

บทที่ 3

ทฤษฎีที่นำมาใช้ในงานวิจัย

ในบทนี้จะได้นำเสนอรายละเอียดความรู้ทางด้านการแพทย์และขั้นตอนวิธีการในการแก้ปัญหาทางด้านการประมวลผลภาพ ทางด้านคณิตศาสตร์ และทางด้านกราฟ ซึ่งรายละเอียดและขั้นตอนวิธีการเหล่านี้ จะถูกนำไปประยุกต์และรวบรวมขึ้นเป็นวิธีการแบ่งส่วนที่สมบูรณ์ดังที่จะนำเสนอในบทต่อไป

สำหรับรายละเอียดที่นำเสนอในบทนี้ จะเริ่มต้นจากหลักการทำงานของเครื่องเอ็มอาร์ไอและลักษณะองค์ประกอบในแต่ส่วนของสมองจากภาพเอ็มอาร์ไอที่ได้รับมา ซึ่งจะเป็นรากฐานของความเข้าใจในขั้นตอนการแบ่งส่วนอื่น ๆ ที่นำมาใช้ ในส่วนต่อไปจะนำเสนอตัวกรองแบบ nonlinear anisotropic diffusion ซึ่งทำให้รายละเอียดภายในภาพปรากฏชัดเจนมากยิ่งขึ้น จากนั้นจึงอธิบายถึงหลักการทำงานของเส้นแสดงรูปร่าง และขั้นตอนวิธีค้นหาคำตอบที่จะนำมาใช้กับเส้นแสดงรูปร่างในงานวิจัยนี้ และสุดท้ายจึงเป็นวิธีการที่จะนำมาใช้ในการวิเคราะห์ผลการทดลองในเชิงปริมาณต่อไป

3.1 หลักการทำงานของเครื่องเอ็มอาร์ไอ

สิ่งที่แพทย์ต้องการทราบในการวินิจฉัยโรคและการจัดเตรียมขั้นตอนในการรักษา คือ ข้อมูลภายในร่างกายผู้ป่วยรายนั้น ด้วยเหตุนี้การรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับผู้ป่วยด้วยการตรวจร่างกาย การตรวจทางห้องปฏิบัติการ และการบันทึกภาพอวัยวะภายในด้วยเครื่องมือต่าง ๆ จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่ง

ในปีพ.ศ. 2438 Wilhelm Konrad Roentgen [14] ได้ค้นพบรังสีเอกซ์ซึ่งสามารถทะลุทะลวงผ่านเนื้อเยื่อได้ ภาพรังสีที่ได้มีคุณค่ามหาศาลต่อวงการแพทย์ในการวินิจฉัยโรคแต่ก็ยังมีข้อจำกัดมาก เนื่องจากโรคส่วนมากเป็นโรคของเนื้อเยื่ออ่อน ซึ่งภาพรังสีที่ได้นี้ไม่สามารถแยกเนื้อเยื่ออ่อนชนิดต่าง ๆ ออกจากกันได้ ต่อมาในปีพ.ศ. 2510 Godfrey N. Hounsfield วิศวกรคอมพิวเตอร์ของบริษัท EMI เริ่มใช้เครื่องคอมพิวเตอร์สร้างภาพตัดขวางของผู้ป่วย จากข้อมูลที่ใช้รังสีเอกซ์ลำแคบ ๆ ผ่านร่างกายผู้ป่วย แล้ววัดรังสีที่เหลือเมื่อผ่านร่างกายผู้ป่วย วิธีการนี้เรียกว่า CT (Computed Tomography) และถือเป็นการก้าวกระโดดครั้งยิ่งใหญ่ทางด้านการแพทย์ ต่อมา Hounsfield ได้รับรางวัลโนเบลในปีพ.ศ. 2522 อย่างไรก็ตาม CT นี้ยังส่งผลข้างเคียงต่อผู้ป่วยและไม่สามารถจำแนกคุณสมบัติของเนื้อเยื่ออ่อนบางชนิดได้

ในปัจจุบันได้มีการคิดค้นวิธีการบันทึกภาพแบบใหม่ซึ่งเรียกว่าการบันทึกภาพเอ็มอาร์ไอ ซึ่งเป็นการบันทึกภาพอันเกิดจากแรงที่กระทำร่วมกันระหว่างแม่เหล็กกับสนามแม่เหล็ก โดยไม่จำเป็นต้องฉีดสารใด ๆ เข้าในร่างกายผู้ป่วย อีกทั้งยังได้ภาพคมชัดซึ่งบอกถึงความแตกต่างระหว่างเนื้อเยื่อแต่ละชนิดได้เป็นอย่างดี

ตัวอย่างของการเกิดแรงที่กระทำร่วมกันระหว่างแม่เหล็กและสนามแม่เหล็กที่พบเห็นบ่อยที่สุดคือ การปรับแนวของเข็มทิศไปในแนวสนามแม่เหล็กโลก ซึ่งเข็มทิศจะชี้ไปในแนวเหนือ-ใต้เสมอ ดังนั้นเพื่อให้เกิดความเข้าใจในเรื่องของการเกิดแรงที่กระทำร่วมกันระหว่างแม่เหล็กและสนามแม่เหล็ก จึงขอนำคุณสมบัติของเข็มทิศมาเสนอเป็นอันดับแรก

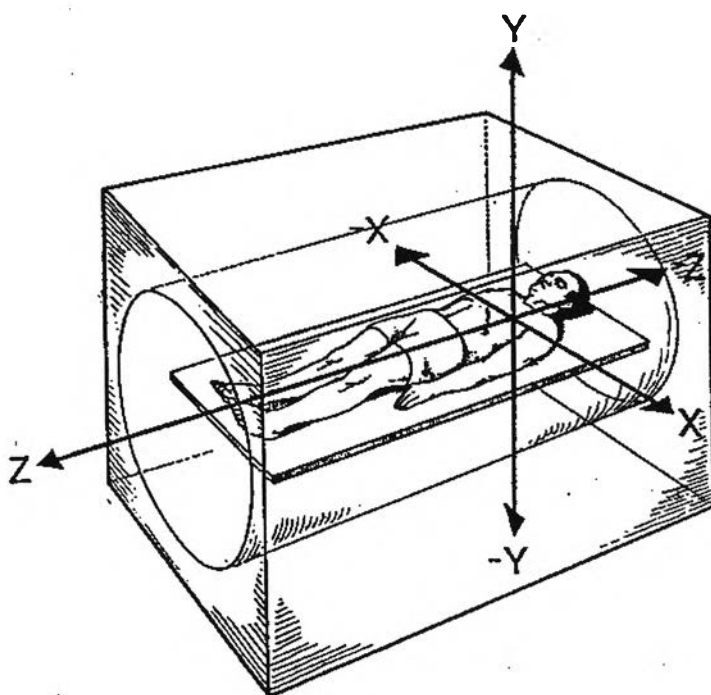
หลักการพื้นฐานสำคัญของ MR (magnetic resonance) ที่มีผลต่อเข็มทิศมีดังนี้

1. เมื่อวางเข็มทิศในสนามแม่เหล็ก จะมีการปรับแนวของตัวเข็มทิศเองให้ขนานกับสนามแม่เหล็ก
2. เมื่อถูกกระตุ้น เข็มทิศจะกวัดแกว่งด้วยความถี่ที่เป็นสัดส่วนกับกำลังของสนามแม่เหล็ก
3. ในสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ (gradient magnetic field) ที่รู้การเปลี่ยนแปลงกำลังสนามแม่เหล็ก สามารถคำนวณตำแหน่งของเข็มทิศในสนามแม่เหล็กนั้นได้จากความถี่ของการกวัดแกว่ง
4. หากต้องการกระตุ้นให้เข็มทิศแกว่งแรงขึ้น ความถี่ของการกระตุ้นต้องเท่ากับความถี่ธรรมชาติของเข็มทิศ และเรียกความถี่ของการกระตุ้นนี้ว่าความถี่เรโซแนนซ์ (resonance frequency)

เราสามารถนำหลักการของเข็มทิศมาประยุกต์ใช้กับเนื้อเยื่อได้ โดยแม้ว่าจะไม่มีเข็มทิศในเนื้อเยื่อ แต่ก็มีแม่เหล็กขนาดเล็กจำนวนมากที่มีคุณสมบัติเหมือนเข็มทิศนั่นคือ นิวเคลียสของอะตอมบางชนิด โดยมีนิวเคลียสของธาตุหลายชนิดที่มีคุณสมบัติเป็นแม่เหล็ก แต่สำหรับในสิ่งมีชีวิตนั้นนิวเคลียสของธาตุไฮโดรเจนนับว่าน่าสนใจมากที่สุด เนื่องจากนิวเคลียสของธาตุไฮโดรเจนมีความเป็นแม่เหล็กมากที่สุด และสิ่งมีชีวิตประกอบด้วยธาตุไฮโดรเจนมากที่สุดถึงสองในสามส่วนของธาตุทั้งหมด

