บทที่ 2

ทฤษฎีและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีต่าง ๆ รวมทั้งผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยในเรื่องของการประมาณช่วงความเชื่อมั่นแบบบูตสแตรป-ทีสำหรับสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแบบถดถอยโลจิสติก เมื่อใช้วิธีการประมาณค่าแบบจุดและความแปรปรวนของตัวประมาณค่าด้วยวิธีการที่แตกต่างกันตามวิธีที่ทำการศึกษาทั้ง 3 วิธี โดยมีรายละเอียดเกี่ยวกับทฤษฎีต่าง ๆ ดังนี้

2.1 ตัวแบบถดถอยโลจิสติก

ตัวแบบการถดถอยโลจิสติก คือ ตัวแบบที่ศึกษาถึงความสัมพันธ์ของตัวแปร 2 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มของตัวแปรอิสระ ในที่นี้เรียกว่า ตัวแปรอธิบาย X และกลุ่มของตัวแปรตาม ในที่นี้เรียกว่าตัวแปรตามทวิ Y เนื่องจากตัวแปรตามในตัวแบบการถดถอยโลจิสติกจะเป็นตัวแปรเชิงคุณภาพที่มีค่าเป็นไปได้ 2 ค่า ซึ่งอาจจะพิจารณาในรูปของ “ความสำเร็จ” และ “ความล้มเหลว” ก็ได้ โดยให้ตัวแปรตามทวิ Y มีค่าเป็น 1 เมื่อพบความสำเร็จ และให้ตัวแปรตามทวิ Y มีค่าเป็น 0 เมื่อพบความล้มเหลว และเนื่องจากในการเก็บรวบรวมข้อมูลมักจะเก็บรวบรวมข้อมูลในลักษณะที่เป็นจำนวนความสำเร็จในแต่ละระดับของตัวแปรอธิบาย แล้วทำการคำนวณค่าความน่าจะเป็นหรือค่าสัดส่วนของความสำเร็จในรูปของ p_j ซึ่งก็คือค่าเฉลี่ยของ Y เมื่อกำหนด X ($E(Y|X)$) ดังนั้นจึงเกิดการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าความน่าจะเป็นหรือค่าสัดส่วนของความสำเร็จ กับตัวแปรอธิบายใน ดังตัวแบบต่อไปนี้

$$p_j = \beta_0 + \beta_1 X_j$$

เมื่อ p_j คือสัดส่วนของความสำเร็จ ณ ตัวแปรอธิบายระดับที่ j

X_j คือค่าของตัวแปรอธิบาย ณ ระดับที่ j

β_0 และ β_1 คือพารามิเตอร์ของตัวแบบ

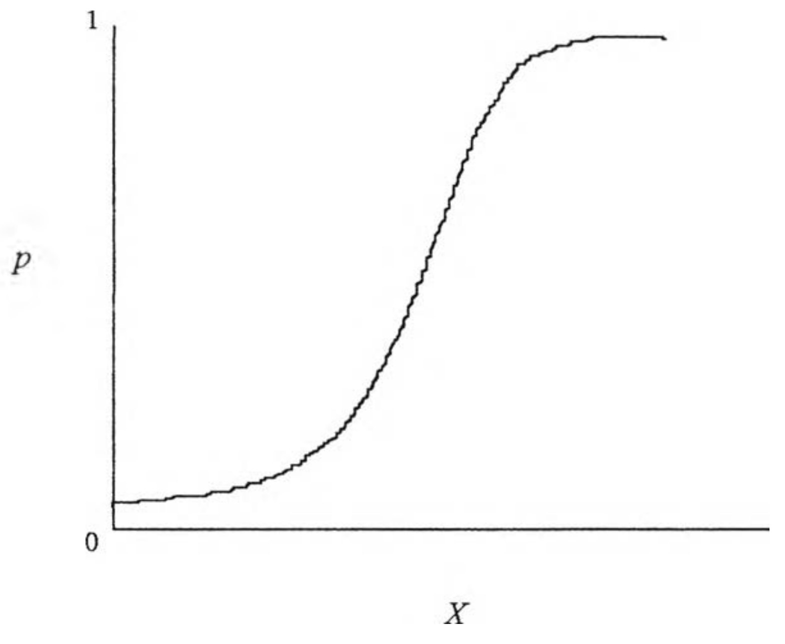
เนื่องจาก p_j หรือ $E(Y|X)$ มีค่าอยู่ในช่วง (0,1) ซึ่งแตกต่างจากตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นที่ค่าของ $E(Y|X)$ จะมีค่าอยู่ในช่วง ($-\infty,\infty$) ดังนั้นจึงต้องทำการแปลงค่า p_j ให้อยู่ในช่วง ($-\infty,\infty$) ให้เข้ากับลักษณะทั่วไปของตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นโดยการแปลงแบบโลจิสติก ดังนี้

$$\ln\left(\frac{p_j}{1-p_j}\right) \quad = \quad \beta_0 + \beta_1 X_j$$

จะได้ตัวแบบใหม่ที่เรียกว่าตัวแบบถดถอยโลจิสติกดังต่อไปนี้

$$p_j \quad = \quad \frac{e^{\beta_0+\beta_1 X_j}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 X_j}}$$

จากตัวแบบถดถอยโลจิสติกเมื่อนำมาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง p_j และ X_j จะได้ดังรูป



2.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์ β_0 และ β_1

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_0 และ β_1 แบบจุดนั้นจะใช้วิธีการประมาณดังนี้

2.2.1 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก (Weighted Least Square : WLS)

การประมาณค่าโดยวิธีนี้มีหลักการคล้ายกับวิธีกำลังสองน้อยที่สุด โดยในกรณีของตัวแบบถดถอยโลจิสติก สามารถประมาณค่า β_0 และ β_1 ได้ดังนี้

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{j=1}^{k} W_j (p'_j - \overline{p'})(X_j - \overline{X})}{\sum_{j=1}^{k} W_j (X_j - \overline{X})^2}$$

$$\hat{\beta}_0 = \overline{p'} - \hat{\beta}_1 \overline{X}$$

เมื่อ $$W_j = n_j p_j (1 - p_j)$$

$$\overline{p'} = \frac{\sum_{j=1}^{k} W_j p'_j}{\sum_{j=1}^{k} W_j}$$

$$\overline{X} = \frac{\sum_{j=1}^{k} W_j X_j}{\sum_{j=1}^{k} W_j}$$

$$p'_j = \ln\left(\frac{p_j}{1 - p_j}\right)$$

$$p_j = \frac{r_j}{n}$$

2.2.2 วิธีความควรจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood : ML)

การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีนี้ ก็คือการหาค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ฟังก์ชันความควรจะเป็น (Likelihood function) มีค่าสูงสุด สำหรับตัวแบบถดถอยโลจิสติกนั้น เนื่องจาก Y_{ij} มีการแจกแจงแบบเบอร์นูลลี ดังนั้นจึงได้ฟังก์ชันความควรจะเป็นดังนี้

$$L(\beta_0, \beta_1) = \prod_{i=1}^{n} \prod_{j=1}^{k} \left(\frac{e^{\beta_0 + \beta_1 X_j}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 X_j}} \right)^{Y_{ij}} \left(\frac{1}{e^{\beta_0 + \beta_1 X_j}} \right)^{1 - Y_{ij}}$$

หาค่า β_0 และ β_1 ที่ทำให้ $L(\beta_0, \beta_1)$ มีค่าสูงสุดจากสองสมการต่อไปนี้

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} \frac{e^{\beta_0+\beta_1 X_j}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 X_j}}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} X_j Y_{ij} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} X_j \frac{e^{\beta_0+\beta_1 X_j}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 X_j}}$$

ในปี ค.ศ. 1970 Cox ได้เสนอการประมาณค่าสำหรับ β_0 และ β_1 ไว้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} \left(\frac{1}{2}+\frac{\beta_0+\beta_1 X_j}{6}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} X_j Y_{ij} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} X_j \left(\frac{1}{2}+\frac{\beta_0+\beta_1 X_j}{6}\right)$$

แทนค่า Y_{ij} และ X_j แล้วแก้สมการก็จะได้ตัวประมาณค่า $\hat{\beta}_1$ และ $\hat{\beta}_0$

2.3 การประมาณค่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่า $\hat{\beta}_1$

2.3.1 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก

สามารถประมาณค่าได้จากสูตร

$$Var(\hat{\beta}_1) = \frac{1}{\sum_{j=1}^{k} W_j (X_j - \bar{X})^2}$$

โดยที่ W_j และ $\bar{X}$ หาโดยใช้สูตรเช่นเดียวกับที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก

2.3.2 วิธีการใช้สารสนเทศของฟิชเชอร์ (Fisher information)

สามารถประมาณค่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่าได้ดังนี้

$$Var(\hat{\beta}_1) = \frac{1}{I(\hat{\beta})}$$

เมื่อ $I(\hat{\beta}) = E\left\{-\frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_1^2} \middle| \beta = \hat{\beta}\right\}$

$$= n\sum_{j=1}^{k} X_j^2 \frac{e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_j}}{(1+e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_j})^2}$$

เรียก $I(\hat{\beta})$ ว่าสารสนเทศของฟิชเชอร์

2.3.3 วิธีแจคไนฟ์ (Jacknife)

หลักการของวิธีแจคไนฟ์นั้นจะตัดข้อมูลออกครั้งละ 1 ตัวแล้วทำการประมาณค่าความแปรปรวนโดยใช้สูตรในลักษณะเดียวกับการหาค่าความแปรปรวนของข้อมูลใด ๆ (S^2)

$$Var(\hat{\beta}_1) = \frac{nk-1}{nk}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}(\hat{\beta}_{1(ij)} - \hat{\beta}_{1(.)})^2$$

เมื่อ $\hat{\beta}_{1(.)} = (nk)^{-1}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\hat{\beta}_{1(ij)}$

โดยที่ $\hat{\beta}_{1(ij)}$ เป็นตัวประมาณเช่นเดียวกับ $\hat{\beta}_1$ แต่ต้องตัวค่าสังเกตที่ ij ออก

2.4 การประมาณค่าแบบช่วง

การสร้างช่วงการประมาณค่านั้นจะอาศัยการแจกแจงตัวอย่างของตัวประมาณค่าในรูปของ

$$T = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{\sqrt{V\hat{a}r(\hat{\beta}_1)}}$$

เมื่อ $V\hat{a}r(\hat{\beta}_1)$ เป็นค่าประมาณของความแปรปรวนของ $\hat{\beta}_1$

และทำการประมาณการแจกแจงตัวอย่างของ T โดยใช้การแจกแจงของ

$$T^* = \frac{\hat{\beta}_1^* - \hat{\beta}_1}{\sqrt{V\hat{a}r.(\hat{\beta}_1^*)}}$$

เมื่อ $V\hat{a}r(\hat{\beta}_1^*)$ และ $\hat{\beta}_1^*$ เป็นตัวประมาณเช่นเดียวกับ $V\hat{a}r(\hat{\beta}_1)$ และ $\hat{\beta}_1$ ซึ่งคำนวณจากตัวอย่างที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบไม่ใส่คืนกลับ (Y_{ij}^*, X_j) โดยที่ $i = 1,2,...,n$ และ $j = 1,2,...,k$ แล้วสร้างค่าที่เกี่ยวข้องภายใต้เงื่อนไขดังนี้

$$P^*(Y_{ij}^* = 1 | X_j) = \frac{e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_j}}{1 + e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_j}}$$

และ $$P^*(Y_{ij}^* = 0 | X_j) = \frac{1}{1 + e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_j}}$$

การแจกแจงของ T^* นั้นสามารถประมาณได้ด้วยวิธีมอนติคาร์โล โดยคำนวณค่า T^* ทั้ง B ครั้งอย่างเป็นอิสระกัน (B เป็นจำนวนครั้งสำหรับการประมาณการแจกแจงตัวอย่างของตัวประมาณค่า) และประมาณการแจกแจงของ T^* โดยพิจารณา

$$\frac{\#\{T^* \le \hat{t}_\alpha\}}{B} = \alpha$$

โดย $\hat{t}_\alpha$ เป็นค่าประมาณสำหรับค่าเปอร์เซนต์ไทล์ที่ α ของ T^*

ตัวอย่างเช่น ถ้า B = 1000 และ α = 0.05 แล้ว ค่า $\hat{t}_{0.05}$ จะมีค่าเท่ากับค่าของ T^* ที่มีค่ามากเป็นอันดับที่ 50 และถ้า α = 0.95 แล้วค่า $\hat{t}_{0.95}$ จะมีค่าเท่ากับค่าของ T^* ที่มีค่ามากเป็นอันดับที่ 950

เมื่อได้ตัวประมาณค่าแบบพารามิเตอร์แบบจุดและค่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่ารวมทั้งค่าการแจกแจงตัวอย่างของตัวประมาณค่าแล้ว ทำการสร้างช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ β_1 ดังนี้

$$\left(\hat{\beta}_1 - \hat{t}_{1-\alpha/2} \sqrt{V\hat{a}r(\hat{\beta}_1)} \;,\; \hat{\beta}_1 - \hat{t}_{\alpha/2} \sqrt{V\hat{a}r(\hat{\beta}_1)} \right)$$

2.5 เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่น

การเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่น สำหรับสัมประสิทธิ์ถดถอยของตัวแบบถดถอยโลจิสติกนั้นจะทำการเปรียบเทียบค่าระดับความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จาแต่ละวิธีที่ทำการศึกษาที่ระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 3 ระดับ คือ 90% , 95% และ 99% ในแต่ละสถานการณ์ทำการทดลองซ้ำ 500 ครั้ง การเปรียบเทียบค่า

ระดับความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่น จะทำการเปรียบเทียบระหว่างค่าระดับความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากแต่ละวิธีที่ทำการศึกษากับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ในการตรวจสอบว่าวิธีการประมาณใดให้ระดับความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดได้หรือไม่นั้น ผู้วิจัยจะอาศัยการทดสอบสมมติฐานโดยใช้ตัวสถิติ Z ดังนี้

$H_0 \quad : \quad p \geq p^*$

$H_1 \quad : \quad p < p^*$

$$-Z_{\alpha_0} < \frac{\hat{p} - p^*}{\sqrt{\frac{p^*(1-p^*)}{n}}} < 1$$

$$p^* - Z_{\alpha_0}\sqrt{\frac{p^*(1-p^*)}{n}} < \hat{p} < 1$$

เพราะฉะนั้น ช่วงในการยอมรับสมมติฐานหลัก คือ

$$\left(p^* - Z_{\alpha_0}\sqrt{\frac{p^*(1-p^*)}{n}} \;,\; 1 \right)$$

โดยที่ α_0 คือระดับนัยสำคัญหรือ Type I error ที่กำหนดในการทดสอบ ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบเท่ากับ 0.05

1. ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 90%

$H_0 \quad : \quad p \geq 0.90$

$H_1 \quad : \quad p < 0.90$

จะได้

$$\left(0.90 - 1.645\sqrt{\frac{(0.90)(0.10)}{500}}, 1\right)$$

$$(0.8779, 1)$$

2. ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 95%

$H_0 \quad : \quad p \geq 0.95$

$H_1 \quad : \quad p < 0.95$

จะได้

$$(0.95-1.645\sqrt{\frac{(0.95)(0.05)}{500}},1)$$

$$(0.9340,1)$$

3. ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 99%

$H_0 \quad : \quad p \geq 0.99$

$H_1 \quad : \quad p < 0.99$

จะได้

$$(0.99-1.645\sqrt{\frac{(0.99)(0.01)}{500}},1)$$

$$(0.9827,1)$$

เมื่อคำนวณค่าระดับความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นเฉลี่ยที่ได้ในแต่ละวิธีที่ทำการศึกษาทั้ง 3 วิธีแล้ว นำค่าระดับความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นเฉลี่ยที่ได้มาเปรียบเทียบกับค่า 0.8779 , 0.9340 และ 0.9827 ที่สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 90% , 95% และ 99% ตามลำดับ ถ้าในวิธีที่ทำการศึกษาวิธีใดให้ค่าระดับความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นเฉลี่ยจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าดังกล่าวจะถือว่าวิธีที่ทำการศึกษานั้นให้ค่าระดับความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในสถานการณ์นั้น ๆ ขั้นต่อไปคือพิจารณาเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นว่าวิธีที่ทำการศึกษาวิธีใดให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด และจะถือว่าวิธีที่ทำการศึกษานั้นเหมาะสมที่สุด นั่นคือวิธีการประมาณค่าแบบจุดและวิธีการประมาณค่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่าในวิธีนั้น ๆ ให้ช่วงการประมาณที่เหมาะสมที่สุด ทั้งนี้ในการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นจะเปรียบเทียบเฉพาะวิธีที่ทำการศึกษาที่ให้ค่าระดับความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเท่านั้น

2.6 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในปี ค.ศ. 1994 C.J.Swanepole และ C.C.Frangos ได้ทำการวิจัยเรื่อง " BOOTSTRAP CONFIDENCE INTERVALS FOR THE SLOPE PARAMETER OF A LOGISTIC MODEL " เพื่อศึกษาเปรียบเทียบช่วงความเชื่อมั่นแบบบูตสแตรป-ทีสำหรับสัมประสิทธิ์ถดถอยของตัวแบบถดถอยโลจิสติก เมื่อใช้วิธีการประมาณค่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่า $\hat{\beta}_1$ ที่แตกต่างกัน 4 วิธีดังนี้ วิธีที่หนึ่ง ใช้สารสนเทศของฟิชเชอร์ วิธีที่สองและสามจะอาศัยการประมาณแจค

ในฟีของเตอร์กี และฟังก์ชันอิทธิพลของ $\hat{\beta}_1$ ตามลำดับ ส่วนวิธีที่สี่เป็นการนำวิธีแจคไนฟ์มารวมกับพจน์อันดับที่ 3 ในฟังก์ชันขยายแบบ von Mises ของ $\hat{\beta}_1$ โดยทั้ง 4 วิธีจะใช้ตัวประมาณค่าแบบจุดของ β_1 ที่ได้จากวิธีความควรจะเป็นสูงสุด

ขอบเขตของการวิจัยของ C.J.Swanepole และ C.C.Frangos

- จำนวนตัวแปรอธิบาย 1 ตัวแปรแบ่งเป็น 5 และ 10 ระดับ โดยกำหนดค่าของระดับต่าง ๆ ดังนี้

$$X_1 = -3 \quad , \quad X_j = X_{j-1} + \frac{6}{k-1} \quad , \quad j = 1,2,\ldots,k$$

เมื่อ k คือจำนวนระดับของตัวแปรอธิบาย

- กำหนดให้ $\beta_0 = 0$ และ $\beta_1 = 1$
- ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในแต่ละระดับของตัวแปรอธิบายคือ 20 , 30 และ 40
- จำนวนครั้งของการทำบูตสแตรป คือ 200
- สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ 95%
- ทำซ้ำจำนวน 500 รอบ

ผลการวิจัยของ C.J.Swanepole และ C.C.Frangos

ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีการประมาณค่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่า $\hat{\beta}_1$ วิธีที่ 1 , 2 และ 3 จะมีค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นลดลงเมื่อจำนวนตัวอย่างและจำนวนระดับของตัวแปรอธิบายเพิ่มขึ้น แต่สำหรับวิธีที่ 4 จะมีค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ต่ำกว่าสามวิธีแรกถึงแม้วาจะมีจำนวนตัวอย่างและจำนวนระดับของตัวแปรอธิบายน้อยก็ตาม

ต้นฉบับ หน้าขาดหาย

3.1.4 เลือกวิธีที่ให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นมาทำการหาค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น แล้วทำการเปรียบเทียบในแต่ละวิธี

3.2 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

ขั้นตอนในการวิจัยมีดังนี้ คือ

3.2.1 สร้างข้อมูลที่จะใช้ในการวิจัย

3.2.2 ประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดและความแปรปรวนของตัวประมาณค่าตามวิธีที่ต้องการศึกษาทั้ง 3 วิธี

3.2.3 ประมาณการแจกแจงตัวอย่างของตัวประมาณค่าและสร้างช่วงการประมาณค่า

3.2.4 คำนวณค่าระดับความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่น

3.2.5 คำนวณค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

3.2.6 ทำการเปรียบเทียบช่วงความยาวเฉลี่ยของแต่ละวิธี ในแต่ละสถานการณ์

3.2.7 สรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์

รายละเอียดของขั้นตอนต่าง ๆ เป็นดังนี้

3.2.1 สร้างข้อมูลที่จะใช้ในการวิจัย

ในการสร้างข้อมูลที่จะใช้ในการวิจัยมีรายละเอียดและลำดับขั้นตอนดังนี้

3.2.1.1 สร้างตัวแปรอธิบาย X ตามระดับที่กำหนด จากความสัมพันธ์ดังนี้

$$X_j = X_{j-1} + \frac{1}{k-1} \quad ; \quad j = 2,3,\ldots,k$$

โดยกำหนดให้ $X_1 = 0.1$

เช่น ถ้าจำนวนระดับของตัวแปรอธิบาย (k) เท่ากับ 5 จะได้

$$X_1 = 0.1$$

$$X_2 = 0.1 + \frac{1}{5-1} = 0.1 + 0.25 = 0.35$$

$$X_3 = 0.35 + \frac{1}{5-1} = 0.35 + 0.25 = 0.60$$

$$X_4 = 0.60 + \frac{1}{5-1} = 0.60 + 0.25 = 0.85$$

และ $$X_5 = 0.85 + \frac{1}{5-1} = 0.85 + 0.25 = 1.10$$

ในทางปฏิบัติจริงจะกำหนดระดับของตัวแปรอธิบาย X ให้สอดคล้องกับปัญหา เช่น ต้องการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความเข้มข้นของน้ำยาเคมีที่ฉีดให้กับต้นเบญจมาศจำนวน 5 ระดับ กับค่าสัดส่วนของต้นเบญจมาศที่ตาย อาจจะกำหนดค่าความเข้มข้นซึ่งมีหน่วยเป็นมิลลิกรัมต่อลิตร ดังนี้ $X_1 = 2.6$, $X_1 = 3.8$, $X_1 = 5.1$, $X_1 = 7.7$ และ $X_1 = 10.2$

3.2.1.2 จากค่าของพารามิเตอร์ β_0 และ β_1 ที่กำหนดและจากค่าของตัวแปรอธิบายที่ได้ใน 3.2.1.1 แทนค่าลงในตัวแบบถดถอยโลจิสติก

$$p_j = \frac{e^{\beta_0+\beta_1 X_j}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 X_j}}$$

จะได้ค่าสัดส่วนของสิ่งที่สนใจในแต่ละระดับของตัวแปรอธิบาย

เช่น ถ้ากำหนดค่าพารามิเตอร์เบื้องต้น $\beta_0 = 0$ และ $\beta_1 = 1$ และค่าของตัวแปรอธิบาย X ที่ได้ใน 3.2.1.1 คือ $X_1 = 0.1$, $X_2 = 0.35$, $X_3 = 0.60$, $X_4 = 0.85$ และ $X_5 = 1.10$ เมื่อแทนค่าลงในตัวแบบถดถอยโลจิสติก จะได้

$$p_1 = \frac{e^{0+1(0.10)}}{1+e^{0+1(0.10)}} = 0.5250$$

$$p_2 = \frac{e^{0+1(0.35)}}{1+e^{0+1(0.35)}} = 0.5866$$

$$p_3 = \frac{e^{0+1(0.60)}}{1+e^{0+1(0.60)}} = 0.6457$$

$$p_4 = \frac{e^{0+1(0.85)}}{1+e^{0+1(0.85)}} = 0.7006$$

และ $$p_5 = \frac{e^{0+1(1.10)}}{1+e^{0+1(1.10)}} = 0.7503$$

3.2.1.3 นำค่าสัดส่วนที่ได้ใน 3.2.2.2 พร้อมกับขนาดตัวอย่างที่ได้กำหนดไว้สร้างข้อมูลโดยใช้เลขสุ่ม (Random Number) ซึ่งมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอในช่วง (0,1) โดยการสร้างข้อมูลจะสร้างในลักษณะเดียวกับการแจกแจงแบบทวินามดังรายละเอียดต่อไปนี้คือ

- สร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอในช่วง (0,1) ตามขนาดตัวอย่างที่ต้องการ
- เปรียบเทียบเลขสุ่มแต่ละตัวกับค่าสัดส่วนที่ได้ใน 3.2.1.2 ถ้าเลขสุ่มที่สร้างมีค่าน้อยกว่าค่าสัดส่วนก็จะทำการบวกสะสมไว้ เป็นค่าของจำนวนสิ่งที่สนใจศึกษา ซึ่งถ้ามีค่าสัดส่วนใน 3.2.1.2 อยู่ k ค่า ก็จะได้ค่าของจำนวนสิ่งที่สนใจศึกษา k ค่า

ในทางปฏิบัติจริงค่าสัดส่วนของสิ่งที่สนใจศึกษาจะได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูล จากตัวอย่างการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความเข้มข้นของน้ำยาเคมีที่ฉีดให้กับต้นเบญจมาศจำนวน 5 ระดับ กับค่าสัดส่วนของต้นเบญจมาศที่ตาย สามารถเก็บรวบรวมข้อมูลได้ดังนี้

ความเข้มข้นของน้ำยาเคมี (mg / l)	จำนวนต้นเบญจมาศทั้งหมด	จำนวนต้นเบญจมาศที่ตาย	สัดส่วนของต้นเบญจมาศที่ตาย
2.6	50	6	0.12
3.8	48	16	0.33
5.1	46	24	0.52
7.7	49	42	0.86
10.2	50	44	0.88

3.2.2 ประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดและความแปรปรวนของตัวประมาณค่าตามวิธีที่ต้องการทำการศึกษาทั้ง 3 วิธี

3.2.2.1 การประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 แบบจุด และความแปรปรวนของตัวประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก จากสูตรการคำนวณต่อไปนี้

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{j=1}^{k} W_j (p'_j - \overline{p}')(X_j - \overline{X})}{\sum_{j=1}^{k} W_j (X_j - \overline{X})^2}$$

$$V\hat{a}r(\hat{\beta}_1) = \frac{1}{\sum_{j=1}^{k} W_j (X_j - \overline{X})^2}$$

เมื่อ $W_j = n_j p_j (1 - p_j)$

$$\overline{p}' = \frac{\sum_{j=1}^{k} W_j p'_j}{\sum_{j=1}^{k} W_j}$$

$$\overline{X} = \frac{\sum_{j=1}^{k} W_j X_j}{\sum_{j=1}^{k} W_j}$$

$$p'_j = \ln\left(\frac{p_j}{1-p_j}\right)$$

$$p_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_{ij}}{n}$$

จากตัวอย่างการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความเข้มข้นของน้ำยาเคมีที่ฉีดให้กับต้นเบญจมาศจำนวน 5 ระดับ กับค่าสัดส่วนของต้นเบญจมาศที่ตาย สามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 แบบจุด และความแปรปรวนของตัวประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนักได้ดังนี้

ความเข้มข้นของน้ำยาเคมี (mg / l) X_j	สัดส่วนของต้นเบญจมาศที่ตาย p_j	p'_j $\ln(\frac{p_j}{1-p_j})$	W_j $n_j p_j(1-p_j)$
2.6	0.12	-1.9924	5.2800
3.8	0.33	-0.6946	10.6613
5.1	0.52	0.0881	11.4777
7.7	0.86	1.7906	6.0050
10.2	0.88	1.9924	5.2800

$$\overline{p'} = \frac{\sum_{j=1}^{k} W_j p'_j}{\sum_{j=1}^{k} W_j} = \frac{4.3584}{38.704} = 0.1126$$

$$\overline{X} = \frac{\sum_{j=1}^{k} W_j X_j}{\sum_{j=1}^{k} W_j} = \frac{212.8717}{38.704} = 5.5$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{j=1}^{k} W_j (p_j' - \overline{p}')(X_j - \overline{X})}{\sum_{j=1}^{k} W_j (X_j - \overline{X})^2} = \frac{115.7913}{222.7518} = 0.5198$$

$$V\hat{a}r(\hat{\beta}_1) = \frac{1}{\sum_{j=1}^{k} W_j (X_j - \overline{X})^2} = \frac{1}{222.7518} = 0.0045$$

3.2.2.2 ประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 แบบจุดด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด จากสูตรคำนวณต่อไปนี้

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{1}{2} + \frac{\beta_0 + \beta_1 X_j}{6}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} X_j Y_{ij} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} X_j\left(\frac{1}{2} + \frac{\beta_0 + \beta_1 X_j}{6}\right)$$

ทำการแก้สมการก็จะได้ค่าประมาณของ β_0 และ β_1 นั่นก็คือ $\hat{\beta}_0$ และ $\hat{\beta}_1$

จากตัวอย่างการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความเข้มข้นของน้ำยาเคมีที่ฉีดให้กับต้นเบญจมาศจำนวน 5 ระดับ กับค่าสัดส่วนของต้นเบญจมาศที่ตาย สามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 แบบจุด ด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุดได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij} = 132 \quad , \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} X_j Y_{ij} = 971$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} X_j = 1434.3 \quad , \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} X_j^2 = 10334.79$$

แทนค่าต่าง ๆ ข้างต้นลงในสมการ

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} Y_{ij} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{1}{2} + \frac{\beta_0 + \beta_1 X_j}{6}\right)$$

$$132 = \frac{243}{2} + \frac{243}{6}\beta_0 + \frac{1434.3}{6}\beta_1$$

$$40.5\beta_0 + 239.05\beta_1 = 10.5 \quad \text{...(1)}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} X_j Y_{ij} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} X_j \left(\frac{1}{2} + \frac{\beta_0 + \beta_1 X_j}{6}\right)$$

$$971 = \frac{1434.3}{2} + \frac{1434.3}{6}\beta_0 + \frac{10334.79}{6}\beta_1$$

$$239.05\beta_0 + 1722.465\beta_1 = 253.85 \quad \text{.................................(2)}$$

จากสมการ (1) และ (2) แก้สมการหาค่าประมาณของ β_0 และ β_1 นั่นก็คือ $\hat{\beta}_0$ และ $\hat{\beta}_1$ ได้ค่าดังนี้

$$\hat{\beta}_0 = -3.3767 \quad \text{และ} \quad \hat{\beta}_1 = 0.6$$

3.2.2.3 ประมาณค่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่า $\hat{\beta}_1$ ด้วยวิธีการใช้สารสนเทศของฟิชเชอร์ จากสูตรคำนวณต่อไปนี้

$$V\hat{a}r(\hat{\beta}_1) = \frac{1}{I(\hat{\beta}_1)}$$

เมื่อ $$I(\hat{\beta}_1) = n\sum_{j=1}^{k} X_j^2 \frac{e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_j}}{(1+e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_j})^2}$$

จากตัวอย่างการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความเข้มข้นของน้ำยาเคมีที่ฉีดให้กับต้นเบญจมาศจำนวน 5 ระดับ กับค่าสัดส่วนของต้นเบญจมาศที่ตาย สามารถประมาณค่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่า $\hat{\beta}_1$ ด้วยวิธีการใช้สารสนเทศของฟิชเชอร์ได้ดังนี้

$$I(\hat{\beta}_1) = n\sum_{j=1}^{k} X_j^2 \frac{e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_j}}{(1+e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_j})^2} = 1262.7749$$

$$V\hat{a}r(\hat{\beta}_1) = \frac{1}{1262.7749} = 0.0008$$

3.2.2.4 ประมาณค่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่า $\hat{\beta}_1$ ด้วยวิธีแจคไนฟ์ จากสูตรคำนวณต่อไปนี้

$$V\hat{a}r(\hat{\beta}_1) = \frac{nk-1}{nk}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(\hat{\beta}_{1(ij)} - \hat{\beta}_{1(.)}\right)^2$$

เมื่อ $\hat{\beta}_{1(.)} = (nk)^{-1}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\hat{\beta}_{1(ij)}$

โดยที่ $\hat{\beta}_{1(ij)}$ เป็นตัวประมาณค่าเช่นเดียวกับ $\hat{\beta}_1$ แต่ต้องตัดค่าสังเกตุที่ ij ออก

จากตัวอย่างการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความเข้มข้นของน้ำยาเคมีที่ฉีดให้กับต้นเบญจมาศจำนวน 5 ระดับ กับค่าสัดส่วนของต้นเบญจมาศที่ตาย สามารถประมาณค่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่า $\hat{\beta}_1$ ด้วยวิธีแจคไนฟ์ได้ดังนี้

$$\hat{\beta}_{1(.)} = (nk)^{-1}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\hat{\beta}_{1(ij)} = 0.6124$$

$$V\hat{a}r(\hat{\beta}_1) = \frac{nk-1}{nk}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\left(\hat{\beta}_{1(ij)} - \hat{\beta}_{1(.)}\right)^2 = 0.0098$$

3.2.3 ประมาณการแจกแจงตัวอย่างของตัวประมาณค่าและสร้างช่วงการประมาณค่า

ทำการสร้างช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ สำหรับ β_1 ดังนี้

$$\left(\hat{\beta}_1 - \hat{t}_{1-\alpha/2}\sqrt{V\hat{a}r(\hat{\beta}_1)} \;,\; \hat{\beta}_1 - \hat{t}_{\alpha/2}\sqrt{V\hat{a}r(\hat{\beta}_1)} \right)$$

โดยที่ $\hat{\beta}_1$ และ $V\hat{a}r(\hat{\beta}_1)$ คือตัวประมาณค่าแบบจุดและความแปรปรวนของตัวประมาณค่าสำหรับพารามิเตอร์ β_1 ตามลำดับ ซึ่งได้จากวิธีการประมาณค่าตามวิธีที่ทำการศึกษาทั้ง 3 วิธี ส่วน $\hat{t}_{1-\alpha/2}$ และ $\hat{t}_{\alpha/2}$ เป็นค่าการแจกแจงตัวอย่างของตัวประมาณค่าโดยอาศัยการแจกแจงในลักษณะเดียวกับการแจกแจงแบบที ที่ $1-\alpha/2$ และ $\alpha/2$ ตามลำดับ สามารถหาค่าได้จากขั้นตอนต่อไปนี้

3.2.3.1 กำหนดจำนวนรอบของการสุ่มซ้ำ (สุ่มแบบไม่ใส่คืนกลับ รายละเอียดเสนอในภาคผนวก ก) ซึ่งในงานวิจัยนี้คือ 1000 รอบ

3.2.3.2 ในแต่ละรอบของการสุ่มซ้ำ คำนวณค่า T^* จาก

$$T^* = \frac{\hat{\beta}_1^* - \hat{\beta}_1}{\sqrt{V\hat{a}r_*(\hat{\beta}_1^*)}}$$

3.2.3.3 นำค่า T^* ที่ได้ 1000 ค่ามาเรียงจากค่าน้อยไปหามาก

3.2.3.4 ค่า $\hat{t}_{1-\alpha/2}$ และ $\hat{t}_{\alpha/2}$ ก็จะมีค่าเท่ากับค่าของ T^* ที่มีค่าเป็นอันดับที่ $(1-\alpha/2)$ คูณ 1000 และ $(\alpha/2)$ คูณ 1000 ตามลำดับ ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 3 ระดับคือ 90% , 95% และ 99% นั่นก็คือจะได้ค่าของ α เป็น 0.1 , 0.05 และ 0.01ตามลำดับ ดังนั้นค่า $\hat{t}_{1-\alpha/2}$ และ $\hat{t}_{\alpha/2}$ สามารถหาค่าได้ดังนี้

ที่ระดับ α คือ 0.1

$\hat{t}_{1-\alpha/2}$ เท่ากับ $\hat{t}_{0.95}$ ก็คือค่า T^* ที่มีค่ามากเป็นอันดับที่ 950

$\hat{t}_{\alpha/2}$ เท่ากับ $\hat{t}_{0.05}$ ก็คือค่า T^* ที่มีค่ามากเป็นอันดับที่ 50

ที่ระดับ α คือ 0.05

$\hat{t}_{1-\alpha/2}$ เท่ากับ $\hat{t}_{0.975}$ ก็คือค่า T^* ที่มีค่ามากเป็นอันดับที่ 975

$\hat{t}_{\alpha/2}$ เท่ากับ $\hat{t}_{0.025}$ ก็คือค่า T^* ที่มีค่ามากเป็นอันดับที่ 25

ที่ระดับ α คือ 0.01

$\hat{t}_{1-\alpha/2}$ เท่ากับ $\hat{t}_{0.995}$ ก็คือค่า T^* ที่มีค่ามากเป็นอันดับที่ 995

$\hat{t}_{\alpha/2}$ เท่ากับ $\hat{t}_{0.005}$ ก็คือค่า T^* ที่มีค่ามากเป็นอันดับที่ 5

จากตัวอย่างการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความเข้มข้นของน้ำยาเคมีที่ฉีดให้กับต้นเบญจมาศจำนวน 5 ระดับ กับค่าสัดส่วนของต้นเบญจมาศที่ตาย สามารถสร้างช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับ β_1 ได้ดังนี้

วิธีการประมาณค่าวิธีที่ 1

$$(0.5198-(2.3682)\sqrt{0.0045} \;,\; 0.5198-(-1.1261)\sqrt{0.0045})$$

$$(0.3609 \;,\; 0.5953)$$

วิธีการประมาณค่าวิธีที่ 2

$$(0.6000-(5.5492)\sqrt{0.0008} \;,\; 0.6000-(-3.5569)\sqrt{0.0008})$$

$$(0.4318 \;,\; 0.7006)$$

วิธีการประมาณค่าวิธีที่ 3

$$(0.6000-(1.6574)\sqrt{0.0098} \;,\; 0.6000-(-1.3480)\sqrt{0.0098})$$

$$(0.4359 \;,\; 0.7334)$$

3.2.4 คำนวณค่าระดับความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่น

ในแต่ละสถานการณ์จากวิธีการประมาณค่าทั้ง 3 วิธี เมื่อทำการคำนวณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ β_1 ที่แต่ละระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดเรียบร้อยแล้ว จะทำการตรวจสอบว่าช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นที่กำหนดไว้หรือไม่ ถ้าช่วงความเชื่อมั่นที่ได้ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ β_1 เริ่มต้น ก็จะทำการนับจำนวนและบวกสะสมไว้ โดยที่จะทำการสร้างช่วงความเชื่อมั่นซ้ำ ๆ กันจำนวน 500 รอบ และเมื่อนำค่าที่บวกสะสมไว้หารด้วยจำนวนรอบที่ทำซ้ำ ค่าที่ได้ก็คือ ค่าระดับความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากแต่ละวิธีที่ทำการศึกษา

3.2.5 คำนวณค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

การคำนวณค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทำได้โดยเมื่อคำนวณช่วงความเชื่อมั่นจากแต่ละวิธีที่ทำการศึกษาจำนวน 500 รอบแล้วทำการหาผลต่างระหว่างขีดจำกัดบนและขีดจำกัดล่างของแต่ละรอบ และนำผลต่างที่ได้ทั้ง 500 รอบมาบวกสะสมแล้วหารด้วยจำนวนรอบก็จะได้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นเพื่อใช้ในการเปรียบเทียบระหว่างวิธีการประมาณในวิธีต่าง ๆ

3.2.6 ทำการเปรียบเทียบช่วงความยาวเฉลี่ยของแต่ละวิธี ในแต่ละสถานการณ์

ในการพิจารณาค่าระดับความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่น เกณฑ์ในการพิจารณาว่าค่าระดับความเชื่อมั่นที่ได้จากการจำลองมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่นที่กำหนดจะอาศัยการทดสอบสมมติฐาน โดยใช้ตัวสถิติ Z ดังนั้นที่ระดับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 90% , 95% และ 99% หากวิธีการประมาณในวิธีใดให้ค่าระดับความเชื่อมั่นจากการจำลองไม่ต่ำกว่า 0.8779 , 0.9340 และ 0.9827 ตามลำดับ จะถือว่าวิธีการประมาณนั้นให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ถ้าวิธีการในวิธีใดมีค่าระดับความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นเฉลี่ยไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดจะนำไปคำนวณค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นและทำการเปรียบเทียบต่อไป

3.2.7 สรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์

3.3 รายละเอียดเกี่ยวกับการทำงานของโปรแกรม

ตารางที่ 3.3.1 แสดงลักษณะการทำงานของโปรแกรมทั้งหมดที่ใช้ในการวิจัย

อันดับที่	ชื่อโปรแกรม	คุณสมบัติของโปรแกรม	ชื่อโปรแกรมที่เรียกใช้
โปรแกรมหลัก	MAIN	- สร้างข้อมูล - ประมาณค่าพารามิเตอร์และความแปรปรวน - เปรียบเทียบความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น	GENY , SUMY , RANDY , CHKTYPEI , SORT , INTERVAL , MLE , FISHER , JACKNIFE , WLE
โปรแกรมย่อย			
1	RAND	- สร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอ	-
2	GENY	- สร้างข้อมูลซึ่งเป็นค่าสังเกตุ	RAND
3	SUMY	- หาผลรวมของค่าสังเกตุ	-
4	RANDY	- สร้างข้อมูลที่ใช้สำหรับการทำบูตสแตรป	RAND
5	SORT	- เรียงลำดับค่าบูตสแตรป-ที	-
6	CHKTYPEI	- ตรวจสอบระดับความเชื่อมั่นพร้อมคำนวณค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น	--
7	INTERVAL	- สร้างช่วงการประมาณค่า	-
8	C_INTER	- นับจำนวนช่วงความเชื่อมั่นที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์	
9	MLE	- ประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด	-
10	FISHER	- ประมาณค่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่าด้วยวิธีการใช้ข้อสนเทศของฟิชเชอร์	-

ตารางที่ 3.3.1 (ต่อ) แสดงลักษณะการทำงานของโปรแกรมทั้งหมดที่ใช้ในการวิจัย

อันดับที่	ชื่อโปรแกรม	คุณสมบัติของโปรแกรม	ชื่อโปรแกรมที่เรียกใช้
11	JACKNIFE	- ประมาณค่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่าด้วยวิธีแจคไนฟ์	MLE
12	WLE	- ประมาณค่าพารามิเตอร์แบบจุดและความแปรปรวนของตัวประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดถ่วงน้ำหนัก	-

ขั้นตอนในการทำงานของโปรแกรมการหาค่าระดับความเชื่อมั่นและค่าความยาวเฉลี่ยและช่วงความเชื่อมั่น สรุปเป็นผังงานได้ดังรูป