

## บทที่ 3

### วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ต้องการศึกษาระยะเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับข้อมูลที่ถูกตัดปลายทางซ้ายและขวาแบบกลุ่ม วิธีการประมาณค่าทางสถิติที่เสนอมี 3 วิธี คือ

1. วิธีกำลังสองน้อยที่สุด
2. วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด
3. วิธีโคสแควร์ต่ำสุด

### ลักษณะข้อมูล

ข้อมูลที่ศึกษาได้จากการจำลองข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โล<sup>1</sup> ที่มีลักษณะข้อมูลที่ถูกต้องตัดปลายทางซ้ายและขวา ค่าที่ถูกตัดปลายเป็นค่าคงที่ โดยจำนวนข้อมูลมีค่าเท่ากับ  $n$  ตามการศึกษา ข้อมูลที่ได้จะมีค่าอยู่ระหว่างค่าคงที่ที่ถูกตัดปลายทางซ้ายและขวา โดยค่าจะมากกว่าค่าตัดปลายทางซ้าย แต่จะน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าตัดปลายทางขวา ค่าใดที่เกินกว่าค่าตัดปลายทางขวาก็จะให้ค่าได้สูงสุดเท่ากับค่าตัดปลายทางขวา ดังนั้นจึงมีการศึกษาถึงเปอร์เซ็นต์ของการตัดปลายทางขวา ว่ามีผลต่อข้อมูลและวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธีอย่างไร ข้อมูลที่ใช้ในงานวิจัยนี้มี 2 การแจกแจง คือ การแจกแจงไวบูลล์ และการแจกแจงลอกนอร์มอล โดยจะทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงดังกล่าว

### วิธีการจัดกลุ่มข้อมูล

การจัดกลุ่มข้อมูลจะใช้การเรียงค่าจากน้อยไปมากของข้อมูล และจัดเป็นกลุ่มชั้นข้อมูลมีจำนวน  $k = \sqrt{n}$  ชั้นแต่ละชั้นมีความกว้างเท่ากัน โดยให้  $(c_0, c_1], (c_1, c_2], \dots, (c_{k-1}, c_k]$  เป็นช่วงกว้างของชั้น และมีความถี่ของข้อมูลในแต่ละกลุ่มชั้นเป็น  $f_1, f_2, \dots, f_k$  ตามลำดับโดยที่

---

<sup>1</sup> ดูรายละเอียดเพิ่มเติมภาคผนวก ค

$$\text{ความกว้างของชั้น} = \frac{\text{ค่าตัดปลายทางขวา} - \text{ค่าตัดปลายทางซ้าย}}{\text{จำนวนชั้น}}$$

ตัวอย่างการจัดกลุ่มชั้นของข้อมูล

กำหนดให้

$$n = 100$$

$$k = 10$$

$$d = 0.1$$

$$h = 10.0$$

$$\text{ความกว้างของชั้น} = \frac{10.0 - 0.1}{10} = 0.99$$

ตารางการจัดกลุ่มชั้น

$i$	$(c_{i-1}, c_i]$	$f_i$
1	( 0.10, 1.09 ]	$f_1$
2	( 1.09, 2.08 ]	$f_2$
3	( 2.08, 3.07 ]	$f_3$
4	( 3.07, 4.06 ]	$f_4$
5	( 4.06, 5.05 ]	$f_5$
6	( 5.05, 6.04 ]	$f_6$
7	( 6.04, 7.03 ]	$f_7$
8	( 7.03, 8.02 ]	$f_8$
9	( 8.02, 9.01 ]	$f_9$
10	( 9.01, 10.0 ]	$f_{10}$

$$\sum_{i=1}^k f_i = 100$$

## วิธีการวิจัย

การวิจัยนี้ใช้วิธีทดลอง โดยการจำลองข้อมูลให้มีสถานการณ์ตามที่ต้องการศึกษาด้วยวิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique) โดยเครื่องคอมพิวเตอร์ AMSAHL 5860 และใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่มีส่วนประกอบของ ฟังก์ชัน RAND (IU) ตัวแปรที่สร้างจะเป็นตัวเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ(0,1) เพื่อจำลองข้อมูลตามสถานการณ์ตามที่ต้องการศึกษา โดยมีการแจกแจงเป็นแบบไวบูลล์ และการแจกแจงลอกนอรัมอล ในแต่ละวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ จะใช้ขนาดตัวอย่าง เป็น 100 300 500 700 และ 1,000 การจัดกลุ่มชั้นเป็น 10 18 23 27 และ 32 ชั้น ตามลำดับ ค่าคงที่ของการตัดปลายทางซ้ายมีค่าเท่ากับ 1,000 และ 2,000 ค่าตัดปลายทางขวามีค่าเท่ากับ 100,000 150,000 และ 200,000 แต่ละจำนวนข้อมูลมีเปอร์เซ็นต์การตัดปลายทางขวาเป็น 5% 10% 15% 20% 25% และ 30%

ดังนั้นในการวิจัยนี้จะได้สถานการณ์ที่ต้องศึกษารวมทั้งหมด 1,080 สถานการณ์ด้วยกัน ซึ่งสามารถสรุปเป็นขั้นตอนของการวิจัยได้ดังนี้

1. สร้างแบบจำลองข้อมูลให้มีสถานการณ์ตามที่ต้องการศึกษา ด้วยวิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล โดยศึกษาการแจกแจงไวบูลล์ และการแจกแจงลอกนอรัมอลที่มีข้อมูลลักษณะถูกตัดปลายทั้งสองข้างตามเปอร์เซ็นต์การตัดปลายทางขวาที่ศึกษา
2. จากข้อมูลที่สร้างขึ้น ทำการจัดเรียงลำดับจากน้อยไปมาก และทำการจัดแบ่งจำนวนกลุ่มชั้นข้อมูลตามที่กำหนด
3. คำนวณหาค่าพารามิเตอร์ โดยใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี

จากวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี ซึ่งมีฟังก์ชันการแจกแจงเป็นแบบไวบูลล์และลอกนอรัมอล ที่กล่าวไว้ในบทที่ 2 นั้น เราไม่สามารถที่จะแก้สมการหาค่าของพารามิเตอร์ได้โดยตรง จำเป็นต้องใช้วิธีการประมาณ ในการวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีเชิงตัวเลขที่เรียกว่า วิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson Method) มาใช้ในการประมาณค่า  $\theta_1, \theta_2$  ให้เป็น  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$  โดยที่  $\theta_1, \theta_2$  เป็นค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันการแจกแจง

วิธีนิวตัน-ราฟสัน จะเริ่มด้วยการกระจาย  $g_1$  และ  $g_2$  เป็นอนุกรมเทเลอร์ (Taylor Series) รอบจุด  $(\theta_{10}, \theta_{20})$  และใช้ค่าประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเป็นค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์  $(\theta_1, \theta_2)$  จากนั้นจะเข้าสู่วิธีการปรับค่าประมาณ ซึ่งจะเข้าสู่ค่าคงที่  $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$  เป็นค่าประมาณพารามิเตอร์

พิจารณาการกระจายอนุกรมเทเลอร์ของฟังก์ชัน  $g_1, g_2$  รอบจุด  $(\theta_{10}, \theta_{20})$

$$g_1(\theta_1, \theta_2) = g_1(\theta_{10}, \theta_{20}) + g_{11}(\theta_{10}, \theta_{20})(\theta_1 - \theta_{10}) + g_{12}(\theta_{10}, \theta_{20})(\theta_2 - \theta_{20})$$

$$g_2(\theta_1, \theta_2) = g_2(\theta_{10}, \theta_{20}) + g_{21}(\theta_{10}, \theta_{20})(\theta_1 - \theta_{10}) + g_{22}(\theta_{10}, \theta_{20})(\theta_2 - \theta_{20})$$

ซึ่ง

$$g_{j1}(\theta_{10}, \theta_{20}) = \left. \frac{\partial g_j}{\partial \theta_1}(\theta_1, \theta_2) \right|_{(\theta_1, \theta_2) = (\theta_{10}, \theta_{20})} \quad ; j = 1, 2$$

$$g_{j2}(\theta_{10}, \theta_{20}) = \left. \frac{\partial g_j}{\partial \theta_2}(\theta_1, \theta_2) \right|_{(\theta_1, \theta_2) = (\theta_{10}, \theta_{20})}$$

จากการใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด จะได้ว่า

$$g_{11}(\theta_1 - \theta_{10}) + g_{12}(\theta_2 - \theta_{20}) = -g_1$$

$$g_{21}(\theta_1 - \theta_{10}) + g_{22}(\theta_2 - \theta_{20}) = -g_2$$

$$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 - \theta_{10} \\ \theta_2 - \theta_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g_1 \\ -g_2 \end{bmatrix}$$

เพราะฉะนั้นจะได้

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -g_1 \\ -g_2 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

ด้วยเทคนิคนิวตัน-ราฟสัน จะประมาณค่าพารามิเตอร์พร้อมกันทุกตัวในแต่ละเทอม จะใช้กระบวนการทำซ้ำ (Iteration Procedure) จนกระทั่งค่าประมาณพารามิเตอร์ไม่เปลี่ยนแปลง หรือลู่เข้าสู่ค่าคงที่ จะได้ค่าประมาณ  $(\theta_1, \theta_2)$  เป็น  $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$  โดยที่  $\theta_{10}, \theta_{20}$  เป็นค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นของ  $\theta_1$  และ  $\theta_2$

วิธีการหาค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น

การหาค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น สามารถใช้วิธีเปอร์เซ็นต์ไทล์แมทริกซ์หรือวิธีโมเมนต์ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของแต่ละการแจกแจง ซึ่งในงานวิจัยใช้วิธีเปอร์เซ็นต์ไทล์แมทริกซ์สำหรับ

การแจกแจงไวบูลล์ และวิธีโมเมนต์สำหรับการแจกแจงลอกนอร์มอล

1) วิธีเปอร์เซ็นต์ไทล์แมทชิ่ง (Percentile matching Method)

วิธีนี้ใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นของการแจกแจงแบบไวบูลล์ มีการแก้สมการ  $p$  สมการ เพื่อหาค่าประมาณพารามิเตอร์  $p$  ค่า โดยสมการอยู่ในรูป

$$F_x(x_i; \theta) = F_n(x_i) \quad ; \quad i = 1, \dots, p$$

โดยที่

$F_x(x_i; \theta)$	เป็นฟังก์ชันการแจกแจง (Distribution Function) ของ $x$
$F_n(x_i)$	เป็นการแจกแจงเชิงการทดลอง (Empirical Distribution)
$\theta$	เป็นเวกเตอร์ $p$ มิติ สำหรับพารามิเตอร์ของการแจกแจง
$x_1, x_2, \dots, x_p$	เป็นค่าใด ๆ ที่เลือกมาจากข้อมูลที่มีอยู่

ซึ่งการแจกแจงแบบไวบูลล์ มี 2 พารามิเตอร์ คือ  $\tau$  และ  $c$  จะประมาณค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น  $\tau_0$  และ  $c_0$  ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} 1 - e^{-c_0 x_i^{\tau_0}} &= F_n(x_i) \\ e^{-c_0 x_i^{\tau_0}} &= 1 - F_n(x_i) \\ c_0 x_i^{\tau_0} &= -\ln(1 - F_n(x_i)) \end{aligned}$$

ให้

$$g_i = -\ln(1 - F_n(x_i)) \quad ; \quad i = 1, 2$$

เมื่อประมาณค่าแบบกลุ่ม จะได้

$$\begin{aligned} g_1 &= -\ln(1 - F_n(c_i)) \\ g_2 &= -\ln(1 - F_n(c_j)) \end{aligned}$$

โดยที่  $c_i$  และ  $c_j$  เป็นขอบเขตบนของความเสียหายกลุ่มที่  $i$  และ  $j$  ดังนั้น

$$\tau_o = \frac{\ln g_1 - \ln g_2}{\ln c_i - \ln c_j}$$

$$c_o = \frac{g_1}{c_i^{\tau_o}}$$

ค่า  $\tau_o$  และ  $c_o$  ที่ได้จะใช้เป็นค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นในการหาค่าพารามิเตอร์ต่อไปใน  
แต่ละวิธีการประมาณ วิธีการเขียนโปรแกรมของวิธีนี้อยู่ใน SUBROUTINE PER

## 2) วิธีโมเมนต์ (Moment Method)

วิธีนี้จะใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นของการแจกแจงลอกกอนอร์มอล ซึ่งมีสมการอยู่ในรูป

$$E[X] = \frac{\sum x}{n}$$

$$E[X^2] = \frac{\sum x^2}{n}$$

การแจกแจงแบบลอกกอนอร์มอล มี 2 พารามิเตอร์ คือ  $\mu$  และ  $\sigma$  จะประมาณค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น  $\mu_o$  และ  $\sigma_o$  ได้ดังนี้

$$e^{\mu_o + \frac{\sigma_o^2}{2}} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i \frac{(c_i + c_{i-1})}{2}}{n} = m_1$$

$$e^{2\mu_o + 2\sigma_o^2} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i \left( \frac{(c_i + c_{i-1})}{2} \right)^2}{n} = m_2$$

โดยที่  $c_i$  คือค่าความเสียหายในชั้นที่  $i$  ดังนั้น

$$\mu_o + \frac{\sigma_o^2}{2} = \ln m_1 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$2\mu_o + 2\sigma_o^2 = \ln m_2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

แก้สมการ (2) - (1) ได้

$$\sigma_o^2 = \ln m_2 - 2 \ln m_1$$

$$\sigma_0 = \sqrt{\ln m_2 - 2 \ln m_1} \quad \text{แทนในสมการ (1)}$$

จะได้

$$\mu_0 = \ln m_1 - \frac{\sigma_0^2}{2}$$

ซึ่งค่า  $\mu_0$  และ  $\sigma_0$  ที่ได้จะใช้เป็นค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นในการหาค่าพารามิเตอร์ต่อไป ในแต่ละวิธีการประมาณ วิธีการเขียนโปรแกรมดูได้จาก SUBROUTINE RMOM

### วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

1) วิธีกำลังสองน้อยที่สุด

$$SS = \sum_{i=1}^k \{n [F_Y(c_i) - F_Y(c_{i-1})] - f_i\}^2$$

โดยที่กำหนดให้

$$Z_i = F_Y(c_i) - F_Y(c_{i-1}) = \frac{F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})}{F_X(w) - F_X(d)}$$

$f_i$  คือ จำนวนกรรมธรรมที่สังเกตได้ในชั้นที่  $i$

ดังนั้น

$$SS = \sum_{i=1}^k [nZ_i - f_i]^2$$

$\theta_1, \theta_2$  เป็นพารามิเตอร์ตัวที่ 1 และ 2 ของแต่ละการแจกแจง

การคำนวณหาค่า  $g_1, g_2, g_{11}, g_{12}, g_{22}$  สำหรับแต่ละการแจกแจง โดยสมการที่จะกล่าวต่อไปนี้สามารถใช้กับทุกการแจกแจง

$$\begin{aligned} g_1(\theta_1, \theta_2) &= \frac{\partial SS}{\partial \theta_1} \\ &= 2n \sum_{i=1}^k (nZ_i - f_i) \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_1} \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$g_2(\theta_1, \theta_2) = \frac{\partial SS}{\partial \theta_2}$$

$$= 2n \sum_{i=1}^k (nZ_i - f_i) \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_2} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} g_{11}(\theta_1, \theta_2) &= \frac{\partial^2 SS}{\partial^2 \theta_1} \\ &= 2n \sum_{i=1}^k \left[ n \left( \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_1} \right)^2 + (nZ_i - f_i) \frac{\partial^2 Z_i}{\partial^2 \theta_1} \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} g_{12}(\theta_1, \theta_2) &= \frac{\partial^2 SS}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} = g_{21}(\theta_1, \theta_2) = \frac{\partial^2 SS}{\partial \theta_2 \partial \theta_1} \\ &= 2n \sum_{i=1}^k \left[ n \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_1} \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_2} + (nZ_i - f_i) \frac{\partial^2 Z_i}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} g_{22}(\theta_1, \theta_2) &= \frac{\partial^2 SS}{\partial^2 \theta_2} \\ &= 2n \sum_{i=1}^k \left[ n \left( \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_2} \right)^2 + (nZ_i - f_i) \frac{\partial^2 Z_i}{\partial^2 \theta_2} \right] \end{aligned} \quad (3.6)$$

12.9

$$\frac{\partial Z_i}{\partial \theta_1} = \frac{\left[ (F_X(w) - F_X(d)) \frac{\partial}{\partial \theta_1} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) - (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \frac{\partial}{\partial \theta_1} (F_X(w) - F_X(d)) \right]}{\left[ (F_X(w) - F_X(d)) \right]^2}$$

$$\frac{\partial Z_i}{\partial \theta_2} = \frac{\left[ (F_X(w) - F_X(d)) \frac{\partial}{\partial \theta_2} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) - (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \frac{\partial}{\partial \theta_2} (F_X(w) - F_X(d)) \right]}{\left[ (F_X(w) - F_X(d)) \right]^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 Z_i}{\partial^2 \theta_1} &= \frac{1}{\left[ F_X(w) - F_X(d) \right]^2} \left[ \begin{aligned} &\frac{\partial^2}{\partial \theta_1} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) (F_X(w) - F_X(d)) \\ &- \frac{\partial^2}{\partial \theta_1} (F_X(w) - F_X(d)) (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \end{aligned} \right] \\ &- \frac{2}{\left[ F_X(w) - F_X(d) \right]^3} \left[ \begin{aligned} &(F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) (F_X(w) - F_X(d)) \frac{\partial}{\partial \theta_1} (F_X(w) - F_X(d)) \\ &- (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) (F_X(w) - F_X(d))^2 \end{aligned} \right] \end{aligned}$$



$$\frac{\partial^2 Z_i}{\partial^2 \theta_2} = \frac{1}{[F_X(w) - F_X(d)]^2} \left[ \begin{array}{l} \frac{\partial^2}{\partial^2 \theta_2} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) (F_X(w) - F_X(d)) \\ - \frac{\partial^2}{\partial^2 \theta_2} (F_X(w) - F_X(d)) (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \end{array} \right]$$

$$- \frac{2}{[F_X(w) - F_X(d)]^3} \left[ \begin{array}{l} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) (F_X(w) - F_X(d)) \frac{\partial}{\partial \theta_2} (F_X(w) - F_X(d)) \\ - (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) (F_X(w) - F_X(d))^2 \end{array} \right]$$

$$\frac{\partial^2 Z_i}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} = \frac{1}{[F_X(w) - F_X(d)]^2} \left[ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial \theta_2} (F_X(w) - F_X(d)) \frac{\partial}{\partial \theta_1} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \\ + (F_X(w) - F_X(d)) \frac{\partial^2}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \\ - \frac{\partial}{\partial \theta_2} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \frac{\partial}{\partial \theta_1} (F_X(w) - F_X(d)) \\ + (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \frac{\partial^2}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} (F_X(w) - F_X(d)) \end{array} \right]$$

$$- \frac{2}{[F_X(w) - F_X(d)]^3} \frac{\partial^2}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} (F_X(w) - F_X(d)) \left[ \begin{array}{l} (F_X(w) - F_X(d)) \frac{\partial}{\partial \theta_2} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \\ - (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) (F_X(w) - F_X(d))^2 \end{array} \right]$$

จากสมการ (3.2) (3.3) (3.4) (3.5) และ (3.6) แทนค่าลงใน (3.1) ทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ตามวิธีนิวตัน-ราฟสัน ของแต่ละการแจกแจง

2) วิธีภาวน่าจะเป็นสูงสุด

$$\ln L = \sum_{i=1}^k f_i \ln [F_Y(c_i) - F_Y(c_{i-1})]$$

โดยกำหนดให้

$$F_Y(c_i) - F_Y(c_{i-1}) = \frac{F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})}{F_X(w) - F_X(d)}$$

$f_i$  คือ จำนวนกรรมธรรมที่สังเกตได้ในขั้นที่  $i$

เมื่อ  $\theta_1$  และ  $\theta_2$  เป็นพารามิเตอร์ตัวที่ 1 และ 2 ของแต่ละการแจกแจง

การคำนวณหาค่า  $g_1, g_2, g_{11}, g_{12}, g_{22}$  สำหรับแต่ละการแจกแจง โดยสมการที่จะกล่าวต่อไปนี้ สามารถใช้กับทุกการแจกแจง

$$\begin{aligned}
 g_1(\theta_1, \theta_2) &= \frac{\partial}{\partial \theta_1} \ln L \\
 &= \sum_{i=1}^k f_i \left[ \frac{\frac{\partial}{\partial \theta_1} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1}))}{(F_X(c_i) - F_X(c_{i-1}))} - \frac{\frac{\partial}{\partial \theta_1} (F_X(w) - F_X(d))}{(F_X(w) - F_X(d))} \right] \quad (3.7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g_2(\theta_1, \theta_2) &= \frac{\partial}{\partial \theta_2} \ln L \\
 &= \sum_{i=1}^k f_i \left[ \frac{\frac{\partial}{\partial \theta_2} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1}))}{(F_X(c_i) - F_X(c_{i-1}))} - \frac{\frac{\partial}{\partial \theta_2} (F_X(w) - F_X(d))}{(F_X(w) - F_X(d))} \right] \quad (3.8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g_{11}(\theta_1, \theta_2) &= \frac{\partial^2}{\partial^2 \theta_1} \ln L \\
 &= \sum_{i=1}^k f_i \left[ \frac{(F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \frac{\partial^2}{\partial^2 \theta_1} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) - \left( \frac{\partial}{\partial \theta_1} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \right)^2}{(F_X(c_i) - F_X(c_{i-1}))^2} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{(F_X(w) - F_X(d)) \frac{\partial^2}{\partial^2 \theta_1} (F_X(w) - F_X(d)) - \left( \frac{\partial}{\partial \theta_1} (F_X(w) - F_X(d)) \right)^2}{(F_X(w) - F_X(d))^2} \right] \quad (3.9)
 \end{aligned}$$

$$g_{12}(\theta_1, \theta_2) = \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} = g_{21}(\theta_1, \theta_2) = \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta_2 \partial \theta_1}$$

$$= \sum_{i=1}^k f_i \frac{1}{(F_X(c_i) - F_X(c_{i-1}))^2} \left[ \begin{aligned} &(F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \frac{\partial^2}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \\ &- \frac{\partial}{\partial \theta_1} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \frac{\partial}{\partial \theta_2} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \end{aligned} \right]$$

$$-\frac{1}{(F_X(w) - F_X(d))^2} \left[ \frac{(F_X(w) - F_X(d)) \frac{\partial^2}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} (F_X(w) - F_X(d))}{\left( \frac{\partial}{\partial \theta_1} (F_X(w) - F_X(d)) \right) \left( \frac{\partial}{\partial \theta_2} (F_X(w) - F_X(d)) \right)} \right] \quad (3.10)$$

$$g_{22}(\theta_1, \theta_2) = \frac{\partial^2}{\partial^2 \theta_2} \ln L$$

$$= \sum_{i=1}^k f_i \left[ \frac{(F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \frac{\partial^2}{\partial^2 \theta_2} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) - \left( \frac{\partial}{\partial \theta_2} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \right)^2}{(F_X(c_i) - F_X(c_{i-1}))^2} \right]$$

$$-\left[ \frac{(F_X(w) - F_X(d)) \frac{\partial^2}{\partial^2 \theta_2} (F_X(w) - F_X(d)) - \left( \frac{\partial}{\partial \theta_2} (F_X(w) - F_X(d)) \right)^2}{(F_X(w) - F_X(d))^2} \right] \quad (3.11)$$

จากสมการ (3.7) (3.8) (3.9) (3.10) และ (3.11) แทนค่าลงใน (3.1) ทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ตามวิธีนิวตัน-ราฟสัน ของแต่ละการแจกแจง

### 3) วิธีโคสแคว์ต่ำสุด

$$Q = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

โดยที่

$O_i = n [F_n(c_i) - F_n(c_{i-1})]$  คือ จำนวนกรรมธรรมที่สังเกตได้ในชั้นที่  $i$

$E_i = n [F_Y(c_i) - F_Y(c_{i-1})]$  คือ จำนวนกรรมธรรมที่ได้จากการแจกแจงในชั้นที่  $i$

กำหนดให้

$$Z_i = F_Y(c_i) - F_Y(c_{i-1}) = \frac{F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})}{F_X(w) - F_X(d)}$$

จะได้ว่า

$$Q = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - nZ_i)^2}{nZ_i}$$

เมื่อ  $\theta_1$  และ  $\theta_2$  เป็นพารามิเตอร์ตัวที่ 1 และ 2 ของแต่ละการแจกแจง

การคำนวณหาค่า  $g_1, g_2, g_{11}, g_{12}, g_{22}$  สำหรับแต่ละการแจกแจง โดยสมการที่จะกล่าวต่อไปนี้ สามารถใช้กับทุกการแจกแจง

$$\begin{aligned} g_1(\theta_1, \theta_2) &= \frac{\partial Q}{\partial \theta_1} \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \left( -2n - \frac{(O_i - nZ_i)}{Z_i} \right) \left( \frac{(O_i - nZ_i)}{Z_i} \right) \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_1} \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} g_2(\theta_1, \theta_2) &= \frac{\partial Q}{\partial \theta_2} \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \left( -2n - \frac{(O_i - nZ_i)}{Z_i} \right) \left( \frac{(O_i - nZ_i)}{Z_i} \right) \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_2} \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} g_{11}(\theta_1, \theta_2) &= \frac{\partial^2 Q}{\partial \theta_1^2} \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \left( \frac{2n \left( \frac{(O_i - nZ_i)}{Z_i} + n \right) \left( \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_1} \right)^2 - (O_i - nZ_i) \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_1} \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_1} + \right. \\ &\quad \left. + \left( 2 \left( \frac{(O_i - nZ_i)}{Z_i^2} \right) \left( \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_1} \right)^2 \left( n + \frac{(O_i - nZ_i)}{Z_i^2} \right) - \left( \frac{(O_i - nZ_i)}{Z_i^2} \right)^2 \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_1} \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_1} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} g_{12}(\theta_1, \theta_2) &= \frac{\partial^2 Q}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} = g_{21}(\theta_1, \theta_2) = \frac{\partial^2 Q}{\partial \theta_2 \partial \theta_1} \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \left( \frac{2n \left( \left( \frac{(O_i - nZ_i)}{Z_i} + n \right) \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_1} \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_2} + n \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_1} \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_2} - (O_i - nZ_i) \frac{\partial^2 Z_i}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} \right)}{\right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{(O_i - nZ_i)}{Z_i^2} \right) \left( 2n \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_1} \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_2} - \left( \frac{(O_i - nZ_i)}{Z_i^2} \right) \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_1} \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_2} + (O_i - nZ_i) \frac{\partial^2 Z_i}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$g_{22}(\theta_1, \theta_2) = \frac{\partial^2 Q}{\partial^2 \theta_2}$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \left[ \frac{2n}{Z_i} \left( \frac{O_i - nZ_i}{Z_i} + n \right) \left( \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_2} \right)^2 - (O_i - nZ_i) \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_2} \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_2} + \right. \\ \left. + \left( 2 \left( \frac{O_i - nZ_i}{Z_i^2} \right) \left( \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_2} \right)^2 \left( n + \frac{O_i - nZ_i}{Z_i^2} \right) - \left( \frac{O_i - nZ_i}{Z_i^2} \right)^2 \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_2} \frac{\partial Z_i}{\partial \theta_2} \right) \right]$$

(3.16)

ដើម្បី

$$\frac{\partial Z_i}{\partial \theta_1} = \frac{\left[ (F_X(w) - F_X(d)) \frac{\partial}{\partial \theta_1} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) - (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \frac{\partial}{\partial \theta_1} (F_X(w) - F_X(d)) \right]}{\left[ (F_X(w) - F_X(d)) \right]^2}$$

$$\frac{\partial Z_i}{\partial \theta_2} = \frac{\left[ (F_X(w) - F_X(d)) \frac{\partial}{\partial \theta_2} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) - (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \frac{\partial}{\partial \theta_2} (F_X(w) - F_X(d)) \right]}{\left[ (F_X(w) - F_X(d)) \right]^2}$$

$$\frac{\partial^2 Z_i}{\partial^2 \theta_1} = \frac{1}{\left[ F_X(w) - F_X(d) \right]^2} \left[ \frac{\partial^2}{\partial \theta_1^2} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) (F_X(w) - F_X(d)) \right. \\ \left. - \frac{\partial^2}{\partial \theta_1^2} (F_X(w) - F_X(d)) (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \right] \\ - \frac{2}{\left[ F_X(w) - F_X(d) \right]^3} \left[ (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) (F_X(w) - F_X(d)) \frac{\partial}{\partial \theta_1} (F_X(w) - F_X(d)) \right. \\ \left. - (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) (F_X(w) - F_X(d))^2 \right]$$

$$\frac{\partial^2 Z_i}{\partial^2 \theta_2} = \frac{1}{\left[ F_X(w) - F_X(d) \right]^2} \left[ \frac{\partial^2}{\partial \theta_2^2} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) (F_X(w) - F_X(d)) \right. \\ \left. - \frac{\partial^2}{\partial \theta_2^2} (F_X(w) - F_X(d)) (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \right] \\ - \frac{2}{\left[ F_X(w) - F_X(d) \right]^3} \left[ (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) (F_X(w) - F_X(d)) \frac{\partial}{\partial \theta_2} (F_X(w) - F_X(d)) \right. \\ \left. - (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) (F_X(w) - F_X(d))^2 \right]$$

$$\frac{\partial^2 Z_i}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} = \frac{1}{[F_X(w) - F_X(d)]^2} \left[ \begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \theta_2} (F_X(w) - F_X(d)) \frac{\partial}{\partial \theta_1} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \\ & + (F_X(w) - F_X(d)) \frac{\partial^2}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \\ & - \frac{\partial}{\partial \theta_2} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \frac{\partial}{\partial \theta_1} (F_X(w) - F_X(d)) \\ & + (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \frac{\partial^2}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} (F_X(w) - F_X(d)) \end{aligned} \right] \\ - \frac{2}{[F_X(w) - F_X(d)]^3} \frac{\partial^2}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} (F_X(w) - F_X(d)) \left[ \begin{aligned} & (F_X(w) - F_X(d)) \frac{\partial}{\partial \theta_2} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \\ & - (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) (F_X(w) - F_X(d))^2 \end{aligned} \right]$$

จากสมการ (3.12) (3.13) (3.14) (3.15) และ (3.16) แทนค่าลงใน (3.1) ทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ตามวิธีนิวตัน-ราฟสัน ของแต่ละการแจกแจง

#### ฟังก์ชันการแจกแจง

1) การแจกแจงไวบูลล์ (Weibull Distribution)

$$F_X(x) = 1 - e^{-cx^\tau} \quad ; \quad c > 0, \tau > 0$$

กำหนดให้

$\tau$  เป็นพารามิเตอร์ตัวที่ 1

$c$  เป็นพารามิเตอร์ตัวที่ 2

สมการหาอนุพันธ์อันดับหนึ่งและสองของ  $(F_X(c_i) - F_X(c_{i-1}))$  และ  $(F_X(w) - F_X(d))$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) &= c \left( c_i^\tau e^{-\tau c_i^\tau} \ln c_i - c_{i-1}^\tau e^{-\tau c_{i-1}^\tau} \ln c_{i-1} \right) \\ \frac{\partial}{\partial \tau} (F_X(w) - F_X(d)) &= c \left( w^\tau e^{-\tau w^\tau} \ln w - d^\tau e^{-\tau d^\tau} \ln d \right) \\ \frac{\partial}{\partial c} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) &= c_i^\tau e^{-\tau c_i^\tau} - c_{i-1}^\tau e^{-\tau c_{i-1}^\tau} \\ \frac{\partial}{\partial c} (F_X(w) - F_X(d)) &= w^\tau e^{-\tau w^\tau} - d^\tau e^{-\tau d^\tau} \\ \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) &= c \left( c_i^\tau e^{-\tau c_i^\tau} (1 - \tau c_i^\tau) \ln c_i - c_{i-1}^\tau e^{-\tau c_{i-1}^\tau} (1 - \tau c_{i-1}^\tau) \ln c_{i-1} \right) \\ \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} (F_X(w) - F_X(d)) &= c \left( w^\tau e^{-\tau w^\tau} (1 - \tau w^\tau) \ln w - d^\tau e^{-\tau d^\tau} (1 - \tau d^\tau) \ln d \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2}{\partial^2 c} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) &= c_{i-1}^{2r} e^{-c\alpha^{2r}} - c c_i^{2r} e^{-c\alpha^{2r}} \\
\frac{\partial^2}{\partial^2 c} (F_X(w) - F_X(d)) &= d^{2r} e^{-c\alpha^{2r}} - c w^{2r} e^{-c\alpha^{2r}} \\
\frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \alpha} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) &= \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \alpha} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \\
&= c_i^r e^{-c\alpha^r} (1 - c c_i^r) \ln c_i - c_{i-1}^r e^{-c\alpha^r} (1 - c c_{i-1}^r) \ln c_{i-1} \\
\frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \alpha} (F_X(w) - F_X(d)) &= \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \alpha} (F_X(w) - F_X(d)) \\
&= w^r e^{-c\alpha^r} (1 - c w^r) \ln w - d^r e^{-c\alpha^r} (1 - c d^r) \ln d
\end{aligned}$$

แทนค่าดังกล่าวในวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี โดยแทนค่า  $\theta_1$  ด้วย  $\tau$  และแทนค่า  $\theta_2$  ด้วย  $c$  สำหรับการแจกแจงไวบูลล์

2) การแจกแจงลอกนอร์มอล (Lognormal Distribution)

$$F_X(x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right) \quad ; \quad -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0$$

กำหนดให้

$\mu$  เป็นพารามิเตอร์ตัวที่ 1

$\sigma$  เป็นพารามิเตอร์ตัวที่ 2

สมการหาอนุพันธ์อันดับหนึ่งและสองของ  $(F_X(c_i) - F_X(c_{i-1}))$  และ  $(F_X(w) - F_X(d))$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \mu} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) &= \frac{1}{\sigma} \left( \phi\left(\frac{\ln c_{i-1} - \mu}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{\ln c_i - \mu}{\sigma}\right) \right) \\
\frac{\partial}{\partial \mu} (F_X(w) - F_X(d)) &= \frac{1}{\sigma} \left( \phi\left(\frac{\ln d - \mu}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{\ln w - \mu}{\sigma}\right) \right) \\
\frac{\partial}{\partial \sigma} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) &= \frac{1}{\sigma^2} \left( (\ln c_{i-1} - \mu) \phi\left(\frac{\ln c_{i-1} - \mu}{\sigma}\right) - (\ln c_i - \mu) \phi\left(\frac{\ln c_i - \mu}{\sigma}\right) \right) \\
\frac{\partial}{\partial \sigma} (F_X(w) - F_X(d)) &= \frac{1}{\sigma^2} \left( (\ln d - \mu) \phi\left(\frac{\ln d - \mu}{\sigma}\right) - (\ln w - \mu) \phi\left(\frac{\ln w - \mu}{\sigma}\right) \right) \\
\frac{\partial^2}{\partial^2 \mu} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) &= \frac{1}{\sigma^3} \left( (\ln c_{i-1} - \mu) \phi\left(\frac{\ln c_{i-1} - \mu}{\sigma}\right) - (\ln c_i - \mu) \phi\left(\frac{\ln c_i - \mu}{\sigma}\right) \right) \\
\frac{\partial^2}{\partial^2 \mu} (F_X(w) - F_X(d)) &= \frac{1}{\sigma^3} \left( (\ln d - \mu) \phi\left(\frac{\ln d - \mu}{\sigma}\right) - (\ln w - \mu) \phi\left(\frac{\ln w - \mu}{\sigma}\right) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial^2 \sigma} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) &= \frac{(\ln c_i - \mu)}{\sigma^3} \left( 2 - \left( \frac{\ln c_i - \mu}{\sigma} \right)^2 \right) \phi \left( \frac{\ln c_i - \mu}{\sigma} \right) \\ &\quad - \frac{(\ln c_{i-1} - \mu)}{\sigma^3} \left( 2 - \left( \frac{\ln c_{i-1} - \mu}{\sigma} \right)^2 \right) \phi \left( \frac{\ln c_{i-1} - \mu}{\sigma} \right) \\ \frac{\partial^2}{\partial^2 \sigma} (F_X(w) - F_X(d)) &= \frac{(\ln w - \mu)}{\sigma^3} \left( 2 - \left( \frac{\ln w - \mu}{\sigma} \right)^2 \right) \phi \left( \frac{\ln w - \mu}{\sigma} \right) \\ &\quad - \frac{(\ln d - \mu)}{\sigma^3} \left( 2 - \left( \frac{\ln d - \mu}{\sigma} \right)^2 \right) \phi \left( \frac{\ln d - \mu}{\sigma} \right) \\ \frac{\partial^2}{\partial \mu \partial \sigma} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) &= \frac{\partial^2}{\partial \sigma \partial \mu} (F_X(c_i) - F_X(c_{i-1})) \\ &= \frac{1}{\sigma^2} \phi(\ln c_i - \mu) \left( 1 - \left( \frac{\ln c_i - \mu}{\sigma} \right)^2 \right) - \frac{1}{\sigma^2} \phi(\ln c_{i-1} - \mu) \left( 1 - \left( \frac{\ln c_{i-1} - \mu}{\sigma} \right)^2 \right) \\ \frac{\partial^2}{\partial \mu \partial \sigma} (F_X(w) - F_X(d)) &= \frac{\partial^2}{\partial \sigma \partial \mu} (F_X(w) - F_X(d)) \\ &= \frac{1}{\sigma^2} \phi(\ln w - \mu) \left( 1 - \left( \frac{\ln w - \mu}{\sigma} \right)^2 \right) - \frac{1}{\sigma^2} \phi(\ln d - \mu) \left( 1 - \left( \frac{\ln d - \mu}{\sigma} \right)^2 \right) \end{aligned}$$

แทนค่าดังกล่าวในวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้ง 3 วิธี โดยแทนค่า  $\theta_1$  ด้วย  $\mu$  และแทนค่า  $\theta_2$  ด้วย  $\sigma$  สำหรับการแจกแจงลอการิทึม

### การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า

หารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) เพื่อเปรียบเทียบว่า วิธีการประมาณค่าวิธีการใดจะให้ค่า RMSE ต่ำสุด

$L$  เป็นจำนวนครั้งของการทดลองในแต่ละกรณีศึกษา

ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย<sup>2</sup> (MSE) และค่า RMSE มีค่าเท่ากับ

$$MSE = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (\hat{\theta}_i - \theta)^2$$

$$RMSE = \sqrt{MSE}$$

<sup>2</sup> ดูรายละเอียดเพิ่มเติมภาคผนวก ข



## วิเคราะห์ข้อมูล

1. เปรียบเทียบที่แต่ละขนาด  $n$  ตัวประมาณวิธีใดให้ค่า RMSE ต่ำสุด ณ แต่ละระดับของเปอร์เซ็นต์การตัดปลายหางขวา
2. เปรียบเทียบที่แต่ละขนาด  $n$  เมื่อเปอร์เซ็นต์การตัดปลายหางขวาเพิ่มขึ้น ค่า RMSE เป็นอย่างไร ในแต่ละวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์
3. เปรียบเทียบที่ระดับเปอร์เซ็นต์การตัดปลายหางขวาเท่ากัน ขณะที่  $n$  เพิ่มมากขึ้น วิธีการใดให้ค่า RMSE ต่ำสุด
4. เปรียบเทียบที่ระดับเปอร์เซ็นต์การตัดปลายหางขวาเท่ากัน ขณะที่  $n$  เพิ่มมากขึ้น จะทำให้ค่า RMSE เป็นอย่างไร ในแต่ละวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์

## โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย

โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัยทั้งหมด ทำงานโดยใช้กับเครื่องคอมพิวเตอร์ AMSAHL 5860 ด้วยภาษาฟอร์แทรน (FORTRAN 77) ผู้วิจัยได้เขียนโปรแกรม ซึ่งมีแผนผังแสดงลำดับขั้นตอนในการคำนวณค่าสถิติต่าง ๆ ที่ต้องการ เพื่อนำไปวิเคราะห์และสรุปผลการวิจัยต่อไป ซึ่งมีรายละเอียดแสดงไว้ในหน้าถัดไป

สำหรับโปรแกรมย่อยที่เรียกใช้ ได้แก่

1. โปรแกรมสร้างตัวเลขสุ่ม
2. โปรแกรมสร้างลักษณะการแจกแจงของตัวอย่าง ให้มีการแจกแจงแบบไวบูลล์ และลอกนอรัมอล ที่มีลักษณะข้อมูลถูกตัดปลายหางซ้ายและขวา ตามเปอร์เซ็นต์การถูกตัดปลายหางขวาที่กำหนด
3. โปรแกรมจัดเรียงลำดับของค่าสังเกตโดยเรียงจากน้อยไปมาก
4. โปรแกรมการจัดกลุ่ม
5. โปรแกรมหาค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นด้วยวิธีโมเมนต์ และวิธีเปอร์เซ็นต์ไทล์แมทซ์ซิง
6. โปรแกรมการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธีภาชนะน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีไค-สแควร์ต่ำสุด
7. โปรแกรมการแก้สมการหาค่าพารามิเตอร์ โดยใช้เทคนิคการวิเคราะห์เชิงตัวเลข (Numerical Analysis)
8. โปรแกรมการคำนวณรากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE)

สำหรับขั้นตอนในการหาค่าสถิติต่าง ๆ เพื่อใช้ในการวิจัย สรุปเป็นผังงาน (Flowchart) ดังนี้

ผังงานของโปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย





