การเปรียบเทียบชิ้นส่วนแผ่นพื้นพันธุ์ทางรับแรงดัด

นาย บุญธรรม เหมหึม

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2542
ISBN 974-334-057-2
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

I19268142

COMPARISION OF HYBRID PLATE BENDING ELEMENTS

Mr. BOONTHAM HAMHIM

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Engineering in Civil Engineering

Department of Civil Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 1999

ISBN 974-334-057-2

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การเปรียบเทียบชิ้นส่วนแผ่นพื้นพันธุ์ทางรับแรงดัด
โดย	นายบุญธรรม เหมหีม
ภาควิชา	วิศวกรรมโยธา
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เริงเดชา รัชตโพธิ์

คณะ วิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร. สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุธรรม สุริยะมงคล)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เริงเดชา รัชตโพธิ์)

.....กรรมการ
(ศาสตราจารย์ ดร. ทักษิณ เทพชาตรี)

.....กรรมการ
(อาจารย์ ดร. ชัชชาติ สิทธิพันธุ์)

บุญธรรม เหมหึม : การเปรียบเทียบชิ้นส่วนแผ่นพื้นพันธุ์ทางรับแรงดัด. (COMPARISON OF HYBRID PLATE BENDING ELEMENTS) อ. ที่ปรึกษา : ผศ. ดร. เริงเดชา รัชตโพธิ์, 127 หน้า. ISBN 974-334-057-2.

ระเบียบวิธีพันธุ์ทางนั้น จะสมมุติสนามความเค้น และสนามการกระจัดที่เป็นอิสระจากกัน แล้วหาเมตริกซ์สติฟเนส ด้วยหลักการแปรผันของเฮลลิงเกอร์-ไรส์เนอร์ในกรณีที่การกระจัดที่สมมุติเป็นการกระจัดภายในของชิ้นส่วน หากการกระจัดที่สมมุติเป็นการกระจัดที่ขอบของชิ้นส่วน จะหาเมตริกซ์สติฟเนสจากหลักการแปรผันของพลังงานศักย์เติมเต็ม จากหลักการดังกล่าวมีชิ้นส่วนแผ่นพื้นพันธุ์ทางรับแรงดัดถูกเสนอขึ้นมามากมาย และสามารถนำมาจัดแบ่งออกได้เป็นหกกลุ่มด้วยกันคือ สี่เหลี่ยมสี่ขั้วที่สมมุติการกระจัดภายในชิ้นส่วน สี่เหลี่ยมห้าขั้วที่สมมุติการกระจัดภายในชิ้นส่วน สี่เหลี่ยมแปดขั้วที่สมมุติการกระจัดภายในชิ้นส่วน สี่เหลี่ยมเก้าขั้วที่สมมุติการกระจัดภายในชิ้นส่วน สี่เหลี่ยมสี่ขั้วที่สมมุติการกระจัดที่ขอบของชิ้นส่วน และ กลุ่มอื่นๆที่ไม่สามารถจัดเข้ากลุ่มข้างต้นได้ เมื่อนำชิ้นส่วนมาทดสอบความแม่นของการกระจัดนั้นปรากฏว่า ส่วนใหญ่ความแม่นของการกระจัดจะอยู่ในอัตรามากกว่าร้อยละ 90 และความแม่นของชิ้นส่วนจะไม่มีการเปลี่ยนแปลงแม้ว่าชิ้นทดสอบจะมีการเปลี่ยนความหนา หรือเปลี่ยนอัตราส่วนความกว้างต่อความยาว และการลู่เข้าของผลเฉลยนั้นจะไม่เป็นการลู่แบบทางเดียว ในการทดสอบความแม่นของความเค้นนั้นปรากฏว่าส่วนใหญ่ชิ้นส่วนจะให้ความแม่นในอัตราเฉลี่ยมากกว่าร้อยละ 85 ในการทดสอบความยืนยง ปรากฏว่ามีชิ้นส่วนมีความยืนยงเป็นส่วนใหญ่ ส่วนการทดสอบแบบหย่อมนั้น ส่วนใหญ่ชิ้นส่วนจะไม่ผ่านการทดสอบ นอกจากนี้ยังได้ทดสอบประสิทธิภาพทางคอมพิวเตอร์ของชิ้นส่วนเหล่านี้ด้วย

