# วิธีการใช้ไดนามิคคอนเดนเขชั่นอย่างง่ายในการวิเคราะห์ทางพลศาสตร์ของโครงสร้างแผ่นบางและ โครงสร้างเปลือกบาง



นาย สุริยา ทัศนียานนท์

004119

วิทยานิพนธ์นี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. ๒๕๒๔

# A SIMPLIFIED DYNAMIC CONDENSATION SCHEME IN DYNAMIC ANALYSIS OF PLATE AND SHELL STRUCTURES

Mr. Suriya Thusneeyanont

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Engineering

Department of Civil Engineering

Graduate School

Chulalongkorn University

1981

หัวขอวิทยานีพนธ	วิธีการ ไช โดนามีคคอน เดน เชชันอยางงาย ในการวิ เคราะหทางพลศาสตรของ
	โครงสร้างแผ่นบาง และโครงสร้างเปลือกบาง
โดย	นาย สุริยา ทัศนียานนท์
ภาควิชา	วิศวกรรมโยธา
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.ปณิธาน ลักคุณะประสิทธิ์
บัณฑิตวิทยา ตามหลักสูตรปริญญามหา	ลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานีพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา บัณฑิต
	ปนกฝน บากกล คณบดีปัณฑิตวิทยาลัย
	(รองศาสตราจารย์ คร.สุประดิษฐ์ บุนนาค)
คณะกรรมการสอบวิทยา	นิพนธ์
	ประธานกรรมการ
	(รองศาสตราจารย์ คร.วินิต ช่อวิเชียร)
	ครรมการ
	(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ คร.ทักษิณ เทพชาตรี)
	The Soll nssuns
	(รองศาสตราจารย์ คร.ปณิธาน ลักคุณะประสิทธิ์)

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

หัวข้อวิทยานิพนธ์ วิธีการใช้ไดนามิคคอนเดนเชชั่นอย่างง่ายในการวิเคราะห์ทางพลศาสตร์

ของโครงสร้างแผ่นบางและโครงสร้างเปลือกบาง

ชื่อนิสิต นาย สุริยา ทัศนียานนท์

อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ คร.ปณิธาน ลักคุณะประสิทธิ์

ภาควิชา วิศวกรรมโยธา

ปีการศึกษา ๒๕๒๓

บทศัดย่อ

งานวิจัยฉบับนี้ได้ เสนอวิธีการอย่างง่ายในการลดจำนวนตัวแปรอิสระสำหรับการวิเคราะห์
ทางพลศาสตร์ของโครงสร้างแผ่นบางและโครงสร้างเปลือกบางโดยการพิจารณาให้การเคลื่อนที่ของ
จุดข้อต่อบริเวณขอบต่อ เนื่องของโครงสร้างย่อย เป็นพิกัดการเคลื่อนที่ประธานซึ่งใช้ เป็นพิกัดทั่วไปของ
โครงสร้างทั้งระบบ พลังงานความเครียดของระบบที่ลดจำนวนตัวแปรแล้วนั้นเขียนให้อยู่ในรูปของพิกัด
การเคลื่อนที่ประธานได้โดยการสมมุติว่าความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดการเคลื่อนที่บริวารซึ่งจะถูกลดทั้งกับ
พิกัดการเคลื่อนที่ประธานนั้นเหมือนกับความสัมพันธ์ที่ใช้ในวิธีการลดจำนวนตัวแปรทางสถิตย์มาตรฐาน
ส่วนในการหาพลังงานจลน์โดยประมาณของระบบที่ลดจำนวนตัวแปรแล้วนั้น สมมุติว่าความเร็วของจุด
ข้อต่อบริวารจะหาได้จากการเทียบส่วนเฉลี่ยโดยตรงกับความเร็วของจุดข้อต่อประธานเมื่อพิจารณาว่า
โครงสร้างย่อย เปรียบ เสมือนเป็นขึ้นส่วนไอโซพาราเมตริคใหญ่อันหนึ่ง ด้วยวิธีการดังกล่าวจะสามารถ
หาเมทริคซ์ของมวลซึ่งลดขนาดได้โดยตรงอย่างง่าย ๆ สมการการเคลื่อนที่ของระบบที่ลดจำนวนตัว
แปรแล้วหาได้โดยใช้สมการของลากรางจ์ จากตัวอย่างแสดงผลการคำนวณทางตัวเลขสำหรับการสั่น
อิสระและการตอบสนองเมื่อมีแรงภายนอกมากระทำโดยการเปรียบเทียบผลลัพธ์กับการใช้วิธีการลดจำนวนตัวแปรอย่างคงตัวแปลง แสดงให้เห็นว่าผลสัพธ์ของวิธีการที่นำเสนอมีความถูกต้องอยู่ในเกณฑ์ที่ยอม
รับได้ในทางปฏิบัติ

Thesis Title A Simplified Dynamic Condensation Scheme in Dynamic

Analysis of Plate and Shell Structures

Name Mr. Suriya Thusneeyanont

Thesis Advisor Associate Professor Panitan Lukkunaprasit, Ph.D.

Department Civil Engineering

Academic Year 1980

#### ABSTRACT

This research presents a simple mass condensation scheme for the dynamic analysis of plate and shell structures. The substructure interface nodal displacements are used as generalized coordinates of the reduced system. The strain energy of the reduced system is expressed in terms of the master nodal displacements, by assuming the same transformation between the master and slave displacements as that in the standard static condensation method. In determining the approximate kinetic energy of the reduced system the slave nodal velocities are interpolated from the master nodal velocities by treating the substructure as a macro isoparametric element. This leads to a simple direct method for the determination of the reduced mass matrix. The equations of motion for the reduced system are then derived by applying Lagrange's equations. Numerical examples for free and forced vibration are obtained using the proposed scheme and compared with those calculated by using the consistent condensation scheme. The numerical results show that the accuracy of the proposed method is satisfactory for practical purposes.

#### กิติกรรมประกาศ



วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความเอื้อเพื้อของผู้มีพระคุณหลายท่าน ซึ่งผู้เขียนขอกราบ ขอบพระคุณไว้ ณ โอกาสนี้ ได้แก่ บุพการี คณาจารย์ของผู้เขียนทุกท่าน คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ซึ่งนอกเหนือจากความกรุณาในการรับเป็นกรรมการสอบแล้ว ท่านยังได้ให้ความเมตตากับผู้เขียน ตลอดมา โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.วินิต ช่อวิเชียร ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทักษิณ เทพชาตรี และโดยเฉพาะอย่างยิ่ง รองศาสตราจารย์ ดร.ปณิธาน สักคุณะประสิทธิ์ นั้น ทุกสิ่งทุกอย่างที่ท่านได้ ทำเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงลงได้เป็นสิ่งที่มีคุณค่าสูงสุดสำหรับผู้เขียน

ผู้ เขียนขอกราบขอบพระคุณอาจารย์และ เจ้าหน้าที่ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ตลอดจน ทุก ๆ ท่านที่ได้มีส่วนช่วย เหลือในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

สุริยา ทัศนียานนท์

## สารบัญ

	หน้า	
บทศัดย่อภาษาไทย	V	
บทศัดย่อภาษาอังกฤษ	ৰ	
กิติกรรมประกาศ		
สารบัญ	ช	
รายการตารางประกอบ	ณ	
รายการรูปประกอบ	ฏ	
สัญญลักขณ์	14.1	
บทที่		
๑ บทนา	9	
๑.๑ ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	9	
๑.๒ การสารวจการวิจัยอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง	9	
๑.๓ วัตถุประสงค์และขอบเขตของการวิจัย	ព	
๑.๔ แนวความคิดที่จะนำมาใช้ในการวิจัย	«	
๑.๕ ประโยชน์ที่จะได้รับจากการวิจัย	€	
๒ หลักการในการแก้ปัญหา	و	
๒.๑ สมการการเคลื่อนที่ของลากรางจ์	6	
๒.๒ พลังงานและงานของระบบที่ประกอบด้วยโครงสร้างย่อย	୯	
๒.๓ สมการการเคลื่อนที่ของระบบซึ่งลดจำนวนตัวแปร	99	
๒.๔ การพิจารณาหาเมทริคช์แปลงที่จะนำมาใช้ในการลดขนาด		
เมทริคช์	ବ୍ର	

บทที่		หน้า
	๒.๕ วิธีการที่นำเสนอในการลดขนาดเมทริคซ์ของมวลสำหรับโครงสร้าง	
	แผ่นบางและโครงสร้างเปลือกบาง	96
	๒.๖ การหาฟิกัดของจุดในระบบพิกัดธรรมชาติเพื่อใช้ในการสร้างเมทริคซ์	
	แปลงที่ใช้ในการลดขนาดเมทริคซ์ของมวลอย่างง่าย	୭ଟ
ព	ตัวอย่างแสดงผลการคำนวณทางตัวเลข และการพิจารณาผลลัพธ์	िह
	๓.๑ การสั่นฮิสระของโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรองรับแบบ	
	ธรรมดาที่ขอบทั้งสีด้าน	நெ
	๓.๒ การสั่นของโครงสร้างแผ่นบางยืนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	চি ব
	๓.๓ การสั่นอิสระของโครงสร้างแผ่นบางยื่นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	ष्ट
	๓.๔ การสั่นอิสระของโครงสร้างหลังคาเปลือกบางโค้งทรงกระบอก	വിയ
ď	สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	ମସ
เอกสารอ้างอิ	ν	ମମ
ภาคผนวก ก.		00
ประวัติผ <sup>ู้</sup> เขียน		56

### รายการตารางประกอบ

พารางที่			หน้า
	9	เปรียบเทียบค่าความถี่ไร้มิติและร้อยละของความคลาดเคลื่อน (ในวงเล็บ)	
		สำหรับแบบจำลองต่าง ๆ ของโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรองรับ	
		แบบธรรมดาโดย เทียบกับแบบจำลองที่ 1-1	ଷଝ
	b . 9	เปรียบเทียบค่ำความถี่ไร้มิติและร้อยละของความคลาดเคลื่อน (ในวงเล็บ)	
		สำหรับแบบจำลองต่าง ๆ ของโครงสร้างแผ่นบางยื่นรูปสี่ เหลี่ยมฝืนผ้าโดย	
		เทียบกับแบบจำลองที่ 2-1 ใช้วิธีหามวลของชิ้นส่วนเบื้องต้นอย่างคอนซิส-	
		แทนต์	40
	l . lo	เปรียบเทียบค่ำความถี่ไร้มิติและร้อยละของความคลาดเคลื่อน (ในวงเล็บ)	
		สำหรับแบบจำลองต่าง ๆ ของโครงสร้างแผ่นบางยืนรูปสี่ เหลี่ยมผืนผ้าโดย	
		เทียบกับแบบจาลองที่ 2-1 ใช้วิธีหามวลของขึ้นส่วนเบื้องต้นอย่างเหมารวม .	<b>≰</b> ୭
	ศ.๑	เปรียบเทียบค่าความถี่ไร้มิติและร้อยละของความคลาดเคลื่อน (ในวงเล็บ)	
		สำหรับแบบจำลองต่าง ๆ ของโครงสร้างแผ่นบางยืนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่ง	
		ใช้วิธีลดขนาดเมทริคซ์ของมวลอย่างง่ายโดยเทียบกับแบบจาลองที่ 3-1	<b>C</b>
	៣.២	เปรียบเทียบค่าความถี่ไร้มิติและร้อยละของความคลาดเคลื่อน (ในวงเล็บ)	
		สำหรับแบบจำลองต่าง ๆ ของโครงสร้างแผ่นบางยืนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่ง	
		ใช้วิธีลดขนาด เมทริคช์ของมวลอย่างคงตัวแปลงโดย เทียบกับแบบจาลองที่	
		3–1	๔๓
	ព.ព	เปรียบเทียบค่าความถี่ไร้มิติและร้อยละของความคลาดเคลื่อน (ในวงเล็บ)	
		สำหรับแบบจำลองต่าง ๆ ของโครงสร้างแผ่นบางยืนรูปสี่ เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่ง	
		ใช้วิธีลดขนาดเมทริคช์ของมวลอย่างง่ายโดยที่ลดตัวแปรในแนวหมุนของจุด	
		ข้อต่อประธานรองทิ้ง เทียบกับแบบจาลองที่ 3-1	44

ตารางที่			หน้า
	๓.๔	เปรียบเทียบคำความถี่ไร้มีติและร้อยละของความคลาดเคลื่อน (ในวงเล็บ)	
		สำหรับแบบจำลองต่าง ๆ ของโครงสร้างแผ่นบางยืนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่ง	
		ใช้วิธีลดขนาดเมทริคข์ของมวลอย่างคงตัวแปลง โดยที่ลดตัวแปรในแนวหมุน	
		ของจุดข้อต่อประธานรองทิ้ง เทียบกับแบบจำลองที่ 3-1	Œ
	ก.๕	เปรียบเทียบค่ำความถี่ไร้มิติและร้อยละของความคลาดเคลื่อน (ในวงเล็บ)	
		สำหรับแบบจำลองต่าง ๆ ของโครงสร้างแผ่นบางยื่นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	
		ระหวางการลด เฉพาะตัวแปรในแนวหมุน กับการลดตัวแปรทุกชนิดของจุดข้อ	
		<ul><li>ต่อประธานรอง เทียบกับแบบจำลองที่ 3-1</li></ul>	۵,
	<b>a</b>	เปรียบเทียบค่ำความถี่มีมิติ (เรเดียน/วินาที) และร้อยละของความ	
		คลาดเคลื่อน (ในวงเล็บ) สำหรับแบบจำลองต่าง ๆ ของโครงสร้างหลังคา	
		เปลือกบางโค้งทรงกระบอกโดยเทียบกับแบบจาลองที่ 4-1	<b>«</b>

## รายการรูปประกอบ

รษที่			หน้า
	9.	แสดงรายละเอียดของโครงสร้างเพื่อประกอบการพิจารณา	<b>« «</b>
		จ.ก แสดงลักษณะทั่วไปของโครงสร้างซึ่งแบ่งออกเป็นโครงสร้างย่อยและ	
		แต่ละโครงสร้างย่อยประกอบขึ้นด้วยขึ้นส่วนเบื้องต้น	<b>E E</b>
		๑.ฃ แสดงโครงสร้างย่อยใด ๆ มีจุด 1, 2, 3 และ 4 เป็นจุดข้อต่อที่	
		มุมทั้งสี่ของโครงสร้างย่อย	4
	<b>b</b> .	แบบจำลองต่าง ๆ ของโครงสร้างแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรองรับแบบ	
		ธรรมดาที่ขอบทั้งสี่ด้านแสดงจำนวนตัวแปรอิสระหลังจากการกำหนดสภาพ	
		ขอบเขต (ในวงเล็บ)	ď٥
		๒.ก แบบจำลองที่ 1−1 ·····	<b>6</b> 0
		๒.ฃ แบบจำลองที่ 1−2	<b>«</b> 0
		๒.ค แบบจำลองที่ 1A−S และ 1A−C	60
		๒.ง แบบจำลองที่ lAT-S	ď٥
	n.	แบบจำลองต่าง ๆ ของโครงสร้างแผ่นบางยืนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแสดงจำนวน	
		ตัวแปรอิสระหลังจากการกำหนดสภาพขอบเขต (ในวงเล็บ)	69
		ต.ก แบบจำลองที่ 2-1	Œ9
		ต.ข แบบจำลองที่ 2-2	á 9
		ต.ค แบบจาลองที่ 2A-S และ 2A-C	₫9
		๓.ง แบบจำลองที่ 2AT-S และ 2AT-C	€9
		๓.จ แบบจาลองที่ 2AR-S และ 2AR-C	₫9
	๔.	แสดงรูปแบบพิกัดการเคลื่อนที่ลำดับต่าง ๆ จากค่าไอเกนเวคเตอร์สำหรับ	
		พิกัดการเคลื่อนที่เชิงแนวทางขวาง	៤០
	۵.	การเปรียบเทียบการเคลื่อนที่ทางขวางของจุดกึ่งกลางที่ปลายยื่นของโครง	
		สร้างแผ่นบางยืนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าภายใต้แรงกระทำเป็นจุดทันทีทันใดคงที่ .	<b>Č</b> G

31M			หน้า
	۵.	แบบจาลองต่าง ๆ ของโครงสร้างแผ่นบางยืนรูปสี่ เหลี่ยมจัตุรัสแสคง	
		จำนวนตัวแปรอิสระหลังจากการกำหนดสภาพขอบเขต (ในวงเล็บ)	<b>ፈ</b> ፈ
		๖.ก แบบจำลองที่ 3-1	<b>«</b> «
		๖.ข แบบจำลองที่ 3-2	<b>ፈ</b> ፈ
		๖.ค แบบจำลองที่ 3-3	<b>6</b> 6
		๖.ง.๑ แบบจาลองที่ 3A-S และ 3A-C	₫₫
		๖.ง.๒ แบบจาลองที่ 3AR-S และ 3AR-C	<b>«</b> «
		๖.จ.๑ แบบจำลองที่ 3B-S และ 3B-C	<b>&amp;</b> 20
		๖.จ.๒ แบบจำลองที่ 3BR-S และ 3BR-C	డి ఏ
		๖.จ.๓ แบบจำลองที่ 3BT-S และ 3BT-C	<b>&amp;</b> &
		๖.ฉ.๑ แบบจาลองที่ 3C-S และ 3C-C	وه
		๖.ฉ.๒ แบบจาลองที่ 3CR-S และ 3CR-C	<b>&amp;</b> '5
		๖.ช.๑ แบบจาลองที่ 3D-S และ 3D-C	ď۵
		๖.ช.๒ แบบจาลองที่ 3DR-S และ 3DR-C	وي
	៧.	แสคงร้อยละของความคลาดเคลื่อนของความถี่อิสระสาหรับแบบจาลอง	
		ต่าง ๆ ของโครงสร้างแผ่นบางยืนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	ŒĦ
	۲.	แสดงร้อยละของความคลาดเคลื่อนของความถี่อิสระสำหรับแบบจำลอง	
		ต่าง ๆ ของโครงสร้างแผ่นบางยื่นรูปสี่เหสี่ยมจัตุรัสโดยมีผลลัพธ์จากเอก-	
		สารอ้างอิงเปรียบเทียบ	<b>&amp;</b> K
	๙.	โครงสร้างหลังคาเปลือกบางโค้งทรงกระบอก	Œ &
		๔ก. รูปทรงทางเรขาคณิตของโครงสร้าง	<b>&amp;</b> &
		<บ. แบบจำลองที่ 4-1 ······	<b>&amp;</b> &
		๙ค. แบบจำลองที่ 4-2	Œ &
		๙ง. แบบจาลองที่ 4A−S และ 4A−C	<b>E</b> «
			ر مع

# สัญญลักขณ์

N j	-	ฟังก์ชันรูปร่างแบบทวิเชิงเส้น
Q(t)	=	แรงกระทาจากภายนอกที่ขณะเวลาใด ๆ
Т	=	พลังงานจลน์
U	=	พลังงานความเครียด
W	=	งานซึ่งเกิดจากแรงกระทำจากภายนอก
Wd	=	งานเนื่องจากแรงหน่วง
[c]	=	เมทริคข์ของแรงหน่วง
[K]	. = .	สติฟเนสเมทริคข์
[M]	=	เมทริคข์ของมวล
[c*]	=	เมทริคซ์ของแรงหน่วงที่ลดขนาดแล้ว
$[K_{\star}]$	=	สติฟเนสเมทริคช์ที่ลดขนาดแล้ว
$[M^*]$	=	เมทริคซ์ของมวลที่ลดขนาดแล้ว
[r]	=	เมทริคช์แปลงเชิงเส้นตรงที่ใช้แปลงเวคเตอร์ของการเคลื่อนที่
$[\varphi]$	-	เมทริคซ์แปลงเชิงเส้นตรงที่ใช้ในการลดขนาดของสติฟเนสเมทริคซ์
$\left[\Omega\right]$	=	เมทริคช์แปลงเชิงเส้นตรงที่ใช้แปลงเวคเตอร์ของความเร็ว
$\left[\Omega^{\star}\right]$	=	ส่วนหนึ่งของเมทริคซ์แปลงเชิงเส้นตรงที่ใช้แปลงเวคเตอร์ของความเร็ว
$[\eta]$	=	เมทริคช์แปลงเชิงเส้นตรงที่ใช้ในการลดขนาด เมทริคช์ของมวล
[1]	=	เมทริคซ์เอกลักษณ์
[0]	=	เมทริคช์ที่สมาชิกทุกตัวมีค่ำ เป็นศูนย์
[T]	=	เมทริคช์ย่อยของเมทริคช์แปลงเชิงเส้นดรงที่ใช้แปลงเวคเตอร์ของความเร็ว
$[\lambda]$	=	เมทริคช์ไดเรคชันโคชายน์
{Q*}	=	เวคเตอร์ของแรงกระทาภายนอกสำหรับระบบที่ลดจานวนตัวแปรแล้ว

- {q} = เวคเตอร์ของการเคลื่อนที่ที่จุดข้อต่อ
- {q} = เวคเตอร์ของความเร็วที่จุดข้อต่อ
- {qඁ} = เวคเตอร์ของความเร่งที่จุดข้อต่อ
- x y = เวคเตอร์ของพิกัดตำแหน่งในระบบพิกัดร่วมของโครงสร้างทั้งหมด (X,Y,Z) z
- (s,t) = พิกัดตาแหน่งของจุดใด ๆ ในระบบพิกัดธรรมชาติ (s,t)
- b = อักษรพ่วงห้อยบ่งซี้ถึงตาแหน่งที่ขอบต่อเนื่อง ยกเว**้**นที่มุมทั้งสี่ของโครงสร้างย่อย
- c = อักษรพ่วงหอยบงชี้ถึงตาแหน่งที่มุมทั้งสี่ของโครงสร้างย่อย
- i = อักษรพ่วงห้อยบ่งชี้ถึงลาดับที่ของโครงสร้างย่อย
- j = อักษรพ่วงห้อยบ<sup>ุ</sup>่งขี้ถึงลาดับที่ของจุดข้อต่อที่มุมทั้งสี่ของโครงสร้างย่อย
- p = อักษรพ่วงห้อยบ่งชี้ถึงลำดับที่ของจุดข้อต่อบริวาร
- m = อักษรพ่วงห้อยบ่งชี้ถึงสภาวะประธาน
- s = อักษรพ่วงห้อยบ<sup>ุ</sup>่งชี้ถึงสภาวะบริวาร
- T = อักษรพ่วงแขวนบ่งชี้ถึง เมทริคซ์สับ เปลี่ยน