การจัดตารางงานแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่น 2 ขั้นตอน ที่มีเวลาดำเนินงานไม่แน่นอน

นางสาวสุปราณี แก้วปรารถนา

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์ ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2548

ISBN 974-17-4110-3

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

TWO-STATE FLEXIBLE FLOW SHOP SCHEDULING WITH UNCERTAIN OPERATION TIME

Miss Supranee Kaewpardthana

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science Program in Computer Science
Department of Computer Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 2005

ISBN 974-17-4110-3

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การจัดตารางงานแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่น 2 ขั้นตอน ที่มีเวลาดำเนิน งานไม่แน่นอน
โดย	นางสาวสุปราณี แก้วปรารถนา
สาขาวิชา	วิศวกรรมคอมพิวเตอร์
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์ ดร. อรรถสิทธิ์ สุรฤกษ์
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	อาจารย์นครทิพย์ พร้อมพูล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....
(ศาสตราจารย์ ดร. ดิเรก ลาวัณย์ศิริ) คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ บุญชัย โสวรรณวณิชกุล) ประธานกรรมการ

.....
(อาจารย์ ดร. อรรถสิทธิ์ สุรฤกษ์) อาจารย์ที่ปรึกษา

.....
(อาจารย์นครทิพย์ พร้อมพูล) อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

.....
(อาจารย์ ดร.เศรษฐา ปานงาม) กรรมการ

.....
(อาจารย์ ดร.วิษณุ โคตรจรัส) กรรมการ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สุปราณี แก้วปรารถนา : การจัดตารางงานแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่น 2 ขั้นตอน ที่มีเวลาดำเนินงานไม่แน่นอน. (TWO-STATE FLEXIBLE FLOW SHOP SCHEDULING WITH UNCERTAIN OPERATION TIMES) อ. ที่ปรึกษา : อ.ดร. อรรถสิทธิ์ สุรฤกษ์, อ. ที่ปรึกษาร่วม : อ. นครทิพย์ พร้อมพูล, 60 หน้า. ISBN 974-17-4110-3.

งานวิจัยนี้เป็นการจัดตารางงานให้กับระบบการผลิตแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่น 2 ขั้นตอนการทำงาน เวลาที่ใช้ดำเนินงานของเครื่องจักรแต่ละเครื่องมีค่าไม่แน่นอนขึ้นกับประเภทของงาน แต่มีการแจกแจงแบบปกติ โดยกำหนดมาในรูปของค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน วัตถุประสงค์ของงานวิจัยชิ้นนี้ คือ การหาต้นแบบของการคำนวณที่ทำให้เวลาปิดงานของระบบน้อย โดยแยกการคำนวณออกเป็น 3 ส่วน คือ การจัดตารางให้กับงานบนเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 1 การจัดตารางให้กับงานบนเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 2 และการคำนวณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาปิดงาน

การจัดตารางงานในขั้นตอนที่ 1 และ 2 ใช้เทคนิคการขยายและจำกัดเขตเพื่อทำให้ได้เวลาปิดงานของระบบน้อย แล้วใช้อัลกอริทึมของจอห์นสันจัดเรียงงานบนแต่ละเครื่องจักร ต้นแบบที่ได้จากงานวิจัยนี้สามารถใช้จัดตารางงานให้กับระบบผลิตแบบเครื่องจักรเดี่ยว ระบบผลิตแบบเครื่องจักรขนาน ระบบผลิตแบบไหลเลื่อนสองขั้นตอน และระบบผลิตแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่นสองขั้นตอนได้ แต่ไม่สามารถใช้ได้กับระบบผลิตแบบไหลเลื่อนและไหลเลื่อนยืดหยุ่นที่มีขั้นตอนมากกว่า 2 ขั้นตอนได้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา	วิศวกรรมคอมพิวเตอร์	ลายมือชื่อนิสิต	สุปราณี
สาขาวิชา	วิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา	
ปีการศึกษา	2548	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	

4570608721 : MAJOR COMPUTER SCIENCE

KEY WORD: OPERATION SCHEDULING / MAKESPAN / FLEXIBLE FLOW SHOP / UNCERTAIN OPERATION TIMES

SUPRANEE KAEWPARDTHANA : TWO-STATE FLEXIBLE FLOW SHOP SCHEDULING WITH UNCERTAIN OPERATION TIMES. THESIS ADVISOR : ATHASIT SURARERKS, Ph.D., THESIS COADVISOR : NAKORNTHIP PROMPOON 60 pp. ISBN 974-17-4110-3.

This research proposes a job scheduling algorithm for two-state flexible flow shop. The running time, defined by a normal distribution, of each machine can be different depended on the types of job. The running time is defined in term of mean and standard deviation. The objective of the research is to find the computational model that reduces the makespan of the system. The algorithm is divided into three computational steps that are to schedule jobs on the machine in the first and the second steps whose goal is to reduce the operation time and to compute the standard deviation of the makespan.

In the first and the second steps, branch and bound technique is applied to the algorithm to minimize the closing time. All jobs in first step are orderly scheduled using Johnson's algorithm. Our model can be used in single machine scheduling, parallel machine scheduling, two-state flow shop machine scheduling and two-state flexible flow shop machine scheduling. However, it can't be used in flow shop machine scheduling and flexible flow shop machine scheduling with more than two states.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department	Computer Engineering	Student's signature	
Field of study	Computer Science	Advisor's signature	
Academic year	2005	Co-advisor's signature	Nakornthip Prompoon

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความอนุเคราะห์ และความช่วยเหลืออย่างยิ่งจาก อาจารย์ ดร. อรรถสิทธิ์ สุรฤกษ์ อาจารย์ที่ปรึกษา และอาจารย์นครทิพย์ พร้อมพูล อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ซึ่งเป็นผู้ให้ข้อคิด แนวทาง และคำปรึกษา ตลอดจนเป็นผู้ตรวจทานแก้ไข จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วง ขอขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. อรรถสิทธิ์ สุรฤกษ์ และอาจารย์นครทิพย์ พร้อมพูล เป็นอย่างสูงที่ให้ความเมตตา ช่วยเหลือ รวมทั้งโอกาส และสิ่งที่ดีแก่ผู้วิจัยเสมอมา

ขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผศ. บุญชัย โสวรรณวณิชกุล อาจารย์ ดร. เศรษฐา ปานงาม อาจารย์ ดร.วิษณุ โคตรจรัส คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำในการแก้ไขวิทยานิพนธ์ให้มีคุณภาพยิ่งขึ้น วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ไม่อาจจะสำเร็จได้หากไม่ได้รับความร่วมมือจากทุกท่าน และขอขอบคุณอาจารย์ในสาขาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยทุกท่าน และเพื่อนๆ ทุกๆคน ผู้ที่ให้คำแนะนำเพิ่มเติมกับผู้วิจัยเสมอมา

ขอขอบคุณคุณเขมทัต สุคนธสิงห์ และพนักงานทุกท่านของบริษัทรักษ์การผลิต จำกัด ที่ให้การสนับสนุนและให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี รวมไปถึงได้ให้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์เป็นอย่างมากกับผู้วิจัย

สุดท้ายนี้ ขอขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ ญาติพี่น้องทุกคน ที่คอยดูแลห่วงใย เป็นกำลังใจ และให้การสนับสนุนในทุกๆ ด้าน จนผู้วิจัยสามารถทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ
กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ
สารบัญ ..... ช
สารบัญตาราง ..... ฌ
สารบัญภาพ ..... ญ
บทที่
1 บทนำ 1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย 3
1.3 ขอบเขตของการวิจัย 3
1.4 ขั้นตอนและวิธีดำเนินการวิจัย 4
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย 4
1.6 ผลงานที่ตีพิมพ์จากวิทยานิพนธ์ 4
2 แนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 5
2.1 สัญลักษณ์ต่างๆ ที่ใช้ 5
2.2 การจัดเรียงเครื่องจักร 5
2.3 วัตถุประสงค์และตัววัดสมรรถนะ 7
2.4 แผนภูมิแกนต์ 8
2.5 การแจกแจงปกติ 9
2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 10
3 การจัดตารางงานไหลเลื่อนยืดหยุ่นสองขั้นตอนการทำงาน 16
3.1 การจัดเรียงงานในขั้นตอนที่หนึ่ง 17
3.2 การจัดเรียงงานในขั้นตอนที่สอง 20
3.3 การคำนวณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาปิดงานของระบบ 24
3.4 สรุปผล 26

บทที่ หน้า

4 การคำนวณและวิเคราะห์ผลการวิจัย..... 28

4.1 ตัวอย่างการคำนวณ..... 28

4.2 การวิเคราะห์ผลลัพธ์..... 56

4.3 สรุปผล 57

5 สรุปการวิจัยและข้อเสนอแนะ 58

5.1 สรุปผลการวิจัย..... 58

5.2 ข้อเสนอแนะ 58

รายการอ้างอิง 59

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 60

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

2.1 เวลาที่ใช้ในการทำงานของเครื่องจักรในโรงงานแห่งหนึ่ง 8

3.1 ข้อมูลนำเข้าของระบบผลิตไหลเลื่อนยืดหยุ่นสองขั้นตอน 16

3.2 เวลาที่ใช้ในการดำเนินงานบนเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 1.....19

3.3 ตารางคำตอบที่ได้จากการจัดตารางงานในขั้นตอนที่ 1 20

3.4 เวลาที่ใช้ในการดำเนินงานบนเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 2.....22

3.5 ตารางคำตอบที่ได้จากการจัดตารางงานทั้งสองขั้นตอน 23

4.1 เวลาที่ใช้ในการดำเนินงานของโจทย์ตัวอย่าง.....27

4.2 ผลลัพธ์ที่ได้จากการจัดตารางงานขั้นตอนที่ 1..... 41

4.3 เวลาที่ใช้ในการดำเนินงานของเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 2..... 42

4.4 ผลลัพธ์ที่ได้จากการจัดตารางงานทั้ง 2 ขั้นตอน..... 55

4.5 การเปรียบเทียบต้นแบบการจัดตารางงาน..... 56

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญรูปภาพ

รูปที่ หน้า

1.1 การไหลของงานในระบบผลิตแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่น 2 ขั้นตอน..... 3
2.1 การไหลของงานในระบบผลิตแบบเครื่องจักรเดี่ยว 5
2.2 การไหลของงานในระบบผลิตแบบเครื่องจักรขนาน.....6
2.3 การไหลของงานในระบบผลิตแบบไหลเลื่อน.....6
2.4 การไหลของงานในระบบผลิตแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่น.....7
2.5 แผนภูมิแกนต์แสดงการทำงานและเวลาที่ใช้ทั้งระบบ.....9
2.6 กราฟของฟังก์ชันการแจกแจงปกติ.....10
2.7 อัลกอริทึมของจอห์นสัน.....11
2.8 กราฟของเซ็ตของค่าตัวเลขครุมเครือ.....12
2.9 อัลกอริทึมการขยายและจำกัดเขต.....14
3.1 ตัวอย่างโครงสร้างต้นไม้ 17
3.2 อัลกอริทึมในการจัดเรียงงานในขั้นตอนที่ 1.....18
3.3 อัลกอริทึมในการจัดเรียงงานในขั้นตอนที่ 2.....21
4.1 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1..... 28
4.2 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1..... 29
4.3 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1..... 30
4.4 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1..... 31
4.5 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1..... 32
4.6 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1..... 33
4.7 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1..... 34
4.8 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1..... 35
4.9 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1..... 36
4.10 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1..... 37
4.11 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1..... 38
4.12 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1.....39
4.13 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1.....40
4.14 แผนภูมิแกนต์การจัดเรียงงานบนเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 1 41
4.15 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 2 43
4.16 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 2 45

รูปที่ หน้า

4.17 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 2 46
4.18 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 2 47
4.19 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 2 49
4.20 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 2 51
4.21 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 2 52
4.22 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 2 54
4.23 แผนภูมิแกนต์ผลลัพธ์การจัดเรียงงาน 55

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

มีการศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีการจัดตารางงานมานานหลายปี หัวใจหลักของการจัดตารางงาน คือ ประสิทธิภาพในการจัดสรรทรัพยากร (resource) ที่มีอยู่อย่างจำกัดให้กับงาน (job) จำนวนหนึ่งภายใต้ระยะเวลาที่กำหนดให้ เพื่อให้บรรลุเป้าหมาย (goal) หรือวัตถุประสงค์ (objective) ที่กำหนดเอาไว้ [1]

ในทางอุตสาหกรรมการผลิต งาน ประกอบด้วยภารกิจพื้นฐาน (task) ที่มีความสัมพันธ์กันในด้านของลำดับก่อนหลังเป็นจำนวนมาก ในบางครั้งเราจะเรียกภารกิจพื้นฐานเหล่านี้ว่า การดำเนินงาน (operation) ส่วนทรัพยากร หมายถึง เครื่องจักร ที่มีอยู่จำนวนจำกัด ซึ่งสามารถนำมาใช้ในการทำให้เกิดผลผลิตที่ต้องการขึ้นได้

ในสภาวะการแข่งขันที่สูงมากเช่นปัจจุบันนี้ การจัดตาราง (scheduling) การดำเนินงานเป็นกระบวนการตัดสินใจรูปแบบหนึ่งที่มีความสำคัญอย่างมากต่ออุตสาหกรรมการผลิต การจัดตารางอย่างมีประสิทธิภาพเป็นสิ่งจำเป็นที่จะทำให้บริษัทต่างๆ สามารถจะยืนหยัดต่อสู้กับคู่แข่งในตลาดการค้าได้ ผลลัพธ์ที่ได้จากการจัดตารางนี้ คือ ตารางหรือกำหนดการ (schedule)

ทฤษฎีการจัดตารางเกี่ยวข้องกับการสร้าง และพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และการหาเทคนิคที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาในรูปแบบต่างๆ ซึ่งจะต้องอาศัยความรู้ทั้งในภาคทฤษฎีและภาคปฏิบัติร่วมกัน แล้วใช้การวิเคราะห์เชิงปริมาณ (quantitative analysis) เป็นเครื่องมือช่วย โดยแนวทางดังกล่าวนี้ จะแปลงโครงสร้างของปัญหาไปสู่รูปแบบของสมการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม ซึ่งกระบวนการนี้จะเกี่ยวข้องกับการแปลงเป้าหมายและความมีอยู่อย่างจำกัดของทรัพยากรในด้านต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการตัดสินใจ ไปสู่ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (objective function) และข้อจำกัด (constraint) ต่างๆ ซึ่งจะเขียนขึ้นมาอย่างชัดเจนในรูปแบบของสมการทางคณิตศาสตร์

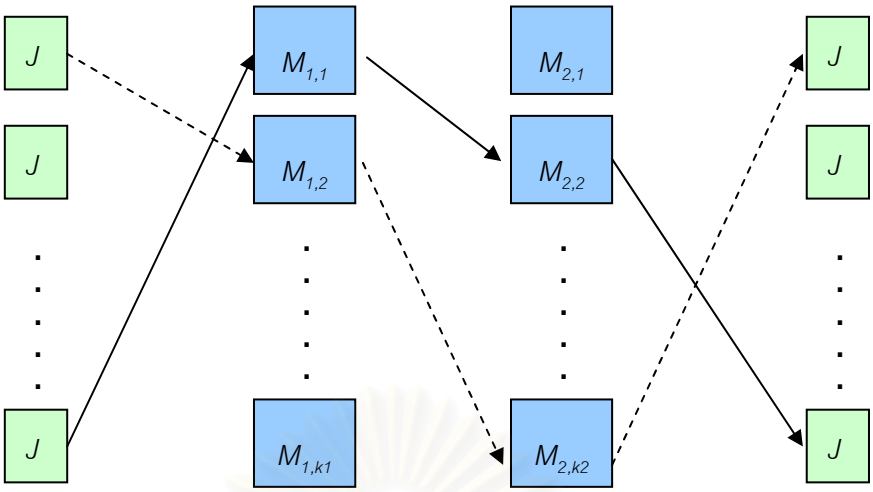
ปัญหาการจัดตารางจัดเป็นปัญหาที่มีความซับซ้อนแบบ NP-Hard คือ สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้โดยใช้เวลาเป็นโพลิโนเมียล นั่นคือ ถ้าปัญหามีขนาดใหญ่จะเสียเวลาคำนวณมาก ดังนั้นการแก้ปัญหาประเภทนี้มักใช้การคำนวณหาค่าประมาณแทน

งานวิจัยเกี่ยวกับการจัดตารางงานในยุคแรกๆ ส่วนใหญ่ เป็นการหาต้นแบบการจัดตารางงานที่ดีที่สุดสำหรับระบบผลิตที่ไม่ซับซ้อน โดยคำนึงถึงกำหนดวันที่ต้องส่งมอบสินค้าเป็นหลัก ตัวอย่างเช่น ปัญหาการจัดตารางงานให้กับระบบผลิตเครื่องจักรเดี่ยวโดยมีเป้าหมายเพื่อลดจำนวนงานสาย คำตอบที่ดีที่สุดสำหรับปัญหานี้ คือ EDD (earliest due date) อัลกอริทึม หรือที่เรียกว่า กฎของแจ็คสัน (rule of Jackson) เป็นการจัดงานตามลำดับของกำหนดวันส่งงานโดยให้งานที่มีกำหนดส่งก่อนทำเป็นลำดับแรก และปัญหาการจัดตารางงานให้กับระบบผลิตเครื่องจักรเดี่ยวเพื่อลดผลรวมของเวลาเสร็จงานแบบถ่วงน้ำหนัก คำตอบที่ดีที่สุดสำหรับปัญหานี้ คือ SWPT (shortest weighted processing time) อัลกอริทึม หรือที่เรียกว่า กฎของสมิธ (rule of Smith) เป็นการจัดงานตามลำดับของผลรวมเวลาดำเนินงานแบบถ่วงน้ำหนักจากน้อยไปมาก เป็นต้น

หลังจากนั้นจึงได้มีการขยายต้นแบบของปัญหาไปสู่ระบบผลิตแบบเครื่องจักรขนาน ระบบผลิตแบบไหลเลื่อน และระบบผลิตแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่น โดยมีเป้าหมายที่หลากหลายขึ้น เช่น เพื่อลดจำนวนงานสาย เพื่อลดเวลาสายรวมของงานทั้งระบบ และเพื่อให้เวลาปิดงานของระบบเร็วที่สุด เป็นต้น

เพื่อให้ต้นแบบการจัดตารางงานมีความใกล้เคียงกับระบบผลิตในอุตสาหกรรมการผลิตยิ่งขึ้น งานวิจัยนี้จึงได้ขยายต้นแบบของปัญหาการจัดตาราง เป็นการจัดตารางงานให้กับระบบการผลิตแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่น 2 ขั้นตอนการทำงาน โดยมีเวลาในการดำเนินงานไม่แน่นอน (two-state flexible flow shop with uncertain processing time)

ระบบนี้เป็นรูปแบบทั่วไปของระบบผลิตแบบไหลเลื่อนและระบบเครื่องจักรขนาน ที่มีเวลาในการดำเนินงานไม่แน่นอน ระบบประกอบด้วย 2 ขั้นตอนการดำเนินงานที่เรียงลำดับกันอยู่ ในแต่ละขั้นตอนการดำเนินงานจะมีเครื่องจักรขนานที่เหมือนกันอยู่เป็นจำนวนหนึ่ง ซึ่งแต่ละเครื่องจะใช้เวลาในการดำเนินงานไม่เท่ากันขึ้นอยู่กับประเภทของงาน งานแต่ละงานต้องผ่านการดำเนินงานในขั้นตอนที่ 1 แล้วจึงเข้าสู่ขั้นตอนที่ 2 ในแต่ละขั้นของการดำเนินงาน งานสามารถที่จะเลือกทำการดำเนินงานบนเครื่องจักรเครื่องใดเครื่องหนึ่งที่ขนานกันอยู่ได้ ดังรูปที่ 1.1



รูปที่ 1.1 การไหลของงานในระบบผลิตแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่น 2 ขั้นตอน

เครื่องจักรแต่ละเครื่องในแต่ละขั้นตอน จะใช้เวลาในการดำเนินงานแต่ละอย่างไม่เท่ากัน และมีค่าไม่แน่นอนโดยเวลาที่ใช้ในการดำเนินงานแต่ละงานของแต่ละเครื่องจักรมีการแจกแจงปกติ (normal distribution) ที่บอกค่าเฉลี่ย (mean) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) มาให้ โดยจะได้กล่าวถึงอย่างละเอียดในบทที่ 2

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อหาต้นแบบที่ทำให้ได้เวลาปิดงานน้อย (makespan) สำหรับแก้ปัญหาการจัดตารางงานแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่น 2 ขั้นตอนการทำงานโดยมีเวลาในการดำเนินงานของงานในแต่ละเครื่องจักรไม่แน่นอน พร้อมทั้งแสดงค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาปิดงานของระบบ

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1. ระบบผลิตที่ทำการวิจัยประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินงาน 2 ขั้นตอน ในแต่ละขั้นตอนมีเครื่องจักรอย่างน้อย 1 เครื่องจักร
2. การดำเนินงานในระบบเป็นไปตามขั้นตอน คือต้องผ่านการดำเนินงานบนเครื่องจักรในขั้นตอนแรกก่อน จึงจะเข้าสู่การดำเนินงานในขั้นตอนที่สองได้
3. เครื่องจักรแต่ละเครื่องใช้เวลาในการดำเนินงานแต่ละอย่างไม่แน่นอน ตามฟังก์ชันการแจกแจงปกติที่กำหนดค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมาให้
4. ผลลัพธ์ที่ได้จากงานวิจัย คือ ต้นแบบสำหรับแก้ปัญหาการจัดตารางงานแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่น 2 ขั้นตอน ที่มีเวลาดำเนินงานไม่แน่นอน โดยคำตอบที่ได้จากต้นแบบนี้ คือ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาปิดงานของระบบ

1.4 ขั้นตอนและวิธีดำเนินการวิจัย

1. ศึกษาทฤษฎีต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการจัดตารางงาน และความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ
2. กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา ที่สามารถจะนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหานี้ได้
3. ทดลองแก้ปัญหาโดยใช้แนวทางทั้งหมดที่กำหนดขึ้นมา
4. ประเมินประสิทธิภาพ วิเคราะห์ผลลัพธ์ และความแตกต่างของรูปแบบการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่ได้ทดลอง เพื่อเลือกแนวทางที่เหมาะสมที่สุด
5. ปรับปรุงประสิทธิภาพของแนวทางที่ได้เลือกมา
6. วิเคราะห์ ประเมินประสิทธิภาพ และสรุปผลการดำเนินงาน
7. จัดทำรายงานวิทยานิพนธ์

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

ได้ต้นแบบที่ทำให้ได้เวลาปิดงานของระบบน้อย สำหรับแก้ปัญหาการจัดตารางงานแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่น 2 ขั้นตอนการทำงานโดยมีเวลาในการดำเนินงานไม่แน่นอน พร้อมค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาปิดงานของระบบ

1.6 ผลงานที่ตีพิมพ์จากวิทยานิพนธ์

ส่วนหนึ่งของวิทยานิพนธ์นี้ได้รับการตีพิมพ์เป็นบทความทางวิชาการในหัวข้อเรื่อง “การจัดตารางงานแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่น 2 ขั้นตอน ที่มีเวลาดำเนินงานไม่แน่นอน” โดย สุปราณี แก้วปรารถนา และอรรถสิทธิ์ สุรฤกษ์ ในการประชุมทางวิชาการประจำปี 2548 ของสำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ (สวทช.) หรือ NAC2005 (NSTDA Annual Conference 2005) ณ ศูนย์ประชุมอุทยานวิทยาศาสตร์ประเทศไทย ในระหว่างวันที่ 27-30 มีนาคม 2548

ส่วนหนึ่งของวิทยานิพนธ์นี้ได้รับการตีพิมพ์เป็นบทความทางวิชาการในหัวข้อเรื่อง “การจัดตารางงานแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่น 2 ขั้นตอน ด้วยเทคนิคการขยายและจำกัดเขต” โดย สุปราณี แก้วปรารถนา, อรรถสิทธิ์ สุรฤกษ์ และนครทิพย์ พร้อมพูล ในงานประชุมวิชาการ 9th National Computer Science and Engineering Conference (NCSEC2005) ณ มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย ในระหว่างวันที่ 27-28 ตุลาคม 2548

บทที่ 2

การจัดตารางงาน

ในบทนี้จะนำเสนอแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดตารางงาน โดยเริ่มต้นจากนิยามของสัญลักษณ์ต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณ ความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต้องทราบ และทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดตารางงาน รวมไปถึงแนวคิดในงานวิจัยที่เกี่ยวข้องด้วย

2.1 สัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่ใช้

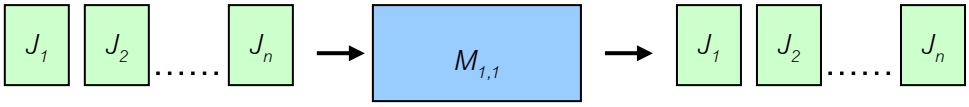
ปัญหาการจัดตารางงานมีการคำนวณทางคณิตศาสตร์ค่อนข้างมาก จึงมีการกำหนดสัญลักษณ์มาตรฐานเบื้องต้น ดังนี้

n	*จำนวนงานทั้งหมดที่นำมาพิจารณาจัดตารางงาน*
J_i	*งานชิ้นที่ i*
m	*จำนวนขั้นตอนการผลิตในระบบผลิต*
K_j	*จำนวนเครื่องจักรในขั้นตอนการผลิตที่ j*
$M_{j,k}$	*เครื่องจักรบนขั้นตอนที่ j เครื่องที่ k*
$p_{i,j,k}$	*เวลาที่ใช้ในการดำเนินงาน J_i บนเครื่องจักร $M_{j,k}$*
$w_{i,j,k}$	*เวลาที่เครื่องจักร $M_{j,k}$ ต้องใช้ในการรอคอยงาน J_i*

2.2 การจัดเรียงเครื่องจักร

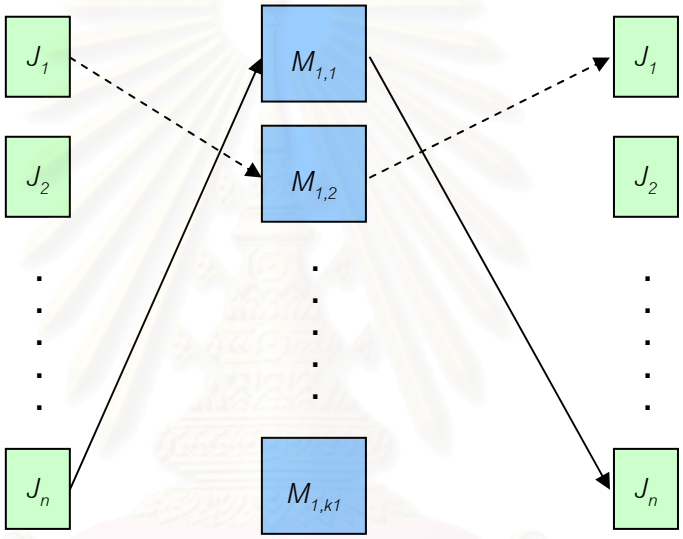
รูปแบบของการจัดเรียงเครื่องจักรมีหลายลักษณะ ขึ้นอยู่กับระบบการทำงานและปัจจัยแวดล้อมต่าง ๆ ขององค์กร ซึ่งสามารถแบ่งได้ [2] ดังนี้

1. การผลิตแบบเครื่องจักรเดี่ยว (single machine) ระบบนี้ประกอบด้วยเครื่องจักรเพียงเครื่องเดียว (*$m = 1$* และ *$k_1 = 1$*) เป็นรูปแบบที่ง่ายที่สุดในการจัดเรียงเครื่องจักรทั้งหมดที่เป็นไปได้ ซึ่งแสดงดังรูปที่ 2.1



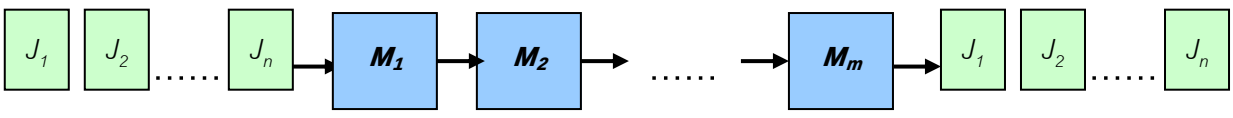
รูปที่ 2.1 การไหลของงานในระบบผลิตแบบเครื่องจักรเดี่ยว

2. การผลิตแบบเครื่องจักรขนาน (parallel machines) ระบบนี้ประกอบด้วยเครื่องจักรหลายเครื่องที่มีการทำงานแบบขนานกัน *(m = 1)* งานจะเลือกทำบนเครื่องจักรเครื่องใดก็ได้ ดังรูปที่ 2.2 ถ้าเครื่องจักรทุกเครื่องทำงานเหมือนกันด้วยความเร็วเท่ากันหมด จะเรียกว่า *เครื่องจักรขนานที่เหมือนกัน (identical machines in parallel)* แต่ถ้าเครื่องจักรทำงานเหมือนกันด้วยความเร็วต่างกัน จะเรียกว่า *เครื่องจักรขนานที่อัตราการผลิตต่างกัน (parallel machines with different speeds)* แต่ถ้าเครื่องจักรแต่ละเครื่องทำงานแต่ละชนิดด้วยความเร็วต่างกัน จะเรียกว่า *เครื่องจักรขนานที่ไม่สัมพันธ์กัน (unrelated machines in parallel)*



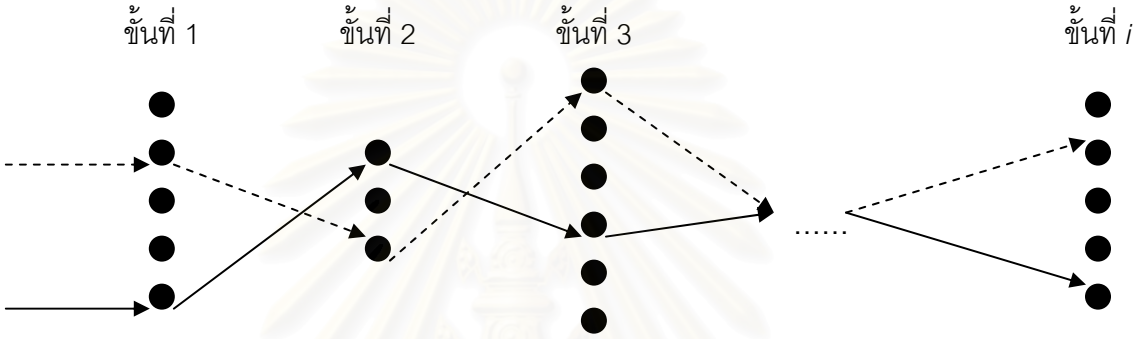
รูปที่ 2.2 การไหลของงานในระบบผลิตแบบเครื่องจักรขนาน

3. การผลิตแบบไหลเลื่อน (flow shop) ระบบนี้ประกอบด้วยเครื่องจักรหลายเครื่อง งานทั้งหมดจะมีเส้นทางการไหลเป็นรูปแบบเดียวกัน *(k_i = 1 โดยที่ i = 1, 2, ..., m)* การดำเนินงานทั้งหมดที่อยู่ในลำดับเดียวกันจะต้องถูกดำเนินการโดยเครื่องจักรเครื่องเดียวกัน นั่นคือ ในแต่ละงาน การดำเนินงานที่ 1 จะต้องกระทำบนเครื่องจักรเครื่องที่ 1 การดำเนินงานที่ 2 จะต้องถูกทำบนเครื่องจักรเครื่องที่ 2 และเป็นเช่นนี้เรื่อยไป จนกระทั่งถึงเครื่องจักรเครื่องสุดท้าย ดังแสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 การไหลของงานในระบบผลิตแบบไหลเลื่อน

4. การผลิตแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่น (flexible flow shop) ระบบนี้เป็นรูปทั่วไปของระบบผลิตแบบไหลเลื่อนและระบบเครื่องจักรขนาน ระบบนี้จะประกอบด้วยขั้นตอนการทำงานหลายๆ ขั้นตอนที่เรียงลำดับกันอยู่ โดยในแต่ละขั้นตอนการดำเนินงานจะมีเครื่องจักรขนานที่เหมือนกันอยู่ทุกเครื่องจักร งานแต่ละงานจะต้องผ่านการดำเนินงานบนเครื่องจักรบนขั้นตอนที่ 1 ขั้นตอนที่ 2 เรื่อยไปจนกระทั่งถึงขั้นตอนสุดท้าย ในแต่ละขั้นตอนการดำเนินงาน งานสามารถเลือกทำการดำเนินงานบนเครื่องจักรเครื่องใดก็ได้ที่ขนานกันอยู่ ดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 การไหลของงานในระบบผลิตแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่น

2.3 วัตถุประสงค์และตัววัดสมรรถนะ

เราสามารถประเมินประสิทธิภาพของตารางที่จัดขึ้นได้ โดยพิจารณาจากผลรวมของข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับงานทั้งหมด ซึ่งผลรวมนี้จะเป็นข้อมูลแบบมิติเดียว เรียกว่า *ตัววัดสมรรถนะ (measure of performance)* ส่วนคำว่า *วัตถุประสงค์ (objective)* ของการจัดตารางจะหมายถึงเป้าหมายของตัววัดสมรรถภาพที่ผู้จัดตารางต้องการจะให้เกิดขึ้น เช่น การหาค่ามากที่สุด (maximize) หรือค่าน้อยที่สุด (minimize) ของตัววัดสมรรถภาพนั่นเอง

ในทางปฏิบัติมีวัตถุประสงค์จำนวนมากที่มีความสำคัญต่อการจัดตาราง เช่น

- เวลาไหลของงาน (flow time) คือ เวลาทั้งหมดที่งานทุกงานใช้อยู่ในระบบ
- เวลาสาย (lateness) มีค่าเป็นบวกถ้างานนั้นเสร็จหลังกำหนดส่งมอบ มีค่าเป็นลบถ้างานนั้นเสร็จก่อนกำหนดส่งมอบ
- เวลาล่าช้า (tardiness) มีค่าเป็นบวกถ้าเสร็จหลังกำหนดส่งมอบ มีค่าเป็น 0 ถ้างานนั้นเสร็จก่อนกำหนดส่งมอบหรือเสร็จพอดีกำหนดส่งมอบ
- จำนวนงานล่าช้า (number of tardy jobs) คือ จำนวนของงานทั้งหมดในระบบที่เสร็จไม่ทันกำหนดส่งมอบ

วัตถุประสงค์ตัวหนึ่งที่นิยมใช้ คือ เวลาปิดงานของระบบ หมายถึง เวลาที่ระบบทำงานตั้งแต่ชิ้นแรกจนชิ้นสุดท้ายเสร็จสิ้น ซึ่งจะนำมาใช้เป็นวัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ด้วย การจัดตารางงานให้มีเวลาปิดงานของระบบน้อย จะส่งผลให้เกิดการทำงานที่ก่อให้เกิดผลผลิตต่อหน่วยเวลามาก

2.4 แผนภูมิแกนต์

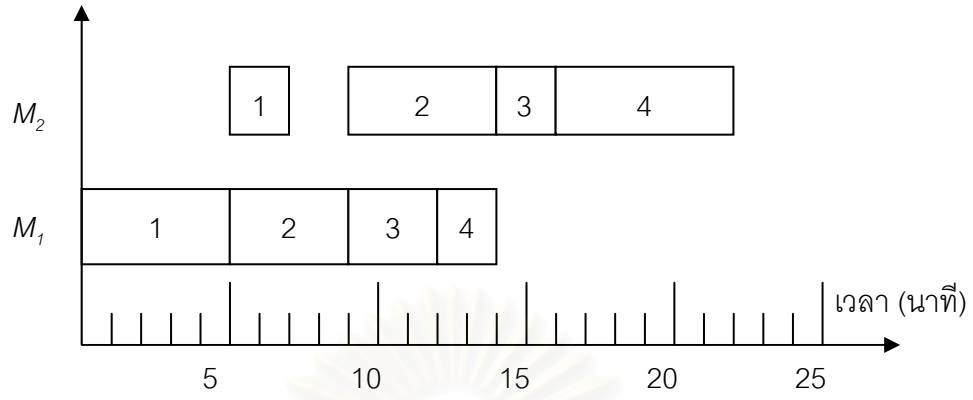
แผนภูมิแกนต์ (gantt chart) ถูกพัฒนาขึ้นประมาณ ปี ค.ศ. 1917 โดย Henry L. Gantt ซึ่งเป็นหนึ่งในผู้บุกเบิกทางด้านวิทยาการจัดการ แผนภูมิแกนต์เป็นหนึ่งในเครื่องมือช่วยทางกราฟฟิกที่เก่าแก่ที่สุด ใช้งานง่ายที่สุด แพร่หลายที่สุด และมีประโยชน์ที่สุด ในการที่จะทำให้ผู้ตัดสินใจเกิดความเข้าใจเกี่ยวกับลำดับของงาน และสถานะของการดำเนินงาน นอกจากนั้นยังแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของกิจกรรมต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในตารางอีกด้วย รูปแบบพื้นฐานของแผนภูมิแกนต์อาจจะแสดงในลักษณะของกราฟที่จะแสดงให้เห็นถึงการจัดสรรทรัพยากรให้กับงานต่าง ๆ ภายใต้เวลาที่กำหนด โดยที่แผนภูมิแกนต์จะแสดงทรัพยากรอยู่ในแนวแกนตั้ง ซึ่งถ้าจำนวนของทรัพยากรมีมากกว่า 1 ก็ให้วางทรัพยากรเรียงซ้อนกันขึ้นไปในแนวตั้ง ส่วนเวลาจะแสดงอยู่ในแนวนอนของแผนภูมิแกนต์ สเกลของเวลาที่ใช้อาจจะอยู่ในหน่วยของวินาที นาที ชั่วโมง วัน เดือน หรือปี ก็ได้แล้วแต่ความเหมาะสม โดยให้พิจารณาจากหน่วยเวลาที่น้อยที่สุดของงานทั้งหมดที่พิจารณา ตัวอย่างเช่น

ตัวอย่างที่ 2.1 โรงงานแห่งหนึ่งต้องการทำงาน 4 ชิ้น งานแต่ละชิ้นต้องทำบนเครื่องจักร 2 เครื่อง (โดยต้องทำบนเครื่องจักรเครื่องที่ 1 ก่อนจึงจะทำบนเครื่องจักรเครื่องที่ 2) เวลาที่ใช้ในการทำงานแสดงได้ดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 เวลาที่ใช้ในการทำงานของเครื่องจักรในโรงงานแห่งหนึ่ง

เครื่องจักร	เวลาที่ใช้ในการทำงาน (นาที)			
	J_1	J_2	J_3	J_4
M_1	5	4	3	2
M_2	2	5	2	6

ถ้าให้ทำงานเรียงลำดับเป็น J_1- J_2- J_3- J_4 จะวาดแผนภูมิแกนต์ได้ดังรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 แผนภูมิแกนต์แสดงการทำงานและเวลาที่ใช้ทั้งระบบ

จากแผนภูมิแกนต์ทำให้รู้ว่าเวลาปิดงานของระบบนี้เท่ากับ 22 นาที

2.5 การแจกแจงปกติ

การแจกแจงปกติ (normal distribution) หรืออีกชื่อหนึ่งว่าการแจกแจงเกาส์ (guassian distribution) เป็นการแจกแจงที่สำคัญที่สุด และมีใช้อย่างแพร่หลายในแขนงวิชาสถิติประยุกต์ ค้นพบโดยนักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษ ชื่อ Abraham De Moivre (1677-1754) ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบนี้จะเรียกว่า ตัวแปรสุ่มปกติ

ฟังก์ชันการแจกแจงของตัวแปรสุ่มปกตินี้เขียนได้ดังสมการที่ 2.1

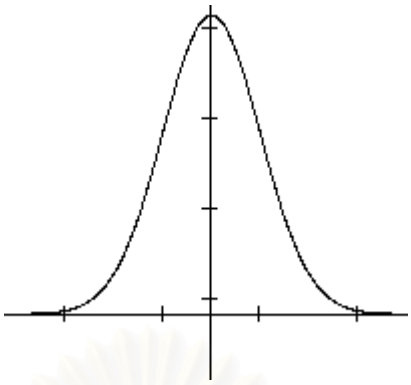
$$f(x) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}}{\sigma\sqrt{2\pi}} \qquad (2.1)$$

โดยที่

$$-\infty < x < \infty$$
$$\pi \approx 3.14159265\ \ 358979..$$
$$e \approx 2.71828182\ \ 845904...$$

μ หมายถึงค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม และ σ^2 หมายถึงค่าความแปรปรวน กราฟของฟังก์ชันตามสมการที่ 2.1 จะมีลักษณะเป็นรูประฆังคว่ำดังรูปที่ 2.6

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.6 กราฟของฟังก์ชันการแจกแจงปกติ

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เนื้อหาส่วนนี้จะกล่าวถึงอัลกอริทึมที่สำคัญ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดตารางงานเพื่อหาต้นแบบที่เหมาะสมสำหรับระบบผลิตที่มีการจัดวางเครื่องจักรในรูปแบบต่างๆ ดังที่กล่าวข้างต้น

มีอัลกอริทึมที่เหมาะสมสำหรับระบบผลิตเครื่องจักรเดี่ยวหลายแบบ [3] เพื่อวัตถุประสงค์ในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน เช่น SPT (shortest processing time) อัลกอริทึม เพื่อลดเวลาไหลและเวลาสายของงานในระบบ, WSPT (weighted shortest processing time) อัลกอริทึม เพื่อลดเวลาไหลของงานในระบบที่มีลำดับความสำคัญของงาน, อัลกอริทึมของฮอด์กสัน (Hodgson's algorithm) เพื่อลดจำนวนงานล่าช้า และการปรับปรุงอัลกอริทึมของฮอด์กสัน เพื่อลดจำนวนงานล่าช้าในระบบที่มีลำดับความสำคัญของงาน เป็นต้น

ระบบผลิตแบบเครื่องจักรขนานเป็นระบบที่ขยายมาจากระบบผลิตเครื่องจักรเดี่ยว อัลกอริทึมที่ใช้จัดตารางงานส่วนหนึ่งได้มาจากการปรับปรุงอัลกอริทึมที่ใช้กับระบบผลิตเครื่องจักรเดี่ยว [3] ตัวอย่างเช่น SPT, LPT, WSPT, อัลกอริทึมของฮอด์กสัน และ Column Generation เป็นต้น

ระบบผลิตแบบไหลเลื่อนเป็นระบบผลิตอีกแบบที่ขยายมาจากระบบผลิตเครื่องจักรเดี่ยว ซึ่งยังไม่มีอัลกอริทึมที่ได้คำตอบที่ดีที่สุดสำหรับระบบนี้ที่มีเครื่องจักรมากกว่า 3 เครื่อง อย่างไรก็ตามมีอัลกอริทึมที่เป็นที่รู้จักอย่างแพร่หลายสำหรับระบบนี้ที่มีเครื่องจักร 2 เครื่อง คือ อัลกอริทึมของจอห์นสัน (Johnson's algorithm) ซึ่งเป็นอัลกอริทึมที่มีวัตถุประสงค์เพื่อให้ได้เวลาปิดงานของระบบน้อยที่สุด การทำงานของอัลกอริทึมแสดงได้ดังรูปที่ 2.7

อัลกอริทึมของจอห์นสัน

1. กำหนดให้ $U = \{1, 2, \ldots, n\}$ เป็นเซ็ตของลำดับงานที่ยังไม่ถูกกำหนดให้ทำบนเครื่องจักรใด กำหนด $k = 1$, $l = n$ และ $S_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots, n$ เป็นลำดับของงาน J_i

2. ถ้า $U = \phi$ ข้ามไปยังขั้นตอนที่ 5, แต่ถ้า $U \neq \phi$ กำหนด

$$p_{i',j'} = \min\left\{\min_{i=1,n} p_{i,1} , \min_{i=1,n} p_{i,2}\right\}$$

ถ้ามี $p_{i',j'}$ ให้เลือกหลายค่า จะเลือกค่าที่ใช้เวลาดำเนินงานมากที่สุดในอีกเครื่องจักร

ถ้า $j'=1$ ไปทำขั้นตอนที่ 3, แต่ถ้า $j'\neq 1$ ไปทำขั้นตอนที่ 4

3. กำหนด $S_k = i'$, $k = k+1$ และ $U = U - \{i'\}$ จากนั้นไปทำขั้นตอนที่ 2

4. กำหนด $S_l = i'$, $l = l-1$ และ $U = U - \{i'\}$ จากนั้นไป ทำขั้นตอนที่ 2

5. คำตอบ คือลำดับของงานตามที่กำหนดใน S_i

รูปที่ 2.7 อัลกอริทึมของจอห์นสัน

ตัวอย่างที่ 2.2 การคำนวณลำดับของงานตามอัลกอริทึมของจอห์นสัน จากโจทย์ตัวอย่างที่ 2.1 จะแสดงขั้นตอนการคำนวณได้ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1: กำหนดค่า U = {1, 2, 3, 4}, k=1, l=4, S_1=0, S_2=0, S_3=0, S_4=0

ขั้นตอนที่ 2: $U \neq \phi$ เลือกเวลาที่น้อยที่สุดในเครื่อง i แต่มากที่สุดในเครื่อง j หรือตรงกันข้าม ดังนั้น $p_{i',j'} = p_{4,1}$ เนื่องจาก $j'=1$ ไปขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 กำหนด S_1 = 4, k=2, U = {1, 2, 3} ไปทำขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนที่ 2: $U \neq \phi$ เลือกเวลาที่น้อยที่สุดในเครื่อง i แต่มากที่สุดในเครื่อง j หรือตรงกันข้าม ดังนั้น $p_{i',j'} = p_{1,2}$ เนื่องจาก $j'\neq 1$ ไปขั้นตอนที่ 4

ขั้นตอนที่ 4 กำหนด S_4 = 1, I=3, U = {2, 3} ไปทำขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนที่ 2: $U \neq \phi$ เลือกเวลาที่น้อยที่สุดในเครื่อง i แต่มากที่สุดในเครื่อง j หรือตรงกันข้าม ดังนั้น $p_{i',j'} = p_{3,2}$ เนื่องจาก $j' \neq 1$ ไปขั้นตอนที่ 4

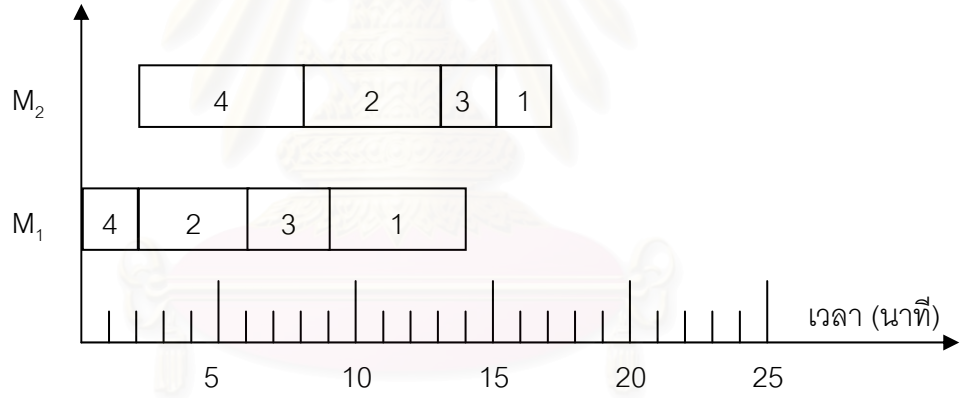
ขั้นตอนที่ 4 กำหนด S_3 = 3, I=2, U = {2} ไปทำขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนที่ 2: $U \neq \phi$ เลือกเวลาที่น้อยที่สุดในเครื่อง i แต่มากที่สุดในเครื่อง j หรือตรงกันข้าม ดังนั้น $p_{i',j'} = p_{2,1}$ เนื่องจาก $j' = 1$ ไปขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3 กำหนด S_2 = 2, k=3, $U = \phi$ ไปทำขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนที่ 2: $U \neq \phi$ ข้ามไปยังขั้นตอนที่ 5

ขั้นตอนที่ 5 คำตอบจะเป็นลำดับของงานตามค่าใน S_1, S_2, S_3, S_4 คือ J_4, J_2, J_3, J_1



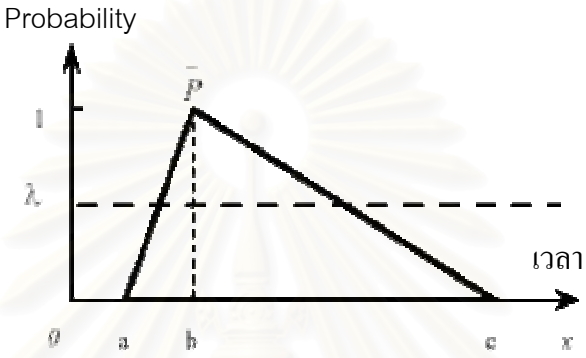
รูปที่ 2.8 แผนภูมิแกนต์แสดงการทำงานจากการจัดเรียงงานตามอัลกอริทึมของจอห์นสัน

เมื่อนำคำตอบที่ได้มาวาดแผนภูมิแกนต์แสดงการทำงานจะได้ดังรูปที่ 2.8 และทำให้ทราบว่าเวลาปิดงานของระบบเป็น 17 หน่วย

นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยชื่อ “A New Approach to Two-Machine Flow Shop Problem with Uncertain Processing Time” [4] เป็นการวิจัยเพื่อหาต้นแบบที่เหมาะสมสำหรับแก้ปัญหาการจัดตารางงานให้กับการผลิตแบบไหลเลื่อน 2 เครื่องจักร ที่ใช้เวลาในการดำเนินงานไม่แน่นอน โดยมีเป้าหมายให้งานทั้งหมดเสร็จเร็วที่สุด

งานวิจัยนี้กล่าวว่า การทำงานของเครื่องจักรในความเป็นจริงแล้วจะไม่ได้เวลาที่แน่นอนออกมาเป็นตัวเลขคงตัว เพราะเครื่องจักรทำงานแต่ละครั้งอาจใช้เวลาไม่เท่ากัน จึงแทนค่าเวลาที่ไม่แน่นอนเหล่านี้ด้วยค่าตัวเลขครุมเครือ (fuzzy numbers)

เซ็ตของค่าตัวเลขครุมเครือเหล่านี้แทนได้ด้วยสมการ *P = (a,b,c)* โดยที่ *a* คือค่าขอบเขตล่าง *b* คือค่าที่ให้คะแนนสูงสุด *(highest point) c* คือค่าขอบเขตบน แสดงได้ดังรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 กราฟของเซ็ตของค่าตัวเลขครุมเครือ

ค่าตัวเลขครุมเครือคำนวณได้ด้วยสมการ $\mu_{\bar{P}}(x) = \begin{cases} 0 & x \le a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & a < x \le b \\ \dfrac{c-x}{c-b} & b < x < c \\ 0 & x \ge c \end{cases}$

งานวิจัยชิ้นนี้อ้างถึง McCahon and Lee's algorithm ซึ่งคำนวณหาค่าเวลาปิดงานของระบบของปัญหานี้ด้วยการแทนค่าตัวเลขครุมเครือด้วย GMV (Generalized Mean Value) ซึ่งหาได้จากสมการ *GMV = (a+b+c)/3* ซึ่งก็คือค่าที่จุดมัธยฐานของรูปสามเหลี่ยมของกราฟนั่นเอง แล้วใช้อัลกอริทึมของจอห์นสันแก้ปัญหาตามปกติ ซึ่งคำตอบที่ได้บางครั้งอาจไม่ได้ค่าที่ดีที่สุด