จากผลการทดสอบปรากฏว่าคุณสมบัติในด้านต่างๆข้างต้นขึ้นอยู่กับการเลือกสนามการกระจัด และสนามความเค้นเป็นสำคัญ วิธีการที่ใช้ในการเลือกสนามความเค้นที่ดีคือ วิธีการพิจารณาโหมดการกระจัดธรรมชาติ ซึ่งอาศัยหลักการของค่าเจาะจง โดยการเลือกสนามความเค้นให้มีโหมดการกระจัดธรรมชาติครบบริบูรณ์ เพราะจะทำให้ชิ้นส่วนมีสนามความเค้นที่บริบูรณ์ และเป็นการลดความเค้นสามัญที่สมมุติให้มีจำนวนน้อยที่สุดด้วย เพราะการสมมุติจำนวนความเค้นสามัญที่มากเกินไปนอกจากจะทำให้ชิ้นส่วนมีความแข็งแล้ว ยังทำให้เสียเวลาในการคำนวณมากขึ้น นอกจากนี้การใช้พหุนามกำลังต่ำในการสมมุติสนามความเค้นจะทำให้ประหยัดการคำนวณด้วย ส่วนการเลือกของสนามการกระจัดนั้น ตัวคูณลากรองจ์จะทำให้ค่าการกระจัดของชิ้นส่วนแม่นขึ้น แต่จะทำให้เสียเวลาในการคำนวณมากขึ้น และจากผลการทดสอบเมื่อเรานำชิ้นส่วนทั้งหมดมาพิจารณาประสิทธิภาพโดยรวมทุกด้านแล้วพบว่าชิ้นส่วนที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดคือ ชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมสี่ขั้วที่สมมุติการกระจัดภายใน QHMID-OP ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการปรับปรุงจากชิ้นส่วน QHMID ที่เสนอโดย Dong และ ชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมสี่ขั้วที่สมมุติการกระจัดภายใน QRDH-OP ซึ่งเป็นชิ้นส่วนที่ปรับปรุงมาจากชิ้นส่วน QRDH ที่เสนอโดย Henshell

ภาควิชา วิศวกรรมโยธา ลายมือชื่อนิสิต บุญธรรม เหมหึม

สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา

ปีการศึกษา 2542

4070322721 : MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEY WORD: HYBRID / FINITE ELEMENT

BOONTHAM HAMHIM : COMPARISON OF HYBRID PLATE BENDING ELEMENTS. THESIS ADVISOR : ROENGDEJA RAJATABHOTHI, Ph. D. 127 pp. ISBN 974-334-057-2.

In a hybrid finite-element method, the stress field and the displacement field are assumed independently for the element. If the displacement field is assumed inside the element, the stiffness matrix is formulated using Hellinger - Reissner variational principle. If the displacement field is assumed at the element boundary, the stiffness matrix is derived by applying the variational principle of complementary potential energy. Numerous hybrid plate bending elements based on these principles have been proposed in the past. In this study, they are divided in to six groups, namely, four-node, five-node, eight-node and nine-node quadrilateral elements with interior displacement assumptions, four-node quadrilateral elements with boundary displacement assumptions and, lastly, elements outside these groups.

Tests on accuracy of displacement show that most of the elements gave more than 90 percent accuracy regardless of variation in thickness and aspect ratio. Convergence of solution was, in general, non-monotonic. Accuracy of stresses averaged more than 85 percent and most elements were invariant. Almost all elements, however, did not pass the patch test. Evaluation of the elements was concluded by comparing their computational efficiency.

The results of the study on the performance of these hybrid elements lend importance to the displacement and stress fields selected for an element. A good way to choose a stress field is to consider the natural deformation modes based on an eigenvalue analysis. A stress field that includes all the natural modes not only is complete but also minimizes the number of generalized stress parameters to be assumed. Using too many parameters in the stress field would only result in an overstiff model and more computational effort. Keeping the order of the polynomial assumed for the stress field low would, by contrast, lead to computational saving. With regard to the choice of the displacement field, the use of the Lagrange multiplier certainly leads to better accuracy of displacements but at the expense of computational efficiency.

Comparison of the overall performance of the hybrid elements studied indicates that the QHMID-OP element, modified from Dong's QHMID element, and the QRDH-OP element, modified from Henshell's QRDH element, are among the most efficient-both being four-node quadrilateral elements.

ภาควิชา วิศวกรรมโยธา ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....

ปีการศึกษา 2543

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงลงได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เริงเดชา รัชตโพธิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้ให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นต่างๆ ในการวิจัยมาด้วยดีตลอด นอกจากนี้ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. สุธรรม สุริยมงคล ประธานคณะกรรมการ ที่ได้สละเวลาให้คำปรึกษาและคำแนะนำในการเขียนรายงานเป็นอย่างดียิ่ง รวมทั้งขอขอบพระคุณกรรมการอีกสองท่านคือ ศาสตราจารย์ ดร. ทักษิณ เทพชาตรี และ อาจารย์ ดร. ชัชชาติ สิทธิพันธุ์ ที่ได้ให้คำแนะชี้แนะเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์อย่างยิ่ง

กว่างานวิจัยนี้จะสำเร็จลุล่วงลงไปได้ คนในครอบครัวของข้าพเจ้าต้องมีความลำบากยิ่งกว่าข้าพเจ้าเป็นหลายเท่า ต้องสนับสนุนทั้งกำลังใจ และกำลังทรัพย์ ให้ข้าพเจ้าเสมอมา ความดีอันใดที่พึงมีจากงานวิจัยชิ้นนี้ขอมอบให้แก่ครอบครัวของข้าพเจ้า แต่ความผิดพลาดอันใดข้าพเจ้าขอรับไว้แต่เพียงผู้เดียว

ขอขอบพระคุณครูบาอาจารย์ ทุกท่านที่เคยประสิทธิประสาทความรู้ให้ข้าพเจ้า ซึ่งต้องใช้ความอดทนเป็นอย่างมาก ขอบคุณคนเขียนหนังสือทุกคน หนังสือของพวกท่านตอบคำถามข้าพเจ้าได้เสมอ ขอบคุณเพื่อนๆทุกคน หากไม่มีพวกคุณข้าพเจ้าคงเบื่อน่าดู ท้ายที่สุด ขอบคุณพระเจ้า ที่ประทานโอกาสแก่ข้าพเจ้า

สารบาญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ

สารบาญ ..... ช

สารบาญตาราง ..... ญ

สารบาญภาพ ..... ฏ

บทที่ 1 บทนำ

1.1 ความนำ 1

1.2 การศึกษาที่ผ่านมา 2

1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย 6

1.4 ขอบข่ายของงานวิจัย 6

บทที่ 2 ทฤษฎี

2.1 ทฤษฎีเบื้องต้นของแผ่นบาง 7

2.2 หลักการแปรผัน 15

2.3 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอเลเมนต์ 19

บทที่ 3 ชิ้นส่วนพันธุ์ทาง

3.1 กลุ่มชิ้นส่วน 4 ขั้วและสมมุติการกระจัดภายในชิ้นส่วน 30

3.2 กลุ่มชิ้นส่วน 5 ขั้วและสมมุติการกระจัดภายในชิ้นส่วน 37

3.3 กลุ่มชิ้นส่วน 8 ขั้วและสมมุติการกระจัดภายในชิ้นส่วน 38

3.4 กลุ่มชิ้นส่วน 9 ขั้วและสมมุติการกระจัดภายในชิ้นส่วน 39

3.5 กลุ่มชิ้นส่วน 4 ขั้วและสมมุติการที่ขอบของชิ้นส่วน 40

3.6 กลุ่มชิ้นส่วนอื่นๆ 45

บทที่ 4 ประสิทธิภาพชิ้นส่วนพันธุ์ทาง

4.1 ความแม่นของการกระจัด 47

4.2 ความแม่นของความเค้น 64

4.3 ประสิทธิภาพทางคอมพิวเตอร์ 67

4.4 ความยืนยง 68

4.5 การทดสอบแบบหย่อม 68

สารบาญ(ต่อ)

