รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

จักรกริศน์ กนกกันฑพงษ์. **รวมศัพท์วิศวกรรมศาสตร์ และเทคโนโลยี**. กรุงเทพมหานคร: บริษัท ซีเอ็ดยูเคชั่น จำกัด (มหาชน), 2537.

ไพศาล กิตติศุภกร และธิดาพันธ์ ซื่อสัตยาวงศ์. การออปติไมซ์เครื่องปฏิกรณ์ย้อนกลับได้ภายใต้ความไม่แน่นอน. **วิศวกรรมสาร มก.** ปีที่ 13 ฉบับ 37 (เมษายน-กรกฎาคม 2542).

ไพศาล กิตติศุภกร, ธิดาพันธ์ ซื่อสัตยาวงศ์, อมรชัย อาภรณ์วิชานพ และรุ่งตะวัน ตั้งพงษ์ประสิทธิ์. สภาวะปฏิบัติการที่เหมาะสมภายใต้ความไม่แน่นอนของเครื่องปฏิกรณ์เคมี. **วิศวกรรมสาร มก.** ปีที่ 11 ฉบับ 33 (ธันวาคม-มีนาคม 2541): 30-37

ไพศาล กิตติศุภกร และธิดาพันธ์ ซื่อสัตยาวงศ์. การออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอน. **วิศวกรรมเคมีและเคมีประยุกต์แห่งประเทศไทย ครั้งที่ 7** (2540) :392-399.

ไพศาล กิตติศุภกร, อมรชัย อาภรณ์วิชานพ, รุ่งตะวัน ตั้งพงษ์ประสิทธิ์ และธนลาภ โอสถานนท์. การออกแบบเครื่องปฏิกรณ์ทดลองสำหรับทดสอบเทคนิคการควบคุมแบบต่าง ๆ. **วิศวกรรมเคมีและเคมีประยุกต์แห่งประเทศไทย ครั้งที่ 7** (2540): 244-257.

ธีระพร วีระถาวร. **ความน่าจะเป็นเบื้องต้นทฤษฎี และการประยุกต์ใช้**. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2537.

รัชต์วรรณ กาญจนปัญญาคม และชาติชาย วิจิตธรรมภาณี. การกำหนดตารางการผลิตแบบปรับเปลี่ยนให้แผนกเครื่องจักรกลของอุตสาหกรรมการผลิตหัวอ่าน. **วิศวกรรมสาร มก.** ปีที่ 11 ฉบับ 33 (ธันวาคม-มีนาคม 2541): 143-157.

สปีเจล อาร์เมอร์เรย์. **ทฤษฎีและตัวอย่างโจทย์ สถิติ และความน่าจะเป็น**. แปลโดย จินตนา เสริมพงษ์พันธ์. กรุงเทพมหานคร: แมคกรอ-ฮิล, 2539.

ภาษาอังกฤษ

Abadie, J.; and J. Carpentier. Generalization of Wolfe reduced gradient method to the case of nonlinear constraints. In R. Fletcher (ed.), **Optimization**, pp. 13-22. London: Academic Press, 1969.

Bandler, J. W. Optimization of design tolerances using nonlinear programming. **J. Opt. Theory Appl.** 15 (1974): 99-114.

Beale, E. M. L. **Integer programming**. New York: Academic Press, 1977.

Biegler Lorez T., E. Ignacio Grossmann.; and Arthur W. Westerberg. **Systematic methods of chemical process design**. International Edition. United States of America: Prentice-Hall, 1997.

Biran, Adrian; and Moshe Breiner. **MATLAB for engineers**. England: Addison-Wesley, 1996.

Borse, G. J. **Numerical methods with MATLAB: a resource for scientists engineers / G. J. Borse**. USA: PWS, 1997.

Box, M. J. A new method of constrained optimization and a comparison with other methods. **Computer Journal** 8 (1965): 42-52.

Broyden, C. G. Quasi-Newton methods and their application to function minimization. **Mathematics of Computation** 21 (1967): 368-381.

Carnahan B., H. A. Luther; and J. O. Wilkes. **Applied numerical methods**. New York: John Wiley & sons, 1969.

Carrol, C. W. The created response surface technique for optimizing nonlinear restrained systems. **Operations Research** 9 (1961): 169-184.

Dantzig, G.B. **Linear programming and extensions**. New Jersey: Princeton University Press, 1963.

Davidon, W. C. Variable metric method for minimization. **AEC Research Development Report**, ANL-5990, 1959.

Diwekar, Urmila M.; and E. S. Rubin. Stochastic modeling of chemical process. **Computer chem. Engng.** 15 (1991):105-114.

Diwekar, Urmila M.; and Jayant R. Kalagnanam. Efficient sampling technique for optimization under uncertainty. **AICHE J.** 43 (1997): 440-447.

Dixon, L. C. W. **Optimization in action**. LONDON: Academic Press, 1976.

Dixon, L. C. W.; and L. James. On stochastic variable metric method. In Q. L. R. Jacobs et al. (eds.), **Analysis and optimization of stochastic systems**, London: Academic Press, 1980.

Douglas, Peter L. **An industrial short course on optimization in the process industries with hands on PC workshop**. Bangkok: Chulalongkorn University, 1996. (Mimeographed)

Douglas, P. L.; S. K. Mallick; and R. M. Wagler. Synthesis of flexible thermally integrated distillation sequences. **TransIChemE.** 69 (1991): 483-491.

Economou, C. G.; and M. Morari. Internal model control 5. Extension to nonlinear systems.

Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev. 25 (1986):403-411.

Edgar, T. F.; and Himmelblau, D. M. **Optimization of chemical processes**. Singapore: McGraw-Hill, 1989.

Fletcher, R. **Practical method of optimization**. 2nd ed. Chichester: John Wiley & sons, 1996.

Fletcher, R.; and C. Reeves. Function minimization by conjugate gradients. **Computer Journal** 7 (1964): 149-154.

Floudas C. A.; and I. E. Grossmann. Active constraint strategy for flexibility analysis in chemical process. **Computer chem. Engng.** 11 (1987): 675-693.

Garvin, W. W. **Introduction to linear programming**. New York: McGraw-Hill, 1960.

Gass, S. I. **Liner programming**. 5th ed. New York: McGraw-Hill, 1960.

Grace, A. **Optimization toolbox for use with MATLAB – user's guide**. Massachusetts: The Math Works, 1995.

Grifftith, R. E.; and R. A. Stewart. A nonlinear programming technique for the optimization of continuous processing systems. **Management Science** 7 (1961): 379-392.

Grossmann, I. E.; and K. P. Halemane. Decomposition strategy for designing flexible chemical plant. **Computer chem. Engng.** 4 (1982): 686-694.

Grossmann, I. E.; and R. W. H. Sargent. Optimum design of chemical plants with uncertain parameter. **AIChE J.** 24 (1978): 1021-1028.

Hadley, G. **Linear programming**. Massachusetts: Addison-Wesley, 1962.

Halemane, K. P. **Studies in the optimal design of flexible chemical plants**. Doctoral dissertation, Department of Chemical Engineering, Carnegie-Mellon University, 1982.

Halemane K. P.; and I. E. Grossmann. Optimal process design uncertainty. **AIChE J.** 29(1983): 425-433.

Han, S. P. A Globally Convergent Method for Nonlinear Programming. **J. Opt. Theory Appl.** 22 (1977):279-285.

Hestenes, M. R.; and E. Stiefel. Method of Conjugate Gradients for Solving Linear Systems. **Journal of Research of the National Bureau of Standards** 49 (1952): 449-462.

Hiller, Frederick S.; and Gerald J. Lieberman. **Introduction to mathematical programming**. USA: McGraw-Hill. 1998.

Ierapetritou, M. G.; and E. N. Pistikopoulos. A novel optimization approach of stochastic planning models. **Ind. Engng Chem. Res.** 33 (1994): 1930-1942.

Ierapetritou, M. G.; and E. N. Pistikopoulos. Design of multiproduct batch plants with uncertain demands. **Computers chem. Engng.** 19 (1995): 5627-5632.

Ierapetritou, M. G.; E. N. Pistikopoulos; and C. A. Floudas. Operational planning under uncertainty. **Computers chem. Engng.** 20 (1996): 1499-1516.

Ierapetritou, M. G.; J. Acevedo; and E. N. Pistikopoulos. An optimization approach for process engineering problems under uncertainty. **Computer chem. Engng.** 20 (1996): 703-709.

Jelen, Frederic C.; and James H. Black. **Cost and optimization engineering**. Japan: McGraw-Hill, 1991.

Kiefer, J. Sequential minimax search for a maximum. **Proceeding of the American Mathematical Society** 4 (1953): 502-506.

Lindfield, G.; and J. Penny. **Numerical method using MATLAB**. LONDON: Ellis Horwood Limited, 1995.

Longley, A. W.; and P. L. Douglas. Optimal design with optimal uncertainty in parameter and control variable. **Developments in Chemical Engineering & Mineral Processing** 4, (1996): 39-60.

Luyben, W. **Process modeling, simulation and control for chemical engineers.** 2nd ed. Singapore: McGraw-Hill, 1990.

Masanao, Aoki. **Optimization of stochastic systems.** 2nd ed. New York: Academic Press, 1968.

Matquardt, D. W. An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters. **SIAM J. of Industrial & Applied Mathematics** 11 (1963): 431-441.

Mignan, D. S; S. J. Honkomp; and G. V. Reklaitis. A framework for investigating schedule robustness under uncertainty. **Computers chem. Engng.** 19 (1995): 5615-5620.

Mood, A.M. **Introduction to the theory of statistic**. New York: McGraw-Hill, 1950.

Nash, Stephen G., and Ariela Sofer. **Linear and nonlinear programming**. Singapore: McGraw-Hill, 1966.

Nauman, E. B. **Chemical reactor design**. USA: John Wiley & Sons, 1987.

Nishida, N.; A. Ichickawa; and E. Tazaki. Synthesis of optimal process system with uncertainty. **Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.** 13 (1974): 209-214.

Ostrovsky, G. M.; Yu. M. Volin; and M. M. Senyavin. An approach solving a two-stage optimization problem under uncertainty. **Computer chem. Engng.** 21 (1997): 317-325.

Pai, C. C., David; and Richard R. Hughes. Strategies for formulating and solving two-stage problems process design under uncertainty. **Computer chem. Engng.** 11 (1987): 695-706.

Paules, G. E.; and C. A. Floudas. Stochastic programming in process synthesis a two-stage model with MINLP recourse for multipetiod heat-integrated distillation sequences. **Computer chem. Engng.** 16 (1992): 189-210.

Peter, Max S.; and Klaus D. Timmerhaus. **Plant design and economics for chemical engineers**. Japan: McGraw-Hill, 1980.

Pistikopoulos, E. N. Uncertainty in process design and operations. **Computers chem. Engng**. 19 (1995): S553-S563.

Pistikopoulos, E. N.; and I. E. Grossmann. Optimal retrofit design for improving process flexibility in linear systems. **Computer chem. Engng.** 12 (1988): 719-731.

Pistikopoulos, E. N.; and I. E. Grossmann. Optimal retrofit design for improving process flexibility in linear systems-II. **Computer chem. Engng.** 13 (1989): 1087-1096.

Pistikopoulos, E. N.; and I. E. Grossmann. Stochastic optimization of flexibility in retrofit design of linear systems. **Computer chem. Engng.** 12 (1988): 1215-1227.

Pistikopoulos, E. N.; and M. G. Ierapetritou. Novel approach for optimal process design under uncertainty. **Computer chem. Engng.** 19 (1995): 1089-1100.

Pistikopoulos, E. N.; and T. A. Mazzuchi. Novel flexibility analysis approach for process with stochastic parameters. **Computer chem. Engng.** 14 (1990): 991-1000.

Polak, E. and A. Sangiovanni-Vincentelli. Theoretical and computational aspects of the optimal design centering tolerancing and tuning problem. **IEEE Trans. On Circuits and system** Vol. CAS-26 No.9 (1979): 795-813.

Polak, E.; and G. Ribiere. Note sur la convergence de methods de directions conjugres. **Revue Francaise Informat** 16 (1969): 35-43.

Powell, M. J. D. Algorithms for nonlinear constraints that use Lagrange functions. **Math. Program**. 14 (1978): 224-234.

Rao, S. S. **Optimization theory and applications**. India: Wiley Eastern, 1979.

Rardin, Ronald L. **Optimization in operations research.** USA: Prentice-Hall International, 1998.

Reference Guide. **MATLAB high-performance numeric computation and visualization software.** 2^{nd} ed. Massachusetts: The Math Works, 1993.

Rudd, D. F.; and C. C. Watson. **Strategy of process engineering.** New York: John-Wiley,1968.

Saboo, A. K.; and M. Morari. Design of resilient processing plants-IV, some new results on heat exchanger network synthesis. **Chem. Eng. Sci.** 39 (1984): 579-592.

Sargent, R. W. H.; and K. Gaminivandara. Optimum design of plant distillation columns. In L. C. W. Dixon (ed.), **Optimization in action,** pp. 267-314. LONDON: Academic Press, 1976.

Shah, Nilay; and Constantinos C. Pantelides. Design of multipurpose batch plants with uncertain production requirements. **Ind. Eng. Chem. Res.** 31 (1992): 1325-1337.

Smith, J. M. **Chemical engineering kinetics.** 3^{rd} ed. Japan: McGraw-Hill, 1981.

Smith, R. **Chemical process design / by Robin Smith.** Singapore: McGraw-Hill, 1995.

Spendley, W.; G. R. Hext; and F. R Himsworth. Sequential application of simplex designs of optimization and evolutionary operations. **Technometrics** 4 (1962): 441-461.

Srinivasan, S. K.; and K. M. Mehata. **Probability and random process.** 2^{nd} ed. New Delhi: McGraw-Hill, 1981.

Straub, D. A.; and I. E. Grossmann. Design optimization of stochastic flexibility. **Computers chem. Engng.** 17 (1993): 339-354.

Straub, D. A.; and I. E. Grossmann. Integrated stochastic metric of flexibility for system with discrete state and continuous parameter uncertainties. **Computers. chem. Engng.** 14 (1990): 967-972.

Subrahmanyam, Sriram; Joseph F. Pekny; and Gintarsa V. Reklaitis. Design of batch chemical plants under market uncertainty. **Ind. Eng. Chem. Res.** 33 (1994): 2688-2701.

Swaney, R. E.; and I. E. Grossmann. An index for operational flexibility in chemical process design-formulation and theory. **AIChE J.** 31 (1985): 621-630.

Takamatsu, T.; I. Hashimoto; and S. Shioya. On design margin for process systems with parameter uncertainty. **J. Chem. Eng. Japan.** 6 (1973): 453-457.

Tatang, Menner A.; Abdul Wahid; and Rudolf M. Bakkara. On determination of the feasible range of uncertain operation: a case of CO2 removal system. **Proceedings of Regional Symposium On Chemical Engineering** 17 (1997): 420-426.

Terwiesch, Peter; Dag Ravemark; Benedikt Schenker; and David W. T. Rippin. Semi-Batch process optimization under uncertainty: theory and experiment. **Computer chem. Engng.** 22 (1998): 201-213.

Terwiesch, Peter; Mukul Agarwal; and David W. T. Rippin. Batch unit optimization with imperfect modeling: Survey. **J. Proc. Cont.** 4 (1994): 238-258.

Torvi, Helge; and Terje Hertzberg. Estimation of uncertainty in dynamic simulation results. **Computers chem. Engng.** 21 (1997): 5181-5185.

Varvarezos, D. K.; I. E. Grossmann; and L. T. Biegler. An outer-approximation method for multiperiod design optimization. **Ind. Eng. Chem. Res.** 31 (1992): 1466-1477.

Varvarezos, D. K.; L. T. Biegler; and I. E. Grossmann. Multiperiod design optimization with SQP decomposition. **Computer chem. Engng.** 18 (1994): 579-595.

Wagler, R. M.; and P. L. Douglas. A method for the design of flexible distillation sequences. **THE CANADIAN JOURNAL OR CHEMICAL ENGINEERING** 66 (1988): 529-590.

Wellons, H. S.; and G. V. Reklaitis. The design of multiproduct batch plants under uncertainty with staged expansion. **Computer chem. Engng.** 13 (1989): 115-126.

Wilde, D. J. **Optimum seeking methods.** Englewood Cliffs, N. J.: Prentice Hall, 1964.

Wilde, D. J.; and C. S. Beightler. **Foundations of optimization,** Englewood Cliffs, N. J.: Prentice Hall, 1967.

Wilson, R. B. **A simplicial algorithm for convex programming**. Doctoral dissertation, Graduate School of Business Administration, Harvard University. 1963.

Wolf, Frank L. **Elements of probability and statistic**. 2nd ed. Tokyo: McGraw-Hill, 1974.

Wolfe, P. Methods of nonlinear programming. In R. L. Graves and P. Wolfe (eds.), **Recent advances in mathematical programming,** pp. 89-92. New York: McGraw-Hill, 1963.

ภาคผนวก ก.
ความน่าจะเป็นที่เกี่ยวข้อง

เนื่องจากในงานวิจัยนี้กำหนดให้ตัวแปรหรือพารามิเตอร์มีความไม่แน่นอน มีการกระจายแบบฟังก์ชันความน่าจะเป็น ในบทนี้จะกล่าวถึงความน่าจะเป็นที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้ เพื่อให้เข้าใจถึงความน่าจะเป็นบางคำที่กล่าวถึงในงานวิจัยนี้ เพื่อช่วยให้เข้าใจรายละเอียดเกี่ยวกับงานวิจัยนี้เพิ่มขึ้น

สำหรับการพิมพ์สัญลักษณ์ในการศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์ความน่าจะเป็น และสถิติ โดยทั่วไปจะใช้สัญลักษณ์แทนเซตด้วยอักษรตัวใหญ่ภาษาอังกฤษ เช่น A,B,C และเขียนแทนสมาชิกของเซตด้วยตัวอักษรพิมพ์เล็กภาษาอังกฤษตัวเอียงเช่น a,b,c เป็นต้น ดังนั้นในส่วนของบทนี้จะแทนด้วยสัญลักษณ์นี้ด้วยเช่นกัน

ก.1 การแจกแจงปกติ (Normal Distribution)

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่สำคัญที่สุดแบบหนึ่ง คือ การแจกแจงปกติ (Normal Distribution) ซึ่งบางครั้งอาจเรียกได้อีกอย่างหนึ่งว่า การแจกแจงแบบเกาส์เซียน (Gaussian Distribution) ฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงในลักษณะนี้คือ

$$f(x) = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}, \qquad -\infty < x < \infty \qquad (ก.1)$$

เมื่อ μ และ σ คือ ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานตามลำดับ นอกจากนี้ฟังก์ชันการแจกแจงสามารถกำหนดได้โดย

$$F(x) = P(X \leq x) = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-(v-\mu)^2/2\sigma^2} dv \qquad (ก.2)$$

ในกรณีนี้สามารถกล่าวได้ว่าตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงปกติ หรือแบบเกาส์เซียนที่มีค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวน คือ σ^2 สามารถเขียนในรูปสัญลักษณ์ได้เป็น $N(\mu,\sigma^2)$

ถ้ากำหนดให้ Z เป็นตัวแปรมาตรฐานที่สอดคล้องกับ X นั้นคือ ถ้าให้

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \qquad (ก.3)$$

แล้วค่าเฉลี่ยหรือค่าคาดหวังของ Z มีค่าเป็น 0 และความแปรปรวนมีค่าเป็น 1 ในกรณีดังกล่าว ฟังก์ชันหนาแน่นสำหรับ Z สามารถหาได้จากสมการที่ (ก.1) โดยการแทนที่ค่า $\mu = 0$ และ $\delta = 0$ จะได้

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} \qquad \text{(ก.4)}$$

ซึ่งสมการที่ (ก.4) นี้ จะถูกเรียกว่า ฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงปกติมาตรฐาน หรือ การแจกแจงปกติมาตรฐาน และฟังก์ชันการแจกแจงสามารถกำหนดได้โดย

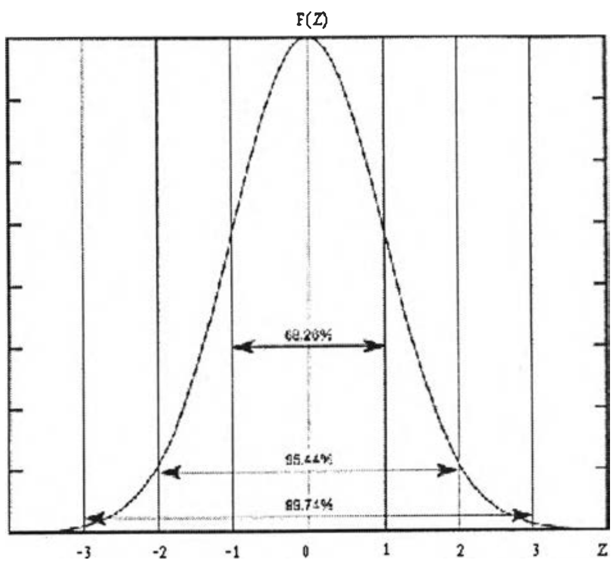
$$F(z) = P(Z \le z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-u^2/2} du = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{z} e^{-u^2/2} du \qquad \text{(ก.5)}$$

ในบางครั้งจะเรียกค่า Z ของตัวแปรมาตรฐาน Z ว่า ค่ามาตรฐานหรือคะแนนมาตรฐาน ส่วนฟังก์ชัน $F(z)$ ที่มีความเกี่ยวข้องกับตารางฟังก์ชันความคลาดเคลื่อน หรือ $erf(z)$ นั้นสามารถกำหนดได้โดย

$$erf(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{z} e^{-v^2} dv \quad \text{และ} \quad F(z) = \frac{1}{2}[1 + erf(\frac{z}{\sqrt{2}})] \qquad \text{(ก.6)}$$

ลักษณะกราฟของฟังก์ชันความหนาแน่นตามสมการที่ (4) บางครั้งเรียกว่า เส้นโค้งปกติมาตรฐานซึ่งแสดงด้วยรูปที่ ก.1 กราฟนี้แสดงพื้นที่ภายใต้โค้งที่เบี่ยงเบนออกไปจากค่าเฉลี่ยเป็น 1, 2 และ 3 (นั้นคือระหว่าง $z = -1$ และ $+1$, $z = -2$ และ $+2$, $z = -3$ และ $+3$) โดยมีค่าของพื้นที่ใต้เส้นโค้งเป็น 68.27% , 94.45%, 99.73% ของพื้นที่ทั้งหมดตามลำดับ ซึ่งหมายความว่า

$$P(-1 \le Z \le 1) = 0.6827, \quad P(-2 \le Z \le 2) = 0.9545 \ \text{และ}\ P(-3 \le Z \le 3) = 0.9973 \qquad \text{(ก.7)}$$



รูปที่ ก.1 การกระจายความน่าจะเป็นแบบปกติ

พื้นที่ระหว่างค่าพิกัด 2 พิกัดใด ๆ จะหาได้โดยใช้ความสมมาตรของเส้นโค้งที่ $z = 0$ และคุณสมบัติที่สำคัญบางประการของการแจกแจงปกติแสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ ก.1 แสดงคุณสมบัติที่สำคัญบางประการของการแจกแจงปกติ

ค่าเฉลี่ย	μ
ความแปรปรวน	σ^2
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	σ
สัมประสิทธิ์ของความเบ้	$\alpha_3 = 0$
สัมประสิทธิ์ความโด่ง	$\alpha_4 = 3$
ฟังก์ชันที่ให้โมเมนต์	$M(t) = e^{\mu t + (\sigma^2 t^2/2)}$
ฟังก์ชันคุณลักษณะ	$\phi(\omega) = e^{i\mu\omega - (\sigma^2\omega^2/2)}$

ก.2 ค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์

ก.2.1 บทนิยามของค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์

แนวความคิดพื้นฐานที่สำคัญและเกี่ยวข้องกับความน่าจะเป็นและสถิตินั้นคือ ค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์ หรือ “ค่าคาดหวัง” หรือบางครั้งเรียกชื่ออย่าง ๆ ย่อว่า ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม สำหรับตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง X ที่มีค่าที่เป็นไปได้ตั้งแต่ $x_1, x_2, ..., x_n$ ค่าคาดหวังของ X สามารถกำหนดได้ดังนี้

$$E(X) = x_1 P(X = x_1) + x_2 P(X = x_2) + ... + x_n P(X = x_n)$$

$$= \sum_{j=1}^{n} x_j P(X = x_j) \qquad (ก.8)$$

หรือสมมูลกัน ถ้า $P(X = x_j) = f(x_j)$

$$E(X) = x_1 f(x_1) + x_2 f(x_2) + ... + x_n f(x_n)$$

$$= \sum_{j=1}^{n} x_j f(x_j) \qquad (ก.9)$$

ในขณะที่ผลรวมสุดท้ายนั้นเป็นการหาผลรวมสำหรับทุก ๆ ค่าของ X สำหรับในกรณีพิเศษของสมการที่ (ก.9) เมื่อค่าความน่าจะเป็นเท่ากันทุก ๆ ค่าของ X แล้วจะได้ค่าคาดหวังเท่ากับ

$$E(X) = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n} \qquad (ก.10)$$

ซึ่งในที่นี้เรียกว่า “ค่าเฉลี่ยเลขคณิตศาสตร์” หรือ “ค่าเฉลี่ย” ของ $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$

สำหรับตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง X ที่มีฟังก์ชันความหนาแน่น $f(X)$ นั้น ค่าคาดหวังของ X นิยามได้ดังนี้

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \qquad (ก.11)$$

ซึ่งสมการที่ (ก.11) นี้จะมีลักษณะที่คล้ายคลึงกับสมการ (ก.9)

ค่าคาดหวังของ X มักจะถูกเรียกชื่อกันบ่อย ๆ ว่า เป็นค่าเฉลี่ยของ X และเขียนแทนด้วย μ_x หรือเขียนอย่างง่าย ๆ เป็น μ เมื่อทราบตัวแปรสุ่มเฉพาะรายที่แน่นอน

ค่าเฉลี่ยหรือคาดหวังของ X จะให้ค่าเพียงค่าเดียว ซึ่งสามารถใช้เป็นตัวแทนหรือค่าเฉลี่ยของ X หรือบางครั้งจะเรียกว่าการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง

ตัวอย่าง ฟังก์ชันความหนาแน่นของตัวแปรส่วน X ซึ่งกำหนด ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{อื่น ๆ} \end{cases}$$

จงหาค่าคาดหวังของ X

วิธีทำ เพราะฉะนั้นค่าคาดหวังของ X คือ

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) = \int_0^2 x(\frac{1}{2}x)dx = \int_0^2 \frac{x^2}{2}dx = \frac{x^3}{6}\Big|_0^2 = \frac{4}{3}$$

ก.2.2 ค่าคาดหวังของฟังก์ชันตัวแปรสุ่ม

ถ้าให้ X เป็นตัวแปรสุ่ม แล้ว $Y = g(X)$ ซึ่งก็เป็นตัวแปรสุ่มด้วย ดังนั้น

$$P(Y = y) = \sum_{\{x|g(x)=y\}} P(X = x) \qquad (ก.12)$$

สามารถหาค่าคาดหวังของฟังก์ชันตัวแปรสุ่ม $g(X)$ ซึ่ง X เป็นตัวแปรสุ่ม ได้ดังนี้

1. ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น $f(X)$ แล้ว จะเห็นได้ว่า

$$E[g(X)] = g(x_1)f(x_1) + g(x_2)f(x_2) + g(x_3)f(x_3) + \ldots\ldots + g(x_n)f(x_n)$$

$$= \sum_{j=1}^{n} g(x_j)f(x_j) = \sum g(x)f(x) \qquad (ก.13)$$

2. ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันความหนาแน่น $f(X)$ แล้ว จะเห็นได้ว่า

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx \qquad (ก.14)$$

ในกรณีทั่ว ๆ ไปซึ่งประกอบไปด้วยตัวแปรสุ่มตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป ยกตัวอย่างเช่น ถ้า X และ Y เป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นร่วม $J(X,Y)$ เพราะฉะนั้นค่าคาดหวังของ $g(X,Y)$ จะมีรูปแบบดังนี้

$$E[g(X,Y)] = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} g(x,y)J(x,y)dxdy \qquad (ก.15)$$

ตัวอย่าง ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มตามตัวอย่างข้างต้น จงหา

$$E(3X^2 - 2X) = \int_{-\infty}^{\infty}(3x^2 - 2x)f(x)dx = \int_0^2 (3x^2 - 2x)(\frac{1}{2}x)dx = \frac{10}{3}$$

ก.3 การแจกแจงร่วมกัน (Joint Distribution)

จากแนวคิดข้างต้นนี้สามารถกล่าวถึงในกรณีทั่วไปของตัวแปรสุ่ม 2 ตัว หรือมากกว่า กรณีตัวแปรสุ่มสองตัว ซึ่งเป็นตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่องทั้งคู่ หรือเป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องทั้งคู่ และในกรณีที่มีตัวแปรสุ่มตัวหนึ่งเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง และอีกตัวหนึ่งก็สามารถกระทำได้โดยง่าย ในกรณีทั่วไปสำหรับตัวแปรสุ่มมากกว่าสองตัวก็สามารถกระทำได้ในทำนองเดียวกัน

กรณีที่เป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องทั้งคู่จะหาได้ง่าย โดยแทนที่ผลรวมด้วยอินทิกรัล ดังนั้นฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมกันสำหรับ X และ Y ซึ่งเป็นตัวแปรแบบสุ่ม 2 ตัว ที่จะเกิดขึ้นพร้อมกัน (หรือมักเรียกว่า ฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมกันของ X และ Y) ฟังก์ชันที่ใช้แทนการแจกแจงร่วมมักจะเขียนเป็น $J(X,Y)$ ของความไม่แน่นอนที่เป็นตัวแปรสุ่มทั้ง 2 ตัว ที่เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง ดังนี้

$$J(X,Y) = f(X)f(Y) \qquad (ก.16)$$

เมื่อ $J(X,Y)$ แทนฟังก์ชันการแจกแจงร่วมของ X และ Y โดย $f(X)$ และ $f(Y)$ แทนฟังก์ชันการกระจายความน่าจะเป็นแบบต่อเนื่องของ X และ Y ตามลำดับ ซึ่งในบรรดาการกระจายความน่าจะเป็นแบบต่อเนื่องทั้งหมด การกระจายที่สำคัญที่สุด และรู้จักกันมากที่สุดคือการกระจายแบบปกติ (Normal Distribution) หรือการกระจายแบบเกาส์เซียน (Gaussian Distribution) ซึ่งมีลักษณะรูปร่างของการกระจายแบบทรงระฆังคว่ำ (Bell Shape) จะมีฟังก์ชันของการกระจายเขียนได้ดังนี้

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp[\frac{1}{2}(x-\mu)^2 / \sigma^2] \qquad (ก.17)$$

โดยที่ μ คือค่าเฉลี่ย (mean) และ σ^2 คือ ความแปรปรวน (variance) ของตัวแปรสุ่ม X

สำหรับกรณีออกแบบระบบปรับเปลี่ยนนี้ให้ความไม่แน่นอนทั้งสองมีการกระจายแบบปกติ และ $\mu = 2, \sigma = 2$ จะได้ฟังก์ชันการแจกแจงร่วมของฟังก์ชันต่อเนื่องทั้งสองดังนี้

$$J(x,y) = \frac{1}{8\pi}\exp\left[\frac{-(x-2)^2 - (y-2)^2}{8}\right] \qquad (ก.18)$$

กรณีที่ X และ Y เป็นตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่องที่เป็นอิสระต่อกัน สำหรับทุกค่า x และ y จะกล่าวว่า X และ Y เป็นตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระกัน

$$P(X=x,Y=y)=P(X=x)P(Y=y) \quad (ก.19)$$

หรือสมมูลกับ

$$J(x,y)=f_1(x)f_2(y) \quad (ก.20)$$

ซึ่ง $f_1(x)$ และ $f_2(x)$ เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของ X และ Y ตามลำดับ

ก.4 ช่วงความเชื่อมั่นของค่าประมาณสำหรับพารามิเตอร์ประชากร

ถ้าให้ μ และ σ แทนค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสำหรับการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม S แล้ว ในขณะเดียวกันการแจกแจงของตัวอย่าง X มีลักษณะการแจกแจงแบบปกติ ถ้าคาดหวังว่าจะสามารถหา X ที่มีโอกาสตกอยู่ในช่วง $\mu-\sigma$ ถึง $\mu+\sigma$, $\mu-2\sigma$ ถึง $\mu+2\sigma$ หรือ $\mu-3\sigma$ ถึง $\mu+3\sigma$ นั้นคือประมาณเนื้อที่ภายใต้เส้นโค้งเท่ากับ 68.27% , 95.45% และ 99.73% ตามลำดับ

ในลักษณะเดียวกันสามารถคาดหวังที่จะพบ หรืออาจกล่าวได้ว่าสามารถมั่นใจในการหา μ ที่ปรากฏมีอยู่ในช่วง $X-\sigma$ ถึง $X+\sigma$, $X-2\sigma$ ถึง $X+2\sigma$ หรือ $X-3\sigma$ ถึง $X+3\sigma$ หรือประมาณ 68.27% , 95.45% และ 99.73% ตามลำดับ ด้วยเหตุนี้จึงเรียกในแต่ละช่วงสำหรับค่า 68.27%, 95.45% และ 99.73% นี้ว่า "ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับการประมาณ μ" (สปีเจล อาร์เมอร์เรย์, 2539) ตัวเลขที่จุดปลายของช่วงเหล่านี้ ($X\pm\sigma$, $X\pm 2\sigma$, $X\pm 3\sigma$) จึงถูกเรียกว่าขอบเขตความเชื่อมั่น หรือขอบเขตความไว้วางใจ

ในทำนองเดียวกัน $X\pm 1.96\sigma$ และ $X\pm 2.58\sigma$ นั้นก็คือ ขอบเขตความเชื่อมั่น 95% และ 99% (หรือ 0.95 และ 0.99) สำหรับ μ จำนวนร้อยละของความเชื่อมั่น มักถูกเรียกว่า ระดับความเชื่อมั่น (Confidence Level) ตัวเลข 1.93, 258 ฯลฯ ในขอบเขตความเชื่อมั่นจะถูกเรียกว่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น (Confidence Coefficients) หรือ ระดับค่าวิกฤต (Critical Values) ซึ่งถูกกำหนดแทนที่ด้วยสัญลักษณ์ z_c จากระดับความเชื่อมั่นใด ๆ สามารถหาสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น และในทางตรงกันข้ามก็สามารถหาระดับความเชื่อมั่นได้จากสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นอีกเช่นเดียวกัน

ในตารางที่ ก.2 กำหนด z_c ที่สอดคล้องกับค่าต่าง ๆ ของระดับความเชื่อมั่นที่ใช้กันอยู่ในทางปฏิบัติ

ตารางที่ ก.2 ค่าวิกฤตของระดับความเชื่อมั่นต่าง ๆ

ระดับความเชื่อมั่น (%)	ระดับค่าวิกฤต (critical values: z_c)
99.73	3.00
99.00	2.58
98.00	2.33
96.00	2.05
95.45	2.00
90.00	1.645
80.00	1.28
68.27	1.00
50.00	0.6745

ภาคผนวก ข.
โปรแกรมที่เขียนขึ้น

จากความเจริญก้าวหน้าทางด้านซอฟต์แวร์ (software) รวมทั้งอุตสาหกรรมไมโครโปรเซสเซอร์ของคอมพิวเตอร์ในปัจจุบัน ทำให้การพัฒนาซอฟต์แวร์เพื่อออปติไมซ์มีมากมายสำหรับแก้ปัญหาการโปรแกรมแบบเชิงเส้น และไม่เชิงเส้น การเลือกใช้ซอฟต์แวร์ขึ้นอยู่กับลักษณะปัญหาที่จะแก้, ความยากง่ายของโปรแกรม, ค่าใช้จ่ายการติดตั้ง, ความถี่ในการออปติไมซ์ปัญหาชนิดนั้น หรือบางทีอาจเป็นความชอบของผู้ใช้เอง รวมทั้งความสามารถในการใช้งานได้ หรือเวลาในการประมาลผลของซอฟต์แวร์นั้น

ในบางซอฟต์แวร์สามารถจะคำนวณผลได้ทั้งปัญหาที่เป็นเชิงเส้น และไม่เชิงเส้น เช่น MINOS, GINO, GRG2 และ MATLAB ซึ่งซอฟต์แวร์ส่วนใหญ่จะพัฒนามาจากการเขียนโปรแกรมภาษาฟอร์แทรน (Fortran) หรือ ภาษาซี (C) นอกจากนี้ในทางวิศวกรรมเคมีมีซอฟต์แวร์หลายตัวที่ช่วยการออปติไมซ์ปัญหาทางด้านวิศวกรรมเคมี โดยไม่ต้องเขียนแบบจำลองกระบวน เช่น ASPEN PLUS, PRO/II, PROS หรือ Hysim เป็นต้น โดยในงานวิจัยนี้เลือกใช้ แม็ทแลบ (MATLAB) ซึ่งเป็นซอฟต์แวร์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ใช้ในการออปติไมซ์ โดยที่ภายในแม็ทแลบจะมีทูลบ็อกซ์ (Toolbox) สำหรับแก้ปัญหาเชิงเส้น และไม่เชิงเส้นได้

ข.1 โปรแกรมแม็ทแลบ

แม็ทแลบ (MATLAB ย่อมาจาก Matrix Laboratory) เป็นซอฟต์แวร์ที่มีประสิทธิภาพสูงใช้สำหรับการคำนวณต่าง ๆ ในเชิงคณิตศาสตร์ทั้งทางด้านวิศวกรรมศาสตร์ และทางวิทยาศาสตร์ แม็ทแลบเริ่มแรกถูกใช้เป็นซอฟต์แวร์สำหรับการคำนวณที่ต้องใช้เมตริกซ์ (matrix) และเป็นระบบแบบปฏิสัมพันธ์ (interactive) ซึ่งข้อมูลพื้นฐานที่เป็นเมตริกซ์ไม่จำเป็นต้องจองพื้นที่ให้ไว้ก่อน และจุดเด่นอีกข้อหนึ่งของแม็ทแลบ คือ ช่วยแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ได้รวดเร็ว และง่ายต่อผู้ใช้มากกว่าภาษาสูงอื่น เช่น เบสิก (Basic), ซี (C) หรือ ฟอร์แทรน (Fortran) คำสั่งที่ใช้ในการแก้ปัญหาก็ไม่ซับซ้อน และง่ายต่อการเรียนรู้ มากกว่าภาษาสูงอื่น ๆ นอกจากนี้แม็ทแลบได้ถูกใช้งานกันอย่างกว้างขวางแล้ว ในด้านวิศวกรรม และด้านวิทยาศาสตร์ เนื่องจากผู้ใช้สามารถเขียนโปรแกรมเพื่อสร้างฟังก์ชัน หรือโปรแกรมพิเศษขึ้นมาใช้งานโดยเฉพาะในรูปเอ็มไฟล์ (M-files) และผู้ใช้ยัง

สามารถเรียกใช้งานฟังก์ชันของคำสั่งสำเร็จรูปที่พัฒนาขึ้นแล้ว และบรรจุอยู่ในส่วนหนึ่งของโปรแกรมแม็ทแลบ ซึ่งเรียกว่า ทูลบ็อกซ์ (Toolbox)

ข.1.1 การพัฒนาแม็ทแลบ

การพัฒนาแม็ทแลบได้ถูกพัฒนาขึ้นครั้งแรกที่มหาวิทยาลัยนิวแม็กซิโก ร่วมกับมหาวิทยาลัยสแตนฟอร์ดในช่วงปลายปี 1970 เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนการสอนในมหาวิทยาลัย สำหรับวิชาทางคณิตศาสตร์เบื้องต้นต่าง ๆ ช่วยในการคำนวณทางด้านเมตริกซ์ได้ แทนการเขียนโปรแกรมโดยใช้ฟอร์แทรน ต่อมาแม็ทแลบได้รวมเอาการพัฒนาโปรแกรมลินแพค (LINPACK) และอีสแพค (EISPACK) ซึ่งเป็นซอฟต์แวร์ที่ประกอบด้วยรูทีนย่อย (subroutine) ที่เขียนขึ้นจากภาษาฟอร์แทรน สำหรับการคำนวณทางด้านเมตริกซ์เข้ามาด้วย ปัจจุบันแม็ทแลบมีหลายเวอร์ชั่น (version) ตั้งแต่เวอร์ชั่นต่ำ ๆ เช่น student version ใช้งานสำหรับ ดอส (Dos) ซึ่งข้อจำกัดของเวอร์ชั่นต่ำ ๆ จะเป็นเรื่องของ คำสั่งที่ใช้ได้อาจถูกจำกัดในเรื่องของเวคเตอร์ หรือเมตริกซ์ ไม่สามารถทำกราฟฟิกได้ แต่มีข้อดี คือไม่ต้องพื้นที่หน่วยความจำบนฮาร์ดดิสก์ (Harddisk) มาก รวมทั้งคอมพิวเตอร์ที่ใช้อาจเป็นรุ่นต่ำ ๆ เช่น 386 การใช้งานเป็นการแก้ปัญหาที่ไม่ซับซ้อนมากนัก นอกจากนี้แม็ทแลบมีการพัฒนาขึ้นมาเรื่อย ๆ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความเร็วของคอมพิวเตอร์ พื้นที่หน่วยความจำ และการใช้งานสำหรับเวอร์ชั่นที่พัฒนามากขึ้น จะเป็นประเภทที่ใช้ได้กับวินโดวส์ (Windows) การใช้งานจะง่ายขึ้นคือ สามารถทำซอฟต์แวร์อื่น ๆ ไปได้ในเวลาเดียวกัน นอกจากนี้เวอร์ชั่นสูง ๆ จะมีพัฒนาทูลบ็อกซ์ที่ช่วยในงานด้านต่าง ๆ เพิ่มขึ้น เช่น การคำนวณทางสถิติ, การประมวลผลสัญญาณ, การควบคุมระบบ และการออปติไมซ์ เป็นต้น อย่างไรก็ตามการเลือกใช้งานเวอร์ชั่นต่าง ๆ ก็ขึ้นอยู่กับผู้ใช้ และงบประมาณที่มีอยู่ แต่หลักการพื้นฐานจะคงเหมือนกัน ไม่ว่าจะเวอร์ชั่นใดก็ตาม

ข.1.2 วิธีการใช้งานโปรแกรมแม็ทแลบ

การเขียนโปรแกรมแม็ทแลบสามารถทำได้ โดยการเรียกโน้ตแพด (Notepad) ในโปรแกรมแม็ทแลบ แล้วทำการเขียนคำสั่งหรือข้อมูลต่าง ๆ ลงในโน้ตแพด แล้วเลือกใช้คำสั่ง save โปรแกรมที่เขียนขึ้นบนโน้ตแพดให้มีนามสกุล *.m (M-file) คอมพิวเตอร์จะเก็บบันทึกข้อมูลต่าง ๆ ในโน้ตแพด หลังจากนั้นทำการทดสอบ หรือเรียกใช้งานโปรแกรมที่เขียนขึ้น โดยเข้าไปยังหน้าต่างคำสั่ง (Command Window) จะเห็นเครื่องหมาย prompt (>>) ให้ป้อนคำสั่ง หรือชื่อไพล์ที่ต้องการเรียกใช้งาน แล้วโปรแกรมแม็ทแลบจะทำการประมวลผลข้อมูลตามคำสั่งที่เขียนไว้ในโน้ตแพด

สำหรับการใช้งานแม็ทแลบครั้งแรกอาจใช้คำสั่ง Demo พิมพ์ลงบนหน้าต่างคำสั่ง เพื่อดูลักษณะการทำงานของแม็ทแลบ และตัวอย่างที่ผู้ใช้สามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง หรืออาจใช้คำสั่ง Help เพื่อดูรายละเอียดของคำสั่งที่ต้องการเพิ่มเติมได้ เมื่อผู้ใช้งานจะออกจากโปรแกรมแม็ทแลบให้เลือกใช้คำสั่ง Exit บทแถบเครื่อง นอกจากนี้การประยุกต์ใช้ของแม็ทแลบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ (Biran และ Breiner, 1996)

ข.2 โปรแกรมออปติไมซ์กรณีปกติ

การออปติไมซ์ปัญหาไม่เชิงเส้นแบบมีข้อจำกัดทั่วไปในโปรแกรมแม็ทแลบ สามารถทำได้โดยเรียกใช้ฟังก์ชัน “constr.m” ซึ่งเป็นฟังก์ชันในทูลบ็อกซ์ออปติไมซ์ของแม็ทแลบ สำหรับตัวอย่างการใช้งานจะยกตัวอย่างระบบออกแบบท่อกรณีปกติ ซึ่งประกอบด้วย 2 ไฟล์ (file) คือ usepump1.m และ pump1.m โดยไฟล์ usepump1.m เป็นโปรแกรมหลักสำหรับเรียกใช้งานโปรแกรมรอง pump1.m ซึ่งเปรียบเสมือนรูทีนย่อย (subroutine) เช่นเดียวกับการเขียนโปรแกรมในภาษาฟอร์แทรน หรือ ซี

- **โปรแกรมหลัก** (main program)

usepump1.m

```
%Grossmann.I.E.;Optimum Design of Chemical Plants
%%with Uncertainty Parameter,AIChE Journal,24,6,1021-1028
clear all
z=cputime;
XO=[1013529.28,1327000.000,1327000,0.84];
options(14)=1000;
options(4)=1e-3;
options(13)=1;
options(1)=1;
[x,options]=constr('pump1',XO,options);
x
options(8)
```

```
options(10)
t=cputime-z
```

- **โปรแกรมย่อย** (subprogram)

โปรแกรมรองจะเป็นฟังก์ชันไฟล์ ที่เริ่มต้นบรรทัดแรกด้วยคำว่า function [ ] ทำหน้าที่ค่าตัวแปรในโปรแกรมหลัก แล้วมาคำนวณค่าส่งกลับให้โปรแกรมหลักใช้ในขั้นต่อไป

pump1.m

```
function [F,G]=pump1(x)
p=x(1);
what=x(2);
w=x(3);
d=x(4);
%%%%
w0=994.018;
w1=2394.021;
w2=5.6608566;
w3=0.04;
w4=101352.928;
%%%%
c0=196850.0;
c1=0.84632;
c2=0.4251;
%%%
eff=0.5;
a=0.04;
%%%
pmin=1013529.28;
%%%
c=c0*d+c1*what^0.86+c2*w;
```

```
e1=w-(w0/eff)*(((p-w4)/w1)+(w2*a/(w3*d^4.84)));
g1=pmin-p;
g2=0.001-d;
g3=w-what;
F=c;
G=[e1 g1 g2 g3];
return
```

- **การแสดงผลการคำนวณ**

การคำนวณโปรแกรมที่เขียนขึ้นจะทำได้โดยเรียกใช้โปรแกรมหลัก usepump1.m บนหน้าต่างคำสั่ง แล้วหน้าต่างคำสั่งจะแสดงผลการคำนวณดังนี้

```
f-COUNT   FUNCTION     MAX{g}       STEP  Procedures
   5     885490      543344          1
  11      750884      383175        0.5
  16      808902     22265.3          1
  21      810051      448.321         1
  26      810056     0.924312         1
  45      810060     0.788593    -0.000061   mod Hess
  64      810061     0.782279    -0.000061   mod Hess
  73      809878     0.156751      0.0625
  88      809850     0.166807     0.000977   mod Hess
 105       809796     0.158473     0.000244   mod Hess
 126       809803    0.0543236   -0.0000153   mod Hess
 144       809740     0.243121     0.000122
 152       808841     3.32953       0.125
 166       808277     6.91525      0.00195
 176       807106     30.4928       0.0312
 186       804875     162.052       0.0312
 196       802264     355.46       0.0312
```

204	794460	1930.25	0.125	
211	780852	6701.82	0.25	
217	758431	21595.9	0.5	
222	739323	31788.7	1	
227	740401	8905.59	1	
232	741003	2359.67	1	
237	741383	402.17	1	
242	741482	4.81738	1	
247	741483	0.294044	1	
252	741482	0.324688	1	
257	741482	0.371128	1	
263	741482	1.03826	0.5	
268	741481	0.116657	1	
273	741475	1.0114	1	
279	741475	354.354	0.5	
284	741389	11.6134	1	
289	741175	200.578	1	
294	740884	153.359	1	
299	739298	1455.88	1	
304	736808	1550.65	1	
309	723406	15875.9	1	
314	705466	5589.43	1	
319	664254	19026.5	1	
324	628011	36172.6	1	
329	635517	5588.52	1	
334	634607	2767.55	1	
339	635373	437.421	1	
344	635546	24.3455	1	
349	635557	0.107259	1	
354	635557	0.000024526	1	mod Hess

362	635554	3.21042	0.125	
367	635555	0.0701367	1	
373	635506	65.581	0.5	
378	635511	2.39837	1	
383	635024	285.872	1	
388	634498	245.274	1	
393	632538	927.476	1	
398	628279	1879.07	1	
403	616088	5574.2	1	
408	606136	900.682	1	
413	602298	293.899	1	
419	576317	27004.4	0.5	
424	586019	7956.63	1	
429	589130	818.931	1	
434	589510	60.3204	1	
439	589541	1.13917	1	
444	589542	0.000600693	1	mod Hess
449	589542	2.4098e-008	1	mod Hess
467	589542	2.4098e-008	0.000122	mod Hess(2)
468	589542	2.42144e-008	1	mod Hess(2)

Optimization Terminated Successfully

Active Constraints:

ans =

1

2

4

```
x =
  1.0e+006 *
1.01352928000000  0.81243443961173  0.81243443961173  0.00000072064030

COST =
  5.895470456672263e+005
ans =
  468

t =
  1.57999999999993
```

ข.2 โปรแกรมออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนแบบดีเทอร์มินิสติก

การคำนวณหาขนาดเครื่องปฏิกรณ์กรณีมีความไม่แน่นอน จะใช้วิธีการออปติไมซ์แบบดีเทอร์มินิสติก ตามวิธีของ Grossmann และ Sargent (1978) โดยในงานวิจัยนี้ใช้ MATLAB ช่วยคำนวณหาคำตอบ ในที่นี้จะแสดงโปรแกรมที่ใช้ในการหาขนาดท่อที่คำนึงถึงความไม่แน่นอน กรณีแฟกเตอร์น้ำหนัก หรือโอกาสที่จะเกิดแต่ละสถานการณ์ คือ $\sigma^1 = 0.8, \sigma^2 = 0.1$ และ $\sigma^3 = 0.1$ ได้ดังนี้

โปรแกรมหลัก

```
usepump.m
%%Grossmann.I.E.;Optimum Design of Chemical Plants
%%with Uncertainty Parameter,AIChE Journal,24,6,1021-1028
%%weighting factor
clear all
z=cputime;
XO=[1327000.000,1327000.000,1327000.000,1327000.000,0.84];
options(14)=1000;
```

```
options(4)=1e-3;
options(13)=3;
options(1)=1;
[x,options]=constr('pump',XO,options);
x
COST=options(8)
options(10)
t=cputime-z
```

- **โปรแกรมย่อย**

pump.m

```
function [F,G]=pump(x)
%%Grossmann.I.E.;  Optimum Design of Chemical Plants
%%with Uncertainty Parameter,AIChE Journal,24,6,1021-1028
what=x(1);
wn=x(2);
wu=x(3);
wl=x(4);
d=x(5);
%%%%
w0=994.018;
w2=5.6608566;
w3=0.04;
w5=381.024135;
%%%%
c0=196850.0;
c1=0.84632;
c2=0.4251;
%%%
```

```
eff1=0.5;
a1=0.04;
%%%
eff2=0.3;
a2=0.06;
%%%
eff3=0.6;
a3=0.02;
%%% weighting factor
sigma1=0.8;
sigma2=0.1;
sigma3=0.1;
%%%
c=c0*d+c1*what^0.86+c2*(sigma1*wn+sigma2*wu+sigma3*wl);
%%%
e1=wn-(w0/eff1)*(w5+(w2*a1/(w3*d^4.84)));
e2=wu-(w0/eff2)*(w5+(w2*a2/(w3*d^4.84)));
e3=wl-(w0/eff3)*(w5+(w2*a3/(w3*d^4.84)));
%%%;
g1=0.001-d;
g2=wn-what;
g3=wl-what;
g4=wu-what;
%%%
F=c;
G=[e1  e2 e3  g1  g2  g3  g4 ];
return
```

- **การแสดงผลการคำนวณ**

f-COUNT	FUNCTION	MAX{g}	STEP	Procedures
6	885490	684855	1	
13	760939	325654	0.5	
19	679657	1170.06	1	
25	679734	2.12803	1	
31	679734	0.0006986	1	mod Hess
37	679734	0.000362947	1	mod Hess
57	679734	0.000265343	-0.000061	mod Hess(2)
65	679734	0.000214714	0.25	
85	679734	0.000213597	-0.000061	
91	679734	0.000083633	1	mod Hess(2)
97	679648	0.85449	1	
109	679622	0.834225	0.0156	
120	679596	0.497911	0.0312	
140	679596	0.4969	-0.000061	
146	679596	0.0116518	1	
152	679596	0.00635879	1	
158	679594	0.00344367	1	mod Hess
164	679545	0.150593	1	
170	678726	58.3748	1	mod Hess
180	678168	83.8232	0.0625	
187	676594	316.301	0.5	
195	675514	385.179	0.25	
202	672110	1797.18	0.5	
208	670808	679.092	1	
214	669521	658.918	1	
220	667215	2865.14	1	
226	667871	57.6177	1	

```
233     667795     55.8798        0.5
240     667691     100.172        0.5
246     667603     198.273         1
252     667658     0.90034         1
258     667658   0.00458971          1
264     667658 0.0000405167          1   mod Hess(2)
265     667658 4.65661e-010         1   mod Hess(2)
Optimization Terminated Successfully
Active Constraints:


ans =

     1

     2

     3

     7


x =

  1.0e+006 *

  Columns 1 through 4

  1.37012937254615   0.80054831476808   1.37012937254615   0.64918250500706

  Column 5

   0.0000007578514


COST =

    6.676584486577511e+005


ans =

       265

t =

    2.36000000000013
```

ข.3 โปรแกรมออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนแบบสโตแคสติก

สำหรับการออปติไมซ์แบบสโตแคสติก ในภาคผนวกนี้จะแสดงโปรแกรมกรณีออกแบบปรับเปลี่ยนระบบเชิงเส้น

maind2.m

```
clear all
clear global
clear
z=cputime;
global d1  d2 dE1 dE2
global meanv1  meanv2  stdv1  stdv2
del_d1=1.5;
del_d2=3.5;
dE1=3;
dE2=1;
EP=inf;
error =1;
meanv1=2;
stdv1=2;
meanv2=2;
stdv2=2;
iteration=0;
z=ones(1,25);
X3=[del_d1,del_d2,z];
disp(' iteration          del_d1       del_d2       EP        error')

while error > 0.1
    clear prodict, feas, feas1, PQ1_11, constr
    d1=del_d1+dE1;
```

```
d2=del_d2+dE2;

%%%%%%%%%
iteration=iteration+1;
XO=[meanv1,meanv1,meanv2,meanv2,1,1];
VLB=[];
VUB=[];
options=[];
[x,options,lamda]=constr('feas',XO,options,VLB,VUB);
x1=x;

%%%%
del_uncer1=abs(x1(2)-x1(1));

%%% %%%%
lower=x1(1);
upper=x1(2);

fx1=[-0.9061798459;-0.5384693101;0.0;0.5384693101;0.9061798459];
interval = 0.5*(upper*(1+fx1)+lower*(1-fx1));
W1 = [0.2369268850;0.4786286705;0.5688888889;0.4786286705;0.2369268850];

%%% %%%%%
for i=1:5
        XO=[meanv2,meanv2,1,1];
        VLB=[];
        VUB=[];
        options=[];
        [x,options,lamda]=constr('feas1',XO,options,VLB,VUB,[],interval(i));
        x2(i,:)=x;
```

```
end
%%%%
lo_q1q2=x2(:,1);
up_q1q2=x2(:,2);

fx2=[-0.9061798459;-0.5384693101;0.0;0.5384693101;0.9061798459];
inter_q1q2 = 0.5*(up_q1q2(1)*(1+fx2)+lo_q1q2(1)*(1-fx2));
inter_q1q2_2 = 0.5*(up_q1q2(2)*(1+fx2)+lo_q1q2(2)*(1-fx2));
inter_q1q2_3 = 0.5*(up_q1q2(3)*(1+fx2)+lo_q1q2(3)*(1-fx2));
inter_q1q2_4 = 0.5*(up_q1q2(4)*(1+fx2)+lo_q1q2(4)*(1-fx2));
inter_q1q2_5 = 0.5*(up_q1q2(5)*(1+fx2)+lo_q1q2(5)*(1-fx2));
W2 = [0.2369268850;0.4786286705;0.5688888889;0.4786286705;0.2369268850];
inter_q1q2_1=[inter_q1q2'; inter_q1q2_2'; inter_q1q2_3'; inter_q1q2_4';
        inter_q1q2_5'];
del_uncer2=abs(up_q1q2-lo_q1q2);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
VLB=[0,0];
VUB=[4,4];
options(14)=4000;
[x,options]=constr('depen2',X3,options,VLB,VUB,[],interval,inter_q1q2_1,...
        W1,W2,del_uncer1,del_uncer2);
X3=x;
iteration;
error=abs(EP+options(8));
EP=-options(8);

del_d1=x(1);
del_d2=x(2);
his_EP_U(iteration)=EP;
```

```
    progress(iteration)=iteration;
fprintf(' %2d  %5.5f  %5.5f  %5.5f   %5.5f \n    ',iteration,del_d1,del_d2,EP,error)
if iteration==6
            break
    end
end
```

- **โปรแกรมย่อยที่ 1**

feas.m เป็นไฟล์ที่ช่วยคำนวณขอบเขตของความไม่แน่นอนตัวที่ 1

feas.m

```
function [F,G]=feas(x)
global d1  d2
global meanv1
global meanv2
global stdv1  stdv2

unc1_l=x(1);
unc1_u=x(2);

unc2_l=x(3);
unc2_u=x(4);

z_l=x(5);
z_u=x(6);

%%%lower
f1=z_l-unc1_l+0.5*unc2_l+d1-3*d2;
f2=-z_l-unc1_l/3-unc2_l+d2+1/3;
```

```
f3=z_l+unc1_l-unc2_l-d1-1;
f4=(meanv1-stdv1)-unc1_l;

%%upper
f5=z_u-unc1_u+0.5*unc2_u+d1-3*d2;
f6=-z_u-unc1_u/3-unc2_u+d2+1/3;
f7=z_u+unc1_u-unc2_u-d1-1;
f8=unc1_u-(meanv1+stdv1);

F=-(unc1_u-unc1_l);
G=[f1 f2 f3 f4 f5 f6 f7 f8 ];
```

- **โปรแกรมย่อยที่ 2**

feas1.m เป็นไฟล์ที่ช่วยคำนวณขอบเขตของความไม่แน่นอนตัวที่ 2

feas1.m

```
function [F,G]=feas1(x,interval)
global d1 d2
global meanv1
global meanv2
global stdv1  stdv2
unc1_l=interval;
unc1_u=interval;
unc2_l=x(1);
unc2_u=x(2);
z_l=x(3);
z_u=x(4);
%%%lower
f1=z_l-unc1_l+0.5*unc2_l+d1-3*d2;
f2= -z_l-1/3*unc1_l-unc2_l+d2+1/3;
```

```
f3=z_l+unc1_l-unc2_l-d1-1;
f4=(meanv2-stdv2)-unc2_l;
%%upper
f5=z_u-unc1_u+0.5*unc2_u+d1-3*d2;
f6=-z_u-1/3*unc1_u-unc2_u+d2+1/3;
f7=z_u+unc1_u-unc2_u-d1-1;
f8=unc2_u-(meanv2+stdv2);
F=-(unc2_u-unc2_l);
G=[f1 f2 f3 f4 f5 f6 f7 f8];
```

- **โปรแกรมย่อยที่ 3**

normal.m เป็นไฟล์ที่คำนวณฟังก์ชันการแจกแจงแบบปกติของความไม่แน่นอน

```
normal.m
function f=normal(x,meu,sigma)
g1=(x-meu).^2;
g2=2*sigma^2;
gg=(g1/g2);
k=exp(-gg);
r=sigma*sqrt(2*pi);
f=1/r*k;
return
```

- **โปรแกรมย่อยที่ 4**

depen2.m เป็นไฟล์ที่คำนวณสมการข้อจำกัด และออปเจกทีฟฟังก์ชันของระบบ

```
depen2.m
function [F,G]=depen2(x,interval,inter_q1q2_1,W1,W2,del_uncer1,del_uncer2)
global  dE1 dE2
global meanv1
```

```
global meanv2
global stdv1  stdv2

del_d1=x(1);
del_d2=x(2);
kk=3;
for k=1:25
    z1(k)=x(kk);
    kk=kk+1;
end
d1=del_d1+dE1;
d2=del_d2+dE2;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% PQ
k=1;
kk=4;
for i=1:5
    unc1=interval (i);
    for j=1:5
            unc2=inter_q1q2_1(i,j);
            z=z1(k);
            f1_PQ(k)=z-unc1+0.5*unc2+d1-3*d2;
            f2_PQ(k)=-z-unc1/3-unc2+d2+1/3;
            f3_PQ(k)=z+unc1-unc2-d1-1;
            P(i,j)=10*z;
            F_PQ1(1,k)=f1_PQ(k);
            F_PQ2(1,k)=f2_PQ(k);
            F_PQ3(1,k)=f3_PQ(k);
            k=k+1;
            kk=kk+1;
    end
```

```
end
for i=1:5
    for j=1:5
        Jmatrix(i,j)=normal(interval(i),meanv1,stdv1)*normal(inter_q1q2_1(i,j),...
                    meanv2,stdv2);
    end
end
EP1=P.*Jmatrix;
EP2=EP1*W2;
EP3=EP2.*(del_uncer2/2);
EP4=W1'*EP3;
EP=-10*del_d1-10*del_d2+del_uncer1/2*EP4;
G=[F_PQ1 F_PQ2 F_PQ3];
F=-EP;
return
```

- **การแสดงผลการคำนวณ**

สำหรับผลการคำนวณโปรแกรมออปติไมซ์ภายใต้ความไม่แน่นอนแบบสโตแคสติกในระบบนี้ ทำได้โดยการเรียกใช้ไฟล์ " maind2.m " ซึ่งเป็นโปรแกรมหลัก (main program)ในที่นี้ จะได้ผลการคำนวณดังนี้

iteration	del_d1	del_d2	EP	error
1	0.00000	0.49466	3.83436	Inf
2	0.00000	0.46153	4.30094	0.46659
3	0.00000	0.46153	4.28500	0.01594

ประวัติผู้เขียน

นางสาวธิดาพันธ์ ซื่อสัตยาวงศ์ เกิดวันที่ 7 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2518 ที่กรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาเคมีวิศวกรรม คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2538 และศึกษาต่อหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย