

การประมาณพารามิเตอร์ของการแจกแจงความสูญเสียสำหรับข้อมูลแบบกลุ่ม  
ซึ่งถูกตัดปลายทางซ้าย

นางสาวปาริฉัตร อัครจันทโชติ



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาสถิติ

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2539

ISBN 974-634-354-8

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

AN ESTIMATION OF LOSS DISTRIBUTION PARAMETERS FOR  
LEFT-TRUNCATED GROUPED DATA

MISS PARICHAT AKARACHANTACHOTE

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Statistics

Graduate School

Chulalongkorn University

1996

ISBN 974-634-354-8

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การประมาณพารามิเตอร์ของการแจกแจงความสูญเสียสำหรับข้อมูลแบบกลุ่ม  
ซึ่งถูกตัดปลายทางซ้าย  
โดย นางสาวปาริฉัตร อัครจันทโชติ  
ภาควิชา สถิติ  
อาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ร้อยเอก มานพ วราภักดิ์

---

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่ง  
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย  
(รองศาสตราจารย์ ดร. สันติ อุสุวรรณ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ผกาวดี ศิริรังมี)

.....อาจารย์ที่ปรึกษา  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ร้อยเอก มานพ วราภักดิ์)

.....กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. สรชัย พิศาลบุตร)

.....กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. วีระพร วีระถาวร)

ปาริฉัตร อัครจันทโชติ : การประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงความสูญเสียสำหรับข้อมูลแบบกลุ่ม  
ซึ่งถูกตัดปลายทางซ้าย (AN ESTIMATION OF LOSS DISTRIBUTION PARAMETERS FOR LBPT-  
TRUNCATED GROUPED DATA) อ.ที่ปรึกษา : ผศ. ร.อ. มานพ วราภักดิ์, 129 หน้า.

ISBN 974-634-354-8

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงความสูญเสียสำหรับข้อมูลแบบกลุ่มซึ่งถูกตัดปลายทางซ้าย ซึ่งวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้คือ วิธีการประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีการประมาณแบบโค-สแควร์ค่าสุด และวิธีการประมาณแบบระยะค่าสุดของคราเมอร์-วอน ไมส์ การเปรียบเทียบกระทำภายใต้สถานการณ์ของขนาดตัวอย่าง 100, 200, 300 และ 500 ค่ารับผิดส่วนแรก 0.5, 1.0, 2.0 และ 3.0 จำนวนกลุ่มเท่ากับรากที่สองของขนาดตัวอย่าง และการแจกแจงความสูญเสีย 3 แบบ คือ 1) แบบลอกนอรัมอล 2) แบบไวบูลล์ 3) แบบพาราโต ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้จากการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลและทำการทดลองซ้ำๆ กัน 1,000 ครั้ง สำหรับแต่ละสถานการณ์ที่กำหนดเพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ และหาค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลัง-สอง (RMSE) ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีการทั้งสาม

ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

**กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบลอกนอรัมอล**

เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก (100, 200) และค่ารับผิดส่วนแรกมีค่าน้อย (0.5, 1.0) วิธีการประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด จะให้ค่า RMSE ค่าสุด แต่เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กและค่ารับผิดส่วนแรกมีค่ามาก (2.0, 3.0) หรือเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (300, 500) วิธีการประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและวิธีการประมาณแบบระยะค่าสุดของคราเมอร์-วอน ไมส์ จะให้ค่า RMSE ที่ใกล้เคียงกัน

**กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบไวบูลล์**

สำหรับทุกขนาดตัวอย่างและทุกระดับของค่ารับผิดส่วนแรก วิธีการประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด จะให้ค่า RMSE ค่าสุด

**กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบพาราโต**

สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง และทุกระดับของค่ารับผิดส่วนแรก วิธีการประมาณแบบโค-สแควร์ค่าสุด จะให้ค่า RMSE ค่าสุด

โดยทั่วไปค่า RMSE จะแปรผกผันตามพารามิเตอร์ที่แสดงรูปร่าง และค่ารับผิดส่วนแรก แต่จะแปรผกผันกับขนาดตัวอย่าง

ภาควิชา ..... สถิติ  
สาขาวิชา ..... การประกันภัย  
ปีการศึกษา ..... 2538

ลายมือชื่อนิสิต ..... ปาฬิษา  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาพร้อม