หน้า

4.6 หลักการเลือกสนามความเค้นที่มีประสิทธิภาพ 71
4.7 การนำชิ้นส่วนไปประยุกต์ 77

บทที่ 5 สรุป 78

รายการอ้างอิง 80

ภาคผนวก

ก. รายละเอียดชิ้นส่วนพันธุ์ทาง
ก1 ชิ้นส่วน LH3 85
ก2 ชิ้นส่วน LH4 88
ก3 ชิ้นส่วน LH5 89
ก4 ชิ้นส่วน LH11 89
ก5 ชิ้นส่วน LH4_B 89
ก6 ชิ้นส่วน LH_OP 90
ก7 ชิ้นส่วน HSC1 90
ก8 ชิ้นส่วน HSC2 92
ก9 ชิ้นส่วน QHMID 92
ก10 ชิ้นส่วน QHMID_OP 93
ก11 ชิ้นส่วน QRDH 94
ก12 ชิ้นส่วน QRHD_OP 94
ก13 ชิ้นส่วน Q4BS 94
ก14 ชิ้นส่วน QH4 95
ก15 ชิ้นส่วน QH3 97
ก16 ชิ้นส่วน QH2 98
ก17 ชิ้นส่วน QH1 99
ก18 ชิ้นส่วน QH_OP 100
ก19 ชิ้นส่วน LQH4 100
ก20 ชิ้นส่วน HQH4 102
ก21 ชิ้นส่วน HQL9 103
ก22 ชิ้นส่วน HQL5 104
ก23 ชิ้นส่วน HQQ9 104
ก24 ชิ้นส่วน HQC9 105

สารบาญ(ต่อ)

หน้า

ก25 ชิ้นส่วน SCP 105

ก26 ชิ้นส่วน SCP3 105

ก27 ชิ้นส่วน HSQK1 107

ก28 ชิ้นส่วน HQQ9 107

ก29 ชิ้นส่วน HTL5 107

ก30 ชิ้นส่วน HTL9 107

ก31 ชิ้นส่วน HTQ9 107

ก32 ชิ้นส่วน HTC9 107

ก33 ชิ้นส่วน 16-DOF 109

ก34 ชิ้นส่วน CH1 109

ก35 ชิ้นส่วน HM6-14 110

ก36 ชิ้นส่วน HSM 112

ก37 ชิ้นส่วน จาก โปรแกรม STAAD III 115

ข. ตัวอย่างการคำนวน

ข1 การหาเมตริกซ์สติฟเนส 116

ข2 การหาค่าเจาะจง 122

ค. รายละเอียดโปรแกรม 124

ประวัติผู้วิจัย 132

สารบาญตาราง

หน้า

ตารางที่ 2.1.1 เปรียบเทียบทฤษฎีแผ่นมินล์ลินและเคอร์ซอฟฟ์ 14

ตารางที่ 2.3.5.1 ชนิดของระเบียบวิธีไฟไนต์เอเลเมนต์ 28

ตารางที่ 3.1.1 ชิ้นส่วน 4 ขั้วและมีการสมมุติการกระจัดภายใน 32

ตารางที่ 3.2.1 ชิ้นส่วน 5 ขั้วและมีการสมมุติการกระจัดภายใน 38

ตารางที่ 3.3.1 ชิ้นส่วน 8 ขั้วและมีการสมมุตอการกระจัดภายใน 39

ตารางที่ 3.4.1 ชิ้นส่วน 9 ขั้วและมีการสมมุติการกระจัดภายใน 40

ตารางที่ 3.5.1 ชิ้นส่วน 4 ขั้วและสมมุติการกระจัดที่ขอบของชิ้นส่วน 41

ตารางที่ 3.6.1 ชิ้นส่วนอื่นๆ 46

ตารางที่ 4.2.1 เปรียบเทียบความแม่นด้านด้านความเค้น 66

ตารางที่ 4.5.1 ผลการทดสอบชิ้นส่วน 4 ขั้ว 69

ตารางที่ 4.5.2 ผลการทดสอบชิ้นส่วน 8 ขั้ว 69

ตารางที่ 4.6.4.1 ค่าเจาะจงของแต่ละโหมดของความเค้น 75

ตารางที่ 4.6.4.2 การจัดกลุ่มความเค้น 76

ตารางที่ 4.7.1 การใช้ชิ้นส่วนพันธุ์ทางในโปรแกรมสำเร็จรูป 77

สารบาญภาพ

หน้า

รูปที่ 1.2.1	ชิ้นส่วนของ Morley	4
รูปที่ 1.2.2	ชิ้นส่วนของ Sze และ Chow	4
รูปที่ 1.2.3	ชิ้นส่วนสามเหลี่ยมพื้นฐานของ Cook	5
รูปที่ 1.2.4	ชิ้นส่วนของ Cheung และ Wanji	5
รูปที่ 2.1.1	ระบบแรงในแผ่นพื้น	8
รูปที่ 2.1.2	ชิ้นส่วนแผ่นมินด์ลินหลังการเปลี่ยนรูป	9
รูปที่ 2.1.3	ชิ้นส่วนเคอร์ซอฟฟ์หลังเกิดการเปลี่ยนรูป	11
รูปที่ 2.3.1	ตัวอย่างชิ้นส่วนแผ่นพื้น	20
รูปที่ 3.1	กลุ่มชิ้นส่วนแผ่นพื้น	29
รูปที่ 3.1.1	ชิ้นส่วน 4 ขั้วและสมมุติการกระจัดภายใน	30
รูปที่ 3.2.1	ชิ้นส่วน 5 ขั้ว	37
รูปที่ 3.3.1	ชิ้นส่วน 8 ขั้ว	38
รูปที่ 3.4.1	ชิ้นส่วน 9 ขั้ว	39
รูปที่ 3.5.1	ชิ้นส่วน 4 ขั้วสมมุติการกระจัดที่ขอบของชิ้นส่วน	40
รูปที่ 3.5.2	ความเค้นในชิ้นส่วน	42
รูปที่ 3.5.3	แรงและการกระจัดที่ขั้ว	42
รูปที่ 3.6.1	ชิ้นส่วนในกลุ่มอื่นๆ	45
รูปที่ 4.1.1.1	ตัวอย่างการทดสอบการแบ่งขนาดที่ละเอียดขึ้น กรณีชิ้นส่วน 4 ขั้ว	48
รูปที่ 4.1.1.2	ตัวอย่างการทดสอบการแบ่งขนาดที่ละเอียดขึ้น กรณีชิ้นส่วน 8 ขั้ว	49
รูปที่ 4.1.1.3	วิธีการใส่เงื่อนไขที่ขอบ	50
รูปที่ 4.1.1.4	เปรียบเทียบการกระจัดในกรณีที่สมมุติจำนวนความเค้นสามัญไม่เท่ากัน	51
รูปที่ 4.1.1.5	เปรียบเทียบการกระจัดในกรณีการเพิ่มตัวคูณลากรองจ์	51
รูปที่ 4.1.1.6	การลู่เข้าของชิ้นส่วน 4 ขั้ว	52
รูปที่ 4.1.1.7	การลู่เข้าของชิ้นส่วน 8 ขั้ว	54
รูปที่ 4.1.2.1	ตัวอย่างการทดสอบความยาวต่อความหนา กรณีชิ้นส่วน 4 ขั้ว	56
รูปที่ 4.1.2.2	ตัวอย่างการทดสอบความยาวต่อความหนา กรณีชิ้นส่วน 8 ขั้ว	57
รูปที่ 4.1.2.3	การลู่เข้าของชิ้นส่วน 4 ขั้วเมื่ออัตราส่วนความยาวต่อความหนาเปลี่ยน	57
รูปที่ 4.1.2.4	การลู่เข้าของชิ้นส่วน 8 ขั้วเมื่ออัตราส่วนความยาวต่อความหนาเปลี่ยน	58
รูปที่ 4.1.3.1	ตัวอย่างการทดสอบความยาวต่อความกว้างกรณีชิ้นส่วน 4 ขั้ว	60
รูปที่ 4.1.3.2	ตัวอย่างการทดสอบความยาวต่อความกว้างกรณีชิ้นส่วน 8 ขั้ว	60
รูปที่ 4.1.3.3	การลู่เข้าของชิ้นส่วน 4 ขั้วเมื่ออัตราส่วนความยาวต่อความกว้างเปลี่ยน	61
รูปที่ 4.1.3.4	การลู่เข้าของชิ้นส่วน 8 ขั้วเมื่ออัตราส่วนความยาวต่อความกว้างเปลี่ยน	64
รูปที่ 4.2.1	การลู่เข้าสู่คำตอบของชิ้นส่วน 4 ขั้ว	64

สารบาญภาพ(ต่อ)

หน้า

รูปที่ 4.3.1	อัตราส่วนของจำนวนการดำเนินการ	67
รูปที่ 4.4.1	ตัวอย่างทดสอบความยืนยง	68
รูปที่ 4.5.1	การทดสอบแบบหย่อม	70
รูปที่ 4.6.1	การเลือกสนามตัวแปร	71
รูปที่ 4.6.4.1	ลักษณะการวางแกนพิกัดของชิ้นส่วนที่ใช้แยกโหมด	75