บทที่ 8
ผลการวิเคราะห์ปัญหาโดยการใช้โปรแกรมในปัญหาต่าง ๆ

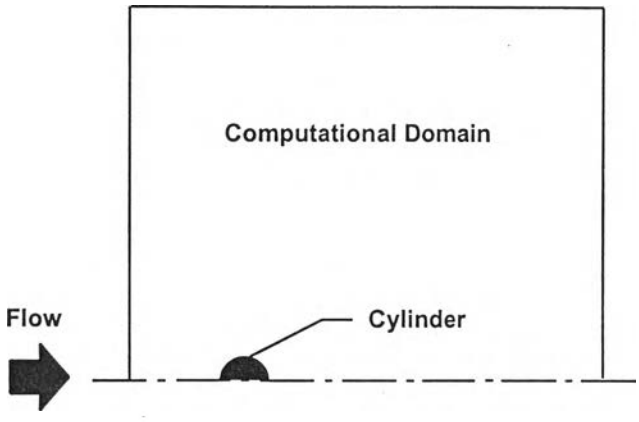
การวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัวโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ร่วมกับเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ จะต้องมีความเข้าใจถึงหลักการของระเบียบวิธีต่าง ๆ ที่นำมาใช้ หลักการของการนำเอาระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาประยุกต์กับการวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัว ได้อธิบายโดยละเอียดไว้ในบทที่ 3 วิธีการแก้ระบบสมการขนาดใหญ่ที่จะพบในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัว ได้อธิบายโดยละเอียดไว้ในบทที่ 4 โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้หลักการของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ได้รับการปรับปรุงประสิทธิภาพ ขั้นตอนการคำนวณของตัวโปรแกรม ลักษณะไฟล์ข้อมูลที่โปรแกรมต้องการและไฟล์ข้อมูลผลลัพธ์ รวมทั้งตัวอย่างการใช้โปรแกรมดังกล่าวได้แสดงไว้ในบทที่ 5 ส่วนหลักการของเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ ได้อธิบายอย่างเป็นขั้นเป็นตอนในบทที่ 6 ตั้งแต่หลักการทั่วไปและวิธีการนำเอาเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติมาใช้กับปัญหาการไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัว ในบทที่ 7 ได้อธิบายถึงขั้นตอนการคำนวณของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ และหลักการอย่างคร่าว ๆ ของโปรแกรมกราฟฟิกสำหรับแบ่งเอลิเมนต์ที่มาใช้ร่วมด้วย รวมทั้งได้แสดงถึงตัวอย่างขั้นตอนการใช้โปรแกรมดังกล่าวอย่างเป็นขั้นเป็นตอน

ในบทที่ 8 นี้ จะนำเสนอผลการวิเคราะห์ปัญหาโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ต่าง ๆ ของทั้งระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติทั้งสามโปรแกรม คือ โปรแกรม BUILT, NV, SPACE ในการวิเคราะห์ปัญหาที่จะพบในงานวิศวกรรมโดยทั่วไป เพื่อแสดงประสิทธิภาพของการวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัวโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ

8.1 ปัญหาการไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอก

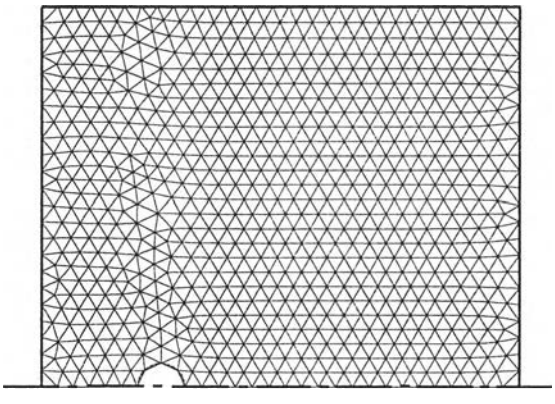
เพื่อเป็นการแสดงถึงความสามารถของการนำเอาเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติมาใช้ร่วมกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัว ปัญหาการไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอก [18,19] จึงถูกเลือกมาเพื่อแสดงความสามารถของ

เทคนิควิธีดังกล่าว โดยมีการไหลเข้ามาทางด้านซ้ายของรูปปัญหาที่ถูกพิจารณา โดยมีค่าเรย์โนลด์ (RE) เท่ากับ 50 ดังแสดงในรูปที่ 8.1



รูปที่ 8.1 ปัญหาการไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอก

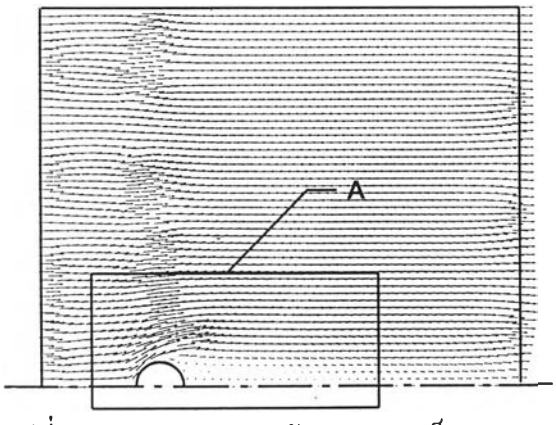
เนื่องจากปัญหาดังกล่าวมีความสมมาตร ดังนั้นจึงพิจารณาเฉพาะครึ่งบนของปัญหา โดยเริ่มจากการแบ่งรูปปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ที่มีความสม่ำเสมอตลอดทั้งโดเมนการไหลที่พิจารณา ดังแสดงในรูปที่ 8.2 ประกอบด้วย 1,433 เอลิเมนต์



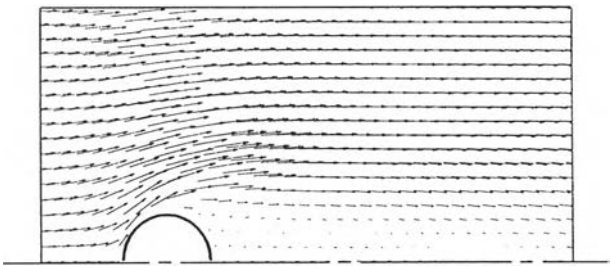
รูปที 8.2 ลักษณะปัญหาการไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอก กรณีที่ใช้เอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ

การแบ่งรูปปัญหาที่มีเอลิเมนต์จำนวนมากนี้ ก็เพื่อที่จะจำลองรูปแบบปัญหาให้ใกล้เคียงกับความเป็นจริง เนื่องจากโดเมนปัญหามีขนาดใหญ่มากเมื่อเทียบกับขนาดของวัตถุรูปทรงกระบอก และโดยปกติเราจะไม่ทราบผลเฉลยของปัญหามาก่อน ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว ถูกแสดงไว้ในรูปที่ 8.3 รูปที่ 8.4 แสดงถึงการเปลี่ยนแปลงขนาดและทิศทางของความเร็วในบริเวณใกล้กับผิววัตถุรูปทรงกระบอก และลักษณะการหมุนวนที่เกิดขึ้นทางด้านหลังของวัตถุรูปทรงกระบอก รูปที่ 8.4 นี้แสดงให้เห็นว่าควรจะปรับใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กลงในบริเวณดังกล่าวเพื่อที่จะสามารถแสดง

รายละเอียดและความแม่นยำของคำตอบเชิงตัวเลขได้เป็นอย่างดี และในขณะเดียวกันเอลิเมนต์ขนาดใหญ่สามารถถูกใช้ในบริเวณที่ไกลจากวัตถุรูปทรงกระบอกมาก ๆ ได้เพื่อที่จะลดเวลาในการคำนวณและหน่วยความจำบนเครื่องคอมพิวเตอร์ที่จำเป็นต้องใช้

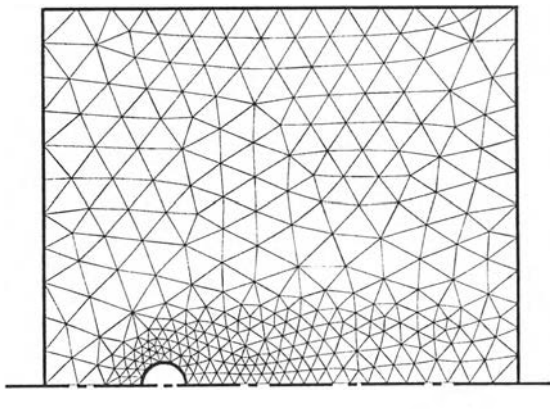


รูปที่ 8.3 การกระจายตัวของความเร็วของปัญหาการไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอก กรณีที่ใช้เอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ

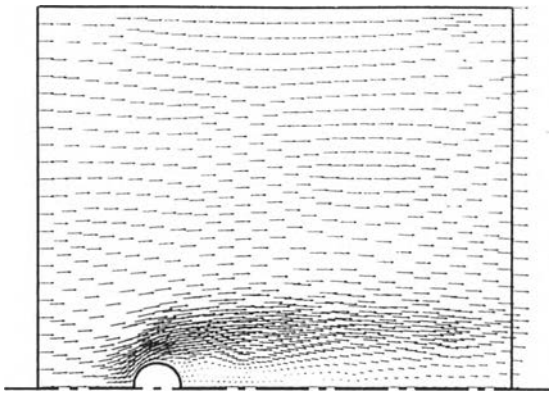


รูปที่ 8.4 รายละเอียดการกระจายตัวของความเร็วบริเวณใกล้วัตถุรูปทรงกระบอก กรณีที่ใช้เอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ

การกระจายตัวของความเร็วของการไหลที่ได้จากการแบ่งเอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ ดังแสดงในรูปที่ 8.3 จะถูกนำไปใช้พิจารณาหาขนาดเอลิเมนต์ใหม่โดยการใช้เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ เพื่อแบ่งรูปแบบปัญหาใหม่ (first adaptive mesh) ดังแสดงในรูปที่ 8.5 รูปดังกล่าวแสดงให้เห็นว่าเอลิเมนต์ขนาดเล็กจะถูกสร้างขึ้นในบริเวณใกล้เคียงกับผิวของวัตถุรูปทรงกระบอก ซึ่งเป็นบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงของเกรเดียนท์ของความเร็วสูง ในขณะเดียวกันเอลิเมนต์ขนาดใหญ่จะถูกสร้างในบริเวณอื่นที่ไกลจากวัตถุรูปทรงกระบอก ผลการวิเคราะห์ความเร็วโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ถูกแสดงไว้ในรูปที่ 8.6

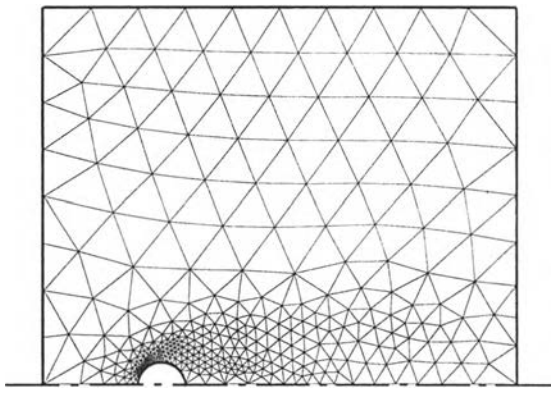


รูปที่ 8.5 ลักษณะปัญหาการไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอก กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1

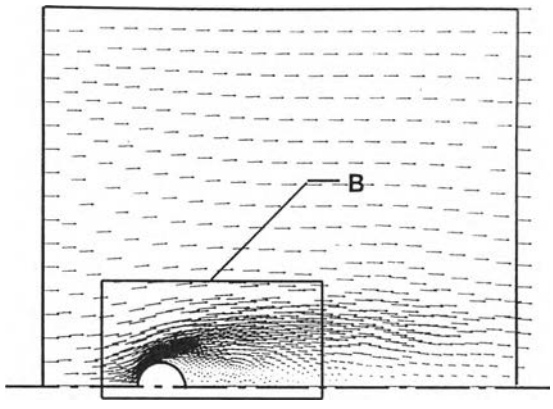


รูปที่ 8.6 การกระจายตัวของความเร็วของปัญหาการไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอก กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1

