บทที่ 5

ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหลแบบหนืด

บทที่ 3 ได้กล่าวถึงการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ สำหรับปัญหาการไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัว ในบทนี้จะเป็นการกล่าวถึงโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ถูกสร้างขึ้นจากสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ดังกล่าวซึ่งถูกเขียนขึ้นโดยภาษา FORTRAN ทั้งโปรแกรมดั้งเดิมและโปรแกรมที่ปรับปรุงแล้ว เนื่องด้วยการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้เป็นการปรับปรุงโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ชื่อ NAVIER ซึ่งเป็นวิทยานิพนธ์ในระดับปริญญาโทของ นายจิตติน ตรีพุทธรัตน์ [3] โดยในการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้จะเป็นการปรับปรุงในส่วนของระเบียบวิธีแก้ระบบสมการขนาดใหญ่ เพื่อลดเวลาในการคำนวณ และปรับปรุงวิธีการเก็บค่าต่าง ๆ เพื่อให้ประหยัดหน่วยความจำที่จำเป็นต้องใช้ โดยรายละเอียดจะไว้กล่าวในหัวข้อต่าง ๆ ถัดไป

5.1 ขั้นตอนการคำนวณ

5.1.1 โปรแกรมวิเคราะห์การไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัว [NAVIER]

โปรแกรม NAVIER เป็นโปรแกรมวิเคราะห์การไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัว ซึ่งประกอบด้วยโปรแกรมหลัก (main program) และโปรแกรมย่อย (subroutine) 7 โปรแกรม ขั้นตอนการคำนวณของโปรแกรมมีดังนี้

5.1.1.1 เริ่มจากการอ่านค่าข้อมูลนำเข้าของปัญหาที่นำมาวิเคราะห์ ซึ่งประกอบไปด้วย ข้อมูลจำนวนจุดต่อของเอลิเมนต์ที่ถูกแบ่งไว้ในรูปแบบของปัญหา ข้อมูลจำนวนเอลิเมนต์ ข้อมูลตำแหน่งของจุดต่อต่าง ๆ ในพิกัดคาร์ทีเซียน (Cartesian coordinate) ข้อมูลขอบเขตของแต่ละจุดต่อ ข้อมูลลำดับการต่อของจุดต่อเพื่อให้เกิดเป็นเอลิเมนต์ ข้อมูลคุณสมบัติของของไหล รวมทั้งจำนวนรอบในการคำนวณ และค่าความผิดพลาดที่ยอมให้ได้

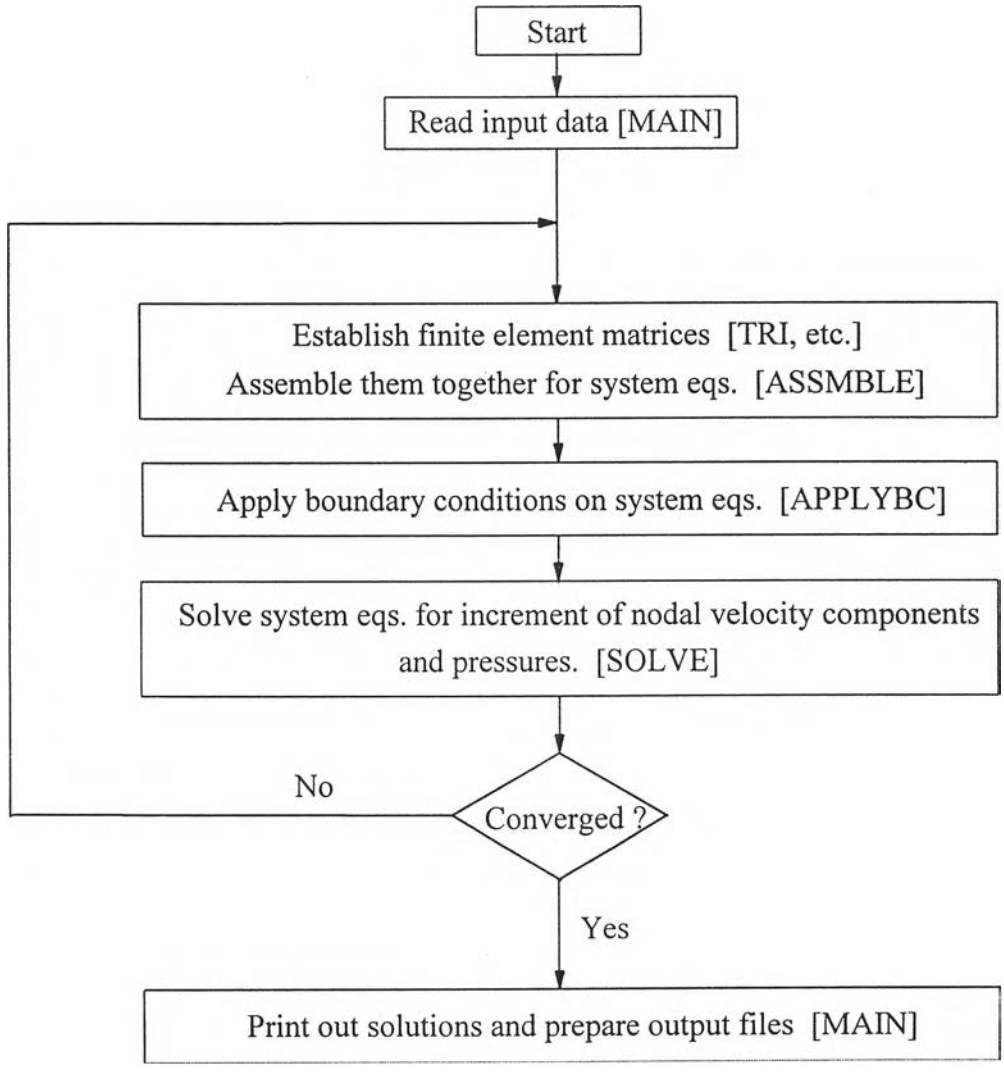
5.1.1.2 เข้าสู่ขบวนการทำซ้ำ เพื่อแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้น โดยจะทำการสร้างไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์ต่าง ๆ และสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ดังแสดงในสมการ (3.54) โดยการเรียกโปรแกรมย่อย TRI โปรแกรมย่อยนี้จะทำการคำนวณไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์ต่าง ๆ ดังแสดงในสมการ (3.55 a-d) โดยมีรายละเอียดในสมการ (3.43-3.48) ก่อนที่จะเรียกโปรแกรมย่อย ASSMBLE เพื่อที่จะรวมเมตริกซ์ของเอลิเมนต์เข้าด้วยกันเป็นเมตริกซ์ของสมการระบบรวม $Ax = b$

5.1.1.3 ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตลงบนระบบสมการรวม โดยการเรียกโปรแกรมย่อย APPLYBC ในปัญหาทางด้านของไหลจะมีเงื่อนไขขอบเขตหลายชนิดที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหา ตัวอย่างเช่น มีการระบุความเร็วในแนวแกนต่าง ๆ ตามแนวทางเข้าของปัญหา หรือมีการระบุความเร็วในแนวแกนต่าง ๆ ให้เป็นศูนย์สำหรับจุดต่อที่อยู่ตามแนวของผิวแข็งต่าง ๆ

