเซลเซียส (วัน$^{-1}$)

θ_{s3} = สัมประสิทธิ์อุณหภูมิของอาเรเนียส

(1.4) Oxygen consumption from degradation of sedimented adsorbed organic matter

$$\frac{dBOD_b}{dt} = K_{3b} BOD_b \theta_{b3}^{(T-20)} \quad (3.48)$$

โดยที่ BOD_b = ค่าความเข้มข้นของสารอินทรีย์ที่ตกตะกอนอยู่ท้องน้ำ (มก.ออกซิเจน/ลิตร)

K_{3b} = ค่าคงที่การย่อยสลายสารอินทรีย์ที่ตกตะกอนที่ 20 องศาเซลเซียส (วัน$^{-1}$)

θ_{b3} = สัมประสิทธิ์อุณหภูมิของอาเรเนียส

(1.5) Photosynthesis

$$P = \begin{cases} P_{max} - \cos 2\pi(\tau/\alpha) & , \text{if } \tau \in (t_{up}, t_{down}) \\ 0 & , \text{if } \tau \notin (t_{up}, t_{down}) \end{cases} \quad (3.49)$$

โดยที่ P = อัตราการผลิตออกซิเจน (กรัม ออกซิเจน/ ม^2.วัน)

P_{max} = อัตราการผลิตออกซิเจนสูงสุดตอนเที่ยง (กรัม ออกซิเจน/ ม^2.วัน)

α = เวลากลางวันทั้งหมด

τ = ค่าเวลานับจากตอนเที่ยงวัน

t_{up} = เวลาที่พระอาทิตย์ขึ้น

t_{down} = เวลาที่พระอาทิตย์ตก

(1.6) Respiration

$$R = R_{20}\theta_2^{(T-20)} \quad (3.50)$$

โดยที่ R = อัตราการหายใจของพืช แบคทีเรียและสัตว์ (กรัมออกซิเจน/ ม^2.วัน)

R_{20} = อัตราการหายใจที่ 20 องศาเซลเซียส (กรัม ออกซิเจน/ ม^2.วัน)

θ_2 = สัมประสิทธิ์อุณหภูมิของอาเรเนียส สำหรับการหายใจ

(1.7) Oxygen balance

สมการแสดงผลของกระบวนการเหล่านี้ โดยความเข้มข้นของออกซิเจนละลาย

$$dDO/dt = + K_2(C_s - C) \quad \text{(Reaeration)} \quad (3.51)$$

$$- K_{d3} BOD_d \theta^{(T-20)} \quad \text{(Dissolved BOD)} \quad (3.52)$$

$$- K_{S3} BOD_S \theta^{(T-20)} \quad \text{(Suspended BOD)} \quad (3.53)$$

$$- K_{b3} BOD_b \theta^{(T-20)} \quad \text{(Sedimented BOD)} \quad (3.54)$$

$$- Y_1 K_4 NH_3 \theta^{(T-20)} \quad \text{(Nitrification)} \quad (3.55)$$

$$- R_{20} \theta^{(T-20)} \quad \text{(Respiration)} \quad (3.56)$$

$$+ P \quad \text{(Photosysthesis)} \quad (3.57)$$

$$- B_1 \quad \text{(Sediment oxygen demand)} \quad (3.58)$$

โดยที่ Y_t = ค่าสูงสุด ใช้สำหรับจำนวนออกซิเจนที่ถูกใช้ในปฏิกริยาไนตริฟิเคชั่น

การจะใช้สมการใดบ้างในการคำนวณขึ้นอยู่กับการเลือก Model Level กรณีที่ไม่นำข้อมูลบางตัวมาพิจารณา โดยทั่วไปจะให้ time series ของตัวแปรนั้นมีค่าเป็นศูนย์ในการคำนวณ Water Quality Model

2.) Biochemical Oxygen Demand process

การย่อยสลายของส่วนต่าง ๆ ของสารอินทรีย์ จะถูกอธิบายเฉพาะในส่วนของ Oxygen balance

(2.1) Dissolved organic matter

การดูดซับของอินทรีย์สารที่ละลายที่ท้องน้ำถูกอธิบายโดย first order process.

$$\frac{dBOD_d}{dt} = K_a \cdot BOD_d \qquad (3.59)$$

สมการที่อธิบายความเข้มข้นของ BOD_d คือ

$$\frac{dBOD_d}{dt} = -K_{3d} \cdot BOD_d \cdot \theta_{d3}^{(T-20)} \quad (BOD_d \text{ decay}) \qquad (3.60)$$

$$= -K_a \cdot BOD_d \quad \text{(Adsorption at bottom)} \qquad (3.61)$$

(2.2) Suspended organic matter

(2.2.1) Sedimentation

การตกตะกอนของ BOD_s ถูกสมมุติว่าถ้า ความเร็วการไหลมีค่าต่ำกว่าวิกฤตจะอธิบายด้วย first order process

(2.2.2) Resuspension

Resuspension,S_1 ถูกสมมุติว่า ความเร็วการไหลเกินกว่าค่าวิกฤต. Resuspension ถูกสมมุติให้คงที่ต่อเวลา ที่ความเร็วการไหลน้อยกว่าค่าวิกฤต การตกตะกอนจะเกิดขึ้นตามที่อธิบายข้างต้น.