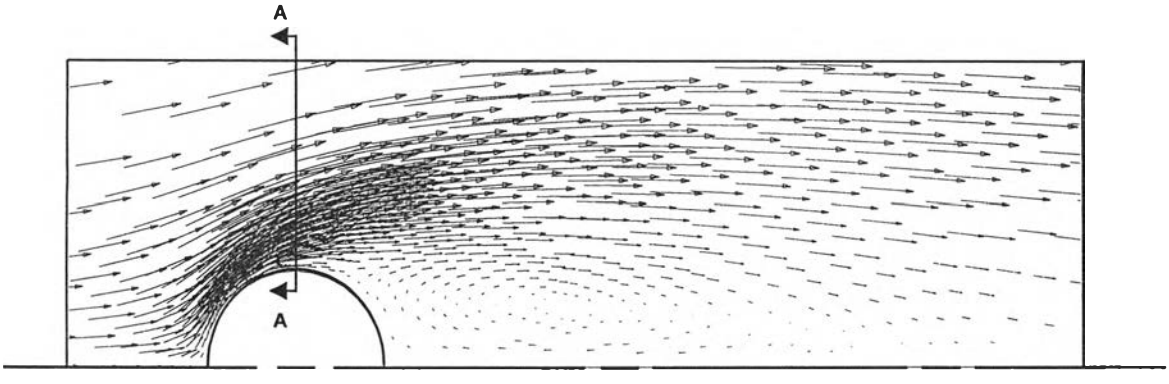
ขบวนการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติได้ถูกนำมาใช้อีกครั้ง เพื่อที่จะแบ่งรูปปัญหาดังกล่าวใหม่ (second adaptive mesh) ซึ่งประกอบด้วย 671 เอลิเมนต์ ดังแสดงในรูปที่ 8.7 ผลจากการวิเคราะห์ความเร็วด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ได้แสดงไว้ในรูปที่ 8.8 รายละเอียดความเร็วของการไหลในบริเวณใกล้กับผิววัตถุรูปทรงกระบอกได้แสดงไว้ในรูปที่ 8.9 รูปที่ 8.9 ดังกล่าวแสดงให้เห็นว่าการปรับขนาดเอลิเมนต์ใหม่สามารถที่จะปรับปรุงพฤติกรรมการไหลในบริเวณใกล้กับผิววัตถุรูปทรงกระบอก รวมทั้งรายละเอียดของการหมุนวนที่เกิดขึ้นบริเวณด้านหลังวัตถุรูปทรงกระบอกให้ดียิ่งขึ้นเมื่อเทียบกับกรณีแรกที่มีการแบ่ง mesh แบบสม่ำเสมอหรือในกรณีที่ยังไม่นำเอาเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติมาใช้



รูปที่ 8.7 ลักษณะปัญหาการไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอก กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2

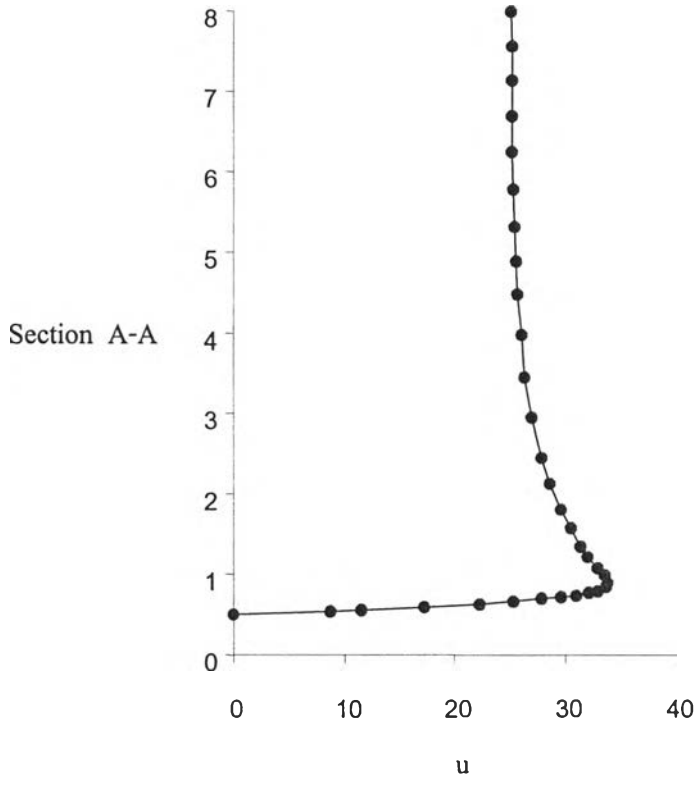


รูปที่ 8.8 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วของปัญหาการไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอก กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2



รูปที่ 8.9 รายละเอียดการกระจายตัวของความเร็ว บริเวณใกล้วัตถุรูปทรงกระบอก กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2

รูปที่ 8.10 ได้แสดงให้เห็นถึงลักษณะการกระจายตัวของความเร็วตามแนว A-A (ดูในรูปที่ 8.9) บริเวณแนวบนของผิววัตถุรูปทรงกระบอก รูปที่ 8.10 ดังกล่าวได้แสดงลักษณะการกระจายตัวของคามเร็วที่สามารถหาได้อย่างละเอียดเนื่องจากการปรับใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กในบริเวณที่เหมาะสมดังกล่าว



รูปที่ 8.10 ความเร็วของการไหลในแนว A-A

ในเรื่องของความเร็วและหน่วยความจำที่จำเป็นต้องใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอกของโปรแกรม NV ที่ได้รับการปรับปรุงประสิทธิภาพทั้งในเรื่องความเร็วในการคำนวณและวิธีการจัดเก็บข้อมูลเพื่อการประหยัดหน่วยความจำ โดยมีการเปรียบเทียบกับโปรแกรมเดิม คือ โปรแกรม NAVIER โดยผลดังกล่าวได้แสดงไว้ในตารางที่ 8.1

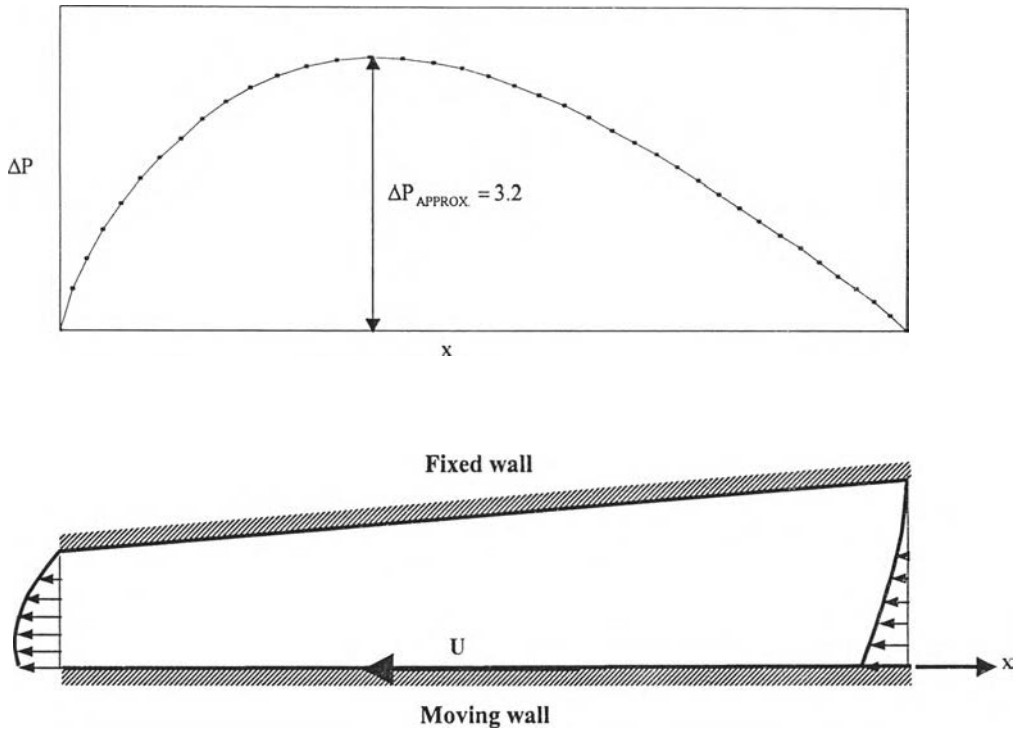
จากตารางที่ 8.1 แสดงให้เห็นว่า โปรแกรม NV ที่ได้รับการปรับปรุงจะมีความเร็วในการวิเคราะห์ปัญหามากกว่าโปรแกรม NAVIER อยู่ประมาณ 8-9 เท่า และต้องการใช้หน่วยความจำบนเครื่องคอมพิวเตอร์ (RAM) เพียง 30 เปอร์เซ็นต์ ทำให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ทุกกรณี ในขณะเดียวกันถ้าใช้โปรแกรม NAVIER จะทำให้การวิเคราะห์ปัญหาดังกล่าวไม่สามารถกระทำได้เลย เนื่องจากกรณี initial mesh โปรแกรม NAVIER ไม่สามารถวิเคราะห์ได้เนื่องจากหน่วยความจำบนเครื่องคอมพิวเตอร์ไม่เพียงพอ และการปรับขนาดเอลิเมนต์จะต้องอาศัยคำตอบของความเร็วกรณี initial mesh มาทำการคำนวณ

ตารางที่ 8.1 รายละเอียดเวลาการคำนวณและหน่วยความจำที่ต้องใช้ของโปรแกรม NAVIER และ NV สำหรับปัญหาการไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอก

โปรแกรม NAVIER		โปรแกรม NV	
INITIAL MESH : 6,714 สมการ		**INITIAL MESH** : 6,714 สมการ	
	นาที		นาที
1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบเป็นระบบสมการรวม ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	ขนาดของปัญหาใหญ่เกินหน่วย - ความจำของเครื่องคอมพิว – เตอร์ส่วนบุคคลที่มีอยู่	1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	12.53
		2.หาค่า A^T*A, A^T*B /รอบ	16.93
2.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์/รอบ		3.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์/รอบ	29.08
3.เวลาที่ใช้/รอบ		4.เวลาที่ใช้/รอบ	58.54
4.หน่วยความจำที่ต้องใช้	360.62 MB.	5.หน่วยความจำที่ต้องใช้	108.24 MB.
1st ADAPTIVE MESH : 2,804 สมการ		**1st ADAPTIVE MESH** : 2,804 สมการ	
	นาที		นาที
1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบเป็นระบบสมการรวม ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	4.90	1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	5.12
		2.หาค่า A^T*A, A^T*B /รอบ	0.77
2.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์/รอบ	135.62	3.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์/รอบ	12.00
3.เวลาที่ใช้/รอบ	140.52	4.เวลาที่ใช้/รอบ	17.89
4.หน่วยความจำที่ต้องใช้	62.90 MB.	5.หน่วยความจำที่ต้องใช้	18.89 MB.
2nd ADAPTIVE MESH : 3,190 สมการ		**2nd ADAPTIVE MESH** : 3,190 สมการ	
	นาที		นาที
1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบเป็นระบบสมการรวม ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	5.58	1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	5.82
		2.หาค่า A^T*A, A^T*B /รอบ	1.02
2.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์/รอบ	205.08	3.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์/รอบ	18.00
3.เวลาที่ใช้/รอบ	210.66	4.เวลาที่ใช้/รอบ	24.84
4.หน่วยความจำที่ต้องใช้	81.41 MB.	5.หน่วยความจำที่ต้องใช้	24.45 MB.

8.2 ปัญหาการไหลภายในช่องแคบที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัด [2]

การหล่อลื่นหรือลดความเสียดทานระหว่างผิววัตถุที่มีการเคลื่อนที่สัมพัทธ์กัน โดยวัตถุทั้งสองมีผิวสัมผัสระหว่างกัน กระทำได้โดยการใช้ของไหลชนิดหนืดเคลื่อนที่ภายในช่องแคบระหว่างผิววัตถุทั้งสองซึ่งระยะของช่องแคบมีค่าไม่คงที่ ปัญหาดังกล่าวมีลักษณะดังในรูปที่ 8.11 โดยผนังด้านล่างมีการเคลื่อนที่ไปทางด้านซ้ายด้วยความเร็ว U ส่วนผิวด้านบนไม่มีการเคลื่อนที่และมีของไหลซึ่งใช้เป็นสารหล่อลื่นเคลื่อนที่เนื่องจากการเคลื่อนที่ของผนังด้านล่าง

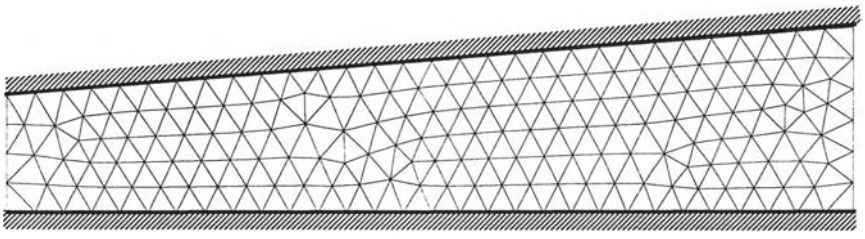


รูปที่ 8.11 ปัญหาการไหลภายในช่องแคบที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัด

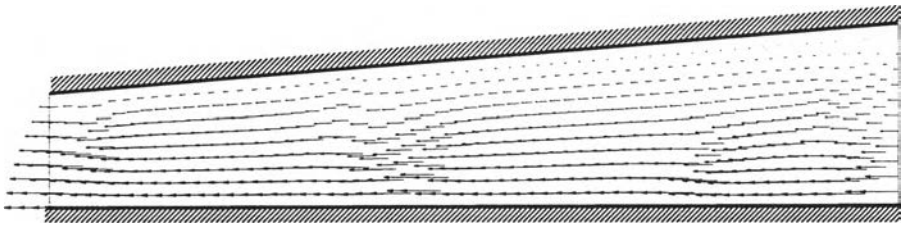
ปัญหาการไหลนี้พิจารณาได้เหมือนกับการไหลของของไหลภายในช่องแคบระหว่างแผ่นสองแผ่น ซึ่งปัญหาดังกล่าวมีผลเฉลยโดยประมาณของการกระจายความดันที่กระทำต่อผิวเอียง ดังในรูปที่ 8.11

ในการทำวิทยานิพนธ์นี้ จึงได้นำเอาปัญหาดังกล่าวมาใช้ตรวจสอบความถูกต้องของเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติที่ใช้ร่วมกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหล

ในการวิเคราะห์ปัญหาเริ่มจากการแบ่งรูปปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ ดังในรูปที่ 8.12 ซึ่งประกอบด้วย 338 เอลิเมนต์ แล้วนำไปวิเคราะห์หาผลเฉลยด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ทำให้ได้ผลการกระจายตัวของความเร็วออกมาดังในรูปที่ 8.13

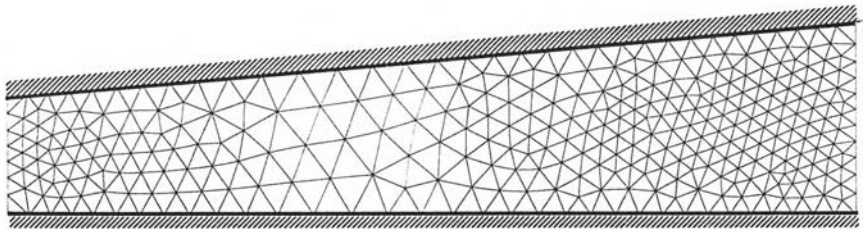


รูปที่ 8.12 ลักษณะการแบ่งรูปปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ กรณีที่ใช้เอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ

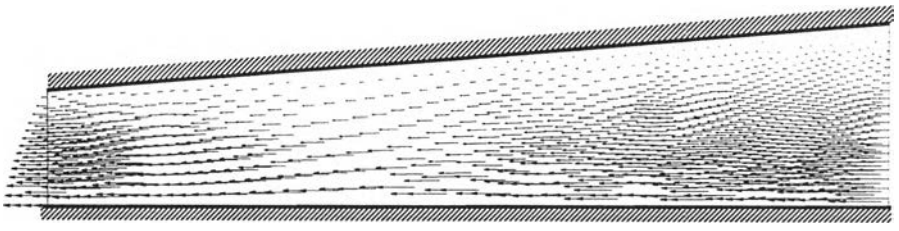


รูปที่ 8.13 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ใช้เอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ

ผลการกระจายตัวของความเร็วดังกล่าวถูกนำไปใช้ในการพิจารณาปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ทำให้ได้ลักษณะการแบ่งปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ใหม่ ดังในรูปที่ 8.14 ซึ่งประกอบด้วย 583 เอลิเมนต์ ผลการกระจายตัวของความเร็วของกรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1 ถูกแสดงไว้ในรูปที่ 8.15

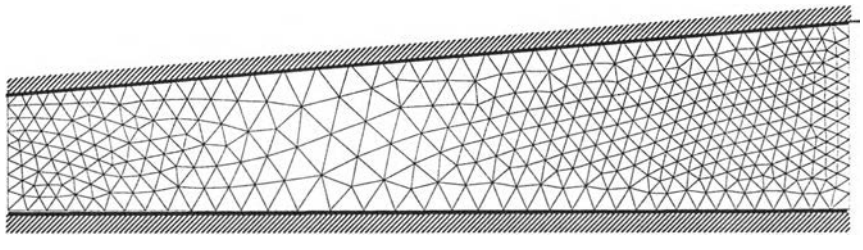


รูปที่ 8.14 ลักษณะการแบ่งรูปปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1

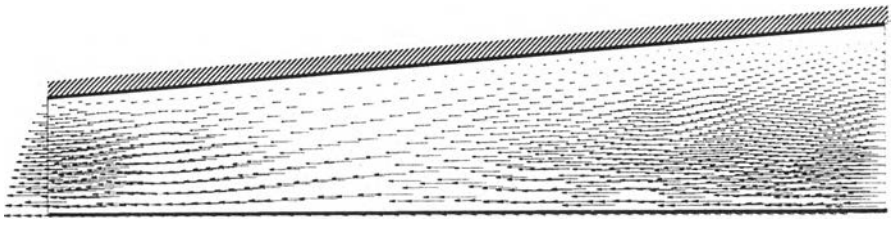


รูปที่ 8.15 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1

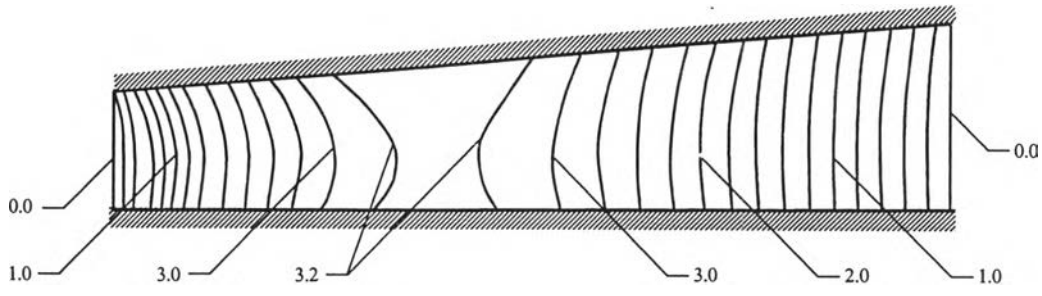
ปัญหาดังกล่าวได้ถูกนำไปปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติอีกครั้งเป็นครั้งที่ 2 ซึ่งจะทำให้ได้ลักษณะการแบ่งรูปปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ดังในรูปที่ 8.16 ประกอบด้วย 793 เอลิเมนต์ และจากการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อวิเคราะห์หาผลเฉลยทำให้ได้ผลการกระจายตัวของความเร็วและความดันออกมาดังในรูปที่ 8.17 และ 8.18 ตามลำดับ และเมื่อนำผลการกระจายตัวของความดันดังกล่าวมาพิจารณาถึงความดันที่กระทำบนผิวของแผ่นเอียง จะได้ลักษณะการกระจายตัวของความดันออกมาดังรูปที่ 8.19 ซึ่งจะมีความแตกต่างจากผลเฉลยโดยประมาณอยู่ประมาณ 3 เปอร์เซ็นต์ เนื่องจากในการวิเคราะห์ปัญหาดังกล่าวด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นการแก้สมการนาเวียร์-สโตกส์ อย่างเต็มรูปแบบไม่ใช่การหาจากการประมาณ



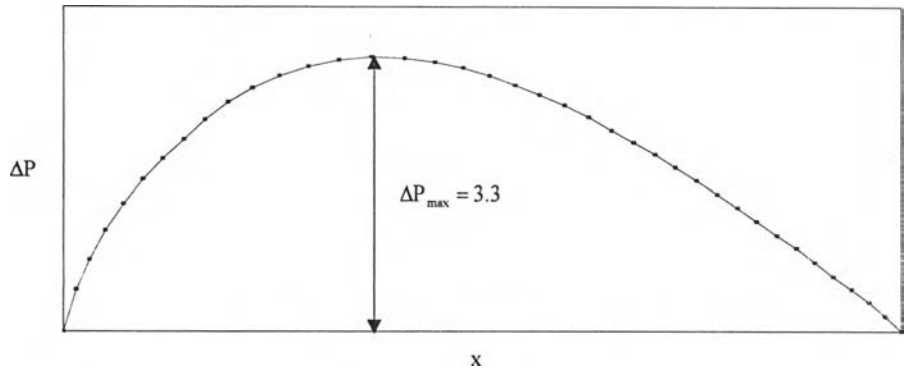
รูปที่ 8.16 ลักษณะการแบ่งรูปปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2



รูปที่ 8.17 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2



รูปที่ 8.18 ลักษณะการกระจายตัวของความดัน กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2



รูปที่ 8.19 ลักษณะการกระจายตัวของความดันที่กระทำต่อผิวเอียง

ในเรื่องของความเร็วและหน่วยความจำที่จำเป็นต้องใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาด้วยโปรแกรม NV ที่ได้รับการปรับปรุงประสิทธิภาพทั้งในเรื่องความเร็วในการคำนวณและวิธีการจัดเก็บข้อมูลเพื่อการประหยัดหน่วยความจำ โดยมีการเปรียบเทียบกับโปรแกรมเดิม คือ โปรแกรม NAVIER โดยผลดังกล่าวได้แสดงไว้ในตารางที่ 8.2

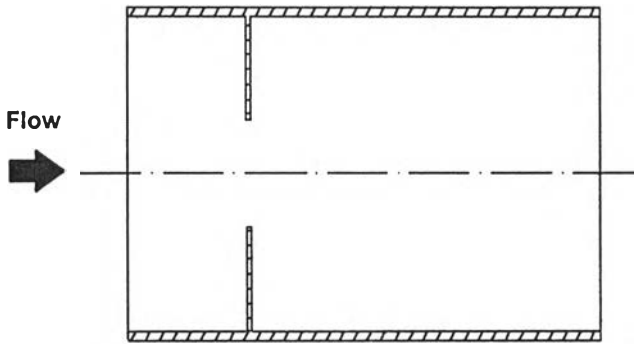
จากตารางที่ 8.2 แสดงให้เห็นว่า โปรแกรม NV ที่ได้รับการปรับปรุงจะมีความเร็วในการวิเคราะห์ปัญหามากกว่าโปรแกรม NAVIER อยู่ประมาณ 4 เท่า ในกรณีที่ระบบสมการมีขนาดไม่ใหญ่มากนัก คือ ไม่เกิน 2,000 สมการ และจะมีความเร็วในการวิเคราะห์ปัญหามากกว่าโปรแกรม NAVIER อยู่ประมาณ 8-11 เท่า ในกรณีที่ระบบสมการเชิงเส้นดังกล่าวมีขนาดใหญ่ คือ เกิน 2,000 สมการ ส่วนหน่วยความจำที่ต้องการใช้สำหรับโปรแกรม NV เพื่อวิเคราะห์ปัญหาดังกล่าว ต้องการเพียง 30 เปอร์เซ็นต์ของที่ต้องใช้สำหรับโปรแกรม NAVIER

ตารางที่ 8.2 รายละเอียดเวลาการคำนวณและหน่วยความจำที่ต้องใช้ของโปรแกรม NAVIER และ NV สำหรับปัญหาการไหลภายในช่องแคบที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัด

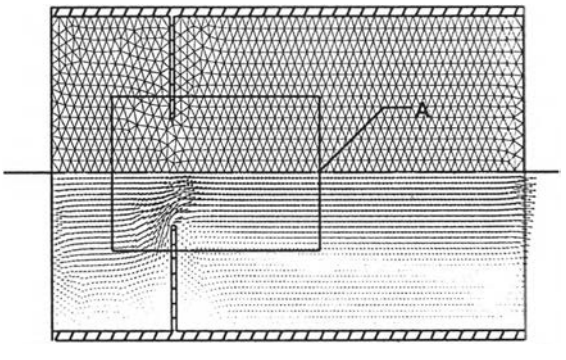
โปรแกรม NAVIER		โปรแกรม NV	
INITIAL MESH : 1,699 สมการ		**INITIAL MESH** : 1,699 สมการ	
	นาที		นาที
1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบเป็นระบบสมการรวม ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	2.80	1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	2.90
		2.หาค่า A^T*A, A^T*B /รอบ	0.25
2.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์/รอบ	29.33	3.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์/รอบ	4.83
3.เวลาที่ใช้/รอบ	32.13	4.เวลาที่ใช้/รอบ	7.98
4.หน่วยความจำที่ต้องใช้	23.09 MB.	5.หน่วยความจำที่ต้องใช้	6.94 MB.
1st ADAPTIVE MESH : 2,895 สมการ		**1st ADAPTIVE MESH** : 2,895 สมการ	
	นาที		นาที
1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบเป็นระบบสมการรวม ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	4.98	1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	5.15
		2.หาค่า A^T*A, A^T*B /รอบ	0.77
2.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์/รอบ	146.93	3.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์/รอบ	12.28
3.เวลาที่ใช้/รอบ	151.91	4.เวลาที่ใช้/รอบ	18.2
4.หน่วยความจำที่ต้องใช้	67.05 MB.	5.หน่วยความจำที่ต้องใช้	20.14 MB.
2nd ADAPTIVE MESH : 3,814 สมการ		**2nd ADAPTIVE MESH** : 3,814 สมการ	
	นาที		นาที
1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบเป็นระบบสมการรวม ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	8.13	1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	6.85
		2.หาค่า A^T*A, A^T*B /รอบ	1.37
2.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์/รอบ	346.68	3.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์/รอบ	24.32
3.เวลาที่ใช้/รอบ	354.81	4.เวลาที่ใช้/รอบ	32.54
4.หน่วยความจำที่ต้องใช้	116.37 MB.	5.หน่วยความจำที่ต้องใช้	34.94 MB.

8.3 ปัญหาการไหลผ่านช่องแคบ

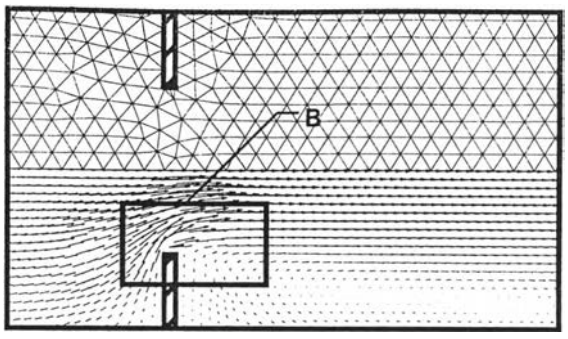
ปัญหาหนึ่งที่พบในงานวิศวกรรมที่มีความซับซ้อนมากขึ้น นั่นก็คือ ปัญหาการไหลผ่านช่องแคบ โดยมีการไหลเข้ามาทางด้านซ้ายของรูปปัญหา ด้วยค่าเรย์โนลด์ เท่ากับ 50 ดังแสดงในรูปที่ 8.20 เนื่องจากปัญหาดังกล่าวมีความสมมาตร ดังนั้นสามารถที่จะพิจารณาเฉพาะครึ่งล่างหรือครึ่งบนของปัญหาเท่านั้น รูปที่ 8.21 แสดงการแบ่งรูปปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ที่มีความสม่ำเสมอ ประกอบด้วย 1,638 เอลิเมนต์ รูปดังกล่าวได้แสดงการกระจายตัวของความเร็วไว้ครึ่งล่างของปัญหาด้วย รายละเอียดของเอลิเมนต์และการกระจายตัวของความเร็วบริเวณใกล้ช่องแคบถูกแสดงไว้ในรูปที่ 8.22 และรายละเอียดที่ละเอียดยิ่งขึ้นในบริเวณดังกล่าวถูกแสดงไว้ในรูปที่ 8.23



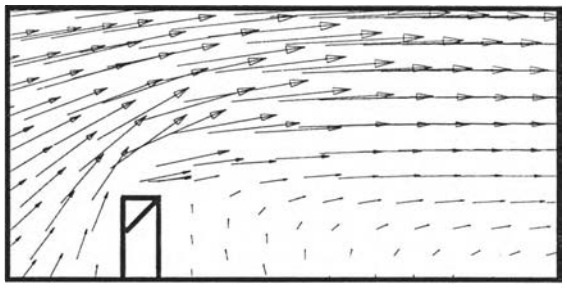
รูปที่ 8.20 ปัญหาการไหลผ่านช่องแคบ



รูปที่ 8.21 ลักษณะการแบ่งรูปปัญหาการไหลผ่านช่องแคบที่ใช้เอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอและผลการกระจายตัวของความเร็ว

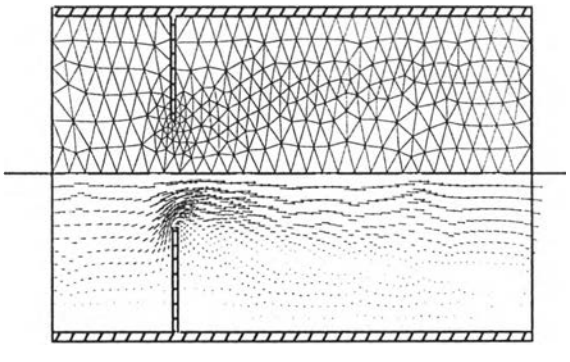


รูปที่ 8.22 ลักษณะของเอลิเมนต์และการกระจายตัวของความเร็วบริเวณใกล้ช่องแคบ (บริเวณ A)



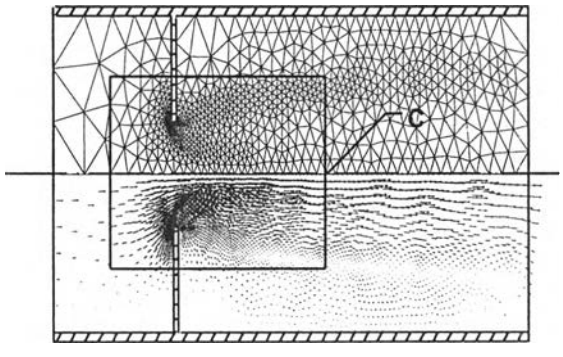
รูปที่ 8.23 ลักษณะของการกระจายตัวของความเร็วบริเวณใกล้ช่องแคบ (บริเวณ B)

ค่าความเร็วที่คำนวณได้ในกรณีที่ใช้เอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ นำไปใช้ในการคำนวณปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1 ทำให้ได้ลักษณะการแบ่งรูปปัญหาไม่ตังครึ่งบนของรูปที่ 8.24 ประกอบด้วย 701 เอลิเมนต์ ส่วนครึ่งล่างเป็นผลการกระจายตัวของความเร็ว

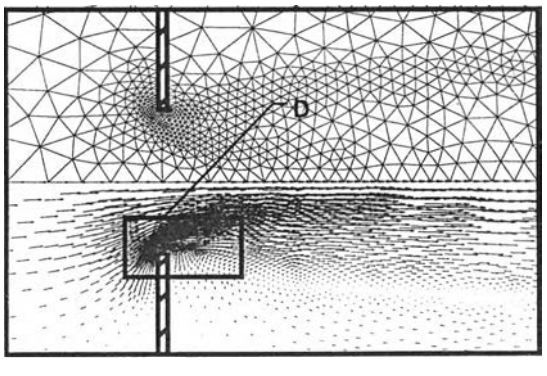


รูปที่ 8.24 ลักษณะของปัญหาการไหลผ่านช่องแคบและการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 1

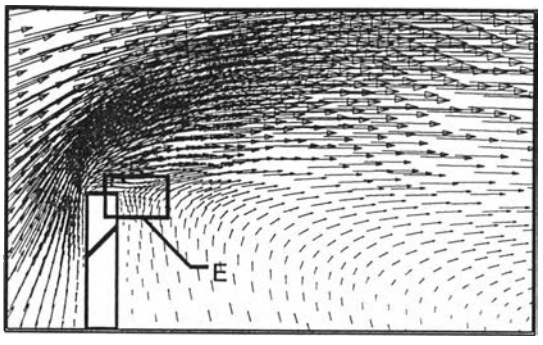
จากผลการคำนวณความเร็วของกรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 1 นี้ นำไปใช้ในการปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ทำให้ได้ลักษณะรูปปัญหา ที่ประกอบด้วย 1,620 เอลิเมนต์ แม้ว่าจำนวนเอลิเมนต์ที่ถูกสร้างขึ้นในการทำการปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 2 นี้ จะมีจำนวนเกือบเท่ากับกรณีที่แบ่งรูปปัญหาโดยใช้เอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ แต่คำตอบของปัญหาการไหลที่ได้ออกมาดังรูปที่ 8.25 สามารถให้รายละเอียดของการไหลบริเวณที่ใกล้ช่องแคบได้เป็นอย่างดี รายละเอียดของพฤติกรรมการไหลดังในรูปที่ 8.26 ถึงรูปที่ 8.28 ได้ให้รายละเอียดของการไหลบริเวณใกล้ช่องแคบและบริเวณที่เกิดการหมุนวนทางด้านหลังของช่องแคบได้เป็นอย่างดี รูปที่ 8.29 แสดงถึงผลการคำนวณการกระจายตัวของความดันในกรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ผลการกระจายตัวของความเร็วและความดันจากกรณีการปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 2 นี้ แสดงให้เห็นถึงความสามารถของเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติที่นำมาใช้ร่วมกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่สามารถที่จะช่วยในการวิเคราะห์ปัญหาและช่วยเพิ่มความเข้าใจในพฤติกรรมการไหลที่มีความซับซ้อนได้มากยิ่งขึ้น



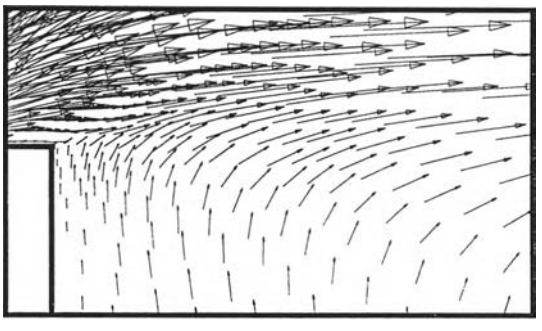
รูปที่ 8.25 ลักษณะของปัญหาการไหลผ่านช่องแคบและการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 2



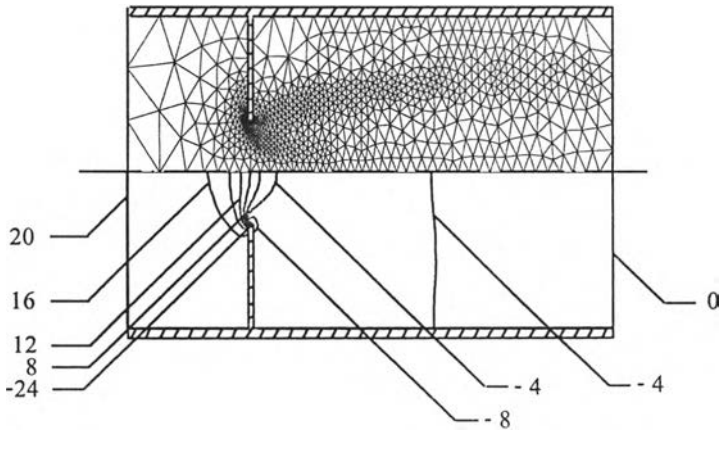
รูปที่ 8.26 รายละเอียดของการไหลบริเวณใกล้ช่องแคบและบริเวณที่เกิดการหมุนวนทางด้านหลังของช่องแคบ (บริเวณ C)



รูปที่ 8.27 รายละเอียดของการไหลบริเวณใกล้ช่องแคบและบริเวณที่เกิดการหมุนวนทางด้านหลังของช่องแคบ (บริเวณ D)



รูปที่ 8.28 รายละเอียดของการไหลบริเวณใกล้ช่องแคบและบริเวณที่เกิดการหมุนวนทางด้านหลังของช่องแคบ (บริเวณ E)



รูปที่ 8.29 ลักษณะการกระจายตัวของความดันของปัญหาการไหลผ่านช่องแคบ กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 2

ในเรื่องของความเร็วและหน่วยความจำที่จำเป็นต้องใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลผ่านช่องแคบของโปรแกรม NV ที่ได้รับการปรับปรุงประสิทธิภาพทั้งในเรื่องความเร็วในการคำนวณและวิธีการจัดเก็บข้อมูลเพื่อการประหยัดหน่วยความจำ โดยมีการเปรียบเทียบกับโปรแกรมเดิม คือ โปรแกรม NAVIER โดยผลดังกล่าวได้แสดงไว้ในตารางที่ 8.3

ตารางที่ 8.3 รายละเอียดเวลาการคำนวณและหน่วยความจำที่ต้องใช้ของโปรแกรม NAVIER และ NV สำหรับปัญหาการไหลผ่านช่องแคบ

โปรแกรม NAVIER		**โปรแกรม NV**	
INITIAL MESH : 7,784 สมการ		**INITIAL MESH** : 7,784 สมการ	
	นาที		นาที
1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบเป็นระบบสมการรวม ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	ขนาดของปัญหาใหญ่เกินหน่วย - ความจำของเครื่องคอมพิว – เตอร์ส่วนบุคคลที่มีอยู่	1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	14.33
		2.หาค่า A^T*A, A^T*B /รอบ	5.28
2.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์/รอบ		3.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์/รอบ	6.18
3.เวลาที่ใช้/รอบ		4.เวลาที่ใช้/รอบ	25.79
4.หน่วยความจำที่ต้องใช้	484.73 MB.	5.หน่วยความจำที่ต้องใช้	145.48 MB.
1st ADAPTIVE MESH : 3,365 สมการ		**1st ADAPTIVE MESH** : 3,365 สมการ	
	นาที		นาที
1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบเป็นระบบสมการรวม ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	5.83	1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	6.07
		2.หาค่า A^T*A, A^T*B /รอบ	1.12
2.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์/รอบ	223.4	3.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์/รอบ	7.1
3.เวลาที่ใช้/รอบ	229.23	4.เวลาที่ใช้/รอบ	14.29
4.หน่วยความจำที่ต้องใช้	90.59 MB.	5.หน่วยความจำที่ต้องใช้	27.20 MB.
2nd ADAPTIVE MESH : 7,583 สมการ		**2nd ADAPTIVE MESH** : 7,583 สมการ	
	นาที		นาที
1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบเป็นระบบสมการรวม ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	ขนาดของปัญหาใหญ่เกินหน่วย - ความจำของเครื่องคอมพิว – เตอร์ส่วนบุคคลที่มีอยู่	1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	14.08
		2.หาค่า A^T*A, A^T*B /รอบ	5.68
2.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์/รอบ		3.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์/รอบ	9.97
3.เวลาที่ใช้/รอบ		4.เวลาที่ใช้/รอบ	29.73
4.หน่วยความจำที่ต้องใช้	460.02	5.หน่วยความจำที่ต้องใช้	138.07 MB.

จากตารางที่ 8.3 แสดงให้เห็นว่า โปรแกรม NV ที่ได้รับการปรับปรุงจะมีความเร็วในการวิเคราะห์ปัญหามากกว่าโปรแกรม NAVIER อยู่ประมาณ 16 เท่า และต้องการใช้หน่วยความจำบนเครื่องคอมพิวเตอร์ (RAM) เพียง 30 เปอร์เซ็นต์ ทำให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ทุกกรณี

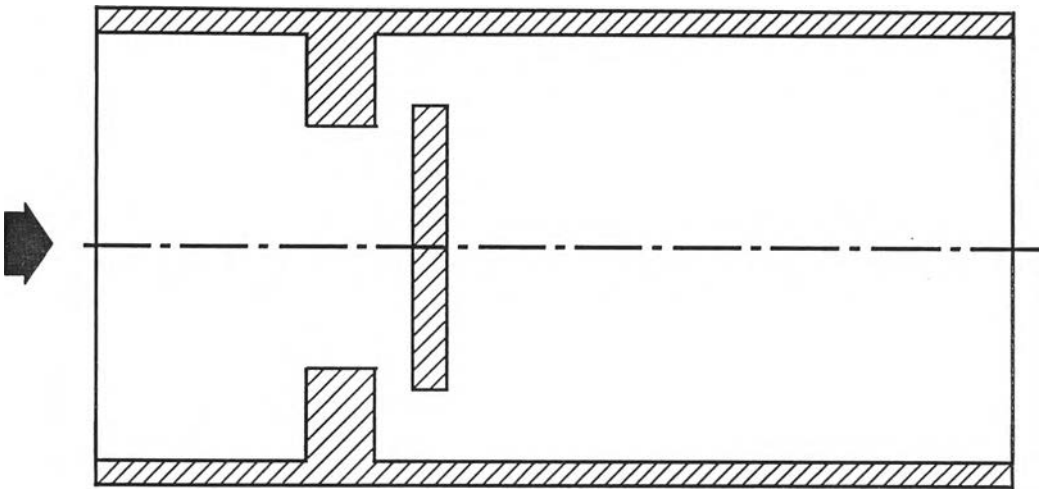
8.4 ปัญหาการไหลของเลือดผ่านลิ้นหัวใจเทียม [20]

การไหลของของไหลภายในร่างกายมีความสำคัญกับชีวิตมาก การไหลของของไหลภายในร่างกายที่เห็นชัด คือ การไหลของเลือด อากาศ นอกจากนี้ยังมีการไหลของเหงื่อ น้ำตา น้ำในข้อต่อต่าง ๆ เป็นต้น ในขณะที่การไหลของอากาศ เหงื่อ น้ำตา เป็นการไหลแบบนิวโทเนียน แต่การไหลของเลือดในบางสภาวะและการไหลของน้ำในข้อ ไม่ใช่การไหลแบบนิวโทเนียน เลือดซึ่งเป็นสารแขวนลอย จะมีพฤติกรรมการไหลแบบนิวโทเนียนในกรณีที่การไหลมีค่าความเค้นสูง แต่ถ้าเป็นกรณีที่มีค่าความเค้นต่ำจะไม่ถือเป็นการไหลแบบนิวโทเนียน

ปัจจุบันในวงการแพทย์ได้นำอุปกรณ์เครื่องมือที่สร้างขึ้นสำหรับใช้แทนอวัยวะจริง มาใช้ในการรักษาผู้ป่วย เช่นใช้อุปกรณ์ที่สร้างขึ้นมาใช้แทนอวัยวะจริงเวลาผ่าตัดหรือใช้แทนอวัยวะจริงที่มีความผิดปกติ โดยการฝังอุปกรณ์ดังกล่าวในร่างกายคน ในระยะ 15 ปีที่ผ่านมามีการใส่ลิ้นหัวใจเทียมกันมากขึ้น ซึ่งลิ้นหัวใจเทียมจะมีอยู่ด้วยกันหลายแบบ แต่ชนิดที่ใช้กันมากแบบหนึ่ง คือ ลิ้นหัวใจเทียมแบบแผ่นดิส (disc heart valve) การไหลของเลือดบริเวณดังกล่าวเป็นการไหลที่มีค่าความเค้นสูงและปัญหาที่เกิดขึ้นขณะใช้งาน คือ เกิดเม็ดเลือดแตกตัวเนื่องจากการที่เลือดไหลไปปะทะกับวาล์วที่แข็ง เมื่อเม็ดเลือดแตกจะมีการปล่อยสารกระตุ้นที่ทำให้เกิดการแข็งตัวของเลือดไปเกาะเส้นเลือดทำให้เส้นเลือดตีบ และเมื่อเลือดที่แข็งตัวเกิดหลุดออก ก้อนเลือดดังกล่าวจะเคลื่อนที่ไปตามการไหลของเลือด แล้วจะไปอุดตามที่ต่าง ๆ ของหลอดเลือด ซึ่งถ้าไปอุดบริเวณลิ้นหัวใจจะส่งผลให้ไปยับยั้งการทำงานของลิ้นหัวใจทำให้ผู้ป่วยเสียชีวิตได้ ถ้ามองในทางวิศวกรรม การไหลของเลือดบริเวณดังกล่าวเป็นการไหลของเลือดที่มีค่าความเค้นสูงจะมีพฤติกรรมการไหลแบบนิวโทเนียนดังที่ได้กล่าวไปแล้วในตอนต้น และปัญหาการแตกตัวของเลือดเนื่องจากการไหลของเลือดไปปะทะกับลิ้นหัวใจเทียมนั้นหมายถึงผลของความเร็วและความดันในบริเวณดังกล่าวมีผลต่อการแตกตัวของเม็ดเลือด ดังนั้นการวิเคราะห์การไหลโดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขจะมีประโยชน์ในการปรับปรุงการออกแบบลิ้นหัวใจเทียมรุ่นต่อไปเพื่อให้อัตราการแตกตัวของเม็ดเลือดต่ำลง

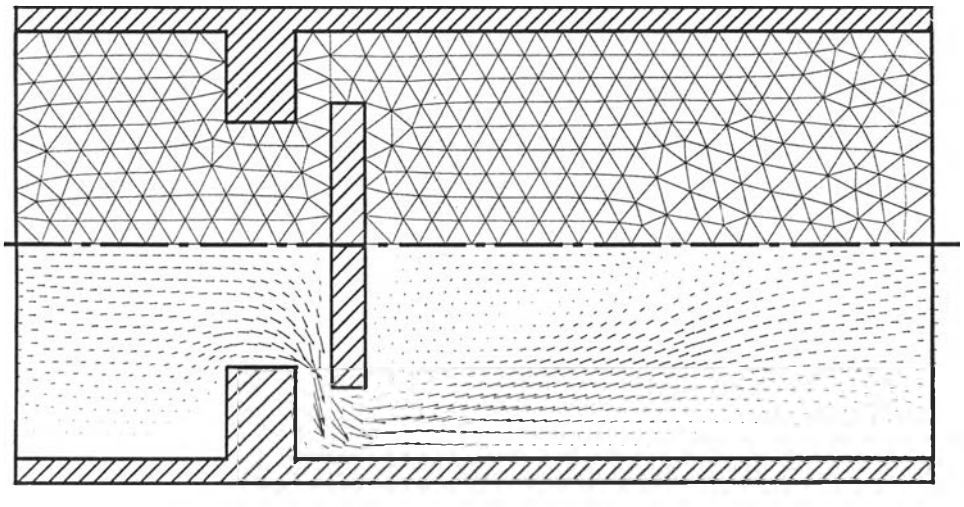
ในการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้จึงได้นำเอาปัญหาการไหลของเลือดผ่านลิ้นหัวใจเทียมมาวิเคราะห์เพื่อให้เห็นถึงความสามารถและประโยชน์ของการนำเอาเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์

โดยอัตโนมัติมาใช้ร่วมกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยลักษณะรูปปัญหาได้แสดงไว้ในรูปที่ 8.30 ซึ่งมีการไหลของเลือดเข้ามาทางด้านซ้าย โดยมีค่าเรย์โนลด์ เท่ากับ 50



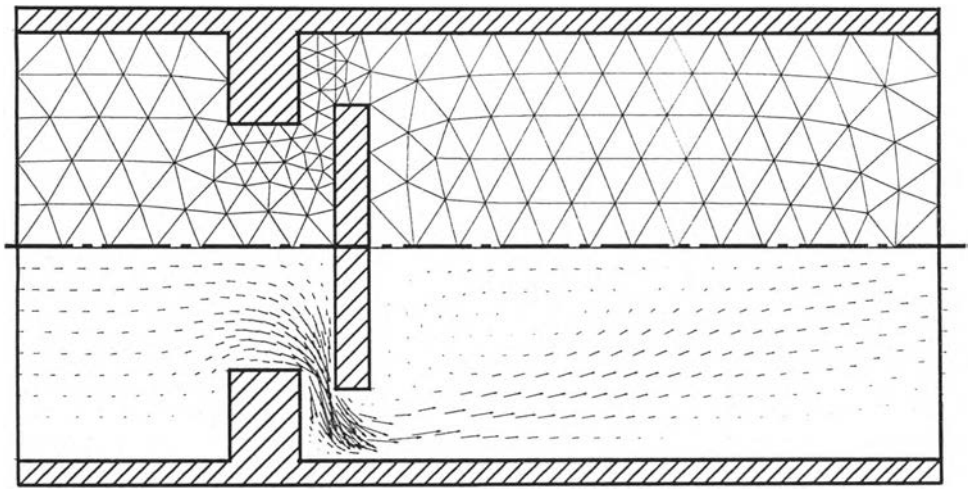
รูปที่ 8.30 ปัญหาการไหลของเลือดผ่านลิ้นหัวใจเทียม

จากลักษณะของปัญหาจะเห็นว่าปัญหามีความสมมาตร ดังนั้นสามารถที่จะพิจารณาเพียงครึ่งเดียวได้ โดยเริ่มจากการแบ่งรูปปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยแบบสม่ำเสมอจำนวน 559 เอลิเมนต์ แล้วนำปัญหาดังกล่าวไปวิเคราะห์หาคำตอบด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งทำให้ได้ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วดังในรูปที่ 8.31 โดยครึ่งบนเป็นลักษณะการแบ่งรูปปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยอย่างสม่ำเสมอ



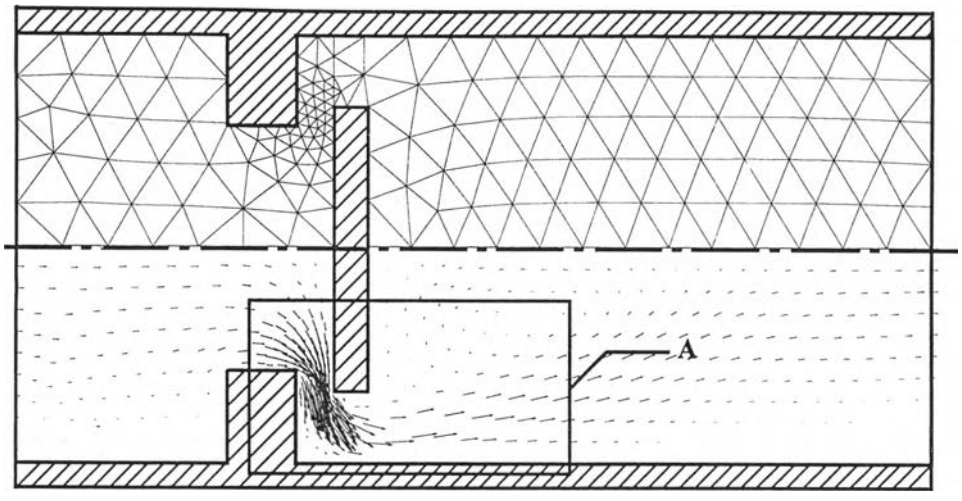
รูปที่ 8.31 ลักษณะของปัญหาการไหลของเลือดผ่านลิ้นหัวใจเทียมและการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ใช้เอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ

หลังจากนั้นนำค่าคำตอบของความเร็วที่ได้ดังกล่าวไปใช้ในการคำนวณปรับขนาดเอลิเมนต์ใหม่ครั้งที่ 1 โดยอัตโนมัติ ทำให้ได้ลักษณะการแบ่งรูปปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ใหม่ดังในรูปที่ 8.32 ซึ่งประกอบด้วย 254 เอลิเมนต์ ซึ่งจะเห็นว่า มีการปรับใช้เอลิเมนต์ขนาดเล็กบริเวณใกล้ลิ้นหัวใจ ซึ่งเป็นบริเวณที่เกิดการเปลี่ยนแปลงของความชันของความเร็วสูง และปรับใช้เอลิเมนต์ขนาดใหญ่บริเวณอื่น ซึ่งสอดคล้องกับลักษณะปัญหาที่พบในจริงและให้ความสนใจในทางการแพทย์ นั่นแสดงให้เห็นถึงความสามารถของเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์ที่นำมาใช้ร่วมกับระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลดังกล่าว ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วของปัญหาที่ได้ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1 ได้แสดงไว้ในรูปที่ 8.32 บริเวณครึ่งล่างของปัญหา

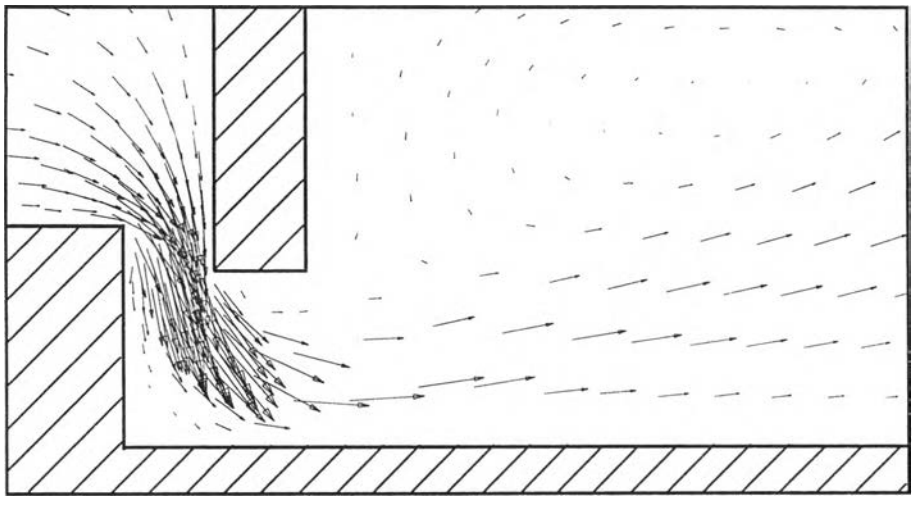


รูปที่ 8.32 ลักษณะของปัญหาการไหลของเลือดผ่านลิ้นหัวใจเทียมและการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1

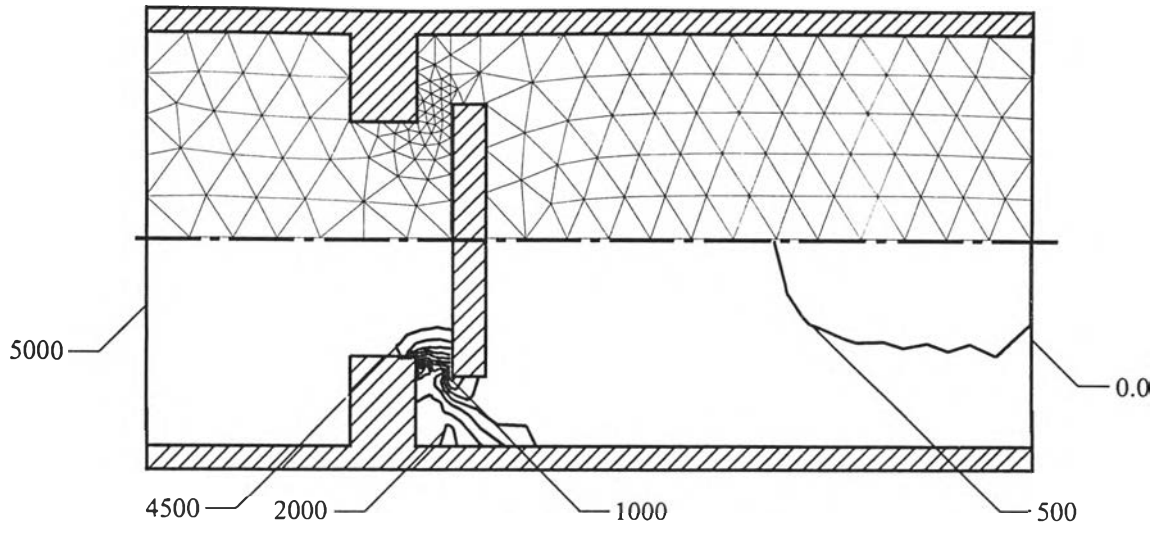
ขบวนการทั้งหมดดังกล่าวได้ทำขึ้นอีกครั้งในการปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 2 ซึ่งทำให้ได้ลักษณะการแบ่งรูปปัญหาได้ออกมาดังครึ่งบนของปัญหาดังในรูปที่ 8.33 ซึ่งประกอบด้วย 268 เอลิเมนต์ และผลการวิเคราะห์ความเร็วและความดัน ถูกแสดงไว้ในรูปที่ 8.33 และ 8.35 ตามลำดับ รูปที่ 8.34 แสดงถึงรายละเอียดของเวคเตอร์ความเร็วบริเวณใกล้กับลิ้นหัวใจเทียม



รูปที่ 8.33 ลักษณะของปัญหาการไหลของเลือดผ่านลิ้นหัวใจเทียมและการกระจายตัวของความเร็ว กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2



รูปที่ 8.34 รายละเอียดของเวคเตอร์ความเร็วบริเวณใกล้กับลิ้นหัวใจเทียม กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2



รูปที่ 8.35 ลักษณะของปัญหาการไหลของเลือดผ่านลิ้นหัวใจเทียมและการกระจายตัวของความดัน กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2

ในเรื่องของความเร็วและหน่วยความจำที่จำเป็นต้องใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลของเลือดผ่านลิ้นหัวใจเทียมของโปรแกรม NV ที่ได้รับการปรับปรุงประสิทธิภาพทั้งในเรื่องความเร็วในการคำนวณและวิธีการจัดเก็บข้อมูลเพื่อการประหยัดหน่วยความจำ โดยมีการเปรียบเทียบกับโปรแกรมเดิม คือ โปรแกรม NAVIER โดยผลดังกล่าวได้แสดงไว้ในตารางที่ 8.4

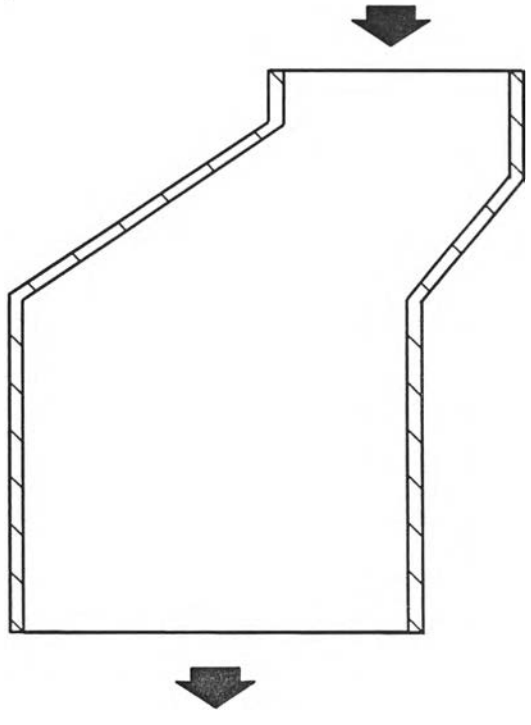
จากตารางที่ 8.4 แสดงให้เห็นว่า โปรแกรม NV ที่ได้รับการปรับปรุงจะมีความเร็วในการวิเคราะห์ปัญหามากกว่าโปรแกรม NAVIER อยู่ประมาณ 4-5 เท่า ในกรณีที่ระบบสมการมีขนาดไม่ใหญ่มากนัก คือ ไม่เกิน 2,000 สมการ และจะมีความเร็วในการวิเคราะห์ปัญหามากกว่าโปรแกรม NAVIER อยู่ประมาณ 10.38 เท่า ในกรณีที่ระบบสมการเชิงเส้นดังกล่าวมีขนาดใหญ่ คือ เกิน 2,000 สมการ ส่วนหน่วยความจำที่ต้องการใช้สำหรับโปรแกรม NV เพื่อวิเคราะห์ปัญหาดังกล่าว ต้องการเพียง 30 เปอร์เซ็นต์ของที่ต้องใช้สำหรับโปรแกรม NAVIER

ตารางที่ 8.4 รายละเอียดเวลาการคำนวณและหน่วยความจำที่ต้องใช้ของโปรแกรม NAVIER และ NV สำหรับปัญหาการไหลของเลือดผ่านลิ้นหัวใจเทียม

โปรแกรม NAVIER		โปรแกรม NV	
INITIAL MESH : 2,776 สมการ		**INITIAL MESH** : 2,776 สมการ	
	นาที		นาที
1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบเป็นระบบสมการรวม ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	4.67	1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	4.83
		2.หาค่า A^T*A, A^T*B /รอบ	0.67
2.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์/รอบ	125.13	3.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์/รอบ	7.00
3.เวลาที่ใช้/รอบ	129.80	4.เวลาที่ใช้/รอบ	12.50
4.หน่วยความจำที่ต้องใช้	61.65 MB.	5.หน่วยความจำที่ต้องใช้	18.52 MB.
1st ADAPTIVE MESH : 1,326 สมการ		**1st ADAPTIVE MESH** : 1,326 สมการ	
	นาที		นาที
1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบเป็นระบบสมการรวม ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	2.13	1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	2.20
		2.หาค่า A^T*A, A^T*B /รอบ	0.13
2.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์/รอบ	13.77	3.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์/รอบ	1.42
3.เวลาที่ใช้/รอบ	15.90	4.เวลาที่ใช้/รอบ	3.75
4.หน่วยความจำที่ต้องใช้	14.07 MB.	5.หน่วยความจำที่ต้องใช้	4.23 MB.
2nd ADAPTIVE MESH : 1,394 สมการ		**2nd ADAPTIVE MESH** : 1,394 สมการ	
	นาที		นาที
1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบเป็นระบบสมการรวม ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	2.27	1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	2.33
		2.หาค่า A^T*A, A^T*B /รอบ	0.13
2.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์/รอบ	16.00	3.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์/รอบ	1.55
3.เวลาที่ใช้/รอบ	18.27	4.เวลาที่ใช้/รอบ	4.01
4.หน่วยความจำที่ต้องใช้	15.55 MB.	5.หน่วยความจำที่ต้องใช้	4.67 MB.

8.5 ปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียของโรงไฟฟ้าพระนครเหนือ

ปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียของโรงไฟฟ้า ดังแสดงในรูปที่ 8.36 เป็นปัญหาที่พบในงานวิศวกรรมภายในโรงไฟฟ้า ซึ่งปัญหาดังกล่าวถ้าได้ใช้การวิเคราะห์พฤติกรรมการไหลด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในการช่วยพิจารณาออกแบบรูปร่างของท่อก๊าซเสียก่อน จะทำให้สามารถออกแบบได้อย่างถูกต้อง แต่ปัญหาที่พบในปัจจุบัน คือ ไม่ได้มีการใช้ระเบียบเชิงตัวเลขมาใช้ช่วยในการพิจารณาออกแบบ จึงส่งผลให้การไหลของก๊าซเสียที่ได้จริงไม่ได้ตามที่ต้องการ

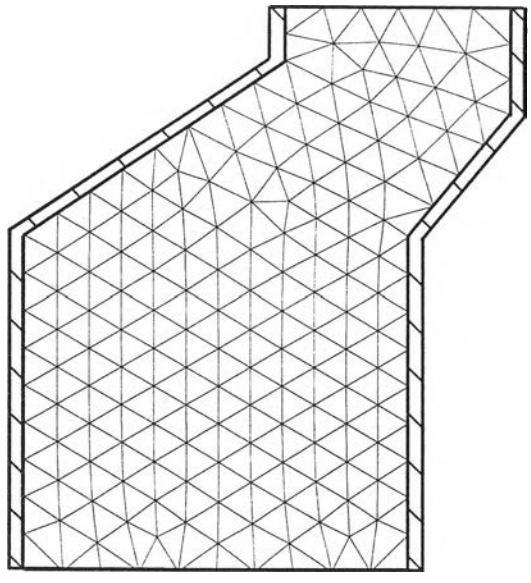


รูปที่ 8.36 ปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียของโรงไฟฟ้าพระนครเหนือกรณีที่ 1

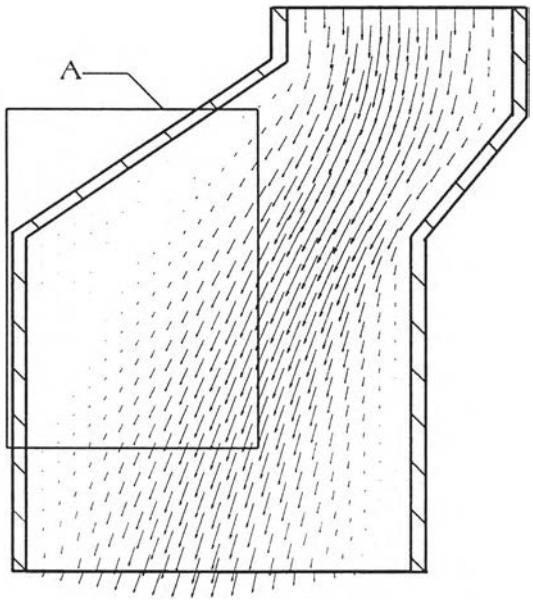
ปัญหาดังกล่าว ได้ถูกสันนิษฐานไว้ว่า เกิดการไหลที่มีการหมุนวนบริเวณส่วนบนของบริเวณที่เกิดปัญหา ในการทำวิทยานิพนธ์ จึงได้นำปัญหาดังกล่าวมาวิเคราะห์โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาวิเคราะห์ปัญหาและใช้เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติช่วยในการปรับปรุงความถูกต้องของคำตอบ

การวิเคราะห์ จะพิจารณาปัญหาที่ค่าเรย์โนลด์ เท่ากับ 100 โดยในขั้นแรกมีการแบ่งรูปปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอจำนวน 301 เอลิเมนต์ดังในรูปที่ 8.37 ผลการวิเคราะห์

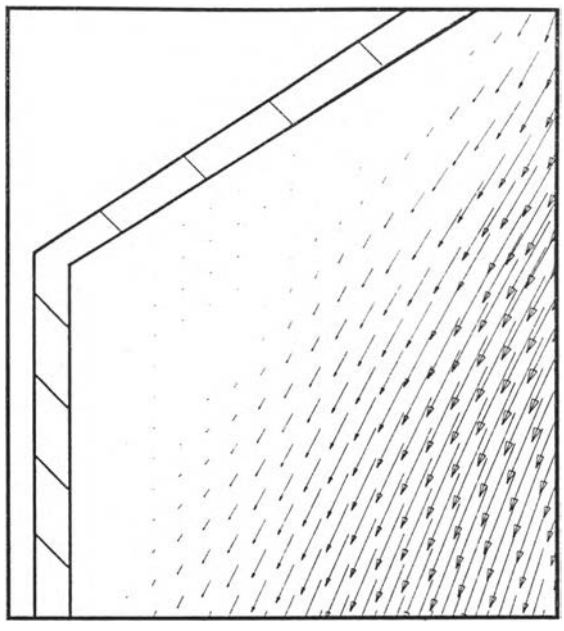
ความเร็วได้ออกมาดังแสดงในรูปที่ 8.38 ซึ่งจะเห็นได้ว่า เกิดการหมุนวนเกิดขึ้นตามที่สันนิษฐานไว้ รายละเอียดการหมุนวน แสดงไว้ในรูปที่ 8.39



รูปที่ 8.37 ลักษณะปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 1 ที่มีการแบ่งเอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ

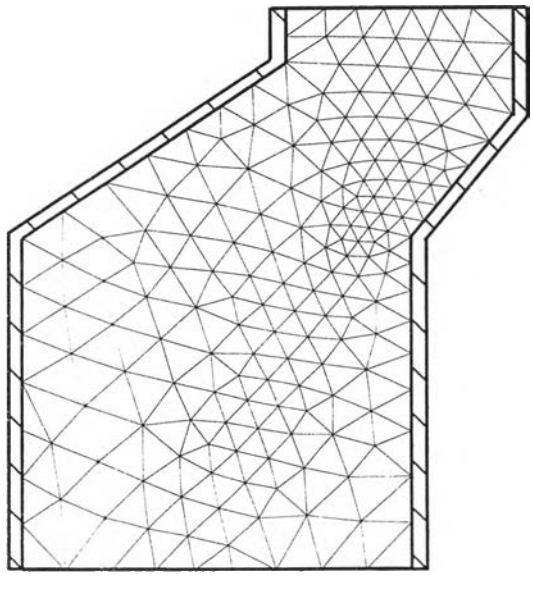


รูปที่ 8.38 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วของปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 1 ที่มีการแบ่งเอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ

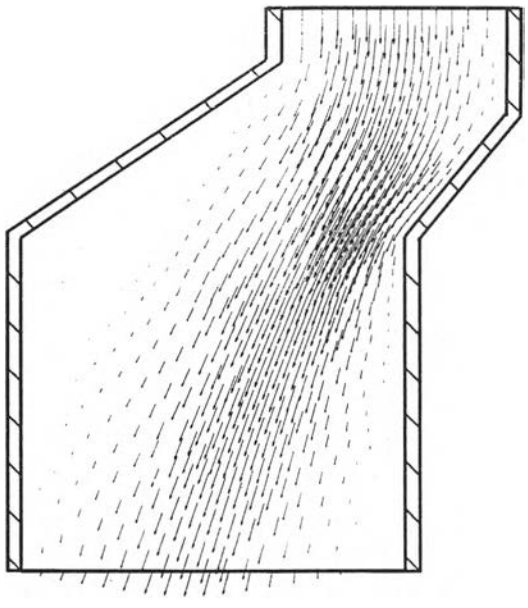


รูปที่ 8.39 รายละเอียดการหมุนวนภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 1 (บริเวณ A)

เพื่อความถูกต้องของคำตอบ จึงได้ใช้เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติมาใช้ร่วมด้วย โดยปัญหาดังกล่าวมีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ 2 ครั้ง โดยการปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 1 ทำให้แบ่งรูปปัญหาออกมาดังรูปที่ 8.40 ซึ่งประกอบด้วย 344 เอลิเมนต์ ผลการวิเคราะห์ความเร็วกรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1 แสดงไว้ในรูปที่ 8.41

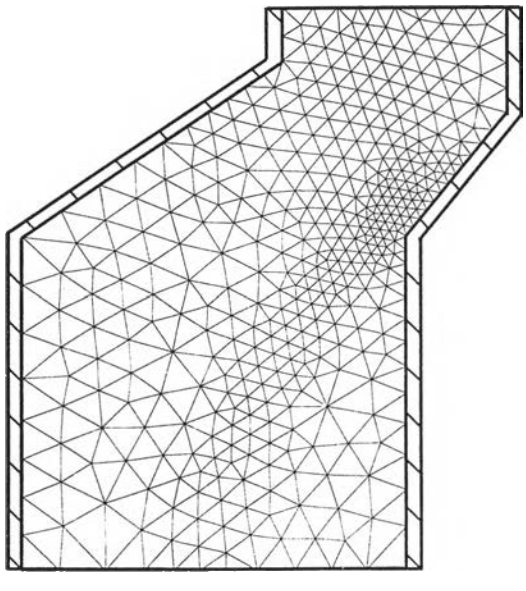


รูปที่ 8.40 ลักษณะปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 1 ที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1

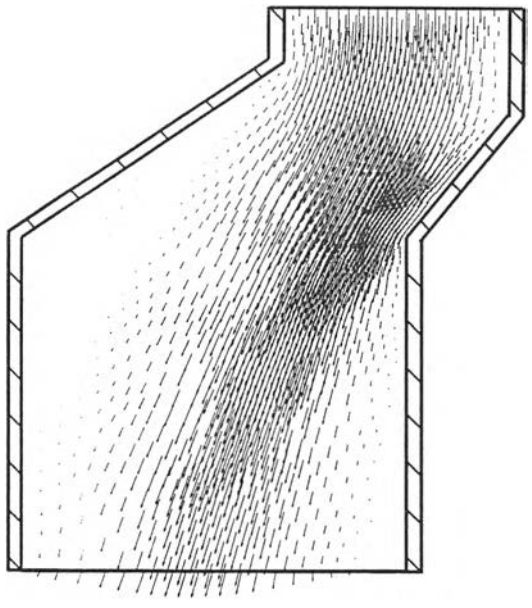


รูปที่ 8.41 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วของปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 1 ที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1

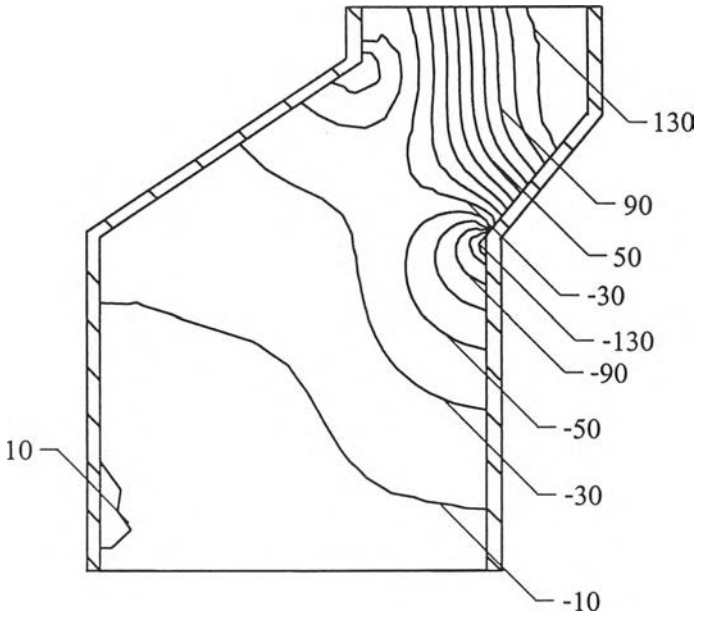
การปรับขนาดเอลิเมนต์ครั้งที่ 2 จะได้การแบ่งรูปปัญหาออกมาดังรูปที่ 8.42 ซึ่งประกอบด้วย 778 เอลิเมนต์ ผลการวิเคราะห์ความเร็วและความดัน จะได้ออกมาดังรูปที่ 8.43 และรูปที่ 8.44 ตามลำดับ



รูปที่ 8.42 ลักษณะปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 1 ที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2



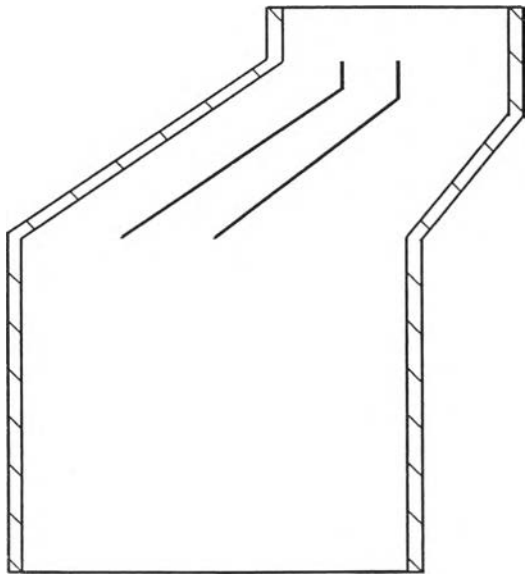
รูปที่ 8.43 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วของปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 1 ที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2



รูปที่ 8.44 ลักษณะการกระจายตัวของความดันของปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 1 ที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2

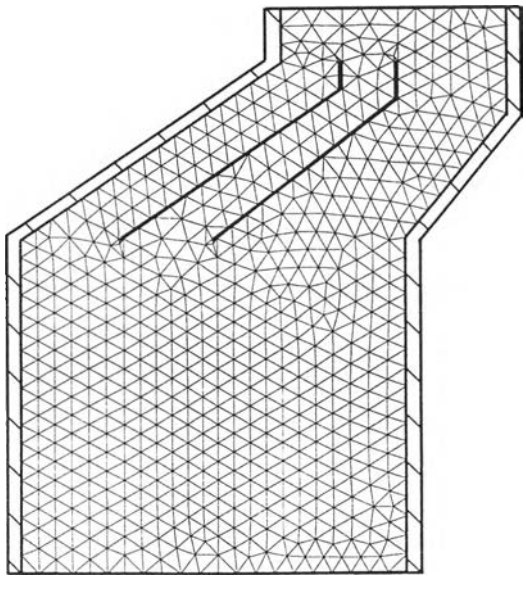
การแก้ปัญหาลักษณะการไหลที่เกิดการหมุนวน ทำโดยการติดตั้งแผ่นบังคับทิศทางการไหลจำนวน 2 แผ่น ดังแสดงในรูปที่ 8.45 และการที่จะทราบผลการปรับปรุงว่าได้ผลตามที่

ต้องการหรือไม่ ทำโดยนำรูปปัญหาดังกล่าวมาวิเคราะห์หาคำตอบด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และใช้เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติมาช่วยในการปรับปรุงความถูกต้องของคำตอบของปัญหาดังกล่าว

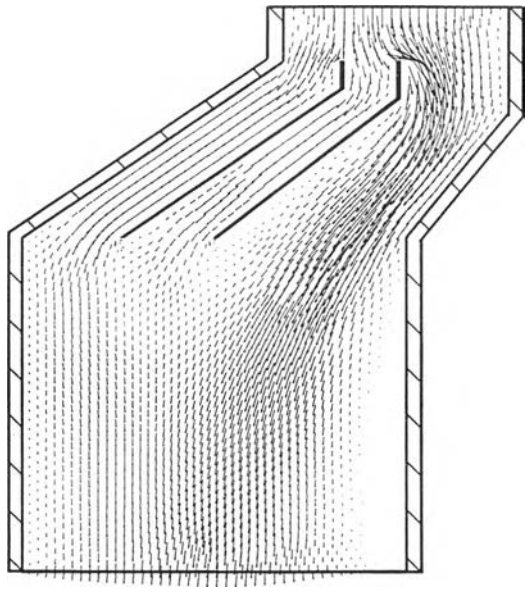


รูปที่ 8.45 ปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียของโรงไฟฟ้าพระนครเหนือ กรณีที่ 2

การวิเคราะห์ปัญหาดังกล่าว เริ่มด้วยการแบ่งรูปปัญหาในรูปที่ 8.45 ออกเป็นเอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ ดังรูปที่ 8.46 ซึ่งประกอบด้วย 1,214 เอลิเมนต์ ผลการวิเคราะห์ความเร็วแสดงไว้ดังรูปที่ 8.47



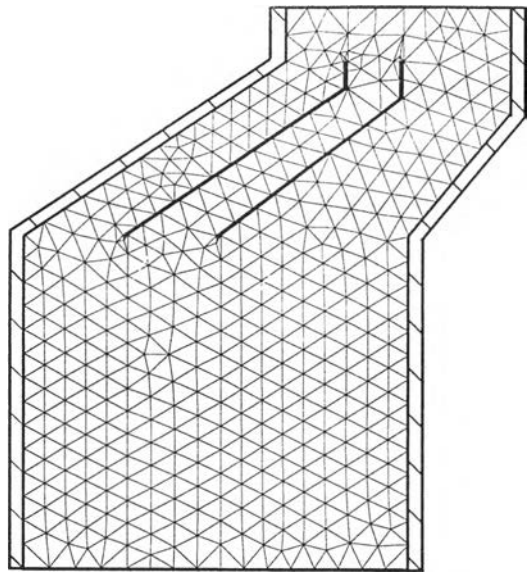
รูปที่ 8.46 ลักษณะปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 2 ที่มีการแบ่งเอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ



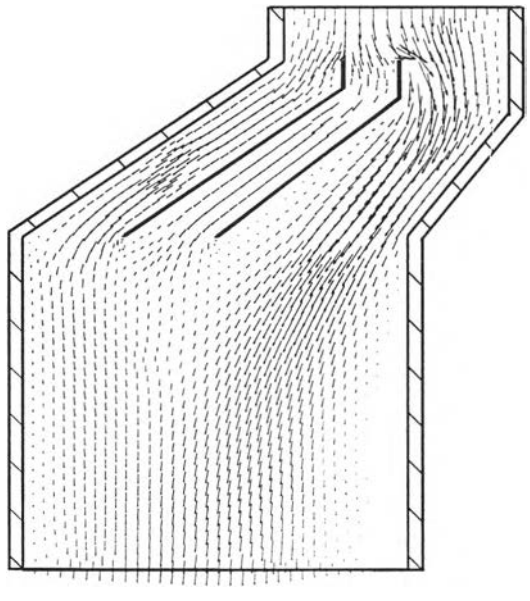
รูปที่ 8.47 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วของปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 2 ที่มีการแบ่งเอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ

จากผลการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่าการปรับปรุงโดยการติดตั้งแผ่นบังคับทิศทางการไหลจำนวนสองแผ่น ทำให้ลักษณะการไหลมีความสม่ำเสมอมากขึ้น

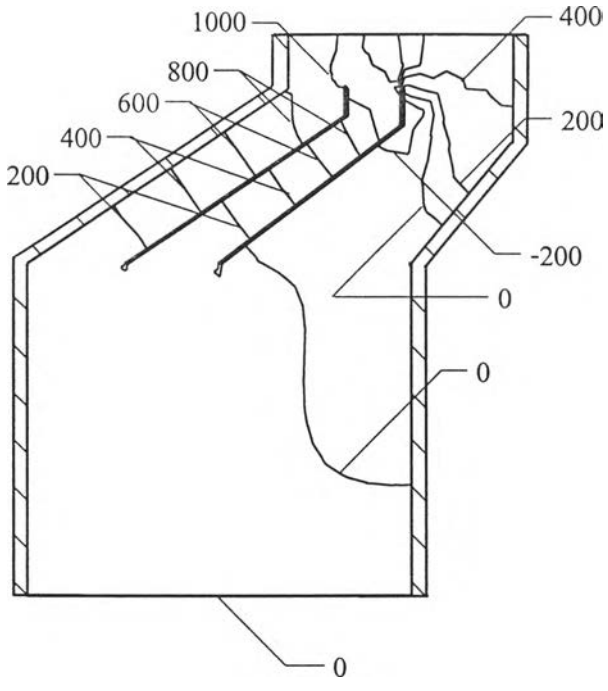
หลังจากวิเคราะห์ปัญหาโดยการแบ่งรูปปัญหาแบบสม่ำเสมอแล้ว เพื่อเพิ่มความถูกต้องของคำตอบของปัญหาดังกล่าว จึงได้นำเอาเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติมาใช้ ปัญหาดังกล่าวมีการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติเพียง 1 ครั้ง ดังรูปที่ 8.48 ซึ่งประกอบด้วย 804 เอลิเมนต์ จากรูปพบว่าการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติของปัญหาดังกล่าวมีลักษณะใกล้เคียงกับกรณีการแบ่งเอลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ เนื่องจากปัญหาดังกล่าวมีการเปลี่ยนแปลงของความชันของคำตอบน้อยมากจึงไม่มีการปรับใช้ขนาดเอลิเมนต์ขนาดเล็ก ผลการวิเคราะห์ความเร็วและความดัน กรณีที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติได้แสดงไว้ในรูปที่ 8.49 และรูปที่ 8.50 ตามลำดับ



รูปที่ 8.48 ปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 2 ที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1



รูปที่ 8.49 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วของปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 2 ที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 1



รูปที่ 8.50 ลักษณะการกระจายตัวของความดันของปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 2 ที่ผ่านการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2

ในเรื่องของความเร็วและหน่วยความจำที่จำเป็นต้องใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 1 และ 2 ของโปรแกรม NV ที่ได้รับการปรับปรุงประสิทธิภาพทั้งในเรื่องความเร็วและวิธการจัดเก็บข้อมูลเพื่อการประหยัดหน่วยความจำ โดยมีการเปรียบเทียบกับโปรแกรมเดิม คือ โปรแกรม NAVIER โดยผลดังกล่าวได้แสดงไว้ในตารางที่ 8.5 และ 8.6 ตามลำดับ

ตารางที่ 8.5 รายละเอียดเวลาการคำนวณและหน่วยความจำที่ต้องใช้ของโปรแกรม NAVIER และ NV สำหรับปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียของโรงไฟฟ้าพระนครเหนือกรณีที่ 1

โปรแกรม NAVIER		โปรแกรม NV	
INITIAL MESH : 1,485 สมการ		**INITIAL MESH** : 1,485 สมการ	
	นาที		นาที
1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบเป็นระบบสมการรวม ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	2.55	1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	2.63
		2.หาค่า A^T*A, A^T*B /รอบ	0.20
2.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์/รอบ	18.60	3.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์/รอบ	0.98
3.เวลาที่ใช้/รอบ	21.15	4.เวลาที่ใช้/รอบ	3.81
4.หน่วยความจำที่ต้องใช้	17.64 MB.	5.หน่วยความจำที่ต้องใช้	5.30 MB.
1st ADAPTIVE MESH : 1,676 สมการ		**1st ADAPTIVE MESH** : 1,676 สมการ	
	นาที		นาที
1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบเป็นระบบสมการรวม ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	2.93	1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	2.97
		2.หาค่า A^T*A, A^T*B /รอบ	0.32
2.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์/รอบ	27.57	3.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์/รอบ	1.12
3.เวลาที่ใช้/รอบ	30.50	4.เวลาที่ใช้/รอบ	4.41
4.หน่วยความจำที่ต้องใช้	22.47 MB.	5.หน่วยความจำที่ต้องใช้	6.75 MB.
2nd ADAPTIVE MESH : 3,679 สมการ		**2nd ADAPTIVE MESH** : 3,679 สมการ	
	นาที		นาที
1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบเป็นระบบสมการรวม ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	6.53	1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	6.72
		2.หาค่า A^T*A, A^T*B /รอบ	1.40
2.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์/รอบ	327.42	3.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์/รอบ	15.97
3.เวลาที่ใช้/รอบ	333.95	4.เวลาที่ใช้/รอบ	24.09
4.หน่วยความจำที่ต้องใช้	108.28 MB.	5.หน่วยความจำที่ต้องใช้	32.51 MB.

ตารางที่ 8.6 รายละเอียดเวลาการคำนวณและหน่วยความจำที่ต้องใช้ของโปรแกรม NAVIER และ NV สำหรับปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียของโรงไฟฟ้าพระนครเหนือกรณีที่ 2

โปรแกรม NAVIER		โปรแกรม NV	
INITIAL MESH : 5,890 สมการ		**INITIAL MESH** : 5,890 สมการ	
	นาที		นาที
1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบเป็นระบบสมการรวม ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	ขนาดของปัญหาใหญ่เกินหน่วย - ความจำของเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลที่มีอยู่	1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	10.55
		2.หาค่า A^T*A, A^T*B /รอบ	13.70
2.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์/รอบ		3.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์/รอบ	31.60
3.เวลาที่ใช้/รอบ		4.เวลาที่ใช้/รอบ	55.85
4.หน่วยความจำที่ต้องใช้	277.54 MB.	5.หน่วยความจำที่ต้องใช้	83.31 MB.
1st ADAPTIVE MESH : 3,970 สมการ		**1st ADAPTIVE MESH** : 3,970 สมการ	
	นาที		นาที
1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบเป็นระบบสมการรวม ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	10.93	1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	6.95
		2.หาค่า A^T*A, A^T*B /รอบ	8.30
2.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์/รอบ	859.57	3.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์/รอบ	17.33
3.เวลาที่ใช้/รอบ	870.50	4.เวลาที่ใช้/รอบ	32.58
4.หน่วยความจำที่ต้องใช้	126.09 MB.	5.หน่วยความจำที่ต้องใช้	37.86 MB.
2nd ADAPTIVE MESH : 3,679 สมการ		**2nd ADAPTIVE MESH** : 3,679 สมการ	
	นาที		นาที
1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบเป็นระบบสมการรวม ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	ขนาดของปัญหาใหญ่เกินหน่วย - ความจำของเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลที่มีอยู่	1.สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต /รอบ	10.22
		2.หาค่า A^T*A, A^T*B /รอบ	13.12
2.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์/รอบ		3.แก้ระบบสมการด้วยระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์/รอบ	28.90
3.เวลาที่ใช้/รอบ		4.เวลาที่ใช้/รอบ	52.24
4.หน่วยความจำที่ต้องใช้	260.00 MB.	5.หน่วยความจำที่ต้องใช้	78.10 MB.

จากตารางที่ 8.5 แสดงให้เห็นว่าในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 1 ของโปรแกรม NV ที่ได้รับการปรับปรุงจะมีความเร็วในการวิเคราะห์ปัญหามากกว่าโปรแกรม NAVIER อยู่ประมาณ 5-7 เท่า ในกรณีที่ปัญหามีขนาดไม่เกิน 2,000 สมการ และ จะมีความเร็วใน

การวิเคราะห์ปัญหามากกว่าโปรแกรม NAVIER อยู่ประมาณ 14 เท่า ในกรณีที่ปัญหามีขนาดใหญ่เกิน 2,000 สมการ ในส่วนของหน่วยความจำที่จำเป็นต้องใช้จะใช้หน่วยความจำลดลงไปประมาณ 70 เปอร์เซนต์

จากตารางที่ 8.6 แสดงให้เห็นว่าในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลภายในท่อก๊าซเสียกรณีที่ 2 ของโปรแกรม NV ที่ได้รับการปรับปรุงจะมีความเร็วในการวิเคราะห์ปัญหามากกว่าโปรแกรม NAVIER อยู่ถึง 26 เท่า ส่วนหน่วยความจำที่จำเป็นต้องใช้จะใช้หน่วยความจำลดลงไปประมาณ 70 เปอร์เซนต์ เหมือนกับกรณีที่ 1