

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อหาข้อสรุปที่เหมาะสมในการเลือกวิธีการประมาณค่าแบบช่วงของพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบปัวส์ซง 3 วิธี ดังนี้

1. วิธีการประมาณอย่างง่าย (Classical Method)

ช่วงความเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ สำหรับ $\lambda : (\lambda_L, \lambda_U)$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง (λ_L) คือ $\hat{\lambda} - z_{1-\alpha/2} \left(\hat{\lambda}/n \right)^{1/2}$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน (λ_U) คือ $\hat{\lambda} + z_{1-\alpha/2} \left(\hat{\lambda}/n \right)^{1/2}$

2. วิธีการประมาณด้วยรากของสมการกำลังสอง (Root of Quadratic Equation Method)

ช่วงความเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ สำหรับ $\lambda : (\lambda_L, \lambda_U)$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง (λ_L) คือ

$$\hat{\lambda} + z_0^2/2n - z_0 \left[\left(\hat{\lambda}/n \right) + \left(z_0^2/4n^2 \right) \right]^{1/2}$$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน (λ_U) คือ

$$\hat{\lambda} + z_0^2/2n + z_0 \left[\left(\hat{\lambda}/n \right) + \left(z_0^2/4n^2 \right) \right]^{1/2}$$

เมื่อ $z_0 = z_{1-\alpha/2}$

3. วิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบย์โดยอัลเบิร์ต (Bayesian Estimation Method by Albert)

ช่วงความเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ สำหรับ $\lambda : (\lambda_L, \lambda_U)$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง (λ_L) คือ

$$\frac{(X + \alpha)\beta}{n\beta + 1} + \frac{\beta}{n\beta + 1} \left(\frac{z_0^2 - 1}{3} \right) - z_0 \left(\frac{(X + \alpha)\beta}{n\beta + 1} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\beta}{n\beta + 1} \right)^{\frac{1}{2}}$$

ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน (λ_U) คือ

$$\frac{(X + \alpha)\beta}{n\beta + 1} + \frac{\beta}{n\beta + 1} \left(\frac{z_0^2 - 1}{3} \right) + z_0 \left(\frac{(X + \alpha)\beta}{n\beta + 1} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\beta}{n\beta + 1} \right)^{\frac{1}{2}}$$

เมื่อ $z_0 = z_{1-\alpha/2}$ และ $X = \sum_{i=1}^n X_i$

โดยทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณในสถานการณ์ต่าง ๆ ดังนี้

1. การแจกแจงของข้อมูลเป็นแบบปัวส์ซงที่พารามิเตอร์ $\lambda = 1(1)10, 15(5)20$ และ $60(20)100$
2. สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นมี 3 ระดับคือ 90% ,95% และ 99%
3. ขนาดตัวอย่าง (n) มีค่าตั้งแต่ 1 ถึง 50

การวิจัยครั้งนี้ใช้การจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลกับเครื่อง AMDHAL 3860 โดยใช้โปรแกรมภาษาฟอร์แทรน 77 เพื่อสร้างข้อมูลและสถานการณ์ต่าง ๆ ตามแผนการทดลอง โดยทำการทดลองซ้ำทั้งหมด 2,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์

สรุปผลการวิจัย

จากการทดลอง หาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากวิธีการประมาณค่าแบบช่วงของพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบปัวส์ซงทั้ง 3 วิธี นำมาเปรียบเทียบกับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ถ้าวิธีการใดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด จึงนำมา

มาเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นว่าวิธีการใดให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำที่สุด ได้ผลสรุปดังนี้

1. การเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากวิธีการประมาณทั้ง 3 วิธี กับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

1.1 วิธีการประมาณอย่างง่าย (วิธี 1) จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากวิธีการประมาณไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยสามารถแสดงรายละเอียดของสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ดังตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1 แสดงค่าขนาดตัวอย่าง (n) ค่าพารามิเตอร์ (λ) ที่วิธีการประมาณอย่างง่าย (วิธี 1) ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากการทดลองมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

λ	ขนาดตัวอย่าง (n)		
	90%	95%	99%
1	31-50	43-50	49-50
2	13-50	16-50	17-50
3	9-50	9-50	17-50
4-5	7-50	9-50	14-50
6	7-50	9-50	11-50
7-9	3-50	4-50	5-50
10	1-50	4-50	4-50
15	1-50	3-50	3-50
15-100	1-50	1-50	1-50

จะเห็นได้ว่าที่พารามิเตอร์ λ มีขนาดเล็ก วิธีการประมาณอย่างง่าย (วิธี 1) จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ และเมื่อ λ มีค่าเพิ่มขึ้น ขนาดตัวอย่างก็จะลดลง โดยเมื่อ λ มีค่ามากกว่า 15 จะพบว่าทุกขนาดตัวอย่างจะทำให้วิธีการประมาณอย่างง่าย (วิธี 1) ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

1.2 วิธีการประมาณด้วยรากของสมการกำลังสอง (วิธี 2) จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในสถานการณ์ต่าง ๆ แสดงได้ดังตารางที่ 5.2

ตารางที่ 5.2 แสดงค่าขนาดตัวอย่าง (n) ค่าพารามิเตอร์ (λ) ที่วิธีการประมาณด้วยรากของสมการกำลังสอง (วิธี 2) ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากการทดลองมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

λ	ขนาดตัวอย่าง (n)		
	90%	95%	99%
1	12-50	5-50	3-50
2	12-50	4-50	2-50
3	7-50	1-50	1-50
4-100	1-50	1-50	1-50

จะเห็นได้ว่าที่พารามิเตอร์ λ ขนาดเล็ก วิธีการประมาณด้วยรากของสมการกำลังสอง (วิธี 2) จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ และเมื่อ λ มีค่าเพิ่มขึ้นขนาดตัวอย่างก็จะลดลง โดยเมื่อ λ มีค่ามากกว่า 4 พบว่าทุกระดับขนาดตัวอย่าง ($n=1$ ถึง 50) วิธีการประมาณด้วยรากของสมการกำลังสอง (วิธี 2) จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากการทดลองมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

1.3 วิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบสส์โดยอัลเบิร์ต (วิธี 3) จะให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากการทดลองไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในทุก ๆ สถานการณ์ที่ทำการทดลอง

2. การเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

จะทำการเปรียบเทียบเฉพาะสถานการณ์ที่วิธีการประมาณให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่คำนวณได้จากการทดลองมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยสามารถสรุปได้ว่า วิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบสส์โดยอัลเบิร์ต(วิธี 3) จะให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำที่สุดในทุก ๆ สถานการณ์

ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของวิธีการประมาณทั้ง 3 วิธี คือ

1. เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นเพิ่มขึ้นด้วย
2. เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นลดลง

ข้อเสนอแนะ

ผลการวิจัยครั้งนี้จะเสนอแนะเป็น 2 ด้านคือ

1. ด้านการนำไปใช้ประโยชน์

ในทางปฏิบัติถ้าเราทำการรวบรวมข้อมูลและตรวจสอบคุณลักษณะของข้อมูลโดยใช้ตัวทดสอบสถิติ แล้วพบว่าข้อมูลมีการกระจายในลักษณะการแจกแจงแบบปัวส์ซง เราสามารถที่จะหาค่าเฉลี่ยของข้อมูลตัวอย่าง ($\hat{\mu}$) และขนาดตัวอย่าง (n) ซึ่งอาจนำมาประกอบการพิจารณาคัดเลือกวิธีการประมาณค่าแบบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบปัวส์ซงดังนี้

1.1 ถ้าค่า $\hat{\lambda}$ มีค่าเล็ก ($\hat{\lambda} \leq 2$) และพบว่าขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย ($n \leq 3$) ควรเลือกใช้วิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบสส์โดยอัลเบิร์ต(วิธี 3)

1.2 ถ้าค่า $\hat{\lambda}$ มีค่าเล็ก ($\hat{\lambda} \leq 2$) แต่ขนาดตัวอย่างมีค่ามาก($n \geq 50$) อาจเลือกใช้วิธีการประมาณอย่างง่าย (วิธี 1) หรือวิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบสส์โดยอัลเบิร์ต (วิธี 3) ก็ได้ เนื่องจากให้ค่าความยาวเฉลี่ยใกล้เคียงกัน แต่วิธีการประมาณอย่างง่ายจะมีวิธีการคำนวณง่ายกว่า

1.3 ถ้าค่า $\hat{\lambda}$ มีค่ามาก ($\hat{\lambda} \geq 15$) วิธีการประมาณทั้ง 3 วิธีให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นใกล้เคียงกัน ในทุกขนาดตัวอย่าง ($n = 1$ ถึง 50) ฉะนั้นอาจเลือกใช้วิธีการประมาณอย่างง่ายเนื่องจากมีวิธีการคำนวณที่ไม่ยุ่งยาก

2. ด้านการศึกษาวิจัย

2.1 จากการเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วงความเชื่อมั่นสำหรับพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบปัวส์ซงด้วยวิธีการประมาณทั้ง 3 วิธี พบว่าวิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบสส์โดยอัลเบิร์ต (วิธี 3) ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำที่สุดในทุกสถานการณ์ที่ทำการทดลอง

2.2 ในการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบปัวส์ซงครั้งนี้ศึกษาเฉพาะวิธีการประมาณ 3 วิธีดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น ยังมีวิธีการประมาณอื่น ๆ ที่น่าสนใจอีกเช่น การประมาณโดยใช้กราฟ (Graphical Method) ซึ่งยังไม่ได้นำมาเปรียบเทียบกันจึงน่าที่จะได้ทำการศึกษาวิจัยต่อไป

2.3 ในการวิจัยครั้งนี้ เห็นได้ว่าวิธีการประมาณด้วยตัวประมาณเบสส์โดยอัลเบิร์ต (วิธี 3) ที่นำมาใช้ มีพื้นฐานจากการประมาณแบบเบสส์ ซึ่งกำหนดให้การแจกแจงก่อนการทดลอง (prior distribution) ของพารามิเตอร์ λ เป็นการแจกแจงแบบแกมมาเท่านั้น ดังนั้นจึงควรจะทำการศึกษาในกรณีที่การแจกแจงก่อนการทดลอง (prior distribution) ของพารามิเตอร์ λ เป็นการแจกแจงแบบอื่น ๆ บ้าง เช่น เป็นการแจกแจงแบบไค-สแควร์ การแจกแจงแบบเอกซ์โปเนนเชียล เป็นต้น