สมการที่อธิบายความเข้มข้นของ BOD_s คือ

$$\frac{dBOD_S}{dt} = -K_{S3} \cdot BOD_S \cdot \theta_{S3}^{(T-20)} \quad \text{(BOD}_s\text{ decay)} \quad (3.62)$$

$$= + S_1 / H \quad \text{(Resuspension)} \quad (3.63)$$

$$= -K_5 \cdot BOD_S \quad \text{(Sedimentation)} \quad (3.64)$$

โดยที่ S_1 = อัตราการแขวนลอยของตะกอนในน้ำของ BOD_b

K_5 = อัตราการตกตะกอนของ BOD_s

H = ความลึกของลำน้ำ

ซึ่ง $S_1 = 0$, ถ้า BOD_b มีค่าต่ำกว่าค่าวิกฤต

(2.2.3) Sedimentated organic matter

สมการที่อธิบาย BOD_b ในส่วนของท้องน้ำ คือ

$$\frac{dBOD_b}{dt} = -K_{b3} \cdot BOD_b \cdot \theta_{b3}^{(T-20)} \quad \text{(BOD decay)} \quad (3.65)$$

$$= -S_1 H \quad \text{(Resuspension)} \quad (3.66)$$

$$= + K_s BOD_s \quad \text{(Sedimentation)} \quad (3.67)$$

$$= + K_a BOD_d \quad \text{(Adsorption)} \quad (3.68)$$

3.) Ammonium process

สมการที่อธิบาย ammonium/ammonia reaction คือ

$$\frac{dNH_3}{dt} = +Y_b \cdot K_{b3} - BOD_b \cdot \theta_{b3}^{(T20)} \quad (3.69)$$

$$= +Y_d \cdot K_{d3} - BOD_d \cdot \theta_{d3}^{(T20)} \quad (3.70)$$

$$= + Y_6 \cdot K_{s3} \cdot BOD_s \cdot \theta_{s3}^{(T-20)} \quad \text{(CBOD decay)} \quad (3.71)$$

$$= -K_4 \cdot (NH_3)^{n1} \cdot \theta_4^{(T-20)} \quad \text{(Nitrification)} \quad (3.72)$$

$$= -0.066 \cdot (P - R) \quad \text{(Uptake by plant)} \quad (3.73)$$

$$= -0.109 \cdot K_3 \cdot BOD \cdot \theta_3^{(T-20)} \quad \text{(Uptake by bacteria)} \quad (3.74)$$

โดย Y_b = ค่าคงที่ของไนโตรเจนในตะกอนสารอินทรีย์

Y_d = ปริมาณไนโตรเจนในสารอินทรีย์ที่ละลายได้

Y_s = ปริมาณไนโตรเจนในสารอินทรีย์ที่แขวนลอย

โดย term ขอ BOD decay เท่ากับ BOD decay ใน Oxygen และ CBOD balances ยกเว้น ผลลัพธ์ของ สำหรับ Y_2 โดยค่า Y_2 คือ Ammonium ซึ่งจาก BOD ได้ decay K_2 คือ อัตราการเกิด กระบวนการ Nitrification P คือ อัตราการสังเคราะห์แสงและ R คือ อัตราการหายใจในตอนกลางคืน การดูดกลืน Ammonium โดยพืช ซึ่งถูกสมมุติให้คงที่

4.) Nitrate process

ปฏิกริยาที่มีอิทธิพลต่อความเข้มข้นของไนเตรต ดังนี้

$$\frac{dNO_3}{dt} = +K_4 \cdot \left(NH_3\right)^{n1} \cdot \theta_4^{(T-20)} \quad \text{(Nitrification)} \quad (3.75)$$

$$= -K_6 \cdot \left(NO_3\right)^{n2} \cdot \theta_5^{(T-20)} \quad \text{(Denitrification)} \quad (3.76)$$

โดย K_6 = Denitrification rate.

n_2 = order of denitrification.

θ_5 = สัมประสิทธิ์อุณหภูมิของอาเรเนียส

5.) Temperature process

$$\frac{dT}{dt} = \text{Insolation - Radiation} \quad , \text{if } \tau \in (t_{up}, t_{down}) \quad (3.77)$$

$$= \text{- Radiation} \quad , \text{if } \tau \notin (t_{up}, t_{down}) \quad (3.78)$$

โดยที่ T = อุณหภูมิ

τ = เวลาปัจจุบัน

t_{up} , t_{down} = เวลาตั้งแต่พระอาทิตย์ขึ้นจนกระทั่งพระอาทิตย์ตก

<u>หมายเหตุ</u> ในการคำนวณใน Model Level 1 ใช้เพียงสมการของ Dissolved organic matter Resuspension และ Temperature process

3.3.2 การกำหนดขอบเขต

การกำหนดขอบเขตใน WQ Model แบ่งเป็น 2 แบบ คือ

1. Internal boundary condition จะใช้ ณ ตำแหน่งที่มีการปล่อยน้ำเสียลงสู่ลำน้ำ เช่น คูคลอง หรือโรงงานอุตสาหกรรม

2. External boundary condition จะอยู่ที่ตำแหน่งปลายสุดของลำน้ำทุกด้าน โดยสามารถกำหนด Condition ได้ 3 แบบ คือ

- Open boundary outflow เป็นการกำหนดเงื่อนไข เพื่อบอกว่าตำแหน่งนี้มีการถ่ายเทปริมาณของเสีย เข้าและออกจากตำแหน่ง

- Open boundary inflow เป็นการกำหนดสภาพปกติในลำน้ำโดยจะอยู่ในรูปของ time series ของข้อมูลคุณภาพน้ำทั้ง 7 ตัว ต่อ 1 ตำแหน่งของขอบเขต

- Closed boundary เป็นการกำหนดเงื่อนไข เพื่อบอกว่าที่ตำแหน่งนี้ไม่มีการถ่ายเทปริมาณของเสียเข้าและออกที่ตำแหน่งนี้ อัตราการไหลจะเท่ากับศูนย์ และไม่ต้องใส่ข้อมูล time series ที่ตำแหน่งนี้