งานวิจัยชิ้นนี้จึงปรับปรุงวิธีการนี้ด้วยการหา GMV ที่หลาย ๆ ระดับค่า λ-level คือ การลดค่าขอบเขตล่างและขอบเขตบนของปัญหา แล้วคำนวณด้วยวิธีเก่าและเลือกเอาคำตอบที่ดีที่สุด แล้วเปรียบเทียบกับของเดิมพบว่า วิธีใหม่นี้สามารถปรับปรุงการแก้ปัญหาเดิมของ McCahon and Lee's algorithm ได้ค่าเวลาปิดงานของระบบที่ดีกว่าแต่ก็ยังก็ไม่ถือเป็นค่าที่ดีที่สุด

อัลกอริทึมสำหรับจัดตารางงานในระบบงานแบบไหลเลื่อนที่มีเครื่องจักรมากกว่า 3 เครื่องมักใช้การปรับปรุงอัลกอริทึมที่ใช้กับระบบงานไหลเลื่อนที่มี 2 เครื่องจักร ตัวอย่างเช่น

Gupta's heuristic สำหรับการจัดตารางงานให้กับระบบงานแบบไหลเลื่อน 3 เครื่องจักร ซึ่งประยุกต์มาจากอัลกอริทึมของจอห์นสัน

นอกจากนี้มีงานวิจัยชิ้นหนึ่งชื่อ "A Novel Branch and Bound Algorithm for Scheduling Flowshop Plants with Uncertain Processing Time" [5] เป็นงานวิจัยเพื่อหาต้นแบบที่เหมาะสมสำหรับแก้ปัญหาการจัดตารางงานให้กับการผลิตแบบไหลเลื่อนซึ่งใช้ได้กับระบบที่มีเครื่องจักรมากกว่า 2 เครื่อง ที่ใช้เวลาในการดำเนินงานไม่แน่นอน โดยมีเป้าหมายให้งานทั้งหมดเสร็จเร็วที่สุด

วิธีการที่งานวิจัยชิ้นนี้นำเสนอเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าวคือ การแทนค่าความไม่แน่นอนของเวลานั้นด้วยค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนักความน่าจะเป็นของเวลาที่ไม่แน่นอนเหล่านั้น แล้วใช้เทคนิคของอัลกอริทึมจำกัดเขตและขยายในการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนในดำเนินการ ดังรูปที่ 2.9

อัลกอริทึมการขยายและจำกัดเขต

1. กำหนดค่าตัวแปร M แทนจำนวนเครื่องจักร N แทนจำนวนงาน UB แทนค่าขอบเขตบนมีค่าอนันต์

2. สร้างบัพราก (root node) แล้วคำนวณหาค่าขอบเขตบนโดยแทนค่าความไม่แน่นอนของเวลาด้วยค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนักความน่าจะเป็นของเวลาที่ไม่แน่นอนเหล่านั้น

3. แตกปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่ไม่เกิดขึ้นร่วมกัน และแจงกรณีทั้งหมดที่เป็นไปได้ โดยใช้หลักการแตกกิ่งของต้นไม้ ในขั้นแรกสุดจะได้ N กิ่งตามจำนวนของงาน ใช้การเข้าถึงข้อมูลแบบ depth first search เพื่อจะได้ค่าขอบเขตบนเร็วที่สุด

4. แก้ปัญหาที่เลือก โดยพิจารณาจากขอบเขตบน ถ้าค่าขอบเขตบนใหม่ที่ได้น้อยกว่าค่าเดิมให้ทำซ้ำขั้นตอนลงไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะทำต่อไม่ได้ ถ้าไม่ใช่ก็หยุด

5. เมื่อสิ้นสุดกระบวนการทั้งหมด ค่าผลลัพธ์คือค่าขอบเขตบนที่ได้

รูปที่ 2.9 อัลกอริทึมการขยายและจำกัดเขต

การคำนวณค่าความไม่แน่นอนของเวลาที่ใช้ในการทำงานของงานวิจัยชิ้นนี้ ใช้การแทนค่าด้วยค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนักเพียงอย่างเดียว ทำให้การคำนวณทำได้ง่ายและรวดเร็ว แต่เมื่อได้คำตอบแล้วไม่มีการบอกถึงความน่าจะเป็นที่จะได้เวลาปิดงานของระบบ เพราะในการทำงานจริงๆ ของเครื่องจักรแล้วอาจจะไม่ได้เวลาปิดงานของระบบตามที่คำนวณมาก็ได้

สำหรับระบบผลิตแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่น เป็นระบบที่รวมเอาระบบเครื่องจักรขนานและระบบผลิตแบบไหลเลื่อนเข้ามาไว้ด้วยกัน ยังไม่มีอัลกอริทึมที่ใช้แก้ปัญหาการจัดตารางงานแบบนี้โดยตรง งานวิจัยนี้จึงจะทำการหาต้นแบบสำหรับแก้ปัญหาการจัดตารางงานแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่นนี้ โดยจะเริ่มจากระบบที่มีเครื่องจักรเพียง 2 ขั้นตอนซึ่งยังไม่ซับซ้อนมากนักก่อน โดยจะใช้การปรับปรุงอัลกอริทึมที่ใช้กับทั้ง 2 ระบบตามที่กล่าวมา

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

การจัดตารางงานไหลเลื่อนยืดหยุ่นสองขั้นตอนการทำงาน

งานวิจัยนี้เน้นการหาต้นแบบของระบบผลิตแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่น 2 ขั้นตอนการทำงาน ซึ่งเรียงลำดับกันอยู่ ในแต่ละขั้นตอนประกอบด้วยเครื่องจักรขนานจำนวนหนึ่ง ซึ่งจะใช้เวลาในการดำเนินงานไม่เท่ากันขึ้นอยู่กับชนิดของงาน โดยเวลาที่ใช้ในการดำเนินงานของงานที่ i บนเครื่องจักร $M_{j,k}$ จะถูกกำหนดอยู่ในรูปค่าเฉลี่ยซึ่งแทนด้วย $\mu_{i,j,k}$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานซึ่งแทนด้วย $\sigma_{i,j,k}$ งานแต่ละงานต้องผ่านการดำเนินงานบนเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 1 ก่อนจึงจะเข้าสู่ขั้นตอนที่ 2 ได้ โดยในแต่ละขั้นตอนจะดำเนินงานบนเครื่องจักรใดก็ได้ ข้อมูลนำเข้าของระบบนี้เขียนได้ดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 ข้อมูลนำเข้าของระบบผลิตไหลเลื่อนยืดหยุ่นสองขั้นตอน

งาน	เครื่องจักรขั้นตอนที่ 1				เครื่องจักรขั้นตอนที่ 2			
	$M_{1,1}$	$M_{1,2}$	…	M_{1,k_1}	$M_{2,1}$	$M_{2,2}$	…	M_{2,k_2}
J_1	$\mu_{1,1,1}$ $\sigma_{1,1,1}$	$\mu_{1,1,2}$ $\sigma_{1,1,2}$	…	$\mu_{1,1,k_1}$ $\sigma_{1,1,k_1}$	$\mu_{1,2,1}$ $\sigma_{1,2,1}$	$\mu_{1,2,2}$ $\sigma_{1,2,2}$	…	$\mu_{1,2,k_2}$ $\sigma_{1,2,k_2}$
J_2	$\mu_{2,1,1}$ $\sigma_{2,1,1}$	$\mu_{2,1,2}$ $\sigma_{2,1,2}$	…	$\mu_{2,1,k_1}$ $\sigma_{2,1,k_1}$	$\mu_{2,2,1}$ $\sigma_{2,2,1}$	$\mu_{2,2,2}$ $\sigma_{2,2,2}$	…	$\mu_{2,2,k_2}$ $\sigma_{2,2,k_2}$
…	…	…	…	…	…	…	…	…
J_n	$\mu_{n,1,1}$ $\sigma_{n,1,1}$	$\mu_{n,1,2}$ $\sigma_{n,1,2}$	…	$\mu_{n,1,k_1}$ $\sigma_{n,1,k_1}$	$\mu_{n,2,1}$ $\sigma_{n,2,1}$	$\mu_{n,2,2}$ $\sigma_{n,2,2}$	…	$\mu_{n,2,k_2}$ $\sigma_{n,2,k_2}$

การคำนวณจะแยกเป็น 3 ส่วน คือ การจัดเรียงงานในขั้นตอนที่หนึ่ง การจัดเรียงรางในขั้นตอนที่สอง และการคำนวณส่วนเบี่ยงเบนมาตฐานของเวลาปิดงานของระบบ โดย

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของการจัดเรียงงานขั้นตอนที่ 1 คือ

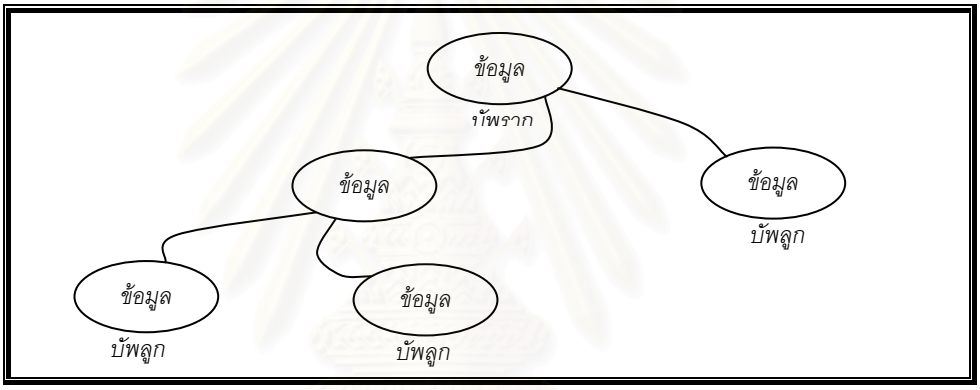
$$C_{\max_1} \le \min\{\sum \mu_{i,1,1}, \sum \mu_{i,1,2}, ..., \sum \mu_{i,1,k_1}\}$$

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของการจัดเรียงงานขั้นตอนที่ 2 คือ

$$C_{\max_2} \le \min\{\sum \mu_{i,2,1}, \sum \mu_{i,2,2}, ..., \sum \mu_{i,2,k_2}\} + \sum w_i$$

3.1 การจัดเรียงงานในขั้นตอนที่หนึ่ง

เพื่อความเข้าใจการทำงานของอัลกอริทึม โครงสร้างแสดงลำดับการคำนวณ จะใช้โครงสร้างข้อมูลแบบต้นไม้ (tree) ในการพิจารณาการจัดตาราง โดย บัพ (node) หมายถึง ส่วนที่ใช้เก็บข้อมูล บัพราก หมายถึง บัพแรกของโครงสร้างต้นไม้ และในโครงสร้างต้นไม้หนึ่งต้นจะมีเพียงหนึ่งบัพรากเท่านั้น แล้วบัพรากสามารถแตกออกเป็นบัพย่อยๆ ได้อีกหลายบัพ เรียกว่า บัพลูก (child node) ซึ่งสามารถแตกออกเป็นบัพย่อยๆ ได้เช่นเดียวกัน ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 ตัวอย่างโครงสร้างต้นไม้

ข้อมูลที่เก็บในบัพ ประกอบด้วย ลำดับของเครื่องจักรที่กำลังพิจารณา ลำดับของงานที่กำลังพิจารณา ระยะเวลาทำงานสูงสุด (upper bound) และระยะเวลาทำงานต่ำสุด (lower bound) ที่ระบบจะสามารถทำงานเสร็จสิ้นได้

การพิจารณาการจัดตารางงานเริ่มจากการคำนวณหาค่าเริ่มต้นของระบบ แล้วทดลองแจกงานให้กับเครื่องจักรแต่ละเครื่องทำ แล้วเลือกกรณีที่จะทำให้ได้เวลาปิดงานของระบบดีที่สุด โดยใช้อัลกอริทึมการขยายและจำกัดเขตในการพิจารณา เมื่อทำการคำนวณจนครบทั้งระบบแล้วจะทราบว่างานแต่ละชิ้นจะต้องทำการดำเนินงานบนเครื่องจักรใด จากนั้นจึงประยุกต์อัลกอริทึมของจอห์นสันมาจัดลำดับของงานบนแต่ละเครื่องจักร โดยกำหนดให้เวลาในการทำงานบนเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 2 คิดจากค่าสูงสุดของเวลาที่ใช้ในแต่ละเครื่องจักร โดย เวลาในการทำงานของงานที่ i ใดๆ บนขั้นตอนที่ 2 มีค่าเท่ากับ $Max\ [\mu_{i,2,1}, \mu_{i,2,2}, \ldots, \mu_{i,2,k}]$ จากนั้นคำนวณเวลาเสร็จงานของแต่ละงานเพื่อนำไปเป็นเวลาพร้อมเริ่มงานเพื่อจัดเรียงงานในขั้นตอนที่ 2

อัลกอริทึมในการจัดเรียงงานในขั้นตอนที่ 1 สามารถเขียนเป็นขั้นตอนได้ดังรูปที่ 3.2 โดยมีข้อมูลนำเข้าดังตารางที่ 3.2

อัลกอริทึมในการจัดเรียงงานขั้นตอนที่ 1

1. กำหนดค่าตัวแปรของระบบ n, k_1, LB และ UB

2. สร้างบัพราก หาค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนของระบบ

3. แตกบัพรากออกเป็นบัพย่อยๆ จำนวน k_1 บัพ แล้วหาค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนของแต่ละบัพ

4. เลือกบัพที่มีค่าขอบเขตบนต่ำสุดเพื่อทำการแตกบัพในระดับต่อไป

5. ทำการแตกบัพต่อไปเรื่อยๆ จนถึงระดับสุดท้าย จะได้ค่าขอบเขตล่างเท่ากับค่าขอบเขตบน และนำค่าที่ได้มาเป็นค่าขอบเขตบนของระบบ

6. ย้อนกลับ (backtrack) ไปยังบัพที่ยังไม่ถูกแตกจนถึงระดับสุดท้าย แล้วพิจารณา

   6.1 ถ้าขอบเขตล่างของบัพที่กำลังพิจารณามากกว่าขอบเขตบนของระบบ ไม่ต้องแตกบัพเพิ่ม ให้ย้อนกลับไปยังขั้นตอนที่ 6.

   6.2 ถ้าขอบเขตล่างของบัพที่กำลังพิจารณาน้อยกว่าขอบเขตบนของระบบ ทำการแตกบัพเพิ่ม แล้วหาค่าขอบเขตล่างและขอบเขตบนจากนั้นเลือกเส้นทางบัพที่มีค่าขอบเขตบนต่ำสุด

7. เมื่อทำจนถึงระดับสุดท้ายแล้วได้ค่าขอบเขตบนต่ำกว่าขอบเขตบนของระบบให้นำค่าขอบเขตบนที่ได้ไปแทนเป็นค่าขอบเขตบนของระบบ แล้วพิจารณา

   7.1 ถ้าต้นไม้ยังสามารถแตกบัพต่อได้อีก ให้ย้อนกลับไปทำขั้นตอนที่ 6.

   7.2 ถ้าต้นไม้ไม่สามารถแตกบัพได้แล้ว จบการทำงาน และคำตอบคือเส้นทางที่มีบัพในระดับสุดท้ายที่มีค่าขอบเขตบนต่ำที่สุด

รูปที่ 3.2 อัลกอริทึมในการจัดเรียงงานในขั้นตอนที่ 1

ตารางที่ 3.2 เวลาที่ใช้ในการดำเนินงานบนเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 1

งาน	เครื่องจักรในขั้นตอนที่ 1			
	$M_{1,1}$	$M_{1,2}$	…	M_{1,k_1}
J_1	$\mu_{1,1,1}$	$\mu_{1,1,2}$	…	$\mu_{1,1,k_1}$
J_2	$\mu_{2,1,1}$	$\mu_{2,1,2}$	…	$\mu_{2,1,k_1}$
…	…	…	…	…
J_n	$\mu_{n,1,1}$	$\mu_{n,1,2}$	…	$\mu_{n,1,k_1}$

เพื่อความเข้าใจในการทำงานของอัลกอริทึม และลำดับการคำนวณในการจัดเรียงงานนี้ จะอธิบายขั้นตอนการทำงานอย่าละเอียดในแต่ละขั้นตอน กล่าวคือ

ขั้นตอนที่ 1 ในการกำหนดค่าตัวแปร *n* หมายถึง จำนวนงานที่พิจารณาในการจัดตารางงาน, k_1 หมายถึง จำนวนเครื่องจักรที่มีในระบบการพิจารณาการจัดเรียงงานในขั้นตอนนี้, *LB* หมายถึง เวลาน้อยที่สุดที่ระบบสามารถทำงานเสร็จ กำหนดให้มีค่าเท่ากับศูนย์ และ*UB* หมายถึง เวลามากที่สุดที่ระบบจะสามารถทำงานเสร็จได้ กำหนดให้มีค่าเป็นอนันต์

ขั้นตอนที่ 2 การหาค่าขอบเขตบน และขอบเขตล่างของบัพราก หาจากสมการ 3.1 และ 3.2

$$LB = 0 \qquad (3.1)$$

$$UB = max \{\sum \mu_{i,1,1}, \sum \mu_{i,1,2} \ldots \sum \mu_{i,1,k}\} \qquad (3.2)$$

ขั้นตอนที่ 3 แจกงาน J_1 ให้กับแต่ละเครื่องจักรทำ โดยการแตกบัพออกไป k_1 บัพแล้วหาค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนของแต่ละบัพ จากสมการ 3.3, 3.4, 3.5 และ 3.6

$$LB = max \{LB_1, LB_2, LB_3, \ldots, LB_{k1}\} \qquad (3.3)$$

$$UB = max \{UB_1, UB_2, UB_3, \ldots, UB_{k1}\} \qquad (3.4)$$

$$LB_k = \sum \mu_{i,j,k} \text{ ซึ่งงานที่ } i \text{ ทำบนเครื่องจักร } M_{j,k} \qquad (3.5)$$

$$UB_k = LB_k + \sum \mu_{i,j,k} \text{ ซึ่งงานที่ } i \text{ ยังไม่ถูกกำหนดบนเครื่องจักรใดๆ} \qquad (3.6)$$

ขั้นตอนที่ 4 พิจารณาว่าต้องแจกงาน J_1 ให้เครื่องจักรใดจึงจะทำให้เกิดเวลาน้อยที่สุดที่ระบบจะสามารถทำงานเสร็จได้ โดยการเลือกเส้นทางที่มีค่าขอบเขตบนต่ำสุด

ขั้นตอนที่ 5 แจกงาน J_2, J_3, … , J_n ให้แต่ละเครื่องจักรทำ โดยทำซ้ำขั้นตอนที่ 3-4 จำนวน *n-1* ครั้ง จะได้ค่าขอบเขตล่างเท่ากับค่าขอบเขตบน และนำค่าที่ได้มาเป็นค่าขอบเขตบนของระบบ

ขั้นตอนที่ 6 ย้อนกลับ (Backtrack) ไปยังบัพใกล้ที่สุดที่ยังไม่ถูกเลือกเพื่อพิจารณาว่าถ้าเปลี่ยนเครื่องจักรให้กับงานแล้วจะได้เวลาปิดงานของระบบดีกว่าเดิมหรือไม่ โดยการพิจารณาจากขอบเขตล่างของบัพว่าจะต้องน้อยกว่าขอบเขตบนของระบบ

ขั้นตอนที่ 7 เมื่อต้นไม้ไม่สามารถแตกบัพได้อีก แสดงว่าได้พิจารณาแจกงานครบทุกกรณีแล้ว และได้เวลาปิดงานของระบบเท่ากับค่าขอบเขตบนของระบบ

ดังนั้นคำตอบของการจัดเรียงงานในขั้นตอนนี้ คือ เส้นทางที่มีบัพในระดับสุดท้ายที่มีค่าขอบเขตบนต่ำที่สุด นำมาเขียนเป็นตารางคำตอบได้ดังตารางที่ 3.3

ตารางที่ 3.3 ตารางคำตอบที่ได้จากการจัดตารางงานในขั้นตอนที่ 1

งาน	J_1	J_2	…	J_n
เครื่องจักร	$M_{1,x}$	$M_{1,x}$	…	$M_{1,x}$

3.2 การจัดเรียงงานในขั้นตอนที่สอง

การจัดเรียงงานในขั้นตอนที่ 2 นี้ ใช้อัลกอริทึมการขยายและจำกัดเขตในการพิจารณาเช่นเดียวกับในขั้นตอนแรก แต่ต้องพิจารณาถึงเวลาในการรอคอยงานเสร็จจากขั้นตอนแรกด้วย

ลำดับของงานที่ได้จากขั้นตอนแรกนำมาจัดเรียงลงในแต่ละเครื่องจักร โดยพิจารณาเรียงลำดับตามอัลกอริทึมของจอห์นสัน โดยเวลาในการดำเนินงานในขั้นตอนที่ 2 คิดจากค่าสูงสุดของเวลาที่ใช้ในแต่ละเครื่องจักร โดย เวลาในการทำงานของงานที่ *i* ใดๆ มีค่าเท่ากับ *Max* $[\mu_{i,2,1}, \mu_{i,2,2},\ldots, \mu_{i,2,k}]$ จากนั้นคำนวณเวลาเสร็จงานของแต่ละงานเพื่อนำไปเป็นเวลาพร้อมเริ่มงานเพื่อจัดเรียงงานในขั้นตอนที่ 2

อัลกอริทึมในการจัดเรียงงานในขั้นตอนที่ 2 สามารถเขียนเป็นขั้นตอนได้ดังรูปที่ 3.3 โดยมีตัวแปรที่เกี่ยวข้องตามตารางที่ 3.4

อัลกอริทึมในการจัดเรียงงานขั้นตอนที่ 2

1. กำหนดค่าตัวแปรของระบบ n, k_2, LB, และ UB

2. สร้างบัพราก หาค่าขอบเขตบน และขอบเขตล่างของบัพ

3. แตกบัพรากออกเป็นบัพย่อยๆ จำนวน k_2 บัพ แล้วหาค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนของแต่ละบัพ

4. เลือกบัพที่มีค่าขอบเขตบนต่ำสุดเพื่อทำการแตกบัพในระดับต่อไป

5. ทำการแตกบัพต่อไปเรื่อยๆ จนถึงระดับสุดท้าย จะได้ค่าขอบเขตล่างเท่ากับค่าขอบเขตบน และนำค่าที่ได้มาเป็นค่าขอบเขตบนของระบบ

6. ย้อนกลับไปยังบัพที่ยังไม่ถูกแตกจนถึงระดับสุดท้าย แล้วพิจารณา

    6.1 ถ้าขอบเขตล่างของบัพที่กำลังพิจารณามากกว่าขอบเขตบนของระบบ ไม่ต้องแตกบัพเพิ่ม ให้ย้อนกลับไปยังขั้นตอนที่ 6.

    6.2 ถ้าขอบเขตล่างของบัพที่กำลังพิจารณาน้อยกว่าขอบเขตบนของระบบ ทำการแตกบัพเพิ่ม แล้วหาค่าขอบเขตล่างและขอบเขตบนจากนั้นเลือกเส้นทางบัพที่มีค่าขอบเขตบนต่ำสุด

7. เมื่อทำจนถึงระดับสุดท้ายแล้วได้ค่าขอบเขตบนต่ำกว่าขอบเขตบนของระบบให้นำค่าขอบเขตบนที่ได้ไปแทนเป็นค่าขอบเขตบนของระบบ แล้วพิจารณา

    7.1 ถ้าต้นไม้ยังสามารถแตกบัพต่อได้อีก ให้ย้อนกลับไปทำขั้นตอนที่ 6.

    7.2 ถ้าต้นไม้ไม่สามารถแตกบัพได้แล้ว จบการทำงาน และคำตอบคือเส้นทางที่มีบัพในระดับสุดท้ายที่มีค่าขอบเขตบนต่ำที่สุด

รูปที่ 3.3 อัลกอริทึมในการจัดเรียงงานในขั้นตอนที่ 2

ตารางที่ 3.4 เวลาที่ใช้ในการดำเนินงานบนเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 2

งาน	เครื่องจักร				เวลาพร้อมเริ่มงาน
	$M_{2,1}$	$M_{2,2}$	…	M_{2,k_2}	
J_1	$\mu_{1,2,1}$	$\mu_{1,2,2}$	…	$\mu_{1,2,k_2}$	W_1
J_2	$\mu_{2,2,1}$	$\mu_{2,2,2}$	…	$\mu_{2,2,k_2}$	W_2
…	…	…	…	…	…
J_n	$\mu_{n,2,1}$	$\mu_{n,2,2}$	…	$\mu_{n,2,k_2}$	W_n

เพื่อความเข้าใจในการทำงานของอัลกอริทึม และลำดับการคำนวณในการจัดเรียงงานนี้ จะอธิบายขั้นตอนการทำงานอย่าละเอียดในแต่ละขั้นตอน กล่าวคือ

ขั้นตอนที่ 1 ในการกำหนดค่าตัวแปร *n* หมายถึง จำนวนงานที่พิจารณาในการจัดตารางงาน, k_2 หมายถึง จำนวนเครื่องจักรที่มีในระบบการพิจารณาการจัดเรียงงานในขั้นตอนนี้, *LB* หมายถึง เวลาน้อยที่สุดที่ระบบสามารถทำงานเสร็จ กำหนดให้มีค่าเท่ากับศูนย์ และ*UB* หมายถึง เวลามากที่สุดที่ระบบจะสามารถทำงานเสร็จได้ กำหนดให้มีค่าเป็นอนันต์

ขั้นตอนที่ 2 การหาค่าขอบเขตบน และขอบเขตล่างของบัพราก หาจากสมการ 3.7 และ 3.8

$$LB = 0 \qquad (3.7)$$

$$UB = max\ \{\sum\mu_{i,2,1}, \sum\mu_{i,2,2} \ldots \sum\mu_{i,2,k}\} + \sum W_i \qquad (3.8)$$

ขั้นตอนที่ 3 แจกงาน J_1 ให้กับแต่ละเครื่องจักรทำ โดยการแตกบัพออกไป k_2 บัพแล้วหาค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนของแต่ละบัพ จากสมการ 3.9, 3.10, 3.11 และ 3.12

$$LB = max\ \{LB_1, LB_2, LB_3, \ldots, LB_{k1}\} \qquad (3.9)$$

$$UB = max\ \{UB_1, UB_2, UB_3, \ldots, UB_{k1}\} \qquad (3.10)$$

$$LB_k = \sum\mu_{i,j,k} \qquad (3.11)$$

ซึ่งงานที่ i ทำบนเครื่องจักร $M_{j,k}$ *โดยพิจารณาก่อนว่างานจะต้องรอคอยเครื่องจักรหรือไม่ ถ้าต้องรอคอยจะต้องบวกเวลาในการรอคอยด้วย*

$$UB_k = LB_k + \sum\mu_{i,j,k} \text{ ซึ่งงานที่ } i \text{ ยังไม่ถูกกำหนดบนเครื่องจักรใด} \qquad (3.12)$$

ขั้นตอนที่ 4 พิจารณาว่าต้องแจกงาน J_1 ให้เครื่องจักรใดจึงจะทำให้เกิดเวลาน้อยที่สุดที่ระบบจะสามารถทำงานเสร็จได้ โดยการเลือกเส้นทางที่มีค่าขอบเขตบนต่ำสุด

ขั้นตอนที่ 5 แจกงาน J_2, J_3, …, J_n ให้แต่ละเครื่องจักรทำ โดยทำซ้ำขั้นตอนที่ 3-4 จำนวน *n-1* ครั้ง จะได้ค่าขอบเขตล่างเท่ากับค่าขอบเขตบน และนำค่าที่ได้มาเป็นค่าขอบเขตบนของระบบ

ขั้นตอนที่ 6 ย้อนกลับไปยังบัพใกล้ที่สุดที่ยังไม่ถูกเลือกเพื่อพิจารณาว่าถ้าเปลี่ยนเครื่องจักรให้กับงานแล้วจะได้เวลาปิดงานของระบบดีกว่าเดิมหรือไม่ โดยการพิจารณาจากขอบเขตล่างของบัพว่าจะต้องน้อยกว่าขอบเขตบนของระบบ

ขั้นตอนที่ 7 เมื่อต้นไม้ไม่สามารถแตกบัพได้อีก แสดงว่าได้พิจารณาแจกงานครบทุกกรณีแล้ว และได้ค่าเฉลี่ยเวลาปิดงานของระบบเท่ากับค่าขอบเขตบนของระบบ

ดังนั้น คำตอบของการจัดเรียงงานในขั้นตอนนี้ คือ ตารางการดำเนินงานของงานแต่ละงานบนเครื่องจักรทั้ง 2 ขั้นตอน โดยดูจากเส้นทางที่มีบัพในระดับสุดท้ายที่มีค่าขอบเขตล่างเท่ากับค่าขอบเขตบนของระบบ และเมื่อนำคำตอบที่ได้จากการจัดเรียงงานทั้งสองขั้นตอนรวมกันจะเขียนเป็นตารางคำตอบได้ดังตารางที่ 3.5

ตารางที่ 3.5 ตารางคำตอบที่ได้จากการจัดตารางงานทั้งสองขั้นตอน

งาน	J_1	J_2	…	J_n
เครื่องจักรขั้นตอนที่ 1	$M_{1,x}$	$M_{1,x}$	…	$M_{1,x}$
เครื่องจักรขั้นตอนที่ 2	$M_{2,x}$	$M_{2,x}$	…	$M_{2,x}$

ค่าเฉลี่ยของเวลาปิดงานของระบบมีค่าเท่ากับค่าขอบเขตบนของระบบซึ่งคำนวณได้จากค่ามากที่สุดของเวลาเฉลี่ยที่แต่ละเครื่องจักรใช้ในการดำเนินงาน แสดงดังสมการที่ 3.13

$$\mu_{sum} = \max\{UB_{1,1}, UB_{1,2}, \ldots, UB_{1,k_1}, UB_{2,1}, UB_{2,2}, \ldots, UB_{2,k_2}\} \qquad (3.13)$$

โดยค่าเฉลี่ยของเวลาที่แต่ละเครื่องจักรใช้ในการดำเนินงานคิดจากผลรวมของค่าเฉลี่ยของเวลาที่ใช้ในการดำเนินงานของงานทั้งหมดที่ถูกกำหนดให้ทำบนแต่ละเครื่องจักรโดยคำนึงถึงเวลาในการรอคอยงานด้วย แสดงได้ดังสมการที่ 3.14

$$UB_{j,k} = \sum \mu_{i,j,k} \qquad (3.14)$$

ซึ่งงานที่ i ทำบนเครื่องจักร $M_{j,k}$ โดยพิจารณาก่อนว่างานจะต้องรอคอยเครื่องจักรหรือไม่ ถ้าต้องรอคอยจะต้องบวกเวลาในการรอคอยด้วย

3.3 การคำนวณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาปิดงานของระบบ

เมื่อเสร็จสิ้นการคำนวณทั้ง 2 ขั้นตอนจะได้ตารางงานของทั้งระบบ ซึ่งจะบอกถึงงานที่ต้องทำบนแต่ละเครื่องจักร พร้อมทั้งค่าเฉลี่ยของเวลาปิดงานของระบบ จากนั้นคำนวณหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาปิดงานโดยคิดจากค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่มากที่สุดของเครื่องจักรทั้งหมดในระบบ แสดงได้ดังสมการที่ 3.15

$$\sigma = \max\left\{\sigma_{1,1}, \sigma_{1,2}, ..., \sigma_{1,k_1}, \sigma_{2,1}, \sigma_{2,2}, ..., \sigma_{2,k_2}\right\} \qquad (3.15)$$

โดยที่ $\sigma_{j,k}$ ใดๆ หาได้จากสมการที่ 3.16

$$\sigma_{j,k} = \sqrt{\sum \sigma_{i,j,k}^2} \qquad \text{ซึ่งงานที่ } i \text{ ถูกกำหนดให้เครื่องจักร } M_{j,k} \qquad (3.16)$$

เพื่อความเข้าใจในที่มาของสมการที่ 3.16 จึงขออธิบายการคำนวณโดยลดขอบเขตของตัวแปรลง ดังนี้

กำหนดให้งาน J_1 และ J_2 ทำบนเครื่องจักร M โดยใช้เวลาไม่แน่นอน กำหนดมาในรูปของค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานซึ่งเกิดจากการทดลองทำงาน J_1 บนเครื่องจักร M จำนวน a ครั้ง และทำงาน J_2 บนเครื่องจักร M จำนวน b ครั้ง ในแต่ละครั้งได้เวลาดำเนินงาน ดังนี้

เวลาในการดำเนินงาน J_1 บนเครื่องจักร M จำนวน a ครั้ง ได้ผลเป็น $x_1, x_2, \ldots, x_a$ หน่วย และเวลาในการดำเนินงาน J_2 บนเครื่องจักร M จำนวน b ครั้ง ได้ผลเป็น $y_1, y_2, \ldots, y_b$ หน่วย ดังนั้นจะคำนวณค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานในการดำเนินงานของงาน J_1 และ J_2 บนเครื่องจักร M ได้ดังนี้

ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาดำเนินงาน J_1 บนเครื่องจักร M แทนด้วย μ_x และ σ_x ตามลำดับ โดยคิดจากสมการที่ 3.17 และ 3.18 ตามลำดับ

$$\mu_x = \frac{\sum x_i}{a} \qquad (3.17)$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum (x_i - \mu_x)^2}{a} \qquad (3.18)$$

ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนาตรฐานของเวลาดำเนินงาน J_2 บนเครื่องจักร M แทนด้วย μ_y และ σ_y ตามลำดับ โดยคิดจากสมการที่ 3.19 และ 3.20 ตามลำดับ

$$\mu_y = \frac{\sum y_i}{b} \qquad (3.19)$$

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum (y_i - \mu_y)^2}{b} \qquad (3.20)$$

ถ้าจัดให้งาน J_1 และ J_2 ทำต่อกันบนเครื่องจักร M จะแจกแจงกรณีของเวลาทั้งหมดที่จะเกิดขึ้นได้ $a*b$ กรณี คือ $x_1+ y_1$, $x_1+ y_2$, … , $x_1+ y_b$, $x_2+ y_1$, $x_2+ y_2$, … , $x_2+ y_b$, … , $x_a+ y_1$, $x_a+ y_2$, … , $x_a+ y_b$ หน่วย

เวลาเฉลี่ยรวมและส่วนเบี่ยงบนมาตรฐานรวมของการทำงาน J_1 และ J_2 บนเครื่องจักร M แทนด้วย μ_{sum} และ σ_{sum} ตามลำดับ โดยคิดจากสมการที่ 3.21 และ 3.22 ตามลำดับ

$$\mu_{sum} = \frac{(x_1 + y_1) + \ldots + (x_1 + y_b) + \ldots + (x_a + y_1) + \ldots + (x_a + y_b)}{ab}$$

$$\mu_{sum} = \frac{b\sum x_i + a\sum y_j}{ab}$$

$$\mu_{sum} = \frac{\sum x_i}{a} + \frac{\sum y_j}{b}$$

$$\mu_{sum} = \mu_x + \mu_y \qquad (3.21)$$

$$\sigma_{sum}^2 = \frac{(x_1 + y_1 - \mu_{sum})^2 + \ldots + (x_1 + y_b - \mu_{sum})^2 + \ldots + (x_a + y_1 - \mu_{sum})^2 + \ldots + (x_a + y_b - \mu_{sum})^2}{ab}$$

$$\sigma_{sum}^2 = \frac{\left((x_1 + y_1)^2 - 2(x_1 + y_1)\mu_{sum} + \mu_{sum}^2\right) + \ldots + \left((x_a + y_b)^2 - 2(x_a + y_b)\mu_{sum} + \mu_{sum}^2\right)}{ab}$$

$$\sigma_{sum}^2 = \frac{\left((x_1^2 + 2x_1y_1 + y_1^2) - 2(x_1 + y_1)\mu_{sum} + \mu_{sum}^2\right) + \ldots + \left((x_a^2 + 2x_ay_b + y_b^2) - 2(x_a + y_b)\mu_{sum} + \mu_{sum}^2\right)}{ab}$$

$$\sigma_{sum}^2 = \frac{b\sum x_i^2 + 2\sum x_i \sum y_j + a\sum y_j^2 - 2\mu_{sum}(b\sum x_i + a\sum y_j) + ab\mu_{sum}^2}{ab}$$

$$\sigma_{sum}^2 = \frac{b\sum x_i^2 + 2\sum x_i \sum y_j + a\sum y_j^2 - 2\mu_{sum}b\sum x_i - 2\mu_{sum}a\sum y_j + ab\left(\mu_x^2 + 2\mu_x\mu_y + \mu_y^2\right)}{ab}$$

$$\sigma_{sum}^2 = \frac{b\sum x_i^2 + 2ab\mu_x\mu_y + a\sum y_j^2 - 2ab\mu_x^2 - 2ab\mu_x\mu_y - 2ab\mu_x\mu_y - 2ab\mu_y^2 + ab\left(\mu_x^2 + 2\mu_x\mu_y + \mu_y^2\right)}{ab}$$

$$\sigma_{sum}^2 = \frac{b\sum x_i^2 - 2ab\mu_x^2 + ab\mu_x^2 + a\sum y_j^2 - 2ab\mu_y^2 + ab\mu_y^2}{ab}$$

$$\sigma_{sum}^2 = \frac{b\sum x_i^2 - 2b\mu_x\sum x_i + ab\mu_x^2 + a\sum y_j^2 - 2a\mu_y\sum y_j + ab\mu_y^2}{ab}$$

$$\sigma_{sum}^2 = \frac{\sum x_i^2 - 2\mu_x\sum x_i + a\mu_x^2}{a} + \frac{\sum y_j^2 - 2\mu_y\sum y_j + b\mu_y^2}{b}$$

$$\sigma_{sum}^2 = \frac{\sum\left(x_i^2 - 2x_i\mu_x + \mu_x^2\right)}{a} + \frac{\sum\left(y_j^2 - 2y_j\mu_y + \mu_y^2\right)}{b}$$

$$\sigma_{sum}^2 = \frac{\sum\left(x_i - \mu_x\right)^2}{a} + \frac{\sum\left(y_j - \mu_y\right)^2}{b}$$

$$\sigma_{sum}^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 \qquad (3.22)$$

3.4 สรุปผล

การจัดตารางแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่นสองขั้นตอนการดำเนินงานนี้ แยกการคำนวณออกเป็น 3 ส่วน กล่าวคือ การจัดตารางให้กับงานบนเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 1 การจัดตารางให้กับงานบนเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 2 และการคำนวณหาเวลาปิดงานของระบบ โดยในการคำนวณ 2 ส่วนแรกจะใช้อัลกอริทึมการขยายและจำกัดเขตในการพิจารณาการจัดตารางงาน เพื่อให้ได้เวลาปิดงานของระบบน้อย การคำนวณในส่วนที่ 3 เป็นการหาเวลาปิดงานของระบบพร้อมทั้งค่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาปิดงานที่ได้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

การคำนวณและวิเคราะห์ผลการวิจัย

เพื่อความเข้าใจในต้นแบบของระบบผลิตแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่นสองขั้นตอน ในบทนี้จึงขอนำเสนอตัวอย่างการคำนวณเพื่อการจัดตารางงานของโจทย์สมมุติโดยใช้เทคนิคการขยายและจำกัดเขตตามที่ได้กล่าวมาในบทที่ 3

4.1 ตัวอย่างการคำนวณ

ตัวอย่างที่ 4.1 : งาน 5 งาน ต้องทำบนเครื่องจักร 2 ขั้นตอน โดยในขั้นตอนที่ 1 มีเครื่องจักร 2 เครื่อง ขั้นตอนที่ 2 มีเครื่องจักร 3 เครื่อง โดยมีเวลาในการดำเนินงาน ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 เวลาที่ใช้ในการดำเนินงานของโจทย์ตัวอย่าง

งาน	เครื่องจักรขั้นตอนที่ 1		เครื่องจักรขั้นตอนที่ 2		
	$M_{1,1}$	$M_{1,2}$	$M_{2,1}$	$M_{2,2}$	$M_{2,3}$
J_1	23 4.1	37 2.8	28 3.3	26 3.1	22 2.8
J_2	39 4.2	51 2.7	37 3.2	35 3.5	45 4.6
J_3	34 3.7	46 3.1	24 2.1	36 3.4	23 2.4
J_4	28 3.9	35 2.7	27 2.0	39 3.4	31 2.8
J_5	21 4.0	25 2.3	35 3.1	40 3.8	33 3.7

พิจารณาการดำเนินงานบนเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 1 เริ่มจากหาค่าขอบเขตล่างและค่าขอบเขตบนของบัพราก คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$LB = 0$

$UB = max \{23+39+34+28+21, 37+51+46+35+25\}$

$= max \{145, 194\} = 194$

จากนั้น แจกงาน J_1 ให้เครื่องจักร $M_{1,1}$ และ $M_{1,2}$ ทำ และคำนวณหาค่าขอบเขตล่างและขอบเขตบนตามสมการที่ 3.3 – 3.6 ได้ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

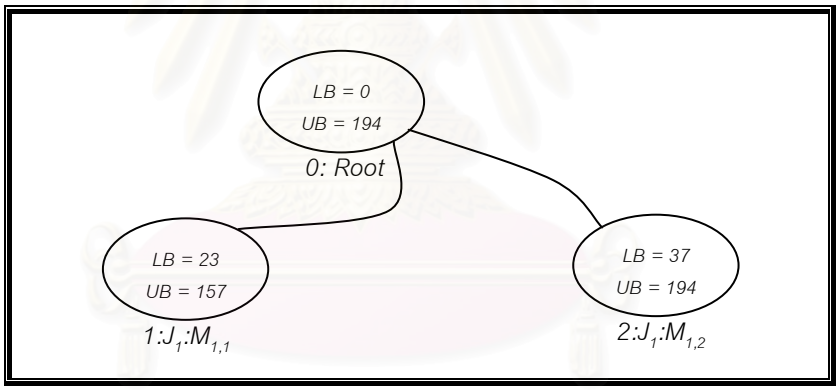
$LB = max \{23, 0\} = 23$

$UB = max \{23+39+34+28+21, 51+46+35+25\} = max \{145, 157\} = 157$

<u>กรณีที่ 2</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$LB = max \{0, 37\} = 37$

$UB = max \{39+34+28+21, 37+51+46+35+25\} = max \{122, 194\} = 194$



รูปที่ 4.1 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1

จากรูปที่ 4.1 พบว่าการแจกงาน J_1 ให้เครื่องจักร $M_{1,1}$ ทำจะได้ค่าขอบเขตบนน้อยกว่า จึงทำการเลือกเส้นทางไปทางบัพ *1* และแจกงาน J_2 ให้เครื่องจักร $M_{1,1}$ และ $M_{1,2}$ ทำการหาขอบเขตบนและขอบเขตล่างของแต่ละขั้นตอนตามสมการที่ 3.3 – 3.6 ได้ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ และงาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

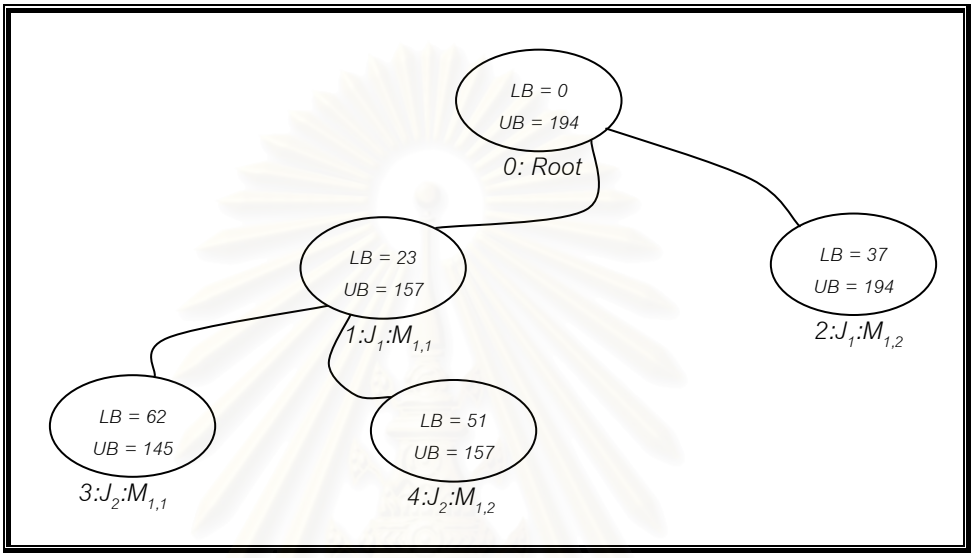
$LB = max \{23+39, 0\} = max \{62, 0\} = 62$

$UB = max \{23+39+34+28+21, 46+35+25\} = max \{145, 106\} = 145$

<u>กรณีที่ 2</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ และงาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$LB = max \{23, 51\} = 51$

$UB = max \{23+34+28+21, 51+46+35+25\} = max \{106, 157\} = 157$



รูปที่ 4.2 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1

จากรูปที่ 4.2 จะพบว่าการแจกงาน J_2 ให้เครื่องจักร $M_{1,1}$ ทำจะได้ค่าขอบเขตบนน้อยกว่า จึงทำการเลือกเส้นทางไปทางบัพ 3 และแจกงาน J_3 ให้เครื่องจักร $M_{1,1}$ และ $M_{1,2}$ ทำการหาขอบเขตบนและขอบเขตล่างของแต่ละขั้นตอนตามสมการที่ 3.3 – 3.6 ได้ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ และงาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

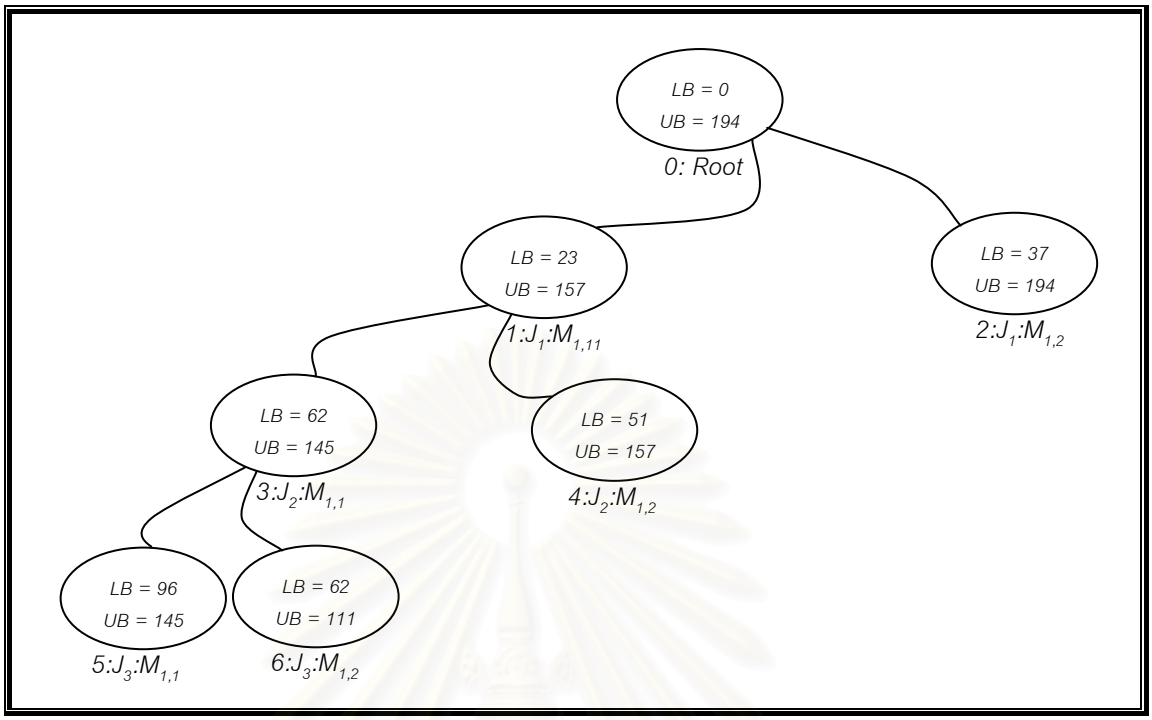
$LB = max \{23+39+34, 0\} = max \{96, 0\} = 96$

$UB = max \{23+39+34+28+21, 35+25\} = max \{145, 60\} = 145$

<u>กรณีที่ 2</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ และงาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$LB = max \{23+39, 46\} = max \{62, 46\} = 62$

$UB = max \{23+39+28+21, 46+35+25\} = max \{111, 106\} = 111$



รูปที่ 4.3 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1

จากรูปที่ 4.3 พบว่าการแจกงาน J_3 ให้เครื่องจักร $M_{1,2}$ ได้ค่าขอบเขตบนน้อยกว่า จึงเลือกเส้นทางบัพ *6* และแจกงาน J_4 ให้เครื่องจักร $M_{1,1}$ และ $M_{1,2}$ ทำ ได้ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ และงาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\ \{23+39+28,\ 46\} = max\ \{90,\ 46\} = 90$$

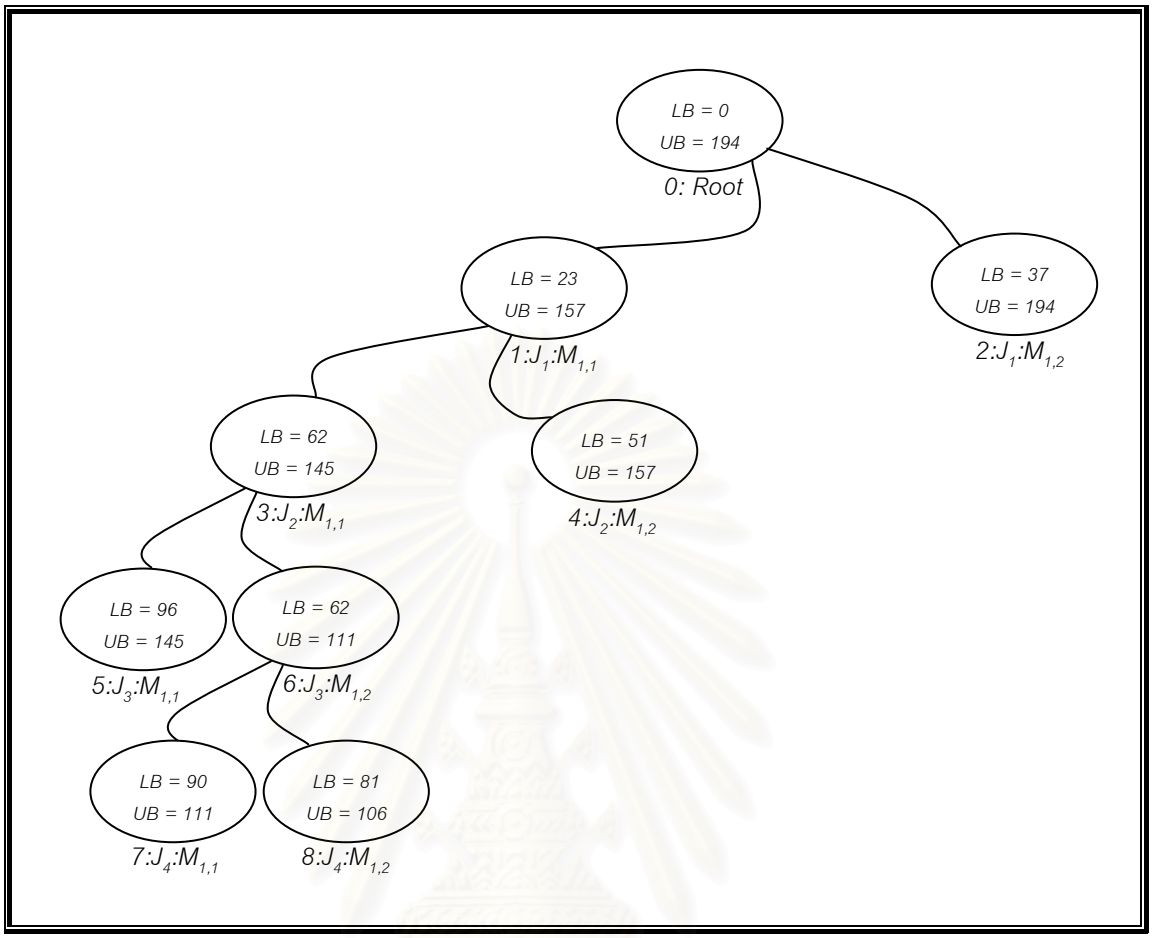
$$UB = max\ \{23+39+28+21,\ 46+25\} = max\ \{111,\ 71\} = 111$$

<u>กรณีที่ 2</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ และงาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\ \{23+39,\ 46+35\} = max\ \{62,\ 81\} = 81$$

$$UB = max\ \{23+39+21,\ 46+35+25\} = max\ \{83,\ 106\} = 106$$

จากรูปที่ 4.4 จะพบว่าการแจกงาน J_4 ให้เครื่องจักร $M_{1,2}$ ทำจะได้ค่าขอบเขตบนน้อยกว่า จึงทำการเลือกเส้นทางไปทางบัพ *8* และแจกงาน J_5 ให้เครื่องจักร $M_{1,1}$ และ $M_{1,2}$ ทำการหาขอบเขตบนและขอบเขตล่างของแต่ละขั้นตอนตามสมการที่ 3.3 – 3.6 ได้ดังนี้



รูปที่ 4.4 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1

<u>กรณีที่ 1</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ และงาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

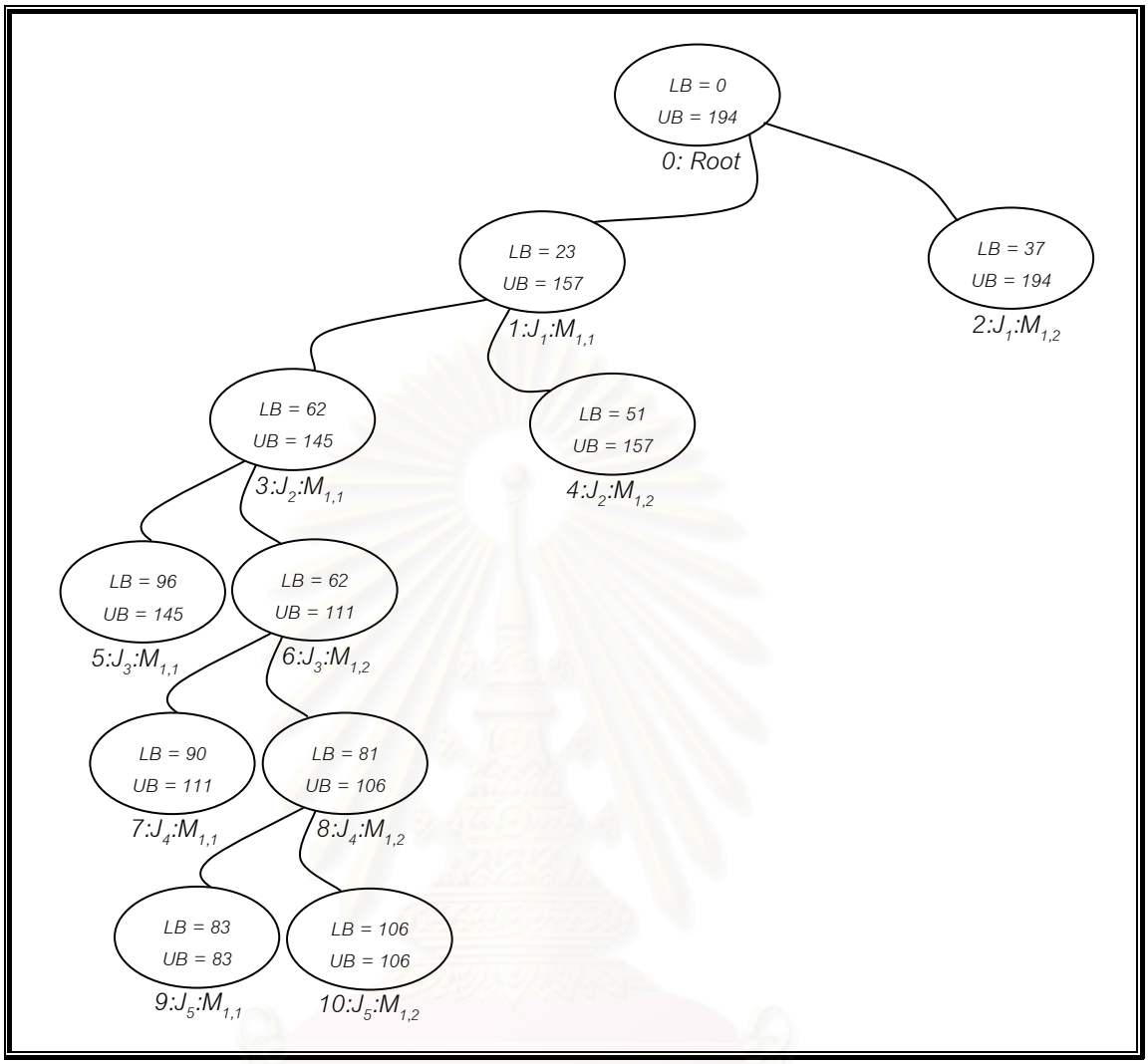
$$LB = max\ \{23+39+21,\ 46+35\} = max\ \{83,\ 81\} = 83$$

$$UB = max\ \{23+39+21,\ 46+35\} = max\ \{83,\ 81\} = 83$$

<u>กรณีที่ 2</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ และงาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\ \{23+39,\ 46+35+25\} = max\ \{62,\ 106\} = 106$$

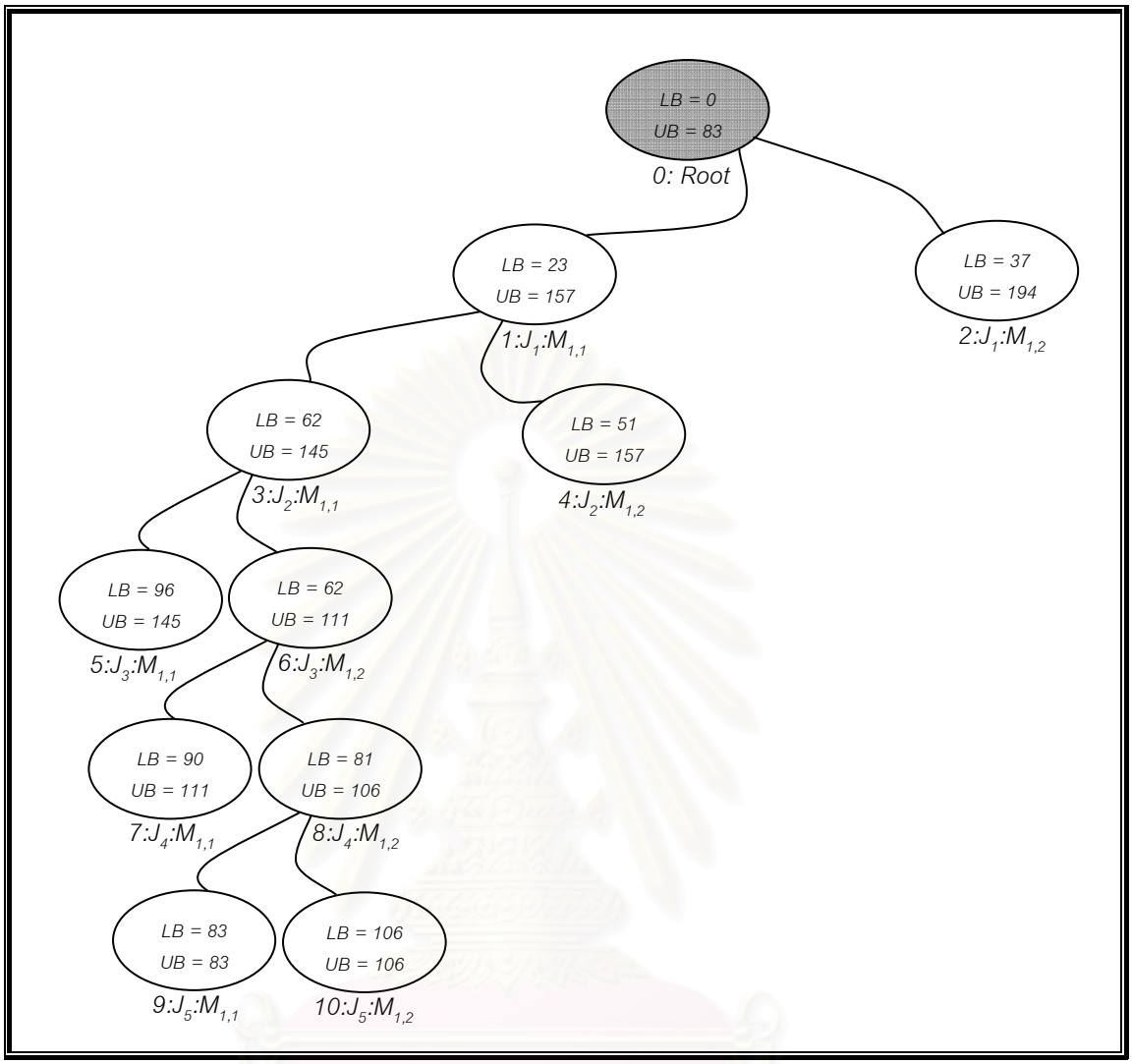
$$UB = max\ \{23+39,\ 46+35+25\} = max\ \{62,\ 106\} = 106$$



รูปที่ 4.5 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1

จากรูปที่ 4.5 จะพบว่าการแจกงาน J_5 ให้เครื่องจักร $M_{1,1}$ ทำจะได้ค่าขอบเขตบนน้อยกว่า จึงทำการเลือกเส้นทางไปทางบัพ *9* และเนื่องจากมีการแตกบัพจนถึงระดับสุดท้ายแล้ว นำคำตอบที่ได้มาแทนในค่าขอบเขตบนของระบบซึ่งเท่ากับ 83 ดังรูปที่ 4.6

จากนั้นย้อนกลับไปยังบัพยังไม่ถูกแตกจนถึงระดับสุดท้าย และมีค่าขอบเขตล่างน้อยกว่าค่าขอบเขตบนของระบบ จากรูปที่ 4.6 ย้อนกลับไปยังบัพที่ 7 ซึ่งยังไม่ถูกแตกจนถึงระดับสุดท้าย แต่บัพที่ 7 มีค่าขอบเขตล่างมากกว่าขอบเขตบนของระบบจึงไม่ต้องทำการแตกบัพเพิ่ม จากนั้นย้อนกลับไปยังบัพที่ 5 แต่บัพที่ 5 มีค่าขอบเขตล่างมากกว่าขอบเขตบนของระบบจึงไม่ต้องทำการแตกบัพเพิ่มเช่นเดียวกัน



รูปที่ 4.6 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1

ย้อนต่อไปยังบัพที่ 4 ซึ่งมีค่าขอบเขตล่างน้อยกว่าขอบเขตบนของระบบ จึงทำการแตกบัพเพิ่ม โดยทำการแจกงาน J_3 ให้เครื่องจักร $M_{1,1}$ และ $M_{1,2}$ หาขอบเขตบนและขอบเขตล่างของแต่ละขั้นตอนตามสมการที่ 3.3 – 3.6 ได้ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ และงาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

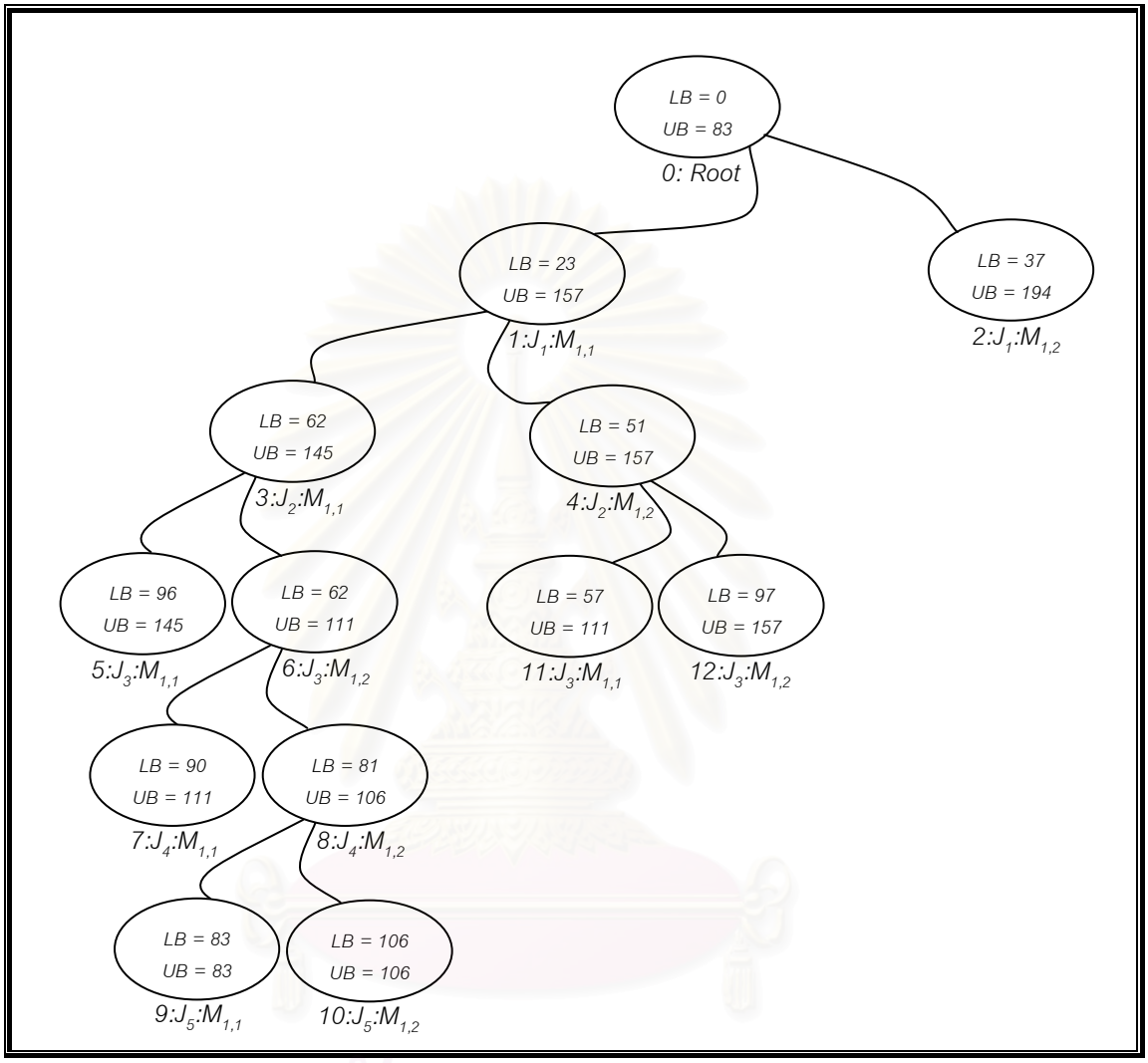
$$LB = max\ \{23+34,\ 51\} = max\ \{57,\ 51\} = 57$$

$$UB = max\ \{23+34+28+21,\ 51+35+25\} = max\ \{106,\ 111\} = 111$$

<u>กรณีที่ 2</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ และงาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$LB = max \{23, 51+46\} = max \{23, 97\} = 97$

$UB = max \{23+28+21, 51+46+35+25\} = max \{72, 157\} = 157$



รูปที่ 4.7 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1

จากรูปที่ 4.7 จะพบว่าการแจกงาน J_3 ให้เครื่องจักร $M_{1,1}$ ทำจะได้ค่าขอบเขตบนน้อยกว่า จึงทำการเลือกเส้นทางไปทางบัพ *11* และแจกงาน J_4 ให้เครื่องจักร $M_{1,1}$ และ $M_{1,2}$ ทำการหาขอบเขตบนและขอบเขตล่างของแต่ละขั้นตอนตามสมการที่ 3.3 – 3.6 ได้ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ งาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ และงาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

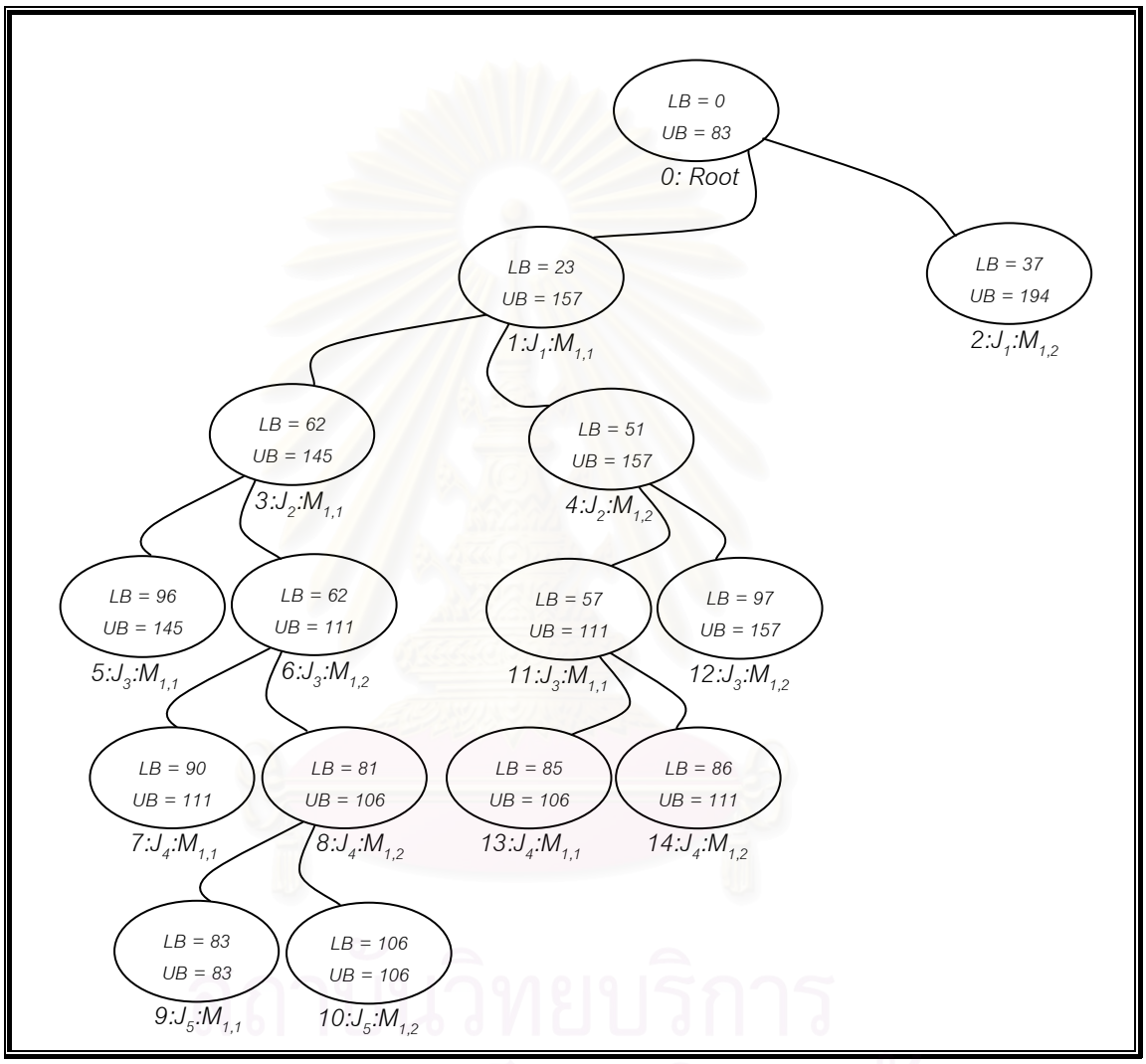
$LB = max \{23+34+28, 51\} = max \{85, 51\} = 85$

$UB = max \{23+34+28+21, 51+25\} = max \{106, 76\} = 106$

<u>กรณีที่ 2</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ งาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ และงาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$LB = max\ \{23+34,\ 51+35\} = max\ \{57,\ 86\} = 86$

$UB = max\ \{23+34+21,\ 51+35+25\} = max\ \{78,\ 111\} = 111$



รูปที่ 4.8 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1

จากรูปที่ 4.8 พบว่าผลการคำนวณทั้งบัพที่ 13 และ 14 ต่างก็ได้ค่าขอบเขตล่างมากกว่าขอบเขตบนของระบบ ดังนั้นจึงไม่ต้องคำนวณต่อ จากนั้นย้อนกลับไปที่บัพ 12 พบว่ามีค่าขอบเขตล่างมากกว่าค่าขอบเขตของระบบ จึงไม่ต้องคำนวณต่อ เช่นเดียวกัน ย้อนกลับไปที่บัพ 2 ซึ่งมีค่าขอบเขตล่างน้อยกว่าขอบเขตบนของระบบ จึงทำการแตกบัพเพิ่ม โดยทำการแจกงาน J_2 ให้เครื่องจักร $M_{1,1}$ และ $M_{1,2}$ หาขอบเขตบนและขอบเขตล่างของแต่ละขั้นตอนตามสมการที่ 3.3 – 3.6 ได้ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ และงาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

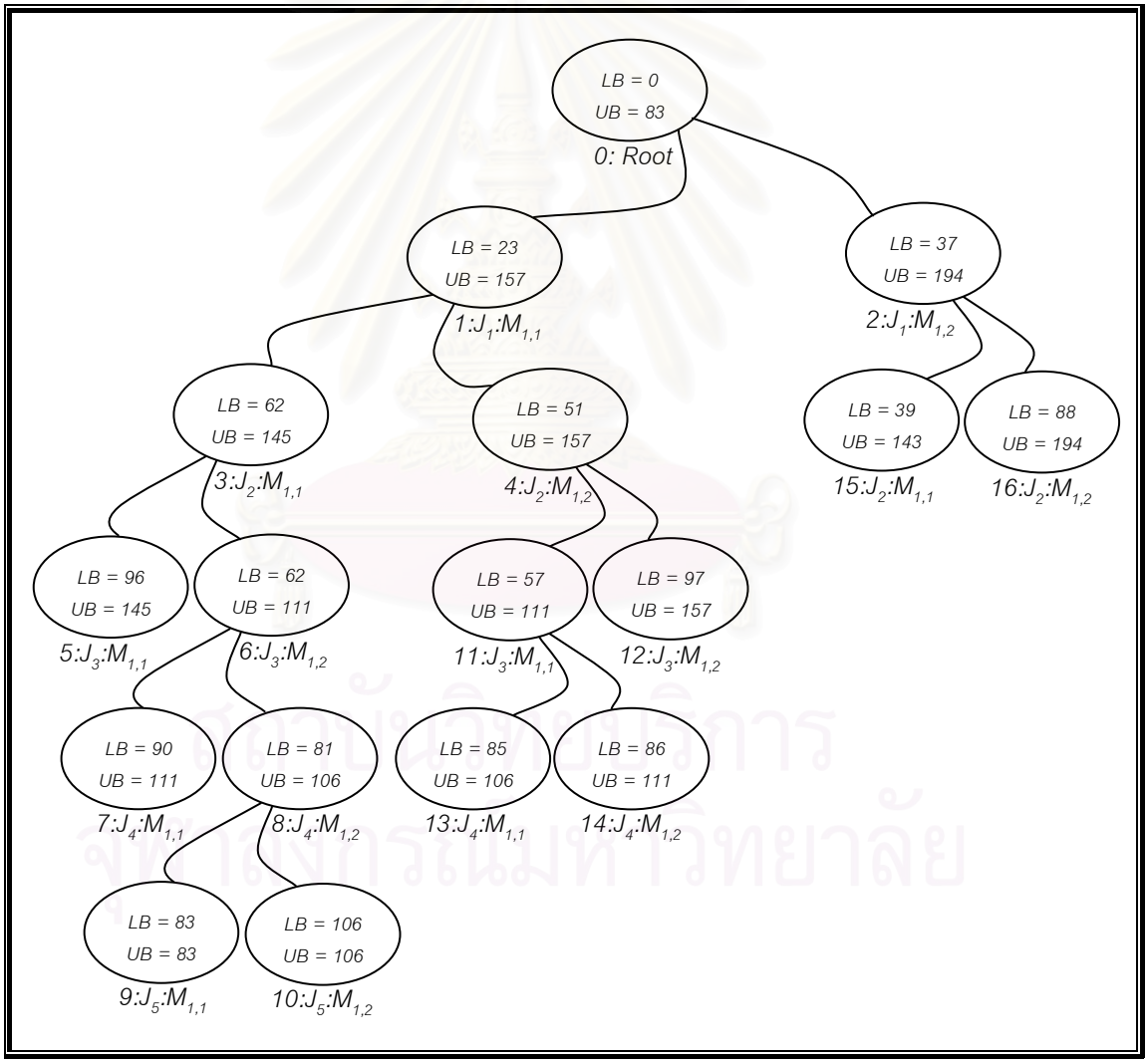
$LB = max \{39, 37\} = 39$

$UB = max \{39+34+28+21, 37+46+35+25\} = max \{122, 143\} = 143$

<u>กรณีที่ 2</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ และงาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

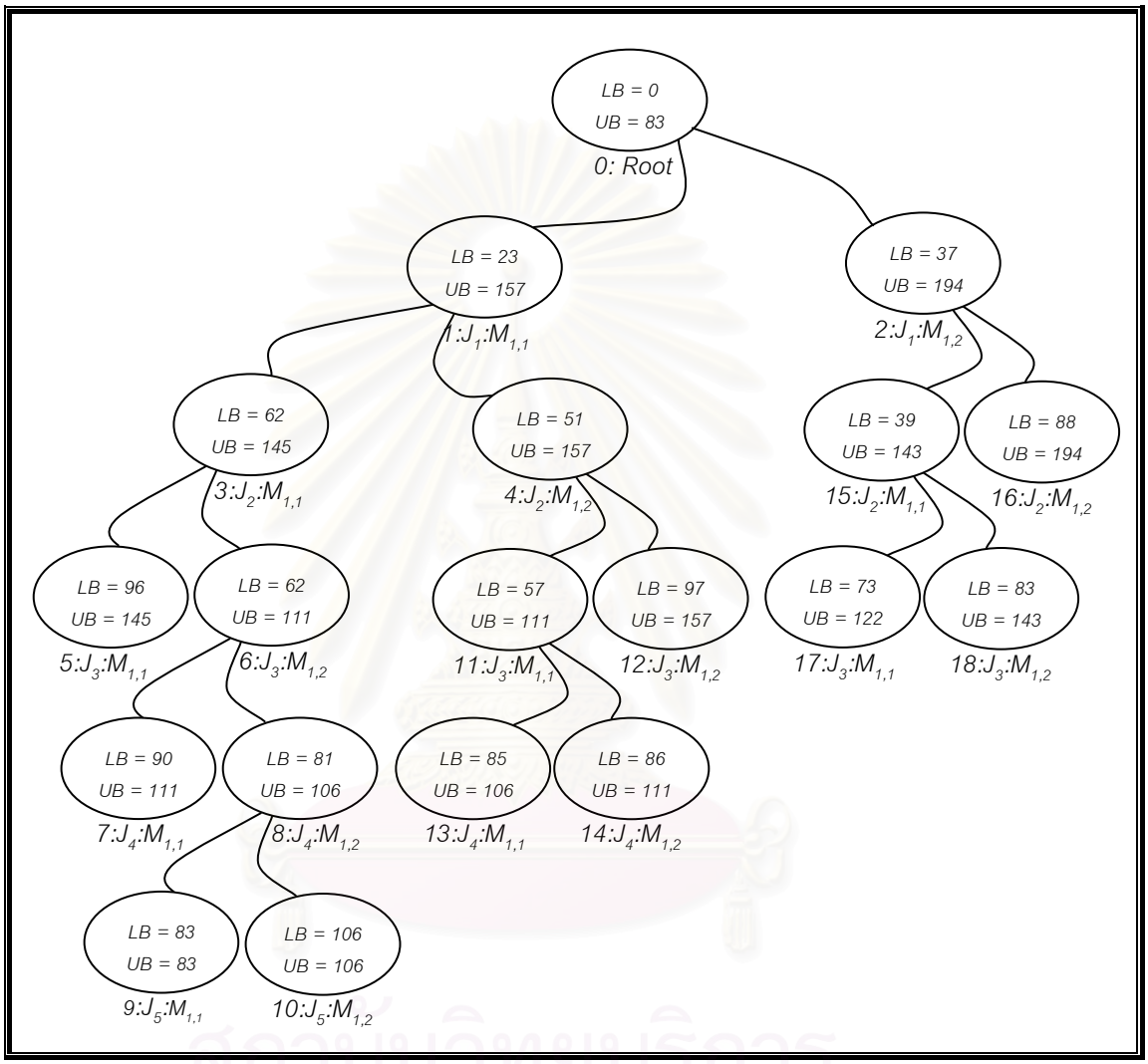
$LB = max \{0, 37+51\} = max \{0, 88\} = 88$

$UB = max \{34+28+21, 37+51+46+35+25\} = max \{83, 194\} = 194$



รูปที่ 4.9 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1

จากรูปที่ 4.9 จะพบว่าการแจกงาน J_2 ให้เครื่องจักร $M_{1,1}$ ทำจะได้ค่าขอบเขตบนน้อยกว่า จึงทำการเลือกเส้นทางไปทางบัพ *15* และแจกงาน J_3 ให้เครื่องจักร $M_{1,1}$ และ $M_{1,2}$ ทำการหาขอบเขตบนและขอบเขตล่างของแต่ละขั้นตอนตามสมการที่ 3.3 – 3.6 ได้ดังนี้



รูปที่ 4.10 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1

<u>กรณีที่ 1</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ และงาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\ \{39+34,\ 37\} = max\ \{73,\ 37\} = 73$$

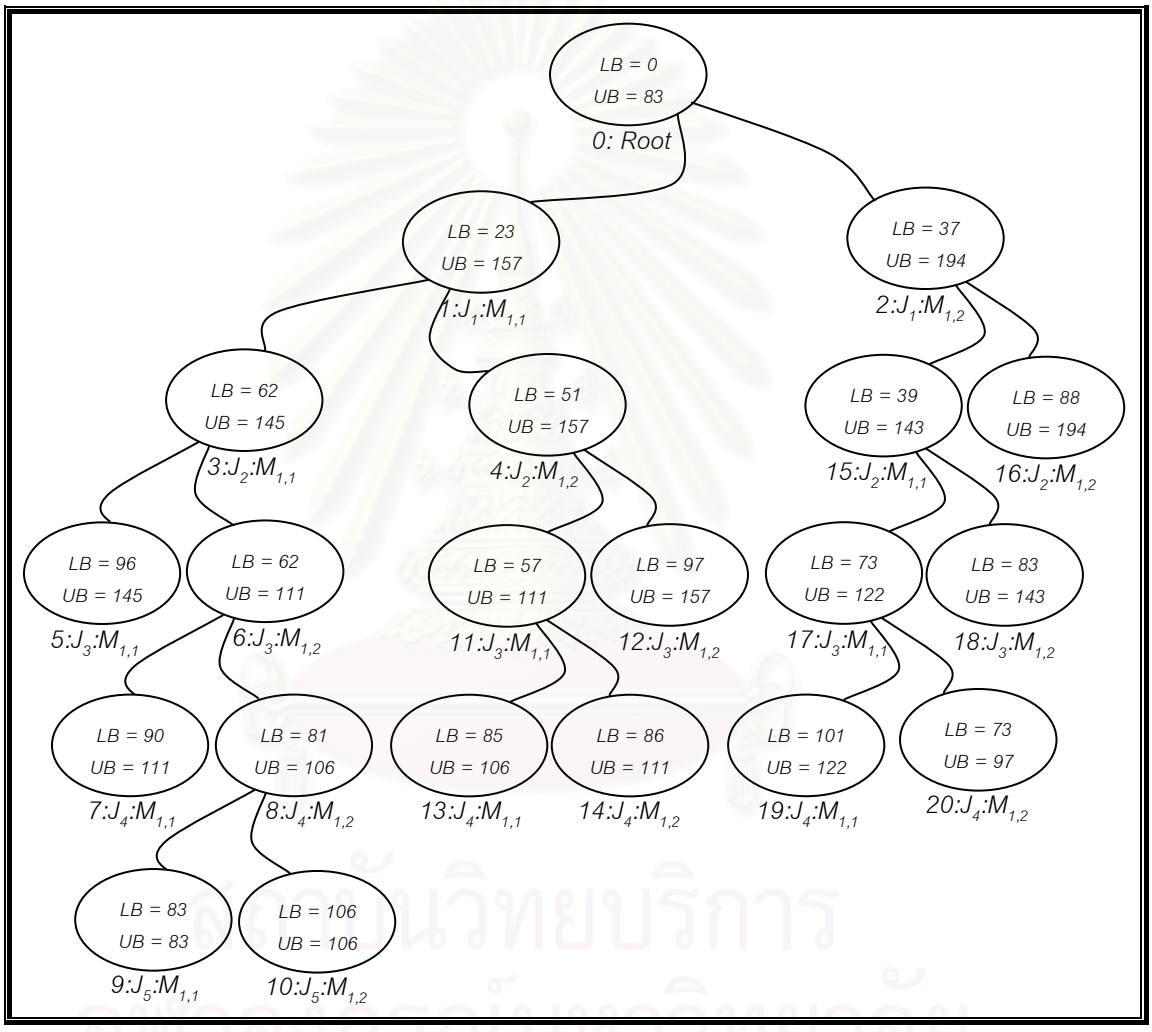
$$UB = max\ \{39+34+28+21,\ 37+35+25\} = max\ \{122,\ 97\} = 122$$

<u>กรณีที่ 2</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ และงาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$LB = max\ \{39, 37+46\} = max\ \{39, 83\} = 83$

$UB = max\ \{39+28+21, 37+46+35+25\} = max\ \{88, 143\} = 143$

จากรูปที่ 4.10 จะพบว่าการแจกงาน J_3 ให้เครื่องจักร $M_{1,1}$ ทำจะได้ค่าขอบเขตบนน้อยกว่า จึงทำการเลือกเส้นทางไปทางบัพ *17* และแจกงาน J_4 ให้เครื่องจักร $M_{1,1}$ และ $M_{1,2}$ ทำการหาขอบเขตบนและขอบเขตล่างของแต่ละขั้นตอนตามสมการที่ 3.3 – 3.6 ได้ดังนี้



รูปที่ 4.11 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1

<u>กรณีที่ 1</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ และงาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$LB = max\ \{39+34+28, 37\} = max\ \{101, 37\} = 101$

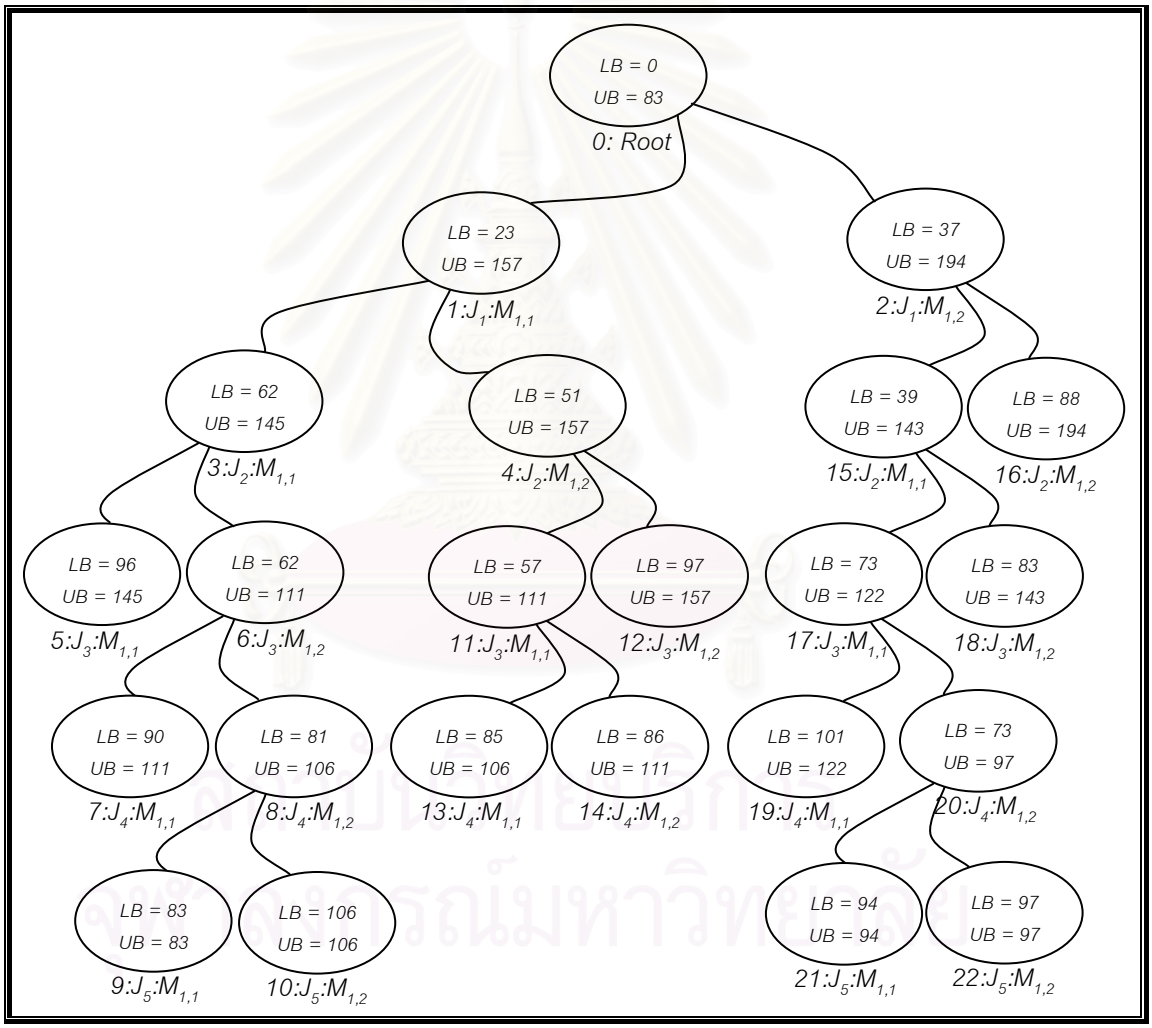
$UB = max\ \{39+34+28+21, 37+25\} = max\ \{122, 62\} = 122$

<u>กรณีที่ 2</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ และงาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\ \{39+34,\ 37+35\} = max\ \{73,\ 72\} = 73$$

$$UB = max\ \{39+34+21,\ 37+35+25\} = max\ \{94,\ 97\} = 97$$

จากรูปที่ 4.11 จะพบว่าการแจกงาน J_4 ให้เครื่องจักร $M_{1,2}$ ทำจะได้ค่าขอบเขตบนน้อยกว่า จึงทำการเลือกเส้นทางไปทางบัพ *20* และแจกงาน J_4 ให้เครื่องจักร $M_{1,1}$ และ $M_{1,2}$ ทำการหาขอบเขตบนและขอบเขตล่างของแต่ละขั้นตอนตามสมการที่ 3.3 – 3.6 ได้ดังนี้



รูปที่ 4.12 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1

<u>กรณีที่ 1</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ และงาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

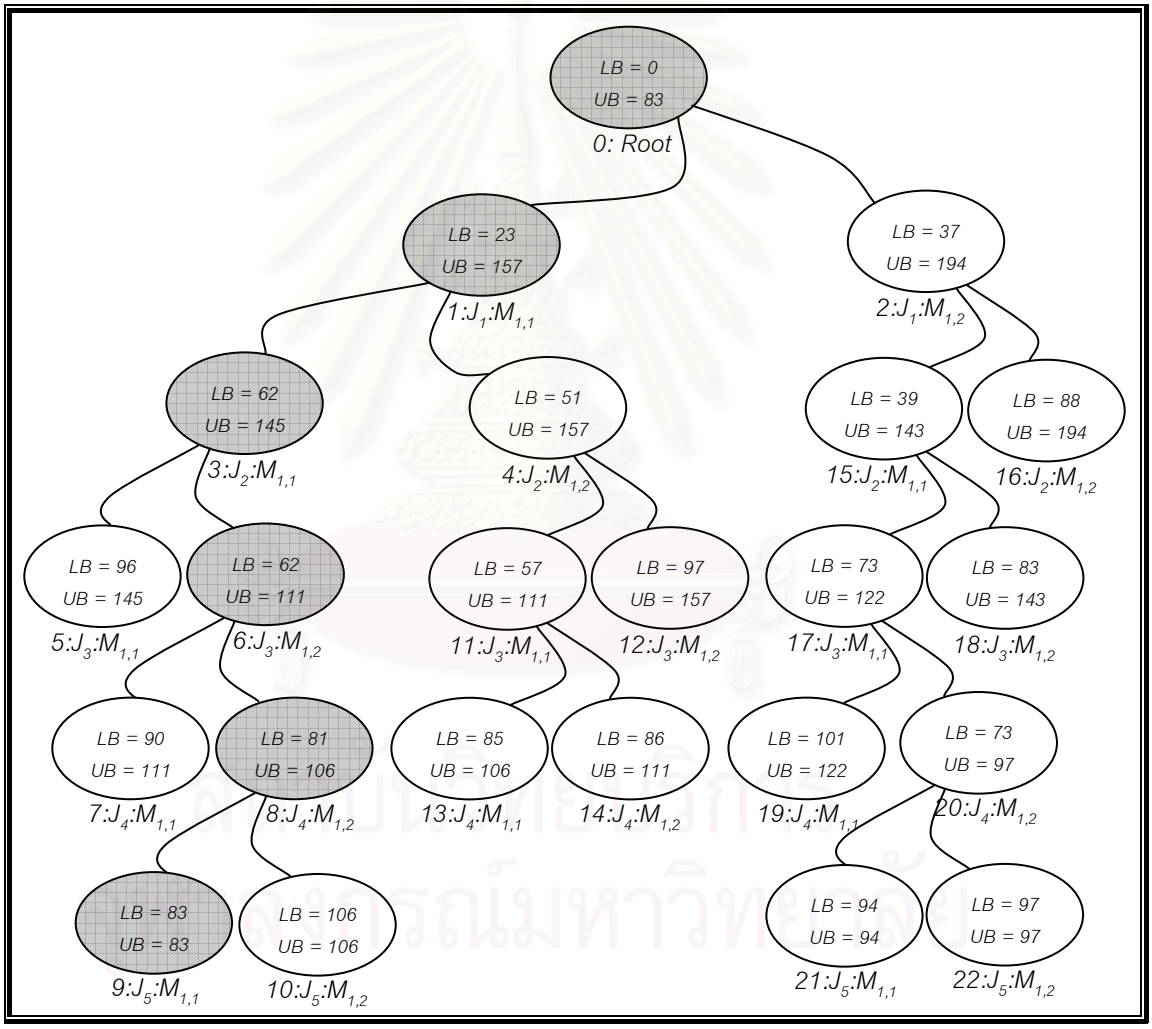
$LB = max \{39+34+21, 37+35\} = max \{94, 72\} = 94$

$UB = max \{39+34+21, 37+35\} = max \{94, 72\} = 94$

<u>กรณีที่ 2</u> ให้ งาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ และงาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$LB = max \{39+34, 37+35+25\} = max \{73, 97\} = 97$

$UB = max \{39+34, 37+35+25\} = max \{73, 97\} = 97$



รูปที่ 4.13 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 1

จากรูปที่ 4.12 พบว่าผลการคำนวณทั้งบัพที่ 21 และ 22 ต่างก็ได้ค่าขอบเขตล่างมากกว่าขอบเขตบนของระบบ ดังนั้นจึงไม่ต้องคำนวณต่อ จากนั้นย้อนกลับไปที่บัพ 19, 18 และ 16 ซึ่ง

พบว่าเป็นกรณีเดียวกัน คือมีค่าขอบเขตล่างมากกว่าค่าขอบเขตของระบบ จึงไม่ต้องคำนวณต่อเช่นเดียวกัน และต้นไม้นี้ได้ถูกแตกบัพจนครบแล้ว

จากรูปที่ 4.13 คำตอบที่ได้จากการคำนวณคือ เส้นทางจากบัพรากไปยังบัพท้ายสุดที่มีค่าขอบเขตบนเท่ากับค่าขอบเขตบนของระบบ นำมาเขียนเป็นตารางงานที่จะบอกว่างานชิ้นใดบ้างที่ต้องทำบนเครื่องจักร $M_{1,1}$ และงานชิ้นใดบ้างที่ต้องทำบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ ดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 ผลลัพธ์ที่ได้จากการจัดตารางงานขั้นตอนที่ 1

งาน	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5
เครื่องจักร	$M_{1,1}$	$M_{1,1}$	$M_{1,2}$	$M_{1,2}$	$M_{1,1}$
เวลาที่ใช้	23	39	46	35	21

จากนั้นนำตารางที่ได้มาคำนวณการเรียงลำดับงานโดยนำอัลกอริทึมของจอห์นสันมาประยุกต์ใช้ เริ่มจากการคำนวณหาเวลาที่ใช้ในการดำเนินงานบนขั้นตอนที่ 2 ดังนี้

เวลาที่งาน J_1 ใช้บนเครื่องจักรขั้นตอนที่ 2 = *Max [28, 26, 22] = 22*

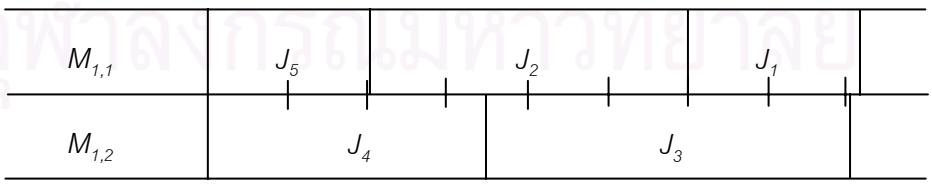
เวลาที่งาน J_2 ใช้บนเครื่องจักรขั้นตอนที่ 2 = *Max [37, 35, 45] = 45*

เวลาที่งาน J_3 ใช้บนเครื่องจักรขั้นตอนที่ 2 = *Max [24, 36, 23] = 36*

เวลาที่งาน J_4 ใช้บนเครื่องจักรขั้นตอนที่ 2 = *Max [27, 39, 31] = 39*

เวลาที่งาน J_5 ใช้บนเครื่องจักรขั้นตอนที่ 2 = *Max [35, 40, 33] = 40*

จากอัลกอริทึมของจอห์นสัน เครื่องจักร $M_{1,1}$ จะเรียงลำดับงานเป็น J_5, J_2 และ J_1 และบนเครื่องจักร $M_{1,2}$ จะเรียงลำดับงานเป็น J_4 และ J_3 นำมาเขียนเป็นแผนภูมิแกนต์ได้ดังรูปที่ 4.14



รูปที่4.14 แผนภูมิแกนต์การจัดเรียงงานบนเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 1

จากแผนภูมิแกนต์พบว่าเวลาเสร็จงานในขั้นตอนที่ 1 เท่ากับ 83 หน่วยและเวลาเสร็จสิ้นของงาน J_5, J_4, J_2, J_3 และ J_1 เป็น 21, 35, 60, 81 และ 83 หน่วยตามลำดับ

นำเวลาเสร็จของงานที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 มาเป็นเวลาพร้อมเริ่มงานในขั้นตอนที่ 2 สามารถเขียนโจทย์สำหรับการคำนวณในขั้นตอนที่ 2 ได้ดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 เวลาที่ใช้ในการดำเนินงานของเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 2

งาน	เวลาพร้อมเริ่มงาน	เครื่องจักรขั้นตอนที่ 2		
		$M_{2,1}$	$M_{2,2}$	$M_{2,3}$
J_5	21	35 3.1	40 3.8	33 3.7
J_4	35	27 2.0	39 3.4	31 2.8
J_2	60	37 3.2	35 3.5	45 4.6
J_3	81	24 2.1	36 3.4	23 2.4
J_1	83	28 3.3	26 3.1	22 2.8

พิจารณาการดำเนินงานบนเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 2 เริ่มจากหาค่าขอบเขตล่างและค่าขอบเขตบนของบัพราก คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = 0$$

$$UB = max \{21+35+35+27+60+37+81+24+83+28,$$
$$21+40+35+39+60+35+81+36+83+26,$$
$$21+33+35+31+60+45+81+23+83+22\}$$
$$= max \{431, 456, 434\} = 456$$

จากนั้น แจกงาน J_5 ให้เครื่องจักร $M_{2,1}$, $M_{2,2}$ และ $M_{2,3}$ ทำ และคำนวณหาค่าขอบเขตล่างและขอบเขตบนตามสมการที่ 3.3 – 3.6 ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$LB = max \{21+35, 0, 0\} = 56$

$UB = max \{21+35+35+27+60+37+81+24+83+28,$

$35+39+60+35+81+36+83+26,$

$35+31+60+45+81+23+83+22\}$

$= max \{431, 395, 380\} = 431$

กรณีที่ 2 ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,2}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$LB = max \{0, 21+40, 0\} = 61$

$UB = max \{35+27+60+37+81+24+83+28,$

$21+40+35+39+60+35+81+36+83+26,$

$35+31+60+45+81+23+83+22\}$

$= max \{375, 456, 380\} = 456$

กรณีที่ 3 ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

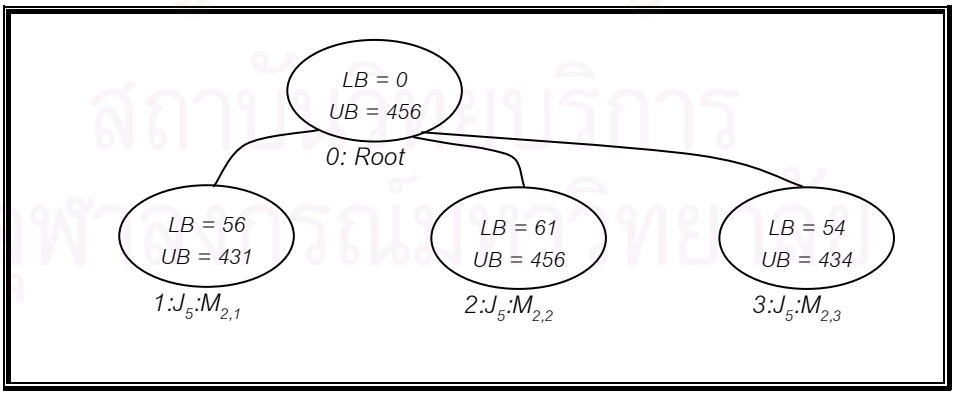
$LB = max \{0, 0, 21+33\} = 54$

$UB = max \{35+27+60+37+81+24+83+28,$

$35+39+60+35+81+36+83+26,$

$21+33+35+31+60+45+81+23+83+22\}$

$= max \{375, 395, 434\} = 434$



รูปที่4.15 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 2

จากรูปที่ 4.15 จะพบว่าการแจกงาน J_5 ให้เครื่องจักร $M_{2,1}$ ทำจะได้ค่าขอบเขตบนน้อยกว่า จึงทำการเลือกเส้นทางไปทางบัพ *1* และแจกงาน J_4 ให้เครื่องจักร $M_{2,1}$, $M_{2,2}$ และ $M_{2,3}$ ทำการหาขอบเขตบนและขอบเขตล่างของแต่ละขั้นตอนตามสมการที่ 3.3 – 3.6 ได้ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ และงาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\ \{21+35+27,\ 0,\ 0\} = 83$$

$$UB = max\ \{21+35+27+60+37+81+24+83+28,\ 60+35+81+36+83+26,$$
$$60+45+81+23+83+22\}$$
$$= max\ \{396,\ 321,\ 314\} = 396$$

เครื่องจักร $M_{2,1}$ ทำงาน J_5 เสร็จเมื่อเวลาผ่านไป 56 หน่วย แต่งาน J_4 พร้อมที่จะเริ่มงานในเวลาหน่วยที่ 35 ดังนั้นในการคำนวณจึงไม่ต้องคิดเวลารอคอยงาน

<u>กรณีที่ 2</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ และงาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,2}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\ \{21+35,\ 35+39,\ 0\} = max\ \{56,\ 74,\ 0\} = 74$$

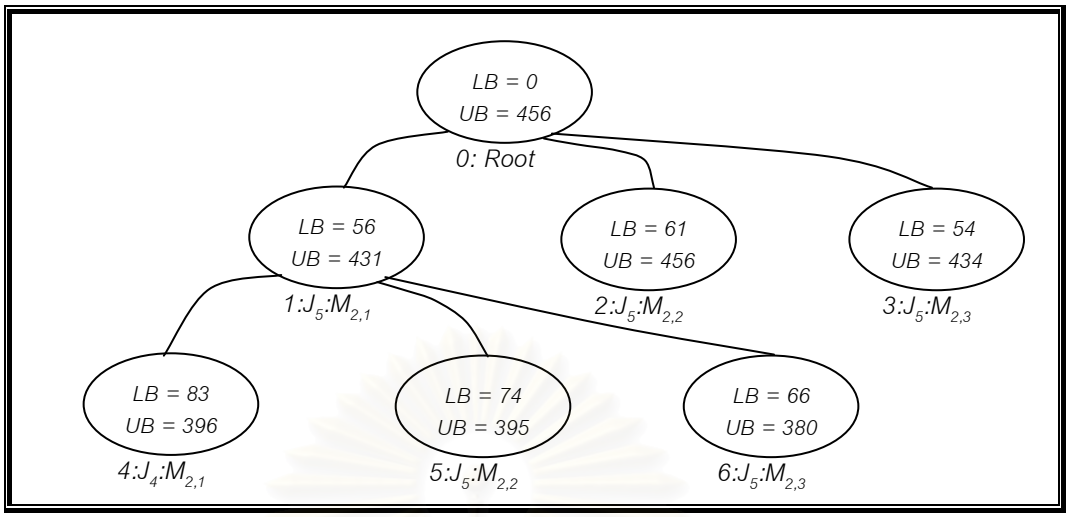
$$UB = max\ \{21+35+60+37+81+24+83+28,$$
$$35+39+60+35+81+36+83+26,\ 60+45+81+23+83+22\}$$
$$= max\ \{364,\ 395,\ 314\} = 395$$

<u>กรณีที่ 3</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ และงาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\ \{21+35,\ 0,\ 35+31\} = max\ \{56,\ 0,\ 66\} = 66$$

$$UB = max\ \{21+35+60+37+81+24+83+28,\ 60+35+81+36+83+26,$$
$$35+31+60+45+81+23+83+22\}$$
$$= max\ \{364,\ 321,\ 380\} = 380$$

จากรูปที่ 4.16 จะพบว่าการแจกงาน J_4 ให้เครื่องจักร $M_{2,3}$ ทำจะได้ค่าขอบเขตบนน้อยกว่า จึงทำการเลือกเส้นทางไปทางบัพ *6* และแจกงาน J_2 ให้เครื่องจักร $M_{2,1}$, $M_{2,2}$ และ $M_{2,3}$ ทำการหาขอบเขตบนและขอบเขตล่างของแต่ละขั้นตอนตามสมการที่ 3.3 – 3.6 ได้ดังนี้



รูปที่4.16 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 2

<u>กรณีที่ 1</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ และงาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\ \{21+35+4+37,\ 0,\ 35+31\} = max\ \{97,\ 0,\ 66\} = 97$$

$$UB = max\ \{21+35+4+37+81+24+83+28,\ 81+36+83+26,$$
$$35+31+81+23+83+22\}$$
$$= max\ \{293,\ 226,\ 275\} = 293$$

เครื่องจักร $M_{2,1}$ ทำงาน J_5 เสร็จเมื่อเวลาผ่านไป 56 หน่วย แต่งาน J_2 พร้อมที่จะเริ่มงานในเวลาหน่วยที่ 60 ดังนั้นในการคำนวณจึงต้องคิดเวลารอคอยงาน J_2 เป็นเวลา 4 หน่วย

<u>กรณีที่ 2</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ และงาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,2}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\ \{21+35,\ 60+35,\ 35+31\} = max\ \{56,\ 95,\ 66\} = 95$$

$$UB = max\ \{21+35+81+24+83+28,\ 60+35+81+36+83+26,$$
$$35+31+81+23+83+22\}$$
$$= max\ \{272,\ 321,\ 275\} = 321$$

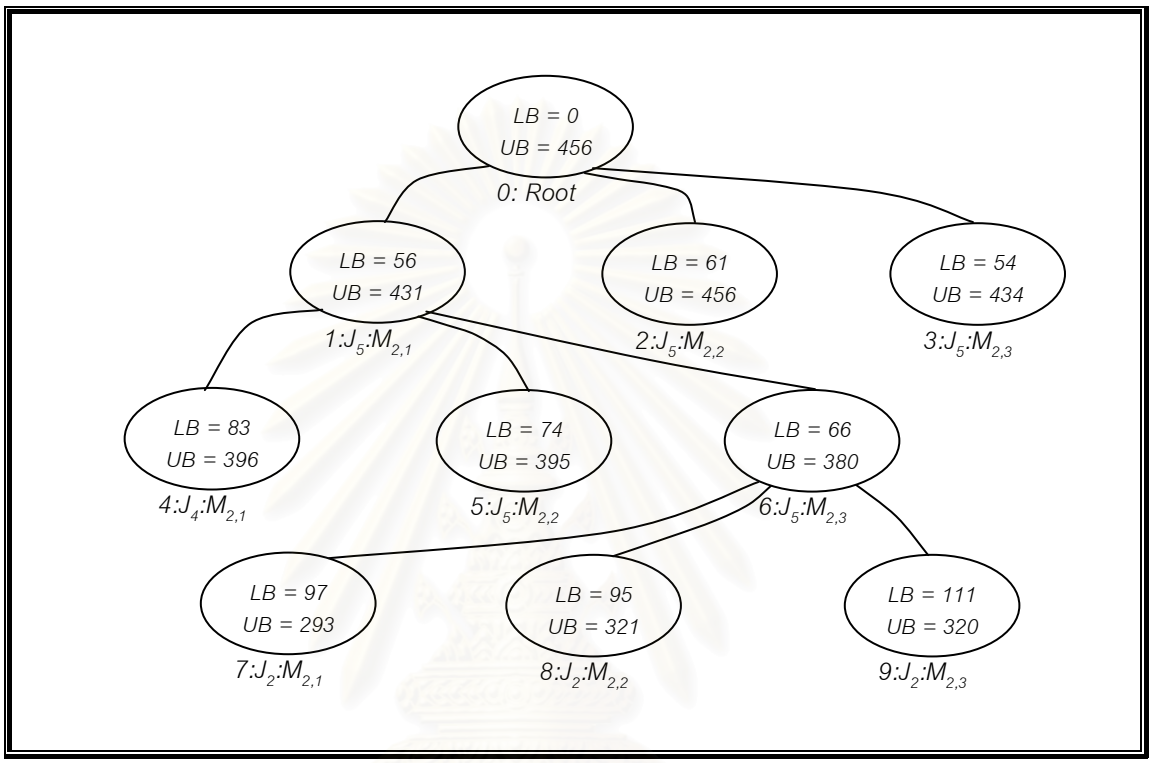
<u>กรณีที่ 3</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ และงาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\ \{21+35,\ 0,\ 35+31+45\} = max\ \{56,\ 0,\ 111\} = 111$$

$$UB = max\ \{21+35+81+24+83+28,\ 81+36+83+26,$$
$$35+31+45+81+23+83+22\}$$

$= max\ \{272, 226, 320\} = 320$

เครื่องจักร $M_{2,3}$ ทำงาน J_4 เสร็จเมื่อเวลาผ่านไป 66 หน่วย แต่งาน J_2 พร้อมที่จะเริ่มงานในเวลาหน่วยที่ 60 ดังนั้นในการคำนวณจึงไม่ต้องคิดเวลารอคอยงาน J_2



รูปที่4.17 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 2

จากรูปที่ 4.17 จะพบว่าการแจกงาน J_2 ให้เครื่องจักร $M_{2,1}$ ทำจะได้ค่าขอบเขตบนน้อยกว่า จึงทำการเลือกเส้นทางไปทางบัพ 7 และแจกงาน J_3 ให้เครื่องจักร $M_{2,1}$, $M_{2,2}$ และ $M_{2,3}$ ทำการหาขอบเขตบนและขอบเขตล่างของแต่ละขั้นตอนตามสมการที่ 3.3 – 3.6 ได้ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ และงาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$LB = max\ \{21+35+4+37+24, 0, 35+31\} = max\ \{121, 0, 66\} = 121$

$UB = max\ \{21+35+4+37+24+83+28, 83+26, 35+31+83+22\}$

$= max\ \{228, 109, 171\} = 228$

เครื่องจักร $M_{2,1}$ ทำงาน J_2 เสร็จเมื่อเวลาผ่านไป 97 หน่วย แต่งาน J_3 พร้อมที่จะเริ่มงานในเวลาหน่วยที่ 81 ดังนั้นในการคำนวณจึงไม่ต้องคิดเวลารอคอยงาน J_3

<u>กรณีที่ 2</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ และงาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,2}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\ \{21+35+4+37,\ 81+36,\ 35+31\} = max\ \{97,\ 117,\ 66\} = 117$$

$$UB = max\ \{21+35+4+37+83+28,\ 81+36+83+26,\ 35+31+83+22\}$$

$$= max\ \{208,\ 226,\ 171\} = 226$$

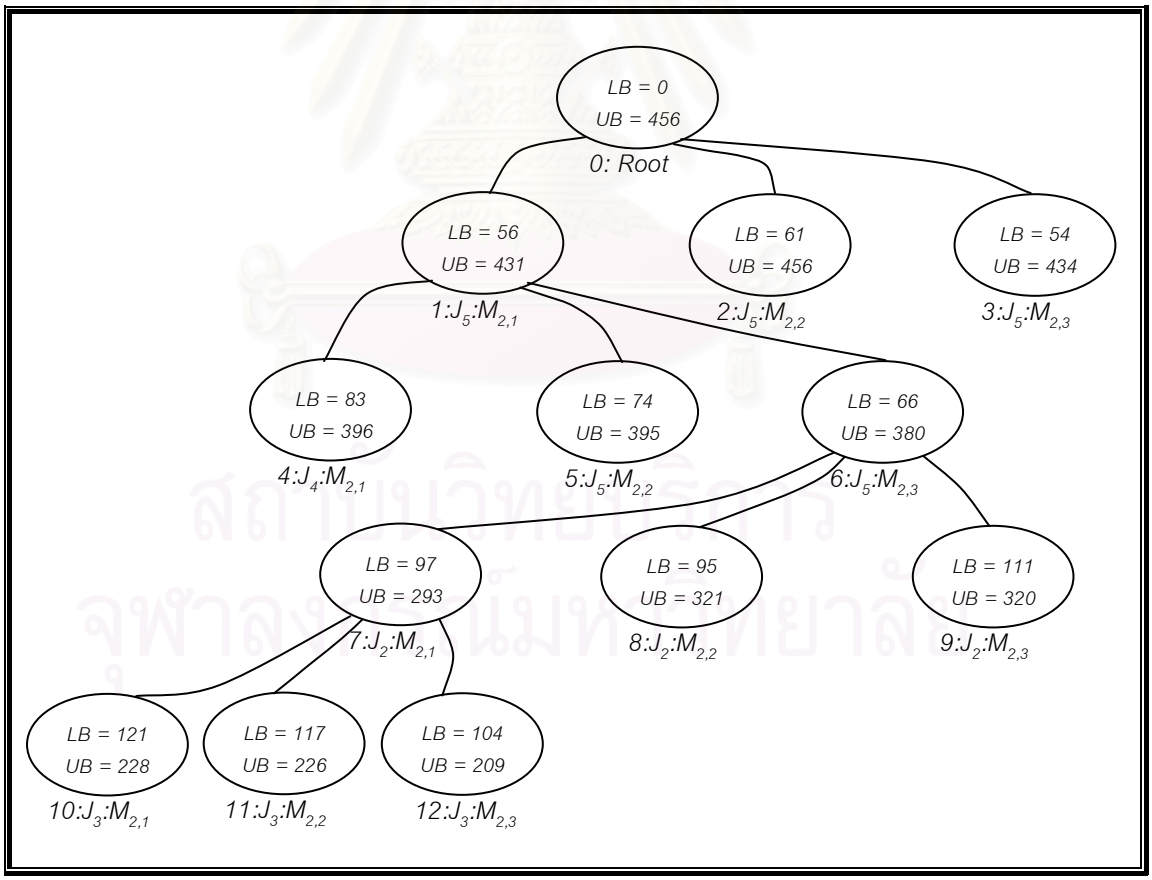
<u>กรณีที่ 3</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ และงาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\ \{21+35+4+37,\ 0,\ 35+31+15+23\} = max\ \{97,\ 0,\ 104\} = 104$$

$$UB = max\ \{21+35+4+37+83+28,\ 83+26,\ 35+31+15+23+83+22\}$$

$$= max\ \{208,\ 109,\ 209\} = 209$$

เครื่องจักร $M_{2,3}$ ทำงาน J_2 เสร็จเมื่อเวลาผ่านไป 66 หน่วย แต่งาน J_3 พร้อมที่จะเริ่มงานในเวลาหน่วยที่ 81 ดังนั้นในการคำนวณจึงต้องคิดเวลารอคอยงาน J_3 เป็นเวลา 15 หน่วย



รูปที่4.18 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 2

จากรูปที่ 4.18 จะพบว่าการแจกงาน J_3 ให้เครื่องจักร $M_{2,3}$ ทำจะได้ค่าขอบเขตบนน้อยกว่า จึงทำการเลือกเส้นทางไปทางบัพ *12* และแจกงาน J_1 ให้เครื่องจักร $M_{2,1}$, $M_{2,2}$ และ $M_{2,3}$ ทำการหาขอบเขตบนและขอบเขตล่างของแต่ละขั้นตอนตามสมการที่ 3.3 – 3.6 ได้ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ และงาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\{21+35+4+37+28,\ 0,\ 35+31+15+23\}$$
$$= max\{125,\ 0,\ 104\} = 125$$
$$UB = max\{21+35+4+37+28,\ 0,\ 35+31+15+23\}$$
$$= max\{125,\ 0,\ 104\} = 125$$

เครื่องจักร $M_{2,1}$ ทำงาน J_2 เสร็จเมื่อเวลาผ่านไป 97 หน่วย แต่งาน J_1 พร้อมที่จะเริ่มงานในเวลาหน่วยที่ 83 ดังนั้นในการคำนวณจึงไม่ต้องคิดเวลารอคอยงาน J_1

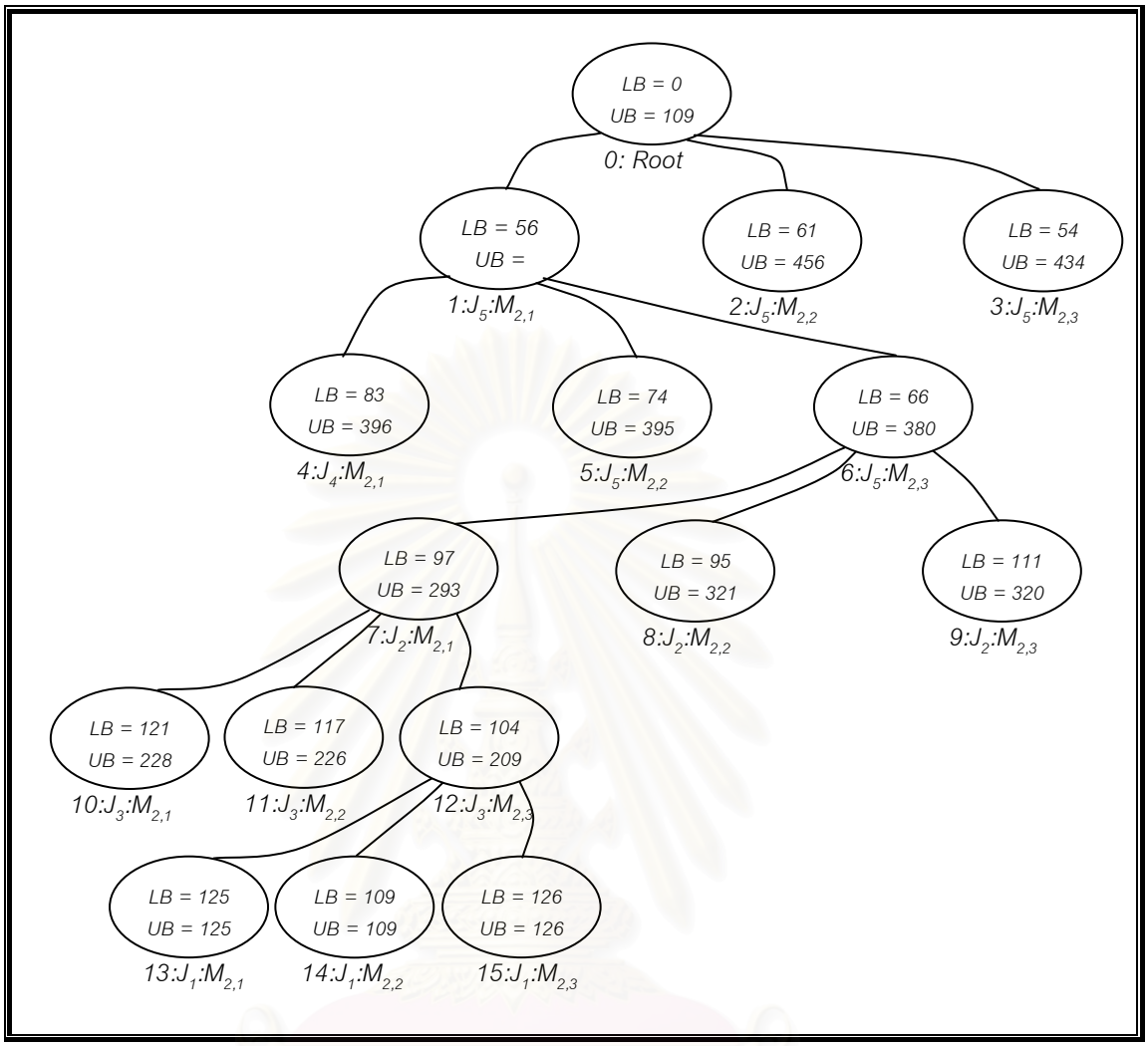
<u>กรณีที่ 2</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ และงาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,2}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\{21+35+4+37,\ 83+26,\ 35+31+15+23\}$$
$$= max\{97,\ 109,\ 104\} = 109$$
$$UB = max\{21+35+4+37,\ 83+26,\ 35+31+15+23\}$$
$$= max\{97,\ 109,\ 104\} = 109$$

<u>กรณีที่ 3</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ และงาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\{21+35+4+37,\ 0,\ 35+31+15+23+22\}$$
$$= max\{97,\ 0,\ 126\} = 126$$
$$UB = max\{21+35+4+37,\ 0,\ 35+31+15+23+22\}$$
$$= max\{97,\ 0,\ 126\} = 126$$

เครื่องจักร $M_{2,3}$ ทำงาน J_3 เสร็จเมื่อเวลาผ่านไป 104 หน่วย แต่งาน J_1 พร้อมที่จะเริ่มงานในเวลาหน่วยที่ 83 ดังนั้นในการคำนวณจึงไม่ต้องคิดเวลารอคอยงาน J_1



รูปที่ 4.19 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 2

จากรูปที่ 4.19 จะพบว่าการแจกงาน J_1 ให้เครื่องจักร $M_{2,2}$ ทำจะได้ค่าขอบเขตบนน้อยกว่า จึงทำการเลือกเส้นทางไปทางบัพ 14 และเนื่องจากมีการแตกบัพจนถึงระดับสุดท้ายแล้ว นำคำตอบที่ได้มาแทนในค่าขอบเขตบนของระบบซึ่งเท่ากับ 109

จากนั้นย้อนกลับไปยังบัพยังไม่ถูกแตกจนถึงระดับสุดท้าย และมีค่าขอบเขตล่างน้อยกว่าค่าขอบเขตบนของระบบ จากรูปที่ 4.19 ย้อนกลับไปยังบัพที่ 11 และ 10 ซึ่งยังไม่ถูกแตกจนถึงระดับสุดท้าย แต่บัพทั้งสองมีค่าขอบเขตล่างมากกว่าขอบเขตบนของระบบจึงไม่ต้องทำการแตกบัพเพิ่ม จากนั้นย้อนกลับไปยังบัพที่ 9 แต่บัพที่ 9 มีค่าขอบเขตล่างมากกว่าขอบเขตบนของระบบจึงไม่ต้องทำการแตกบัพเพิ่มเช่นเดียวกัน

จากนั้นย้อนกลับไปยังบัพที่ 8 ซึ่งยังมีค่าขอบเขตล่างน้อยกว่าขอบเขตบนของระบบ ทำการแจกงาน J_3 ให้เครื่องจักร $M_{2,1}$, $M_{2,2}$ และ $M_{2,3}$ ทำการหาขอบเขตบนและขอบเขตล่างของแต่ละขั้นตอนตามสมการที่ 3.3 – 3.6 ได้ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,2}$ และงาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\ \{21+35+25+24,\ 60+35,\ 35+31\} = max\ \{105,\ 95,\ 66\} = 105$$

$$UB = max\ \{21+35+25+24+83+28,\ 60+35+83+26,\ 35+31+83+22\}$$

$$= max\ \{216,\ 204,\ 171\} = 216$$

เครื่องจักร $M_{2,1}$ ทำงาน J_5 เสร็จเมื่อเวลาผ่านไป 56 หน่วย แต่งาน J_3 พร้อมที่จะเริ่มงานในเวลาหน่วยที่ 81 ดังนั้นในการคำนวณจึงต้องคิดเวลารอคอยงาน J_3 เป็นเวลา 25 หน่วย

<u>กรณีที่ 2</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,2}$ และงาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,2}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\ \{21+35,\ 60+35+36,\ 35+31\} = max\ \{56,\ 131,\ 66\} = 131$$

$$UB = max\ \{21+35+83+28,\ 60+35+36+83+26,\ 35+31+83+22\}$$

$$= max\ \{167,\ 240,\ 171\} = 240$$

เครื่องจักร $M_{2,2}$ ทำงาน J_2 เสร็จเมื่อเวลาผ่านไป 95 หน่วย แต่งาน J_3 พร้อมที่จะเริ่มงานในเวลาหน่วยที่ 81 ดังนั้นในการคำนวณจึงไม่ต้องคิดเวลารอคอยงาน J_3

<u>กรณีที่ 3</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,2}$ และงาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

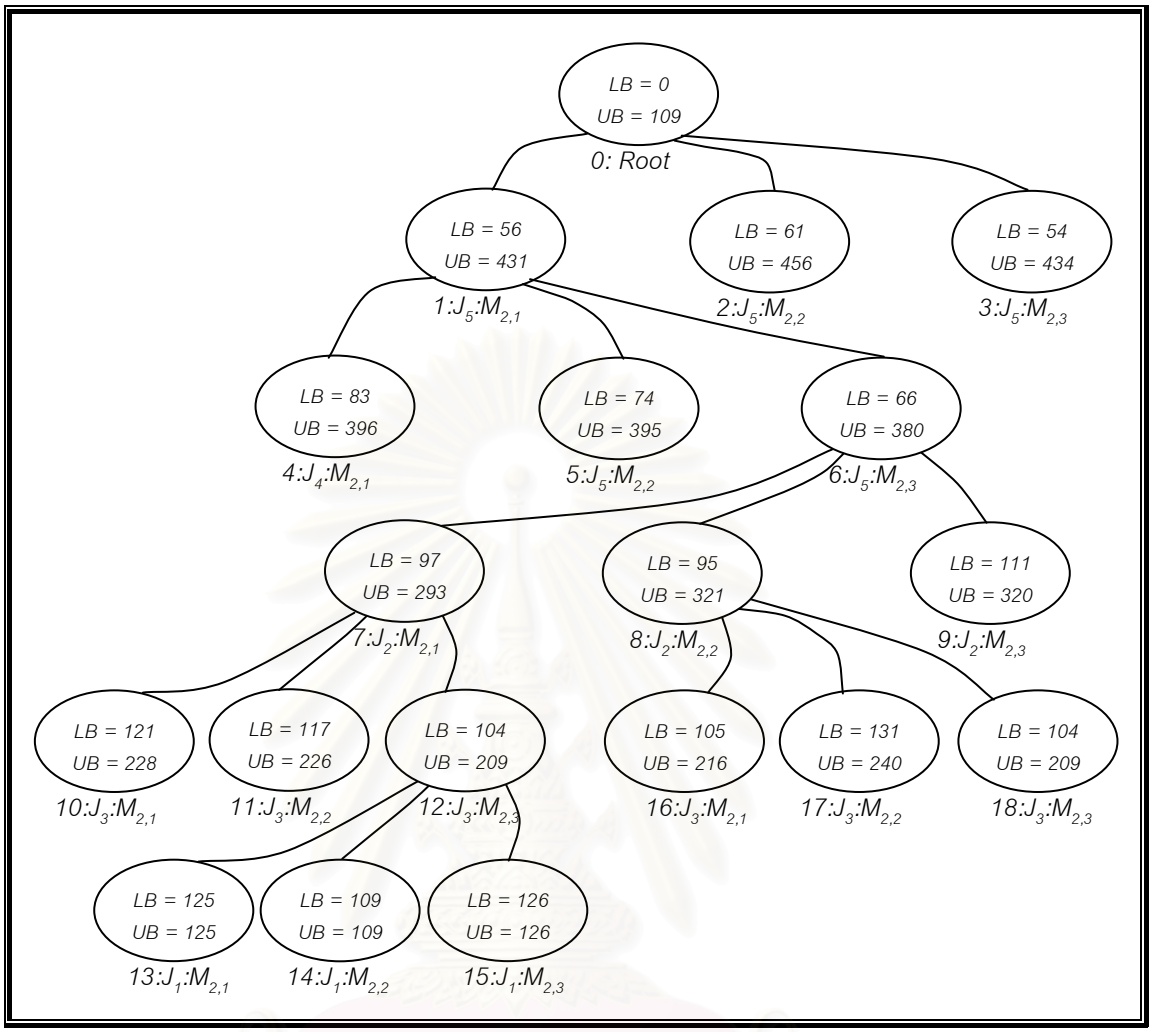
$$LB = max\ \{21+35,\ 60+35,\ 35+31+15+23\} = max\ \{56,\ 95,\ 104\} = 104$$

$$UB = max\ \{21+35+83+28,\ 60+35+83+26,\ 35+31+15+23+83+22\}$$

$$= max\ \{167,\ 204,\ 209\} = 209$$

เครื่องจักร $M_{2,3}$ ทำงาน J_2 เสร็จเมื่อเวลาผ่านไป 66 หน่วย แต่งาน J_3 พร้อมที่จะเริ่มงานในเวลาหน่วยที่ 81 ดังนั้นในการคำนวณจึงต้องคิดเวลารอคอยงาน J_3 เป็นเวลา 15 หน่วย

จากรูปที่ 4.20 จะพบว่าการแจกงาน J_3 ให้เครื่องจักร $M_{2,3}$ ทำจะได้ค่าขอบเขตบนน้อยกว่า จึงทำการเลือกเส้นทางไปทางบัพ 18 ทำการแจกงาน J_1 ให้เครื่องจักร $M_{2,1}$, $M_{2,2}$ และ $M_{2,3}$ ทำการหาขอบเขตบนและขอบเขตล่างของแต่ละขั้นตอนตามสมการที่ 3.3 – 3.6 ได้ดังนี้



รูปที่ 4.20 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 2

<u>กรณีที่ 1</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,2}$ งาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ และงาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\ \{21+35+27+28,\ 60+35,\ 35+31+15+23\} = 111$$

$$UB = max\ \{21+35+27+28,\ 60+35,\ 35+31+15+23\} = 111$$

เครื่องจักร $M_{2,1}$ ทำงาน J_5 เสร็จเมื่อเวลาผ่านไป 56 หน่วย แต่งาน J_1 พร้อมที่จะเริ่มงานในเวลาหน่วยที่ 83 ดังนั้นในการคำนวณจึงต้องคิดเวลารอคอยงาน J_1 เป็นเวลา 27 หน่วย

<u>กรณีที่ 2</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,2}$ งาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ และงาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,2}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$LB = max \{21+35, 60+35+26, 35+31+15+23\} = 121$

$UB = max \{21+35, 60+35+26, 35+31+15+23\} = 121$

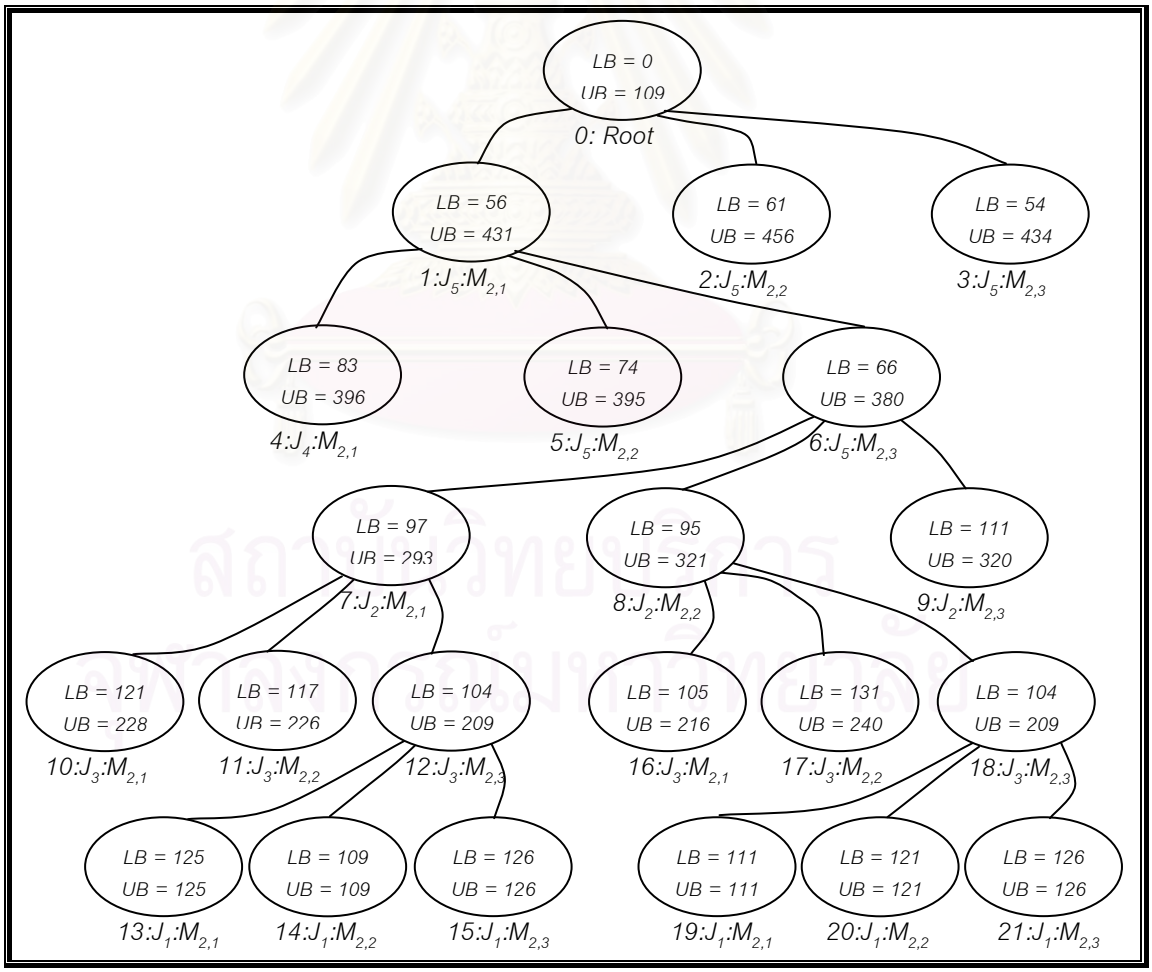
เครื่องจักร $M_{2,2}$ ทำงาน J_2 เสร็จเมื่อเวลาผ่านไป 95 หน่วย แต่งาน J_1 พร้อมที่จะเริ่มงานในเวลาหน่วยที่ 83 ดังนั้นในการคำนวณจึงไม่ต้องคิดเวลารอคอยงาน J_1

<u>กรณีที่ 3</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,2}$ งาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ และงาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$LB = max \{21+35, 60+35, 35+31+15+23+22\} = 126$

$UB = max \{21+35, 60+35, 35+31+15+23+22\} = 126$

เครื่องจักร $M_{2,3}$ ทำงาน J_3 เสร็จเมื่อเวลาผ่านไป 104 หน่วย แต่งาน J_1 พร้อมที่จะเริ่มงานในเวลาหน่วยที่ 83 ดังนั้นในการคำนวณจึงไม่ต้องคิดเวลารอคอยงาน J_1



รูปที่ 4.21 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 2

จากรูปที่ 4.21 ได้ทำการแตกบัพในขั้นตอนนี้จนถึงระดับสุดท้ายแล้ว จากนั้นย้อนกลับไปยังบัพที่ 16 ซึ่งยังมีค่าขอบเขตล่างน้อยกว่าขอบเขตบนของระบบ ทำการแจกงาน J_1 ให้เครื่องจักร $M_{2,1}$, $M_{2,2}$ และ $M_{2,3}$ ทำการหาขอบเขตบนและขอบเขตล่างของแต่ละขั้นตอนตามสมการที่ 3.3 – 3.6 ได้ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,2}$ งาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ และงาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\ \{21+35+25+24+28,\ 60+35,\ 35+31\}$$
$$= max\ \{133,\ 95,\ 66\} = 133$$
$$UB = max\ \{21+35+25+24+28,\ 60+35,\ 35+31\}$$
$$= max\ \{133,\ 95,\ 66\} = 133$$

เครื่องจักร $M_{2,1}$ ทำงาน J_3 เสร็จเมื่อเวลาผ่านไป 105 หน่วย แต่งาน J_1 พร้อมที่จะเริ่มงานในเวลาหน่วยที่ 83 ดังนั้นในการคำนวณจึงไม่ต้องคิดเวลารอคอยงาน J_1

<u>กรณีที่ 2</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,2}$ งาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ และงาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,2}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

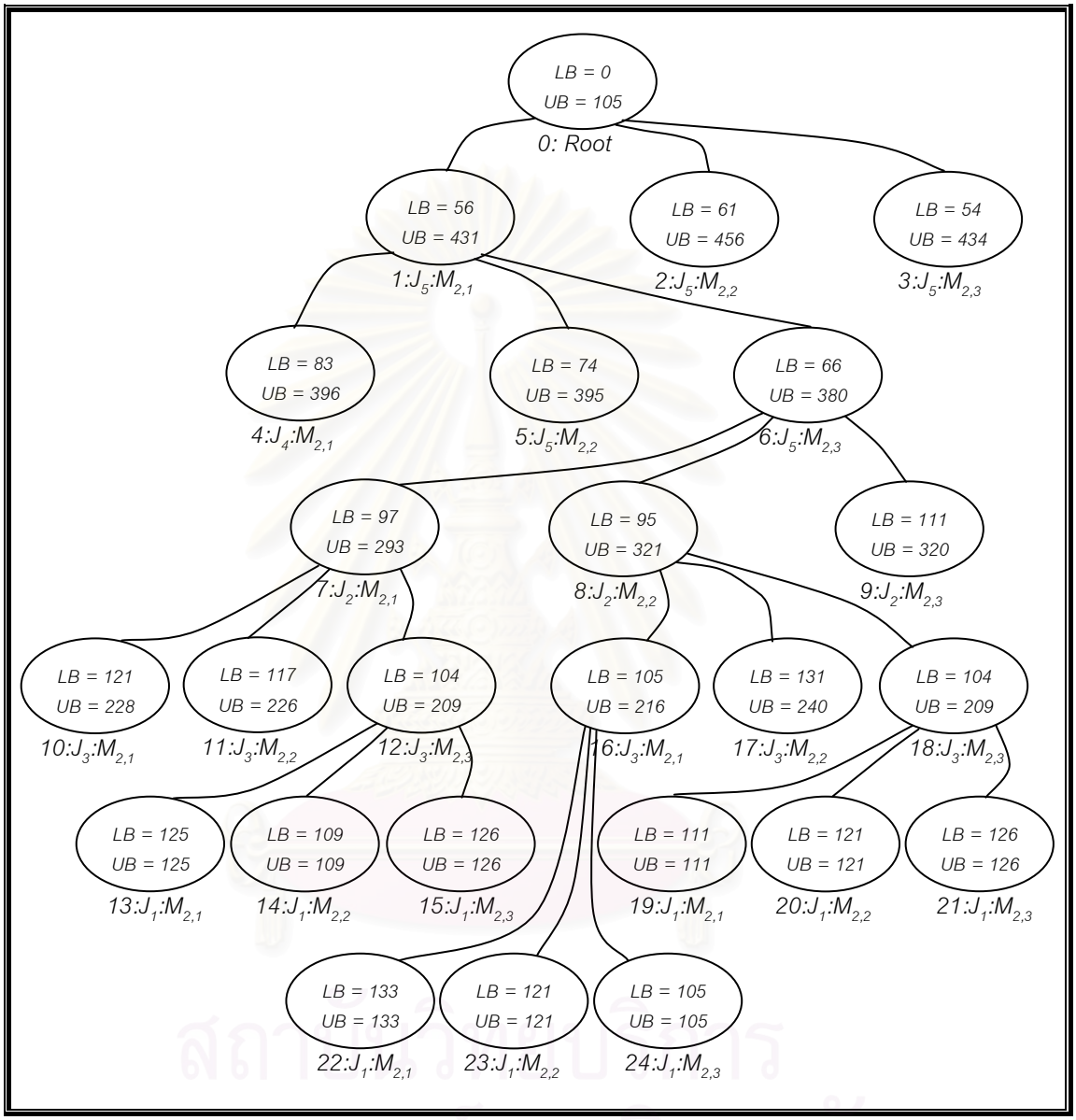
$$LB = max\ \{21+35+25+24,\ 60+35+26,\ 35+31\}$$
$$= max\ \{105,\ 121,\ 66\} = 121$$
$$UB = max\ \{21+35+25+24,\ 60+35+26,\ 35+31\}$$
$$= max\ \{105,\ 121,\ 66\} = 121$$

เครื่องจักร $M_{2,2}$ ทำงาน J_2 เสร็จเมื่อเวลาผ่านไป 95 หน่วย แต่งาน J_1 พร้อมที่จะเริ่มงานในเวลาหน่วยที่ 83 ดังนั้นในการคำนวณจึงไม่ต้องคิดเวลารอคอยงาน J_1

<u>กรณีที่ 3</u> ให้ งาน J_5 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ งาน J_4 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ งาน J_2 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,2}$ งาน J_3 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,1}$ และงาน J_1 ทำบนเครื่องจักร $M_{2,3}$ คำนวณค่าขอบเขตล่าง และขอบเขตบนได้ดังนี้

$$LB = max\ \{21+35+25+24,\ 60+35,\ 35+31+17+22\}$$
$$= max\ \{105,\ 95,\ 105\} = 105$$
$$UB = max\ \{21+35+25+24,\ 60+35,\ 35+31+17+22\}$$
$$= max\ \{105,\ 95,\ 105\} = 105$$

เครื่องจักร $M_{2,3}$ ทำงาน J_4 เสร็จเมื่อเวลาผ่านไป 66 หน่วย แต่งาน J_1 พร้อมที่จะเริ่มงานในเวลาหน่วยที่ 83 ดังนั้นในการคำนวณจึงต้องคิดเวลารอคอยงาน J_1 เป็นเวลา 17 หน่วย



รูปที่ 4.22 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณในขั้นตอนที่ 2

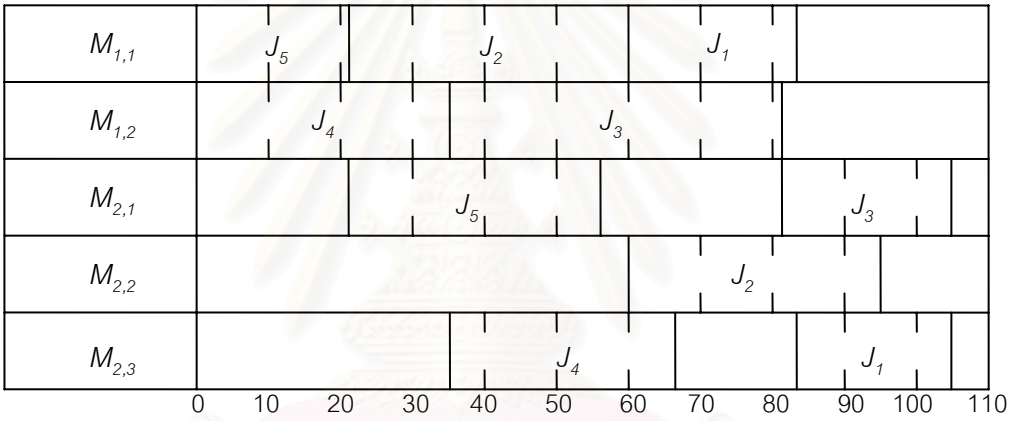
จากรูปที่ 4.22 จะพบว่าการแจกงาน J_1 ให้เครื่องจักร $M_{2,3}$ ทำจะได้ค่าขอบเขตบนน้อยกว่า จึงทำการเลือกเส้นทางไปทางบัพ 24 และเนื่องจากมีการแตกบัพจนถึงระดับสุดท้ายแล้ว และค่าขอบเขตบนที่ได้มีค่าน้อยกว่าค่าขอบเขตบนของระบบ จึงนำค่าที่ได้ซึ่งเท่ากับ 105 มาเป็นค่าขอบเขตบนของระบบแทน

ทำซ้ำขั้นตอนจนโครงสร้างต้นไม้ไม่สามารถแตกบัพได้อีก จากโจทย์ตัวอย่างจะได้ผลลัพธ์ดังตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4 ผลลัพธ์ที่ได้จากการจัดตารางงานทั้ง 2 ขั้นตอน

งาน	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5
เครื่องจักรขั้นตอนที่ 1	$M_{1,1}$	$M_{1,1}$	$M_{1,2}$	$M_{1,2}$	$M_{1,1}$
เครื่องจักรขั้นตอนที่ 2	$M_{2,3}$	$M_{2,2}$	$M_{2,1}$	$M_{2,3}$	$M_{2,1}$

นำข้อมูลจากตารางที่ 4.4 มาวาดแผนภูมิแกนต์ได้ดังรูปที่ 4.23



รูปที่ 4.23 แผนภูมิแกนต์ผลลัพธ์การจัดเรียงงาน

จากแผนภูมิแกนต์พบว่าเวลาเสร็จงานของระบบเท่ากับ 105 หน่วย จากนั้นคำนวณหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาทำงานของแต่ละเครื่องจักร ดังนี้

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาทำงานของ $M_{1,1}$ คือ $\sqrt{4.0^2+4.2^2+4.1^2}$ = 7.1

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาทำงานของ $M_{1,2}$ คือ $\sqrt{2.7^2+3.1^2}$ = 4.1

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาทำงานของ $M_{2,1}$ คือ $\sqrt{3.1^2+2.1^2}$ = 3.7

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาทำงานของ $M_{2,2}$ คือ $\sqrt{3.5^2}$ = 3.5

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาทำงานของ $M_{2,3}$ คือ $\sqrt{2.8^2+2.8^2}$ = 3.9

ดังนั้นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาปิดงานของระบบมีค่าเท่ากับ 7.1

4.2 การวิเคราะห์ผลลัพธ์

ต้นแบบของปัญหาที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ได้จากการขยายต้นแบบของปัญหาการจัดตารางงานของระบบผลิตแบบ 2 เครื่องจักร และระบบผลิตแบบเครื่องจักรขนาน เทคนิคที่ใช้ในการจัดตารางงานให้กับต้นแบบที่นำเสนอนี้เกิดจากการประยุกต์ใช้เทคนิคการขยายและจำกัดเขตร่วมกับอัลกอริทึมของจอห์นสัน ซึ่งสามารถใช้แก้ปัญหาให้กับระบบผลิตแบบเครื่องจักรเดี่ยว ระบบผลิตแบบเครื่องจักรขนาน ระบบผลิตไหลเลื่อนสองขั้นตอน และระบบผลิตไหลเลื่อนยืดหยุ่นสองขั้นตอนได้

จากตารางที่ 4.5 จะเห็นว่าต้นแบบที่ได้จากงานวิจัยนี้สามารถใช้แก้ปัญหาการจัดตารางงานได้หลากหลายกว่างานวิจัย “A new Approach to Two-Machine Flow Shop Problem with Uncertain Processing Time” และ “A Novel Branch and Bound Algorithm for Scheduling Flowshop Plants with Uncertain Processing Time” ที่นำเสนอในบทที่ 2

ตารางที่ 4.5 การเปรียบเทียบต้นแบบการจัดตารางงาน

งานวิจัย	ระบบผลิตเครื่องจักรเดี่ยว	ระบบผลิตเครื่องจักรขนาน	ระบบผลิตไหลเลื่อนสองขั้นตอน	ระบบผลิตไหลเลื่อน	ระบบผลิตไหลเลื่อนยืดหยุ่นสองขั้นตอน
1	✓	✓	✓	×	✓
2	✓	×	✓	✓	×
3	✓	×	✓	×	×

1. Two-State Flexible Flow Shop Scheduling with Uncertain Operation Time
2. A Novel Branch and Bound Algorithm for Scheduling Flowshop Plants with Uncertain Processing Time
3. A new Approach to Two-Machine Flow Shop Problem with Uncertain Processing Time

ต้นแบบที่ได้จากงานวิจัยนี้สามารถแก้ปัญหาการจัดตารางงานของระบบผลิตแบบเครื่องจักรเดี่ยว เครื่องจักรขนาน ระบบผลิตแบบไหลเลื่อนสองขั้นตอน และระบบผลิตแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่นสองขั้นตอนได้ แต่ไม่สามารถใช้กับระบบผลิตแบบไหลเลื่อนและไหลเลื่อนยืดหยุ่นที่มีขั้นตอนมากกว่า 2 ขั้นตอนได้ ในขณะที่งานวิจัย 2 ไม่สามารถแก้ปัญหาระบบผลิตแบบเครื่องจักร

ขนานและระบบผลิตแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่นสองขั้นตอนได้ และงานวิจัย 3 ใช้ได้กับระบบผลิตแบบเครื่องจักรเดี่ยวและระบบผลิตไหลเลื่อน 2 ขั้นตอนเท่านั้น

4.3 **สรุปผล**

ในบทนี้ได้นำเสนอตัวอย่างการคำนวณการจัดตารางแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่น 2 ขั้นตอนตามเทคนิคที่ได้นำเสนอในบทที่ 3 โดยแยกการคำนวณออกเป็น 3 ส่วน คือ การจัดตารางให้กับงานบนเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 1 การจัดตารางงานให้กับเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 2 และการคำนวณหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยใช้เทคนิคการขยายและจำกัดเขตในการพิจารณาการจัดตารางงาน โดยมีการประยุกต์ใช้อัลกอริทึมของจอห์นสันเพื่อจัดเรียงงานที่เสร็จจากขั้นตอนที่ 1 ก่อนจะเข้าสู่ขั้นตอนที่ 2 ทำให้อัลกอริทึมมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยชิ้นนี้นำเสนอต้นแบบของปัญหาการจัดตารางงานแบบไหลเลื่อนยืดหยุ่นสองขั้นตอนการทำงาน โดยใช้เทคนิคการขยายและจำกัดเขตร่วมกับการประยุกต์ใช้อัลกอริทึมของจอห์นสัน โดยวิธีนี้ยังสามารถใช้จัดตารางงานให้กับระบบผลิตที่เล็กกว่าระบบผลิตที่ได้นำเสนอได้ด้วย โดยมีวัตถุประสงค์ที่ต้องการให้มีเวลาปิดงานของระบบน้อย

อนึ่ง งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจาก บริษัทรักษ์การผลิต จำกัด โดยงานวิจัยนี้อยู่ในโครงการวิจัยร่วมภาครัฐและเอกชน ระหว่างภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ และบริษัทรักษ์การผลิต จำกัด โดย คุณเขมทัต สุคนธสิงห์

5.2 ข้อเสนอแนะ

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้เน้นที่การนำเสนอต้นแบบการคำนวณเพื่อให้ได้เวลาปิดงานของระบบน้อย โดยไม่ได้คำนึงถึงปัจจัยอื่นที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีการจัดตารางงานมากนัก อาทิ จำนวนงานล่าช้า เวลาไหลของงานในระบบ เวลาสายของงาน เป็นต้น ซึ่งการคำนวณเพื่อให้สามารถแก้ปัญหาได้ครอบคลุมทุกปัจจัยที่กล่าวมาอาจต้องใช้เวลานาน หรืออาจต้องประยุกต์อัลกอริทึมอื่นมาใช้งานร่วมกัน

ต้นแบบที่นำเสนอนี้ ครอบคลุมปัญหาการจัดตารางงานสำหรับระบบผลิตไหลเลื่อนยืดหยุ่นสองขั้นตอน ซึ่งวิธีการแก้ปัญหาดังที่กล่าวมาในงานวิจัยน่าจะเป็นแนวทางที่จะสามารถขยายการแก้ปัญหาให้ครอบคลุมถึงระบบผลิตไหลเลื่อนยืดหยุ่นที่มีขั้นตอนการทำงานมากกว่าสองขั้นตอนได้

รายการอ้างอิง

1. ปารเมศ ชุติมา. เทคนิคการจัดตารางการดำเนินงาน. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2003.

2. S. Daniel and L. B. Robert. Production : Planning, Control, and Integration. McGraw-Hill International Editions. New York : McGraw-Hill, 1998.

3. B. Chen, C. N. Potts and G. J. Woeginger. A review of machine scheduling: Complexity, algorithms and approximability. Handbook of Combinatorial Optimization, 21-169. Boston : Kluwer Academic Publishers, 1998.

4. S. Petrovic and X. Song. A New Approach to Two-Machine Flow Shop Problem with Uncertain Processing Time. Uncertainty Modeling and Analysis (2003) : 110-115.

5. J. Balasubramanian and I. E. Grossmann. A novel branch and bound algorithm for scheduling flowshop plans with uncertain processing times. Computers and Chemical Engineering 26, (2002) : 41-57.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวสุปราณี แก้วปรารถนา เกิดเมื่อวันที่ 18 กันยายน พ.ศ. 2522 ที่จังหวัดสมุทรสาคร เรียนจบการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย อำเภอเมืองนครปฐม จังหวัดนครปฐม สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ จากคณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2544 และเข้าศึกษาในหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์ ที่ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2545

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย