



บทที่ 1

บทนำ

ที่มาและความสำคัญของปัญหา

ในงานด้านการประกันภัยนั้น ค่าสินไหมรวม (Aggregate Claim) เป็นปัจจัยหนึ่งที่นักคณิตศาสตร์ประกันภัยนำไปใช้ในการคำนวณเบี้ยประกัน การคำนวณเงินสำรอง การพิจารณาประกันภัยต่อ และอื่นๆ โดยนักคณิตศาสตร์ประกันภัยจะนำสถิติที่เกี่ยวกับการจ่ายค่าสินไหมทดแทนของบริษัทซึ่งเก็บรวบรวมโดยฝ่ายสินไหมทดแทน มาพิจารณาว่ามีค่าสูงหรือต่ำกว่าที่คาดการณ์เอาไว้มากน้อยเพียงใด เพื่อที่จะนำข้อมูลที่ได้นี้ไปใช้ในการปรับปรุงอัตราเบี้ยประกันภัย และทำการกำหนดเงินสำรองให้มีความเหมาะสม สำหรับการประกันภัยต่อ ค่าสินไหมรวมจะนำไปใช้ในการกำหนดระดับความคุ้มครองสูงสุด (retention limit) ซึ่งเป็นเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาการประกันต่อ

ค่าสินไหมรวมจะพิจารณาจากทุกกรณีธรรม์ในกลุ่มหนึ่ง ๆ โดยสามารถหาค่าสินไหมรวมโดยเฉลี่ยต่อคาบเวลาได้จากจำนวนเงินที่จ่ายทดแทนค่าสินไหมโดยเฉลี่ยต่อครั้ง (The individuals amount of claims) และจำนวนครั้งของการจ่ายค่าสินไหมต่อคาบเวลา (The number of claims) และเขียนแทนความสัมพันธ์ได้ด้วยสมการดังนี้

$$\text{ค่าสินไหมรวมโดยเฉลี่ยต่อคาบเวลา} = \text{จำนวนเงินที่จ่ายทดแทนค่าสินไหมโดยเฉลี่ยต่อครั้ง} \\ \times \text{จำนวนครั้งของการจ่ายค่าสินไหมต่อคาบเวลา}$$

จากสมการจะเห็นว่าทั้งจำนวนเงินที่จ่ายทดแทนค่าสินไหมแต่ละครั้ง และจำนวนครั้งของการจ่ายค่าสินไหมมีความสำคัญต่อค่าสินไหมรวม ดังนั้นถ้าสามารถทำการประมาณค่าทั้ง 2 ได้ก็จะ เป็นประโยชน์ต่อการประมาณค่าสินไหมรวม แต่ในการวิจัยครั้งนี้สนใจที่จะศึกษาเฉพาะการประมาณจำนวนครั้งของการจ่ายค่าสินไหมต่อคาบเวลา โดยใช้การประมาณแบบช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากการประมาณแบบช่วงความเชื่อมั่นเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรว่าจะอยู่ในช่วงใดช่วงหนึ่ง โดยใช้ข้อมูลตัวอย่าง และช่วงของการประมาณค่า จะบอกถึงค่าที่ต่ำที่สุด และค่าที่สูงที่สุดของพารามิเตอร์ ดังนั้นค่าประมาณที่ได้จึงมีโอกาสที่จะคลาดเคลื่อนไปจากค่าจริง

ได้น้อยกว่าการประมาณแบบจุด ซึ่งจะเป็นประโยชน์มากกว่าในการนำไปใช้ประกอบการวางแผนดำเนินงาน

โดยทั่วไปจำนวนครั้งของการจ่ายค่าสินไหมมีรูปแบบการแจกแจงที่พบเสมอ อยู่ในรูปของการแจกแจงแบบปัวส์ซง (Poisson Distribution) และ แบบทวินามเชิงลบ (Negative Binomial Distribution) เฉพาะในการวิจัยครั้งนี้ศึกษากรณีที่การแจกแจงอยู่ในรูปแบบปัวส์ซง และทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงที่เหมาะสมสำหรับค่าเฉลี่ยจำนวนครั้งของการจ่ายค่าสินไหมต่อคาบเวลาโดยวิธีการประมาณ 3 วิธี คือ

1. วิธีการประมาณอย่างง่าย (Classical Method)
2. วิธีการประมาณด้วยรากของสมการกำลังสอง (Root of Quadratic Equation Method)
3. วิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบสส์โดยอัลเบิร์ต (Bayesian Estimation Method by Albert)

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาเปรียบเทียบ วิธีการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปัวส์ซง ด้วยวิธี

1. วิธีการประมาณอย่างง่าย
2. วิธีการประมาณด้วยรากของสมการกำลังสอง
3. วิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบสส์โดยอัลเบิร์ต

การเปรียบเทียบจะทำการเปรียบเทียบด้วยค่าสัมประสิทธิ์ของช่วงความเชื่อมั่นและค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากแต่ละวิธี ที่ระดับความเชื่อมั่น 3 ระดับคือ 90%, 95% และ 99%

สมมติฐานของการวิจัย

วิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบสส์โดยอัลเบิร์ต จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำไปกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำกว่าวิธีการประมาณอย่างง่าย และวิธีการประมาณด้วยรากของสมการกำลังสอง

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. กำหนดให้ตัวแปร X_i แทนจำนวนครั้งของการจ่ายค่าสินไหมในคาบเวลาที่ i
 นั่นคือ X_1 แทน จำนวนครั้งของการจ่ายค่าสินไหมในคาบเวลาที่ 1
 X_2 แทน จำนวนครั้งของการจ่ายค่าสินไหมในคาบเวลาที่ 2
 \vdots
 \vdots
 X_n แทน จำนวนครั้งของการจ่ายค่าสินไหมในคาบเวลาที่ n
2. ข้อมูลที่นำมาใช้ศึกษามีการแจกแจงแบบปัวส์ซงด้วยพารามิเตอร์ (λ) ที่ถูกกำหนดขึ้นมาเพื่อใช้ในการวิจัย
3. วิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบสโดยอัลเบิร์ต (วิธี 3) ใช้การแจกแจงแบบแกมมาเป็นการแจกแจงก่อนการทดลอง (prior distribution) ของพารามิเตอร์ (λ)
4. การแจกแจงแบบแกมมาที่ใช้ในการวิจัยกำหนดให้ $\alpha = 0.5$ และ $\beta = \lambda/\alpha$ เนื่องจาก $\lambda \sim \Gamma(\alpha, \beta)$ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\alpha\beta$ จะได้ว่า

$$\lambda = E(\lambda) = \alpha\beta \quad (*)$$

ในการวิจัยค่า λ เป็นค่าที่ถูกกำหนดเพื่อทำการศึกษาจึงเป็นค่าที่ทราบค่า เช่นเดียวกับค่า α ซึ่งกำหนดให้เป็น 0.5 ดังนั้นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าคือ β โดยพิจารณาจาก (*) จึงได้ว่า

$$\beta = \lambda/\alpha$$

ขอบเขตของการวิจัย

1. กำหนดขนาดตัวอย่างที่ใช้คือ n มีค่าตั้งแต่ 1 ถึง 50
2. กำหนดค่า λ เป็น 3 ระดับคือ
 ระดับที่ 1 λ มีค่าตั้งแต่ 1 ถึง 10 โดยค่า λ เพิ่มขึ้นครั้งละ 1
 ระดับที่ 2 λ มีค่าตั้งแต่ 15 ถึง 50 โดยค่า λ เพิ่มขึ้นครั้งละ 5
 ระดับที่ 3 λ มีค่าตั้งแต่ 60 ถึง 100 โดยค่า λ เพิ่มขึ้นครั้งละ 20
 รวมเป็นค่า λ ทั้งหมด 21 ค่า

3. กำหนดค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบแกมมาคือ $\alpha = 0.5$ และ $\beta = \alpha/\beta^*$
4. กำหนดระดับความเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ เท่ากับ 90%, 95% และ 99%
5. ในการวิจัยครั้งนี้ สร้างข้อมูลโดยใช้เทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โล

(Monte Carlo Simulation Technique) เขียนโปรแกรมโดยใช้ภาษาฟอร์แทรน 77 (FORTRAN 77) โดยทำการทดลองซ้ำ 2,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ของการทดลอง (ข้อ 1, 2, 3, 4)

คำจำกัดความ

1. สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น (Confidence coefficient) หมายถึง ความน่าจะเป็นที่ช่วงสุ่มจะครอบคลุมค่าจริงของพารามิเตอร์
2. ช่วงความเชื่อมั่น (Confidence interval) หมายถึง ช่วงค่าประมาณพารามิเตอร์ด้วยระดับสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1. ผลที่ได้จากการวิจัยนี้ จะเป็นแนวทางในการเลือกใช้วิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบปัวส์ซง ที่แต่ละขนาดตัวอย่างและระดับค่าพารามิเตอร์
2. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาเปรียบเทียบกับวิธีการประมาณแบบอื่นต่อไป

* ผู้วิจัยได้ทดลองด้วยค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบแกมมาหลาย ๆ ค่าแล้ว พบว่าผลสรุปไม่แตกต่างกัน