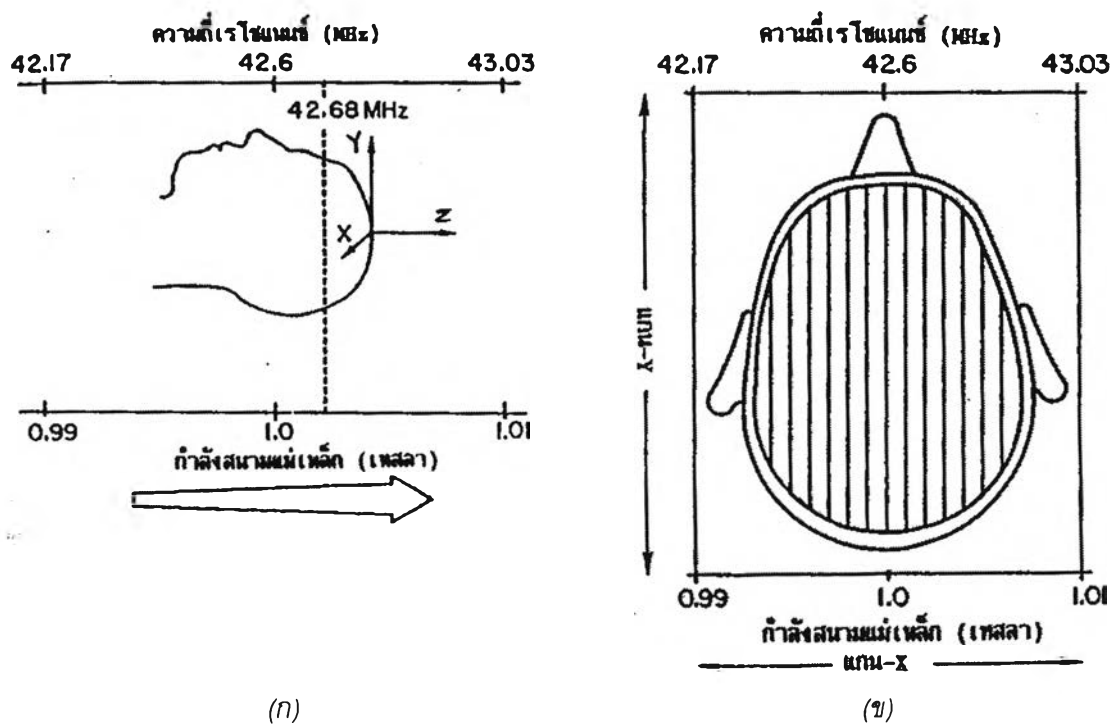
สำหรับกระบวนการกระตุ้นนั้น แม้ว่าเราไม่สามารถใช้นิ้วมือในการสัมผัสและกระตุ้นนิวเคลียสของไฮโดรเจนเหมือนตัวอย่างการกระตุ้นเข็มทิศ แต่เราสามารถใช้คลื่นวิทยุในการกระตุ้นนิวเคลียสของไฮโดรเจน โดยสามารถสร้างคลื่นชนิดนี้ได้จากการปล่อยให้กระแสไฟฟ้าวิ่งกลับไปกลับมาในขดลวดด้วยความถี่ที่ต้องการ แต่ลวดของการวิ่งของกระแสไฟฟ้าในขดลวดเทียบได้กับการเคาะเข็มทิศเบา ๆ หนึ่งครั้ง และการกระตุ้นนิวเคลียสของอะตอมไฮโดรเจนนี้จะให้ผลได้เต็มที่ ก็ต่อเมื่อความถี่ของคลื่นวิทยุตรงกับความถี่เรโซแนนซ์ของนิวเคลียสของไฮโดรเจนที่กำลังของสนามแม่เหล็กขณะนั้น ซึ่งการที่นิวเคลียสแม่เหล็กดูดกลืนพลังงานจากคลื่นวิทยุก็คือ ปรากฏการณ์นิวเคลียสแมกเนติกเรโซแนนซ์ นั่นเอง

จากคุณสมบัติความเป็นแม่เหล็กรวมทั้งการดูดกลืนและคายพลังงานนี้ สามารถนำมาใช้ในการสร้างภาพที่เกิดจากแรงที่กระทำร่วมกันนี้ได้ โดยเริ่มต้นจากการแยกเนื้อเยื่อบริเวณที่ต้องการสร้างภาพออกจากเนื้อเยื่อใกล้เคียงซึ่งเครื่องเอ็มอาร์ไอจะสร้างสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ที่มีกำลังแม่เหล็กดลันตามแนวยาวของร่างกายหรือจากศีรษะไปปลายเท้า แนวนี้กำหนดเป็นแกน z (รูปที่ 3) โดยสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์จะถูกสร้างขึ้นเฉพาะบริเวณที่จะทำการตรวจเท่านั้น และจะมีเนื้อเยื่อตามระนาบตัดขวางเพียงระดับเดียวเท่านั้นที่ถูกกระตุ้น (รูปที่ 4ก) จากนั้นจึงสร้างสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ในแนวแกน x ขึ้นมาใหม่ (รูปที่ 4ข) ซึ่งจะได้สัญญาณในแนวแกน y ที่แตกต่างกันจำนวนหนึ่ง ขั้นตอนสุดท้ายจึงสร้างสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ในแนวที่ทำมุมต่างจากเดิมเล็กน้อย (รูปที่ 4ค) จากนั้นจึงคำนวณข้อมูลที่ได้ในแต่ละแถว (รูปที่ 4ง) เป็นค่าระดับเทาในแต่ละจุดภาพนั่นเอง



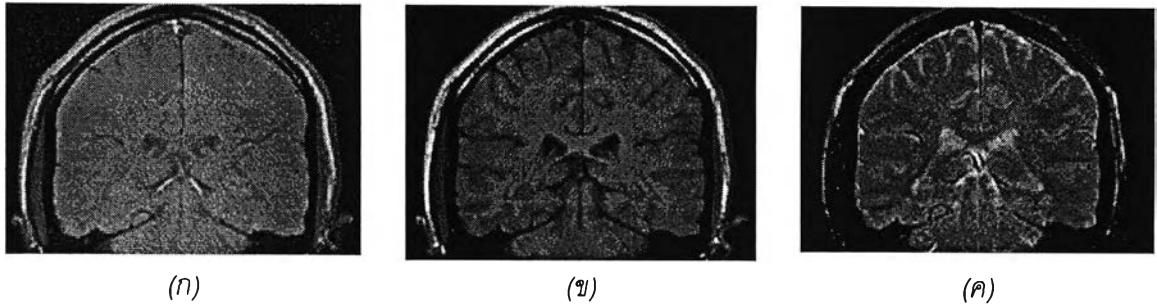
รูปที่ 3 ความสัมพันธ์ระหว่างทิศทางของสนามแม่เหล็กกับการกำหนดระบบพิกัด [14]

สำหรับภาพที่ได้จากวิธีการตรวจจับสัญญาณดังกล่าวข้างต้นจะเป็นภาพความหนาแน่นของนิวเคลียสของไฮโดรเจน ซึ่งก็คือ โปรตอน และเรียกภาพนี้ว่าภาพ PD (proton density) นอกจากนั้นยังมีภาพที่เกิดจากการตรวจวัดสัญญาณในอีก 2 ลักษณะคือ ภาพ T1 และ T2 โดยภาพ T1 นี้จะเป็นภาพที่เกิดจากการนำระยะเวลาซึ่งมีการสูญเสียพลังงาน 63% มาสร้างเป็นภาพใหม่ ส่วนภาพ T2 เป็นภาพที่เกิดจากการนำระยะเวลาซึ่งสัญญาณอ่อนลง 63% เนื่องจากเสียการร่วมเฟสมาสร้างเป็นภาพใหม่ สำหรับตัวอย่างภาพ PD, T1 และ T2 นี้ได้นำแสดงในรูปที่ 5ก รูปที่ 5ข และรูปที่ 5ค ตามลำดับ



รูปที่ 4 ขั้นตอนการสร้างภาพในแนวต่าง ๆ ของเครื่องเอ็มอาร์ไอ [14]

- (ก) ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่เรโซแนนซ์และสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ หากส่งคลื่นความถี่ 42.68 เมกะเฮิร์ตซ์เข้าสู่ศีรษะ จะมีเนื้อเยื่อตามระนาบตัดขวางเพียงระดับเดียวเท่านั้นที่ถูกกระตุ้น
- (ข) เนื้อเยื่อหนึ่งระดับกับสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ตามแนวแกน x โดยเนื้อเยื่อในแต่ละแถบจะมีความถี่เรโซแนนซ์เท่ากัน
- (ค) เนื้อเยื่อหนึ่งระดับกับแนวสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ที่เปลี่ยนไป
- (ง) ข้อมูลของแต่ละจุดภาพที่เกิดจากการตัดกันของแถบในแต่ละครั้งที่มีการตรวจจับ



รูปที่ 5 ตัวอย่างภาพเอ็มอาร์ไอของสมองที่ได้จากวิธีการวัดต่าง ๆ กัน [2]

(ก) จากวิธี PD (ข) จากวิธี T1 (ค) จากวิธี T2

จากขั้นตอนการทำงานของเครื่องเอ็มอาร์ไอ สามารถสรุปถึงข้อได้เปรียบซึ่งทำให้การตรวจสอบด้วยเครื่องเอ็มอาร์ไอเป็นที่นิยมในปัจจุบัน ได้ดังนี้ คือ

1. สามารถจำแนกคุณสมบัติที่แตกต่างของเนื้อเยื่อชนิดต่าง ๆ ได้หลายชนิด
2. ตรวจได้ทุกทิศทางทุกระนาบ
3. ตรวจได้ทุกส่วน
4. ไม่เกิดการแตกตัวเป็นไอออนภายในร่างกาย

อย่างไรก็ตาม การตรวจสอบด้วยเครื่องเอ็มอาร์ไอยังมีข้อเสียที่ควรปรับปรุง ดังนี้ คือ

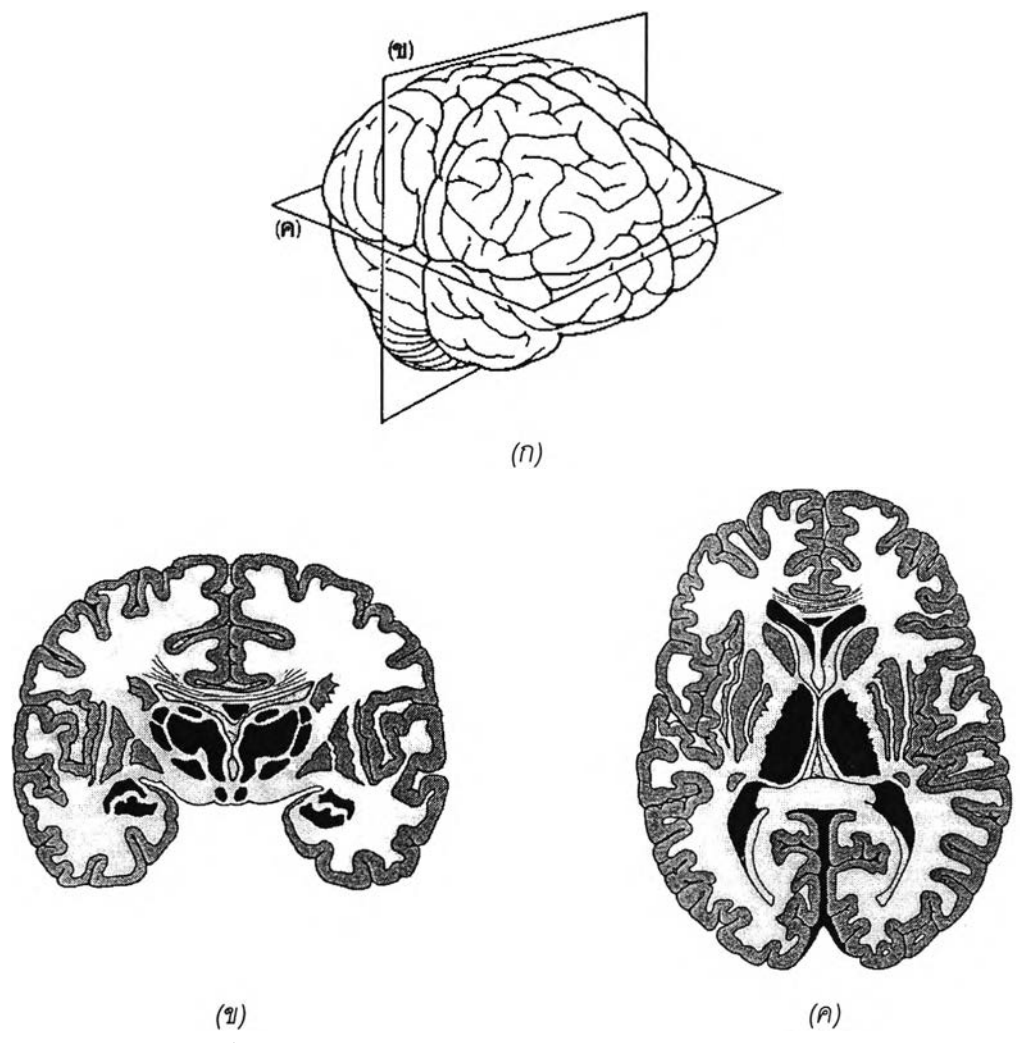
1. เครื่องเอ็มอาร์ไอยังมีราคาแพง
2. ใช้เวลานานในการตรวจสอบ
3. มีเสียงดังรบกวนผู้ป่วยขณะตรวจ
4. ไม่สามารถใช้ได้กับผู้ป่วยที่ใช้เครื่องกระตุ้นหัวใจ หรือมีโลหะอยู่ในร่างกาย

จากที่กล่าวมา จะเห็นได้ว่าการตรวจสอบความผิดปกติภายในร่างกายด้วยการตรวจสอบแบบเอ็มอาร์ไอนี้มีความปลอดภัยสูงและได้ข้อมูลครบสมบูรณ์ส่งผลให้การวินิจฉัยโรคมีความแม่นยำเพิ่มมากขึ้น ด้วยเหตุนี้ในงานวิจัยนี้จึงเลือกทำการวิเคราะห์ภาพจากการตรวจสอบแบบเอ็มอาร์ไอและเลือกลักษณะภาพที่ใช้เป็นแบบ T1 ซึ่งแสดงให้เห็นความแตกต่างระหว่างองค์ประกอบต่าง ๆ ของสมองได้เป็นอย่างดี [14]

3.2 ลักษณะภาพสมอง [15]

การทำความเข้าใจถึงลักษณะภาพสมองที่ได้จากเครื่องเอ็มอาร์ไอนับเป็นขั้นตอนแรกและเป็นขั้นตอนสำคัญของการแบ่งส่วนสมอง หากมีความเข้าใจที่ผิดพลาดเกิดขึ้นจะทำให้ขั้นตอนในการแบ่งส่วนที่ตามมา มีความสลับซับซ้อนและอาจได้ผลที่ไม่น่าพึงพอใจนัก สำหรับภาพสมองที่ได้จากเครื่องเอ็มอาร์ไอนี้จะมีความ

แตกต่างกันตามลักษณะของการตรวจจับ เนื่องจากในงานวิจัยนี้ได้ทำการแบ่งส่วนภาพในลักษณะ T1 ฉะนั้น จึงขอนำเฉพาะรายละเอียดของภาพลักษณะ T1 มานำเสนอตั้งในรูปที่ 6



รูปที่ 6 รายละเอียดของภาพสมองเอ็มอาร์ไอในลักษณะ T1 [15]

(a) ในมุมมอง 3 มิติ (b) ในระนาบขนานกับใบหน้า (c) ในระนาบตั้งฉากกับแกนศีรษะ

รูปที่ 6ก แสดงรายละเอียดของสมองในมุมมอง 3 มิติ และรูปที่ 6ข และ 6ค แสดงรายละเอียดของ สมองในระนาบขนานกับใบหน้าและในระนาบตั้งฉากกับแกนศีรษะตามลำดับ จากรูปจะเห็นได้ว่าสมอง ประกอบด้วยองค์ประกอบหลัก 3 ส่วน คือ

1. White Matter เป็นบริเวณสีขาวภายในภาพ ถือได้ว่าเป็นส่วนที่มีความสว่างมากที่สุดเมื่อเทียบกับ ส่วนประกอบอื่น ๆ และนับเป็นส่วนที่มีเนื้อเยื่อสมองอยู่เป็นจำนวนมากที่สุดอีกด้วย

2. Gray Matter เป็นบริเวณสีเทาเข้มภายในภาพ มีความสว่างน้อยกว่าบริเวณ white matter แต่สว่างมากกว่าบริเวณ CSF และมีความหนาประมาณ 2-4 มิลลิเมตร ตั้งอยู่บริเวณโดยรอบ white matter

3. CSF (Cerebrospinal Fluid) คือ บริเวณสีดำภายในภาพ มีความสว่างน้อยกว่า white matter และ gray matter เป็นองค์ประกอบที่มีน้ำหนักเบา และทำหน้าที่ควบคุมความสมดุลในสมอง รวมทั้งลดแรงกระแทกที่เกิดขึ้นบริเวณสมอง

จากองค์ประกอบในแต่ละส่วนของสมอง ในงานวิจัยนี้สนใจที่จะทำการแบ่งส่วนเฉพาะบริเวณที่เป็น white matter และ gray matter โดยพิจารณาจากค่าระดับเทาและตำแหน่งขององค์ประกอบแต่ละส่วน

3.3 ตัวกรองสัญญาณภาพแบบ Nonlinear Anisotropic Diffusion [16]

ตัวกรองสัญญาณภาพแบบ nonlinear anisotropic diffusion เป็นตัวกรองที่มีการทำซ้ำในแต่ละรอบ และสามารถปรับให้เข้ากับภาพได้โดยการปรับพารามิเตอร์ ซึ่งตัวกรองชนิดนี้นำเสนอโดย Perona และ Malik เพื่อเพิ่มคุณภาพของภาพเอ็มอาร์ไอ โดยจะทำให้บริเวณที่มีค่าระดับเทาใกล้เคียงกันมีค่าระดับเทาใกล้เคียงกันมากขึ้นหรือรวมเป็นกลุ่มเดียวกัน ส่วนบริเวณที่มีค่าระดับเทาแตกต่างกันมากจะทำให้ค่าระดับเทาที่มีความแตกต่างกันมากขึ้น หรือแยกกลุ่มกันชัดเจนขึ้น

3.3.1 นิยาม

สมการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการกรองสัญญาณภาพแสดงได้ ดังนี้

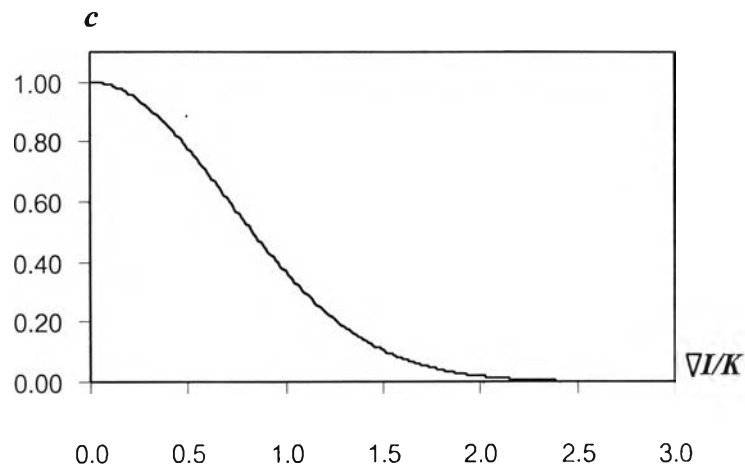
$$\frac{\partial}{\partial t} I(\bar{x}, t) = \nabla(c(\bar{x}, t)\nabla I(\bar{x}, t)) \quad \dots(1)$$

ในที่นี้ $\frac{\partial}{\partial t} I(\bar{x}, t)$ หมายถึงการเปลี่ยนแปลงของค่าระดับเทาเมื่อเทียบกับเวลาของการทำงานในแต่ละรอบ โดย $\nabla I(\bar{x}, t)$ คือ ค่าความแตกต่างระดับเทาภายในภาพเอ็มอาร์ไอ ซึ่ง \bar{x} หมายถึง จุดในแนวแกนใดแกนหนึ่ง และ $c(\bar{x}, t)$ นี้เรียกว่า “ฟังก์ชันการแพร่” (diffusion function) เป็นฟังก์ชันที่มีการลดลงของค่าความแตกต่างระดับเทาเพียงด้านเดียว และแสดงได้ดังนี้

$$c(\bar{x}, t) = f(|\nabla I(\bar{x}, t)|) \quad \dots(2)$$

ฟังก์ชันการแพร่นี้จะเป็นส่วนที่ทำให้ค่าความแตกต่างระดับเทามีค่าแตกต่างกันน้อยลงหรือมากขึ้น โดย Blair Mackiewicz [17] ได้เลือกใช้ฟังก์ชันการแพร่ ตามสมการที่ 3 และแสดงลักษณะของฟังก์ชันได้ในรูปที่ 7

$$c(\bar{x}, t) = \exp\left(-\left(\frac{|\nabla I(\bar{x}, t)|}{K}\right)^2\right) \quad \dots(3)$$



รูปที่ 7 ฟังก์ชันการแพร่ที่แปรผันตามค่าความแตกต่างระดับเทา

โดยค่า K เรียกว่า “ค่าคงที่ของการแพร่” หรือ “ค่าคงที่ของการไหล” ซึ่งพฤติกรรมของตัวกรองนี้จะขึ้นกับค่า K เพื่อให้เห็นผลกระทบของค่า K ที่มีต่อการกรอง จำเป็นต้องแสดงให้เห็น “ฟังก์ชันการไหล” (flow function) ดังนี้

$$\Phi(\bar{x}, t) = c(\bar{x}, t) \cdot \nabla I(\bar{x}, t) \quad \dots(4)$$

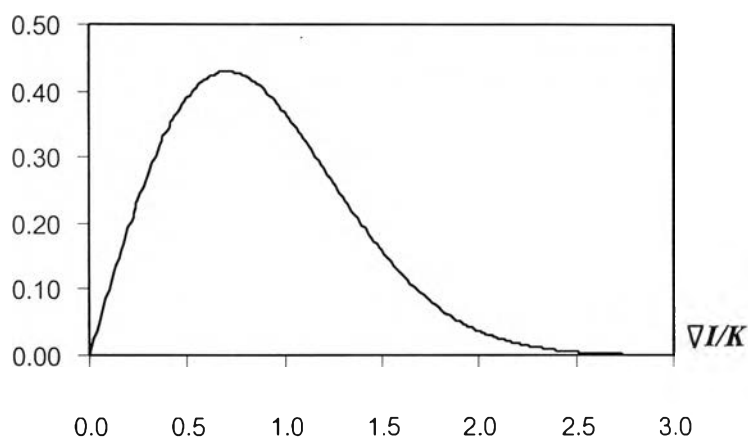
และสมการที่ 1 สามารถเขียนได้ใหม่ ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial t} I(\bar{x}, t) = \nabla(\Phi(\bar{x}, t)) \quad \dots(5)$$

โดยสมการที่ 5 นี้จะมีประโยชน์ในการประยุกต์ใช้งานต่อไป

สำหรับลักษณะของฟังก์ชันการไหลสามารถแสดงได้ในรูปที่ 8 ซึ่งพบว่าค่าการไหลจะเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแตกต่างระดับเทาใกล้กับค่า K ($|\nabla I| \approx K$) และค่าการไหลนี้จะลดลงเมื่อค่าความแตกต่างระดับเทามีค่าน้อยหรือมากกว่าค่า K มาก ๆ ($|\nabla I| \ll K$ หรือ $|\nabla I| \gg K$) ซึ่งเมื่อค่าการไหลมีค่ามากจะทำให้ค่า

ระดับเทาบริเวณที่ทำการกรงมีความแตกต่างกันมาก ในขณะที่ถ้าค่าการไหลมีค่าน้อยจะทำให้ค่าระดับเทาบริเวณที่ทำการกรงมีความใกล้เคียงกันมากขึ้น



รูปที่ 8 ฟังก์ชันการไหลที่แปรผันตามค่าความแตกต่างระดับเทา

จากการที่ค่าการไหลจะมีค่ามากที่สุด เมื่อค่าความแตกต่างระดับเทามีค่าต่ำกว่าค่า K เล็กน้อย ด้วยเหตุนี้การเลือกค่า K จึงมีผลต่อรูปภาพผลลัพธ์ที่ได้จากการกรง ค่า K ที่เลือกควรมีค่าสูงกว่าค่าแตกต่างของค่าระดับเทาบริเวณขอบภาพที่ต้องการแบ่งส่วนเล็กน้อย เพื่อให้ภาพผลลัพธ์มีการแยกบริเวณขอบภาพได้ชัดเจนและบริเวณอื่นมีค่าระดับเทาใกล้เคียงกันมากขึ้น การหาค่า K ที่เหมาะสมกับชุดภาพเอ็มอาร์ไอนี้ จะมีการนำมาพิจารณาในบทถัดไป

3.3.2 การประยุกต์ใช้งาน

เนื่องจากในสมการที่ 1 มีความซับซ้อนและไม่สามารถนำมาใช้กับข้อมูลชนิดไม่ต่อเนื่องได้ ดังนั้นในหัวข้อนี้จึงได้นำเสนอรายละเอียดในการประยุกต์ใช้ตัวกรงกับข้อมูลชนิดไม่ต่อเนื่อง ซึ่งจะต้องมีแนวคิดเบื้องต้นในการประยุกต์จากการทำงานแบบต่อเนื่องไปเป็นการทำงานแบบไม่ต่อเนื่องก่อน ดังนี้

1. ในการทำงานแบบไม่ต่อเนื่อง ค่าความแตกต่างระดับเทาสามารถประมาณได้จากค่าความแตกต่างของค่าระดับเทาของจุดที่อยู่ใกล้กัน
2. ฟังก์ชันการไหลซึ่งนำเสนอในสมการที่ 4 คำนวณได้โดยตรงจากจุดที่กำลังสนใจ โดยไม่ต้องพิจารณาจุดที่อยู่ใกล้กัน
3. การกรงในที่นี้เป็นแบบวนซ้ำ จากพจน์ด้านขวามือในสมการที่ 1 จะอธิบายการเปลี่ยนแปลงค่าระดับเทาในแต่ละรอบของการกรง

จากแนวคิดที่กล่าวมา สามารถนำไปประยุกต์กับภาพระดับเทาได้ทั้งในแนวที่มีเพียง 1 มิติและ 2 มิติ

การกรองใน 1 มิติ

เมื่อนำการกรองมาประยุกต์ใช้กับภาพใน 1 มิติ สามารถเขียนสมการที่ 1 ใหม่ ได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial t} I(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} \left[c(x, t) \cdot \frac{\partial}{\partial x} I(x, t) \right] \quad \dots(6)$$

เมื่อแทนค่าฟังก์ชันการไหล และทำการหาอนุพันธ์ จากสมการที่ 6 จะได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} I(x, t) &\approx \frac{1}{\Delta x} \left[c(x, t) \cdot \frac{1}{\Delta x} \left(I\left(x + \frac{\Delta x}{2}, t\right) - I\left(x - \frac{\Delta x}{2}, t\right) \right) \right] \\ &\approx \frac{1}{(\Delta x)^2} \left[c\left(x + \frac{\Delta x}{2}, t\right) \cdot (I(x + \Delta x, t) - I(x, t)) \right. \\ &\quad \left. - c\left(x - \frac{\Delta x}{2}, t\right) \cdot (I(x, t) - I(x - \Delta x, t)) \right] \\ &= \Phi_{right} + \Phi_{left} \quad | \Delta x = 1 \quad \dots(7) \end{aligned}$$

ซึ่งค่า Φ_{right} และ Φ_{left} เป็นฟังก์ชันของค่า x , t และ Δx ส่วนฟังก์ชันการแพร่จาก $c\left(x + \frac{\Delta x}{2}, t\right)$ และ $c\left(x - \frac{\Delta x}{2}, t\right)$ สามารถแปลงให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันแบบไม่ต่อเนื่อง โดยการประมาณสมการที่ 2 ออกมาเป็นดังนี้

$$c(x, t) \approx f\left(\frac{1}{\Delta x} \left| I\left(x + \frac{x}{2}, t\right) - I\left(x - \frac{x}{2}, t\right) \right| \right) \quad \dots(8)$$

และจะได้

$$c\left(x + \frac{\Delta x}{2}, t\right) \approx f\left(\frac{1}{\Delta x} \left| I(x + \Delta x, t) - I(x, t) \right| \right) \quad \dots(9)$$

$$c\left(x - \frac{\Delta x}{2}, t\right) \approx f\left(\frac{1}{\Delta x} \left| I(x, t) - I(x - \Delta x, t) \right| \right) \quad \dots(10)$$

จากสมการที่ 7 จะพบว่าในแต่ละรอบของการทำงาน ค่าระดับเทาจะมีการเปลี่ยนแปลงตามค่าการไหลของจุดที่อยู่ใกล้เคียง



เมื่อประยุกต์ใช้การกรองใน 1 มิติ จะมีฟังก์ชันของค่าระดับเทาที่เปลี่ยนแปลงในแต่ละรอบ ดังนี้

$$\begin{aligned} I(x, t + \Delta t) &\approx I(x, t) + \Delta t \cdot \frac{\partial}{\partial t} I(x, t) \\ &\approx I(x, t) + \Delta t \cdot (\Phi_{right} + \Phi_{left}) \end{aligned} \quad \dots(11)$$

จากสมการที่ 11 จะพบว่าการเปลี่ยนแปลงค่าระดับเทาในแต่ละรอบ จะให้ผลดีเมื่อค่า Δt มีค่าต่ำเพียงพอ ซึ่ง Pietro Perona [16] ได้พิสูจน์โดยการคำนวณแล้วพบว่าค่า Δt ที่เหมาะสมมีค่าเท่ากับ 1/3

การกรองใน 2 มิติ

จากการกรองใน 1 มิติ สามารถแปลงมาเป็นการกรองใน 2 มิติ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} I(x, y, t) &= \frac{\partial}{\partial x} \left[c(x, y, t) \cdot \frac{\partial}{\partial x} I(x, y, t) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[c(x, y, t) \cdot \frac{\partial}{\partial y} I(x, y, t) \right] \\ &\approx \frac{1}{(\Delta x)^2} \left[c \left(x + \frac{\Delta x}{2}, y, t \right) \cdot (I(x + \Delta x, y, t) - I(x, y, t)) \right. \\ &\quad \left. - c \left(x - \frac{\Delta x}{2}, y, t \right) \cdot (I(x, y, t) - I(x - \Delta x, y, t)) \right] \\ &\quad + \frac{1}{(\Delta y)^2} \left[c \left(x, y + \frac{\Delta y}{2}, t \right) \cdot (I(x, y + \Delta y, t) - I(x, y, t)) \right. \\ &\quad \left. - c \left(x, y - \frac{\Delta y}{2}, t \right) \cdot (I(x, y, t) - I(x, y - \Delta y, t)) \right] \\ &= \Phi_{left} + \Phi_{right} + \Phi_{top} + \Phi_{bottom} \quad | \Delta x = \Delta y = 1 \end{aligned} \quad \dots(12)$$

และเมื่อประยุกต์ใช้การกรองใน 2 มิติ จะมีฟังก์ชันของค่าระดับเทาที่เปลี่ยนแปลงไปในแต่ละรอบ ดังนี้

$$I(x, y, t + \Delta t) \approx I(x, y, t) + \Delta t \cdot (\Phi_{left} + \Phi_{right} + \Phi_{top} + \Phi_{bottom}) \quad \dots(13)$$

จากสมการที่ 13 จะเป็นการเปลี่ยนแปลงค่าระดับเทาในแต่ละรอบของการกรอง 2 มิติ ซึ่งค่า Δt ที่เหมาะสมควรมีค่าเท่ากับ 1/5

ในงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้ตัวกรองแบบ 2 มิติเพื่อทำให้ภาพมีรายละเอียดชัดเจนมากขึ้น โดยตัวอย่างภาพเอ็มอาร์ไอที่จะนำมาประยุกต์ใช้ จะนำมาเสนอในบทถัดไป

3.4 เส้นแสดงรูปร่างที่ปรับเปลี่ยนได้ [18, 19]

การใช้เส้นแสดงรูปร่างที่ปรับเปลี่ยนได้เป็นวิธีการแบ่งส่วนวิธีหนึ่ง ซึ่งใช้ในการค้นหาวัตถุหรือขอบของวัตถุที่เชื่อมโยงกันเป็นบริเวณหนึ่งเดียว โดยขั้นตอนจะเริ่มต้นจากการกำหนดตำแหน่งเริ่มต้นของเส้นแสดงรูปร่างโดยประมาณ จากนั้นเส้นแสดงรูปร่างนี้จะถูกปรับให้เข้าใกล้ขอบของวัตถุที่ต้องการได้ โดยพิจารณาจากค่าพลังงานที่คำนวณได้จากฟังก์ชันพลังงานที่เลือกใช้ในแต่ละปัญหา

3.4.1 โครงสร้างของเส้นแสดงรูปร่าง

เส้นแสดงรูปร่างประกอบขึ้นจากกลุ่มของจุดที่มีลำดับ และแสดงเป็นสมการได้ดังนี้

$$V = \{v_1, \dots, v_n\} \quad \dots(14)$$

$$v_i = (x_i, y_i), \quad i = (1, \dots, n) \quad \dots(15)$$

โดย V คือ เส้นแสดงรูปร่างหนึ่งวง และ v_i คือ จุดหนึ่งจุดของเส้นแสดงรูปร่าง

จุดแต่ละจุดของเส้นแสดงรูปร่างจะมีการเปลี่ยนตำแหน่งไปเรื่อย ๆ เพื่อให้เข้าใกล้กับส่วนของขอบภาพที่ต้องการ โดยการเปลี่ยนตำแหน่งนี้จะพิจารณาจากค่าพลังงาน ฉะนั้นวิธีการหาเส้นแสดงรูปร่างจึงเป็นการหาค่าพลังงานที่ต่ำที่สุดซึ่งคำนวณได้จากฟังก์ชันพลังงานนั่นเอง

3.4.2 ฟังก์ชันพลังงาน

ค่าพลังงานของเส้นแสดงรูปร่างหนึ่งวง (E) สามารถนำคำนวณได้จากผลรวมของค่าพลังงานในแต่ละจุด (E_i) ดังนี้

$$E = \sum_{i=1}^n E_i \quad \dots(16)$$

โดยค่าพลังงานในของจุดในลำดับที่ i (E_i) สามารถคำนวณได้จากฟังก์ชันพลังงานตามสมการที่ 17

$$E_i = \alpha E_{\text{int}}(v_i) + \beta E_{\text{ext}}(v_i) \quad \dots(17)$$

โดยค่า $E_{int}(v_i)$ เป็นค่าพลังงานภายใน ซึ่งขึ้นกับรูปทรงของเส้นแสดงรูปร่าง และ $E_{ext}(v_i)$ เป็นพลังงานภายนอก ซึ่งขึ้นกับความสัมพันธ์ของค่าระดับเทาของจุดภาพภายในภาพที่นำมาทำการแบ่งส่วน (เช่น ค่าความแตกต่างระดับเทา) ของจุด v_i และค่า α และ β เป็นค่าน้ำหนักของพลังงานในแต่ละส่วน

พลังงานภายใน

พลังงานภายในเป็นตัวปรับระยะห่างระหว่างจุดของเส้นแสดงรูปร่าง และผลักดันให้เกิดรูปทรงที่เหมาะสมของเส้นแสดงรูปร่าง สามารถแสดงฟังก์ชันของพลังงานภายใน ได้ดังนี้

$$E_{int}(v_i) = \alpha E_{con}(v_i) + \beta E_{curv}(v_i) \quad \dots(18)$$

$$E_{con}(v_i) = \|v_i - v_{i-1}\|^2 \quad \dots(19)$$

$$E_{curv}(v_i) = \|v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}\|^2 \quad \dots(20)$$

โดยค่า $E_{con}(v_i)$ เป็นค่าพลังงานที่ใช้ควบคุมระยะห่างระหว่างจุดของเส้นแสดงรูปร่าง และค่า $E_{curv}(v_i)$ เป็นค่าพลังงานที่ใช้ควบคุมรูปทรงและความโค้งมนของเส้นแสดงรูปร่าง ส่วนค่า α และ β เป็นค่าน้ำหนักของพลังงานในแต่ละส่วน

พลังงานภายนอก

พลังงานภายนอกเป็นพลังงานที่สนใจความสัมพันธ์ของค่าระดับเทาของแต่ละจุดภาพภายในภาพที่นำมาทำการแบ่งส่วน ซึ่งค่าความแตกต่างระดับเทาและค่าระดับเทาเป็นลักษณะเด่นหลักที่บอกถึงความเป็นขอบได้ชัดเจนและมักถูกนำมาใช้งาน โดยฟังก์ชันพลังงานภายนอกสามารถแสดงให้เห็นได้ตามสมการต่อไปนี้

$$E_{ext}(v_i) = cE_{mag}(v_i) + dE_{grad}(v_i) \quad \dots(21)$$

$$E_{mag}(v_i) = I(v_i) \quad \dots(22)$$

$$E_{grad}(v_i) = -|\nabla I(v_i)| \quad \dots(23)$$

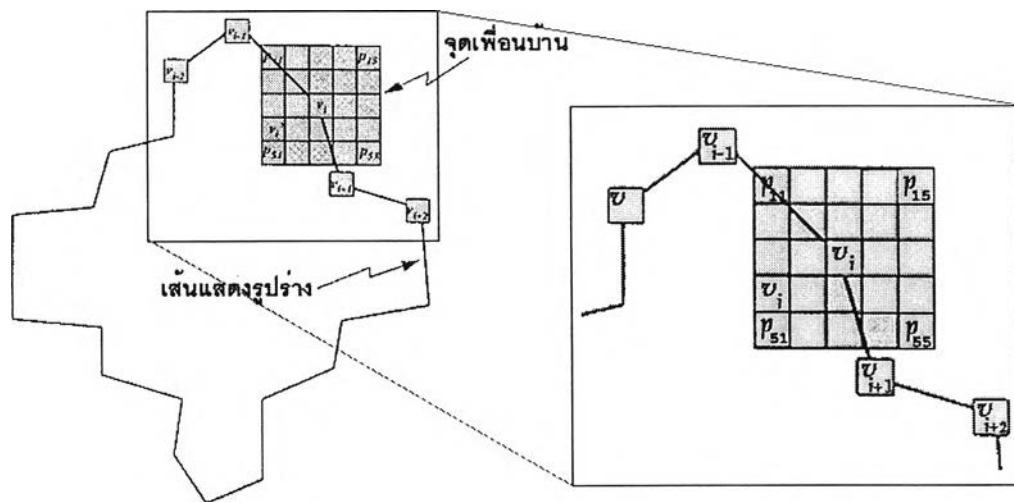
โดยค่า $I(v_i)$ คือ ค่าระดับเทาที่ตำแหน่งจุด v_i และค่า $|\nabla I(v_i)|$ คือ ค่าความแตกต่างระดับเทา ดังนั้น $E_{mag}(v_i)$ จะเป็นค่าพลังงานที่ควบคุมให้เส้นแสดงรูปร่างเข้าใกล้จุดภาพที่มีค่าระดับเทาที่ต้องการ

และค่า $E_{grad}(v_i)$ จะเป็นค่าพลังงานที่ควบคุมให้เส้นแสดงรูปร่างเข้าใกล้จุดภาพที่โอกาสเป็นขอบภาพสูง ส่วนค่า c และ d เป็นค่าน้ำหนักของพลังงานในแต่ละส่วน

โดยทั่วไปเส้นแสดงรูปร่างที่มีค่าพลังงานทั้งหมด (E) น้อยจะมีความถูกต้องมากกว่าเส้นแสดงรูปร่างที่มีค่าพลังงานทั้งหมดมาก ดังนั้นจากสมการที่ 21 และ 22 เมื่อพิจารณาถึงค่า $E_{mag}(v_i)$ หากจุดภาพบริเวณที่เป็นขอบมีค่าระดับเทาต่ำจะต้องกำหนดให้ c มีค่าบวก เนื่องจากจะทำให้ $E_{mag}(v_i)$ ที่คำนวณได้มีค่าน้อย และในทางกลับกันหากจุดภาพบริเวณที่เป็นขอบมีค่าระดับเทาสูงจะต้องกำหนดให้ c มีค่าลบ เนื่องจากจะทำให้ $E_{mag}(v_i)$ ที่คำนวณได้มีค่าน้อย

3.4.3 ขั้นตอนวิธีการค้นหาคำตอบ

เนื่องจากเส้นแสดงรูปร่างประกอบขึ้นจากชุดของจุด ดังนั้นเมื่อทำการค้นหาเส้นแสดงรูปร่างที่ดีที่สุดจึงเป็นการค้นหาตำแหน่งของจุดของเส้นแสดงรูปร่างที่เมื่อประกอบกันเป็นเส้นแสดงรูปร่างแล้วจะได้เส้นแสดงรูปร่างที่ดีที่สุดนั่นเอง การค้นหาจุดของเส้นแสดงรูปร่างโดยทั่วไปจะทำการเปลี่ยนตำแหน่งของจุดของเส้นแสดงรูปร่างครั้งละหนึ่งจุด โดยให้จุดที่กำลังพิจารณาเปลี่ยนไปอยู่ในตำแหน่งใหม่ซึ่งใกล้กับตำแหน่งเดิม และทำการหาค่าพลังงานของเส้นแสดงรูปร่างใหม่ที่ได้ จากนั้นจึงคัดเลือกเส้นแสดงรูปร่างที่มีค่าพลังงานน้อยที่สุดมาใช้ในการค้นหาในครั้งต่อไป โดยตัวอย่างนำเสนอแสดงไว้ในรูปที่ 9



รูปที่ 9 จุดเพื่อนบ้านที่ใช้ในการค้นหาเส้นแสดงรูปร่างผลลัพธ์ [18]

จากรูปที่ 9 เป็นการเปลี่ยนตำแหน่งของจุด v_i ในเส้นแสดงรูปร่าง V โดยการเปลี่ยนแปลงนี้จะทำการค้นหาตำแหน่งของจุดใหม่ซึ่งห่างจากจุด v_i ไป 1 ถึง 2 หน่วยในทุกทิศทาง จากรูปแสดงขอบเขตของจุดใหม่ตั้งแต่จุด p_{11} จนถึง p_{55} หากจุด p ใดที่ทำให้การเปลี่ยนจากจุด v_i เป็นจุด p นั้นได้เส้นแสดงรูปร่างมี

พลังงานต่ำที่สุด ก็จะทำให้การเปลี่ยนตำแหน่งของจุด v_i เป็นตำแหน่งจุด p ใหม่ที่ได้ และทำการค้นหาตำแหน่งของจุด v_{i+1} ต่อไปตามลำดับ

3.5 วิธีการค้นหาเส้นทางสั้นที่สุดในกราฟ [20]

บ่อยครั้งที่ปัญหาซึ่งต้องการแก้ไขถูกจำลองโดยใช้กราฟซึ่งมีค่าตัวเลข ที่เรียกว่าน้ำหนัก (weight) กำหนดไว้ตามเส้นเชื่อมต่าง ๆ บนกราฟ เราเรียกกราฟดังกล่าวว่ากราฟที่มีน้ำหนัก (weighted graph) หรือข่ายงาน (network) ตัวอย่างเช่น เส้นทางถนนในกรุงเทพฯ ถูกจำลองได้โดยใช้ข่ายงาน ที่มีจุดของกราฟแทนทางแยก และเส้นเชื่อมของกราฟแทนส่วนของถนนที่เชื่อมระหว่างทางแยก และมีระยะทางเป็นน้ำหนักของเส้นเชื่อม

การหาเส้นทางสั้นที่สุด (shortest path) ระหว่างคู่จุดใด ๆ ในข่ายงาน เป็นปัญหาซึ่งเกิดขึ้นบ่อยมาก โดยในที่นี้ความยาวของเส้นทาง ถูกกำหนดให้เป็นผลรวมของน้ำหนักของเส้นเชื่อมซึ่งประกอบกันเป็นเส้นทางนั้น เช่น เส้นทางการบินของสายการบินหนึ่งถูกจำลองได้โดยใช้ข่ายงานซึ่งมีจุดแทนเมือง เส้นเชื่อมระหว่างเมืองแทนเส้นทางบิน และมีน้ำหนักของเส้นเชื่อมซึ่งอาจแทนระยะทาง เวลาในการเดินทาง หรือราคา ค่าโดยสารของเส้นทางบิน การหาเส้นทางซึ่งมีผลรวมของน้ำหนักน้อยที่สุด (เรียกว่าเส้นทางสั้นที่สุด) ระหว่างเมืองสองเมือง จะบอกถึงคุณสมบัติบางประการของเส้นทางที่หาได้ ซึ่งขึ้นกับความหมายของน้ำหนักของเส้นเชื่อม อาจเป็นระยะทางที่สั้นที่สุด เวลาการเดินทางเร็วที่สุด หรือราคาค่าโดยสารรวมถูกที่สุด เป็นต้น

ขั้นตอนวิธีในการหาเส้นทางสั้นที่สุดบนข่ายงานที่จะนำเสนอต่อไปนี้ ได้ถูกคิดขึ้นโดยนักคณิตศาสตร์ชาวดัตช์ชื่อ Dijkstra เมื่อปีพ.ศ. 2502 ในที่นี้เราจะตั้งข้อสมมติฐานว่า จะหาเส้นทางสั้นที่สุดระหว่างจุด a และ z บนข่ายงานที่ไม่มีทิศทาง (นั่นคือเส้นเชื่อมเป็นแบบไม่มีทิศทาง) โดยมีระยะทางของเส้นเชื่อมเป็นค่าที่เป็นเลขบวก (เพื่อเป็นการง่ายต่อการอธิบาย จะใช้คำว่าระยะทางแทนน้ำหนักของเส้นเชื่อม ซึ่งจะสื่อความหมายกับการที่ต้องการหาเส้นทางสั้นที่สุด เพียงแต่ว่าระยะทางระหว่างจุดในที่นี้ ไม่จำเป็นต้องเป็นไปตามอสมการของสามเหลี่ยมที่ว่า ผลรวมความยาวของด้านสองด้านใด ๆ ต้องยาวกว่าด้านที่สาม)

เริ่มต้นให้สมมติว่าเส้นเชื่อมทุกเส้นมีความยาวเท่ากันเป็น 1 พบว่าการค้นหาตามแนวกว้าง (breadth-first search) [21] สามารถให้เส้นทางสั้นที่สุดได้ โดยเริ่มจากจุด a ทำการแหวะผ่านทุก ๆ จุดซึ่งต่อกับจุด a โดยตรง (หรืออีกนัยหนึ่ง จุดซึ่งต่อกับจุด a โดยผ่านเพียงหนึ่งเส้นเชื่อม) จากนั้นเราแผ่ขยายการแหวะผ่านไปอีกหนึ่งระดับ ซึ่งคือทุก ๆ จุดซึ่งต่อกับจุด a โดยผ่านเส้นเชื่อม 2 เส้น (ให้สังเกตว่าเราจะไม่แหวะผ่านจุดซึ่งถูกแหวะผ่านมาแล้ว เนื่องจากการแหวะผ่านครั้งใหม่ ย่อมมีระยะทางซึ่งยาวกว่าครั้งก่อนเพราะทุก ๆ เส้นเชื่อมมีความยาวเท่ากัน) ทำการแหวะผ่านเช่นนี้ทีละระดับ (ซึ่งคือการแหวะผ่านจุดที่ต่อกับจุดที่ถูกแหวะผ่านแล้ว) เช่นนี้

ไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งเราแวะผ่านจุด z ซึ่งเป็นจุดเป้าหมายก็จะได้เส้นทางสั้นที่สุด เนื่องจากการแวะผ่านจุดในแต่ละระดับนั้น จะเพิ่มระยะทางไปอีกหนึ่งเท่า ๆ กันสำหรับทุกจุดในระดับนั้น ดังนั้นทันทีที่พบจุด z การค้นหาที่สั้นที่สุด ชุดลำดับของจุดที่ติดต่อกันจาก a ถึง z ก็ถูกแวะผ่าน ก็คือเส้นทางสั้นที่สุด

แต่ถ้าระยะทางของเส้นเชื่อมไม่เท่ากัน เราไม่สามารถสรุปได้เสมอว่าการแวะผ่านจุดใดจะเป็นเส้นทางสั้นที่สุด จากจุดเริ่มต้นถึงจุดนั้น ดังเช่นในกรณีที่ระยะทางของเส้นเชื่อมเท่ากันหมด ดังนั้นในระหว่างการค้นหา จะแบ่งจุดในข่ายงานออกเป็น 3 ประเภทด้วยกัน คือ (1) จุดประเภทซึ่งเราทราบเส้นทางจากจุดเริ่มต้นสั้นที่สุดแล้ว (2) จุดซึ่งถูกแวะผ่านแล้ว แต่เรายังไม่สรุปว่าเป็นเส้นทางสั้นที่สุดจากจุดเริ่มต้น และ (3) จุดที่ยังไม่ถูกแวะผ่าน

วิธีการหาเส้นทางสั้นที่สุดจะมีขั้นตอนคร่าว ๆ ดังนี้ กำหนดให้จุดเริ่มต้นเป็นจุดประเภทที่หนึ่ง จากนั้นเคลื่อนแฉับไปแวะจุดต่าง ๆ ซึ่งต่อกับจุดที่เป็นประเภทที่หนึ่ง จุดซึ่งถูกแวะผ่านจะกลายเป็นจุดประเภทที่สอง เลือกจุดประเภทที่สองซึ่งมีผลรวมของระยะทางสั้นที่สุดจากจุดเริ่มต้น เข้ารวมเป็นประเภทที่หนึ่ง จากนั้นให้กลับไปแวะผ่านจุดประเภทที่หนึ่งซ้ำ จนกระทั่งจุดใหม่ที่รวมเข้าไปนี้เป็นจุดสั้นที่สุด

สามารถนิยามสัญลักษณ์ต่าง ๆ ได้ดังนี้

1. d_{ij} คือ ความยาวของเส้นเชื่อมระหว่างจุด i และ j
ในกรณีที่จุด i และ j ไม่ต่อกัน ให้ $d_{ij} = \infty$
2. S เป็นเซตซึ่งเก็บจุดประเภทที่หนึ่ง
3. ณ จุด v ใด ๆ จะมีคู่ลำดับ (P_v, L_v) กำกับอยู่ โดยที่
 L_v ของจุดประเภทที่หนึ่ง เป็นระยะทางสั้นที่สุดจากจุดเริ่มต้นถึงจุด v
 L_v ของจุดประเภทที่สอง บอกถึงระยะทางจากจุดเริ่มต้นถึงจุด v ที่สั้นที่สุดที่ได้พบมา (ให้สังเกตว่าอาจมีเส้นทางอื่นจากจุดเริ่มต้นถึงจุด v ที่สั้นกว่า L_v ซึ่งยังหาไม่พบ)
 L_v ของจุดประเภทที่สามจะเป็น ∞ เนื่องจากว่าเป็นจุดซึ่งยังไม่ไปถึง
 P_v คือ จุดก่อนหน้าจุด v ซึ่งอยู่บนเส้นทางจากจุดเริ่มต้นถึงจุด v สั้นที่สุดที่ได้พบมา

ขั้นตอนในการหาเส้นทางสั้นที่สุดระหว่างจุด a และ z ในข่ายงาน ด้วยวิธีของ Dijkstra จะเป็นดังนี้

1. ให้ $S = \{a\}$
2. สำหรับแต่ละจุด v ไม่อยู่ใน S
ถ้า $L_v > L_i + d_{iv}$ ให้ $L_v = L_i + d_{iv}$ และให้ $P_v = i$
โดยที่จุด i คือ จุดซึ่งเป็นสมาชิกของเซต S จุดล่าสุด

3. ให้จุด v ที่ไม่อยู่ใน S และที่มีค่า L_v น้อยที่สุด เป็นสมาชิกใหม่ของ S
4. ถ้า v คือ จุด z ที่เป็นจุดเป้าหมาย ก็จะได้ L_z เป็นระยะทางสั้นที่สุดจากจุด a ไป z ถ้า v ไม่ใช่ z ให้กลับไปทำขั้นตอนที่ 2 และ 3 ซ้ำจนกระทั่ง จุดที่เป็นสมาชิกล่าสุดของ S คือ จุดเป้าหมาย z

3.6 Similarity Index [22]

Similarity Index (S) เป็นค่าที่แสดงความคล้ายกันของบริเวณ 2 บริเวณ โดยมีรากฐานมาจากวิธีการวัดทางสถิติที่ชื่อว่า Kappa Coefficient ซึ่งเป็นค่าที่ใช้วัดความเห็นที่ตรงกันของบริเวณ 2 บริเวณ โดยพิจารณาจากพื้นที่ทั้งส่วนที่ตรงกัน ส่วนที่ขาด และส่วนที่เกินไปของบริเวณหนึ่งเทียบกับอีกบริเวณหนึ่ง

นิยามของค่า S คือ อัตราส่วนระหว่างสองเท่าของจำนวนจุดภาพในบริเวณที่ตรงกันกับผลบวกของจำนวนจุดภาพในบริเวณทั้งสอง และสามารถคำนวณได้ตามสมการที่ 24 ดังนี้

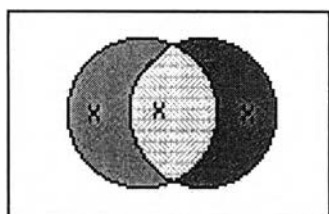
$$S = \frac{2 \cdot n\{A_1 \cap A_2\}}{n\{A_1\} + n\{A_2\}} \quad \dots(24)$$

โดย A_1 และ A_2 คือ บริเวณ 2 บริเวณที่นำมาใช้เปรียบเทียบความคล้ายกัน
 $n\{A\}$ คือ จำนวนจุดภาพในบริเวณ A

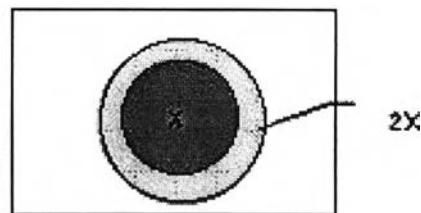
สำหรับงานวิจัยนี้ A_1 คือ บริเวณสมองที่ได้จากวิธีการแบ่งส่วนในงานวิจัยนี้ และ A_2 คือ บริเวณสมองที่ถือว่าถูกต้องที่ได้จากการแบ่งส่วนด้วยมือของผู้เชี่ยวชาญ และสำหรับค่า S ที่คำนวณได้จะมีค่าอยู่ในช่วง $[0, 1]$ โดยหากค่า S ยังมีค่ามาก จะแสดงว่ามีส่วนของบริเวณทั้งสองที่ซ้อนทับกันอยู่มากหรือมีความคล้ายคลึงกันมาก ซึ่งโดยปกติเมื่อค่า S มีค่ามากกว่า 0.7 จะถือว่าบริเวณทั้งสองมีความคล้ายคลึงกันดี

เนื่องจากในสมการที่ 24 มีการคำนวณค่า S จากตำแหน่งของบริเวณที่ตรงกัน และเนื้อที่ของบริเวณทั้งสอง ดังนั้นค่า S ที่คำนวณได้จะสามารถบอกความคล้ายคลึงของบริเวณ 2 บริเวณใน 2 ลักษณะคือ ขนาดและตำแหน่ง โดยขนาดและตำแหน่งจะมีผลต่อค่า S ไม่เท่ากัน ดังรายละเอียดได้จากรูปที่ 10

จากตัวอย่างในรูปที่ 10ก มีบริเวณ 2 บริเวณที่มีขนาดเท่ากันและซ้อนทับกันอยู่ โดยบริเวณที่ซ้อนทับกันมีขนาดเท่ากับครึ่งหนึ่งของขนาดของบริเวณทั้งสอง เมื่อคำนวณค่า S จากสมการที่ 24 จะได้ค่า S มีค่าเท่ากับ $1/2$ ในขณะที่เมื่อพิจารณาจากรูปที่ 10ข ซึ่งมีบริเวณ 2 บริเวณที่มีตำแหน่งซ้อนทับกันทั้งหมด โดยบริเวณเล็กมีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของบริเวณใหญ่ เมื่อคำนวณค่า S จะได้ค่า S มีค่าเท่ากับ $2/3$



(ก)



(ข)

รูปที่ 10 กรณีตัวอย่างแสดงความสำคัญของตำแหน่งและขนาดที่มีผลต่อค่า S

(ก) กรณีที่บริเวณ 2 บริเวณมีการซ้อนทับกันครึ่งหนึ่ง จะมีค่า $S = 1/2$ และ

(ข) กรณีที่บริเวณเล็กมีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของบริเวณใหญ่ จะมีค่า $S = 2/3$

ดังนั้น จะเห็นได้ว่า ในกรณีที่มิขนาดเท่ากันแต่มีการซ้อนทับกันเพียงครึ่งหนึ่ง จะมีค่า S น้อยกว่า ในกรณีที่มิขนาดต่างกันครึ่งหนึ่งแต่มีการซ้อนทับกันทั้งหมด จึงสามารถสรุปได้ว่า ความแตกต่างของตำแหน่ง มีผลต่อค่า S มากกว่าความแตกต่างของขนาด