5.1.1.4 แก้ระบบสมการรวมด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ เพื่อหาค่าตัวไม่ทราบค่าพื้นฐาน คือ ความเร็วในแนวแกนต่าง ๆ และความดัน โดยการเรียกใช้โปรแกรมย่อย SOLVE

5.1.1.5 ตรวจสอบการลู่เข้าของผลลัพธ์ในสมการ (5.55) ถ้าผลลัพธ์ลู่เข้าภายใต้ค่าความคลาดเคลื่อนที่กำหนด ก็ให้ไปทำในหัวข้อ 5.1.1.6 ต่อไป แต่ถ้าผลลัพธ์ยังไม่ลู่เข้าภายใต้ค่าความคลาดเคลื่อนที่กำหนด ก็ให้กลับไปทำหัวข้อ 5.1.1.2 ใหม่

5.1.1.6 พิมพ์ผลลัพธ์ที่คำนวณได้ในไฟล์ เพื่อนำไปพล็อตในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้งานต่อไป



รูปที่ 5.1 แผนผังการทำงานของโปรแกรม NAVIER

5.1.2 โปรแกรมวิเคราะห์การไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัวที่ได้รับการปรับปรุงแล้ว [NV]

โปรแกรม NV ประกอบไปด้วยโปรแกรมหลัก และโปรแกรมย่อยอีก 8 โปรแกรม โดยจะมีข้อแตกต่างจากโปรแกรม NAVIER ในส่วนของการประกอบและการเก็บเมตริกซ์ของระบบสมการรวมและวิธีการแก้ระบบสมการรวม ซึ่งมีขั้นตอนการคำนวณของโปรแกรมดังนี้

5.1.2.1 เริ่มจากการอ่านข้อมูลนำเข้าของปัญหาที่นำมาวิเคราะห์ ซึ่งในส่วนนี้จะเหมือนในโปร-แกรม NAVIER ซึ่งจะประกอบไปด้วย ข้อมูลจำนวนจุดต่อของเอลิเมนต์ที่ถูกแบ่งไว้ในรูปแบบของปัญหา ข้อมูลจำนวนเอลิเมนต์ ข้อมูลตำแหน่งของจุดต่อต่าง ๆ ในพิกัดคาร์ทีเซียน (Cartesian coordinate) ข้อมูลขอบเขตของแต่ละจุดต่อ ข้อมูลลำดับการต่อของจุดต่อเพื่อให้เกิดเป็นเอลิเมนต์ ข้อมูลคุณสมบัติของของไหล รวมทั้งจำนวนรอบในการคำนวณ และค่าความผิดพลาดที่ยอมให้ได้

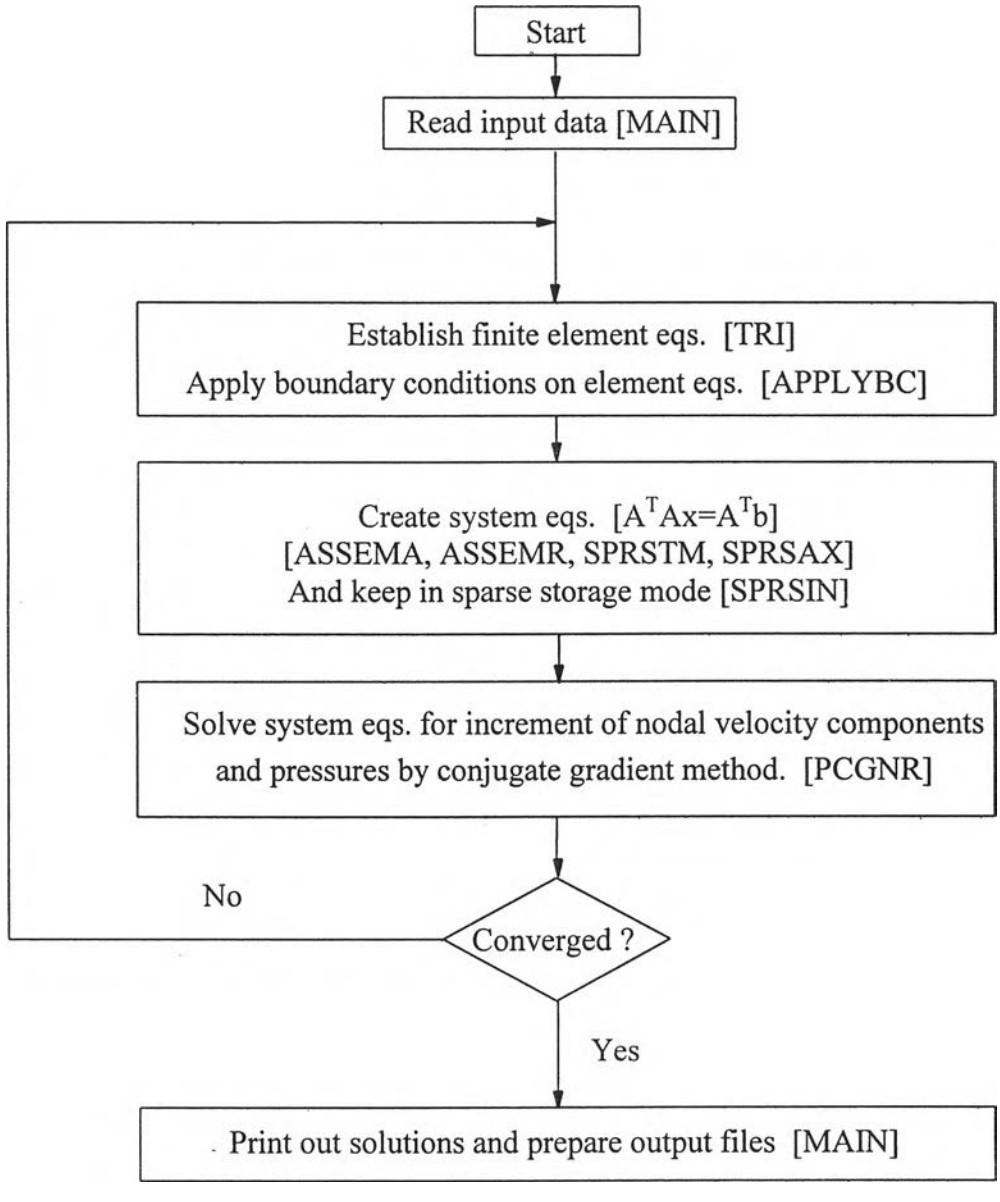
5.1.2.2 เข้าสู่ขบวนการทำซ้ำเพื่อแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้น โดยจะทำการสร้างไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์ต่าง ๆ และสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ดังแสดงในสมการ (3.54) โดยเรียกใช้โปรแกรมย่อย TRI โปรแกรมย่อยนี้จะทำการคำนวณไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์ต่าง ๆ ดังแสดงในสมการ (3.55 a-d) โดยมีรายละเอียดในสมการ (3.43-3.48) เมื่อได้สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ต่าง ๆ เรียบร้อยแล้ว คราวนี้จะยังไม่ประกอบเป็นระบบสมการรวม แต่จะทำการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตต่าง ๆ ลงไปในสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ก่อน โดยการเรียกใช้โปรแกรมย่อย APPLYBC

5.1.2.3 สร้างสมการของระบบรวม $A^TAx = A^Tb$ โดยจะนำสมการของเอลิเมนต์ที่ถูกประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตเรียบร้อยแล้วจากขั้นตอน 5.1.2.2 มาประกอบกันเข้าเป็นสมการระบบรวม โดยขั้นแรกจะทำการหาค่า A^T โดยใช้โปรแกรมย่อย ASSEMA หลักการหาค่า A^T นั้นจะทำการหาค่าทีละแถวของ A^T แล้วนำไปเก็บให้อยู่ในแบบของ sparse storage format ซึ่งจะทำให้ประหยัดจำนวนหน่วยความจำที่จำเป็นต้องใช้ เนื่องจากการจองพื้นที่สำหรับเมตริกซ์ของสมการระบบรวมจะจองเพียง nx1 โดยแบบเดิมในโปรแกรม NAVIER จะจองเท่ากับ nxn และในการเก็บแบบ sparse storage format ที่ใช้ในโปรแกรม NV จะจองพื้นที่ในการเก็บค่าสมาชิกของเมตริกซ์ที่ไม่ใช่ศูนย์เท่านั้น ซึ่งจำนวนสมาชิกที่ไม่ใช่ศูนย์ในเมตริกซ์ A^T และ A^TA นั้น มีจำนวนน้อยมากเมื่อเทียบกับจำนวนสมาชิกทั้งหมดของเมตริกซ์ หลังจากการหาค่า A^T และนำไปเก็บให้อยู่ในรูปแบบ sparse storage format เรียบร้อยแล้ว จะนำไปสู่การหาค่า A^TA โดยการเรียกใช้โปรแกรมย่อย SPRSTM ส่วนเมตริกซ์ b หาได้โดยการเรียกใช้โปรแกรมย่อย ASSEMR แล้วนำไปสู่การหาค่า A^Tb โดยการเรียกใช้โปรแกรมย่อย SPRSAX ซึ่งในขณะนี้จะทำให้ได้สมการระบบรวม $A^TAx = A^Tb$

5.1.2.4 แก้ระบบสมการ $A^TAx = A^Tb$ โดยใช้ระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์ (conjugate gradient) โดยการเรียกใช้โปรแกรมย่อย PCGNR

5.1.2.5 ตรวจสอบการลู่เข้าของผลลัพธ์ในสมการ (5.55) ถ้าผลลัพธ์ลู่เข้าภายใต้ค่าความคลาดเคลื่อนที่กำหนด ก็ให้ไปทำในหัวข้อ 5.1.1.7 ต่อไป แต่ถ้าผลลัพธ์ยังไม่ลู่เข้าภายใต้ค่าความคลาดเคลื่อนที่กำหนด ก็ให้กลับไปทำหัวข้อ 5.1.1.2 ใหม่

5.1.2.6 พิมพ์ผลลัพธ์ที่คำนวณได้ในไฟล์ เพื่อนำไปพล็อตในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้งานต่อไป



รูปที่ 5.2 แผนผังการทำงานของโปรแกรม NV

5.2 รายละเอียดของโปรแกรม

รายละเอียดต่าง ๆ ของโปรแกรม NAVIER สามารถดูได้ในหนังสืออ้างอิง [3] ส่วนรายละเอียดของโปรแกรม NV ได้แสดงในภาคผนวก ก.

5.3 รายละเอียดไฟล์ข้อมูลนำเข้า

รายละเอียดไฟล์ข้อมูลที่ใช้กับโปรแกรม NAVIER และโปรแกรม NV มีลักษณะที่เหมือนกัน ซึ่งประกอบไปด้วยหกส่วน ดังแสดงต่อไปนี้

5.3.1 ลักษณะของไฟล์ข้อมูล

บรรทัดแรก จำนวนบรรทัดที่อธิบายลักษณะของปัญหา

บรรทัดต่อมา ลักษณะของคำอธิบายเท่ากับจำนวนบรรทัดที่บอกไว้ในบรรทัดแรก

5.3.2 ขนาดของรูปไฟไนต์เอลิเมนต์

บรรทัดแรก คำอธิบายจำนวนจุดต่อและเงื่อนไขขอบเขต

บรรทัดที่สอง จำนวนจุดต่อความเร็ว จุดต่อความดัน เอลิเมนต์ เงื่อนไขขอบเขตที่ทางออก การทำซ้ำ และความกว้างของค่าความคลาดเคลื่อน

ตัวอย่าง	NPOIV	NPOIP	NELEM	NFREE	NITER	TOL
	15	9	8	1	20	0.1

5.3.3 ค่าคุณสมบัติของของไหล

บรรทัดแรก คำอธิบายคุณสมบัติของของไหล

บรรทัดที่สอง ค่าคุณสมบัติของของไหล

ตัวอย่าง	DENSITY	VISCOSITY
	1.0	1.0

5.3.4 ข้อมูลของจุดต่อ

บรรทัดแรก คำอธิบายข้อมูลของจุดต่อ

บรรทัดที่สอง หมายเลขจุดต่อ เงื่อนไขขอบเขตสำหรับความเร็ว u,v และความดัน p (0 = อิสระ, 1 = ยึดไว้) โคออร์ดิเนต และค่าของ u, v, p

ตัวอย่าง

NODE	IBCU	IBCV	IBCP	X	Y	U	V	P
1	1	1	0	0.	0.	1.	0.	0.
2	0	1	0	1.	0.	0.	0.	0.

หมายเหตุ : การนับเลขที่จุดต่อภายในเอลิเมนต์จะต้องนับเลขที่มุมของเอลิเมนต์ก่อนแล้วจึงนับเลขจุดต่อที่กลางขอบของเอลิเมนต์ (ดูตัวอย่างในหัวข้อ 5.4)

5.3.5 การจัดเรียงจุดต่อภายในเอลิเมนต์

บรรทัดแรก คำอธิบายความหมายของบรรทัดถัดไป

บรรทัดต่อมา หมายเลขเอลิเมนต์ เลขจุดต่อที่มุมเอลิเมนต์จากนั้นจึงเป็นเลขจุดต่อที่กึ่งกลางขอบของเอลิเมนต์

ตัวอย่าง	IE	I	J	K	L	M	N
	1	1	13	11	12	6	7
	2	1	3	13	8	7	2

5.3.6 เงื่อนไขการไหลที่ทางออก

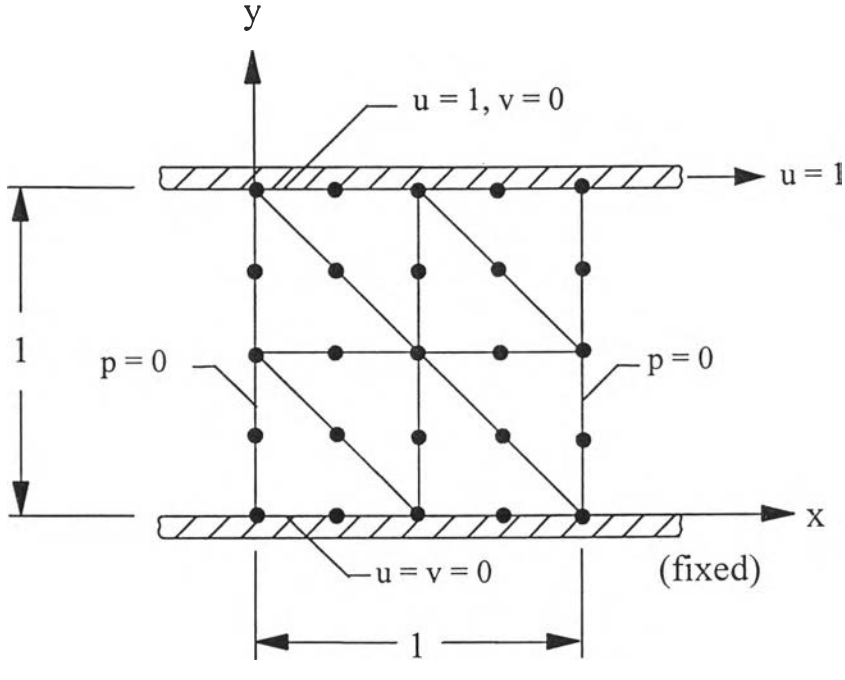
บรรทัดแรก คำอธิบายรายละเอียด

บรรทัดที่สอง หมายเลขเอลิเมนต์ หมายเลขจุดต่อทั้งสามที่ขอบเอลิเมนต์นั้น

ตัวอย่าง	IE	II	JJ	KK
	4	5	15	10

5.4 ตัวอย่างการใช้โปรแกรม

เพื่อเป็นการแสดงตัวการใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ NV และในขณะเดียวกัน เพื่อเป็นการตรวจสอบความถูกต้องของการปรับปรุงโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ดังนั้นจะขอแสดงตัวอย่างปัญหาการไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัวระหว่างแผ่นเรียบ 2 แผ่น โดยจะแสดงเปรียบเทียบผลกับผลของการใช้โปรแกรม NAVIER ซึ่งมีความถูกต้องแม่นยำอยู่แล้ว ตัวอย่างปัญหาดังกล่าวได้แสดงไว้ในรูปที่ 5.3 โดยแผ่นล่างถูกยึดไว้ ในขณะที่แผ่นบนมีการเคลื่อนที่ในแนวแกน x ด้วยความเร็ว u เท่ากับ 1 ระยะห่างระหว่างแผ่นคู่ขนานกำหนดให้มีระยะเท่ากับหนึ่ง



รูปที่ 5.3 การไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัวระหว่างแผ่นคู่ขนาน

รูปแบบการกระจายของความเร็วแม่นตรงที่ทุกตำแหน่งของ x [3] สามารถประดิษฐ์ขึ้นได้สำหรับปัญหาการไหลแบบหนึ่งมิติเช่นนี้ ในกรณีนี้สมการนาเวียร์-สโตกส์ ในแกน x ซึ่งคือสมการ (2.21b) ลดรูปมาเป็น

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \qquad (5.1)$$

โดยสมการ (2.21b) นั้นถูกต้องอยู่เสมอเมื่อกำหนดให้ค่าความดันนั้นเท่ากับศูนย์ในทุก ๆ จุด หากทำการอินทิเกรตสมการ (5.1) สองครั้งจะได้

$$u(y) = Ay + B \qquad (5.2)$$

โดยที่ A และ B เป็นค่าคงที่จากการอินทิเกรต ซึ่งสามารถหาค่าได้จากเงื่อนไขขอบเขตดังนี้

$$u(y = 0) = 0 \qquad (5.3a)$$

$$u(y = 1) = 1 \qquad (5.3b)$$

ก่อให้เกิด A = 1 และ B = 0 ดังนั้นค่ารูปแบบการกระจายความเร็วแม่นตรงตามแนวแกน y ณ ตำแหน่ง x ใด ๆ คือ

$$u(y) = y \qquad (5.4)$$

ปัญหาดังกล่าวถูกนำไปวิเคราะห์ โดยใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ทั้งโปรแกรม NAVIER และ NV โดยเริ่มจากการสร้างรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ดังแสดงในรูปที่ 5.3 ซึ่งรูปแบบดังกล่าวประกอบด้วย 25 จุดต่อของความเร็ว 9 จุดต่อของความดัน และ 8 เอลิเมนต์ ความเร็ว u = 1 และ v = 0 ที่จุดต่อทางด้านบนของแผ่น และกำหนดให้ความดันมีค่าเท่ากับศูนย์ที่จุดต่อตามแนวดิ่งทางด้านซ้ายและขวาของรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ ลักษณะไฟล์ข้อมูลที่ทั้งสองโปรแกรมต้องการ ได้ถูกสร้างขึ้นในชื่อ COUETTE.DAT โดยมีรายละเอียดดังนี้

```
2
EXAMPLE OF COUETTE FLOW USING NAVIER-STOKES CODE
FINITE ELEMENT MODEL WITH 25 NODES AND 8 ELEMENTS
  NPOIV   NPOIP   NELEM   NFREE   NITER    TOL
     25       9       8       1      20    0.1
 DENSITY VISCOSITY
     1.0       1.0
NODAL BOUNDARY CONDITIONS AND COORDINATES [25]:
 1    1    1    1    0.    0.    0.    0.    0.
 2    1    1    0    0.5   0.    0.    0.    0.
 3    1    1    1    1.0   0.    0.    0.    0.
 4    0    1    1    0.    0.5   0.    0.    0.
 5    0    1    0    0.5   0.5   0.    0.    0.
 6    0    1    1    1.0   0.5   0.    0.    0.
 7    1    1    1    0.    1.0   1.    0.    0.
 8    1    1    0    0.5   1.0   1.    0.    0.
 9    1    1    1    1.0   1.0   1.    0.    0.
10    1    1   -1    0.25  0.    0.    0.    0.
11    1    1   -1    0.75  0.    0.    0.    0.
12    0    1   -1    0.    0.25  0.    0.    0.
13    0    1   -1    0.25  0.25  0.    0.    0.
14    0    1   -1    0.5   0.25  0.    0.    0.
15    0    1   -1    0.75  0.25  0.    0.    0.
16    0    1   -1    1.0   0.25  0.    0.    0.
```

```
17      0       1       -1      0.25    0.5     0.      0.      0.
18      0       1       -1      0.75    0.5     0.      0.      0.
19      0       1       -1      0.      0.75    0.      0.      0.
20      0       1       -1      0.25    0.75    0.      0.      0.
21      0       1       -1      0.5     0.75    0.      0.      0.
22      0       1       -1      0.75    0.75    0.      0.      0.
23      0       1       -1      1.0     0.75    0.      0.      0.
24      1       1       -1      0.25    1.0     1.      0.      0.
25      1       1       -1      0.75    1.0     1.      0.      0.
ELEMENT NODAL CONNECTION [8]:
1       1       2       4       13      12      10
2       5       4       2       13      14      17
3       2       3       5       15      14      11
4       6       5       3       15      16      18
5       4       5       7       20      19      17
6       8       7       5       20      21      24
7       5       6       8       22      21      18
8       9       8       6       22      23      25
ELEMENT NODAL CONNECTION FOR OUTFLOW [1]:
4       3       16      6
```

รายละเอียดที่ปรากฏบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ จากการใช้โปรแกรม NAVIER มีดังนี้

```
PLEASE ENTER THE INPUT FILE NAME:
COUETTE.DAT      <ENTER>

  THE FINITE ELEMENT MODEL CONSISTS OF:
     NUMBER OF VELOCITY NODES              =  25
     NUMBER OF PRESSURE NODES              =   9
     NUMBER OF ELEMENTS                    =   8
     NUMBER OF OUTFLOW BOUNDARY            =   1
  WITH NUMBER OF ITERATIONS REQUIRED       =  20
  OR SPECIFIED STOPPING TOLERANCE          =  10

  * PERFORMING COMPUTATION AT ITERATION NUMBER  1:
     ESTABLISHING ELEMENT MATRICES AND ASSEMBLING ELEMENT EQS.
     APPLYING BOUNDARY CONDITIONS OF NODAL INCREMENTS
     SOLVING SET OF SIMULTANEOUS EQS. FOR NODAL INCREMENTS
     ( TOTAL OF   59 EQUATIONS TO BE SOLVED )
    CURRENT SOLUTION HAS GLOBAL ERROR OF  150.00 %

  * PERFORMING COMPUTATION AT ITERATION NUMBER  2:
     ESTABLISHING ELEMENT MATRICES AND ASSEMBLING ELEMENT EQS.
     APPLYING BOUNDARY CONDITIONS OF NODAL INCREMENTS
     SOLVING SET OF SIMULTANEOUS EQS. FOR NODAL INCREMENTS
     ( TOTAL OF   59 EQUATIONS TO BE SOLVED )
    CURRENT SOLUTION HAS GLOBAL ERROR OF    .00 %

  *** SOLUTION CONVERGED WITHIN SPECIFIED TOLERANCE ***

PLEASE ENTER FILE NAME FOR VELOCITY & PRESSURE SOLUTIONS:
GUVP.OUT     <ENTER>

PLEASE ENTER FILE NAME FOR U-V-P DISPLAY:
GUVP.PLT     <ENTER>

PLEASE ENTER FILE NAME FOR U-V DISPLAY:
GUV.PLT      <ENTER>

Stop - program terminated.
```

รายละเอียดบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ จากการใช้โปรแกรม NV

```
PLEASE ENTER THE INPUT FILE NAME:
 COUETTE.DAT       <ENTER>

THE FINITE ELEMENT MODEL CONSISTS OF:
       NUMBER OF VELOCITY NODES              =  25
       NUMBER OF PRESSURE NODES              =   9
       NUMBER OF ELEMENTS                    =   8
       NUMBER OF OUTFLOW BOUNDARY            =   1
   WITH NUMBER OF ITERATIONS REQUIRED        =  20
   OR SPECIFIED STOPPING TOLERANCE           =  10

* PERFORMING COMPUTATION AT ITERATION NUMBER  1:
      ESTABLISHING ELEMENT MATRICES AND ASSEMBLING ELEMENT EQS.
      ASSEMBLING THE SYSTEM RESIDUALS VECTOR
      SOLVING SET OF SIMULTANEOUS EQS. FOR NODAL INCREMENTS
    FIND A TRANSPOSE * A
    FIND A TRANSPOSE * B
      ( TOTAL OF   59 EQUATIONS TO BE SOLVED )
   APPLYING CONJUGATE GRADIENT METHOD
    CURRENT SOLUTION HAS GLOBAL ERROR OF    150.16 %

   * PERFORMING COMPUTATION AT ITERATION NUMBER  2:
      ESTABLISHING ELEMENT MATRICES AND ASSEMBLING ELEMENT EQS.
      ASSEMBLING THE SYSTEM RESIDUALS VECTOR
      SOLVING SET OF SIMULTANEOUS EQS. FOR NODAL INCREMENTS
    FIND A TRANSPOSE * A
    FIND A TRANSPOSE * B
      ( TOTAL OF   59 EQUATIONS TO BE SOLVED )
   APPLYING CONJUGATE GRADIENT METHOD
    CURRENT SOLUTION HAS GLOBAL ERROR OF      .07 %

   *** SOLUTION CONVERGED WITHIN SPECIFIED TOLERANCE ***

 PLEASE ENTER FILE NAME FOR VELOCITY & PRESSURE SOLUTIONS:
 CGUVP.OUT       <ENTER>

 PLEASE ENTER FILE NAME FOR U-V-P DISPLAY:
 CGUVP.PLT       <ENTER>

 PLEASE ENTER FILE NAME FOR U-V DISPLAY:
 CGUV.PLT        <ENTER>

Stop - program terminated.
```

ผลเปรียบเทียบของความเร็วและความดันที่ได้จากการคำนวณโดยโปรแกรม NAVIER และ NV

ผลจากโปรแกรม NAVIER

NODAL VELOCITY AND PRESSURE SOLUTIONS [25]:

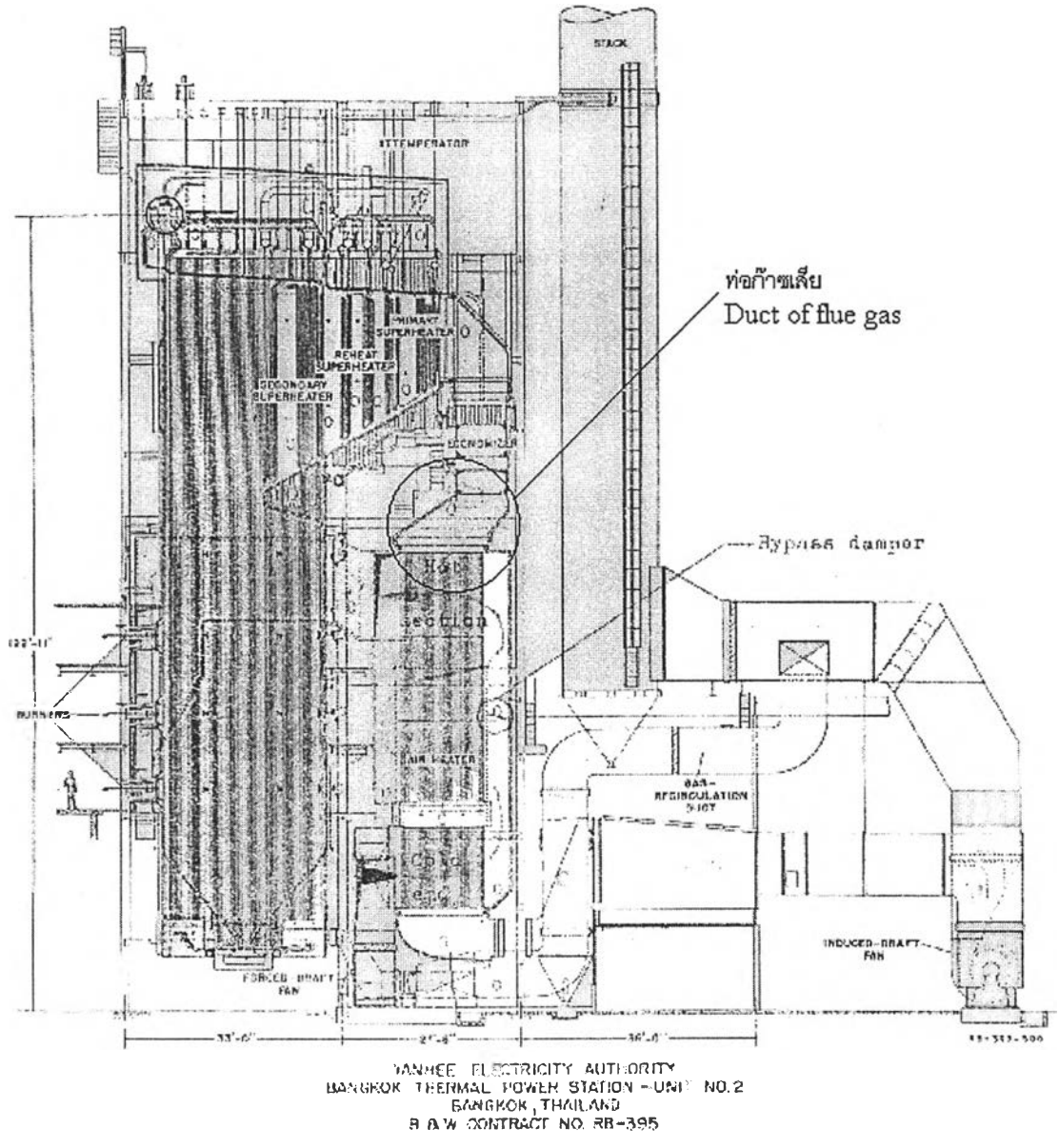
NODE	U-VELOCITY	V-VELOCITY	PRESSURE
1	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
2	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
3	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
4	.500000E+00	.000000E+00	.000000E+00
5	.500000E+00	.000000E+00	.000000E+00
6	.500000E+00	.000000E+00	.000000E+00
7	.100000E+01	.000000E+00	.000000E+00
8	.100000E+01	.000000E+00	.000000E+00
9	.100000E+01	.000000E+00	.000000E+00
10	.000000E+00	.000000E+00	
11	.000000E+00	.000000E+00	
12	.250000E+00	.000000E+00	
13	.250000E+00	.000000E+00	
14	.250000E+00	.000000E+00	
15	.250000E+00	.000000E+00	
16	.250000E+00	.000000E+00	
17	.500000E+00	.000000E+00	
18	.500000E+00	.000000E+00	
19	.750000E+00	.000000E+00	
20	.750000E+00	.000000E+00	
21	.750000E+00	.000000E+00	
22	.750000E+00	.000000E+00	
23	.750000E+00	.000000E+00	
24	.100000E+01	.000000E+00	
25	.100000E+01	.000000E+00	

ผลจากโปรแกรม NV

NODAL VELOCITY AND PRESSURE SOLUTIONS [25]:

NODE	U-VELOCITY	V-VELOCITY	PRESSURE
1	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
2	.000000E+00	.000000E+00	-.104902E-02
3	.000000E+00	.000000E+00	.000000E+00
4	.499980E+00	.000000E+00	.000000E+00
5	.500012E+00	.000000E+00	.142692E-02
6	.499984E+00	.000000E+00	.000000E+00
7	.100000E+01	.000000E+00	.000000E+00
8	.100000E+01	.000000E+00	-.549363E-02
9	.100000E+01	.000000E+00	.000000E+00
10	.000000E+00	.000000E+00	
11	.000000E+00	.000000E+00	
12	.250009E+00	.000000E+00	
13	.249987E+00	.000000E+00	
14	.249975E+00	.000000E+00	
15	.250010E+00	.000000E+00	
16	.250033E+00	.000000E+00	
17	.499976E+00	.000000E+00	
18	.500018E+00	.000000E+00	
19	.750012E+00	.000000E+00	
20	.750067E+00	.000000E+00	
21	.750074E+00	.000000E+00	
22	.749932E+00	.000000E+00	
23	.749838E+00	.000000E+00	
24	.100000E+01	.000000E+00	
25	.100000E+01	.000000E+00	

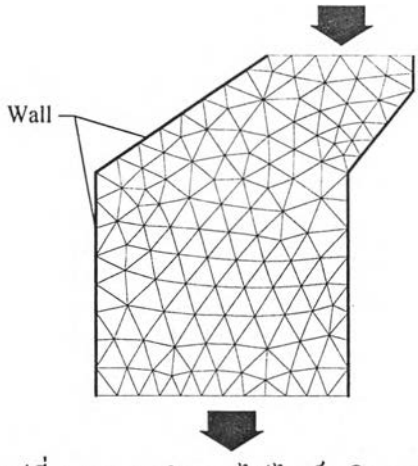
หลังจากที่ได้ทดสอบกับปัญหาขนาดเล็กดังกล่าวเรียบร้อยแล้ว ซึ่งจะเห็นว่าโปรแกรม NV มีความถูกต้องแล้ว จึงได้นำไปแก้ปัญหาขนาดใหญ่ขึ้น คือ ปัญหาการไหลของก๊าซเสียในท่อก๊าซเสียของโรงไฟฟ้าพระนครเหนือ ซึ่งปัญหาดังกล่าวได้นำมาวิเคราะห์ทั้งจากโปรแกรม NAVIER และโปรแกรม NV เปรียบเทียบกัน ซึ่งให้ผลเป็นที่น่าพอใจ



รูปที่ 5.4 การไหลของก๊าซเสียผ่านท่อก๊าซเสียของโรงไฟฟ้าพระนครเหนือ

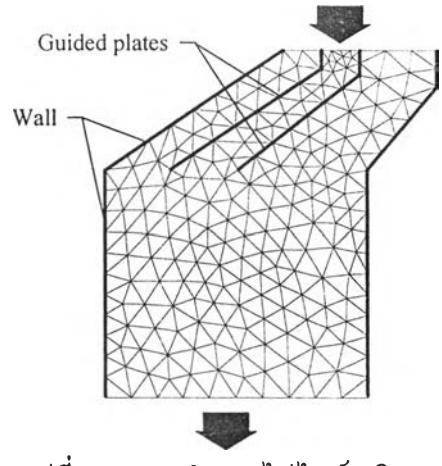
ผลการทำนายโดยโปรแกรม NAVIER

กรณีที่ 1

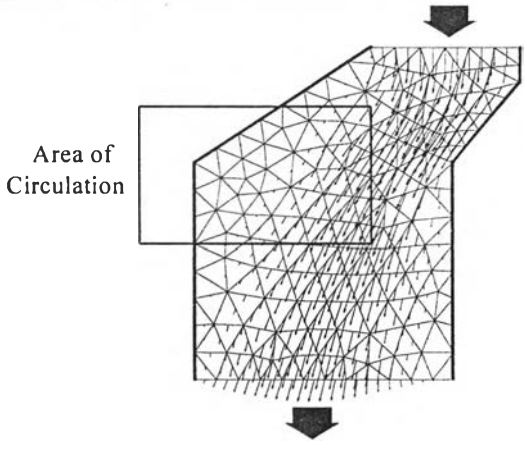


รูปที่ 5.5 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

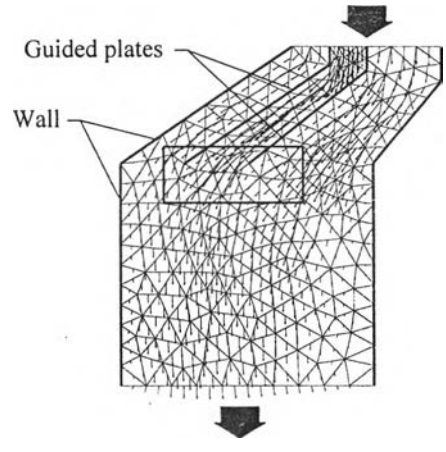
กรณีที่ 2



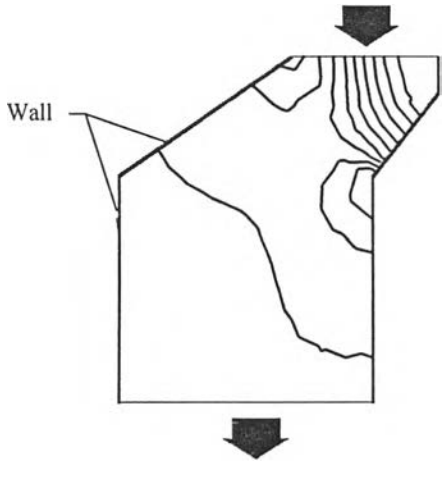
รูปที่ 5.6 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์



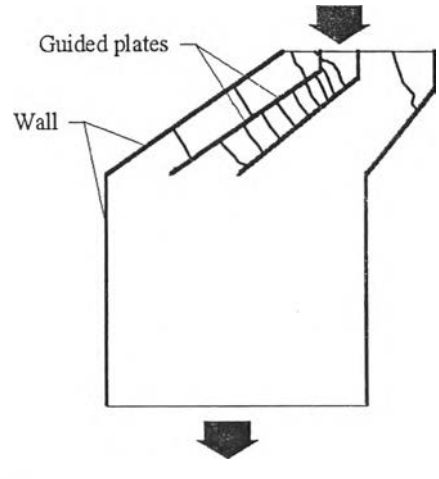
รูปที่ 5.7 ผลการทำนายพฤติกรรมการไหลในกรณีที่เกิดการหมุนวน



รูปที่ 5.8 ผลการทำนายพฤติกรรมการไหลในท่อที่ติดตั้งแผ่นกั้น



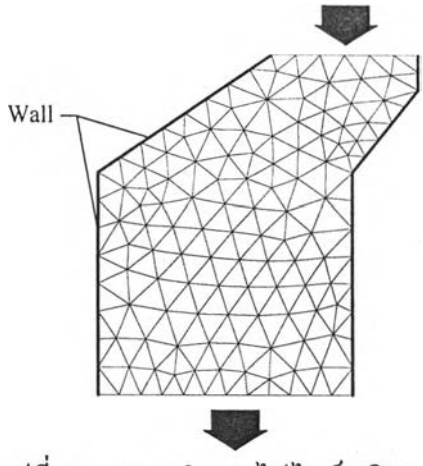
รูปที่ 5.9 ผลการทำนายความดันในกรณีที่เกิดการหมุนวน



รูปที่ 5.10 ผลการทำนายความดันในท่อที่ติดตั้งแผ่นกั้น

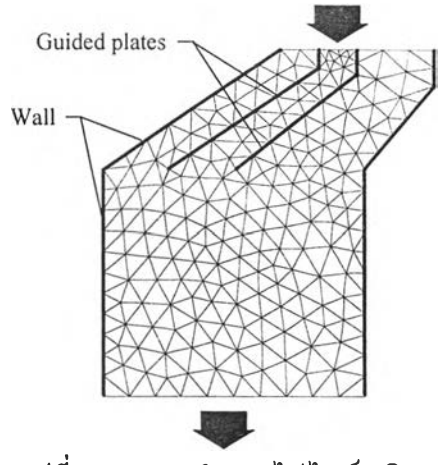
ผลการทำนายโดยโปรแกรม NV

กรณีที่ 1

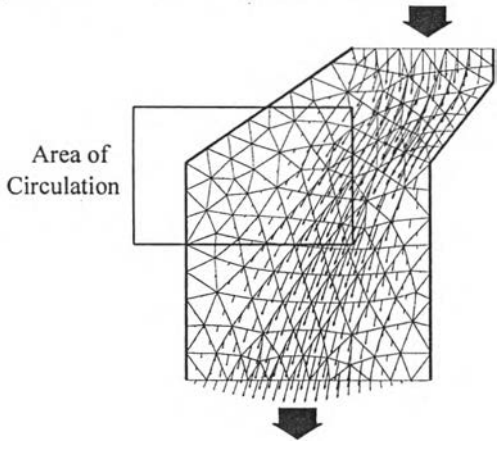


รูปที่ 5.11 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

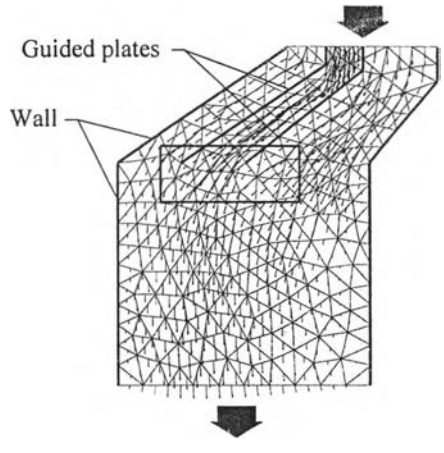
กรณีที่ 2



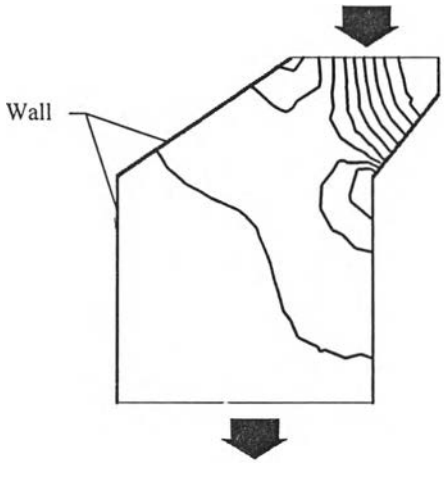
รูปที่ 5.12 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์



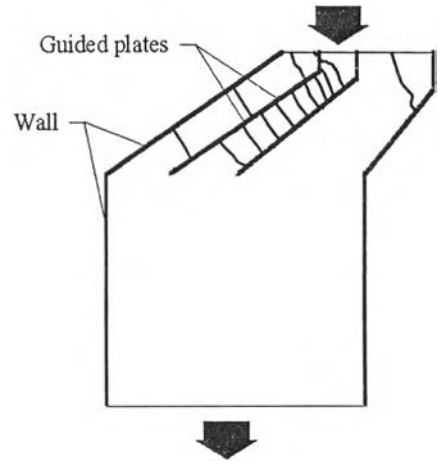
ปที่ 5.13 ผลการทำนายพฤติกรรมการไหลในกรณีที่เกิดการหมุนวน



รูปที่ 5.14 ผลการทำนายพฤติกรรมการไหลในท่อที่ติดตั้งแผ่นกั้น



รูปที่ 5.15 ผลการทำนายความดันในกรณีที่เกิดการหมุนวน



รูปที่ 5.16 ผลการทำนายความดันในท่อที่ติดตั้งแผ่นกั้น

ผลการเปรียบเทียบระหว่างโปรแกรมเดิมและโปรแกรมที่ปรับปรุงแล้วของปัญหาการไหลของก๊าซเสียผ่านท่อก๊าซเสีย กรณีที่ 1 สำหรับ 30 จุดต่อแรก มีดังนี้

โปรแกรม NAVIER				โปรแกรม NV			
NODE	U-VELOCITY	V-VELOCITY	PRESSURE	NODE	U-VELOCITY	V-VELOCITY	PRESSURE
1	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.977435E+02	1	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.977436E+02
2	0.000000E+00	-0.960000E+01	-0.461242E+02	2	0.000000E+00	-0.960000E+01	-0.461242E+02
3	0.000000E+00	-0.153600E+02	0.533781E+01	3	0.000000E+00	-0.153600E+02	0.533794E+01
4	0.000000E+00	-0.172800E+02	0.826455E+02	4	0.000000E+00	-0.172800E+02	0.826458E+02
5	0.000000E+00	-0.153600E+02	0.155243E+03	5	0.000000E+00	-0.153600E+02	0.155243E+03
6	0.000000E+00	-0.960000E+01	0.199422E+03	6	0.000000E+00	-0.960000E+01	0.199423E+03
7	0.000000E+00	0.000000E+00	0.200142E+03	7	0.000000E+00	0.000000E+00	0.200144E+03
8	0.000000E+00	0.000000E+00	0.186488E+03	8	0.000000E+00	0.000000E+00	0.186488E+03
9	0.000000E+00	0.000000E+00	0.201406E+03	9	0.000000E+00	0.000000E+00	0.201407E+03
10	0.000000E+00	0.000000E+00	0.194613E+03	10	0.000000E+00	0.000000E+00	0.194613E+03
11	0.000000E+00	0.000000E+00	0.139598E+03	11	0.000000E+00	0.000000E+00	0.139599E+03
12	0.000000E+00	0.000000E+00	0.864818E+02	12	0.000000E+00	0.000000E+00	0.864822E+02
13	0.000000E+00	0.000000E+00	0.282300E+02	13	0.000000E+00	0.000000E+00	0.282305E+02
14	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.971624E+02	14	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.971621E+02
15	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.921402E+02	15	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.921398E+02
16	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.483935E+02	16	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.483934E+02
17	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.340522E+02	17	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.340520E+02
18	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.243778E+02	18	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.243776E+02
19	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.163880E+02	19	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.163878E+02
20	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.116277E+02	20	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.116275E+02
21	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.397235E+01	21	0.000000E+00	0.000000E+00	-0.397220E+01
22	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00	22	0.000000E+00	0.000000E+00	0.000000E+00
23	0.703769E+00	-0.674321E+00	0.000000E+00	23	0.704015E+00	-0.674390E+00	0.000000E+00
24	0.732586E+00	-0.267028E+01	0.000000E+00	24	0.732680E+00	-0.267011E+01	0.000000E+00
25	0.102096E+00	-0.526452E+01	0.000000E+00	25	0.102098E+00	-0.526440E+01	0.000000E+00
26	-0.786332E+00	-0.799313E+01	0.000000E+00	26	-0.786344E+00	-0.799306E+01	0.000000E+00
27	-0.180116E+01	-0.103367E+02	0.000000E+00	27	-0.180118E+01	-0.103367E+02	0.000000E+00
28	-0.269644E+01	-0.115969E+02	0.000000E+00	28	-0.269648E+01	-0.115969E+02	0.000000E+00
29	-0.320322E+01	-0.116015E+02	0.000000E+00	29	-0.320326E+01	-0.116015E+02	0.000000E+00
30	-0.324958E+01	-0.105189E+02	0.000000E+00	30	-0.324964E+01	-0.105189E+02	0.000000E+00

ตัวอย่างผลการเปรียบเทียบระหว่างโปรแกรมเดิมและโปรแกรมที่ปรับปรุงแล้วของปัญหาการไหลของก๊าซเสียผ่านท่อก๊าซเสีย กรณีที่ 2 สำหรับ 30 จุดต่อแรก มีดังนี้

โปรแกรม NAVIER

NODE	U-VELOCITY	V-VELOCITY	PRESSURE
1	0.000000E+00	0.000000E+00	0.381181E+03
2	0.000000E+00	-0.756000E+01	0.500629E+03
3	0.000000E+00	0.000000E+00	0.440231E+03
4	0.000000E+00	0.000000E+00	0.491932E+03
5	0.000000E+00	0.000000E+00	0.426156E+03
6	0.000000E+00	0.000000E+00	0.351104E+03
7	0.000000E+00	0.000000E+00	0.297174E+03
8	0.000000E+00	0.000000E+00	0.238815E+03
9	0.000000E+00	0.000000E+00	0.181338E+03
10	0.000000E+00	0.000000E+00	0.128903E+03
11	0.000000E+00	0.000000E+00	0.445486E+02
12	0.000000E+00	0.000000E+00	0.138973E+01
13	0.000000E+00	0.000000E+00	0.219866E+02
14	0.000000E+00	0.000000E+00	0.850201E+02
15	0.000000E+00	0.000000E+00	0.216548E+03
16	0.000000E+00	0.000000E+00	0.393910E+03
17	0.000000E+00	0.000000E+00	0.622008E+03
18	0.000000E+00	0.000000E+00	0.826641E+03
19	0.000000E+00	0.000000E+00	0.117236E+04
20	0.000000E+00	0.000000E+00	0.155348E+04
21	0.000000E+00	-0.121635E+02	0.145404E+04
22	0.000000E+00	-0.162179E+02	0.152500E+04
23	0.000000E+00	-0.121635E+02	0.156868E+04
24	0.000000E+00	0.000000E+00	0.156788E+04
25	0.000000E+00	0.000000E+00	0.147006E+04
26	0.000000E+00	0.000000E+00	0.152694E+04
27	0.000000E+00	0.000000E+00	0.136192E+04
28	0.000000E+00	0.000000E+00	0.964723E+03
29	0.000000E+00	0.000000E+00	0.717872E+03
30	0.000000E+00	0.000000E+00	0.529477E+03

โปรแกรม NV

NODE	U-VELOCITY	V-VELOCITY	PRESSURE
1	0.000000E+00	0.000000E+00	0.381180E+03
2	0.000000E+00	-0.756000E+01	0.500627E+03
3	0.000000E+00	0.000000E+00	0.440230E+03
4	0.000000E+00	0.000000E+00	0.491932E+03
5	0.000000E+00	0.000000E+00	0.426155E+03
6	0.000000E+00	0.000000E+00	0.351104E+03
7	0.000000E+00	0.000000E+00	0.297172E+03
8	0.000000E+00	0.000000E+00	0.238815E+03
9	0.000000E+00	0.000000E+00	0.181337E+03
10	0.000000E+00	0.000000E+00	0.128902E+03
11	0.000000E+00	0.000000E+00	0.445486E+02
12	0.000000E+00	0.000000E+00	0.138972E+01
13	0.000000E+00	0.000000E+00	0.219866E+02
14	0.000000E+00	0.000000E+00	0.850201E+02
15	0.000000E+00	0.000000E+00	0.216547E+03
16	0.000000E+00	0.000000E+00	0.393910E+03
17	0.000000E+00	0.000000E+00	0.622008E+03
18	0.000000E+00	0.000000E+00	0.826640E+03
19	0.000000E+00	0.000000E+00	0.117238E+04
20	0.000000E+00	0.000000E+00	0.155351E+04
21	0.000000E+00	-0.121635E+02	0.145406E+04
22	0.000000E+00	-0.162179E+02	0.152500E+04
23	0.000000E+00	-0.121635E+02	0.156868E+04
24	0.000000E+00	0.000000E+00	0.156788E+04
25	0.000000E+00	0.000000E+00	0.147006E+04
26	0.000000E+00	0.000000E+00	0.152696E+04
27	0.000000E+00	0.000000E+00	0.136195E+04
28	0.000000E+00	0.000000E+00	0.964723E+03
29	0.000000E+00	0.000000E+00	0.717871E+03
30	0.000000E+00	0.000000E+00	0.529475E+03