## C523048 : MAJOR INSURANCE

KEY WORD: LOSS DISTRIBUTION/ LEFT-TRUNCATED/ GROUPED DATA/ DEDUCTIBLE  
PARICHAT AKARACHANTACHOTE : AN ESTIMATION OF LOSS DISTRIBUTION  
PARAMETERS FOR LEFT-TRUNCATED GROUPED DATA.  
THESIS ADVISOR : ASST. PROF. CAPT. MANOP VARAPHAUDI. 129 PP.  
ISBN 974-634-354-8

The objective of this study is to compare the estimation of loss distribution parameters for left-truncated grouped data. The methods of estimating parameters under consideration in this study are Maximum Likelihood Estimation method, Minimum Chi-Square Estimation method, and Cramer-Von Mises Minimum Distance Estimation method. The comparison are done under conditions of sample sizes 100, 200, 300, and 500, deductible 0.5, 1.0, 2.0, and 3.0, the number of class intervals  $\sqrt{n}$  ( $n$  = sample size), and 3 loss distributions : 1) Lognormal distribution 2) Weibull distribution 3) Pareto distribution. The data for this experiment are generated through the Monte Carlo simulation technique. The experiment is repeated 1,000 times under each condition in estimating parameters and evaluated through the square root of mean square error (RMSE).

Results of the study are as follows:-

**Under conditions of Lognormal distribution**

In case of small sample size (100,200) and small deductible (0.5,1.0), the RMSE of Maximum Likelihood Estimation method is the lowest. In case of small sample size and large deductible (2.0,3.0), or large sample size (300,500), the RMSE of Maximum Likelihood Estimation method and Cramer-Von Mises Minimum Distance Estimation method are rather the same.

**Under conditions of Weibull distribution**

For any sample size, any deductible, the RMSE of Maximum Likelihood Estimation method is the lowest.

**Under condition of Pareto distribution**

For any sample size, any deductible, the RMSE of Minimum Chi-Square Estimation method is the lowest.

In general, the RMSE varies with, shape parameter and deductible but converse to sample size.

ภาควิชา..... สติติ

สาขาวิชา..... การประกันภัย

ปีการศึกษา..... 2538

ลายมือชื่อนิสิต..... มิ่งขวัญ

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ร.อ. มานพ วราภักดิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำ และแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ เป็นอย่างดีมาโดยตลอด ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณ คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ซึ่งประกอบด้วย รองศาสตราจารย์ ผกาวดี ศิริรังษี รองศาสตราจารย์ ดร. สรชัย พิศาลบุตร รองศาสตราจารย์ ดร. ชีระพร วีระถาวร ที่ได้ช่วยตรวจและแก้ไขให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ผู้เขียนขอขอบคุณ เจ้าหน้าที่ห้องสมุด คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ได้อำนวยความสะดวกในด้านตำราที่ใช้ค้นคว้าประกอบการทำวิทยานิพนธ์ ขอขอบคุณเจ้าหน้าที่ศูนย์คอมพิวเตอร์ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี และเจ้าหน้าที่สถาบันบริการคอมพิวเตอร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่อำนวยความสะดวกในการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ และขอขอบคุณ พี่ ๆ เพื่อน ๆ ทุกคน ที่ให้ความช่วยเหลือ และเป็นกำลังใจให้ผู้เขียน

สุดท้ายนี้ ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และขอขอบคุณ พี่และน้องของผู้เขียน ที่ให้กำลังใจและส่งเสริมสนับสนุนด้านการเรียนของผู้เขียนตลอดมา

ปาริฉัตร อัครจันทโชติ

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ฉ
สารบัญรูป.....	ฉ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ที่มาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	2
สมมติฐานทางการวิจัย.....	2
ข้อตกลงเบื้องต้น.....	3
ขอบเขตของการวิจัย.....	4
เกณฑ์การตัดสินใจ.....	6
คำจำกัดความ.....	6
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	6
บทที่ 2 สถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	7
วิธีนิวตัน-ราฟสัน.....	7
การกำหนดค่าเริ่มต้น.....	8
การแจกแจงที่ใช้ในการวิจัย.....	11
การประมาณค่าพารามิเตอร์.....	15
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย.....	36
วิธีการจำลองโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล.....	36
แผนการทดลอง.....	37
ขั้นตอนในการวิจัย.....	37
โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย.....	45

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 ผลการวิจัย.....	47
การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์.....	47
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	87
สรุปผลการวิจัย.....	87
ข้อเสนอแนะ.....	89
รายการอ้างอิง.....	93
ภาคผนวก.....	95
ประวัติผู้เขียน.....	129





## สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่	หน้า
4.10 แสดงค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (RMSE) ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบพาวเรโต เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 200 โดยจำแนกตามระดับของค่าพารามิเตอร์และค่ารับผิดส่วนแรก.....	78
4.11 แสดงค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (RMSE) ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบพาวเรโต เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 300 โดยจำแนกตามระดับของค่าพารามิเตอร์และค่ารับผิดส่วนแรก.....	79
4.12 แสดงค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (RMSE) ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบพาวเรโต เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 500 โดยจำแนกตามระดับของค่าพารามิเตอร์และค่ารับผิดส่วนแรก.....	80

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
1.1 แสดงการแจกแจงแบบลอกนอร์มอลที่ $\mu=1, \sigma=0.5, 1, 2$ และ $\mu=2, \sigma=0.5$ .....	4
1.2 แสดงการแจกแจงแบบไวบูลล์ที่ $c=0.1, \tau=1, 1.5, 2$ และ $c=1, \tau=0.3$ .....	5
1.3 แสดงการแจกแจงแบบพาราโตที่ $\lambda=10, \alpha=2.5, 4$ และ 7.....	5
2.1 แสดงกราฟของการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล.....	12
2.2 แสดงกราฟของการแจกแจงแบบไวบูลล์.....	13
2.3 แสดงการแจกแจงแบบพาราโต.....	15
3.1 แสดงผังงานสำหรับหาค่าความคลาดเคลื่อนจากการประมาณด้วยวิธีการทั้ง 3 วิธี.....	46
4.1 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณทั้ง 3 วิธี ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล เมื่อ $\mu=2, \sigma=0.5$ (CV=53%) โดยจำแนก ตามขนาดตัวอย่าง และค่ารับผิดส่วนแรก .....	54
4.2 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณทั้ง 3 วิธี ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล เมื่อ $\mu=1, \sigma=0.5$ (CV=53%) โดยจำแนก ตามขนาดตัวอย่าง และค่ารับผิดส่วนแรก .....	56
4.3 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณทั้ง 3 วิธี ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล เมื่อ $\mu=1, \sigma=1$ (CV=131%) โดยจำแนก ตามขนาดตัวอย่าง และค่ารับผิดส่วนแรก .....	58
4.4 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณทั้ง 3 วิธี ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบลอกนอร์มอล เมื่อ $\mu=1, \sigma=2$ (CV=732%) โดยจำแนก ตามขนาดตัวอย่าง และค่ารับผิดส่วนแรก .....	60
4.5 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณทั้ง 3 วิธี ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ เมื่อ $c=1, \tau=0.3$ (CV=540% ) โดยจำแนกตาม ขนาดตัวอย่าง และค่ารับผิดส่วนแรก .....	67
4.6 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณทั้ง 3 วิธี ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ เมื่อ $c=0.1, \tau=1$ (CV=100% ) โดยจำแนกตาม ขนาดตัวอย่าง และค่ารับผิดส่วนแรก .....	69

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.7 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณทั้ง 3 วิธี ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ เมื่อ $c=0.1, \tau=1.5$ (CV=67%) โดยจำแนกตาม ขนาดตัวอย่าง และค่ารับผิดส่วนแรก .....	71
4.8 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณทั้ง 3 วิธี ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบไวบูลล์ เมื่อ $c=0.1, \tau=2$ (CV=52%) โดยจำแนกตาม ขนาดตัวอย่าง และค่ารับผิดส่วนแรก .....	73
4.9 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณทั้ง 3 วิธี ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบพาราโต เมื่อ $\alpha=2.5, \lambda=10$ (CV=223%) โดยจำแนกตาม ขนาดตัวอย่าง และค่ารับผิดส่วนแรก .....	81
4.10 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณทั้ง 3 วิธี ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบพาราโต เมื่อ $\alpha=4, \lambda=10$ (CV=141%) โดยจำแนกตาม ขนาดตัวอย่าง และค่ารับผิดส่วนแรก .....	83
4.11 การเปรียบเทียบ RMSE ของการประมาณทั้ง 3 วิธี ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับการแจกแจงแบบพาราโต เมื่อ $\alpha=7, \lambda=10$ (CV=118%) โดยจำแนกตาม ขนาดตัวอย่าง และค่ารับผิดส่วนแรก .....	85
5.1 แสดงกราฟของ Mean Residual Life Function $e(x)$ ของการแจกแจงต่างๆ.....	90
5.2 แผนผังแสดงลำดับขั้นตอนการนำไปใช้ประโยชน์.....	92