รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ธีระพร วีระถาวร, ดร. การอนุมานเชิงสถิติขั้นกลาง:โครงสร้างและความหมาย. กรุงเทพมหานคร : พิทักษ์การพิมพ์ , 2531.

ประชุม สุวัตถี. ทฤษฎีการอนุมานเชิงสถิติ. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์ , 2527.

ภาษาอังกฤษ

Banks, J. and Carson, J.S. Discrete-Event System Simulation. New Jersey : Prentice-hall, 1984.

Boss, Dennis D. Minimum distance estimators for location and goodness of fit. Journal of the American Statistical Association 76 (1981) : 663-670.

Hogg,Robert V. and Klugman, Stuart A. Loss Distributions. New York : John wiley & Son, 1984.

Ingram Olkin, Leon J. Gleser and Cyrus Derman. Probability Models and Applications. 2nd ed. New York : Macmillan, 1994.

Jain, G.C. and Consul, P.C. A generalized negative binomial distribution. Siam Journal Applied Math 21 (December 1971) : 501-513.

Parr,William C. and Schucany, William R. Minimum distance and robust estimation. Journal of the American Statistical Association 75 (1980) : 616-624

Rao, C.R. Theory of the method of estimation by minimum chi-square. Bull. Interat. Statist. Inst. 35 (1957) : 25-32

Takacs,L. A generalization of the ballot problem and its application in the theory of queues. Journal of the American Statistical Association 57 (1961) : 327-337

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

การผลิตเลขสุ่มโดยใช้โปรแกรม

ชุดตัวเลขสุ่มที่ผลิตขึ้นต้องมีคุณสมบัติทางสถิติที่สำคัญ 2 ประการคือ ความสม่ำเสมอ (Uniform) และความเป็นอิสระ (Independence) ตัวเลขสุ่มแต่ละตัวจะถูกเลือกอย่างอิสระจากเลขสุ่ม R ที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอ (Uniform Distribution) ระหว่าง 0 ถึง 1

วิธีการผลิตเลขสุ่มแบบ Linear Congruential Method จะผลิตเลขสุ่มจำนวนเต็ม $x_1, x_2, \ldots$ มีค่าระหว่าง 0 ถึง M -1 จากสมการตัวผลิต

$$x_i = (ax_{i-1} + C) \text{Mod} M \quad , i = 1,2,\ldots$$

ตัวเลขจำนวนเต็ม $x_1, x_2, \ldots$ จะมีการแจกแจงสม่ำเสมอ U(0,M -1) เพราะฉะนั้น ตัวเลขสุ่ม $R_1, R_2, \ldots$ จะมีการแจกแจงสม่ำเสมอ U(0,1) ซึ่งผลิตได้จากสมการ

$$R_i = x_i / M \quad , i = 1,2,\ldots$$

a เป็นค่าคงที่

C เป็นค่าส่วนเพิ่ม (Increment)

x_0 เป็นตัวเลขนำ

M คือ Modulus

Mod หมายความว่า $(ax_{i-1} + C)$ หารด้วย M จนกระทั่งเหลือเศษน้อยกว่า ค่า M เลขที่เหลือจึงเป็นเลขสุ่มคล้ายสุ่มตัวต่อไปคือ x_i

ถ้ากำหนดค่า $c \neq 0$ เรียกตัวผลิตว่า Mixed Congruential Method แต่ถ้ากำหนด c = 0 เรียกตัวผลิตนี้ว่า Multiplicative Congruential Method การกำหนดค่า c,a, M และ x_0 มีความสำคัญมากเนื่องจากมีผลโดยตรงต่อคุณสมบัติทางสถิติ และความยาวของชุดตัวเลขสุ่ม จากสูตร $R_i = x_i / M$ จะได้ว่า R_i มีค่าอยู่ในเซตของ { 0, /M, 2/M,. . . (M-1)/M} ทั้งนี้เพราะว่าค่าของ x_i เป็นเลขจำนวนเต็มอยู่ในเซต { 0,1,2,. . .(M-1)} เพราะฉะนั้นค่า R_i มีค่าไม่ต่อเนื่องแทนที่จะเป็นค่าต่อเนื่องที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอ [0,1] อย่างไรก็ตามจะประมาณความต่อเนื่องได้โดยการกำหนดค่า M ให้มีขนาดใหญ่มากๆ จะมีผลทำให้ช่องว่างระหว่าง R_i i = 1,2,. . . มีค่าเล็กลง ทำให้ได้ค่า R_i ที่มีความต่อเนื่องโดยประมาณ ลักษณะการทำงานดังกล่าวเป็นการสร้างความหนาแน่น (Density) ในกลุ่มตัวเลขสุ่มให้มีความหนาแน่นสูงใน [0,1] และเพื่อหลีกเลี่ยงชุดตัวเลขสุ่มซ้ำในการใช้งานครั้งหนึ่งๆ ตัวผลิตควรมีความยาวของชุดตัวเลขสุ่มมากที่สุดเท่า

ที่จะเป็นไปได้

การกำหนดค่า a,c,M และ x_0 มีความสำคัญมาก เนื่องจากมีผลโดยตรงต่อคุณสมบัติทางสถิติและความยาวของชุดตัวเลขสุ่ม ตัวผลิตเลขสุ่มที่ได้ผ่านการทดสอบแล้วอย่างมากคือการวิธี Multiplicative Congruential ที่กำหนด c = 0 และกำหนด $a = 7^5 = 16807$ การกำหนดค่า M ให้มีขนาดใหญ่มากๆ และเป็นเลขคี่ที่สามารถคำนวนได้จากเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยที่ $M = 2^b$ เมื่อ b เป็นความยาว 1 word หรือจำนวน bit ใน 1 word ของเครื่องคอมพิวเตอร์ 32 bit ซึ่ง bit สุดท้าย 1 bit ใช้สำหรับแสดงเครื่องหมาย ดังนั้นเลขจำนวนเต็มที่ใหญ่ที่สุดใน 1 word และเป็นเลขคี่ที่คอมพิวเตอร์ได้รับคือ $2^{b-1}-1$ เท่ากับ $2^{31}-1 = 2147483647$ นั้นคือค่า M ควรมีค่า = 2147483647

จากค่า a และ M ข้างต้นสามารถเขียนโปรแกรมฟอร์แทรนที่เป็นโปรแกรมย่อย SUBROUTINE ได้ดังนี้

```
SUBROUTINE RAND(IX,Y)
IY = IX*16807
IF(IY) 51,52,52
IY = IY+2147483647+1
Y = IY
Y = Y*0.465613E-9
IX = IY
RETURN
END
```

หมายเหตุ 1. IX คือเลขสุ่มตัวแรกที่เป็นจำนวนเต็มบวกเลขคี่ และน้อยกว่า 2147483648 ในที่นี้ค่าเริ่มต้นที่ใช้ IX = 973523 ซึ่งค่า IX นี้เป็นค่าเริ่มต้นที่จะให้ฟังก์ชันคำนวน IX ใหม่ออกมา

2. $2^{-31} = 0.4656613 \times 10^{-9}$

3. ในรูปสมการข้างต้น x_i หารด้วย 2^{31} แทนที่จะเป็น $2^{31}-1$ ซึ่งไม่มีผลแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ เนื่องจาก M มีค่าใหญ่มาก

การสร้างการแจกแจงทวินามลบแบบทั่วไป

การผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงทวินามลบแบบทั่วไป โดยการนำตัวเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอ U(0,1) มาเปรียบเทียบกับค่าฟังก์ชันการแจกแจง (CDF)

ซึ่งฟังก์ชันการแจกแจง แสดงได้ดังนี้

$$F(a) = \sum_{x=0}^{a} \frac{m}{m+\beta x}\binom{m+\beta x}{x}\theta^{x}(1-\theta)^{m+\beta x-x}$$

โดยที่ $0<\theta<1$, $1\le\beta<\theta^{-1}$, $m>0$

ถ้าค่าของตัวเลขสุ่มที่ได้มากกว่า $CDF(x-1)$ แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ $CDF(x)$ ก็จะได้ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินามลบเท่ากับ x

ซึ่งคำสั่งในการสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบทวินามลบแบบทั่วไป คือ

```
      CDF(0) = (1-C)**ZM
      CDF(1) = CDF(0)+(ZM*C*((1-C)**(B+ZM-1)))
      DO 15 J=2,130
      I=J-1
      A1 = C**J
      A2 = (1-C)**(ZM+(B*J)-J)
      A3 = 1
      DO 5 K=1,I
      A3 = (ZM+(B*J)-K)*A3
    5 CONTINUE
      A4 = A1*A2*A3*ZM
      FACT = 1
      DO 10 L=1,J
      FACT = FACT*L
   10 CONTINUE
```

```
      A5 = A4/FACT
      CDF(J) = CDF(I)+A5
      IF(CDF(J).GE.0.99999) THEN
      IJ = J
      GOTO 20
      END IF
   15 CONTINUE
   20 JJ = IJ
      DO 40 I=1,N
      CALL RAND(IX,Y)
      DO 35 J=1,JJ
       IF(Y.LE.CDF(0)) THEN
       X(I) = 0
       ELSE IF((Y.GT.CDF(J-1)).AND.(Y.LE.CDF(J))) THEN
       X(I) = J
       END IF
   35 CONTINUE
   40 CONTINUE
```

วิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson Method)

ในบางครั้งการแก้สมการหาค่ารากไม่สามารถจะหาได้โดยตรง จำเป็นต้องใช้เทคนิคการวิเคราะห์เชิงตัวเลขเข้ามาช่วย การวิจัยครั้งนี้จะใช้ วิธีนิวตัน-ราฟสัน ซึ่งเป็นวิธีที่นิยมใช้กันแพร่หลาย โดยจะใช้สมการ p สมการ เมื่อต้องการหาค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า p พารามิเตอร์ เนื่องจากการแจกแจงที่ใช้ในการวิจัยเป็นการแจกแจงที่มี 3 พารามิเตอร์ ดังนั้นสมการที่ใช้จะมีเพียง 3 สมการ

กำหนดให้สมการที่ต้องการหาค่าพารามิเตอร์เป็นดังนี้

$$g_1(\theta, \beta, m) = 0$$

$$g_2(\theta, \beta, m) = 0$$

$$g_3(\theta, \beta, m) = 0$$

เมื่อ θ, β, m เป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า

โดยที่ $g_1(\theta,\beta,m), g_2(\theta,\beta,m), g_3(\theta,\beta,m)$ เป็นการหาอนุพันธ์บางส่วน (Partial Derivatives) ของตัวสถิติที่ต้องการศึกษา เทียบกับพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณ ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้ พารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณ คือ θ, β, m ตามลำดับ

กำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น θ_0, β_0, m_0 จากนั้นใช้วิธีการประมาณเชิงเส้นจะได้สมการดังนี้

$$\left.\begin{aligned} &g_1(\theta_0,\beta_0,m_0) + g_{11}(\theta_0,\beta_0,m_0)(\theta-\theta_0) + g_{12}(\theta_0,\beta_0,m_0)(\beta-\beta_0) \\ &+ g_{13}(\theta_0,\beta_0,m_0)(m-m_0) \end{aligned}\right\} = 0$$

$$\left.\begin{aligned} &g_2(\theta_0,\beta_0,m_0) + g_{21}(\theta_0,\beta_0,m_0)(\theta-\theta_0) + g_{22}(\theta_0,\beta_0,m_0)(\beta-\beta_0) \\ &+ g_{23}(\theta_0,\beta_0,m_0)(m-m_0) \end{aligned}\right\} = 0$$

$$\left.\begin{aligned} &g_3(\theta_0,\beta_0,m_0) + g_{31}(\theta_0,\beta_0,m_0)(\theta-\theta_0) + g_{32}(\theta_0,\beta_0,m_0)(\beta-\beta_0) \\ &+ g_{33}(\theta_0,\beta_0,m_0)(m-m_0) \end{aligned}\right\} = 0$$

เมื่อ

$$g_{11}(\theta,\beta,m) = \frac{\partial g_1(\theta,\beta,m)}{\partial\theta}$$

$$g_{12}(\theta,\beta,m) = \frac{\partial g_1(\theta,\beta,m)}{\partial\beta}$$

$$g_{13}(\theta,\beta,m) = \frac{\partial g_1(\theta,\beta,m)}{\partial m}$$

$$g_{21}(\theta,\beta,m) = \frac{\partial g_2(\theta,\beta,m)}{\partial\theta}$$

$$g_{22}(\theta,\beta,m) = \frac{\partial g_2(\theta,\beta,m)}{\partial\beta}$$

$$g_{23}(\theta,\beta,m) = \frac{\partial g_2(\theta,\beta,m)}{\partial m}$$

$$g_{31}(\theta,\beta,m) = \frac{\partial g_3(\theta,\beta,m)}{\partial \theta}$$

$$g_{32}(\theta,\beta,m) = \frac{\partial g_3(\theta,\beta,m)}{\partial \beta}$$

$$g_{33}(\theta,\beta,m) = \frac{\partial g_3(\theta,\beta,m)}{\partial m}$$

หรือสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ได้ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} g_1(\theta_0,\beta_0,m_0) \\ g_2(\theta_0,\beta_0,m_0) \\ g_3(\theta_0,\beta_0,m_0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_{11}(\theta_0,\beta_0,m_0) & g_{12}(\theta_0,\beta_0,m_0) & g_{13}(\theta_0,\beta_0,m_0) \\ g_{21}(\theta_0,\beta_0,m_0) & g_{22}(\theta_0,\beta_0,m_0) & g_{23}(\theta_0,\beta_0,m_0) \\ g_{31}(\theta_0,\beta_0,m_0) & g_{32}(\theta_0,\beta_0,m_0) & g_{33}(\theta_0,\beta_0,m_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta-\theta_0 \\ \beta-\beta_0 \\ m-m_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \beta \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \beta_0 \\ m_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} g_{11}(\theta_0,\beta_0,m_0) & g_{12}(\theta_0,\beta_0,m_0) & g_{13}(\theta_0,\beta_0,m_0) \\ g_{21}(\theta_0,\beta_0,m_0) & g_{22}(\theta_0,\beta_0,m_0) & g_{23}(\theta_0,\beta_0,m_0) \\ g_{31}(\theta_0,\beta_0,m_0) & g_{32}(\theta_0,\beta_0,m_0) & g_{33}(\theta_0,\beta_0,m_0) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} g_1(\theta_0,\beta_0,m_0) \\ g_2(\theta_0,\beta_0,m_0) \\ g_3(\theta_0,\beta_0,m_0) \end{bmatrix}$$

จะใช้กระบวนการทำซ้ำโดยในรอบที่สองและรอบถัดไป จะให้ θ_0 , β_0 , m_0 ในแต่ละรอบเป็นค่า θ , β , m ในรอบที่ผ่านมา ทำซ้ำจนกระทั่งได้ค่าประมาณพารามิเตอร์ที่ต้องการ โดยกำหนดเกณฑ์การหยุดทำซ้ำดังนี้

$$|\theta-\theta_0| < 0.001$$

$$|\beta-\beta_0| < 0.001$$

และ $$|m-m_0| < 0.001$$

นั่นคือค่าประมาณพารามิเตอร์ทั้ง 3 พารามิเตอร์ในรอบนี้แตกต่างจากรอบที่ผ่านมาไม่เกิน 0.001 จะได้ว่าค่า θ , β , m คือค่าประมาณพารามิเตอร์ที่ต้องการ

การกำหนดค่าเริ่มต้น

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้วิธีการประมาณแบบโมเมนต์ (Moment Estimation) ในการประมาณค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น ซึ่งวิธีการประมาณนี้เป็นวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์อย่างง่ายและไม่ค่อยมีความซับซ้อนมากนักในการคำนวน

สมมติว่าทำการจำลองตัวอย่างสุ่มขนาด n มาจากการแจกแจงทวินามลบแบบทั่วไป ให้มีค่าสังเกตเป็น 0,1,2,..., k ซึ่งมีความถี่เท่ากับ $n_0, n_1, n_2, ..., n_k$ ตามลำดับ โดยที่ k เป็นค่าสังเกตที่มีขนาดใหญ่ที่สุดของ x และ $n = \sum_{x=0}^{k} n_x$

การแจกแจงทวินามลบแบบทั่วไปซึ่งมีพารามิเตอร์ 3 ตัว คือ θ , β , m จะประมาณค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น θ_0 , β_0 , m_0 ได้จาก

$$E(X) = \frac{m_0\theta_0}{(1-\beta_0\theta_0)} = \frac{\sum_{i=0}^{k} n_i x_i}{n} = m_1$$

$$E(X^2) = \frac{(m_0\theta_0)^2}{(1-\beta_0\theta_0)^2} + \frac{m_0\theta_0(1-\theta_0)}{(1-\beta_0\theta_0)^3} = \frac{\sum_{i=0}^{k} n_i x_i^2}{n} = m_2$$

$$E(X^3) = \frac{(m_0\theta_0)^3}{(1-\beta_0\theta_0)^3} + \frac{3(m_0\theta_0)^2(1-\theta_0)}{(1-\beta_0\theta_0)^4} + \frac{m_0\theta_0(1-\theta_0)[1-2\theta_0+\beta_0\theta_0(2-\theta_0)]}{(1-\beta_0\theta_0)^5}$$

$$= \frac{\sum_{i=0}^{k} n_i x_i^3}{n} = m_3$$

โดยที่ m_1, m_2, m_3 เป็นโมเมนต์ที่หนึ่ง สอง และ สามของข้อมูลตามลำดับ

จาก 3 สมการนี้ แก้สมการหาค่า θ_0, β_0 และ m_0 ได้ดังนี้

$$\theta_0 = 1 - \left(\frac{A}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{A^2}{4}\right) - 1}$$

$$\beta_0 = \frac{1}{\theta_0}\left[1 - \left\{\frac{m_1(1-\theta_0)}{\mu_2}\right\}^{1/2}\right]$$

$$m_0 = \frac{m_1(1-\beta_0\theta_0)}{\theta_0}$$

โดยที่

$$A = -2 + \left[\frac{(m_1\mu_3 - 3\mu_2^2)^2}{m_1\mu_2^3}\right]$$

$$\mu_2 = \frac{n\left(\sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{k} n_i x_i\right)^2}{n(n-1)}$$

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i^3 - 3m_1\left(\sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2\right) + 2nm_1^3}{n}$$

ภาคผนวก ข

```
C*****************************************************
C*                    MAIN  PROGRAM                  *
C*****************************************************
      REAL SUMC(4),SUMB(4),SUMM(4),MSEC(4),MSEB(4),MSEM(4),
     *     EC(4),EB(4),EM(4),AC(4),AB(4),AM(4),SVC(4),
     *     SVB(4),SVM(4),VARC(4),VARB(4),VARM(4),BIASC(4),
     *     BIASB(4),BIASM(4),BIASME(4),VARME(4), MSEME(4),
     *     SC(4,1000),SB(4,1000),SM(4,1000),CDF(0:130)
      DOUBLE PRECISION EX,EX2,FACT
      CHARACTER DIVG*1,NEG*1
      COMMON/NUM/N,K
     *      /OBJ/X(1000)
     *      /PARA/C,B,ZM
     *      /QU/FQ(0:130)
     *      /SUM/EX,EX2
     *      /SIT/DIVG,NEG
     *      /SEED/C0,B0,ZM0
      OPEN(6,FILE='C:\FORTRAN\MAIN.OUT')
      CV = 100
      C = 0.3
      B = 1.5
      ZM = 16.9697
      N = 200
      IX = 973253
      IR = 1000


C-----------------------------------------------
C                     CDF                       -
C-----------------------------------------------
      CDF(0) = (1-C)**ZM
      CDF(1) = CDF(0)+(ZM*C*((1-C)**(B+ZM-1)))
      DO 15 J=2,130
            I=J-1
        A1 = C**J
        A2 = (1-C)**(ZM+(B*J)-J)
        A3 = 1
        DO 5 K=1,I
          A3 = (ZM+(B*J)-K)*A3
 5      CONTINUE
        A4 = A1*A2*A3*ZM
        FACT = 1
        DO 10 L=1,J
          FACT = FACT*L
 10     CONTINUE
        A5 = A4/FACT
        CDF(J) = CDF(I)+A5
        IF(CDF(J).GE.0.99999) THEN
          IJ = J
```

```
          GOTO 20
        END IF
 15   CONTINUE
 20   JJ = IJ


      DO 21 Q=1,IR

C-------------------------------------------------------------
C    GEN  DATA  OF  GENERALIZED  NEGATIVE  BINOMIAL  DIST     -
C-------------------------------------------------------------
 25   DO 30 I = 0,130
        FQ(I) = 0
 30   CONTINUE
      DO 40 I=1,N
        CALL RAND(IX,Y)
        DO 35 J=1,JJ
          IF(Y.LE.CDF(0)) THEN
            X(I) = 0
          ELSE IF((Y.GT.CDF(J-1)).AND.(Y.LE.CDF(J))) THEN
            X(I) = J
          END IF
 35     CONTINUE
 40   CONTINUE
      CALL SSORT
      IF(K.LT.1) GOTO 25
      CALL GROUP
      IF(FQ(0).EQ.0) GOTO 25
      DIVG = 'N'
      NEG = 'N'
      CALL RMOM
        IF((DIVG.EQ.'Y').OR.(NEG.EQ.'Y')) GOTO 25
        CALL RMLE(ALC,ALB,ALM)
        IF((DIVG.EQ.'Y').OR.(NEG.EQ.'Y')) GOTO 25
        CALL RFPE(FC,FB,FM)
        IF((DIVG.EQ.'Y').OR.(NEG.EQ.'Y')) GOTO 25
        CALL RMCE(CC,CB,CM)
        IF((DIVG.EQ.'Y').OR.(NEG.EQ.'Y')) GOTO 25
        CALL RMDE(DC,DB,DM)
        IF((DIVG.EQ.'Y').OR.(NEG.EQ.'Y')) GOTO 25
        SC(1,Q) = ALC
        SB(1,Q) = ALB
        SM(1,Q) = ALM
        SC(2,Q) = FC
        SB(2,Q) = FB
        SM(2,Q) = FM
        SC(3,Q) = CC
        SB(3,Q) = CB
        SM(3,Q) = CM
        SC(4,Q) = DC
        SB(4,Q) = DB
        SM(4,Q) = DM
 21   CONTINUE
```

```
C-------------------------------------------------------
C              AVERAGE  PARAMETER  AND                 C
C         RELATIVE  ERROR  AND  VARIANCE  AND          C
C               MEAN  SQUARE  ERROR                    C
C-------------------------------------------------------
      DO 50 D=1,4
        SUMC(D) = 0
        SUMB(D) = 0
        SUMM(D) = 0
        MSEC(D) = 0
        MSEB(D) = 0
        MSEM(D) = 0
        EC(D) = 0
        EB(D) = 0
        EM(D) = 0
 50   CONTINUE
      DO 60 D=1,4
      DO 55 Q=1,IR
        SUMC(D) = SUMC(D)+SC(D,Q)
        SUMB(D) = SUMB(D)+SB(D,Q)
        SUMM(D) = SUMM(D)+SM(D,Q)
        EC(D) = EC(D)+((SC(D,Q)-C)**2)
        EB(D) = EB(D)+((SB(D,Q)-B)**2)
        EM(D) = EM(D)+((SM(D,Q)-ZM)**2)
 55   CONTINUE
 60   CONTINUE
      DO 85 D=1,4
        MSEC(D) = EC(D)/IR
        MSEB(D) = EB(D)/IR
        MSEM(D) = EM(D)/IR
        AC(D) = SUMC(D)/IR
        AB(D) = SUMB(D)/IR
        AM(D) = SUMM(D)/IR
 85   CONTINUE
      WRITE(6,64) MSEC(1),MSEC(2),MSEC(3),MSEC(4)
      WRITE(6,65) MSEB(1),MSEB(2),MSEB(3),MSEB(4)
      WRITE(6,66) MSEM(1),MSEM(2),MSEM(3),MSEM(4)
      DO 90 D=1,4
        SVC(D) = 0
        SVB(D) = 0
        SVM(D) = 0
        DO 95 Q=1,IR
          SVC(D) = SVC(D)+((SC(D,Q)-AC(D))**2)
          SVB(D) = SVB(D)+((SB(D,Q)-AB(D))**2)
          SVM(D) = SVM(D)+((SM(D,Q)-AM(D))**2)
 95     CONTINUE
        VARC(D) = SVC(D)/IR
        VARB(D) = SVB(D)/IR
        VARM(D) = SVM(D)/IR
 90   CONTINUE
      DO 100 D=1,4
        BIASC(D) = AC(D)-C
        BIASB(D) = AB(D)-B
        BIASM(D) = AM(D)-ZM
```

```
        BIASME(D) = (ABS(BIASC(D))+ABS(BIASB(D))+
       *             ABS(BIASM(D)))/3
        VARME(D) = (VARC(D)+VARB(D)+VARM(D))/3
        MSEME(D) = (MSEC(D)+MSEB(D)+MSEM(D))/3
100   CONTINUE
      WRITE(6,73) VARC(1),VARC(2),VARC(3),VARC(4)
      WRITE(6,74) VARB(1),VARB(2),VARB(3),VARB(4)
      WRITE(6,75) VARM(1),VARM(2),VARM(3),VARM(4)
      WRITE(6,76) BIASC(1),BIASC(2),BIASC(3),BIASC(4)
      WRITE(6,77) BIASB(1),BIASB(2),BIASB(3),BIASB(4)
      WRITE(6,78) BIASM(1),BIASM(2),BIASM(3),BIASM(4)
      WRITE(6,79) BIASME(1),BIASME(2),BIASME(3),BIASME(4)
      WRITE(6,80) VARME(1),VARME(2),VARME(3),VARME(4)
      WRITE(6,81) MSEME(1),MSEME(2),MSEME(3),MSEME(4)
64    FORMAT(5X,'MSEC(1) =',F10.5,5X,'MSEC(2) =',F10.5,5X,
     *       'MSEC(3) =',F10.5,5X,'MSEC(4) =',F10.5)
65    FORMAT(5X,'MSEB(1) =',F10.5,5X,'MSEB(2) =',F10.5,5X,
     *       'MSEB(3) =',F10.5,5X,'MSEB(4) =',F10.5)
66    FORMAT(5X,'MSEM(1) =',F10.5,5X,'MSEM(2) =',F10.5,5X,
     *       'MSEM(3) =',F10.5,5X,'MSEM(4) =',F10.5)
73    FORMAT(5X,'VARC(1) =',F10.5,5X,'VARC(2) =',F10.5,5X,
     *       'VARC(3) =',F10.5,5X,'VARC(4) =',F10.5)
74    FORMAT(5X,'VARB(1) =',F10.5,5X,'VARB(2) =',F10.5,5X,
     *       'VARB(3) =',F10.5,5X,'VARB(4) =',F10.5)
75    FORMAT(5X,'VARM(1) =',F10.5,5X,'VARM(2) =',F10.5,5X,
     *       'VARM(3) =',F10.5,5X,'VARM(4) =',F10.5)
76    FORMAT(5X,'BIASC(1) =',F10.5,5X,'BIASC(2) =',F10.5,5X,
     *       'BIASC(3) =',F10.5,5X,'BIASC(4) =',F10.5)
77    FORMAT(5X,'BIASB(1) =',F10.5,5X,'BIASB(2) =',F10.5,5X,
     *       'BIASB(3) =',F10.5,5X,'BIASB(4) =',F10.5)
78    FORMAT(5X,'BIASM(1) =',F10.5,5X,'BIASM(2) =',F10.5,5X,
     *       'BIASM(3) =',F10.5,5X,'BIASM(4) =',F10.5)
79    FORMAT(5X,'BIASME(1) =',F10.5,5X,'BIASME(2) =',F10.5,5X,
     *       'BIASME(3) =',F10.5,5X,'BIASME(4) =',F10.5)
80    FORMAT(5X,'VARME(1) =',F10.5,5X,'VARME(2) =',F10.5,5X,
     *       'VARME(3) =',F10.5,5X,'VARME(4) =',F10.5)
81    FORMAT(5X,'MSEME(1) =',F10.5,5X,'MSEME(2) =',F10.5,5X,
     *       'MSEME(3) =',F10.5,5X,'MSEME(4) =',F10.5)
      END


C*****************************************************
C*          SUBROUTINE  RANDOM  VARIABLE             *
C*****************************************************
      SUBROUTINE RAND(IX,Y)
      IY = IX*16807
      IF(IY) 1,2,2
1     IY = IY+2147483647+1
2     Y = IY
      Y = Y*0.465613E-9
      IX = IY
      RETURN
      END
```

```
C*********************************************
C*                  SORT  DATA                 *
C*********************************************
      SUBROUTINE SSORT
      COMMON/NUM/N,K
     *      /OBJ/X(1000)
      IA = N-1
      DO 82 I = 1,IA
        IB = I+1
        DO 82 J = IB,N
          IF(X(I).GT.X(J))THEN
            BEE = X(I)
            X(I) = X(J)
            X(J) = BEE
          END IF
 82   CONTINUE
      K = X(N)
      RETURN
      END


C*********************************************
*                 GROUP  DATA                 *
C*********************************************
      SUBROUTINE GROUP
      COMMON/NUM/N,K
     *      /OBJ/X(1000)
     *      /QU/FQ(0:130)
      DO 83 I=0,K
        FQ(I) = 0
 83   CONTINUE
      DO 84 I =0,K
        DO 84 J=1,N
          IF(X(J).EQ.I) THEN
            FQ(I) = FQ(I)+1
          END IF
 84   CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
C*****************************************************
C*      INITIAL  VALUE  BY  METHOD  OF  MOMENT       *
C*****************************************************
      SUBROUTINE RMOM
      DOUBLE PRECISION EX,EX2,UU2,UU3
      REAL FQ
      CHARACTER DIVG*1,NEG*1
      COMMON/QU/FQ(0:130)
     *      /NUM/N,K
     *      /SUM/EX,EX2
     *      /SIT/DIVG,NEG
     *      /SEED/C0,B0,ZM0
      SUMX = 0
      SUMX2 = 0
      SUMX3 = 0
      DO 86 I=1,K
        SUMX = SUMX+(FQ(I)*I)
        SUMX2 = SUMX2+(FQ(I)*(I**2))
        SUMX3 = SUMX3+(FQ(I)*(I**3))
 86   CONTINUE
      EX = SUMX/N
      EX2 = SUMX2/N
      UU2 = ((N*SUMX2)-(SUMX**2))/(N*(N-1))
      UU3 = (SUMX3-(3*EX*SUMX2)+(2*N*(EX**3)))/N
      VV1 = (EX*UU3)-(3*(UU2**2))
      VV2 = (VV1**2)/(EX*(UU2**3))
      VV3 = VV2-2
      IF(VV3.LT.2) THEN
        DIVG = 'Y'
        GOTO 96
      END IF
      VV4 = SQRT(((VV3**2)/4)-1)
      C0 = 1-(VV3/2)+VV4
      IF(C0.EQ.0) THEN
        DIVG = 'Y'
        GOTO 96
      END IF
      VV5 = SQRT(EX*(1-C0)/UU2)
      B0 = (1/C0)*(1-VV5)
      ZM0 = EX*(1-(C0*B0))/C0
      C1 = 1/C0
      IF((C0.LE.0).OR.(C0.GE.1).OR.(ZM0.LE.0).OR.(B0.LT.1).OR.
     *   (B0.GE.C1)) THEN
        NEG = 'Y'
      END IF
 96   RETURN
      END
```

```
C*****************************************************
C*          MAXIMUM  LIKELIHOOD  ESTIMATOR           *
C*****************************************************
      SUBROUTINE RMLE(ALC,ALB,ALM)
      DOUBLE PRECISION DET,EX,EX2
      REAL ALC,ALB,ALM,ZM0,EEC1,EEB1,EEM1,FQ
      CHARACTER DIVG*1,NEG*1
      COMMON/NUM/N,K
     *       /PARA/C,B,ZM
     *       /SEED/C0,B0,ZM0
     *       /QU/FQ(0:130)
     *       /SIT/DIVG,NEG
     *       /SUM/EX,EX2
 110  ALC = 0
      ALB = 0
      ALM = 0
      DET = 0
      SUMAI = 0
      SUMBI = 0
      SUMCI = 0
      SUMDI = 0
      SUMEI = 0
      G1 = 0
      G2 = 0
      G3 = 0
      G11 = 0
      G12 = 0
      G13 = 0
      G21 = 0
      G22 = 0
      G23 = 0
      G31 = 0
      G32 = 0
      G33 = 0
      DO 125 I=2,K
      DO 125 J=1,I-1
        AE = 0
        BE = 0
        CE = 0
        DE = 0
        EE = 0
        BE = FQ(I)/(ZM0+(B0*I)-J)
        AE = BE*I
        EE = FQ(I)/((ZM0+(B0*I)-J)**2)
        DE = EE*I
        CE = DE*I
        SUMAI = SUMAI+AE
        SUMBI = SUMBI+BE
        SUMCI = SUMCI+CE
        SUMDI = SUMDI+DE
        SUMEI = SUMEI+EE
 125  CONTINUE
 126  G1 = N*(EX-(C0*(ZM0+(B0*EX))))/(C0*(1-C0))
      G2 = SUMAI+(N*EX*ALOG(1-C0))
```

```
      G3 = SUMBI+(N*ALOG(1-C0))+((N-FQ(0))/ZM0)
      H1 = EX*((2*C0)-1)
      H2 = ((B0*EX)+ZM0)*(C0**2)
      G11 = N*(H1-H2)/((C0*(1-C0))**2)
      G12 = -(N*EX)/(1-C0)
      G13 = -N/(1-C0)
      G21 = G12
      G22 = -SUMCI
      G23 = -SUMDI
      G31 = G13
      G32 = G23
      G33 = ((FQ(0)-N)/(ZM0**2))-SUMEI
      HM11 = (G22*G33)-(G23*G32)
      HM12 = (G21*G33)-(G23*G31)
      HM13 = (G21*G32)-(G22*G31)
      HM21 = (G12*G33)-(G13*G32)
      HM22 = (G11*G33)-(G13*G31)
      HM23 = (G11*G32)-(G12*G31)
      HM31 = (G12*G23)-(G13*G22)
      HM32 = (G11*G23)-(G13*G21)
      HM33 = (G11*G22)-(G12*G21)
      C11 = HM11
      C12 = -HM12
      C13 = HM13
      C21 = -HM21
      C22 = HM22
      C23 = -HM23
      C31 = HM31
      C32 = -HM32
      C33 = HM33
      DET = (G11*C11)+(G12*C12)+(G13*C13)
      IF(DET.EQ.0) THEN
        DIVG = 'Y'
        GOTO 175
      END IF
      ALC = C0-(((C11*G1)+(C21*G2)+(C31*G3))/DET)
      ALB = B0-(((C12*G1)+(C22*G2)+(C32*G3))/DET)
      ALM = ZM0-(((C13*G1)+(C23*G2)+(C33*G3))/DET)
      ALD = 1/ALC
      IF((ALC.LE.0).OR.(ALC.GE.1).OR.(ALM.LE.0).OR.(ALB.LT.1)
     *          .OR.(ALB.GE.ALD)) THEN
        NEG = 'Y'
        GOTO 175
      ELSE IF((ABS(ALC-C0).LT.0.001).AND.(ABS(ALB-B0).LT.0.001)
     *          .AND.(ABS(ALM-ZM0).LT.0.001))THEN
         GOTO 150
      ELSE
        C0 = ALC
        B0 = ALB
        ZM0 = ALM
        GOTO 110
      END IF
  150 EEC1 = ALC-C
      EEB1 = ALB-B
```

```
      EEM1 = ALM-ZM
 175  RETURN
      END



C*****************************************************************
C* FIRST  TWO  MOMENTS  AND  PROPOTION  OF  ZEROS  ESTIMATOR  *
C*****************************************************************
      SUBROUTINE RFPE(FC,FB,FM)
      REAL FC,FB,FM,EEC2,EEB2,EEM2,F0,FQ
      CHARACTER DIVG*1,NEG*1
      COMMON/QU/FQ(0:130)
     *       /NUM/N,K
     *       /SUM/EX,EX2
     *       /PARA/C,B,ZM
     *       /SEED/C0,B0,ZM0
     *       /SIT/DIVG,NEG
 220  FC = 0
      FB = 0
      FM = 0
      F0 = FQ(0)/N
      R1 = (EX2-(EX**2))*((ALOG(F0))**2)/(EX**3)
      R2 = ALOG(1-C0)
      RR1 = (R1*(C0**2))-((1-C0)*(R2**2))
      RR2 = (2*R1*C0)+(2*R2)+(R2**2)
      RR3 = C0-(RR1/RR2)
      FC = RR3
      IF((FC.LE.0).OR.(FC.GE.1)) THEN
        NEG = 'Y'
        GOTO 280
      ELSE IF(ABS(FC-C0).LT.0.001)THEN
        GOTO 250
      ELSE
        C0 = FC
        GOTO 220
      END IF
 250  FM = (1/FC)*SQRT((1-FC)*(EX**3)/(EX2-(EX**2)))
      FB = (1/FC)-(FM/EX)
      FD = 1/FC
      IF((FM.LE.0).OR.(FB.LT.1).OR.(FB.GE.FD)) THEN
        NEG = 'Y'
        GOTO 280
      END IF
      EEC2 = FC-C
      EEB2 = FB-B
      EEM2 = FM-ZM
 280  RETURN
      END
```

```
C*****************************************************
C*          MINIMUM  CHI-SQUARE  ESTIMATOR           *
C*****************************************************
      SUBROUTINE RMCE(CC,CB,CM)
      REAL CC,CB,CM,EEC3,EEB3,EEM3,FQ
      DOUBLE PRECISION DET1,D1PC,D1PB,D1PM,D2PC,D2PB,D2PM,
     *                 D2PCB,D2PCM,D2PBM,FACTO,FACT
      CHARACTER DIVG*1,NEG*1
      COMMON/NUM/N,K
     *      /PARA/C,B,ZM
     *      /SEED/C0,B0,ZM0
     *      /QU/FQ(0:130)
     *      /SIT/DIVG,NEG
 310  CC = 0
      CB = 0
      CM = 0
      DO 311 I = 0,130
        P(I) = 0
 311  CONTINUE
      T1 = 0
      T2 = 0
      T4 = 0
      P(0) = (1-C0)**ZM0
      P(1) = ZM0*C0*((1-C0)**(B0+ZM0-1))
      DO 320 I = 2,K
        T1 = C0**I
        T2 = (1-C0)**(ZM0+(I*B0)-I)
        T3 = 1
        DO 325 L = 1,I-1
          T3 = (ZM0+(I*B0)-L)*T3
 325    CONTINUE
        T4 = T1*T2*T3*ZM0
        FACTO = 1
        DO 330 J = 1,I
          FACTO = FACTO*J
 330    CONTINUE
        P(I) = T4/FACTO
 320  CONTINUE
      DO 340 I = 0,K
        PE(I) = N-((FQ(I)**2)/(N*(P(I)**2)))
        PH(I) = 2*(FQ(I)**2)/(N*(P(I)**3))
 340  CONTINUE
      G1 = 0
      G2 = 0
      G3 = 0
      G11 = 0
      G12 = 0
      G13 = 0
      G21 = 0
      G22 = 0
      G23 = 0
      G31 = 0
      G32 = 0
      G33 = 0
```

```
      DET1 = 0
      S1 = 1-C0
      S2 = ALOG(1-C0)
      AS1 = (-ZM0)*(S1**(ZM0-1))
      AS2 = ZM0*(1-(ZM0*C0)-(B0*C0))*(S1**(ZM0+B0-2))
      AS3 = ZM0*C0*(ZM0+(2*B0)-1)*(S1**(ZM0+(2*B0)-3))*
     *      (2-(ZM0*C0)-(2*B0*C0))/2
      AS4 = (-ZM0)*(1-ZM0)*(S1**(ZM0-2))
      AS5 = ((2-(B0*C0))*(1-B0))-(2*ZM0*(1-(B0*C0)))-
     *      (ZM0*C0*(1-ZM0))
      AS6 = AS5*ZM0*(S1**(ZM0+B0-3))
      AS7 = ZM0*(S1**(ZM0+(2*B0)-4))*(ZM0+(2*B0)-1)/2
      AS8 = 2+(2*C0*(2-(B0*C0))*(1-(2*B0)))-(4*ZM0*C0*
     *      (1-(B0*C0)))
      AS9 = AS7*(AS8-(ZM0*(1-ZM0)*(C0**2)))
      BS1 = ZM0*(C0**2)*(S1**(ZM0+(2*B0)-2))
      BS2 = BS1*(1+(S2*(ZM0+(2*B0)-1)))
      BS3 = (C0**2)*(S1**(ZM0+(2*B0)-2))*(ZM0+(2*B0)-1)/2
      BS4 = BS3*((ZM0/(ZM0+(2*B0)-1))+(1+(ZM0*S2)))
      BS5 = 2*ZM0*(C0**2)*(ZM0+(2*B0)-1)*(S1**(ZM0+(2*B0)-2))
      BS6 = S2*(S2+(2/(ZM0+(2*B0)-1)))
      BS7 = BS5*BS6
      ES1 = (C0**2)*(S1**(ZM0+(2*B0)-2))*(ZM0+(2*B0)-1)/2
      ES2 = S2*(2+(ZM0*S2))
      ES3 = ES2+(2*(1+(ZM0*S2))/(ZM0+(2*B0)-1))
      ES4 = ES1*ES3
      ES5 = ZM0*C0*(S1**(ZM0+(2*B0)-3))*(ZM0+(2*B0)-1)
      ES6 = (2-(ZM0*C0)-(2*C0*B0))*(S2+(1/(ZM0+(2*B0)-1)))
      ES7 = ES5*(ES6-C0)
      HS1 = C0*(S1**(ZM0+(2*B0)-3))*(ZM0+(2*B0)-1)/2
      HS2 = 2*(1-(ZM0*C0)-(C0*B0))
      HS3 = ZM0*(2-(ZM0*C0)-(2*C0*B0))*(S2+(1/(ZM0+(2*B0)-1)))
      HS4 = HS1*(HS2+HS3)
      HS5 = (C0**2)*(S1**(ZM0+(2*B0)-2))
      HS6 = S2*(1+(ZM0*S2))
      HS7 = (1+(2*ZM0*S2))/(ZM0+(2*B0)-1)
      HS8 = (ZM0+(2*B0)-1)*(HS6+HS7)
      HS9 = HS5*HS8
      IF(K.EQ.2) THEN
        G1 = G1+(AS1*PE(0))+(AS2*PE(1))+(AS3*PE(2))
        G2 = G2+(BS2*PE(2))
        G3 = G3+(BS4*PE(2))
        G11 = G11+((AS4*PE(0))+((AS1**2)*PH(0)))
        G11 = G11+((AS6*PE(1))+((AS2**2)*PH(1)))
        G11 = G11+((AS9*PE(2))+((AS3**2)*PH(2)))
        G12 = G12+((ES7*PE(2))+((AS3*BS2)*PH(2)))
        G13 = G13+((HS4*PE(2))+((AS3*BS4)*PH(2)))
        G22 = G22+((BS7*PE(2))+((BS2**2)*PH(2)))
        G23 = G23+((HS9*PE(2))+((BS2*BS4)*PH(2)))
        G33 = G33+((ES4*PE(2))+((BS4**2)*PH(2)))
        GOTO 351
      ELSE
        G1 = G1+(AS1*PE(0))+(AS2*PE(1))+(AS3*PE(2))
        G2 = G2+(BS2*PE(2))
```

```
      G3 = G3+(BS4*PE(2))
      G11 = G11+((AS4*PE(0))+((AS1**2)*PH(0)))
      G11 = G11+((AS6*PE(1))+((AS2**2)*PH(1)))
      G11 = G11+((AS9*PE(2))+((AS3**2)*PH(2)))
      G12 = G12+((ES7*PE(2))+((AS3*BS2)*PH(2)))
      G13 = G13+((HS4*PE(2))+((AS3*BS4)*PH(2)))
      G22 = G22+((BS7*PE(2))+((BS2**2)*PH(2)))
      G23 = G23+((HS9*PE(2))+((BS2*BS4)*PH(2)))
      G33 = G33+((ES4*PE(2))+((BS4**2)*PH(2)))
    DO 350 I = 3,K
           L = I-1
           D1PC = 0
           D1PB = 0
           D1PM = 0
           D2PC = 0
           D2PB = 0
           D2PM = 0
           D2PCB = 0
           D2PCM = 0
           D2PBM = 0
           FACT = 1
           V2 = 0
           DY2 = 0
           DX2 = 0
           DX5 = 0
           DO 360 LL=1,I
             FACT = FACT*LL
360        CONTINUE
           DO 370 J=1,I-1
             V1 = ZM0+(I*B0)-J
             V2 = V1*V2
370        CONTINUE
           DO 371 M = 1,I-1
             DY1 = V2/(ZM0+(I*B0)-M)
             DY2 = DY2+DY1
371        CONTINUE
           DO 380 J = 1,I-1
             DX1 = V2/((ZM0+(I*B0)-J)**2)
             DX2 =DX2+DX1
380        CONTINUE
           DO 382 M = 1,I-1
             DX3 = V2/(ZM0+(I*B0)-M)
             DO 383 J = 1,I-1
               DX4 = DX3/(ZM0+(I*B0)-J)
               DX5 = DX5+DX4
383          CONTINUE
382        CONTINUE
           V4 = (V2/FACT)*ZM0*(C0**L)*(S1**(ZM0+(I*B0)-
          *     (I+1)))
           D1PC = D1PC+(V4*(I-(ZM0*C0)-(I*B0*C0)))
           V5 = DY2+(V2*S2)
           D1PB = D1PB+(I*ZM0*(C0**I)*(S1**(ZM0+(I*B0)-
          *       I))*V5/FACT)
           V6 = (V2*(1+(ZM0*S2)))+(ZM0*DY2)
```

```
              D1PM = D1PM+(V6*(C0**I)*(S1**(ZM0+(I*B0)-I))/FACT)
              V7 = ((-C0)+((I-(C0*ZM0)-(I*C0*B0))*S2))*V2
              V3 = (I-(C0*ZM0)-(I*C0*B0))*DY2
              V8 = I*ZM0*(C0**(I-1))*(S1**(ZM0+(I*B0)-I-1))/FACT
              D2PCB = D2PCB+(V8*(V3+V7))
              RA1 = (C0**(I-1))*(S1**(ZM0+(I*B0)-I-1))/FACT
              RA2 = (S2*ZM0*(I-(ZM0*C0)-(I*C0*B0)))+
             *      (I-(2*ZM0*C0)-(I*C0*B0))
              RA3 = (ZM0*(I-(ZM0*C0)-(I*C0*B0))*DY2)+(RA2*V2)
              D2PCM = D2PCM+(RA1*RA3)
              RA4 = ZM0*V2*(C0**(I-2))*(S1**(ZM0+(I*B0)-I-
             *      2))/FACT
              RA5 = (I*(I-1))+(I*C0*(2-(B0*C0))*(1-(I*B0)))
              RA6 = RA5-(2*I*ZM0*C0*(1-(B0*C0)))
              RA7 = RA6-(ZM0*(1-ZM0)*(C0**2))
              D2PC = D2PC+(RA4*RA7)
              RA8 = (I**2)*ZM0*(C0**I)*(S1**(ZM0+(I*B0)-I))/FACT
              RA9 = (S2*((S2*V2)+(2*DY2)))-DX2+DX5
              D2PB = D2PB+(RA8*RA9)
              W4 = I*(C0**I)*(S1**(ZM0+(I*B0)-I))/FACT
              W5 = (S2*(1+(ZM0*S2))*V2)+((1+(2*ZM0*S2))*DY2)
              W6 = W5-(ZM0*DX2)+(ZM0*DX5)
              D2PBM = D2PBM+(W4*W6)
              W7 = (C0**I)*(S1**(ZM0+(I*B0)-I))/FACT
              W8 = (S2*(2+(ZM0*S2))*V2)+(2*(1+(ZM0*S2))*DY2)
              W9 = W8-(ZM0*DX2)+(ZM0*DX5)
              D2PM = D2PM+(W7*W9)
              G1 = G1+(D1PC*PE(I))
              G2 = G2+(D1PB*PE(I))
              G3 = G3+(D1PM*PE(I))
              G11 = G11+((D2PC*PE(I))+((D1PC**2)*PH(I)))
              G12 = G12+((D2PCB*PE(I))+(D1PC*D1PB*PH(I)))
              G13 = G13+((D2PCM*PE(I))+(D1PC*D1PM*PH(I)))
              G22 = G22+((D2PB*PE(I))+((D1PB**2)*PH(I)))
              G23 = G23+((D2PBM*PE(I))+(D1PB*D1PM*PH(I)))
              G33 = G33+((D2PM*PE(I))+((D1PM**2)*PH(I)))
350   CONTINUE
      END IF
351   G21 = G12
      G31 = G13
      G32 = G23
      HM11 = (G22*G33)-(G23*G32)
      HM12 = (G21*G33)-(G23*G31)
      HM13 = (G21*G32)-(G22*G31)
      HM21 = (G12*G33)-(G13*G32)
      HM22 = (G11*G33)-(G13*G31)
      HM23 = (G11*G32)-(G12*G31)
      HM31 = (G12*G23)-(G13*G22)
      HM32 = (G11*G23)-(G13*G21)
      HM33 = (G11*G22)-(G12*G21)
      C11 = HM11
      C12 = -HM12
      C13 = HM13
      C21 = -HM21
```

```
      C22 = HM22
      C23 = -HM23
      C31 = HM31
      C32 = -HM32
      C33 = HM33
      DET1 = (G11*C11)+(G12*C12)+(G13*C13)
      IF(DET1.EQ.0) THEN
        DIVG = 'Y'
        GOTO 395
      END IF
      CC = C0-(((C11*G1)+(C21*G2)+(C31*G3))/DET1)
      CB = B0-(((C12*G1)+(C22*G2)+(C32*G3))/DET1)
      CM = ZM0-(((C13*G1)+(C23*G2)+(C33*G3))/DET1)
      CD = 1/CC
      IF((CC.LE.0).OR.(CC.GE.1).OR.(CM.LE.0).OR.(CB.LT.1).OR.
     *         (CB.GE.CD)) THEN
        NEG = 'Y'
        GOTO 395
      ELSE IF((ABS(CC-C0).LT.0.001).AND.(ABS(CB-B0).LT.0.001)
     *         .AND.(ABS(CM-ZM0).LT.0.001)) THEN
        GOTO 392
      ELSE
        C0 = CC
        B0 = CB
        ZM0 = CM
        GOTO 310
      END IF
  392 EEC3 = CC-C
      EEB3 = CB-B
      EEM3 = CM-ZM
  395 RETURN
      END


C*********************************************************
C*   CRAMER-VON  MISES  MINIMUM  DISTANCE  ESTIMATOR     *
C*********************************************************
      SUBROUTINE RMDE(DC,DB,DM)
      DOUBLE PRECISION DET2,D1PC,D1PB,D1PM,D2PC,D2PB,D2PM,
     *                 D2PCB,D2PCM,D2PBM,FACT,F(0:130),
     *                 FF(0:130),CCDF(0:130)
      REAL DC,DB,DM,FQ,EEC4,EEB4,EEM4
      CHARACTER DIVG*1,NEG*1
      COMMON/QU/FQ(0:130)
     *       /NUM/N,K
     *       /PARA/C,B,ZM
     *       /SEED/C0,B0,ZM0
     *       /SIT/DIVG,NEG
     *       /LO/IY
      F(0) = FQ(0)/N
      DO 452 I=1,K
        F(I) = (FQ(I)/N)+F(I-1)
```

```
452   CONTINUE
450   DC = 0
      DB = 0
      DM = 0
      CCDF(0) = (1-C0)**ZM0
      CCDF(1) = CCDF(0)+(ZM0*C0*((1-C0)**(B0+ZM0-1)))
      DO 445 J=2,K
             I=J-1
        Y1 = C0**J
        Y2 = (1-C0)**(ZM0+(B0*J)-J)
        Y3 = 1
        DO 446 JJ=1,I
          Y3 = (ZM0+(B0*J)-JJ)*Y3
446     CONTINUE
        Y4 = Y1*Y2*Y3*ZM0
        FACT = 1
        DO 447 L=1,J
          FACT = FACT*L
447     CONTINUE
        Y5 = Y4/FACT
        CCDF(J) = CCDF(I)+Y5
445     CONTINUE
      DO 453 I = 0,K
      FF(I) = F(I)-CCDF(I)
453   CONTINUE
      G1 = 0
      G2 = 0
      G3 = 0
      G11 = 0
      G12 = 0
      G13 = 0
      G21 = 0
      G22 = 0
      G23 = 0
      G31 = 0
      G32 = 0
      G33 = 0
      DET2 = 0
      A1 = 1-C0
      A2 = ALOG(1-C0)
      AA1 = (-ZM0)*(A1**(ZM0-1))
      AA2 = ZM0*(1-(ZM0*C0)-(B0*C0))*(A1**(ZM0+B0-2))
      AA3 = AA1+AA2
      AA4 = ZM0*C0*(ZM0+(2*B0)-1)*(A1**(ZM0+(2*B0)-3))*
     *       (2-(ZM0*C0)-(2*B0*C0))/2
      AA5 = AA3+AA4
      AB1 = (-2)*AA1*FF(0)
      AB2 = (-2)*AA3*FF(1)
      AB3 = (-2)*AA5*FF(2)
      AA6 = (-ZM0)*(1-ZM0)*(A1**(ZM0-2))
      AA7 = ((2-(B0*C0))*(1-B0))-(2*ZM0*(1-(B0*C0)))-
     *       (ZM0*C0*(1-ZM0))
      AA8 = AA7*ZM0*(A1**(ZM0+B0-3))
      AA9 = AA6+AA8
```

```
      AM1 = ZM0*(A1**(ZM0+(2*B0)-4))*(ZM0+(2*B0)-1)/2
      AM2 = 2+(2*C0*(2-(B0*C0))*(1-(2*B0)))-(4*ZM0*C0*(1-
     *       (B0*C0)))
      AM3 = AM1*(AM2-(ZM0*(1-ZM0)*(C0**2)))
      AM4 = AM3+AA9
      AB4 = 2*((AA1**2)-(FF(0)*AA6))
      AB5 = 2*((AA3**2)-(FF(1)*AA9))
      AB6 = 2*((AA5**2)-(FF(2)*AM4))
      BB1 = ZM0*(C0**2)*(A1**(ZM0+(2*B0)-2))
      BB2 = BB1*(1+(A2*(ZM0+(2*B0)-1)))
      BB3 = (C0**2)*(A1**(ZM0+(2*B0)-2))*(ZM0+(2*B0)-1)/2
      BB4 = BB3*((ZM0/(ZM0+(2*B0)-1))+(1+(ZM0*A2)))
      BB5 = ZM0*C0*(A1**(ZM0+(2*B0)-3))*(ZM0+(2*B0)-1)
      BB6 = (2-(ZM0*C0)-(2*C0*B0))*(A2+(1/(ZM0+(2*B0)-1)))
      BB7 = BB5*(BB6-C0)
      BB8 = C0*(A1**(ZM0+(2*B0)-3))*(ZM0+(2*B0)-1)/2
      BB9 = 2*(1-(ZM0*C0)-(C0*B0))
      BB10 = ZM0*(2-(ZM0*C0)-(2*C0*B0))*(A2+(1/(ZM0+(2*B0)-1)))
      BB11 = BB8*(BB9+BB10)
      HH1 = 2*ZM0*(C0**2)*(ZM0+(2*B0)-1)*(A1**(ZM0+(2*B0)-2))
      HH2 = A2*(A2+(2/(ZM0+(2*B0)-1)))
      HH3 = HH1*HH2
      PP1 = (C0**2)*(A1**(ZM0+(2*B0)-2))
      PP2 = A2*(1+(ZM0*A2))
      PP3 = (1+(2*ZM0*A2))/(ZM0+(2*B0)-1)
      PP4 = (ZM0+(2*B0)-1)*(PP2+PP3)
      PP5 = PP1*PP4
      TT1 = (C0**2)*(A1**(ZM0+(2*B0)-2))*(ZM0+(2*B0)-1)/2
      TT2 = A2*(2+(ZM0*A2))
      TT3 = TT2+(2*(1+(ZM0*A2))/(ZM0+(2*B0)-1))
      TT4 = TT1*TT3
      IF(K.EQ.2) THEN
        G1 = G1+AB1+AB2+AB3
        G2 = G2+((-2)*FF(2)*BB2)
        G3 = G3+((-2)*FF(2)*BB4)
        G11 = G11+AB4+AB5+AB6
        G12 = G12+(2*((AA5*BB2)-(FF(2)*BB7)))
        G13 = G13+(2*((AA5*BB4)-(FF(2)*BB11)))
        G22 = G22+(2*((BB2**2)-(FF(2)*HH3)))
        G23 = G23+(2*((BB2*BB4)-(FF(2)*PP5)))
        G33 = G33+(2*((BB4**2)-(FF(2)*TT4)))
        GOTO 467
      ELSE
        G1 = G1+AB1+AB2+AB3
        G2 = G2+((-2)*FF(2)*BB2)
        G3 = G3+((-2)*FF(2)*BB4)
        G11 = G11+AB4+AB5+AB6
        G12 = G12+(2*((AA5*BB2)-(FF(2)*BB7)))
        G13 = G13+(2*((AA5*BB4)-(FF(2)*BB11)))
        G22 = G22+(2*((BB2**2)-(FF(2)*HH3)))
        G23 = G23+(2*((BB2*BB4)-(FF(2)*PP5)))
        G33 = G33+(2*((BB4**2)-(FF(2)*TT4)))
      DO 466 II = 3,K
        D1PC = 0
```

```
      D1PB = 0
      D1PM = 0
      D2PC = 0
      D2PB = 0
      D2PM = 0
      D2PCB = 0
      D2PCM = 0
      D2PBM = 0
      DO 465 I= 3,II
             L = I-1
             B1 = 1
             B6 = 0
             AZ3 = 0
             AZ5 = 0
             FACT = 1
             DO 461 LL=1,I
               FACT = FACT*LL
461          CONTINUE
             DO 460 J=1,I-1
               B3 = ZM0+(I*B0)-J
               B1 = B1*B3
460          CONTINUE
             DO 463 M = 1,I-1
               B5 = B1/(ZM0+(I*B0)-M)
               B6 = B6+B5
463          CONTINUE
             DO 477 J = 1,I-1
               AZ1 = B1/(ZM0+(I*B0)-J)
               DO 478 M = 1,I-1
                 AZ2 = AZ1/(ZM0+(I*B0)-M)
                 AZ3 = AZ3+AZ2
478            CONTINUE
477          CONTINUE
             DO 479 M = 1,I-1
               AZ4 = B1/((ZM0+(I*B0)-M)**2)
               AZ5 = AZ5+AZ4
479          CONTINUE
             B2 = (B1/FACT)*ZM0*(C0**L)*(A1**(ZM0+(I*B0)-
            *      (I+1)))
             D1PC = D1PC+(B2*(I-(ZM0*C0)-(I*B0*C0)))
             B4 = B6+(B1*A2)
             D1PB = D1PB+(I*ZM0*(C0**I)*(A1**(ZM0+(I*B0)-
            *        I))*B4/FACT)
             C4 = (B1*(1+(ZM0*A2)))+(ZM0*B6)
             D1PM = D1PM+(C4*(C0**I)*(A1**(ZM0+(I*B0)-
            *        I))/FACT)
             D4 = ((-C0)+((I-(C0*ZM0)-(I*C0*B0))*A2))*B1
             D5 = (I-(C0*ZM0)-(I*C0*B0))*B6
             D6 = I*ZM0*(C0**(I-1))*(A1**(ZM0+(I*B0)-I-
            *      1))/FACT
             D2PCB = D2PCB+(D6*(D4+D5))
             E4 = (C0**(I-1))*(A1**(ZM0+(I*B0)-I-1))/FACT
             E5 = (A2*ZM0*(I-(ZM0*C0)-(I*C0*B0)))+
            *      (I-(2*ZM0*C0)-(I*C0*B0))
```

```
                E6 = (ZM0*(I-(ZM0*C0)-(I*C0*B0))*B6)+(E5*B1)
                D2PCM = D2PCM+(E4*E6)
                F3 = ZM0*B1*(C0**(I-2))*(A1**(ZM0+(I*B0)-I-
               *     2))/FACT
                F4 = (I*(I-1))+(I*C0*(2-(B0*C0))*(1-(I*B0)))
                F5 = F4-(2*I*ZM0*C0*(1-(B0*C0)))
                F6 = F5-(ZM0*(1-ZM0)*(C0**2))
                D2PC = D2PC+(F3*F6)
                H7 = (I**2)*ZM0*(C0**I)*(A1**(ZM0+(I*B0)-
               *     I))/FACT
                H8 = (A2*((A2*B1)+(2*B6)))-AZ5+AZ3
                D2PB = D2PB+(H7*H8)
                WJ4 = I*(C0**I)*(A1**(ZM0+(I*B0)-I))/FACT
                WJ5 = (A2*(1+(ZM0*A2))*B1)+((1+(2*ZM0*A2))*B6)
                WJ6 = WJ5-(ZM0*AZ5)+(ZM0*AZ3)
                D2PBM = D2PBM+(WJ4*WJ6)
                WM1 = ((C0**I)*(A1**(ZM0+(I*B0)-I))/FACT
                WM2 = (A2*(2+(ZM0*A2))*B1)+(2*(1+(ZM0*A2))*B6)
                WM3 = WM2-(ZM0*AZ5)+(ZM0*AZ3)
                D2PM = D2PM+(WM1*WM3)
465     CONTINUE
        D1PC = D1PC+AA5
        D1PB = D1PB+BB2
        D1PM = D1PM+BB4
        D2PC = D2PC+AM4
        D2PCB = D2PCB+BB7
        D2PCM = D2PCM+BB11
        D2PB = D2PB+HH3
        D2PBM = D2PBM+PP5
        D2PM = D2PM+TT4
        G1 = G1+((-2)*D1PC*FF(II))
        G2 = G2+((-2)*D1PB*FF(II))
        G3 = G3+((-2)*D1PM*FF(II))
        G11 = G11+(2*((D1PC**2)-(FF(II)*D2PC)))
        G12 = G12+(2*((D1PC*D1PB)-(FF(II)*D2PCB)))
        G13 = G13+(2*((D1PC*D1PM)-(FF(II)*D2PCM)))
        G22 = G22+(2*((D1PB**2)-(FF(II)*D2PB)))
        G23 = G23+(2*((D1PB*D1PM)-(FF(II)*D2PBM)))
        G33 = G33+(2*((D1PM**2)-(FF(II)*D2PM)))
466   CONTINUE
      END IF
467   G21 = G12
      G31 = G13
      G32 = G23
      HM11 = (G22*G33)-(G23*G32)
      HM12 = (G21*G33)-(G23*G31)
      HM13 = (G21*G32)-(G22*G31)
      HM21 = (G12*G33)-(G13*G32)
      HM22 = (G11*G33)-(G13*G31)
      HM23 = (G11*G32)-(G12*G31)
      HM31 = (G12*G23)-(G13*G22)
      HM32 = (G11*G23)-(G13*G21)
      HM33 = (G11*G22)-(G12*G21)
      C11 = HM11
```

```
      C12 = -HM12
      C13 = HM13
      C21 = -HM21
      C22 = HM22
      C23 = -HM23
      C31 = HM31
      C32 = -HM32
      C33 = HM33
      DET2 = (G11*C11)+(G12*C12)+(G13*C13)
      IF(DET2.EQ.0) THEN
        DIVG = 'Y'
        GOTO 495
      END IF
      DC = C0-(((C11*G1)+(C21*G2)+(C31*G3))/DET2)
      DB = B0-(((C12*G1)+(C22*G2)+(C32*G3))/DET2)
      DM = ZM0-(((C13*G1)+(C23*G2)+(C33*G3))/DET2)
      DD = 1/DC
      IF((DC.LE.0).OR.(DC.GE.1).OR.(DM.LE.0).OR.(DB.LT.1).OR.
     *         (DB.GE.DD)) THEN
        NEG = 'Y'
        GOTO 495
      ELSE IF((ABS(DC-C0).LT.0.001).AND.(ABS(DB-B0).LT.0.001)
     *         .AND.(ABS(DM-ZM0).LT.0.001))THEN
         GOTO 485
      ELSE
        C0 = DC
        B0 = DB
        ZM0 = DM
        GOTO 450
      END IF
485   EEC4 = DC-C
      EEB4 = DB-B
      EEM4 = DM-ZM
495   RETURN
      END
```

ประวัติผู้เขียน

นางสาวศุภวรรณ งามวรรณากร เกิดวันที่ 19 เมษายน 2517 สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาประมง คณะเกษตรศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ในปีการศึกษา 2538 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรสถิติศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ ภาคสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2539