หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

วรรณคดี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยขอเสนอ วรรณคดี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับ ผลของสำนึกทางด้านจำนวน และตัวแปรคัดสรร ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น กรุงเทพมหานคร โดยได้นำเสนอตามลำดับหัวข้อต่อไปนี้

1. สำนึกทางด้านจำนวน
2. การสอนคณิตศาสตร์ และทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาสำนึกทางด้านจำนวน
3. การเรียนแบบร่วมมือ
4. ความสามารถในการแก้ปัญหา
5. ความยืดหยุ่นในการคิด
6. แบบการคิดพึ่งพา / อิสระ
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

 7.1 งานวิจัยในต่างประเทศ และงานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับ สำนึกทางด้านจำนวน

 7.2 งานวิจัยในต่างประเทศ และงานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

<u>สำนึกทางด้านจำนวน</u>

1. <u>ความหมาย</u>

ในปัจจุบันวงการศึกษาคณิตศาสตร์ของหลายประเทศกำลังให้ความสนใจเกี่ยวกับ "สำนึกทางด้านจำนวน" (Number Sense) กันอย่างแพร่หลาย เพราะถือว่าเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ในขณะนี้ นักการศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์ และนักวิจารณ์ต่าง ๆ ต่างยอมรับว่าสำนึกทางด้านจำนวนที่ได้รับการปรับปรุงแล้ว เป็นผลที่พึงปรารถนาของการเรียนการสอนวิชา

คณิตศาสตร์เป็นอย่างยิ่ง (National Council of Teachers of Mathematics, 1989 ; National Research Council, 1989 and Blackwell & Henkin, 1989 ; cited by Greeno, 1991: 173)

ได้มีผู้ให้ความหมายของสำนึกทางด้านจำนวนไว้ในลักษณะต่าง ๆ กันดังนี้

คณะกรรมการควบคุมมาตรฐานคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งประเทศสหรัฐอเมริกา (Commission on Standards for School Mathematics of The NCTM 1987: 37) ได้กล่าวว่า เด็กที่มีสำนึกทางด้านจำนวนที่ดี (Good number sense) จะต้องมีลักษณะต่อไปนี้

1. มีความเข้าใจอันดีเกี่ยวกับความหมายของจำนวนต่าง ๆ
2. สามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนต่าง ๆ ได้หลากหลาย
3. รู้ขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน (relative magnitudes of numbers) และ
4. รู้ผลเชิงสัมพัทธ์ของการปฏิบัติการบนจำนวน (relative effect of operating on number)

ทอมป์สันและรัทเมลล์ (Thompson and Rathmell 1989 : 2-3)ได้ให้ความหมายของสำนึกทางด้านจำนวนว่า สำนึกที่ดีทางด้านจำนวนนั้นจะต้องเกี่ยวข้องกับการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ต่อไปนี้

1. ความหมายและความสัมพันธ์ต่าง ๆ ของจำนวน (Number meaning and relationships)

ในการพัฒนาความเข้าใจนั้น จะต้องพัฒนาตั้งแต่เบื้องต้น เริ่มจากการนับ โดยเข้าใจถึงค่าประจำหลัก (Place Values) สำหรับจำนวนที่มีค่ามาก ๆ และทศนิยม ตลอดจนเศษส่วน นอกจากนี้จะต้องพัฒนาสำนึกที่ดี (Good Sense) เกี่ยวกับการที่จะสามารถประกอบ (Compose) หรือแยกจำนวนออกจากกันได้ (Decompose) เช่น รู้ว่า 5 ประกอบด้วย 4 และ 1 หรือ 2 และ 3 75 สามารถประกอบด้วย 25 และ 50 และสามารถแยก 735 ออกเป็น 700 + 30 + 5 หรือ 73(10) + 5 เป็นต้น นอกจากนี้การรู้ความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วนและทศนิยมที่เท่ากัน เป็นสิ่งจำเป็น เพราะเป็นจำนวนที่ใช้กันอยู่ในชีวิตประจำวัน

2. ขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน (The relative magnitudes of number)

สำนึกทางด้านจำนวนที่ดีนั้น จำเป็นต้องอาศัยความเข้าใจอันดีเกี่ยวกับ ขนาดของจำนวนในเชิงเปรียบเทียบกับจำนวนอื่น ๆ ที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน เช่นเข้าใจว่า 29 มีค่ามากกว่า 5 ก็จริง แต่ก็มีค่าน้อยกว่าเมื่อเทียบกับ 90 และ 486 ใกล้เคียงกับ 500 มากกว่า 562 เป็นต้น นอกจากนี้ ยังรวมไปถึงความสามารถที่จะบ่งชี้ถึงเศษส่วน หรือทศนิยม ที่มีค่าใกล้เคียงกับจำนวนที่เหมาะสมได้ เช่น เมื่อตัวเลขแปดหลักที่ปรากฏบนจอเครื่องคิดเลขคือ 0.4937501 แล้วนักเรียนจะต้องรู้ว่า จำนวนนี้มีค่าใกล้เคียงกับ 0.5 มากกว่า 0 และ 1 และในทำนองเดียวกัน 9.8364483 เข้าใกล้ 10 เป็นต้น สิ่งเหล่านี้สำคัญมากสำหรับการเป็นนักประมาณค่าที่ดี ซึ่งต้องอาศัยการรู้จักที่จะประมาณให้ได้ค่าที่เหมาะสม (nice number) ที่สุด จากจำนวนต่าง ๆ ที่กำหนดในโจทย์ เพื่อใช้จำนวนที่เหมาะสมที่สุดเหล่านั้นในการคิดคำนวณในใจ

3. ผลเชิงสัมพัทธ์ของปฏิบัติการต่าง ๆ บนจำนวน (The relative effects of operations on number)

การรู้ผลที่ได้จากการใช้จำนวนในฐานะที่เป็นตัวปฏิบัติการ (operator) ตัวหนึ่งบนจำนวนอื่น ๆ ตัวอย่างเช่นรู้ว่าจำนวนบวกที่มีค่าน้อยกว่า 1 คูณกับจำนวนบวกใด ๆ แล้วผลที่ได้ก็คือ จำนวนบวกใด ๆ นั้น จะมีค่าน้อยลง ในทางตรงกันข้าม ถ้าจำนวนบวกที่มีค่ามากกว่า 1 คูณกับจำนวนบวกใด ๆ แล้ว ผลที่ได้คือ จำนวนบวกใด ๆ นั้นจะมีค่ามากขึ้น และถ้านำความรู้เกี่ยวกับผลเชิงสัมพัทธ์ของการใช้จำนวนในฐานะที่เป็นตัวปฏิบัติการมาเชื่อมโยงกับความรู้ในเรื่องของขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน แล้วจะทำให้เข้าใจในเรื่องของการประมาณค่าดีขึ้น เช่น สามารถเข้าใจได้ว่าผลคูณของ 2.946 กับ 31 จะได้ประมาณ 3×30 หรือ $\frac{2}{5}$ ของ 118 จะได้ประมาณ 50 เพราะมีค่าน้อยกว่า $\frac{1}{2}$ ของ 118

4. การอ้างอิงเกี่ยวกับปริมาณและการวัดในฐานะที่จำนวนต่างๆ ถูกใช้ในชีวิตประจำวัน (referents for quantities and measures as number uses in everyday situations)

หมายถึง การอ้างอิงที่เหมาะสมเกี่ยวกับจำนวนต่าง ๆ ที่ใช้อยู่ในชีวิตประจำวัน เช่น เป็นไปไม่ได้ที่เด็กจะสูงถึง 10 เมตร หรือห้องเรียนห้องหนึ่ง ๆ จุนักเรียน 3,154 คน เป็นต้น สิ่งเหล่านี้ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ตรงเกี่ยวกับจำนวนของแต่ละคน ซึ่งช่วยพัฒนาการอ้างอิงที่มีเหตุผล มีหลักการหรือความเป็นไปได้สูง (Reasonable Referents) เกี่ยวกับปริมาณต่าง ๆ ที่ได้จากการชั่ง ตวง วัด โดยเริ่มรู้ว่า จำนวนไหน สามารถใช้ บ่งชี้ปริมาณของวัตถุหรือสิ่งต่าง ๆ และช่วงไหนที่สามารถยอมรับได้

ฮาวเดน (Howden 1989: 11) ได้ให้ความหมายของสำนึกทางด้านจำนวนในแนวกว้างว่า สำนึกทางด้านจำนวนหมายถึง ญาณที่ดี (Good Intuition) เกี่ยวกับจำนวนต่าง ๆ และความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเหล่านั้น ซึ่งพัฒนาขึ้นอย่างค่อยเป็นค่อยไป อันเป็นผลที่ได้จากการสำรวจจำนวน และการมองในบริบทที่หลากหลาย โดยสามารถนำจำนวนเหล่านั้นมาสัมพันธ์กันด้วยวิธีการต่าง ๆ โดยไม่ได้จำกัดเฉพาะกระบวนการที่เคยใช้กันตามปกติ (Traditional Algorithm) ในแบบเรียนตามหลักสูตร ซึ่งจำกัดแต่วิธีการที่ใช้กระดาษและดินสอ (Paper-and-Pencil Orientation)

กรีโน (Greeno 1991 : 172-173) ได้กำหนดคุณลักษณะของสำนึกทางด้านจำนวนไว้ในเชิงทฤษฎี ในฐานะที่เป็นรูปแบบหนึ่งของความเชี่ยวชาญทางการคิด (a form of cognitive expertise) กรีโน ให้ความหมายของสำนึกทางด้านจำนวนว่าเป็นกลุ่มของความสามารถต่าง ๆ ในการสร้างและให้เหตุผลภายในโมเดลสมอง (Mental Model) ซึ่งประกอบด้วย

1. การคิดคำนวณในใจแบบยืดหยุ่น (Flexible Mental Computation)

การคิดคำนวณในใจแบบยืดหยุ่นนั้น เป็นสำนึกทางด้านจำนวนรูปแบบหนึ่งที่กล่าวถึงการรู้จักเกี่ยวกับการสมมูลกัน (Recognition of Equivalence) และสามารถใช้ในการจัดกลุ่มของจำนวนเสียใหม่ (Regroup) เพื่อประโยชน์ในการคิดคำนวณในใจ (Mental Computation)

2. การประมาณค่าในเชิงตัวเลข (Numerical Estimation) เป็นปฏิบัติการที่แสดงให้เห็นถึงสำนึกทางด้านจำนวนที่ชัดเจนอีกรูปแบบหนึ่ง ซึ่งกล่าวถึงการรู้จักที่จะหาค่าใกล้เคียง ในโจทย์คำนวณ (Context of Computation)

3. การตัดสินเชิงปริมาณ (Quantitative Judgement) เป็นองค์ประกอบสำคัญที่ทำให้ภาพของสำนึกทางด้านจำนวนชัดเจนขึ้น โดยได้กล่าวถึงการตัดสินและสรุปอ้างอิงเกี่ยวกับปริมาณด้วยค่าที่แสดงด้วยตัวเลขต่าง ๆ (Numerical Values)

โฮป (Hope 1989 : 12) ได้กล่าวถึงสำนึกทางด้านจำนวนว่า สำนึกทางด้านจำนวนเป็นคุณลักษณะที่พึงปรารถนา (Desirable Trait) ซึ่งควรจะได้รับการส่งเสริม ถึงแม้ว่า

ความหมายจะเป็นเหมือนอย่าง "สามัญสำนึก" (Common Sense) กล่าวคือ สามารถกล่าวถึงในรูปของความรู้สึก (Feeling) เกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวน และการตีความจำนวนอย่างหลากหลาย และการรู้ซึ้งถึงระดับของความแม่นยำต่าง ๆ เมื่อมีการคำนวณ ตลอดจนการใช้วิธีสามัญสำนึก (Common Sense Approach) ในการคำนวณเพื่อสนับสนุนข้อโต้แย้งหนึ่ง ๆ พูดอีกอย่างหนึ่งก็คือ สำนึกทางด้านจำนวน คือ ความสามารถ (Ability) ที่จะประมาณค่าอย่างมีหลักการหรือมีเหตุผล (Reasonable Estimates) ความสามารถที่จะสืบค้นข้อผิดพลาดทางเลขคณิต ความสามารถที่จะเลือกวิธีการในการคำนวณที่มีประสิทธิภาพที่สุด และความสามารถที่จะรู้จัก "รูปแบบของจำนวน" (Number Patterns) ในลักษณะต่าง ๆ กัน

สกอตต์ (Scott 1989 : 8) ได้ให้ความหมายของสำนึกทางด้านจำนวนไว้ว่า หมายถึงความเข้าใจในโครงสร้าง สมบัติ และปฏิบัติการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งส่งเสริมการคิดคำนวณในใจ โดยสามารถคำนวณได้อย่างรวดเร็ว และความสามารถเกี่ยวกับสำนึกทางด้านจำนวน ก็คือความสามารถในการคิดคำนวณในใจอย่างรวดเร็ว

ไครทีส (Crites 1992 : 604) ได้ให้ความหมายของสำนึกทางด้านจำนวนไว้ว่า สำนึกทางด้านจำนวนเป็นความสามารถอย่างหนึ่งในการใช้จำนวนทั้งในเชิงสัมพัทธ์ และสัมบูรณ์ เพื่อที่จะทำการตัดสินในเชิงปริมาณและคุณภาพ ซึ่งไม่ได้จำกัดแต่เพียงการเปรียบเจำนวนเท่านั้น แต่ยังรวมไปถึง การคิดหาผลลัพธ์จากการคำนวณที่ไม่สามารถบอกเหตุผลได้ (Unreasonable Results) และการคิดคำนวณในใจโดยใช้รูปแบบที่ไม่ใช่รูปแบบเชิงกระบวนการที่ใช้สอนกันในหลักสูตรปกติ (Nonalgorithmic Forms)

จากการที่มีผู้ให้ความหมายของสำนึกทางด้านจำนวน อย่างหลากหลายนั้น พอที่จะสรุปได้ว่า สำนึกทางด้านจำนวนก็คือ ความสามารถในการคิดคำนวณในใจ ได้อย่างยืดหยุ่น โดยรู้จักที่จะนำจำนวนเหล่านั้นมาสัมพันธ์กันในวิธีการหรือรูปแบบต่าง ๆ โดยไม่จำเป็นว่าจะต้องยึดวิธีที่เคยเรียนในชั้นเรียนปกติ (Traditional Algorithm) ในการแก้ปัญหา ความสามารถในการประมาณค่า และความสามารถในการตัดสินเชิงปริมาณ ซึ่งกลุ่มของความสามารถต่าง ๆ เหล่านี้มีพื้นฐานอยู่บนความรู้ความเข้าใจที่ดีเกี่ยวกับความหมาย และความสัมพันธ์ต่าง ๆ ของจำนวน ขนาดสัมพัทธ์ของจำนวน และผลเชิงสัมพัทธ์ของปฏิบัติการต่าง ๆ บนจำนวน ตลอดจนสามารถที่จะพิจารณาถึงความสมเหตุสมผล (Reasonableness) ของคำตอบที่ได้ โดยสามารถพิจารณาถึงชนิดของจำนวนที่เป็นคำตอบ และช่วงของคำตอบที่เป็นไปได้ จากบริบทของปัญหานั้น ๆ

2. ความสำคัญของสำนึกทางด้านจำนวน

จากความหมายของสำนึกทางด้านจำนวนดังกล่าว จะเห็นได้ว่าสำนึกทางด้านจำนวนนั้น เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก ดังที่ ฮาวเดน (Howden 1989 : 7) ได้กล่าวว่า

. . . สำนึกทางด้านจำนวน เป็นสิ่งที่ช่วยสร้างการเรียนรู้แบบหยั่งเห็นที่เป็นธรรมชาติ (Natural Insights) และช่วยทำให้นักเรียนเห็นว่า คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่สามารถเข้าใจได้ ไม่ได้เป็นแต่เพียงที่รวมของบรรดากฎเกณฑ์ต่าง ๆ เพื่อการนำไปประยุกต์ใช้เท่านั้น แต่นักเรียนยังสามารถที่จะทำการตัดสินเกี่ยวกับความมีเหตุผล หรือความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ และรู้ว่ามีวิธีการในการหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี ซึ่งสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้ช่วยเพิ่มความมั่นใจในความสามารถของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ความสามารถในการนำจำนวนต่าง ๆ มาสัมพันธ์กันในหลาย ๆ ลักษณะ ยังเป็นทักษะที่มีประโยชน์มากในการศึกษาคณิตศาสตร์ในขั้นสูงต่อไป เช่น "หลักของการกระจาย" (Distribution Principle) ซึ่งนับว่าเป็นองค์ประกอบสำคัญของการประมาณค่า และการคิดคำนวณในใจ นักเรียนที่ใช้หลักการนี้จะช่วยให้เข้าใจพีชคณิตได้ดีขึ้น เพราะสามารถประยุกต์ใช้กับพีชคณิตได้เป็นอย่างดี . . .

โรเนา (Ronau 1988 : 437) ได้กล่าวถึงความสำคัญของสำนึกทางด้านจำนวนที่มีค่ามาก ๆ ว่า

สำนึกทางด้านจำนวน เป็นพื้นฐานสำคัญของความสำเร็จในการประมาณค่า (Estimation) การหาค่าใกล้เคียง (Approximating) และการแก้ปัญหา (Problem Solving) ในปัจจุบันการพัฒนาสำนึกทางด้านจำนวนที่มีค่ามาก ๆ (Sense of large numbers) เป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่ง เพราะว่าหนังสือพิมพ์ โทรทัศน์ และรายงานข่าวต่าง ๆ มักจะอ้างอิงถึงจำนวนที่มีค่ามากๆ อยู่เสมอ เช่น เงินงบประมาณประจำปีของประเทศ ซึ่งคิดเป็นเงินหลายพันหลายหมื่นล้านดอลลาร์ ระยะทางในอวกาศในหลายล้านปีแสง (light years) หรือหลายหมื่นล้านไมล์ หน่วยความจำในคอมพิวเตอร์เป็นจิกะไบต์ (1 จิกะไบต์ เท่ากับ พันล้านไบต์) จากที่ได้กล่าวมานี้ จะเห็นได้ว่า การพัฒนาสำนึกทางด้านจำนวนที่มีค่ามาก ๆ นั้น มี

ความสำคัญต่อสถานการณ์ในชีวิตจริงที่เกิดขึ้นในสภาพสังคมปัจจุบันเป็นอย่างมาก สมควรที่จะส่งเสริมให้แก่นักเรียนในระดับมัธยมศึกษา (middle and high school students). . .

นอกจากนี้ แมคไบรด์ และแลมบ์ (McBride and Lamb 1986 : 101) ยังได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับสำนึกทางด้านจำนวนไว้อีกว่า นักเรียนที่ได้รับการพัฒนาสำนึกทางด้านจำนวนจะเป็นผู้ที่มีความสามารถในการคิดคำนวณได้อย่างรวดเร็ว เมื่อเขาได้เริ่มเรียนรู้โครงสร้าง หลักการ และปฏิบัติการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์แล้ว ซึ่งคุณลักษณะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เหล่านี้ สามารถสอนได้ โดยการช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ และเข้าใจวิธีคิดลัดเกี่ยวกับจำนวน เพราะวิธีคิดลัดส่วนมากมักจะง่ายต่อการเรียนรู้ และสามารถสอนให้นักเรียนรู้เรื่องได้ ภายในเวลาอันรวดเร็ว เป็นการช่วยให้นักเรียนได้ประสบกับความสำเร็จ และจำได้ในทันทีทันใด

จากนานาทัศนะอันเป็นผลสืบเนื่องมาจาก การศึกษาค้นคว้า และวิจัยของนักการศึกษาคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ซึ่งได้ให้ข้อสรุปที่สอดคล้องกันเกี่ยวกับความสำคัญและประโยชน์ของสำนึกทางด้านจำนวนว่า เป็นสิ่งที่ควรให้ความสนใจและส่งเสริมแก่นักเรียน เพราะเป็นสิ่งที่ช่วยสนับสนุนความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านต่าง ๆ เช่น ความสามารถในการคิดคำนวณอย่างรวดเร็ว ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน และความสามารถที่จะทำการตัดสินเกี่ยวกับคำตอบที่ได้อย่างมีเหตุผล โดยดูความเป็นไปได้ตามหลักของความเป็นจริง จากบริบทของปัญหานั้น ๆ ตลอดจนช่วยส่งเสริมความยืดหยุ่นในการคิดโดยรู้วิธีการในการหาคำตอบหลาย ๆ วิธี และนอกจากนี้ สำนึกทางด้านจำนวนยังมีความสำคัญในแง่ของเจตคติอีกด้วย กล่าวคือ ช่วยทำให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในความสามารถของตนในการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นต้น

3. การส่งเสริมสำนึกทางด้านจำนวนในโรงเรียน

นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้กล่าวย้ำถึงความสำคัญ และคุณประโยชน์ของสำนึกทางด้านจำนวน พร้อมกับยืนยันว่าเป็นสิ่งที่สามารถพัฒนาขึ้นได้ในตัวนักเรียน ถ้าเราจัดสิ่งแวดล้อมและประสบการณ์การเรียนรู้อย่างเหมาะสมในรูปของกิจกรรมต่าง ๆ ที่เอื้อต่อการส่งเสริมทักษะสำนึกทางด้านจำนวน (Number Sense Skill) ของนักเรียน ดังเช่น ที่ โฮป (Hope 1989 : 12-15) ได้ให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการพัฒนาสำนึกทางด้านจำนวนว่า

ถ้าการพัฒนาสำนึกทางด้านจำนวน ถูกพิจารณาในฐานะที่เป็นเป้าหมายสำคัญของหลักสูตรในโรงเรียน ครูจำเป็นจะต้องสร้างบรรยากาศในชั้นเรียน และคำนึงถึงว่า สำนึกทางด้านจำนวนเป็นสิ่งที่สามารถพัฒนาขึ้นได้ โดยผ่านทางกิจกรรมต่าง ๆ ที่มีเป้าหมายและมีความหมาย เกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ ต่อไปนี้

1. การคำนวณ (Calculating)
2. การวัด (Measuring)
3. การประมาณค่า (Estimating)

สำหรับการคำนวณกับสำนึกทางด้านจำนวนนั้น โฮป กล่าวว่า "เมื่ออยู่ภายนอกโรงเรียน การคำนวณไม่สามารถถูกแยกออกอย่างเป็นเอกเทศได้" เพราะ นักเรียนจะต้องเผชิญกับปัญหาในชีวิตประจำวัน ซึ่งต้องอาศัยการคำนวณอยู่ตลอดเวลา ซึ่งต่างกับในโลกของโรงเรียน นักเรียนมักเกี่ยวข้องกับจำนวนต่าง ๆ ในลักษณะที่แยกตัวอย่างโดดเดี่ยวออกจากสิ่งแวดล้อมประจำวัน การคำนวณดำเนินไป เพื่อจุดมุ่งหมายเฉพาะอย่างของตัวของมันเอง และผลที่ได้ก็คือ เป็นการยากที่นักเรียนจะสามารถประยุกต์ไปสู่ปัญหาในเชิงปฏิบัติได้ ดังนั้น ครูจำเป็นจะต้องให้นักเรียนได้เข้าใจในสิ่งต่าง ๆ ต่อไปนี้

1. การคำนวณ กระทำเพื่อเป้าหมายในเชิงปฏิบัติ กล่าวคือ การคำนวณจะต้องไม่แยกตัวออกจากงานที่ปฏิบัติ ไม่ว่าการคำนวณนั้นจะคำนวณด้วยเครื่องคิดเลข ด้วยกระดาษและดินสอ หรือคำนวณในใจก็ตาม นักเรียนจะต้องคำนวณเพื่อเป้าหมายในเชิงปฏิบัติ ไม่ใช่การคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องอย่างเดียว (ซึ่งความถูกต้องถูกพิจารณาและตัดสินโดยครูผู้สอน) โดยขาดเหตุผล หรือขาดวิจารณญาณในการคิด จะทำให้นักเรียนได้พฤติกรรมที่เป็นแบบเครื่องจักร ซึ่งต่อต้านต่อการพัฒนาสำนึกทางด้านจำนวนของนักเรียน และนักเรียนจะมีปัญหาเมื่อมีการคำนวณโดยไม่ใช้กระดาษและดินสอ เพราะเมื่อคนเราคำนวณสิ่งใดอย่างมีเป้าหมายในทางปฏิบัติแล้ว เขาก็มีแนวโน้มที่จะเป็นนักคำนวณที่มีความแม่นยำมาก

2. การเลือกวิธีการคำนวณ ต้องขึ้นอยู่กับโจทย์ที่กำหนดให้ โดยนักเรียนจะต้องได้รับการส่งเสริมให้รู้จักพิจารณาโจทย์ในเชิงปฏิบัติ (Practical Context) ก่อนที่จะลงมือเลือกวิธีใดวิธีหนึ่งในการคำนวณ

3. การคำนวณสามารถทำให้ง่ายขึ้นได้ หมายถึง นักเรียนจะต้องเข้าใจว่ามีวิธีการในการคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง ได้มากมายหลายวิธี โดยนักเรียนสามารถปรับโจทย์ให้อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้น เพื่อสะดวกในการคำนวณ

4. บริบทของโจทย์ปัญหา สามารถช่วยในการประเมินความเป็นไปได้ของคำตอบที่ได้จากการคำนวณ

5. คำตอบที่คำนวณได้ ต้องถูกตีความ กล่าวคือ นักเรียนจะต้องเรียนรู้ที่จะตัดสินใจเกี่ยวกับวิธีที่จะตีความผลที่ได้จากการคำนวณ โดยครูเปิดโอกาสให้นักเรียนฝึกตีความคำตอบ จากโจทย์ปัญหาต่าง ๆ ที่คำนวณได้ จากแบบฝึกหัดที่ครูเสนอให้ ตัวอย่างเช่น เจ้าของโรงงานแห่งหนึ่งได้คำนวณเงินที่จะจ่ายเป็นค่าจ้างสำหรับลูกจ้าง โดยได้ค่าที่คำนวณได้เป็น 3175.5479 บาท จงเขียนจำนวนเงินที่จะจ่ายเป็นเช็คเงินเดือนสำหรับลูกค้า และจงให้เหตุผลคำตอบของนักเรียนด้วย

ในเรื่องการวัดกับสำนึกทางด้านจำนวนนั้น โฮปได้เสนอว่า ครูผู้สอนจะต้องแน่ใจว่านักเรียนมีโอกาสที่จะใช้การวัดในสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวันได้ และเป็นสิ่งสำคัญมากที่นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจบางประการเกี่ยวกับเรื่องของการวัด ดังนี้

1. การวัดกระทำเพื่อจุดมุ่งหมายอย่างใดอย่างหนึ่ง ตัวอย่างปัญหาปลายเปิดที่ดีจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สร้างมโนทัศน์ วางแผน อภิปราย ค้นคว้า และคิดผล ๆ กับการลงมือวัดจริง ๆ

2. การเลือกเครื่องมือวัดขึ้นอยู่กับบริบทที่กำหนดให้ นักเรียนเองต้องเรียนรู้เครื่องมือวัดแต่ละชนิด ซึ่งจะมีลักษณะเด่นเฉพาะตัวของมันเอง แตกต่างกันออกไป นักเรียนจะต้องเรียนรู้วิธีการเลือกเครื่องมือวัด ให้เหมาะกับสถานการณ์หรือสิ่งที่จะวัด นักเรียนจะต้องเรียนรู้วิธีอ่าน และคำนวณเกี่ยวกับเครื่องมือและคำนวณเกี่ยวกับเครื่องมือวัด และประยุกต์กลวิธีต่าง ๆ ในการวัด

3. การเลือก และกำหนดระดับความแม่นยำในการวัดขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ของการวัด

4. หน่วยของการวัดมักมีความคลุมเครือ จำนวนต่าง ๆ ที่ใช้ในชีวิตประจำวัน ไม่ได้ถูกระบุด้วยหน่วยใดหน่วยหนึ่งเพียงหน่วยเดียวเสมอไป และความหมายที่แสดงถึงลักษณะสำคัญของ

จำนวนเหล่านี้ขึ้นอยู่กับความเข้าใจในบริบทที่จำนวนเหล่านั้นปรากฏอยู่ ตามความเข้าใจของบุคคลใดบุคคลหนึ่ง หน่วยของจำนวนต่าง ๆ บางหน่วย จะมีความหมายเฉพาะสำหรับกลุ่มคนกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งเท่านั้น

4. <u>การประมาณค่ากับสำนึกทางด้านจำนวน</u>

การประมาณค่าตัวเลขที่เหมาะสมเป็นสิ่งจำเป็นมาก เพราะสามารถส่งเสริมสำนึกทางด้านจำนวนได้เป็นอย่างดี ครูผู้สอนจำเป็นต้องเน้นมโนทัศน์ของการประมาณค่า โดยเริ่มตั้งแต่ชั้นเล็ก ๆ จนกระทั่งถึงระดับมัธยมศึกษา ทั้งนี้เพราะ

1. การประมาณค่าเกี่ยวข้องกับการเปรียบเทียบปริมาณต่าง ๆ โดยนักเรียนจะต้องเรียนรู้ และเข้าใจความหมายของคำว่า ระหว่าง ประมาณ ใกล้ ใกล้เคียง เราสามารถเรียนรู้คำต่าง ๆ เหล่านี้ได้ดี จากการเปรียบเทียบปริมาณในรูปของอันดับ

2. คำตอบที่ได้จากการคำนวณครั้งหนึ่ง ๆ สามารถถูกประมาณค่าได้หลายวิธี ซึ่งการประมาณค่านี้จำเป็นต้องอาศัยความเข้าใจเป็นอย่างดีเกี่ยวกับ "ขนาดสัมพัทธ์" ของปริมาณต่าง ๆ พอ ๆ กับวิธีที่จะแปลงรูปแบบของจำนวนจากรูปแบบหนึ่งไปสู่อีกรูปแบบหนึ่งได้ ตัวอย่างเช่น ให้นักเรียนประมาณค่า ส่วนลด 35% ของสินค้าชิ้นหนึ่งซึ่งติดราคาไว้ 23.85 บาท โจทย์ในลักษณะนี้อาจทำได้โดย

2.1 แปลงรูปเสียใหม่ เป็น 30% ของ 20 บาท โดยคิด 10% ของ 20 บาท ซึ่งมีค่าเท่ากับ 2 บาท ก่อน จากนั้นก็คูณ 2 ด้วย 3 ได้ค่าประมาณเป็น 6 บาท

2.2 วิธีนี้ทำเหมือนวิธีแรก เพียงแต่ปัด 23.85 บาท เป็น 24 บาท ซึ่งวิธีนี้จะทำให้ได้ค่าโดยประมาณ เป็น 7.20 บาท

2.3 แปลงรูปใหม่เป็น 33 $\frac{1}{3}$ % ของ 24 บาท ซึ่งเท่ากับ $\frac{1}{3}$ ต่อจากนั้นก็คิดว่า $\frac{1}{3}$ ของ 24 มีค่าเท่ากับ 8 บาท

2.4 แปลงรูปเสียใหม่ เป็น 35% ของ 24 บาท แล้วคิด 10% ของ 24 บาท ซึ่งมีค่าเท่ากับ 2.40 บาท แล้วคูณด้วย 3 เท่า ได้เป็น 7.20 บาท ต่อจากนั้นก็ทำให้ละเอียดขึ้นอีกโดยการบวกด้วย 1.20 บาท (เพราะ 5% เท่ากับครึ่งหนึ่งของ 10%)

3. ความละเอียดที่ต้องการจากการประมาณค่าขึ้นอยู่กับการใช้ประโยชน์ นักเรียนจะ

ต้องได้รับการฝึกหัดในการกำหนดความละเอียดแม่นยำที่พึงปรารถนา ครูจะต้องมีความระมัดระวังการกำหนดระดับความแม่นยำที่ไม่สอดคล้องกับความเป็นจริง ตัวอย่างเช่น ในการประมาณค่าสมุด 5 เล่ม ราคาเล่มละ 18.95 บาท นั้นมีประโยชน์มากกว่าที่จะคิดโดยใช้ 5 × 20 = 100 บาท มากกว่าที่จะเอา 5 × 19 = 95 บาท

จากที่ได้กล่าวมานี้เป็นข้อเสนอแนะ แนวทางหนึ่งสำหรับการพัฒนาสำนึกทางด้านจำนวนของ โฮป นอกจากนี้ ธอร์นตัน และทัคเกอร์ (Thornton and Tucker 1989 : 18) ยังได้เสนอ แนวคิดและแนวทางในการพัฒนาสำนึกทางด้านจำนวน โดยเริ่มจากการวางแผนประสบการณ์ต่าง ๆ ที่จะช่วยให้นักเรียนได้มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับขนาดของจำนวน ปฏิบัติการบนจำนวน และความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนต่าง ๆ ได้ดีขึ้น พร้อมกับได้ยกตัวอย่าง 2 ตัวอย่าง ที่แสดงให้เห็นถึงการใช้สำนึกทางด้านจำนวนที่ดีของเด็กสองคน ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่ 1</u>

แม่ของจอห์นนี่ให้เงินมา 10 เหรียญ เพื่อให้เขาไปซื้อ นม และขนมปัง ในการนี้จอห์นนี่รู้ว่า นม 1 แกลลอน ราคาประมาณ 2 เหรียญ และขนมปังแถวหนึ่งราคาประมาณ 1 เหรียญ พอไปถึงร้าน จอห์นนี่ ซื้อนม 3 แกลลอน และขนมปัง 3 แถว จอห์นนี่มั่นใจมากขณะยืนเข้าแถวเพื่อรอชำระเงิน เพราะเขาแน่ใจว่าเอาสตางค์ไปพอจ่ายค่าของทั้งหมด

<u>กรณีที่ 2</u>

ซู-หลิน คิดตรวจดูคำตอบของปัญหา 36 + 48 ที่เธอได้คำนวณไว้แล้ว เธอรำพึงในใจว่า "คำตอบที่ได้ไม่ถูกอย่างแน่นอน เพราะจำนวน 2 จำนวนมีค่าน้อยกว่า 50 ดังนั้น ผลบวกของมันจะต้องต่ำกว่า 100"

จากตัวอย่างดังกล่าว ธอร์นตันและทัคเกอร์ ได้สรุปว่า "เป้าหมายสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนก็คือ การช่วยให้นักเรียนคิดเลขในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเมื่อนักเรียนมีความมั่นใจเกี่ยวกับจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนแล้ว เขาก็จะพัฒนาสำนึกอย่างหนึ่งขึ้น เพื่อควบคุมสถานการณ์เกี่ยวกับจำนวน (Numerical Situations) เมื่อได้เผชิญกับปัญหาในขณะที่อยู่ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน โดยนักเรียนจะแก้ปัญหาด้วยเจตคติที่เป็น

บวก และสามารถหาคำตอบได้ดีขึ้น โดยนักเรียนบางคนอาจบรรลุสำนึกแห่งความมั่นใจนี้อย่างเป็นธรรมชาติ ในการที่จะทำให้นักเรียนมีสำนึกแห่งการควบคุมสถานการณ์เกี่ยวกับจำนวนอย่างเป็นธรรมชาติขณะที่อยู่ทั้งในและนอกโรงเรียนนั้น ธอร์นตันและทัคเกอร์ ได้ให้ความสำคัญกับครูเป็นอย่างมาก เขาเน้นว่าในการวางแผนบทเรียนคณิตศาสตร์ประจำวัน ครูผู้สอนพึงได้ปฏิบัติดังนี้

1. ระลึกถึงความสำคัญของการพัฒนาสำนึกทางด้านจำนวน

2. สร้างบรรยากาศทางบวก เพื่อให้นักเรียนได้งอกงามในด้านความเข้าใจและการประยุกต์ใช้เกี่ยวกับจำนวน

3. สร้างสถานการณ์ที่กระตุ้นพัฒนาการเกี่ยวกับสำนึกทางด้านจำนวน

สำหรับการพัฒนาบรรยากาศในทางบวกสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้น ธอร์นตันและทัคเกอร์แนะว่า ครูควรได้พิจารณาถึงสิ่งต่าง ๆ ต่อไปนี้

1. นักเรียนมีความเต็มใจมากกว่าการถูกบังคับ ในการที่จะสำรวจสถานการณ์ด้านจำนวน ซึ่งเกี่ยวข้องกับความคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ด้วยสิ่งที่เขาคุ้นเคย

2. นักเรียนมีวิธีการเข้าถึงปัญหา หรือสถานการณ์ด้านจำนวน ที่แตกต่างกันออกไป ดังนั้น การยอมรับและการส่งเสริมการตอบสนองที่หลากหลายของนักเรียนจึงเป็นตัวเร่งให้นักเรียนมีพัฒนาการคิดอย่างยืดหยุ่น (Flexible Thinking) มากขึ้น และทำให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการประมาณค่า

3. การใช้การเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative Learning) จะช่วยให้นักเรียนมีโอกาสได้ฟังความคิดเห็นเกี่ยวกับจำนวนซึ่งกันและกัน ผลที่ตามมาก็คือนักเรียนจะได้เรียนรู้วิธีการต่าง ๆ ที่ทำให้ประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหาได้มากกว่า 1 วิธี

4. นักเรียนจะต้องมีโอกาสได้เสี่ยง และทำการตัดสินเกี่ยวกับจำนวนด้วยตนเอง ภายใต้บรรยากาศแห่งการยอมรับ และไม่ถูกบังคับ เพราะการเพิ่มโอกาสให้แก่นักเรียนเช่นนี้จะช่วยให้นักเรียนมีความชำนาญในการตัดสินใจเกี่ยวกับจำนวนมากขึ้น

5. เนื้อหาวิชาสังคมศึกษา วิทยาศาสตร์ และการอ่าน จะน่าสนใจขึ้นถ้าได้สอดแทรกสำนึกทางด้านจำนวนเข้าไป ตัวอย่างเช่น ในการไปทัศนศึกษาในวิชาสังคมศึกษาครั้งหนึ่ง ครูอาจถามนักเรียนว่า ในการไปทัศนศึกษาพิพิธภัณฑ์แห่งหนึ่ง เงิน 30 บาทต่อนักเรียน 1 คน เพียงพอหรือไม่ที่จะใช้จ่ายทั้งวัน เพราะเหตุใด

สำหรับในเรื่องการวางแผนการเรียนประจำวันนั้น ธอร์นตันและทัคเกอร์ เน้นว่าครูจำเป็นต้องพิจารณาถึงสิ่งต่าง ๆ ต่อไปนี้

1. การเชื่อมโยงความรู้ในหัวข้อใหม่กับความรู้เก่าที่เรียนไปแล้วเข้าด้วยกัน
2. การใช้วิธีการในเชิงของการจัดกระทำ
3. การทำให้สอดคล้องกับประสบการณ์ในชีวิตจริงของนักเรียน
4. การส่งเสริมการอภิปรายโดยใช้เทคนิคในการถามคำถามอย่างเหมาะสม
5. การตรวจสอบความเข้าใจ

สรุปแล้วการพิจารณาสำนึกทางด้านจำนวนตามแนวคิดของธอร์นตันและทัคเกอร์นั้น เน้นที่การวางแผนบทเรียนคณิตศาสตร์ประจำวัน ตามหลักสูตรปกติเป็นสำคัญ โดยผู้ที่มีบทบาทสำคัญในการจัดประสบการณ์ได้สอดคล้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน และสร้างบรรยากาศที่ดีในชั้นเรียนก็คือตัวครูและนักเรียนจะต้องมีส่วนร่วมในการเรียนรู้มากที่สุด ในลักษณะของการเรียนรู้ร่วมกัน

ส่วนแนวคิดของชาวเดอร์ และชาวเดอร์ (Sowder and Sowder 1989 : 55) นั้นเห็นว่า สำนึกทางด้านจำนวนนั้นสามารถพัฒนาได้ด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ที่เหมาะสม การสอนวิธีลัดและการให้นักเรียนได้เรียนรู้ที่จะพิจารณาคำตอบที่ได้โดยใช้วิธีการต่าง ๆ กัน และจำนวนที่เป็นคำตอบนั้นจะต้องมีความหมาย ซึ่งสิ่งนี้จำเป็นจะต้องอาศัยการตรวจสอบอย่างมีวิจารณญาณ โดยใช้กิจกรรมการฝึกทักษะการประมาณค่า และกิจกรรมการฝึกคิดคำนวณในใจ

นอกจากนี้ ชาวเดอร์ และชาวเดอร์ ยังได้ให้ข้อเสนอแนะที่ชัดเจนอีกว่า สำนึกทางด้านจำนวนสามารถพัฒนาได้ด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ที่เหมาะสม การสอนวิธีลัดและการให้นักเรียนได้เรียนรู้ที่จะพิจารณาคำตอบต่าง ๆ ที่เขาได้มาด้วยวิธีการแตกต่างกัน และจำนวนต่าง ๆ ที่เป็นคำตอบนั้นจะต้องมีความหมาย ซึ่งจำเป็นจะต้องได้รับการตรวจสอบอย่างใช้วิจารณญาณ โดยที่กิจกรรมการฝึกทักษะการประมาณค่า และกิจกรรมการฝึกคิดคำนวณในใจ นับว่าเป็นกิจกรรมสำคัญที่จะช่วยส่งเสริมสำนึกทางด้านจำนวนได้

5. <u>โปรแกรมส่งเสริมสำนึกทางด้านจำนวน</u> (Number Sense Program)

ในประเทศสหรัฐอเมริกา ได้มีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับ โปรแกรมส่งเสริมสำนึกทางด้านจำนวน กันอย่างแพร่หลาย โดยได้มาจากการปรับปรุงดัดแปลงมาจากโปรแกรมการแข่งขันตอบ

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของรัฐเท็กซัสซึ่งใช้มานานแล้ว นักเรียนที่เรียนผ่านโปรแกรมส่งเสริมสำนึกทางด้านจำนวน พบว่า มีทักษะในการแก้ปัญหาและมีทักษะในการคำนวณเพิ่มขึ้น รวมทั้งมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ (Longley 1983 : 1)

โปรแกรมส่งเสริมสำนึกทางด้านจำนวน ของ ฮอสฟอร์ด และสกอตต์ ในปี ค.ศ.1986 (Hosford and Scott 1986: 30) ประกอบด้วยการสอนวิธีลัด (Short Cut) ที่มีความหมายเลขคิดในใจ และการประมาณค่า โดยใช้เวลา 10 นาที ของแต่ละคาบการสอนคณิตศาสตร์ ในหลักสูตรปกติ เป็นเวลานาน 12 สัปดาห์ รวมเวลาที่ใช้ในการสอนและฝึกทั้งสิ้น 600 นาที และโปรแกรมนี้ถูกบูรณาการเข้าไปในหลักสูตรปกติ (Regular Curriculum) โดยที่ ใน 1 สัปดาห์ จะสอนเนื้อหาและวิธีการ 3 วัน คือ วันจันทร์ วันอังคาร วันพุธ และในวันพฤหัสบดี จะทำการฝึก ส่วนวันศุกร์ของทุก ๆ สัปดาห์ จะทำการสอบเก็บคะแนน

ในการพัฒนาหลักสูตรสำนึกทางด้านจำนวน ได้พัฒนาบนพื้นฐานของการมีส่วนร่วมในการให้คำปรึกษาอย่างใกล้ชิดระหว่างครูผู้สอน เพื่อให้ได้สิ่งต่าง ๆ ต่อไปนี้

1. ความเหมาะสมของเนื้อหากับระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน
2. ความสอดคล้องของหัวข้อต่าง ๆ ในโปรแกรมส่งเสริมสำนึกทางด้านจำนวน (Number sense program) กับเนื้อหาในหลักสูตรปกติ
3. ความเหมาะสมของจำนวนข้อในแบบทดสอบประจำสัปดาห์
4. การนำกลวิธีการสอนที่เหมาะสมไปใช้ให้เป็นประโยชน์

สำหรับโปรแกรมส่งเสริมสำนึกทางด้านจำนวนของ ฮอสฟอร์ด และสกอตต์ นี้ ได้ถูกนำไปทดลองใช้กับนักเรียนระดับเจ็ด ผลปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนในโปรแกรมนี้มีคะแนนทักษะสำนึกทางด้านจำนวน (Number Sense Skills) สูงขึ้น

ต่อมาในปี 1987 สกอตต์ (Scott 1987: 70-75) ได้พัฒนาโปรแกรมส่งเสริมสำนึกทางด้านจำนวน สำหรับนักเรียนระดับแปดขึ้นโดยเนื้อหาและโครงสร้างของโปรแกรมปรับปรุงมาจากโปรแกรมส่งเสริมสำนึกทางด้านจำนวนของ ฮอสฟอร์ด และสกอตต์ เมื่อปี 1986 แต่สำหรับโปรแกรมนี้เน้นที่ทักษะการคิดคำนวณในใจอย่างรวดเร็ว และถูกต้อง และทักษะการประมาณค่า

สำหรับเนื้อหาในหลักสูตรสำนึกทางด้านจำนวน (Number Sense Curriculum) ถูกบูรณาการเข้าในหลักสูตรปกติ (Regular Curriculum) ซึ่งประกอบด้วย หัวข้อต่าง ๆ ดังนี้

1. ค่าประจำหลัก (Place Value)
   1.1 การปัดให้ใกล้เคียงที่สุดกับจำนวนเต็ม 10 100 และ 1000
   1.2 การประมาณค่า

2. ผลบวกของ
   2.1 อนุกรมพิเศษของอันดับของเลขโดด (Special series of consecutive digits)
   2.2 เลขจำนวนเต็มที่มีสามหลัก (Three-digit whole numbers)

3. ค่าเฉลี่ย (Averages) ของ
   3.1 อันดับของเลขคู่/เลขคี่ (Consecutive even (odd) numbers)
   3.2 ชุดของอันดับของเลขโดดชนิดพิเศษ (Special sets of consecutive digits)

4. การคูณ
   4.1 โดยยกกำลัง 10
   4.2 โดยยกกำลัง 11
   4.3 การยกกำลังสองของเลขสองหลักที่ลงท้ายด้วย เลข 5
   4.4 สมบัติของศูนย์ (Zero Property)

5. เศษส่วน - ทศนิยม - เปอร์เซ็นต์ ที่สมมูลกันกับ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ และ $\frac{1}{8}$

6. สมบัติของจำนวน (Number Properties)
   6.1 อินเวอร์สการบวก (Additive Inverse)
   6.2 อินเวอร์สการคูณ (Multiplicative Inverse)
   6.3 จำนวนเฉพาะ (Prime Numbers)
   6.4 จำนวนคี่และจำนวนคู่ (Odd and Even Numbers)

7. เศษจากการหารด้วย 3 หรือ 9

8. สมบัติต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับพีชคณิต เช่น

8.1 อสมการ (Inequalities)

8.2 ถ้า ab = c แล้ว $\frac{c}{b} = a$

9. การประมาณค่าจำนวนเต็ม (Estimation of whole number)

9.1 การบวก

9.2 การลบ

9.3 การคูณ

9.4 การหาร

10. เศษส่วน (Fractions)

10.1 การจัดอันดับ (Ordering)

10.2 ตัวประกอบ (Factors)

10.3 ตัวหารร่วม (Common denominators)

10.4 เศษส่วนคูณกับจำนวนเต็ม

จากผลของการทดลองใช้โปรแกรมส่งเสริมสำนึกทางด้านจำนวนของ สกอตต์ พบว่านักเรียนที่เข้าร่วมในโปรแกรมนี้มีทักษะสำนึกทางด้านจำนวนเพิ่มขึ้น และมีความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความสามารถทางด้านสำนึกทางด้านจำนวน กับคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในด้านการคิดคำนวณ และการนำไปใช้ อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนมีเจตคติทางบวกต่อความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์ ความมีประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ และเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เหมาะสำหรับทั้งเพศหญิงและเพศชาย

6. <u>การคิดคำนวณในใจ</u> (Mental Computation)

6.1 <u>ความหมาย</u>

มีผู้ให้ความหมายของการคิดคำนวณในใจไว้ดังนี้

เรย์ (Reys 1986: 22) กล่าวว่า "การคิดคำนวณในใจ หมายถึง กระบวนการในการคิดหาคำตอบที่ถูกต้อง (Exact Answer) จากปัญหาที่เกี่ยวกับการคำนวณ โดยปราศจากเครื่องช่วยในการคำนวณจากภายนอกใด ๆ ทั้งสิ้น"

สกอต (Scott 1987 : 13) ได้ให้ความหมายของการคิดคำนวณในใจไว้ว่า การคิดคำนวณในใจเป็นวิธีหนึ่งของการคิดแก้ปัญหา โดยใช้ปฏิบัติการหรือการได้มาซึ่งคำตอบ โดยไม่ต้องใช้กระดาษและดินสอหรือเครื่องช่วยที่เป็นรูปธรรม (Concrete Aid) ใด ๆ ทั้งสิ้น

อัลลิงเจอร์ และเพย์น (Allinger and Payne 1986: 145) ได้กล่าวถึงความหมายของการคิดคำนวณในใจว่า หมายถึง กระบวนการในการหาคำตอบที่ถูกต้อง (Exact Answer) ในใจ โดยปราศจากเครื่องช่วยที่เป็นกระดาษและดินสอ หรือเครื่องคิดเลข

เฮชแคมป์ (Hagekamp 1986 : 116) กล่าวถึง เลขคิดในใจ (Mental Arithmetic) ว่า หมายถึง การคิดคำนวณ (computing) หาคำตอบที่ถูกต้อง (exact answer) โดยปราศจากกระดาษและดินสอหรือเครื่องช่วยในการคำนวณอื่น ๆ ซึ่งปกติแล้วมักจะเป็นกระบวนการคิดในใจหลาย ๆ แบบที่ไม่ใช่แบบหรือกระบวนการที่เคยเรียน (Nontraditional mental processes) และเลขคิดในใจเป็นองค์ประกอบที่สำคัญองค์ประกอบหนึ่งของการคำนวณและการประมาณค่า ตลอดจนเป็นสิ่งสำคัญที่ช่วยในการแก้ปัญหา

ชัชวาลย์ กุลโกวิท (2524 : 1) ได้ให้ความหมายของการคิดเลขในใจไว้ว่า การคิดเลขในใจ เป็นกระบวนการแก้ปัญหาอย่างหนึ่งและเป็นพฤติกรรมภายใน (Covert Behavior) พฤติกรรมนี้เป็นสิ่งที่รู้ได้โดยผู้กระทำเอง การคิดเลขในใจมีขั้นตอนเป็นกระบวนการดังนี้คือ เมื่อบุคคลได้รับสิ่งเร้า คือโจทย์เลข โจทย์เลขเข้าสู่อวัยวะสัมผัส และถูกส่งผ่านระบบประสาทไปยังสมอง เมื่อสมองรับข่าวสาร ข่าวสารนั้นถูกนำไปเก็บไว้ในความจำช่วงสั้น (Short term memory) ในกรณีที่เป็นโจทย์เลข ในขณะที่ข่าวสารถูกเก็บไว้ในความจำช่วงสั้น กระบวนการแก้ปัญหา จะเกิดขึ้นโดยมีการแยกแยะหาจุดมุ่งหมายของโจทย์เลขว่าต้องการอะไร มีการวางแผนเพื่อไปสู่จุดมุ่งหมายนั้น โดยนำเอาประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องมาช่วย เช่น สูตรคูณ และวิธีคิดแก้ปัญหาต่าง ๆ ต่อมาบุคคลจะทำการคิดแก้ปัญหาโจทย์เลขที่เก็บไว้ในความจำช่วงสั้นตามขั้นตอนที่ได้

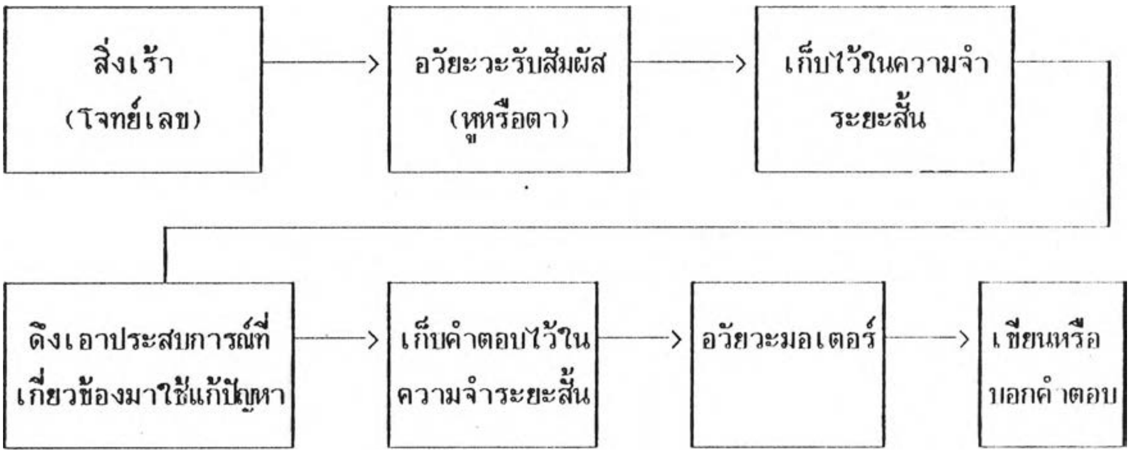
วางแผนไว้ แล้วส่งผลลัพธ์ที่ได้ผ่านระบบประสาทไปยังอวัยวะมอเตอร์ ทำการตอบสนองออกมาในรูปแบบของพฤติกรรมภายนอก เช่น การเขียนคำตอบ หรือบอกคำตอบ

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ ได้ให้ความหมายของเลขคิดในใจว่า เป็นเรื่องของการฝึกทักษะการคิดคำนวณให้สามารถคิดได้เร็วและถูกต้องแม่นยำ โดยใช้วิธีการคิดในใจ การคิดในใจถือว่าเป็นกระบวนการฝึกทักษะซึ่งต้องให้นักเรียนได้ฝึกทั้งโจทย์ทั่วไป และโจทย์ที่แฝงไปในชีวิตประจำวันของเด็ก (กรมวิชาการ 2525:36)

จากการที่ผู้รู้ได้ให้ความหมายของการคิดคำนวณในใจ พอสรุปได้ว่า การคิดคำนวณในใจ หมายถึงกระบวนการในการคิดคำนวณหรือแก้ปัญหาในใจเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องโดยไม่ต้องใช้กระดาษและดินสอหรือเครื่องช่วยในการคำนวณอื่นใด

6.2 <u>กระบวนการการคิดคำนวณในใจ</u>

การคิดคำนวณในใจเป็นกระบวนการทางสมอง (Mental Procedures) ซึ่งถือว่า เป็นพฤติกรรมภายใน (Covert Behavior) และเป็นสิ่งรู้ได้โดยผู้กระทำเอง ชัชวาลย์ กุลโกวิท (2523: 2) ได้แสดงให้เห็นถึงกระบวนการคิดคำนวณในใจไว้ดังนี้



แผนภูมิที่ 5 กระบวนการคิดในใจ

เมื่อบุคคลได้รับสิ่งเร้า ในที่นี้คือ โจทย์เลขหรือโจทย์ปัญหา เมื่อโจทย์เลขหรือโจทย์ปัญหาเข้าสู่อวัยวะสัมผัส คือ หูหรือตา จากนั้นจะถูกส่งผ่านระบบประสาทไปยังสมอง เมื่อสมองรับข่าวสาร ข่าวสารนั้นจะถูกส่งไปเก็บไว้ในความจำระยะสั้น (Short-Term Memory) ซึ่งมีคุณสมบัติ 2 ประการ ประการแรกคือ มีความจุจำกัดอยู่ในช่วง 7 ± 2 หน่วย และความจุนี้ขึ้นอยู่กับระดับอายุและระดับสติปัญญาของแต่ละบุคคล (ชัยพร วิชชาวุธ 2521 : 125-126) ประการที่สองคือ ความจำระยะสั้นเป็นความจำที่ต้องการการเอาใจใส่จดจ่ออยู่ตลอดเวลา มิฉะนั้นข่าวสารจะหายไปจากความจำอย่างรวดเร็ว ในกรณีที่เป็นโจทย์เลข ขณะที่ข่าวสารถูกเก็บไว้ในความจำระยะสั้น กระบวนการแก้ปัญหาจะเกิดขึ้น โดยมีการแยกแยะว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไร มีการวางแผนเพื่อให้ได้คำตอบ โดยดึงเอาประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องเข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา และเมื่อบุคคลคิดแก้ปัญหาจากโจทย์เลขที่เก็บไว้ในความจำระยะสั้น ตามขั้นตอนที่ได้วางแผนไว้เรียบร้อยแล้ว ก็จะเก็บคำตอบไว้ในความจำระยะสั้น จากนั้นก็ส่งผ่านระบบประสาทไปยังอวัยวะมอเตอร์ ทำการตอบสนองออกมาในรูปของการเขียนหรือการบอกคำตอบ

กระบวนการคิดคำนวณในใจนั้น เกี่ยวข้องกับเรื่องของความจำระยะสั้นเป็นอย่างมาก ซาวเดอร์ (Sowder 1990 : 19) กล่าวว่า "การแก้ปัญหาในใจจำเป็นต้องอาศัยความจำระยะสั้น ซึ่งที่ว่างของความจำระยะสั้น (Short-Term Memory Space) จำกัดมากทั้งในเด็กและผู้ใหญ่" โดยปกติแล้วความจำระยะสั้นมีความจุโดยประมาณ 7 ± 2 หน่วย หรืออย่างน้อย 5 หน่วย แต่อาจจะมากหรือน้อยกว่านี้ก็ได้ ไม่ตายตัวและมีระยะเวลาความคงทน คือจำได้นานประมาณ 30 วินาที ถ้านานกว่านี้ก็จะหายไปหรือลืม (ไสว เลี่ยมแก้ว 2528 : 39) ความจำกัดของความจำระยะสั้นถูกกำหนดโดยหน่วยของสิ่งเร้าที่บุคคลสามารถจำได้มากที่สุด นั่นคือ ช่วงความจำ (Memory Span) ซึ่งจะแตกต่างกันไปในแต่ละบุคคล อยู่ในช่วง 7 ± 2 และสิ่งเร้าต่าง ๆ นั้นอาจเป็นตัวเลข พยัญชนะ คำที่มีความหมายหรือไม่มีความหมายก็ได้ ฮันเตอร์ (Hunter 1966 : 59) ได้กล่าวไว้ สรุปได้ว่า ช่วงความจำของคนขึ้นอยู่กับอายุและสติปัญญา เด็กที่มีอายุ $2\frac{1}{2}$, 3 , 4 , $4\frac{1}{2}$, 7 และ 10 ปี จะมีค่าเฉลี่ยของช่วงความจำตัวเลข เช่น 2 , 3 , 4 , 5 และ 6 ตามลำดับ ส่วนในเด็กวัยรุ่นนั้นมีค่าช่วงความจำตัวเลขมากที่สุดประมาณ 7 ตัว และจำค่อย ๆ ลดลงเมื่ออายุมากกว่า 30 ปี และลดลงเรื่อย ๆ ในช่วงอายุ 50 - 60 ปี ซึ่งจะมีค่าเฉลี่ยของช่วงความจำตัวเลขลดลงเหลือเพียง 6 ตัว

<u>ธรรมชาติของกระบวนการทางสมองที่ถูกสร้างขึ้นใหม่</u>

(The Nature of Invented Mental Procedures)

ชาวเดอร์ได้อธิบายถึงกระบวนการคิดคำนวณในใจของผู้ที่มีความชำนาญมาก ๆ ว่ามักใช้กระบวนการที่ประดิษฐ์ขึ้นใหม่โดยแตกต่างไปจากที่เคยได้รับในการสอนมาอย่างปกติแต่ก็ไม่ได้หมายความว่า เราจำเป็นต้องสอนกระบวนการคำนวณแบบใหม่เสียทั้งหมด ชาวเดอร์ เน้นว่า กระบวนการใหม่ต่าง ๆ จะเกิดขึ้นอย่างทันทีทันใดถ้านักเรียนได้รับการส่งเสริมให้ใช้ความรู้ต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ในขณะเดียวกันกระบวนการใหม่ที่นักเรียนสร้างขึ้นเองนี้ จะช่วยพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับระบบจำนวนได้ดีกว่าการสอนให้จำกฎเฉพาะสำหรับการแก้ปัญหาชนิดต่าง ๆ ทำให้แก้ปัญหาได้ผิดพลาดน้อยลง เพราะว่ากระบวนการที่สร้างขึ้นใหม่ เป็นของนักเรียนเอง สร้างขึ้นจากความเข้าใจไม่ใช่มาจากการท่องจำ

สำหรับธรรมชาติของกระบวนการทางสมองที่สร้างขึ้นใหม่นี้ พลังเกต (Plunkett 1979 : 2-5) เรียกว่า กระบวนการคิดในใจ (Mental Algosithms) เพื่อเปรียบเทียบกับกระบวนการกระดาษและดินสอ (Paper-and-Pencil Algorithms) ซึ่งเป็นกระบวนการทางเลขคณิตวิธี (Written Algorithms) งานวิเคราะห์ของพลังเกตมีค่ามากโดยเฉพาะอย่างยิ่งในปัจจุบันการคิดคำนวณในใจถือได้ว่าเป็นทักษะที่สำคัญที่ต้องเน้นในหลักสูตร และเป็นหนทางที่จะนำไปสู่การเพิ่มขึ้นของสำนึกทางด้านจำนวน (Sowder and Wheeler 1989 : 130) พลังเกตได้อธิบายถึงกระบวนการคิดในใจว่าเป็นกระบวนการที่มีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

1. ต้องเปลี่ยนแปลงได้ (Variable) คุณสมบัติข้อนี้ พลังเกตได้ตั้งข้อสังเกตว่า กระบวนการส่วนมากจะลอยตัวและถูกสร้างขึ้นในจุดสำคัญสำหรับปัญหาเฉพาะอย่างเท่านั้น ไม่จำเป็นจะต้องจำเอาไปใช้สำหรับแก้ปัญหาอื่น ๆ ในครั้งต่อ ๆ ไปด้วย

2. ต้องยืดหยุ่น (flexible) และสามารถที่จะปรับให้เหมาะสมกับจำนวนที่เกี่ยวข้องได้

3. ต้องเป็นวิธีแบบกระทำ (Active Methods) ซึ่งหมายถึงว่าผู้ใช้กระบวนการนี้จะต้องเป็นผู้กระทำด้วยตนเอง ตั้งแต่การเลือกวิธีการ และการควบคุมการคำนวณด้วยตนเอง

4. มักสร้างขึ้นจากส่วนหนึ่งของปัญหาไปสู่คำตอบ

5. ต้องอาศัยความเข้าใจในจำนวนและคุณสมบัติของจำนวนเป็นอย่างดี

6. มักให้ค่าประมาณในขั้นต้นก่อน เพื่อใช้ในการหาคำตอบที่ถูกต้องในภายหลัง

6.3 ความสำคัญของการคิดคำนวณในใจและการส่งเสริมการคิดคำนวณในใจในโรงเรียน

บทบาทของการคิดเลขในใจได้มีการเปลี่ยนแปลงในระหว่าง 100 ปีที่แล้ว เกี่ยวกับเรื่องของการสอน ในช่วงท้ายของศตวรรษที่ 19 ได้มีการเน้นในเรื่องนี้อย่างมาก เพราะเลขคิดในใจเป็นเทคนิคอันหนึ่งในการฝึกและพัฒนาความสามารถของสมองและความจำ และในช่วงต้นของศตวรรษที่ 21 การเน้นในเรื่องนี้ลดลงไป เพราะไปเน้นความเร็ว และความแม่นยำที่ใช้กระบวนการแสดงวิธีทำ (Written Algorithms) มากกว่า หลังจากปี 1930 เป็นต้นมาแทบจะไม่มีการส่งเสริมเลขคิดในใจเลย มีแต่เน้นขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาแทน (Atweh 1982 อ้างถึงใน Scott 1987 : 14) แต่ต่อมาในช่วงหลังปี 1980 ได้มีการให้ความสนใจเกี่ยวกับการคิดคำนวณในใจ (Mental Computation) ใหม่ อีกครั้งหนึ่ง เมื่อมีการเคลื่อนไหวเข้าสู่ยุคแห่งการย้อนกลับไปสู่พื้นฐาน (Back to Basic) เพราะบทบาทของการคิดคำนวณในใจได้แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของการใช้เทคโนโลยีหลายประการ (Robert E. Reys 1984 : 547)

เรย์ (Reys 1984: 549) ได้กล่าวถึง เหตุผลที่เป็นที่ยอมรับกันในวงกว้างเกี่ยวกับความสำคัญของการสอนการคิดคำนวณในใจไว้ดังนี้

1. เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับพัฒนาการที่ประสบความสำเร็จของกระบวนการแทนเลขคณิตวิธี (Written Arithmetic Algorithms)

2. ช่วยส่งเสริมความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างของจำนวนและสมบัติของจำนวน

3. ช่วยส่งเสริมการคิดสร้างสรรค์ และการคิดอย่างอิสระ (Creative and independent thinking) และช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสร้างสรรค์วิธีการที่ชาญฉลาดต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน

4. ช่วยส่งเสริมพัฒนาการเกี่ยวกับทักษะในการแก้ปัญหา

5. เป็นพื้นฐานของการพัฒนาทักษะการประมาณค่าในการคำนวณ

ส่วนนักการศึกษาอื่น ๆ ก็ได้เน้นเกี่ยวกับการสอนการคิดคำนวณในใจด้วยเหตุผลนานาประการ เช่น สปิตเซอร์ (Spitzer 1967 อ้างถึงใน Scott 1987 : 15) ได้กล่าวว่า การคิดคำนวณในใจช่วยปรับปรุงความสามารถในการแก้ปัญหา การประยุกต์ใช้ การคิดคำนวณในใจจะช่วยให้เด็กได้คุ้นเคยกับโครงสร้างของระบบจำนวนโดยปริยาย และ ดริสคอลล์ (Driscoll 1981) ได้รายงานถึงผลของการศึกษาค้นคว้าต่าง ๆ มากมาย ซึ่งได้ชี้ให้เห็นว่า ทั้งเด็กที่เรียนช้าและเรียนเร็ว ได้มีการปรับปรุงปฏิบัติการแก้ปัญหาได้ดีเท่ากับทักษะในการคำนวณหลังจากการใช้เวลาวันละ 10 นาที ในการฝึกคิดคำนวณในใจ จากกิจกรรมฝึกคิดคำนวณในใจเป็นเวลาหลาย

เดือน เขากล่าวว่า เลขคณิตปากเปล่าจะช่วยป้องกันการจำข้อเท็จจริงและกระบวนการอย่างไร้ความหมาย นอกจากนี้ เอทเวห์ (Atweh 1982) ยังได้ตั้งข้อสังเกตต่อไปอีกว่า การสอนการคิดคำนวณในใจ จะช่วยจูงใจนักเรียนให้เกิดความอยากรู้อยากเห็น และส่งเสริมให้นักเรียนมีจิตใจที่อยากทำงานร่วมกันในชั้นเรียน

เซ็ปป์ (Zepp 1976) ได้สรุปว่า "ได้มีข้อมูลที่สอดคล้องต้องกันว่า การสอนการคิดคำนวณในใจ ก่อให้เกิดความงอกงามในการเรียนเลขคณิต" และนักเรียนที่มีการคิดคำนวณในใจที่ดี จะใช้กลวิธีในการคิดที่แตกต่างอย่างหลากหลาย (Babara J. Reys 1986 : 22-23) ความตั้งใจอย่างเป็นระบบสามารถช่วยให้นักเรียนใช้ปฏิบัติการต่าง ๆ ได้ดีเท่า ๆ กับกระบวนการคิด แม้ว่าการฝึกจะเป็นสิ่งสำคัญมากก็ตาม แต่ก็ต้องควบคู่ไปกับการสอนที่ถูกออกแบบไว้อย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อกระตุ้นนักเรียนให้คิดและอภิปรายถึงกลวิธีต่าง ๆ ที่นักเรียนได้ใช้เหล่านั้นด้วย

จุดประสงค์พื้นฐานของการสอนคณิตศาสตร์คือ การช่วยให้นักเรียนได้ใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือ สำหรับการดำรงชีวิตอยู่รอดในสภาพของสังคมที่เป็นจริง ดังที่ เอทเวห์ (Atweh 1982) ได้กล่าวถึงความสำคัญของเลขคณิตในใจที่มีต่อชีวิตในโลกที่เป็นจริง ว่า

1. สถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นนั้นมักจะไม่มีกระดาษและดินสอหรือเครื่องคิดเลขให้เราได้ใช้ตลอดเวลา
2. ปัญหาต่างๆ มักไม่จำเป็นต้องใช้คำตอบที่ถูกต้อง(exact-answer) เสมอไป
3. การประมาณค่าในใจอย่างรวดเร็วเป็นสิ่งที่จำเป็นมากในการตรวจสอบว่าผลที่ได้นั้นมีความหมาย และสมเหตุสมผลหรือไม่

จากเหตุผลดังกล่าว สอดคล้องกับรายงานผลของ แวนด์และบราวน์ (Wandt and Brown 1957 อ้างถึงใน Hope 1986 : 46) ซึ่งได้ทำการสำรวจเกี่ยวกับการคำนวณของคนโดยการถามถึงกิจกรรมเกี่ยวกับการคำนวณของพวกเขาตลอดเวลา 24 ชั่วโมง จากรายงาน พบว่าการใช้การคิดคำนวณของคนในชีวิตประจำวัน แบ่งออกเป็น 4 กลุ่ม คือ

1. การคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องโดยคิดในใจ (mental - exact)
2. การหาค่าใกล้เคียงโดยคิดในใจ (mental - approximate)
3. การหาค่าที่ถูกต้องโดยใช้กระดาษและดินสอ (Paper - and - Pencil - exact) และ

4. การหาค่าใกล้เคียงโดยใช้กระดาษและดินสอ (Paper - and Pencil - approximate)

แวนด์ และบราวน์ ยังพบต่อไปอีกว่า ประมาณเกือบ 75% ของการคำนวณในชีวิตประจำวัน คนเราใช้วิธีการคิดในใจ (mental procedures) และมีเพียง 25% เท่านั้นที่ใช้วิธีการคิดโดยกระดาษและดินสอ (paper - and - pencil methods)และเป็นที่น่าประหลาดใจว่า การคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องในใจ ถูกพบว่าใช้มากกว่า วิธีการคำนวณเพื่อให้ได้ค่าใกล้เคียงโดยคิดในใจ แวนด์ และบราวน์ สรุปว่า ควรเน้นการคิดคำนวณทั้งสองประเภทนี้ในวิชาคณิตศาสตร์ทั้งในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา นอกจากนี้เขายังกล่าวอีกว่า ไม่ควรเน้นแต่เพียงกระบวนการคิดเลขในใจอย่างเดียวเท่านั้น แต่ควรจะคำนึงถึงการประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันด้วย

โฮป (Hope 1986 : 46-53) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดคำนวณในใจสรุปได้ว่า (1) การคิดคำนวณในใจมีความสำคัญในฐานะที่เป็นทักษะชีวิตในเชิงปฏิบัติ (Practical Life skill) ทั้งนี้เพราะ คนเราใช้คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันในรูปของการคิดคำนวณในใจเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งเป็นการคิดคำนวณในใจเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง (exact solutions) และนอกจากนี้ การประมาณค่าก็ถือว่าเป็นรูปแบบหนึ่งของการคิดคำนวณในใจด้วย (2) การคิดคำนวณในใจมีความสำคัญในฐานะที่เป็นวิธีการคิดอย่างหนึ่งเกี่ยวกับจำนวน เพราะว่าการคิดคำนวณในใจจะช่วยให้นักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย มากกว่า การท่องจำโดยปราศจากความเข้าใจในความหมายที่แท้จริง จากการประเมินของ องค์การประเมินผลความก้าวหน้าทางการศึกษาแห่งชาติของสหรัฐอเมริกา พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่แม้ว่าจะมีความชำนาญในการคำนวณแบบเครื่องจักรกล แต่ทักษะส่วนใหญ่นั้นได้มาจากการเรียนรู้แบบท่องจำ ซึ่งอยู่ในระดับผิวเผินเท่านั้น โฮป กล่าวว่า การคิดคำนวณในใจ จะช่วยส่งเสริมความเข้าใจในกระบวนการที่ใช้กระดาษและดินสอมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับที่ แมกซ์ เบเบอร์แมน (Max Beberman อ้างถึงใน Hope 1986 : 53) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการคิดคำนวณในใจไว้ เมื่อ 25 ปีมาแล้ว ว่า

> เลขคณิตในใจ. . . เป็นวิธีที่ดีที่สุดวิธีหนึ่งในการช่วยให้เด็กได้มีอิสระในการใช้เทคนิคต่าง ๆ ในการคิด ซึ่งปกติแล้ว เด็กได้เรียนรู้โดยการจำที่จำกัด. . . ยิ่งไปกว่านั้น เลขคิดในใจยังช่วยส่งเสริมให้เด็กได้ค้นพบวิธีการคำนวณแบบลัด และสิ่งนั้นจะช่วยเพิ่มการเรียนรู้เกี่ยวกับระบบจำนวนให้ลึกซึ้งขึ้น

จากการสำรวจครั้งสำคัญของ โครงการการศึกษาคณิตศาสตร์ระหว่างชาติครั้งที่ 2 (The Second International Mathematics Study) และจากการวิเคราะห์คณิตศาสตร์ในโรงเรียนของหน่วยงานทางการศึกษาต่าง ๆ ของประเทศสหรัฐอเมริกา เช่น สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติ (The National Council of Teachersof Mathemetics - NCTM) การประเมินผลคณิตศาสตร์ของ บริติช โคลัมเบีย (British Columbia Mathematics Assessments) เป็นต้น ได้ข้อสรุปว่า ครูส่วนใหญ่ใช้เวลาในการสอนคณิตศาสตร์โดยให้เด็กได้เรียนรู้ถึง วิธีการคำนวณเพื่อเน้นความชำนาญในกระบวนใช้กระดาษและดินสอ(Paper-and-Pencil Algorithms) มากกว่าอย่างอื่น เพราะครูเชื่อว่าเป็นทักษะชีวิตที่จำเป็นสำหรับการทำหน้าที่ในโลกของผู้ใหญ่ต่อไป แต่อย่างไรก็ตามทักษะที่ถูกสอนในโรงเรียนเหล่านี้ ไม่ใช่ทักษะที่จำเป็น ที่คนจะต้องใช้เมื่ออยู่นอกโรงเรียน (Hope 1986: 47) ซึ่งข้อสรุปนี้สอดคล้องกับ ผลการสำรวจของ แวนด์ และบราวน์ ที่ได้พบว่า คนเราส่วนใหญ่มักแก้ปัญหาเกี่ยวกับการคำนวณโดยใช้เทคนิคในการคิดในใจ มากกว่าที่จะใช้วิธีกระดาษและดินสอ ซึ่งเป็นวิธีที่ได้รับการเน้นมากในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน นอกจากนี้ ไมเออร์ (Maier 1977) ยังได้กล่าวอีกว่าผู้ใหญ่แก้ปัญหางานเกี่ยวกับการคำนวณในชีวิตประจำวัน โดยการประยุกต์ใช้วิธีการที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ เมื่อครั้งยังเรียนอยู่ในโรงเรียน ซึ่งวิธีการที่ใช้มักจะเป็น "คณิตศาสตร์พื้นบ้าน" (Folk Math) ส่วนวิธีกระดาษและดินสอ เป็นวิธีการที่ถูกเลือกใช้ วิธีสุดท้าย

จากการสำรวจดังกล่าวก็ได้พบความแจ่มชัดเกี่ยวกับการคิดคำนวณในใจอีกประการหนึ่งว่า เมื่อกำหนดให้มีการคิดคำนวณในใจขึ้น นักเรียนส่วนมากจะพยายามนึกถึงกระบวนการของเลขคณิตวิธีที่เรียนอยู่ในหลักสูตรปกติ แต่เอามาคิดในใจ ดังนั้น จึงเป็นการสร้างข้อจำกัดเกี่ยวกับเรื่องของการใช้ความจำระยะสั้น (STM) อยู่มาก แทนที่จะวิเคราะห์จำนวนต่าง ๆ และดูความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนต่างๆ เหล่านั้น เพื่อที่จะสร้างกลวิธีในการคิดในใจที่มีประสิทธิภาพ (Hunter 1968 อ้างถึงใน Scott 1987: 17) ซึ่งผลของการค้นพบนี้สอดคล้องกับที่ โฮป (Hope 1984 อ้างถึงใน Scott 1987:17) ได้ทำการศึกษาถึงวิธีการคำนวณของนักเรียนที่มีทักษะและไม่มีทักษะในการคิดคำนวณในใจ โดยได้พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้วิธีการคำนวณแบบกระดาษและดินสอ แต่เอาไปคิดในใจ (Paper-and-Pencil Mental Analogue) เพื่อแก้ปัญหาการคำนวณเกี่ยวกับเลขหลายหลัก

แม้ว่า "การคำนวณ" จะเป็นองค์ประกอบสำคัญ ในแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก็ตามแต่การคิดคำนวณในใจก็ไม่ได้ถูกรวมไว้ในข้อสอบนี้ด้วย จากการประเมิน

ขององค์การประเมินผลความก้าวหน้าทางการศึกษาแห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Assessment of Educational Progress - NAEP) ครั้งที่ 3 เมื่อปี 1983 ซึ่งประเมินโดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยให้คำนวณในใจแล้วตอบปากเปล่า ผลการประเมินพบว่า เด็กที่มีอายุ 9 ขวบ จะคำนวณได้ถูกต้อง ต่ำกว่า 50% การคำนวณจะพัฒนาขึ้นเมื่อเด็กมีอายุมากขึ้นและที่น่าสนใจยิ่งไปกว่านั้นก็คือ ตั้งแต่เด็กได้รับการฝึกการคิดคำนวณในใจในโรงเรียนมัธยมศึกษา ผลปรากฏว่า การคิดคำนวณในใจของเด็กพัฒนามากขึ้นอย่างเห็นได้ชัด แต่ก็ไม่เป็นที่ยืนยันว่า เพศ ณ ระดับอายุใด ๆ มีผลต่อความสามารถในการตอบคำถามเกี่ยวกับการคำนวณปากเปล่านี้ (Reys 1985 : 14-16)

จากการศึกษาของ เรย์ (Reys 1985 : 43-46) พบว่า ทักษะการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ ส่วนใหญ่มักจะงอกงามขึ้นอย่างรวดเร็ว เมื่อได้รับการสอนและฝึก อย่างเป็นระบบ และสำหรับประโยชน์ของการคิดคำนวณในใจนั้น บาร์บารา เจ.เรย์ ได้สรุปไว้ในเชิงการฝึกและการสอนไว้ 3 ประการ คือ

1. ความมีประสิทธิภาพ (Efficiency) ในชีวิตประจำวันส่วนใหญ่แล้วการใช้คณิตศาสตร์จะเป็นแบบที่ไม่ใช่เลขคณิตวิธี (non - written arithmetic) แต่ก็มีการประยุกต์ใช้ กระบวนการกระดาษและดินสอในลักษณะที่เป็นพฤติกรรมแบบเครื่องจักร โดยปราศจากความหมาย ซึ่งมักจะถูกเน้นในหลักสูตรปกติ ดังนั้น ทักษะการคิดเลขในใจ และทักษะการประมาณค่าจำเป็นอย่างมากสำหรับการตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ

2. เป็นการส่งเสริมหลักสูตรปกติ (Enriching the existing curriculum) เลขคิดในใจ ทำให้ครูต้องทบทวนและฝึกทักษะ ในการคำนวณของนักเรียนอยู่เสมอ เมื่อเห็นว่านักเรียนยังไม่มีความชำนาญพอ

3. ช่วยพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Developing - mathematical reasoning) ทั้งนี้เพราะเลขคิดในใจเชื่อมโยงกับทักษะต่าง ๆ หลายชนิด เช่น ความรู้ และการประยุกต์ใช้กระบวนการ ความยืดหยุ่นในการคิด ประสิทธิภาพในการใช้สมบัติของจำนวน ค่าประจำหลัก และการเปลี่ยนแปลงรูปแบบของจำนวน ซึ่งทักษะต่าง ๆ เหล่านี้ถ่ายโยงไปสู่การแก้ปัญหาและการประมาณค่า

จากประโยชน์ของการคิดคำนวณในใจดังกล่าว ทำให้มีผู้ที่สนใจทำการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับเรื่องนี้มากมายโดยเฉพาะในต่างประเทศ ซึ่งเรย์ (Reys 1986: 22-23) ได้สรุปผลที่เด่น ๆ จากผลงานวิจัยเกี่ยวกับการคิดคำนวณในใจไว้ ดังนี้

1. ผู้ใหญ่ใช้คณิตศาสตร์ในการคำนวณในชีวิตประจำวัน โดยการคิดในใจมากกว่า 80%

2. นักเรียนมักอ่อนในเรื่องการคิดในใจ เกี่ยวกับโจทย์ที่เป็น เศษส่วน ทศนิยม และเปอร์เซ็นต์

3. นักประมาณค่าที่เก่งจะมีทักษะในการคิดคำนวณในใจที่ดีเยี่ยม แต่คนที่คิดคำนวณในใจเก่งไม่จำเป็นว่าจะต้องเป็นนักประมาณค่าที่เก่งเสมอไป

4. นักเรียนที่คิดคำนวณในใจเก่ง จะใช้กลวิธีในการคิดที่หลากหลายมาก

5. ความเอาใจใส่อย่างเป็นระบบในการคิดคำนวณในใจ สามารถเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของนักเรียนได้พอ ๆ กับกระบวนการคิดของนักเรียน ถึงแม้ว่าการฝึกจะเป็นสิ่งสำคัญมากก็ตาม แต่ก็ต้องควบคู่ไปกับการสอนที่กระตุ้นให้นักเรียนรู้จักคิดและอภิปรายเกี่ยวกับกลวิธีในการคิดที่มีประสิทธิภาพ

6. การเปลี่ยนแปลงในกระบวนการคิดของนักเรียนต้องอาศัยเวลา และการอุทิศเวลาในการสอนการคิดคำนวณในใจตลอดทั้งปีในทุก ๆ ระดับชั้น

นอกจากนี้ เรย์ ยังได้ให้ข้อเสนอแนะทั่วไปทางประการเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนการสอนและกลวิธีในการสอนการคิดคำนวณในใจ สำหรับครูคณิตศาสตร์ที่ปรารถนาจะส่งเสริมทักษะการคิดคำนวณในใจให้แก่นักเรียนของตนไว้ พอสรุปได้ ดังนี้

1. จัดตั้งคณะทำงานที่จะอุทิศเวลาในแต่ละสัปดาห์ เพื่อวางแผนในการสอนกลวิธีต่าง ๆ และเลือกโอกาสในการฝึก รวมทั้งใช้ประโยชน์จากโอกาสเหล่านี้เพื่อเน้นในเรื่องการคิดคำนวณในใจ และการประมาณค่าอย่างเหมาะสม โดยครูดำเนินการสอนตามหลักสูตรปกติ

2. รวบรวมรายชื่อกลวิธีต่าง ๆ ของการคิดคำนวณในใจที่ครูใช้ และตัดสินว่ากลวิธีใดเหมาะสมกับนักเรียนของตนมากที่สุด ซึ่งกลวิธีต่าง ๆ นี้ อาจได้มาจากหนังสือเกี่ยวกับการคิดคำนวณในใจและการประมาณค่า หรือจากวารสารต่าง ๆ เช่น วารสารครูเลขคณิต เป็นต้น

3. ส่งเสริมให้มีการอภิปราย และแลกเปลี่ยนกลวิธีต่าง ๆ ที่นักเรียนแต่ละคนใช้ในการคิดคำนวณในใจ

4. สร้างแผนการประเมินผลในเรื่องที่สอน และนักเรียนจะต้องได้รับทราบอย่างชัดเจนในความก้าวหน้าของตนเกี่ยวกับทักษะการคิดคำนวณในใจ

5. พึงระลึกว่า ความเอาใจใส่ในการสอนการคิดคำนวณในใจ และการประมาณค่าอย่างจริงจัง จะนำไปสู่พัฒนาการของการคิดในระดับสูงขึ้นไป และการได้มาซึ่งกลวิธีที่หลากหลาย

และความงอกงามของสำนึกทางด้านจำนวนนั้นจะช่วยส่งเสริมการแก้ปัญหา รวมทั้ง ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์กว้างไกลขึ้น

การคิดคำนวณในใจสามารถสอนในห้องเรียนได้ ดังจะเห็นได้จากความสำเร็จของการสอนโปรแกรมส่งเสริมสำนึกทางด้านจำนวน (Number sense program) ของรัฐเท็กซัส สหรัฐอเมริกา และจากผลการวิจัยของ สกอตต์ (Scott 1987 : 49-53) ได้แสดงให้เห็นว่า สำนึกทางด้านจำนวนสามารถฝึกหรือพัฒนาได้ โดยหลักสูตรเกี่ยวกับสำนึกทางด้านจำนวน (Number Sense Curriculum) สามารถบูรณาการเข้ากับหลักสูตรปกติได้ และการคิดคำนวณในใจถือว่าเป็นส่วนสำคัญของหลักสูตรนี้

สำหรับการสอนการคิดคำนวณในใจในโรงเรียน เอทเวห์ (Atweh 1982 : 23) ได้ให้ข้อเสนอแนะว่า ควรเน้นในสิ่งต่าง ๆ ต่อไปนี้

1. เน้นในเรื่องความเข้าใจ (Emphasis on understanding) การพัฒนาทักษะในการคิดเลขในใจ และการประมาณค่าจะไม่เน้นที่เนื้อหาและมโนทัศน์มากนัก

2. เน้นในเรื่องของการแก้ปัญหา (Emphasis on problem solving) การพัฒนาทักษะในการคิดคำนวณในใจต้องการใช้กระบวนการต่าง ๆ ที่ไม่ต้องใช้กระดาษและดินสอ

3. เน้นในเรื่องการไตร่ตรอง (Emphasis on reflection) การใช้เครื่องคิดเลขในชั้นเรียน และในชีวิตประจำวันจำเป็นต้องอาศัยเลขคิดในใจมากขึ้น การคิดในใจเป็นสิ่งจำเป็นที่จะใช้ตรวจสอบความเหมาะสมของคำตอบ

4. เน้นที่ลำดับขั้นตอน (Emphasis on sequencing) การฝึกการคิดคำนวณในใจ เน้นที่ความหมายของการคำนวณ เพราะเป็นการทำให้เด็กได้รู้ซึ้งถึงประโยชน์ของเลขคณิตวิธี (Written Arithmetic)

จากวรรณคดีที่ได้เสนอมานี้ ชี้ให้เห็นว่า การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณในใจให้แก่นักเรียน เป็นสิ่งที่สำคัญมาก เพราะไม่เพียงแต่ทำให้นักเรียนสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมั่นใจแล้ว ยังสามารถช่วยสนับสนุนหรือส่งเสริมการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนปกติด้วย กล่าวคือ ทำให้นักเรียนเกิดทักษะในการคิดคำนวณพื้นฐานของความเข้าใจอันเกี่ยวกับหลักการและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ รู้จักที่จะพลิกแพลงกลวิธีการคิดให้มีความหลากหลายขึ้น สามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้ สำคัญต่อการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มีความกว้างไกลและมีความหลากหลายขึ้น

7. <u>การประมาณค่า</u> (Estimation)

7.1 <u>ความหมาย</u> มีผู้ให้ความหมายของการประมาณค่าไว้ดังต่อไปนี้

อัลลิงเจอร์ และเพย์น (Allinger and Payne 1986 : 145) ได้ให้ความหมายของการประมาณค่าว่าหมายถึง การหาคำตอบที่ใกล้เคียงกับคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งขนาดของค่าใกล้เคียง (Size of the neighborhood) ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการใช้ค่าใกล้เคียงนั้น การประมาณค่าจะต้องเร็วและง่าย และการประมาณค่าอาจใช้กระดาษและดินสอหรือเครื่องคิดเลขได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความซับซ้อนของปัญหา ชนิดของจำนวน และเทคนิคที่ใช้

เรย์ (Reys 1986 : 22) ได้ให้ความหมายของการประมาณค่า ว่า หมายถึงกระบวนการในการคำนวณในใจเพื่อหาคำตอบที่ใกล้เคียงพอที่จะยอมให้ตัดสินใจรับได้

ทอมป์สัน (Thompson 1979 : 575) ให้ความหมายของการประมาณค่าไว้ว่า การประมาณค่าเป็นการเดาอย่างมีความรู้

เรย์ และเบสเกน (Reys and Bestgen 1981 : 119) ได้ให้ความหมายของการประมาณค่าไว้ว่า การประมาณค่าเป็นกระบวนการคิดในใจซึ่งเป็นการกระทำอย่างรวดเร็ว โดยปราศจากเครื่องมือในการบันทึก และผลของคำตอบจะต้องสมเหตุสมผลใกล้เคียงกับผลของคำตอบจริงที่ได้จากการคำนวณ

เรย์ และคณะ (Reys and Others 1989 : 214) ให้ความหมายของการประมาณค่าว่า การประมาณค่าคือการคิดในใจโดยปราศจากกระดาษและดินสอในการคำนวณ โดยต้องกระทำอย่างรวดเร็ว และผลของคำตอบเพียงพอที่จะตัดสินใจกระทำ แม้ว่าจะไม่มีหลักเกณฑ์ที่ตายตัวก็ตาม

ซีเกล และคณะ (Siegel and Others 1982 : 215) ได้ให้ความหมายของการประมาณค่าว่า "การประมาณค่าคือสิ่งที่ท่านทำ เมื่อท่านต้องการจะทราบว่าบางสิ่งใหญ่เท่าไร หรือมีสิ่งนั้นอยู่มากเท่าไร แต่ท่านจะต้องไม่วัดหรือไม่นับ โดยเมื่อท่านประมาณท่านต้องพยายามทำความเข้าใจ และประมาณบางสิ่งว่าใหญ่เท่าไร หรือประมาณว่ามีสิ่งนั้นอยู่มากเท่าไร"

ฮอลล์ (Hall 1984 : 516) ให้ความหมายของการประมาณค่าว่าการประมาณค่าเป็นทักษะการคิดในใจเพื่อการเดาอย่างมีหลักการ

จากการที่มีผู้ให้ความหมายของการประมาณค่าไว้อย่างหลากหลาย พอสรุปได้ว่าการประมาณค่ามีความหมายเป็น 2 นัย นัยแรกคือ กระบวนการคิดหาคำตอบที่ใกล้เคียงกับคำตอบที่ถูกต้องอย่างรวดเร็วและง่าย โดยขนาดของค่าใกล้เคียงขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ของการประยุกต์ใช้การประมาณเป็นสำคัญ และกระบวนการคิดอาจเป็นการคิดในใจหรือใช้เครื่องช่วยก็ได้แล้วแต่ความซับซ้อนของปัญหา ชนิดของจำนวนที่ใช้ ตลอดจน เทคนิคที่ใช้ในการประมาณค่า ส่วนความหมายในนัยที่สอง เป็นไปในทำนองเดียวกันกับนัยแรก แต่เป็นกระบวนการคิดในใจเท่านั้น

7.2 <u>ความสำคัญของการประมาณค่า</u>

เคนเนดี (Kennedy 1984 : 107) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการประมาณค่าว่า ทักษะในการประมาณค่าคำตอบมีความสำคัญในฐานะที่เป็นส่วนหนึ่งของการแก้ปัญหา นั่นคือ การตรวจสอบความแม่นยำของการกระทำแต่ละขั้น ซึ่งการประมาณค่ามักใช้ในการกระทำทั้งนี้ และถึงแม้ว่าจะมีการใช้เครื่องคิดเลขหรือกระดาษทดก็ตาม เราก็ยังต้องอาศัยการประมาณค่าอยู่นั่นเอง การประมาณค่ามีประโยชน์มากสำหรับการตัดสินความเหมาะสมของผลลัพธ์

ยูซิสคิน (Usiskin 1986 : 1-12) ได้กล่าวถึงเหตุผลสำคัญ 4 ประการที่จำเป็นต้องใช้ในการประมาณค่าไว้ ดังนี้

1. มีข้อจำกัดบางประการที่ทำให้ต้องประมาณค่า (Constraints force estimates)

จำนวนที่มีค่ามาก ๆ จากสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เราพบเห็นในชีวิตประจำวัน ซึ่งบางครั้งเราไม่สามารถหาค่าที่แท้จริง (Exact Value) ได้ และข้อจำกัดของจำนวนต่าง ๆ นั้นสรุปโดยย่อได้ดังนี้

1.1 จำนวนที่เราไม่รู้ค่า (Value Unknown) มีบางค่าที่เราไม่อาจรู้ได้ ได้แก่ ค่าที่เราใช้ทำนายอนาคต หรือเดาอดีต ตัวอย่างเช่น การประมาณค่าความแข็งแกร่งของกองทัพ เป็นต้น

1.2 ค่าที่ผันแปร หรือค่าที่ไม่แน่นอน (Value Varies) ค่าดังกล่าวจะแปรเปลี่ยนไปตามกาลเวลา ไม่คงที่ นั่นคือ ในเวลาที่ต่างกันค่าบางค่าก็จะต่างกัน เช่น อุณหภูมิ ประชากร ความกดดันอากาศ ฯลฯ ซึ่งค่าที่ไม่คงที่เหล่านี้บังคับให้เราต้องประมาณค่า

1.3 มีขีดจำกัดในการวัด (Measure Limitations) ซึ่งการวัดทางกายภาพ ส่วนใหญ่จะไม่ใช่ค่าที่แท้จริง (Exact Value) ทั้งนี้เนื่องมาจากเครื่องมือวัดไม่มีความสมบูรณ์พอ

1.4 มีปริเขตที่จำกัด (Limited Domain) มีค่าบางค่าที่สามารถเป็นที่เข้าใจได้ดี (make sense) เฉพาะที่มีค่าเป็นจำนวนเต็มเท่านั้น เช่น หน่วยของเงินตรา ตัวอย่าง เช่น ขนมราคา 3 ชิ้น 10 บาท ถ้าซื้อชิ้นเดียว คิดราคาชิ้นละ 4 บาท เป็นต้น

1.5 กรอบแห่งความปลอดภัย (Safty Margins) การกำหนดการประมาณค่าที่ต่ำกว่าความเป็นจริง (Underestimate) เหมาะสำหรับบางกรณี และในทำนองเดียวกัน การประมาณค่าที่มากกว่าความเป็นจริง (Overestimate) ก็เหมาะที่จะใช้กับบางกรณีเท่านั้น เช่น เราต้องใช้การประมาณค่าที่ต่ำกว่าความเป็นจริงสำหรับการใช้ลิฟต์ และเราใช้การประมาณค่าที่มากกว่าความเป็นจริง ในกรณีของการเตรียมเงินเพื่อไปซื้อของ เป็นต้น

1.6 ก่อนคำนวณ จำเป็นจะต้องมีการประมาณค่าจำนวนต่าง ๆ ก่อน

1.7 มีข้อจำกัดเกี่ยวกับกระบวนการ (Algorithm Constraint)ตัวอย่าง เช่น เป็นไปไม่ได้ที่ $\pi+2$ จะเป็นจำนวนทศนิยมรู้จบที่มีตำแหน่งเดียว (Single finite decimal)

2. การประมาณค่าช่วยเพิ่มความแจ่มชัด (Estimates increase clearity)

3. การประมาณค่าช่วยทำให้การคำนวณง่ายขึ้น (Estimates are easier to use) เพราะในชีวิตจริงบางครั้งเราไม่ต้องการคำนวณเพื่อให้ได้ค่าที่ถูกต้องเสมอไปในทุกสถานการณ์ การปัดขึ้น ปัดลงทำให้สะดวกในการคำนวณในใจเพื่อให้ได้ค่าที่ใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริง

4. การประมาณค่าทำให้เกิดความสอดคล้องเหมาะสมกลมกลืน (Estimating gives consistency) บางครั้ง ค่าที่คำนวณออกมาได้ อยู่ในรูปของทศนิยม ซึ่งในความเป็นจริงแล้วคำตอบที่ได้ ควรตอบเป็นจำนวนเต็ม จึงจะสอดคล้องกับโลกแห่งความเป็นจริง ดังนั้น การประมาณค่าจึงถูกใช้ในกรณีนี้

ลิทซิงเจอร์ และคณะ (Leutzinger and Others 1986 : 82) กล่าวสรุปว่า "ขณะที่เด็กกำลังเรียนรู้ทักษะการประมาณค่าเด็กก็จะได้รับการพัฒนา สำนึกทางด้านจำนวน (Sense of number) ไปด้วย"

7.3 การสอนและกลวิธีในการประมาณค่า

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้นว่า การประมาณค่า เป็นส่วนสำคัญส่วนหนึ่งของการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับที่ แทรฟตัน (Trafton 1978 : 213) ได้ให้ความคิดเห็นไว้ว่า การประมาณค่า และการคิดเลขในใจ อาจช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาได้ เพราะเป็นการฝึกการตัดสินใจทางคณิตศาสตร์ และจากงานวิจัยของ ฮอลล์ (Hall 1977 : 6324-A) ที่ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการประมาณค่าและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลจากการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการประมาณค่าสูง มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการประมาณค่าสูง มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มากกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการประมาณค่าต่ำ จากผลการวิจัยที่ปรากฏ เป็นข้อสนับสนุนว่า การประมาณค่ามีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาจริง ดังนั้น ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แก่นักเรียน ครูจึงไม่ควรละเลยที่จะสอนทักษะการประมาณค่าควบคู่ไปด้วย ดังที่ น้อมศรี เคท (2530 : 25) ได้ให้ข้อเสนอแนะว่า ครูควรสอนให้นักเรียนรู้จักการประมาณคำตอบในเรื่องโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เช่นเดียวกับการสอนคณิตศาสตร์ทั่ว ๆ ไป เพราะการประมาณคำตอบช่วยให้นักเรียนทราบว่า วิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาและการคำนวณถูกหรือผิดได้ โดยเปรียบเทียบคำตอบที่ได้จากการประมาณกับคำตอบที่แท้จริง ซึ่งควรจะใกล้เคียงกัน การประมาณคำตอบเป็นการคิดในใจด้วยตัวเลขคร่าว ๆ ที่ใกล้เคียงกับตัวเลขในโจทย์ นักเรียนจะต้องมีความสามารถในการเลือกใช้ตัวเลขง่าย ๆ สำหรับการคิดในใจ และตัวเลขนั้นจะต้องใกล้เคียงกับตัวเลขในโจทย์ ครูอาจให้โจทย์ปัญหา แล้วให้นักเรียนฝึกคิดประมาณคำตอบและเมื่อนักเรียนมีทักษะแล้ว นักเรียนจะได้นำไปใช้ประโยชน์ในการตรวจคำตอบโดยสังเกตคำตอบจากการประมาณ และคำตอบที่ได้ จะต้องใกล้เคียงกัน

ในการพัฒนาทักษะการประมาณค่า (Estimation Skills) นั้น เรย์ (Reys 1986 : 42-44) กล่าวว่า จะต้องประกอบด้วยองค์ประกอบสำคัญ 3 ประการ คือ

1. การสอน (Instruction) การสอนกลวิธีในการประมาณค่า ทักษะพื้นฐานเป็นสิ่งสำคัญ เช่น การรอบรู้ในเรื่องข้อเท็จจริงพื้นฐาน และค่าประจำหลัก การเน้นความเข้าใจและความซาบซึ้งในกลวิธีเหล่านี้ จะเป็นผลดีเมื่อสอดคล้องกับสถานการณ์ต่าง ๆ ที่ถูกนำไปใช้ ซึ่งการฝึกเป็นสิ่งสำคัญ แต่การสอนกลวิธีการประมาณค่าในแต่ละกลวิธีนั้นจะต้องสมบูรณ์ และมีทิศทางและส่งเสริมการฝึกที่มีความหมาย (Meaningful Practice) คือเน้นความเข้าใจ

2. การฝึก ควรมีการฝึกหลาย ๆ แบบ โดยมีการสอนมาก่อน ในแต่ละสัปดาห์ควรมีการฝึกโดยใช้เวลาสั้น ๆ ประมาณช่วงละ 5 - 10 นาที เพราะจะช่วยให้นักเรียนเกิดความคงทนในความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริงพื้นฐานที่จะพัฒนาทักษะการคิดในใจ และเกิดโอกาสให้นักเรียนได้พัฒนาการประมาณค่าในการคำนวณต่อไป

3. การทดสอบ การทดสอบเป็นระยะ ๆ เป็นการจูงใจสำหรับการพัฒนาการประมาณค่าโดยการคำนวณ ในการสอบแต่ละครั้งควรมีข้อสอบที่คล้ายคลึงกันประมาณ 12 ข้อ และวิธีที่ดีคือ เขียนปัญหาลงในแผ่นใส แล้วอภิปรายกันถึงกลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาในห้องเรียนต่อไป

แทรฟตัน (Trafton 1986 : 16-30) ได้กล่าวถึงจุดอ่อนของการสอนการประมาณค่าในปัจจุบันว่า การสอนปกติมักจะเป็นการสอนตามใบสั่ง เด็ก ๆ มักไม่มองคณิตศาสตร์ในฐานะที่เป็นวิชาที่มีประโยชน์ โดยที่ในใจของพวกเขามักคิดอยู่แต่เพียงว่า คณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับคำตอบที่ถูกต้อง (Exact Answer) เพียงอย่างเดียวเท่านั้น และมีสองประเด็นที่ทำให้การสอนเรื่องนี้ล้มเหลวนั่นคือ

1. นักเรียนขาดความรู้สึกหรือสำนึกที่ว่า การประมาณค่าเป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์
2. นักเรียนขาดการไวต่อความรู้สึก (Sensitivity) และขาดความยืดหยุ่น (Flexibility) ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญของการประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพ

สำหรับการสร้างความรู้สึกที่ว่า การประมาณค่าเป็นสิ่งที่มีประโยชน์ เป้าหมายก็คือให้นักเรียนเห็นความสำคัญ และประโยชน์ ในการให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริงโดยทำการประมาณค่า อย่างรวดเร็ว และง่าย แทรฟตัน ได้ให้ข้อเสนอแนะในการสอน คือให้ครูสร้างความมั่นใจในการเรียนแก่นักเรียน โดยสร้างบรรยากาศในการเรียน และปฏิบัติตามข้อเสนอแนะดังนี้

1. แนะนำเรื่องการประมาณค่า ด้วยตัวอย่างที่นักเรียนคุ้นเคยในชีวิตประจำวัน ซึ่งกิจกรรมนี้จะทำให้นักเรียนได้ตระหนักว่า การประมาณค่า เป็นส่วนหนึ่งของชีวิตประจำวัน และนอกจากนี้ ยังช่วยให้นักเรียนสามารถระบุได้ว่า จำนวนต่าง ๆ ที่ปรากฏอยู่ในบทความตามหน้าหนังสือพิมพ์ หรือหนังสือต่าง ๆ นั้น เราใช้ค่าที่แท้จริงหรือค่าประมาณ
2. เน้นถึงสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เราต้องอาศัยค่าประมาณเพียงอย่างเดียวเท่านั้น

3. ขยายขอบเขตการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันให้กว้างขึ้น ซึ่งสิ่งนี้จะช่วยให้นักเรียนแน่ใจได้ว่า การประมาณค่าเป็นส่วนหนึ่งของชีวิตประจำวัน และช่วยให้นักเรียนสามารถใช้การประมาณค่าเป็นส่วนหนึ่งของชีวิตประจำวันได้ เช่น การติดต่อสื่อสารต่าง ๆ ในเรื่องนี้ แทรฟตัน เน้นว่า การประยุกต์ใช้กับชีวิตจริงเป็นการส่งเสริมการประมาณค่าได้ดีกว่าการสอนตามตัวอย่างที่มักจะกระทำกัน

4. ในขั้นแรก ใช้ตัวอย่างง่าย ๆ ก่อนและที่สำคัญก็คือ ควรหลีกเลี่ยงการกำหนดให้นักเรียนประมาณค่าอย่างแม่นยำมากเกินไป แต่ควรเน้นค่าประมาณที่มีประโยชน์สำหรับการคิดในใจ

5. เน้นคำบางคำที่ใช้ในเรื่องการประมาณค่าซึ่งนักเรียนจำเป็นต้องรู้ เช่น คำว่า ประมาณ ใกล้เคียง ระหว่าง น้อยกว่าเล็กน้อย เป็นต้น

6. ยอมรับในคำตอบที่หลากหลายของนักเรียน โดยนักเรียนจะต้องเข้าใจว่า คำตอบที่ได้จากการประมาณค่า ไม่ได้มีเพียงคำตอบใดคำตอบหนึ่งเพียงคำตอบเดียว นักประมาณค่าที่เก่ง คือ ผู้ที่สามารถปรับวิธีการประมาณค่าที่เคยใช้ในครั้งก่อน ๆ เพื่อให้ได้ค่าใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริงมากเข้าไปอีก กิจกรรมที่ควรเน้น คือ การสนทนาแลกเปลี่ยนประสบการณ์ร่วมกันเกี่ยวกับกระบวนการในการประมาณค่า เพื่อช่วยเพิ่มประสบการณ์ให้มากขึ้น

7. ใช้งานแบบปากเปล่าและการอภิปรายเป็นกลุ่ม การใช้งานแบบปากเปล่านั้นทำเหมือนกับเลขคิดในใจ คือ ครูถาม แล้วให้นักเรียนคิดในใจ เมื่อได้คำตอบก็ให้เขียนแต่คำตอบลงในกระดาษ แทรฟตัน กล่าวว่า การใช้งานแบบปากเปล่านี้ ช่วยส่งเสริมกลวิธีในการประมาณค่าและช่วยลดความวิตกกังวล นอกจากนี้ยังช่วยส่งเสริมให้นักเรียนคิดเลขในใจเก่งขึ้น โดยไม่ต้องพึ่งพากระดาษและดินสอ ซึ่งมีประโยชน์ต่อการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน และสำหรับการอภิปรายเป็นกลุ่มนั้น ทำให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนวิธีการคิดระหว่างกัน ซึ่งช่วยทำให้เกิดความรู้ใหม่เพิ่มขึ้น

8. เน้นเรื่องการประมาณค่าให้เป็นไปอย่างปกติ นั่นคือ ทำให้นักเรียนเห็นว่า การประมาณค่าเป็นเรื่องธรรมดาของวิชาคณิตศาสตร์ ในเรื่องนี้ แทรฟตัน เน้นว่า การแยกเป็นบทเรียนพิเศษโดยเดี่ยว จากบทเรียนธรรมดาจะได้ผลน้อย ดังนั้น ควรทำให้เป็นปกติโดยสอน

ผ่านทางแบบฝึกหัดต่าง ๆ จากการบ้านที่เด็กทำประจำวัน ในเรื่องของการคำนวณก็ดีหรือการแก้ปัญหาก็ดี แทรฟตัน กล่าวว่า ควรจะบูรณาการเรื่องการประมาณค่าเข้าไว้เป็นส่วนหนึ่งของแบบฝึกหัดในการบ้านประจำวันของบทเรียนต่าง ๆ

สำหรับการพัฒนาการคิดอย่างยืดหยุ่น และความสามารถในการตัดสินใจนั้น แทรฟตัน กล่าวว่า เป็นองค์ประกอบสำคัญของการประมาณค่าที่มีทักษะการตัดสินใจ เพื่อที่จะประมาณค่าให้มากกว่าความเป็นจริง (Overestimate) หรือประมาณค่าให้น้อยกว่าความเป็นจริง (Underestimate) และการเลือกกลวิธีที่จะใช้นั้น นักเรียนจำเป็นต้องได้รับการฝึกให้หัดวิเคราะห์ดูสถานการณ์ต่าง ๆ ซึ่งสอดคล้องกับสิ่งเหล่านี้ สำหรับจุดมุ่งหมายที่ต้องฝึกนั้นก็เพื่อพัฒนาการคิดอย่างยืดหยุ่นและความไวในการรับรู้ (Sensitivity) ต่อปัจจัยต่าง ๆ ที่มีผลต่อวิธีการประมาณค่า ซึ่งปัจจัยต่าง ๆ เหล่านั้น ได้แก่ บริบท (Context) และจุดมุ่งหมายของการประมาณค่า (Purpose for Estimating) จากหลักการดังกล่าว ครูมีบทบาทดังนี้

1. ครูเสนอสถานการณ์ต่าง ๆ ให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ได้ว่า ควรจะใช้วิธีประมาณค่าชนิดใด ซึ่งค่าโดยประมาณนั้นสามารถมีช่วงได้ตั้งแต่หยาบไปหาละเอียด ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสถานการณ์ และเป้าหมายของการประมาณค่าเป็นหลัก

2. ครูเสนอตัวอย่างที่แสดงให้เห็นถึง การใช้วิธีการที่แตกต่างกัน ภายใต้สถานการณ์อันเดียวกัน กิจกรรมนี้จะช่วยส่งเสริมการคิดอย่างยืดหยุ่น (Flexible Thinking) โดยเน้นไปที่ความสำคัญของการวิเคราะห์สถานการณ์ เพื่อที่จะกำหนดวิธีการใดวิธีการหนึ่งที่จะทำให้สามารถคิดคำนวณได้อย่างรวดเร็วและง่ายต่อการคิดในใจ รวมทั้งยังทำให้นักเรียนตระหนักว่า ความหลากหลาย (Diversity) เป็นส่วนหนึ่งของการประมาณค่า นอกจากนี้การสอนให้นักเรียนรู้จักคิดพิจารณาความเหมาะสมหรือความเป็นไปได้ของคำตอบที่ได้จากการคำนวณ ไม่ว่าจะคำนวณด้วยสมอง หรือใช้เครื่องคิดเลขก็ตาม เป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งในการสอนการประมาณค่า เพราะความสามารถในการประมาณค่าทำให้นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการคำนวณที่แตกต่างกันอย่างหลากหลายซึ่ง แทรฟตัน พบว่า ครูส่วนใหญ่ที่สอนการประมาณค่าในการคำนวณต่างก็รายงานว่า นักเรียนไวต่อความรู้สึก (Sensitive) หรือไวต่อการรับรู้มากขึ้นต่อคำตอบที่ไม่สมเหตุสมผลหรือคำตอบที่เป็นไปไม่ได้

การพัฒนาความสามารถในการพิจารณาความเหมาะสมของคำตอบ อาจทำได้คือ ครูยกตัวอย่างสถานการณ์ต่าง ๆขึ้นมาโดยไม่ต้องคำนวณ แล้วให้นักเรียนระบุถึงจำนวนที่เหมาะสมกับชนิดต่าง ๆ ของงานที่กำหนดให้ว่าสอดคล้องกับสถานการณ์ที่เป็นจริงหรือไม่ ซึ่งสิ่งนี้ แทรปตัน กล่าวว่า จะช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจ และพิจารณาคำตอบที่คำนวณได้ภายในบริบท และเงื่อนไขที่เหมาะสมกับความเป็นจริง หรือการให้นักเรียนระบุจำนวนหลักของคำตอบที่ได้จากการคำนวณ ซึ่งกิจกรรมนี้ช่วยส่งเสริมการกระทำอย่างรวดเร็ว และมีประโยชน์มากในการตรวจสอบ ความเป็นไปได้ของคำตอบอีกวิธีหนึ่ง

7.4 <u>กลวิธีในการประมาณค่า</u>

ในหลักสูตร ก่อนปี 1980 การปัดถือว่าเป็นกลวิธีหลักกลวิธีเดียวที่ใช้ในการประมาณค่าในการสอนการประมาณค่า ปกติแล้วจะใช้กลวิธีการปัดเพียงอย่างเดียวเท่านั้น ถึงแม้ว่า การปัดจะเป็นกลวิธีที่มีประโยชน์และสำคัญมากก็ตาม แต่ก็ยังไม่เพียงพอหรือเหมาะสมกับบริบทของปัญหาในทุก ๆ ปัญหา ซึ่งกลวิธีที่ใช้ ควรจะสอดคล้องกับปัญหาแต่ละปัญหา (Reys 1986 : 32) ดังนั้น จึงมีนักการศึกษาหลายท่านให้ความสนใจศึกษาเกี่ยวกับเรื่องนี้กันมาก ดังเช่น เรย์ และคณะ (Reys and Others 1982 : 183-201)ได้ศึกษาถึงกลวิธีต่าง ๆ ที่ได้มาจากการพัฒนาตนเองของนักประมาณค่าที่ดีและได้ระบุว่า กระบวนการสำคัญที่นักประมาณค่าที่ดีใช้มีอยู่ 3 ประการ คือ

1. การปรับใหม่ (Reformation)ซึ่งเป็นกระบวนการในการเปลี่ยนแปลงข้อมูลเชิงตัวเลขให้อยู่ในรูปที่สามารถคำนวณในใจได้ง่าย แต่ยังคงไว้ซึ่งโครงสร้างเดิม ซึ่งได้แก่ การใช้วิธีการปัด (Rounding) การใช้วิธีคิดเฉพาะเลขตัวหน้า (Front - end หรือ left most number) หรืออาจจะใช้วิธีการแทนด้วยจำนวนต่าง ๆ ที่สามารถใช้แทนกันได้ ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับจำนวนเดิม (Original number) เพื่อให้ง่ายต่อการคิด ตัวอย่างเช่น ต้องการหา $\frac{343 \times 6}{43}$ ก็จะใช้เลข 42 แทนเพื่อจะได้หารกับ 6 ได้ลงตัว และ 347 ก็แทนด้วย 350 เพื่อให้หารกับ 7 ได้ลงตัวเช่นเดียวกัน

2. การแปลงค่า (Translation) เป็นกระบวนการของการเปลี่ยนโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในโจทย์ เพื่อให้ง่ายในการคิดในใจ

3. การชดเชย (Compensation) เป็นการปรับคำตอบที่ได้จากการประมาณค่าเพื่อชดเชยความผิดพลาดที่เกิดจากค่าใกล้เคียงที่ได้ เช่น 32 × 4.12 เมื่อใช้วิธีคิดเฉพาะตัวหน้า จะได้ค่าประมาณ 120 แต่นักประมาณค่าที่ดีมักจะเพิ่มค่าของคำตอบอีกเล็กน้อย เพื่อชดเชยจากการที่ได้ประมาณค่าโดยลดจำนวนเดิมลงไป

โพลเตอร์ และเฮย์ลอค (Poulter and Haylock 1988 : 28) ได้สรุปทักษะทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับนักประมาณค่าที่ดีไว้ ดังนี้

1. เทคนิคการปัด
2. การรู้ค่าประจำตำแหน่งของจำนวนเต็ม และทศนิยม
3. ความรู้พื้นฐานที่ใช้สำหรับ การบวก ลบ คูณ และหาร และพหุคูณของ 10 100 ฯลฯ
4. ความคุ้นเคยกับความสัมพันธ์ระหว่างการบวกและการลบ และระหว่างการคูณ และการหาร
5. ความรู้ว่า เมื่อใดควรใช้การแจกแจง การรวม และการเปลี่ยน และเมื่อใดไม่ควรใช้
6. ความสามารถในการเปรียบเทียบ การปรับค่าของการคำนวณ
7. ความรู้เกี่ยวกับรูปแบบของจำนวน (Number Patterns) อย่างง่าย ๆ
8. ความรู้เกี่ยวกับความเท่ากันระหว่าง เศษส่วน ทศนิยม และร้อยละ

นอกจากนี้ ซุยแดม (Suydam 1984 : 35) ได้สรุปผลการวิจัยของนักวิจัยต่าง ๆ ที่ได้ทำการวิเคราะห์ถึงคุณลักษณะของนักประมาณค่าที่ดีไว้ พอสรุปได้ดังนี้

1. มีความรวดเร็วและแม่นยำในการเรียกข้อเท็จจริงพื้นฐานออกมาใช้
2. มีความเข้าใจในค่าประจำหลัก (Place Value)
3. มีความสามารถที่จะเปลี่ยนข้อมูลเพื่อให้อยู่ในรูปที่สามารถคิดคำนวณได้ในใจ
4. มีความสามารถที่จะคิดคำนวณในใจได้อย่างรวดเร็ว
5. มีความอดทนต่อข้อผิดพลาด
6. มีความสามารถที่จะแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปที่สามารถคิดในใจได้
7. มีความสามารถในการปรับค่าประมาณในขั้นแรกได้
8. มีความรู้เกี่ยวกับสมบัติของจำนวนและลำดับของปฏิบัติการ

การสอนคณิตศาสตร์ และทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาสำนึกทางด้านจำนวน

1. ความหมายของการสอนคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของคำว่า การสอนไว้ดังนี้

กูด (Good 1973) ได้ให้ความหมายของการสอนใน 3 ลักษณะ คือ

1. การกระทำอันเป็นการอบรมสั่งสอนนักเรียนตามสถานศึกษาทั่วไป
2. การจัดการเกี่ยวกับสถานการณ์ของการเรียนการสอนซึ่งรวมถึงการปฏิสัมพันธ์โดยตรงระหว่างครูกับนักเรียน และกระบวนการตัดสินใจในการวางแผน การออกแบบ การเตรียมวัสดุอุปกรณ์สำหรับสภาวการณ์ของการสอน และการเรียนรู้นั้น ๆ ตลอดจน การประเมินผล การออกแบบการเรียนการสอนใหม่ และการเผยแพร่
3. การรวบรวมในสิ่งที่สอนไปแล้ว

กาญจนา คุณารักษ์ (2527 : 155) ได้สรุปว่า การสอนคือกระบวนการและพฤติกรรมของครูในด้านต่าง ๆ ที่ทำให้ผู้เรียนเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมไปตามความมุ่งหมายที่หลักสูตรต้องการโดยอาศัยสถานการณ์ที่เหมาะสมอันจะทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ การเรียนการสอนจะเกิดขึ้นได้ต้องประกอบด้วย ครูผู้สอน กระบวนการเรียนการสอน และเนื้อหาหลักสูตรที่จะสอน

สุพิน บุญชูวงศ์ (2530:4) กล่าวว่า "การสอนเป็นกระบวนการที่ทำหน้าที่เป็นเครื่องมือที่ช่วยให้คนได้มีประสบการณ์ที่ดี มีการเปลี่ยนแปลงไปในทางที่ดีขึ้น จนสามารถดำรงชีวิตได้อย่างราบรื่นเป็นประโยชน์แก่ตนเองและส่วนรวม ซึ่งถือว่าเป็นจุดมุ่งหมายสูงสุดในการศึกษานั่นเอง"

จากการที่มีผู้ให้ความหมายของการสอนในลักษณะต่าง ๆ นั้น พอสรุปได้ว่า การสอนก็คือกระบวนการหรือกิจกรรมต่าง ๆ ที่ผู้สอนจัดขึ้นเพื่อทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ และเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมไปในทิศทางที่ต้องการซึ่งสอดคล้องกับหลักสูตรที่กำหนด ดังนั้น การสอนคณิตศาสตร์ก็คือกระบวนการหรือกิจกรรมต่าง ๆ ที่ครูจัดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และเปลี่ยนพฤติกรรมไปในทิศทางตามที่ผู้สอนกำหนดไว้ ซึ่งสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตร

2. ทฤษฎีและแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ในช่วงต้น ๆ ปี 1935 บราวเนล (Brownell 1935 : 469) ได้กระตุ้นให้มีการสอนเลขคณิตโดยเน้นในเรื่องความเข้าใจมากกว่าการฝึกทักษะพื้นฐานโดยปราศจากความหมาย จากผลการประเมินครั้งที่ 3 ขององค์การประเมินผลความก้าวหน้าทางการศึกษาแห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Assessments for Educational Progress - NAEP) ในปี 1985 ได้ชี้ให้เห็นว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ได้มองคณิตศาสตร์ในฐานะที่เป็นวิชาที่มีความหมายแต่อย่างใด (Carpenter and Others 1983 : 652-659) แม้ว่านักเรียนจะสามารถคำนวณได้อย่างคล่องแคล่วเป็นที่น่าพอใจก็ตาม แต่ผลของการประเมินที่ได้ในส่วนของการแก้ปัญหานั้น ชี้ให้เห็นว่า เด็กยังไม่สามารถให้เหตุผลเกี่ยวกับจำนวนต่าง ๆ ได้ (Suydam 1982 : 55-60) นั่นคือ เด็กไม่สนใจว่าคำตอบที่ได้นั้นจะมีความหมายเป็นที่เข้าใจได้หรือไม่

เคน แครี และ แลมป์ (Cain Carry and Lamb 1986) ได้เสนอโมเดลหนึ่งเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ สำหรับจุดมุ่งหมายของโมเดลนี้ก็คือ อธิบายคณิตศาสตร์ในลักษณะหนึ่งซึ่งมีแนวโน้มที่จะช่วยให้ครูแจ่มชัดในแนวคิดของตน และช่วยให้ครูสื่อสารเกี่ยวกับธรรมชาติของคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น การสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จะเน้นทักษะพื้นฐาน หรือเน้นในเชิงมโนทัศน์แล้วแต่ว่าครูกำลังสอนระดับใดอยู่

สำหรับเป้าหมายสำคัญของการสอนทักษะพื้นฐาน (Basic Skills Approach) ก็คือ ความสามารถหรือความรอบรู้เกี่ยวกับทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน บทบาทของครูจะอยู่ในฐานะที่เป็น <u>นักวินิจฉัยข้อบกพร่อง</u> (Diagnostician) และ<u>นักสั่งการ</u> (Prescriptor) คือ นักเรียนจะได้รับการเสนอให้ดูตัวอย่างต่าง ๆ และข้อบกพร่องของนักเรียนจะถูกนำไปวินิจฉัย และซ่อมเสริม สำหรับบทบาทของนักเรียนก็คือ ทำซ้ำไปซ้ำมาตามที่ครูแสดงให้ดูหรือทำตามคำสั่งของครู

สำหรับเป้าหมายของการสอนคณิตศาสตร์ในเชิงมโนทัศน์ (Conceptual Mathematics Approach)ก็คือ ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ (Concepts)และความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ต่าง ๆ เหล่านั้น วิธีสอนแบบนี้เน้นที่ <u>ความเข้าใจ</u> เป็นสำคัญ การสรุปวางนัยทั่วไป (generalization) และความสัมพันธ์ (relationships) ระหว่างมโนทัศน์

ต่าง ๆ มีความสำคัญอย่างยิ่งยวดมากกว่าเทคนิคต่าง ๆ ที่ใช้ในการหาคำตอบ สำหรับการสอนคณิตศาสตร์ในเชิงมโนทัศน์นี้ บทบาทของครู ก็คือ ส่งเสริมความสามารถในการสรุปวางนัยทั่วไป (generalize) และการถ่ายโยงมโนทัศน์ต่าง ๆ ไปยังสถานการณ์ (ปัญหา) ที่ยังไม่เคยเห็นมาก่อน ส่วนบทบาทของนักเรียนก็คือสามารถประยุกต์ใช้ความสามารถนี้ในการแก้ปัญหาได้

สเคมป์ (Skemp 1978 : 9-15) ได้บรรยายถึงโมเดลการสอน 2 ชนิด คือ

1. การสอนแบบให้กฎเกณฑ์ (Instrumental Teaching) เป็นการสอนที่ให้แต่กฎเกณฑ์โดยไม่ให้เหตุผล (rules without reasons) การเรียนรู้ที่เกี่ยวข้อง คือ <u>พัฒนาการทางทักษะ</u> และแสดงให้เห็นชัดเจนโดยพฤติกรรมที่เป็นแบบพฤติกรรม S-R (S-R Behavior) จะไม่มีการสร้าง <u>แผนภาพในสมอง</u> (Cognitive map) และเก็บเอาไว้ในความจำ เพราะนักเรียนไม่ได้จัดและเชื่อมโยงมโนทัศน์ต่าง ๆ ด้วยตนเอง

2. การสอนแบบเชื่อมโยง (Relational Teaching) การสอนแบบนี้ สเคมป์ ได้อธิบายว่า เป็นการให้นักเรียนได้เชื่อมโยงเพื่อที่จะสร้าง <u>แผนภาพในสมอง</u> (Cognitive map) และโครงสร้าง โดยใช้มโนทัศน์จากระดับต่ำไปจนถึงระดับสูง แผนภาพในสมองเหล่านี้ได้ถูกพัฒนาและเก็บไว้ในความจำ โดยจะแปรเปลี่ยนระดับของรายละเอียดเมื่อเด็กมีความก้าวหน้าในหัวข้อนั้น ๆ

จากงานวิจัยต่าง ๆ ที่ผ่านมา มักจะเป็นงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง มักเน้นในเรื่อง พัฒนาการทางสติปัญญา ในฐานะที่เกี่ยวข้องกับวิชาเลขคณิต โคปแลนด์ (Copeland 1984) และ คาร์เพนเตอร์ (Carpenter 1980) ได้อธิบายถึงทัศนะพื้นฐานใหญ่ ๆ 2 ทัศนะ คือ ทัศนะของเพียเจต์ และกาเย่

1. <u>โมเดลเชิงระบบ</u> (Organismic Model) ของเพียเจต์ เพียเจต์ได้กล่าวถึงเกี่ยวกับวิธีประมวลข้อสารสนเทศของเด็ก โมเดลนี้เน้นที่กระบวนการ (Process - Oriented) ซึ่งเป็นการใช้รูปแบบการคิด (Cognitive Styles) และบูรณาการ (Integrated) และการมีส่วนร่วมแบบเป็นผู้กระทำ (Active Participation) ในการจัดประมวลความรู้ (Organizing) ซึ่งผลที่ได้เป็นการเปลี่ยนแปลง<u>เชิงคุณภาพ</u>

2. โมเดลแบบเครื่องจักร (Mechanistic Model) ของกาเย่ เป็นโมเดลที่ศึกษาเกี่ยวกับความรู้เฉพาะที่เด็กมีอยู่ โมเดลนี้เน้นที่ผลผลิต (Product Orientation) โดยใช้การเชื่อมโยงแบบลูกโซ่ ซึ่งนักเรียนมีส่วนร่วมแบบปฏิกิริยาโต้ตอบ (Reaction Participation) ในการจัดประมวลความรู้ (Organizing) และผลที่ได้จะเป็นไปใน เชิงปริมาณ (Quantitative Results) โมเดลแบบเครื่องจักรนี้ บรรยายถึงทักษะในระดับต่ำมาก ซึ่งอาจเหมาะกับเด็กเล็ก ๆ แต่การคิดทางคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้น จะต้องอาศัยการวิเคราะห์แบบเชิงระบบ (Organismic Analysis)

กาเย่ ได้อธิบายถึง การประยุกต์งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนรู้ร่วมสมัย ไปสู่การศึกษาคณิตศาสตร์ โดยได้อธิบายถึงการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ว่า ประกอบด้วยขั้นตอน 3 ขั้นตอนด้วยกันคือ

1. การแปลประโยคข้อความในโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (เปลี่ยนประโยคข้อความให้เป็นประโยคสัญลักษณ์)
2. ปฏิบัติการคำนวณ (Carrying out an operation)
3. ตรวจสอบคำตอบ (Validating the solution ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่

กาเย่ ได้เสนอแนะว่าให้ใส่ใจมากขึ้นกับการสอน กฎต่าง ๆ ที่ถูกต้อง และประโยชน์ของคำนวณอย่างอัตโนมัติ ในประเด็นของการคำนวณอย่างอัตโนมัตินั้น สเตฟเฟ และ เบลค (Steffe and Blake 1983 : 210-213) ได้ตั้งข้อสังเกตว่า ตำราเรียนสมัยใหม่นั้นมักจะให้ความสำคัญกับการฝึก (Drill) มากกว่าความเข้าใจ แต่กาเย่ได้ให้การสนับสนุนทักษะการคำนวณอย่างอัตโนมัติ ในฐานะที่เป็นพื้นฐานอันหนึ่งสำหรับความเข้าใจในคณิตศาสตร์

แทรฟตัน (Trafton 1978) ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการสอนทักษะการคำนวณ (Computation Skills) ในชั้นเรียน ไว้ดังนี้

1. สร้างกระบวนการ และทักษะในการประมาณค่า และการคิดเลขในใจแก่นักเรียน
2. ระลึกไว้เสมอว่า ทักษะการคำนวณ เรายังคงจำเป็นต้องสอนอยู่

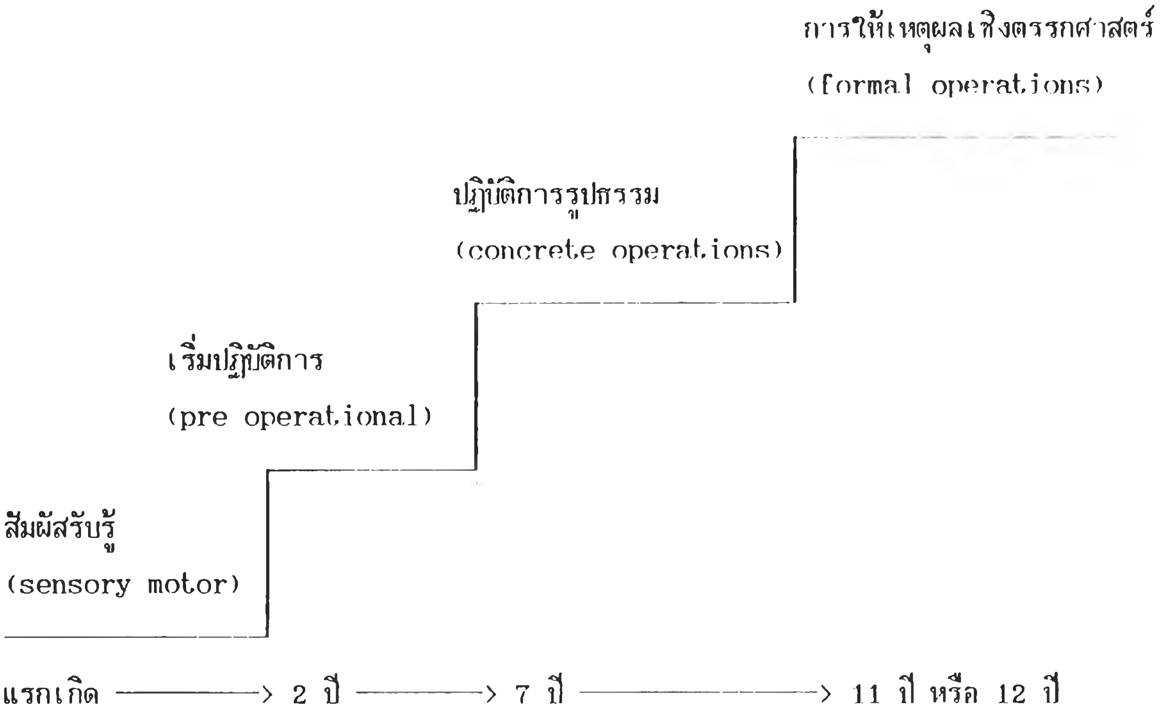
5. สร้างงาน โดยบูรณาการเข้าเป็นส่วนหนึ่งของโปรแกรมการสอน
6. จัดการประมาณค่า และเลขคิดในใจในบริบทของการประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ
7. เน้นการตอบปากเปล่า (Oral Work)
8. ยอมรับในเรื่องของความแตกต่างระหว่างบุคคล

แนวทางในการสอนนี้เป็นพื้นฐานในการพัฒนาหลักสูตร สำนึกทางด้านจำนวน (Number Sense Curriculum) ซึ่งได้พูดถึงความจำเป็นที่นักเรียน จะต้องใช้ปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ในใจ เพื่อจะได้นำไปใช้ในชีวิตประจำวันในโลกของความเป็นจริง การคิดคำนวณในใจ เป็นโปรแกรมหนึ่ง ซึ่งพัฒนาโดยผนวกทฤษฎีการเรียนรู้ในหลักการเกี่ยวกับ <u>ความเป็นอัตโนมัติ</u> และ <u>ความเข้าใจ</u> เข้าด้วยกัน ซึ่งเป็นการท้าทายให้เด็กได้ฝึกทักษะต่าง ๆ (ด้วยความเข้าใจในความหมาย) ที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในชีวิตจริง

นอกจากนี้ยังมีทฤษฎีการเรียนรู้อีกหลายทฤษฎี ที่เกี่ยวข้องการพัฒนาสำนึกทางด้านจำนวน ทั้งนี้เนื่องจาก สำนึกทางด้านจำนวนเป็นส่วนสำคัญส่วนหนึ่งของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังนั้น จึงเกี่ยวข้องโดยตรงกับทฤษฎีการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ด้วย โดยที่ทฤษฎีเหล่านั้น ได้แก่ ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ ดีนส์ สเคมป์ และกาเย่ ซึ่งสรุปรายละเอียดพอสังเขปได้ดังนี้

<u>ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์</u>

จากทฤษฎีนี้ เพียเจต์เชื่อว่าพัฒนาการในการคิดของเด็ก ต้องเป็นไปตามลำดับขั้นตลอดวุฒิภาวะ จากโครงสร้างที่มีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกัน คือจะต้องมีพัฒนาการในขั้นต้นก่อน ก่อนที่จะมีพัฒนาการในขั้นต่อไป ซึ่งลำดับขั้นของการพัฒนา แบ่งออกเป็น 4 ระยะ คือ



พัฒนาการทั้ง 4 ระยะนี้ จะปรับโครงสร้างทางความคิด ตลอดวุฒิภาวะ คือมีกระบวนการปรับรับ (assimilation) ปรับเปลี่ยน (accomodation) โดยอาศัยความสมดุล (equilibrium) และภาพในสมอง (Mental Images) ที่เด็กสร้างขึ้นและรับเข้าไว้ในสมองนั้น จะถูกผลิตขึ้นเป็นประสบการณ์ต่าง ๆ ของเขา นอกจากนี้ เพียเจต์ยังเน้นอีกว่า พัฒนาการทางสติปัญญาจะเกิดขึ้นอย่างค่อยเป็นค่อยไปตามระยะต่าง ๆ โดยไม่ข้ามขั้น แต่ก็เป็นไปได้ ที่จะเร่งพัฒนาการของเด็ก แต่นั่นไม่ใช่สิ่งที่พึงปรารถนา ในช่วงแรกเกิด ถึง 2 ปี เป็นช่วงของการสัมผัสรับรู้ เริ่มจากพฤติกรรมของเด็กทารกจะเป็นไปอย่างสุ่ม โดยไม่มีจุดหมาย เหตุการณ์ต่าง ๆ ไม่เชื่อมโยงกัน แต่ต่อมาเด็กจะเริ่มเชื่อมโยงเหตุการณ์ปัจจุบันกับประสบการณ์ในอดีต และในตอนปลายของช่วง เด็กจะสามารถคุ้นเคยกับคนหรือสิ่งของต่าง ๆ โดยเก็บไว้เป็นภาพในสมองเมื่อไม่ได้เห็นสิ่งนั้น ๆ แล้ว และเมื่อเด็กมีอายุประมาณ 2-7 ปี จะเข้าสู่ช่วงเริ่มปฏิบัติการ ในระยะแรก และระยะกลางของช่วง เด็กยังคงไม่มีมโนทัศน์ของการอนุรักษ์เชิงปริมาณ จนกระทั่งถึงระยะสุดท้ายของช่วง เด็กจะเริ่มเข้าใจปริมาณ และจำนวน ระหว่างสมาชิกในเซต 2 เซต แม้ว่ารูปร่างหน้าตาของเซตจะเปลี่ยนไปก็ตาม สำหรับเด็กที่มีอายุ 7-12 ปี จะเข้าสู่ระยะที่เรียกว่า ปฏิบัติการรูปธรรม (concrete operations) เพียเจต์อธิบายว่า ในขั้นนี้ เด็กสามารถคิดเปรียบเทียบ และเข้าใจว่าของสิ่งใดใหญ่กว่า มากกว่า น้อยกว่า (relational terms) สามารถจัดแบ่ง

สิ่งของเป็นหมวดหมู่ได้ สามารถจัดสิ่งของตามหมวดหมู่และตามลำดับได้ ซึ่งความเข้าใจดังกล่าวนำไปสู่ความเข้าใจในเรื่องจำนวนและตัวเลข เด็กจะมีมโนทัศน์เกี่ยวกับตัวเลข (Concepts of Number) ก็ต่อเมื่อ เด็กมีมโนทัศน์ความคงอยู่ของสสาร หรือ ความสามารถในการอนุรักษ์ (conservation) และความสามารถในการคิดเลขแบบทวนกลับได้ (reversibility) ซึ่งเป็นสัญลักษณ์ที่สำคัญที่สุดของการแสดงถึงความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน และแสดงออกให้เห็นถึงกิจกรรมความสามารถทางด้านสติปัญญา สามารถแยกแยะ จัดลำดับ และเห็นความสัมพันธ์มากกว่าระยะแรก ๆ การคิดในระยะนี้สามารถส่งเสริมได้ด้วยการใช้วัตถุจริงหรือสิ่งที่เป็นรูปธรรม ส่วนในระยะสุดท้ายคือ ระยะที่สี่ ซึ่งเพียเจต์กล่าวว่า เป็นระยะการให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์หรือปฏิบัติการเชิงนามธรรม (formal operations) ซึ่งจะเริ่มตั้งแต่อายุประมาณ 11 หรือ 12 ปีขึ้นไป พัฒนาการความคิดในระยะนี้ เด็กสามารถคิดในสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ สามารถคิดได้อย่างเป็นอิสระ สามารถแยกแยะระหว่างความคิด กับสิ่งที่เกิดขึ้นจริงได้ ความคิดจึงยืดหยุ่นแปรเปลี่ยนไปตามสภาพแวดล้อม เด็กในวัยนี้สามารถคิดย้อนกลับได้โดยประสานความคิด และสามารถให้เหตุผลในเชิงตรรกศาสตร์ สามารถคิดแก้ปัญหาโดยตั้งสมมติฐาน และพิจารณาความเป็นไปได้ในหลาย ๆ ทาง โดยไม่ยึดเพียงประสบการณ์เดิมเท่านั้น แต่จะพยายามมองเหตุผลอื่น ๆ ด้วย

การค้นพบที่สำคัญอีกประการหนึ่งของเพียเจต์ ที่มีอิทธิพลต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มาก ก็คือ การค้นพบเกี่ยวกับความสัมพันธ์ การมีประสบการณ์ตรง หรือการได้ปฏิบัติจริง กับการสร้างความรู้ของเด็ก เพียเจต์แยกความรู้เป็น 3 ประเภท คือ ความรู้กายภาพ ความรู้คณิตศาสตร์และการใช้เหตุผล และ ความรู้เกี่ยวกับสังคม ความรู้กายภาพ เป็นผลมาจากการกระทำของเด็ก ต่อสิ่งของที่เด็กได้เล่น สัมผัสและจับต้อง ทดลองชิม พิสูจน์กลิ่น เป็นความรู้ประเภทค้นพบ ซึ่งได้มาจากประสบการณ์ที่เด็กสร้างขึ้นเอง ความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และการใช้เหตุผล เป็นผลจากการกระทำของเด็ก โดยใช้วัตถุต่าง ๆ เป็นสื่อกลาง การที่เด็กได้สำรวจหรือกระทำในรูปแบบต่าง ๆ จากวัตถุ เด็กจะไม่ดึงความเข้าใจจากวัตถุ แต่จะดึงความเข้าใจจากการกระทำ ความรู้ชนิดนี้จะเกิดขึ้นเมื่อมีการกระทำหลาย ๆ อย่าง ที่พร้อมกัน หรือประสานสัมพันธ์กันอย่างดี มิใช่เกิดจากการกระทำเพียงครั้งเดียว ความรู้เกี่ยวกับสังคมเกิดจากประสบการณ์ทางด้านสังคมของเด็ก การเรียนรู้ภาษา ค่านิยม จริยธรรม (ลาวัลย์ พลกล้า 2526 : 157-161)

สรุปทฤษฎีของเพียเจต์ แสดงให้เห็นว่า

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สามารถสร้างได้ด้วยตัวของเด็กเอง จากการกระทำตามธรรมชาติ โดยมีวัตถุเป็นสื่อ

2. เด็กสามารถเข้าใจความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หลังจากที่เด็กสามารถเข้าใจสัญลักษณ์และเครื่องหมาย

3. เด็กควรจะได้เข้าใจมโนทัศน์ต่าง ๆ ในลักษณะที่เป็นรูปธรรม ก่อนที่จะได้เรียนหรือใช้มโนทัศน์เหล่านั้นอย่างนามธรรม

<u>ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ ดีนส์ สเคมป์ และกาเย่</u>

สำหรับบรูเนอร์แล้ว เขาสนับสนุนการเรียนด้วยการค้นพบ เพราะมีความเชื่อว่า

1. กระบวนการแก้ปัญหาควรเป็นผลสำคัญของการศึกษา มากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง

2. การที่เด็กจะเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพนั้น เขาควรจะได้ร่วมในกระบวนการค้นพบ หรือ กระบวนการแก้ปัญหาด้วยตนเอง การจดจำข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์มีความจำเป็นในบางกรณีเท่านั้น เช่น กรณีที่สิ่งเหล่านั้น จำเป็นต้องใช้เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา

3. การที่เด็กได้สำรวจจับต้องสิ่งของในสิ่งแวดล้อม เป็นสิ่งจำเป็นต่อการสร้างมโนทัศน์หรือการพัฒนาความคิดตามลำดับขั้น

ระดับการเรียนรู้ตามทฤษฎีของบรูเนอร์ มี 3 ระดับ ได้แก่ <u>ระดับที่ 1</u> ขั้นปฏิบัติด้วยวัตถุจริง (enactive) ขั้นนี้เป็นขั้นแรกเริ่มของการสร้างมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งที่เรียน เด็กควรจะได้เล่น ได้สัมผัสวัตถุจริง เพื่อให้เกิดจินตนาการนำไปสู่ความเข้าใจมโนทัศน์ <u>ระดับที่ 2</u> ขั้นใช้ภาพในใจแทนวัตถุ (iconic) ขั้นนี้เป็นขั้นที่เด็กค่อย ๆ สร้างภาพในใจ จากสิ่งที่เป็นรูปธรรม <u>ระดับที่ 3</u> ขั้นใช้สัญลักษณ์ (symbolic) ในขั้นนี้ เด็กจะสามารถใช้สัญลักษณ์แทนของจริง และจินตนาการภาพของจริง

จากระดับขั้นการเรียนรู้ทั้ง 3 ระดับนี้ มีประโยชน์โดยตรง ต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ จากประสบการณ์รูปธรรมไปสู่นามธรรม สรุปแล้วทฤษฎีของบรูเนอร์ มีลักษณะที่เน้นตัวนักเรียนเช่นเดียวกับทฤษฎีของเพียเจต์ เขาได้เสนอวิธีการเรียนรู้ด้วยการค้นพบที่ครูให้คำแนะนำน้อยที่สุด และให้นักเรียนทดลองด้วยตนเองมากที่สุด

และสำหรับทฤษฎีของดีนส์นั้น ดีนส์เชื่อว่า ในการสอนคณิตศาสตร์ เด็กควรถูกนำให้ค้นพบโครงสร้าง โดยให้เด็กอยู่ในสภาพการณ์ที่แวดล้อมด้วยโครงสร้างที่เป็นรูปธรรม แล้วค่อย ๆ

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เข้าสู่สภาพการณ์ที่เป็นนามธรรม กระบวนการที่เด็กใช้ในการแก้ปัญหามีความสำคัญเป็นอันดับแรก และการหาคำตอบที่ถูกต้องมีความสำคัญเป็นอันดับรอง วิธีการของดีนส์ ก็คือ ครูควรเริ่มการสอนด้วยสิ่งของให้นักเรียนได้เล่น ได้จับต้อง สำรวจแล้วตั้งปัญหาให้เด็กคิด เด็กจะเป็นผู้คิดแก้ปัญหาเหล่านั้นเอง โดยเริ่มจากปัญหาง่าย ๆ และให้อธิบายวิธีการคิด ครูมีหน้าที่จัดสิ่งแวดล้อมให้เหมาะสม และให้คำแนะนำน้อยที่สุด

ส่วนสเคมป์ เป็นนักคณิตศาสตร์และนักจิตวิทยาชาวอังกฤษ ที่เชื่อว่า กิจกรรมของมนุษย์เป็นเป้าหมายที่มีทิศทาง ถ้าเราอยากเข้าใจการกระทำของมนุษย์ เราจำเป็นจะต้องรู้เป้าหมายจากการกระทำของเขา สเคมป์ กล่าวว่า "เชาวน์ปัญญาของมนุษย์เป็นชนิดหนึ่งของการเรียนรู้ซึ่งนำไปสู่สัมฤทธิผลตามเป้าหมายด้วยวิธีการต่าง ๆ" เขาอธิบายว่า การเรียนรู้เริ่มจากระดับของการจัดกระทำกับวัตถุต่าง ๆ ในสิ่งแวดล้อมทั้งในและนอกโรงเรียนที่จัดให้กับผู้เรียนในรูปของ<u>กิจกรรมทางกายภาพ</u> ซึ่งสร้างขึ้นเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้สิ่งที่เป็นนามธรรมต่อไป นอกจากนี้เขายังเชื่ออีกว่า การที่จะทำให้การเรียนรู้เป็นประโยชน์ต่อผู้เรียนโดยตรงสามารถทำได้โดยต้องให้ผู้เรียนสามารถดึงเอาคุณสมบัติของประสบการณ์ต่าง ๆ มารวมกัน แล้วจัดเป็น <u>โครงสร้างมโนทัศน์</u> (Conceptual Structures) ขึ้นมา หรือที่เรียกว่า <u>Schema</u> และสำหรับครูแล้วก็หมายถึงว่า เราต้องทำให้เด็กเข้าใจอย่างแจ่มแจ้งในโครงสร้างพื้นฐานทางคณิตศาสตร์เสียก่อนเพื่อใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ หรือประยุกต์ใช้ความรู้ในการแก้ปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพต่อไป สเคมป์ เน้นว่า การเรียนรู้โครงสร้าง เป็นส่วนสำคัญของการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ โดยเขาสนับสนุนสิ่งแวดล้อมทางกายภาพต่าง ๆ ซึ่งจะทำให้เด็กได้มีโอกาสมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งต่าง ๆ ในระยะแรก ๆ ของการเรียนรู้มโนทัศน์ โดยเด็กสามารถจัดระบบระเบียบความคิดของเขา และสร้างเป็น การเรียนรู้ภายในสมองต่อไป

และสำหรับกาเย่นั้น ให้ความสำคัญกับลำดับขั้นของงานการเรียนรู้ (Hierarchy of Steps) เป็นอย่างมาก โดยเน้นให้ผู้เรียนต้องผ่านลำดับขั้นของงานย่อย (Subtasks) ก่อนเพื่อจะได้บรรลุถึงลำดับขั้นของงานเป้าหมาย (Targettasks) และในแต่ละลำดับขั้น จะเริ่มจากงานที่ง่ายที่สุด ไปหางานที่ซับซ้อนที่สุด โดยหลักในการสร้าง Hierarchy of Steps นั้นจะต้องคำนึงถึงองค์ประกอบ 3 ประการ คือ

1. เป้าหมายอย่างกว้าง ๆ (A Set of Broad Goals)
2. ลำดับขั้นการเรียนการสอน (A Teaching-Learning Sequences)
3. ลำดับขั้นของงานย่อยในแต่ละหัวข้อ (A Sequences of Subtasks for a Topic)

3. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาสำนึกทางด้านจำนวน

กรีโน (Greeno 1991 : 199) กล่าวว่า "การมองสำนึกทางด้านจำนวนในทัศนะของการรู้เพื่อการดำรงอยู่ในสิ่งแวดล้อมเชิงมโนทัศน์ (Conceptual Environmnt) นั้น สอดคล้องโดยตรงกับงานวิจัยเกี่ยวกับการรู้คิดและการเรียนรู้" (Cognition and learning) ดังที่ผู้วิจัยจะได้นำเสนอในรายละเอียดพอสังเขปดังต่อไปนี้

1. ทฤษฎีทางพุทธิปัญญาในรูปแบบของระบบการประมวลข้อสนเทศ (Information Cognitive Theories of Processing System)

โดยเหตุที่นักจิตวิทยาเชิงพุทธิปัญญาบางกลุ่มเชื่อว่า การทำงานภายในสมองของมนุษย์มีลักษณะคล้ายคลึงกับการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์ คือ มีหน้าที่ในการประมวลข้อสนเทศหรือจัดกระทำกับข้อสนเทศที่รับเข้ามาหรือที่มีอยู่แล้ว โดยคำว่าการประมวล (Processing) นั้น เลอฟรังซัวส์ (Lefrancois 1988: 57) ได้ให้ความหมายไว้ว่า หมายถึง "กิจกรรมต่าง ๆ นับตั้งแต่การจัดรวบรวม การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ การทบทวน เป็นต้น" และการประมวลข้อสนเทศนั้นกระทำได้หลายแบบนับตั้งแต่การใส่รหัส เปลี่ยนรหัส และถอดรหัส นอกจากนั้นยังรวมไปถึงการเปรียบเทียบข้อสนเทศ การรวบรวม การปรับเปลี่ยน การจัดเก็บ และการดึงข้อสนเทศออกมาใช้ และนอกจากนี้ เลอฟรังซัวส์ ได้กล่าวถึง รูปแบบของการประมวลข้อสนเทศพื้นฐาน (Basic Information Processing Model) สรุปได้ว่า ประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ ที่สัมพันธ์กัน ซึ่งได้แก่ รูปแบบความจำของมนุษย์ (Model of Human Memory)และการรู้กระบวนการที่เราเรียนรู้ ซึ่งสิ่งนี้จะสามารถอธิบายถึงคำถามต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้ได้ เช่น ข้อสนเทศถูกรวบรวมและจัดเก็บได้อย่างไร จะต้องมีวิธีเรียนและวิธีสอนอย่างไรจึงจะช่วยในการประมวลข้อสนเทศ และจะสามารถปรับปรุงความจำของมนุษย์ได้อย่างไร

แอทคินสัน และชิฟฟริน (Atkinson and Shiffin 1968 Cited by Lefrancois 1988 : 57-58) ได้อธิบายเกี่ยวกับตัวประมวลข้อสนเทศของมนุษย์ (Human Information Processor) ว่าอยู่ในรูปของการจัดเก็บข้อสนเทศ 3 ประเภท คือ

1. ความจำการรู้สึกสัมผัส (Sensory Memory หรือ SM) ซึ่งเป็นการรับความรู้สึกของบุคคลโดยข้อสนเทศที่รับเข้ามานั้นจะผ่านมาทางประสาทรับความรู้สึก โดยจะคงอยู่ในช่วงระยะเวลาสั้น ๆ เท่านั้น และจะถูกวิเคราะห์ในระดับที่ต่างกัน แล้วแต่ความใส่ใจของแต่ละบุคคล

ต่อข้อสนเทศนั้น ๆ ความจำการรู้สึกสัมผัสนี้บางครั้งเราเรียกว่า ความจำภาพหรือความจำเสียง (Iconic or Echonic Memory)

2. ความจำระยะสั้น (Short-Term Memory หรือ STM) เป็นความจำหลังจากการรับรู้สิ่งเร้าที่ได้รับการตีความจนเกิดการรับรู้แล้วก็จะถูกส่งเข้ามาอยู่ในความจำระยะสั้น ความจำระยะสั้นใช้สำหรับการจำชั่วคราว เพื่อใช้ประโยชน์ในขณะที่จำอยู่เท่านั้น ความจำระยะสั้นหายไปได้ง่ายมาก ถ้าบุคคลนั้นไม่ได้มีใจจดจ่อต่อสิ่งที่ทำมากพอ ความจำระยะสั้นบางครั้งเรามักเรียกว่า ความจำเพื่อการทำงาน (Working Memory)

3. ความจำระยะยาว (Long-Term Memory หรือ LTM) ซึ่งเป็นความจำที่คงทนถาวรมากกว่าความจำระยะสั้น บุคคลจะไม่รู้สึกในสิ่งที่อยู่ในความจำระยะยาว จนกว่าจะต้องการใช้หรือมีสิ่งมาสะกิดใจก็สามารถรื้อฟื้นขึ้นมาได้ และความจำระยะยาวนี้ไม่มีขีดจำกัดเรื่องปริมาณและเวลา

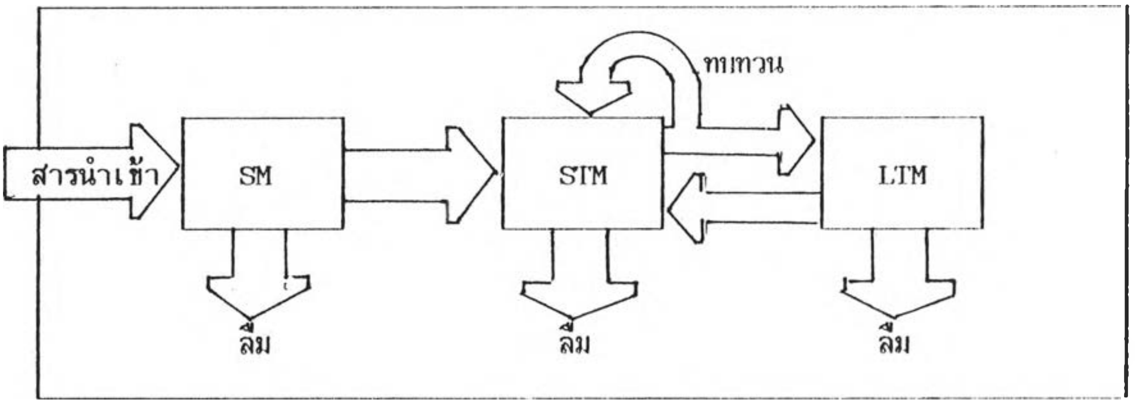
การจัดเก็บข้อสนเทศแต่ละประเภทนั้น มีธรรมชาติและขอบข่ายหน้าที่ของ การประมวลข้อสนเทศที่ผ่านเข้าไป ได้แตกต่างกันออกไป ดังที่ เลคฟรังชัวส์ได้สรุปไว้ในตารางแสดงระดับของความจำประเภทต่าง ๆ ดังนี้

ตารางที่ 1 ระดับความจำทั้ง 3 ประเภท ตามทฤษฎีของแอทคินสัน และชิฟฟริน

SM	STM	LTM
อยู่ในรูปของเสียง (Echonic) หรือภาพ (Iconic) ช่วงเวลาของความจำน้อยกว่า 1 วินาที เป็นความรู้สึกของจิตไร้สำนึก (Unconscious - Impression)	เป็นความจำขั้นต้น ช่วงความจำน้อยกว่า 20 วินาที เรียกว่าความจำในการทำงานหรือเป็นจิตรู้สำนึกในทันที (Immediate - Conciousness) สลายตัวได้ง่าย คงอยู่ได้เพราะการทบทวน มีช่วงความจุจำกัด (7 ± 2)	เป็นความจำระยะสอง มีความคงทนไม่แน่นอน พื้นฐานความรู้อยู่ในรูปของการเชื่อมโยงไม่สลายตัวได้โดยง่าย เป็นผลของการเข้ารหัส มีความจุไม่จำกัด

<u>กระบวนการจำ</u> เมอร์ดอก (Murdock 1974 cited by Houston 1976:273-274) ได้อธิบายเกี่ยวกับกระบวนการจำไว้ สรุปได้ว่า องค์ประกอบความจำทั้ง 3 ประเภทนี้ สัมพันธ์กันภายใต้กระบวนสำคัญ 3 กระบวนการ กระบวนการแรกคือ การเข้ารหัส (Encoding) ซึ่งเป็นการแทนที่สิ่งเร้าหรือเหตุการณ์ด้วยสิ่งเร้าอื่น และบุคคลจะใช้สิ่งเร้าที่เป็นตัวแทนนี้ไปกระตุ้นแขนประสาท ทำให้เกิดรหัส (Code) เก็บไว้ในระบบความจำ กระบวนการที่สอง คือ การจัดเก็บรหัส (Storage) กระบวนการนี้เป็นขั้นตอนที่รวบรวมจัดเก็บรหัสที่ถูกสร้างขึ้นอย่างเป็นระเบียบ เพื่อสะดวกในการเรียกใช้เมื่อต้องการ และกระบวนการที่สามคือ การเรียกคืนรหัส (Retrieval) ซึ่งเป็นการนำรหัสที่ถูกเก็บไว้อย่างมีระเบียบมาใช้ในการตอบสนองต่อสิ่งเร้า เมื่อบุคคลต้องการ

ความสัมพันธ์ของความจำทั้ง 3 องค์ประกอบดังกล่าว แสดงได้ด้วยแผนภาพต่อไปนี้



แผนภูมิที่ 6 รูปแบบของระบบการประมวลข้อสนเทศตามแนวคิดของ แอทคินสันและชิฟฟริน

จากแผนภาพที่ 2 ข้อสนเทศจะถูกส่งผ่านเข้าไปยังความจำการรู้สึกสัมผัส (Sensory Memory) เป็นแห่งแรก อาจเป็นในรูปความจำที่เป็นภาพหรือเสียงก็ได้ จากนั้นก็จะถูกส่งไปที่ความจำระยะสั้น หรือบางครั้งอาจเรียกว่า ความจำปฐมภูมิ (Primary Memory) ซึ่งอาจอยู่ในรูปของคำหรือชื่อ เป็นต้น และจะอยู่ได้นานตราบเท่าที่ยังมีการทบทวนอยู่ บางครั้งสิ่งที่อยู่ในความจำระยะสั้นอาจจะถูกสร้างรหัส เพื่อนำไปเก็บไว้ในความจำระยะยาวก็ได้ ซึ่งจะอยู่ในรูปที่เป็นมโนทัศน์หรือความหมายต่าง ๆ

บรอดเบ็นท์ (Broadbent 1963 cited by Kintsch 1970 : 146-147) ได้ทำการทดลอง พบว่าสิ่งเร้าที่อยู่ในความจำช่วงสั้นมีจำนวนจำกัดและจะหายไปในเวลา 15-20 นาที ถ้ามีการทบทวนสิ่งเร้าอยู่เสมอ ก็จะเข้าสู่ความจำระยะยาว หรือที่เรียกว่า ความจำทุติยภูมิ (Secondary Memory) สิ่งเร้าที่อยู่ในความจำระยะยาวนี้ไม่จำกัดจำนวนและจะอยู่ได้นาน ตรงกันข้ามกับความจำระยะสั้นซึ่งมีความจุจำกัด ไม่เกิน 7 ± 2 ซึ่งช่วงความจำนี้จะแตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับ อายุ และสติปัญญา ของแต่ละบุคคล

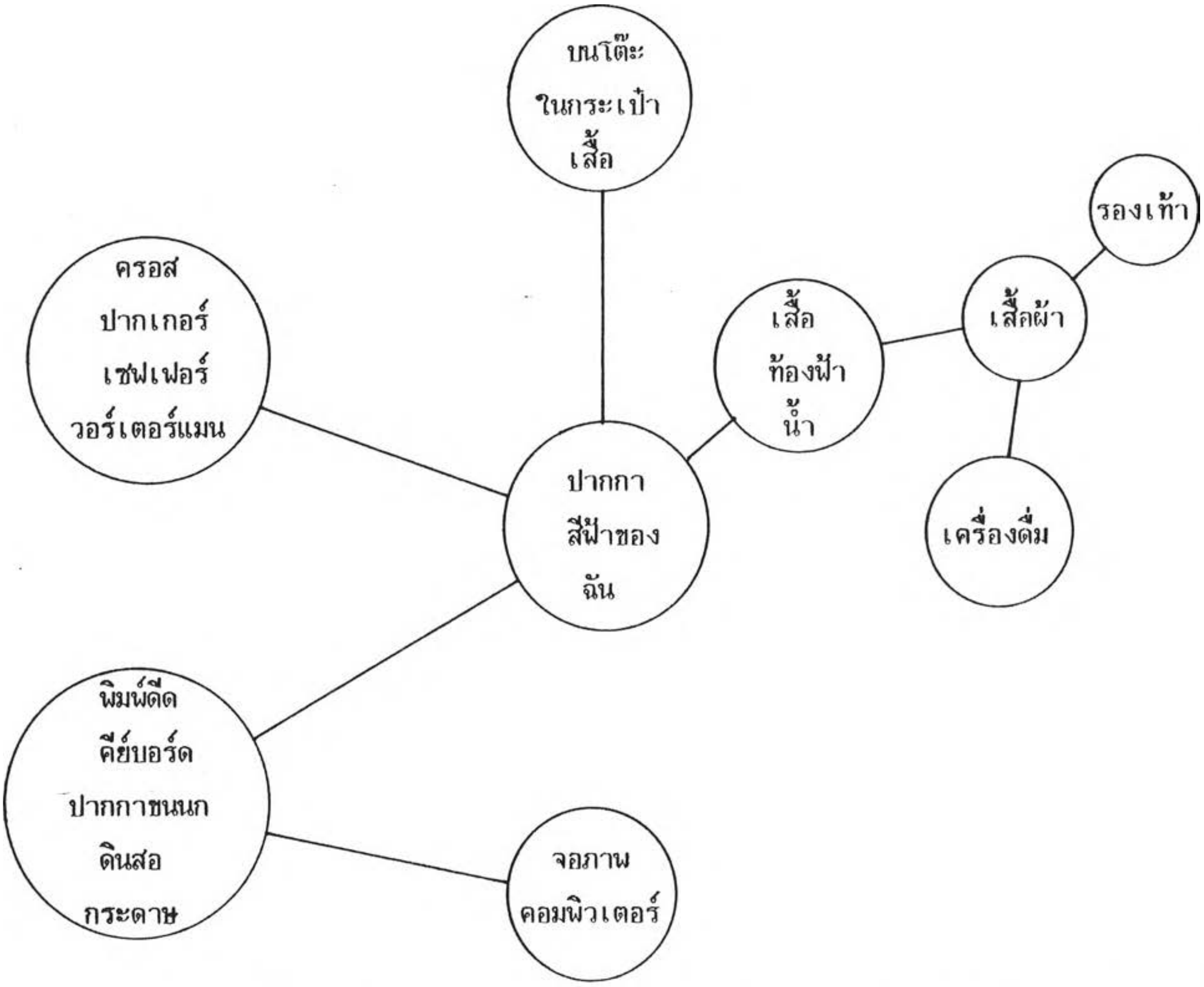
<u>รูปแบบทางปัญญาของความจำระยะยาว</u> (Cognitive Models of Long-Term Memory)

รูปแบบของความจำระยะยาวรูปแบบแรกอธิบายโดยคอฟก้า (Koffka 1935) นักจิตวิทยาเกสตัลท์ผู้มีชื่อเสียง รูปแบบของความจำของคอฟก้านี้มีคุณลักษณะพื้นฐานคือเป็นแบบไม่เชื่อมโยง (Nonassociationistic) นั่นคือ รูปแบบความจำถูกมองในฐานะที่เป็นการประกอบด้วยข้อสนเทศชิ้นเล็กชิ้นน้อย ซึ่งอยู่อย่างโดดเดี่ยวไม่มีการเชื่อมโยงกันในลักษณะต่าง ๆ แต่จะถูกจัดเก็บบันทึกไว้อย่างเป็นลำดับขั้นตอน

ต่อมาได้เกิดมีรูปแบบของความจำร่วมสมัยขึ้นมา ซึ่งเป็นแบบเชื่อมโยง (Associationistic) รูปแบบนี้มีรากฐานอยู่บนความเชื่อที่ว่า ชิ้นส่วนของข้อมูลในความจำของมนุษย์เรามีการเชื่อมโยงกันด้วยวิธีการต่าง ๆ ที่หลากหลาย และมีความชัดเจนขึ้น เพราะการเชื่อมโยงเหล่านี้จะทำให้เราสามารถระลึกถึงสิ่งต่าง ๆ ที่เป็นความประทับใจได้ ซึ่งสิ่งนี้แตกต่างไปจากความจำในคอมพิวเตอร์ เพราะความจำในคอมพิวเตอร์นั้นขึ้นอยู่กับตำแหน่ง (Location) เป็นสำคัญ แต่ความจำของมนุษย์นั้นอธิบายได้ด้วยสาระ (Content) ดังนั้น คอมพิวเตอร์จึงสามารถดึงข้อมูล และวิเคราะห์ข้อมูลได้ เพราะรู้ตำแหน่งเฉพาะในแหล่งเก็บความจำซึ่งต้องการให้ค้นหาเท่านั้น รูปแบบความจำในลักษณะเชื่อมโยงนี้เป็นรูปแบบพุทธิปัญญาที่มีความสำคัญอย่างยิ่ง เพราะมีพื้นฐานอยู่บนความหมาย หรือสิ่งที่มีความหมายมากกว่า การเชื่อมโยงในเชิงพฤติกรรม ซึ่งได้แก่การทำซ้ำ ๆ และความต่อเนื่อง (Contiguity) รูปแบบการเชื่อมโยงนี้เน้นที่ความคิดต่าง ๆ ที่ไม่ได้ถูกนำเสนออยู่บ่อย ๆ หรืออย่างต่อเนื่องจะถูกนำมาสัมพันธ์กันในความจำเนื่องจากการเชื่อมโยงบางอย่างต้องกระทำอย่างมีความหมาย

มีคำที่ใช้เรียกสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่ในความจำระยะยาวหลายอย่าง เช่นกลุ่มหรือหน่วยความคิดต่าง ๆ (Nodes) โครงสร้างความคิด (Schemata) กรอบความคิด (frames) เครือข่าย (Networks) กลุ่ม (Categories) และระบบการสร้างรหัส (Coding System) เป็นต้น

Node หมายถึง กลุ่มความคิดหรือหน่วยความคิด หรือการเชื่อมต่อกันของความคิด หรือหมายถึง ความซ้ำซ้อนทางความคิด Node อาจถูกมองในฐานะที่เป็นการร่วมกันหรือการเชื่อมโยงกันระหว่างมโนทัศน์ หรือความคิดต่าง ๆ ซึ่งเป็นรูปแบบที่ง่ายต่อการแทนที่ในใจ เราสามารถจัดเก็บและจำได้ คุณลักษณะสำคัญของ Node คือใช้แทนที่ความคิดหรือความสัมพันธ์ต่าง ๆ ระหว่างความคิด ส่วนคำว่า โครงสร้างความคิด (Schema) กรอบความคิด (frame) หรือเครือข่าย (Networks) เหล่านี้บางครั้งก็เขียนแทนด้วยการจัดระบบความจำ (Organization of Memory) ดังนั้น กรอบความคิดหรือ โครงสร้างความคิดอาจให้คำจำกัดความได้ว่าเป็นสิ่งที่ใช้แทนวิธีการที่เป็นความคิดหรือมโนทัศน์ต่าง ๆ (Nodes) ถูกเชื่อมโยงกัน (ดังได้แสดงตัวอย่างไว้ในแผนภาพที่ 6) แบรนส์ฟอร์ด (Branford 1979) กล่าวว่า "ตามความเป็นจริงแล้ว รูปแบบที่เป็นกรอบความคิดหรือโครงสร้างความคิดนั้นก็คือรูปแบบของโครงสร้างความรู้นั่นเอง"



แผนภูมิที่ 7 ตัวอย่างของการเชื่อมโยงระหว่าง Nodes ต่าง ๆ ในโมเดลความคิดของแบรนฟอร์ด

จากแผนภาพที่ 3 ตามทฤษฎีของกรอบความคิดหรือ Node (Frame or Node Theory) กล่าวว่า คนเราจำในสิ่งที่เป็นนามธรรมซึ่งอยู่ในรูปของความหมายและการเชื่อมโยงมากกว่าสิ่งที่เฉพาะเจาะจง ดังนั้นปากกาสีฟ้าของฉันจึงถูกอธิบายในฐานะที่เป็น Node อันหนึ่ง ซึ่งถูกซ่อนไว้ในโครงสร้างที่ซับซ้อนของความเป็นนามธรรม เช่น สิ่งต่าง ๆ ที่เป็นสีฟ้า และในแต่ละ Node ยังสัมพันธ์กับ Node อื่น ๆ อีกมากมายซึ่งไม่ได้แสดงไว้ ณ ที่นี้ ความซับซ้อนของ Node ที่เชื่อมโยงกันนั้น บางทีเราก็เรียกว่า กรอบความคิด (frame)

จากที่ได้กล่าวมาแล้วสรุปได้ว่า ข้อสนเทศที่อยู่ในระบบทางปัญญาจะมีรูปแบบที่แตกต่างกัน แล้วแต่ระดับของความซับซ้อนหรือชนิดของข้อสนเทศ ซึ่งอาจจะเป็นข้อเท็จจริง หรืออยู่ในรูปของกระบวนการในการปฏิบัติก็ได้ และข้อสนเทศบางหน่วยมีขนาดเล็ก และเป็นข้อสนเทศพื้นฐาน

บางหน่วยมีขนาดใหญ่ ซึ่งประกอบด้วยข้อสนเทศหน่วยพื้นฐานหลาย ๆ หน่วย ถ้าเป็นข้อสนเทศในระดับสูงขึ้นไปจะอยู่ในรูปความรู้และการจัดระเบียบความรู้ในระบบความจำ ซึ่งจะเป็นความรู้หรือโครงสร้างของความรู้ รวมทั้งแผนกฎกติกาที่ใช้ในการแก้ปัญหา และมีการปรับแผนถ้าแผนเดิมใช้ไม่ได้ (เพ็ญพิไล ฤทธาคณานนท์ 2536 : 72)

<u>อภิปัญญา</u> (Metacognition)

อภิปัญญาหรือการรู้เกี่ยวกับการรู้คิดในทำนองเดียวกับอภิความจำ (Metamemory) ซึ่งหมายถึง การรู้เกี่ยวกับการจำ เนื่องจากการรู้เกี่ยวข้องกับการจำ ดังนั้น อภิปัญญาจึงรวมอยู่กับอภิความจำ

ทักษะทางอภิปัญญาทำให้บุคคลกำกับความก้าวหน้าของตนเองได้เมื่อพยายามที่จะเข้าใจและเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ทักษะทางอภิปัญญาทำให้คนเรามีวิธีที่จะประมาณค่าผลแห่งความพยายามของตนและสามารถที่จะทำนายถึงความเป็นไปได้เกี่ยวกับความสามารถที่จะจำสิ่งต่าง ๆ ได้ในครั้งต่อไป ความรู้เกี่ยวกับการรู้คิดบอกให้บุคคลได้ทราบว่ามีวิธีการต่าง ๆ มากมายในการจัดรวบรวมความรู้ เพื่อทำให้ง่ายต่อการเรียนรู้และการจำ การทบทวนและกลวิธีในการทบทวนบางอย่างมีประสิทธิภาพมากกว่าสำหรับความรู้ชนิดหนึ่งมากกว่าอีกชนิดหนึ่ง

นอกจากนี้ เพ็ญพิไล ฤทธาคณานนท์ (2536 : 104-105) ยังได้กล่าวถึงความสำคัญของทักษะทางอภิปัญญาหรือทักษะการรู้เกี่ยวกับการรู้คิดว่า มีความสำคัญต่อกิจกรรมทางปัญญาหลายอย่าง เช่น การสื่อสาร การจูงใจด้วยวาจา ความเข้าใจภาษาพูด ความเข้าใจในการอ่าน การได้มาซึ่งภาษา การเรียน การใส่ใจ ความจำ การแก้ปัญหา ความเข้าใจทางสังคม การสอนและการควบคุมตนเอง

ทักษะทางอภิปัญญานี้ดูเหมือนว่าจะไม่มีในเด็กเล็ก ๆ แต่ก็ไม่ได้หมายความว่าเด็กเล็ก ๆ จะไม่สามารถใช้กลวิธีคิดได้ เป็นแต่เพียงว่าเด็กเล็ก ๆ ไม่ได้ตระหนักถึงตัวเองและไม่ได้ประยุกต์กลวิธีคิดต่าง ๆ อย่างมีสำนึก นั่นคือเด็กเล็ก ๆ มีความสามารถน้อยเกินไปที่จะกำกับ ประเมินและชี้นำการเรียนรู้ของตนเองได้และไม่ได้ตระหนักว่ามีกลวิธีต่าง ๆ มากมายที่จะทำให้การเรียนรู้และการจำง่ายขึ้น

<u>ความสามารถในการประมวลข้อสนเทศ</u> (Information Processing Capacity)

ฟลาเวล (Flavell 1985 : 99-103) ได้กล่าวถึงความสามารถในการประมวลข้อสนเทศไว้พอสรุปได้ว่า ความสามารถในการประมวลข้อสนเทศของมนุษย์นั้นมีข้อจำกัดซึ่งขึ้นอยู่กับความจำกัดของสมอง อายุ เวลา และปริมาณของข้อสนเทศที่ใช้ ฯลฯ สมองของมนุษย์สามารถที่จะรับหน่วยข้อมูลได้เพียงไม่กี่หน่วยในขณะที่ ส่วนของสมองกำลังทำงานอยู่ นักจิตวิทยาเชื่อว่าความจำกัดนี้มีมากในเด็ก เมื่อเด็กมีอายุมากขึ้นความสามารถในการประมวลข้อมูลก็จะเพิ่มขึ้นด้วย นักจิตวิทยาได้จินตนาการความสามารถทางโครงสร้าง (Structural Capacity) ว่าเปรียบเหมือนช่อง (Slot) ที่อยู่ในกล่อง ถ้ายิ่งมีช่องมากความสามารถก็ยิ่งสูง และช่องเหล่านี้คือพลังแห่งความสนใจ (Attentional Energy) ที่บุคคลมีอยู่ในขณะที่ทำการประมวลข้อสนเทศ ส่วนความสามารถในการทำงาน (Functional Capacity) เปรียบเสมือนการใช้พลังงานที่มีอยู่ได้มีประสิทธิภาพมากที่สุด ซึ่งซีกเลอร์ (Sieglar 1986: 65) ใช้คำว่า Control Features

นอกจากนี้ เรายังสามารถเพิ่มความสามารถในการทำงานได้โดยการใช้กลวิธีในการประมวลข้อสนเทศบางอย่าง เช่น การแบ่งความสนใจที่มีอยู่อย่างฉลาด และให้เหมาะกับชนิดของงาน นักประมวลข้อสนเทศที่ดี คือ ผู้ที่สามารถแจกจ่ายความสนใจที่มีอยู่จำกัดอย่างประหยัดและมีประสิทธิภาพมากที่สุด นอกจากนี้ยังมีอีกกลวิธีหนึ่งที่ช่วยให้บุคคลมีความสามารถในการประมวลข้อสนเทศ นั่นคือ การใช้เครื่องช่วยจำ ซึ่งได้แก่ ปากกาและกระดาษ ห้องสมุด เครื่องคิดเลข ตลอดจนความจำของคนอื่น เป็นต้น เครื่องช่วยจำเหล่านี้จะทำให้บุคคลสามารถที่จะประมวลข้อสนเทศได้มากขึ้น นอกจากนี้ ซีกเลอร์ (Siegler 1986: 5) ยังได้กล่าวไว้สรุปได้ว่า เด็กเอาชนะข้อจำกัดเกี่ยวกับความจำและการประมวลข้อสนเทศโดยใช้กลวิธีต่าง ๆ มากมาย เช่น กลวิธีในการจำ ซึ่งได้แก่ การทบทวน (rehearsal) นั่นคือทำสิ่งใดสิ่งหนึ่งซ้ำแล้วซ้ำอีกก่อนที่จะจำ การทบทวนนี้ทำเพื่อที่จะเอาชนะ ความสามารถที่จำกัดในการคงไว้ซึ่งข้อมูลที่ถูกนำเสนอเข้ามาใหม่ และในขณะเดียวกันเด็กอาจใช้เครื่องช่วยในการจำภายนอกอย่างอื่นอีก เช่น หนังสือ เพื่อเอาชนะความรู้ที่มีจำกัดของตัวเด็กเอง เด็กใช้กลวิธีในการแก้ปัญหา เช่น การแบ่งปัญหาออกเป็นส่วน ๆ เพื่อเอาชนะความสามารถที่มีจำกัดในการบรรลุถึงการตัดสินใจที่ฉลาด และกลวิธีที่เด็กสร้างหรือประดิษฐ์ขึ้นเพื่อเอาชนะข้อจำกัดต่าง ๆ นั้น ทำให้เห็นถึง drama inherent เด่นชัดในความพยายามของเด็กที่จะรู้จักโลก

จากที่ได้กล่าวมานี้สรุปได้ว่า ความสามารถในการประมวลข้อสนเทศ ประกอบด้วยความสามารถ 2 ประเภท คือ ความสามารถทางโครงสร้าง ซึ่งเป็นความสามารถของระบบ

ประสาท หรือความสามารถทางโครงสร้างของสมองของบุคคล หรือเปรียบเสมือนฮาร์ดแวร์ที่ใช้ในการประมวลข้อสนเทศ หรืออาจจะเป็นเหมือนพลังแห่งความสนใจทั้งหมด ส่วนความสามารถในการทำงานหรือความสามารถในการควบคุมนั้นเกี่ยวข้องกับการประมวลข้อสนเทศที่บุคคลกระทำจริงในขณะแก้ปัญหา โดยใช้ความสามารถพื้นฐานที่มีอยู่บวกกับเครื่องช่วยอย่างอื่นที่หามาได้ ระยะเวลาที่ใช้ในการประมวลขึ้นอยู่กับประสบการณ์ที่เคยได้ฝึกฝนมา สิ่งเร้าที่คุ้นเคย กลวิธีในการประมวลข้อสนเทศ และเครื่องช่วยจำภายนอกอื่น ๆ เป็นต้น ความสามารถในการทำงานนั้น ซีกเลอร์ เรียกว่า เป็นกระบวนการควบคุม (Control Process) ซึ่งเป็นเหมือนโปรแกรม หรือ ซอฟแวร์คอมพิวเตอร์ ซึ่งชี้ให้เห็นถึงลำดับขั้นตอนของกระบวนการในการปฏิบัติ และสามารถเปลี่ยนแปลงได้ในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน ซึ่ง แอทคินสัน และชิฟฟริน (Atkinson and Shiffrin 1968 cited by Siegler 1986: 65) ได้กล่าวไว้ว่า "เป็นคุณลักษณะของระบบที่คงที่ ซึ่งได้แก่ความสามารถในการจำ อัตราเร็วของการปฏิบัติการซึ่งเป็นตัวกำหนดข้อจำกัดภายในการประมวลข้อสนเทศที่เกิดขึ้น"

<u>การเรียนแบบร่วมมือ</u> (Cooperative Learning)

เนื่องจากวิธีการเรียนแบบร่วมมือ เป็นวิธีการหนึ่งที่เอื้อต่อการเรียนการสอนสำนึกทางด้านจำนวน ตามแนวคิดของธอร์นตันและทัคเกอร์ (Thornton and tucker 1989 : 18) เพราะวิธีการเรียนในลักษณะนี้ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็นอย่างเป็นอิสระ และมีโอกาสได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันเกี่ยวกับการใช้กลวิธีต่าง ๆ อย่างหลากหลายในการคิดคำนวณและแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังเป็นวิธีการเรียนรู้ที่เน้นตัวผู้เรียนเป็นสำคัญ นั่นคือให้ผู้เรียนได้ค้นพบความรู้ต่าง ๆ ด้วยตนเอง และที่สำคัญอีกประการหนึ่งก็คือ เป็นวิธีการเรียนรู้ที่ส่งเสริมกระบวนการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม ด้วยเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงขอเสนอสาระสำคัญพอสังเขปเกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือ ดังต่อไปนี้

1. <u>ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือ</u>

สลาวิน (Slavin 1983:3)ได้ให้ความหมายของคำว่าการร่วมมือกัน (Cooperation) ว่า หมายถึงคุณลักษณะสำคัญ 4 ประการ คือ

1. พฤติกรรมแบบร่วมมือ (Cooperative Behavior) ซึ่งได้จากการทำงานกับผู้อื่นหรือการช่วยเหลือผู้อื่น การได้มีส่วนร่วมอย่างแท้จริง หมายถึง การมีส่วนร่วมในความพยายาม

ของบุคคลตั้งแต่ 2 คนขึ้นไป องค์ประกอบสำคัญของพฤติกรรมแบบร่วมมือก็คือ ความพยายามร่วมกันของผู้เข้าร่วมกลุ่มแต่ละคนที่จะช่วยเหลือให้การปฏิบัติงาน ทั้งของตนเองและของเพื่อนได้บรรลุเป้าหมาย ซึ่งสิ่งนี้การติดต่อสื่อสารระหว่างผู้เข้าร่วมกลุ่มเป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่ง ผู้เข้าร่วมกลุ่มจะต้องหาวิธีแบ่งงาน เข้าร่วมกิจกรรมต่าง ๆ วางแผนตามลำดับขั้นของงานอย่างเชื่อมโยงกัน และแสดงถึงความเอาใจใส่อย่างใกล้ชิดในสิ่งที่แต่ละคนกำลังกระทำอยู่

2. โครงสร้างที่กระตุ้นให้เกิดการร่วมมือ (Cooperative incentive structure) ซึ่งหมายถึง การที่กลุ่มได้รับรางวัลบนพื้นฐานของการปฏิบัติของสมาชิกทุกคนในกลุ่ม

3. โครงสร้างงานแบบร่วมมือ (Cooperative task structures) ซึ่งหมายถึง การที่สมาชิกในกลุ่มจะต้องสามารถทำงานด้วยกันได้ ถึงแม้ว่าจะได้รับหรือไม่ได้รับรางวัลหรือคำชมเชย จากการปฏิบัติงานของกลุ่มก็ตาม

4. แรงจูงใจร่วมกัน (Cooperative Motives) ซึ่งได้แก่ ความมีใจโน้มเอียงที่จะกระทำการใด ๆ อย่างร่วมมือกันและเห็นแก่ประโยชน์ส่วนรวมเป็นที่ตั้ง แทนที่จะเป็นการกระทำเพื่อแข่งขันหรือเพื่อตัวเอง

ฮูเซ็น และโพสท์เล็ธเวท (Husen and Postlethwaite 1994 : 1095) ได้ให้ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือไว้ สรุปได้ว่า วิธีการเรียนแบบร่วมมือ เป็นการแลกเปลี่ยนความคิด ซึ่งนักเรียนได้ทำงานร่วมกันเพื่อที่จะเรียนรู้และรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของคนอื่นพอ ๆ กับตัวเอง นอกจากนี้แนวความคิดเกี่ยวกับการทำงานร่วมกัน วิธีเรียนร่วมมือเป็นกลุ่มเน้นการใช้เป้าหมายของกลุ่มและความสำเร็จของกลุ่มเป็นหลักในการทำงานให้บรรลุผล ถ้าสมาชิกของกลุ่มทั้งหมด เรียนรู้จุดประสงค์ของการได้รับการสอน ในการเรียนรู้เป็นกลุ่มงานของนักเรียนไม่ใช่การกระทำบางสิ่งบางอย่างเป็นกลุ่ม แต่หมายถึง การกระทำเพื่อเรียนรู้บางสิ่งบางอย่างเป็นกลุ่ม

2. <u>องค์ประกอบพื้นฐานของการเรียนแบบร่วมมือ</u> (Basic Elements of Cooperative Learning)

จอห์นสัน และคณะ (Johnson and Others 1984 Cited by Davidson 1990: 105-107) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบพื้นฐานของการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งมีอยู่ 5 ประการดังนี้คือ

1. ความพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันในทางบวก (Positive Interdependence) ซึ่งหมายถึงการที่สมาชิกทุกคนทำงานร่วมกัน โดยมีเป้าหมายหรือรางวัลร่วมกัน มีการพึ่งพาอาศัยและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ทุกคนจะมีบทบาทหน้าที่ในการทำงานของตน เพื่อให้บรรลุผลสำเร็จตามเป้าหมายร่วมกัน และความสำเร็จของกลุ่มจะขึ้นอยู่กับความสำเร็จในการทำงานของแต่ละบุคคล

2. การมีปฏิสัมพันธ์แบบเผชิญหน้าเข้าปรึกษาหารือกัน (Face to Face Interaction) ซึ่งหมายถึง การมีปฏิสัมพันธ์กันของสมาชิกในกลุ่มในลักษณะที่ให้ความสนใจ ช่วยเหลือ สนับสนุนและส่งเสริมให้กำลังใจซึ่งกันและกันในความพยายามที่จะประสบผลสำเร็จในการเรียน ตลอดจนการเสนอความคิดต่าง ๆ อันจะเป็นประโยชน์ต่อกลุ่ม เช่น กระบวนการทางปัญญาเมื่อนักเรียนได้ร่วมกันอธิบายการคิดหาเหตุผลทางคณิตศาสตร์ต่อกัน การอภิปรายธรรมชาติของมโนทัศน์ต่าง ๆ ที่กำลังเรียนอยู่ การสอนความรู้ต่าง ๆ ให้กับเพื่อนร่วมชั้น และการเชื่อมโยงการเรียนรู้ในปัจจุบันให้เข้ากับการเรียนรู้ในอดีต

3. ความรับผิดชอบของสมาชิกแต่ละบุคคล (Individual Accountability) ซึ่งหมายถึง การที่แต่ละบุคคลตระหนักอยู่เสมอว่าความสำเร็จของกลุ่มขึ้นอยู่กับการร่วมมือ และความรับผิดชอบของสมาชิกในกลุ่ม

4. การใช้ทักษะระหว่างบุคคลและทักษะในการทำงานกลุ่ม (Interpersonal and Small Group skills) ซึ่งหมายถึง ทักษะที่จะทำให้การทำงานของกลุ่มบรรลุเป้าหมายอย่างประสบผลสำเร็จ กลุ่มจะไม่ประสบผลสำเร็จ และถ้าสมาชิกของกลุ่มขาดทักษะในการทำงานร่วมกับผู้อื่น และขาดทักษะทางสังคม ซึ่งได้แก่ ความเป็นผู้นำ การตัดสินใจ การสร้างความเชื่อถือ การสื่อสาร และการจัดการแก้ไขข้อขัดแย้ง ทักษะเหล่านี้ต้องได้รับการสอนเช่นเดียวกับทักษะทางวิชาการ

5. กระบวนการทำงานกลุ่ม (Group Processing) คือมีขั้นตอนในการทำงาน เพื่อให้บรรลุเป้าหมายของกลุ่มที่ตั้งไว้

ในการทำงานกลุ่มแบบร่วมมือ สมาชิกในกลุ่มจะมีบทบาทหน้าที่ในการทำงาน แต่ละครั้งหมุนเวียนกันไป ดังที่ สลาวิน (Slavin, 1983) ได้กล่าวถึงบทบาทหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่มไว้ดังนี้

1. หัวหน้ากลุ่ม มีหน้าที่ดูแลให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มทำงาน
2. ผู้จัดวัสดุอุปกรณ์ มีหน้าที่ จัดการเกี่ยวกับวัสดุอุปกรณ์ เพื่อแจกจ่ายให้แก่สมาชิกในกลุ่ม
3. ผู้จดบันทึก มีหน้าที่ บันทึกงานที่ได้รับมอบหมาย เพื่อจะส่งครู
4. ผู้รักษาเวลา มีหน้าที่รักษาเวลาให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มทำงาน ตามกำหนดการที่วางไว้
5. ผู้ส่งงาน มีหน้าที่ ตรวจสอบความเรียบร้อยของงานและนำส่งครู

มโนทัศน์หลัก 3 ประการ ที่เป็นหัวใจของวิธีการเรียนเป็นกลุ่มก็คือ

1. ได้ประโยชน์ที่เป็นรางวัลร่วมกัน (Team Rewards)
2. ความรับผิดชอบของแต่ละคน (Individual Accountability)
3. การมีโอกาสอย่างเท่าเทียมกันสำหรับผลสำเร็จที่ได้ (Equal to Opportunity for Success)

กลุ่มไม่ได้แข่งขันเพื่อจะเป็นเจ้าของรางวัล ความรับผิดชอบของแต่ละบุคคล หมายถึงความสำเร็จของกลุ่มขึ้นอยู่กับการเรียนรู้ของแต่ละคน ดังนั้น กิจกรรมของสมาชิกในกลุ่มจึงถูกเพ่งเล็งไปที่การติวซึ่งกันและกัน และการทำให้แน่ใจว่าทุก ๆ คนในกลุ่มพร้อมที่จะรับการทดสอบหรือการประเมินอย่างอื่นซึ่งนักเรียนจะถูกคาดหวังว่ากระทำได้ถูกต้องสมบูรณ์โดยไม่ต้องอาศัยความช่วยเหลือจากกลุ่ม ส่วนการมีโอกาสที่เท่าเทียมกันสำหรับผลสำเร็จ หมายความว่า นักเรียนจะสนับสนุนกลุ่มของตนโดยทำการปรับปรุงปฏิบัติการต่าง ๆ ของตนที่ผ่านมาแล้ว ผู้ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ จะถูกท้าทายให้ทำได้ดีที่สุด และการสนับสนุนของสมาชิกในกลุ่มจะเป็นสิ่งที่มีค่าอย่างยิ่ง

จากงานวิจัยพบว่า การได้รับรางวัลเป็นกลุ่ม และความรับผิดชอบของแต่ละบุคคลเป็นองค์ประกอบที่สำคัญมากในการทำให้เกิดผลสัมฤทธิ์เกี่ยวกับทักษะพื้นฐาน (Slavin 1983:32-33) เพราะการเรียนรู้ร่วมกันไม่ได้หมายถึงการบอกให้นักเรียนทำงานด้วยกันเท่านั้น มีงานวิจัยชี้ให้เห็นว่า ถ้านักเรียนได้รับรางวัลจากการกระทำที่ดีขึ้นกว่านั้นในอดีต เขาก็จะถูกกระตุ้นให้อยากที่จะสัมฤทธิ์ผลมากกว่าถ้าการได้รับรางวัลนั้นอยู่บนพื้นฐานของการกระทำที่เปรียบเทียบกับคนอื่น

3. วิธีการเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative Learning Methods)

ในปี ค.ศ. 1920 ได้มีการวิจัยทางด้านจิตวิทยาสังคมเกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือและงานวิจัยเกี่ยวกับการประยุกต์ที่เจาะจง เอาการเรียนแบบร่วมมือมาใช้ในชั้นเรียน ได้เริ่มขึ้นเมื่อปี ค.ศ. 1970 ซึ่งขณะนั้น มีนักวิจัยอิสระ 3 กลุ่ม ทั้งในประเทศ สหรัฐอเมริกา และประเทศอิสราเอล ได้เริ่มพัฒนาและวิจัยเกี่ยวกับ การใช้วิธีการเรียนรู้แบบร่วมมือในชั้นเรียน เมื่อต้นปี 1990 ได้มีนักวิจัยทั่วโลก ให้ความสนใจศึกษาการประยุกต์เชิงปฏิบัติเกี่ยวกับหลักการของการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งมีวิธีการต่าง ๆ กันมากมาย ดังจะได้กล่าวถึงพอสังเขป ดังนี้

1. การเรียนเป็นกลุ่ม (Student Team Leaning)

วิธีการเรียนเป็นกลุ่มเป็นเทคนิคหนึ่งในการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งพัฒนา และศึกษาที่มหาวิทยาลัย จอห์นส์ ฮอปกินส์ มีงานวิจัยมากกว่าครึ่งหนึ่งที่ได้มีการศึกษาในเชิงประสบการณ์ และวิธีการเรียนแบบร่วมมือในการปฏิบัติงานซึ่งเกี่ยวข้องกับการเรียนเป็นกลุ่ม

วิธีการเรียนแบบร่วมมือทุกวิธี เป็นการแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกันได้ศึกษาร่วมกันเพื่อเรียนรู้ และมีความรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของเพื่อนผล ๆ กับของตนเองและนอกจากแนวคิดในการทำงานร่วมกันแล้ว วิธีการเรียนเป็นกลุ่มยังช่วยเน้นการใช้เป้าหมายของกลุ่ม และความสำเร็จของกลุ่มเป็นหลัก ซึ่งจะสามารถบรรลุผลได้ ถ้าสมาชิกทั้งหมดของกลุ่มเรียนรู้จุดประสงค์ของการเรียนการสอน ในการเรียนรู้เป็นกลุ่มนั้นไม่ใช่การทำสิ่งต่าง ๆ เป็นกลุ่ม แต่หมายถึง การเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เป็นกลุ่ม

มีวิธีการเรียนรู้เป็นกลุ่มที่สำคัญอยู่ 4 วิธี ซึ่งมีการพัฒนาและวิจัยกันอย่างกว้างขวาง และในวิธีเหล่านี้มี 2 วิธีที่สามารถประยุกต์ใช้ได้กับทุกวิชา และทุกระดับชั้น นั่นคือ STAD (Students Teams - Achievment Divisions) และ TGT (Teams - Games - Tournament) ส่วน TAI (Team Assisted Individualization) สำหรับใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ของเด็กระดับ 3 ถึงระดับ 6 ส่วน CIRC (Cooperative Integrated Readingand Composition) สำหรับการสอนอ่านและเขียนในเด็กระดับ 3 ถึงระดับ 5

1.1 การเรียนเป็นกลุ่มแบบ STAD (Student Teams - Achievement Division) วิธีนี้นักเรียนจะถูกแบ่งออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนที่มีระดับผลการเรียน เพศ และชาติพันธุ์ที่แตกต่างกันอยู่ในกลุ่มเดียวกัน ครูทำหน้าที่เสนอบทเรียน และนักเรียนทำงานภายในกลุ่มของตนและเพื่อให้แน่ใจว่าสมาชิกในกลุ่มรอบรู้ในบทเรียนนั้นดีแล้ว ในขั้นสุดท้ายนักเรียนแต่ละคนจะได้รับการทดสอบย่อย (Quiz) ซึ่งในการสอบนักเรียนจะไม่ได้รับความช่วยเหลือใด ๆ เลยจากเพื่อนในกลุ่ม คะแนนที่ได้จากการสอบย่อย จะถูกเปรียบเทียบกับคะแนนเฉลี่ยในอดีตของตนเอง และคะแนนที่ได้มีพื้นฐานอยู่บนระดับที่นักเรียนสามารถบรรลุผลสำเร็จได้ หรือปฏิบัติได้ดีกว่าครั้งแรก คะแนนของแต่ละคนเหล่านี้ จะถูกนำมารวมกันเพื่อเป็นคะแนนกลุ่ม และกลุ่มต่างๆ ซึ่งบรรลุผลสำเร็จในมาตรฐานบางประการ อาจจะได้รับเกียรติบัตรหรือรางวัลอื่น ๆ สำหรับวัฏจักรของกิจกรรมต่าง ๆ ทั้งหมดนั้นเริ่มจากการที่ครูนำเสนอบทเรียนจากนั้นก็ให้นักเรียนมีการฝึกหัด เป็นกลุ่มตลอดไปจนกระทั่งถึงการสอบย่อย ๆ (Quiz) ปกติแล้วจะใช้เวลาประมาณ 3 - 5 คาบเรียน

วิธีนี้ใช้กันอย่างกว้างขวางในทุกวิชา และทุกระดับชั้น ตั้งแต่ คณิตศาสตร์ไปจนกระทั่งถึงวิชาศิลปภาษาและวิชาสังคมศึกษา จากระดับประถมศึกษาถึงระดับมหาวิทยาลัย วิธีนี้เหมาะสมที่สุด สำหรับการสอนที่จุดประสงค์ต่าง ๆ ได้ถูกกำหนดไว้เป็นอย่างดีแล้วด้วยคำตอบที่ถูกต้อง เช่น การคำนวณ และการประยุกต์ใช้ทางคณิตศาสตร์ การใช้ภาษา และกลไกต่าง ๆ ภูมิศาสตร์และทักษะการใช้แผนที่ ตลอดจนข้อเท็จจริงเกี่ยวกับวิทยาศาสตร์ และมโนทัศน์

1.2 การเรียนเป็นกลุ่มแบบ TGT (Teams - Games - Tournaments) วิธีนี้เป็นวิธีการเรียนรู้ร่วมกันวิธีแรกที่มหาวิทยาลัย จอห์น ฮอปกินส์ พัฒนาขึ้นมา (De Vries and Slavin 1978 : 12,28-38) วิธีนี้มีรูปแบบการสอนและกระบวนการทำงานในกลุ่มเหมือนกับวิธีของ STAD แต่ต่างกันตรงที่ว่าในการเรียน และการทดสอบจะเป็นการทดสอบย่อย (quiz) ประจำทุกสัปดาห์ในรูปของการแข่งขัน ซึ่งจะแข่งขันกันกับสมาชิกของกลุ่มอื่น เพื่อทำคะแนนได้แก่กลุ่มพวกตน นักเรียนจะแข่งขันกันที่โต๊ะแข่งขันโต๊ะละ 3 คน ผู้เข้าแข่งขันเป็นผู้ที่มีบันทึกผลการเรียนในอดีตที่คล้ายคลึงกันในวิชาคณิตศาสตร์ ผู้ชนะในแต่ละครั้งจะยังผลให้ทุกคนในกลุ่มของผู้ที่เข้าแข่งขันได้คะแนนเท่ากันสำหรับคุณสมบัติของผู้เข้าแข่งขันนั้น พวกที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำจะเข้าแข่งขันกับพวกผลสัมฤทธิ์ด้อยด้วยกัน และผู้ที่มีผลสัมฤทธิ์สูงจะเข้าแข่งขันกับผู้ที่มีผลสัมฤทธิ์สูงด้วยกัน ดังนั้นจึงมีโอกาสเท่าเทียมกันในการที่จะประสบผลสำเร็จในการเรียนเช่นเดียวกันกับ STAD กลุ่มที่ทำคะแนนได้สูงก็จะมีผลให้ได้รับเกียรติบัตร หรือรางวัลในรูปแบบอื่น ๆ

1.3 การเรียนรู้เป็นกลุ่มแบบ TAI (Team Assisted Individualization) (TAI) (Slavin et.al 1983: 27) เป็นการผสมผสานกันระหว่าง STAD และ TGT โดยใช้สมาชิก 4 คน ซึ่งมีความสามารถหลากหลายในการเรียนรู้เป็นกลุ่มและจะให้เกียรติบัตรในกรณีที่กลุ่มได้คะแนนสูง แต่ขณะที่ STAD และ TGT ใช้การสอนที่ให้ทุกคนก้าวไปพร้อม ๆ กันทั้งชั้น แต่ TAI เชื่อมโยงวิธีการเรียนรู้ร่วมกันให้เข้ากับการสอนเป็นรายบุคคล ดังนั้น ในขณะที่ STAD และ TGT ประยุกต์ได้กับเกือบทุกวิชาและทุกระดับชั้น แต่ TAI ถูกออกแบบไว้สำหรับการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับ 3 ถึงระดับ 6 เท่านั้น (หรืออาจเป็นนักเรียนที่ระดับสูงกว่านี้แต่ต้องเป็นนักเรียนที่ยังไม่พร้อมที่จะเรียนพีชคณิต)

ในวิธี TAI นี้นักเรียนจะถูกจัดลำดับด้วยการสอบแล้วให้นักเรียนได้ดำเนินการให้ก้าวไปตามอัตราของตนเอง โดยทั่วไปสมาชิกของกลุ่มจะศึกษาหน่วยที่ต่างกัน เพื่อนร่วมกลุ่มจะช่วยกันตรวจงานซึ่งกันและกันกับเฉลยคำตอบและช่วยเหลือกันเมื่อมีปัญหา การทดสอบหน่วยสุดท้ายจะไม่ได้รับความช่วยเหลือจากเพื่อนร่วมกลุ่ม และตรวจให้คะแนนโดยนักเรียนที่ทำหน้าที่เป็นผู้กำกับ ในแต่ละสัปดาห์ครูจะรวมคะแนนทั้งหมดในทุก ๆ หน่วย ซึ่งได้มาจากคะแนนของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่มรวมกัน แล้วให้เกียรติบัตรหรือให้กลุ่มอื่นให้รางวัลแก่กลุ่มที่ได้คะแนนเกินเกณฑ์ โดยมีพื้นฐานอยู่บนจำนวนคะแนนที่สอบผ่านในครั้งสุดท้าย และให้คะแนนพิเศษสำหรับการทำรายงานที่ดีเยี่ยม และการทำการบ้านที่สมบูรณ์

เพราะว่านักเรียนมีความรับผิดชอบในการตรวจงานซึ่งกันและกัน และการจัดการให้ดำเนินการไปตามสื่อต่าง ๆ ที่กำหนดให้ ดังนั้นครูจึงมีเวลาที่จะเสนอบทเรียนให้กับกลุ่มย่อย ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนที่ถูกส่งมาจากกลุ่มต่าง ๆ เพื่อเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์อย่างเดียวกันตามลำดับขั้น ตัวอย่างเช่น ครูอาจจะเรียกกลุ่มทศนิยมขึ้นมา แล้วนำเสนอบทเรียนเรื่องทศนิยม ต่อจากนั้นก็ส่งนักเรียนเหล่านี้กลับไปสอนปัญหาเกี่ยวกับทศนิยมให้กลับเพื่อนในกลุ่มของตน ต่อจากนั้นครูอาจจะเรียกกลุ่มเศษส่วนเป็นอันดับต่อไป แล้วดำเนินในลักษณะดังกล่าวเช่นนี้อีก

1.4 การเรียนเป็นกลุ่มแบบ CIRC (Cooperative Integrated Reading and Composition) เป็นวิธีการเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มแบบใหม่ล่าสุด ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ครอบคลุมเกี่ยวกับการสอนการอ่านและการเขียนในระดับประถมศึกษาตอนต้น (Stevens et. al. 1987: 433) วิธี CIRC นักเรียนจะถูกมอบหมายให้จัดกลุ่มกลุ่มเป็นคู่จากกลุ่มการอ่านที่แตกต่างกันสองกลุ่ม ขณะที่ครูกำลังสอนกลุ่มอ่านกลุ่มหนึ่งอยู่นักเรียนในอีกกลุ่มหนึ่งก็จะศึกษากันเป็นคู่ ๆ ในกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับการอ่านซึ่งกันและกัน เช่นลองทำนายดูว่าเรื่องที่เล่าผลสรุปจะออกมาเป็น

อย่างไร การเขียนเรื่องราวต่าง ๆ การฝึกสะกดคำและคำศัพท์ นักเรียนที่ได้ศึกษาเป็นกลุ่มจะทำให้รอบรู้ในความคิดหลักและมีทักษะในเรื่องของความเข้าใจ และในระหว่างคาบเรียนเกี่ยวกับศิลปภาษา นักเรียนก็จะได้ฝึกการเขียนโครงร่าง การแก้ไข และการเรียบเรียงงานซึ่งกันและกัน และเตรียมสำหรับเผยแพร่หนังสือของกลุ่มออกสู่สาธารณชน

ในกิจกรรมของ CIRC ส่วนใหญ่ นักเรียนจะติดตามไปตามลำดับขั้น การสอนทางครู เช่น การฝึกเป็นกลุ่ม การประเมินก่อนเรียนเป็นกลุ่มและการสอบย่อย นั่นคือ นักเรียนจะสอบย่อย (quiz) ไม่ได้จนกว่าเพื่อนร่วมกลุ่มได้ตรวจสอบดูแล้วเห็นว่าพร้อมแล้ว และเกียรตินิยมหรือคำชมเชยจะมอบให้แก่กลุ่มที่มีผลของคะแนนการปฏิบัติงานเฉลี่ย จากคะแนนสมาชิกในกลุ่มทั้งหมดในการทำกิจกรรมการอ่านและการเขียน อยู่ในระดับสูง

<u>ความสามารถในการแก้ปัญหา</u>

1. <u>ความหมาย</u>

แฮนเดอร์สัน และพิงกรี (Handerson and Pingry 1953 : 228-229) ได้ให้ความหมายของคำว่า ปัญหาในทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่จะต้องหาข้อไข (Solution) หรือคำตอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องมีกระบวนการที่เหมาะสม ต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ และรวมทั้งการตัดสินใจ ตามความหมายข้างต้นนี้ ปัญหาจึงมีความสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหา นั่นคือ สถานการณ์หนึ่งหรือคำถามหนึ่ง อาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่ไม่เป็นปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้

บรูคเนอร์ (Brueckner 1957: 301) กล่าวว่า "ผู้เรียนจะพบปัญหาคณิตศาสตร์เมื่อเผชิญกับสถานการณ์ที่เกี่ยวกับปริมาณ ซึ่งไม่สามารถตอบได้ทันที และปัญหาสามารถแก้ไขได้ในเวลาต่อมา"

เดอ วอลท์ (De Valt 1981 : 40-43) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาจะเกิดขึ้น เมื่อมีคำถามที่ต้องการคำตอบ แต่ละบุคคลย่อมมีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ เด็กจะไม่สามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้โดยไม่มีความรู้พื้นฐานหรือความสามารถในการคำนวณ ความเข้าใจในวิธีการ หรือความสามารถในการจัดลำดับทางเหตุผล

เคนเนดี (Kennedy 1984 : 82) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาว่าเป็นการกระทำที่แต่ละบุคคลใช้กลวิธีและทักษะต่าง ๆ ในการอธิบายคำตอบสำหรับปัญหาที่ใหม่และไม่คุ้นเคย

กันยา สุวรรณแสง (2532 : 118) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาว่า เป็นการคิดหาทางแก้ไขอุปสรรคที่เกิดขึ้นเพื่อให้บรรลุถึงจุดมุ่งหมาย บางครั้งเราตั้งจุดมุ่งหมายเอาไว้แต่มีอุปสรรคมาขัดขวาง กางกั้นไม่ให้สำเร็จ บรรลุเป้าประสงค์ จึงเกิดเป็นปัญหาขึ้น ต้องระวังปัญหาที่เกิดขึ้นจากเหตุที่ไม่ทราบจุดมุ่งหมายที่แน่นอนด้วย บุคคลจะพยายามคิดหาวิธีการขจัดปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นให้หมดไป เพื่อบรรลุจุดมุ่งหมายที่ได้ตั้งไว้ การคิดแก้ปัญหาจึงเป็นการคิดที่มีจุดมุ่งหมาย (Directed Thinking) อย่างหนึ่ง

จากแนวคิดของนักการศึกษาต่าง ๆ พอสรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา คือความสามารถในการเอาชนะอุปสรรค เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมาย โดยใช้กลวิธี และทักษะต่าง ๆ ในการหาคำตอบ สำหรับปัญหาที่ใหม่และไม่คุ้นเคย

2. <u>กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์</u>

ถึงแม้ว่าปัญหาคณิตศาสตร์จะเป็นปัญหาที่ต่างจากปัญหาทั่ว ๆ ไป ตรงที่ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ แต่ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก็คล้ายคลึงกับขั้นตอนการแก้ปัญหาทั่ว ๆ ไป ซึ่งนักการศึกษาบางท่านแบ่งไว้อย่างละเอียดหลายขั้นตอน บางท่านแบ่งเป็นขั้นใหญ่ ๆ ไว้ดังนี้

โพลยา (Polya 1957 : 5-40) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหา คือทำความเข้าใจคำ วลี หรือประโยคย่อย ๆ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในปัญหาโดยนักเรียนจะต้องสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ และบอกได้ว่าประเด็นสำคัญของปัญหาอยู่ที่ไหน ถ้าเป็นปัญหาให้ค้นหา จะต้องบอกได้ว่าปัญหาถามหาอะไร สิ่งที่กำหนดให้มีอะไรบ้าง และเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่กำหนดให้กับสิ่งที่ถามหา

2. การวางแผนแก้ปัญหา จะต้องพิจารณาว่าสิ่งที่กำหนดให้จะนำไปสู่ผลใดได้บ้าง และมีความรู้อะไรบ้างที่สัมพันธ์กับปัญหานั้น สิ่งที่สำคัญก็คือนักเรียนจะต้องทบทวนความรู้ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

3. การดำเนินการตามแผนที่ได้วางไว้ในขั้นที่ 2 โดยใช้ทักษะการคำนวณ และวิธีการคำนวณที่เหมาะสมมาช่วยในการหาคำตอบ

4. การตรวจสอบวิธีการและคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ ในการตรวจสอบอาจทำให้เกิดความคิดที่จะดัดแปลงวิธีการแก้ปัญหาให้ง่าย สั้นและชัดเจนยิ่งขึ้น

โยติส และโฮสติคกา (Yeotis and Hosticka 1980 : 561) ได้เสนอลำดับขั้นในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. เลือกข้อมูลที่ได้มาออกมาจากปัญหา
2. จัดจำแนกข้อมูลออกเป็นข้อมูลที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้องสำหรับการแก้ปัญหา
3. เรียงลำดับข้อมูลตามความจำเป็นในการใช้หาคำตอบของปัญหา
4. พิจารณาว่าข้อมูลที่จำเป็นข้อมูลใดที่ได้มาแล้ว และข้อมูลใดที่ยังต้องการเก็บรวบรวมอีก
5. พิจารณาดูว่าจะเก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการด้วยวิธีใด
6. เก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการ
7. ใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องทั้งหมดในการแก้ปัญหา
8. ตรวจสอบความเชื่อถือได้ของคำถาม

3. <u>องค์ประกอบสำคัญที่ช่วยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์</u>

ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่ต้องอาศัยความรู้ และทักษะที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์มาช่วยแก้ปัญหา นอกจากนั้น ยังจำเป็นต้องใช้ความรู้ ความสามารถพื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหาทั่ว ๆ ไป ซึ่งมีผู้รู้หลายท่านได้กล่าวไว้ดังนี้

โพลยา (Polya 1957 : 225) ได้กล่าวถึงสิ่งที่สัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งที่มีส่วนช่วยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ คือ ความรู้สึกเกี่ยวกับ ความเป็นไปได้ของปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบ และกลวิธีต่าง ๆ เช่น การลองผิดลองถูก เป็นต้น

ไคลด์ (Clyde 1967: 112) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ดังนี้

1. วุฒิภาวะและประสบการณ์จะช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาได้ดีขึ้น
2. ความสามารถในการอ่าน
3. สติปัญญา

ออซูเบล (Ausubel 1968: 538) กล่าวว่า "ในการแก้ปัญหาโดยทั่วไปนั้นต้องใช้องค์ประกอบหลายอย่าง เช่น สติปัญญา และองค์ประกอบทางการคิด เช่น ความยืดหยุ่นทางการคิด การรวบรวมความคิด ความตั้งใจ"

แฟร์ (Fehr 1972 : 127) ได้กล่าวไว้โดยสรุปว่า สิ่งที่จะต้องใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ การรู้จักคาดคะเนคำตอบ รู้จักประมาณอย่างคร่าว ๆ การที่นักเรียนรู้จักคาดคะเนจะสามารถหลีกเลี่ยงจากคำตอบที่คลาดเคลื่อนจากความเป็นจริง

ซาลิวสกี (Zalewski 1978 : 2804-A) ได้ศึกษาองค์ประกอบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่าสิ่งที่เป็นองค์ประกอบมีดังนี้คือ

1. ความสามารถในการเข้าใจสัญลักษณ์
2. ความสามารถในการจัดกระทำ
3. ความเข้าใจในการอ่านและตีความ
4. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
5. ทักษะในการคำนวณ

จากคำกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือความรู้ในเรื่องคำศัพท์ สัญลักษณ์ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์และเนื้อหา ความสามารถในการอ่าน การตีความ ทักษะในการคำนวณ การรู้จักคาดคะเนคำตอบ การเลือกใช้วิธีจัดกระทำกับข้อมูลอย่างถูกต้อง ตลอดจนมีทักษะให้การเชื่อมโยงความคิด

<u>ความยืดหยุ่นในการคิด</u> (Flexibility)

1. <u>ความหมายและลักษณะของความยืดหยุ่นในการคิด</u>

มีผู้ให้ความหมายของความยืดหยุ่นในการคิดไว้ ดังต่อไปนี้

วิลเลียม (William 1969 quaoted in Chancellor 1991: 49) ให้ความหมายของความยืดหยุ่นในการคิดไว้ว่า หมายถึง ความสามารถในการคิดหาวิธีการที่แตกต่างกัน เพื่อที่จะสร้างความคิดที่หลากหลาย และหาทางเบี่ยงเบนทิศทางของความคิดและดัดแปลงไปสู่สถานการณ์ใหม่

เพจ และโธมัส (Page amd thomas 1978 : 136) ได้ให้ความหมายของความคิดยืดหยุ่นในการคิดไว้ว่า หมายถึง ความหลากหลายของคำตอบในการทำข้อสอบวัดการคิดแบบอเนกนัย

อารี รังสินันท์ (2527 : 133) ได้ให้ความหมายของความยืดหยุ่นในการคิด สรุปได้ว่า เป็นความยืดหยุ่นในการคิดและการกระทำ การปรับความคิดให้เข้ากับสถานการณ์ต่าง ๆ ปริมาณของจำพวก กลุ่ม หรือประเภทที่ตอบสนองต่อสิ่งเร้า โดยเน้นที่ปริมาณของประเภท หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งได้ว่า เป็นความสามารถในการคิดตอบสนองต่อสิ่งเร้าให้ได้มากประเภทที่สุดเท่าที่จะมากได้ ซึ่งจะทำให้ได้คำตอบที่มีความหลากหลาย และแตกแขนงออกได้หลายแขนง ตัวอย่างเช่น จงบอกประโยชน์ของกระป๋องมาให้มากที่สุด คำตอบก็คือ อาจแบ่งออกเป็น 5 ประเภท คือ ใช้เป็นภาชนะเครื่องใช้สำหรับปลูกต้นไม้ ของเล่น อุปกรณ์ทางดนตรี หรือเครื่องใช้ภายในบ้าน ฯลฯ

กรมวิชาการ (2534 : 10) ได้ให้ความหมายว่า ความยืดหยุ่นในการคิด หมายถึง "ความสามารถของบุคคลในการคิดหาคำตอบได้หลายประเภทและหลายทิศทาง"

ชุมพร ยงกิติกุล (2536 : 130) ได้ให้ความหมายของความยืดหยุ่นในการคิดไว้ว่า "เป็นจำนวนการคิดที่มีหลายประเภทสำหรับปัญหาแต่ละอย่าง ฉะนั้น ยิ่งหลาย ๆ ชนิด เขายิ่งมีความคิดสร้างสรรค์สูงในการตอบสนองต่อปัญหาที่พบ"

จากที่ได้กล่าวมานี้สรุปได้ว่า ความยืดหยุ่นในการคิดหมายถึงความสามารถในการตอบสนองต่อสิ่งเร้าได้เป็นจำนวนมากประเภทที่สุด และมีความหลากหลายที่สุด

2. ประเภทของความยืดหยุ่นในการคิด

ความยืดหยุ่นในการคิด แบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ความยืดหยุ่นที่เกิดขึ้นในทันที (Spontaneous Flexibility) เป็นความสามารถที่จะคิดได้หลายอย่าง อย่างอิสระ

2. ความยืดหยุ่นทางด้านการดัดแปลง (Adaptive Flexibility) เป็นความสามารถที่จะคิดได้หลากหลาย และสามารถคิดดัดแปลงจากสิ่งหนึ่งไปเป็นหลายสิ่งได้ (กรมวิชาการ 2534 : 10)

3. การวัดความยืดหยุ่นในการคิด

ทอแรนซ์ (Torrance 1974 cited by Lefrancois 1989 : 227) ได้ระบุถึงการวัดความยืดหยุ่นในการคิดไว้ว่า ความยืดหยุ่นในการคิดวัดโดย การนับจำนวนของการเปลี่ยนแปลงระหว่างประเภทต่าง ๆ ของการตอบสนอง ตัวอย่าง เช่นให้นักเรียนบอกประโยชน์ของก้อนอิฐ ถ้านักเรียนตอบว่า ใช้สร้างบ้าน ทำทางเดิน สร้างยุ้งข้าว สร้างโบสถ์ สร้างปล่องไฟ ซึ่งทุก ๆ อย่างนี้ถือว่าอยู่ในประเภทเดียวกัน แสดงให้เห็นว่ามีความยืดหยุ่นในการคิดน้อย แต่ถ้านักเรียนตอบว่า ใช้สร้างประตู ขว้างมะม่วง ทำที่ทับหนังสือ ทำเป็นหมอนหนุน ฯลฯ ถือว่ามีความยืดหยุ่นในการคิดมาก ดังนั้นในการให้คะแนนความยืดหยุ่นในการคิดตามหลักของทอแรนซ์ จึงใช้วิธีพิจารณาคำตอบที่เป็นไปได้ ซึ่งจะจัดกลุ่มหรือประเภทของคำตอบของนักเรียนแต่ละคน ตามวิธีการคิดที่แตกต่างกันต่อสิ่งเร้าหรือเงื่อนไขที่กำหนดให้ โดยให้คะแนนคำตอบเป็นกลุ่มหรือประเภท ๆ ละ 1 คะแนน (กรมวิชาการ 2534 : 51)

สรุปแล้วคะแนนความยืดหยุ่นในการคิด ก็คือคะแนนที่ได้จากการนับจำนวนคำตอบที่ไม่อยู่ในทิศทางเดียวกันหรือเป็นคำตอบที่อยู่ในประเภทที่แตกต่างกัน โดยให้คะแนนประเภทละ 1 คะแนน และไม่คำนึงถึงว่าคำตอบเหล่านั้นจะไปซ้ำกับคนอื่นหรือไม่

แบบการคิดแบบพึ่งพา/อิสระ (Field Dependence / Field Independence)

1. ความหมายของแบบการคิด

มีผู้ให้ความหมายคำว่า แบบการคิด (Cognitive Styles) ไว้ในลักษณะต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

เมสสิค (messick Cited by Matlin 1983: 376) ได้ให้ความหมายของแบบการคิดว่า คือความแตกต่างกันของแต่ละบุคคลในการรวบรวมและเข้าใจความรู้ และประสบการณ์ เป็นความชอบหรือทัศนคติที่คงที่ของบุคคล

กูดอีนาฟ (Goodenough 1975 : 675) กล่าวว่า "แบบการคิดคือความแตกต่างระหว่างบุคคลในกระบวนการคิด ซึ่งแสดงให้เห็นได้หลาย ๆ ทาง รวมทั้งในการรับรู้ สติปัญญา การเข้าสังคมกับผู้อื่น และบุคลิกภาพในการป้องกันตนเอง

วิทคิน และคณะ (Withkin and Others 1977 : 2) ได้ให้ความหมายของแบบการคิดว่า หมายถึง ความแตกต่างระหว่างบุคคลอย่างกว้าง ๆ ในการรับรู้และการแสดงออกทางปัญญา

จากที่ได้กล่าวมานี้ สรุปได้ว่า แบบการคิด หมายถึง กระบวนการที่แตกต่างกันของแต่ละบุคคลในการรับรู้ และจัดระบบความคิดจากความรู้และประสบการณ์ต่าง ๆ เพื่อตอบสนองต่อสถานการณ์การเรียนรู้ และแบบการคิดนี้มีแนวโน้มที่คงที่

แบบการคิด มีอยู่หลายลักษณะ ดังเช่น ที่แมทลิน (Matlin 1983 : 376-380) ได้กล่าวถึงแบบการคิดที่สำคัญว่า มีอยู่ 5 แบบ คือ แบบจำแนกประเภท (Breadth of Categorization) แบบสร้างมโนทัศน์ (Conceptualizing Styles) แบบเสี่ยงระมัดระวัง (Risk Taking Versus Cautiousness) แบบไตร่ตรองรอบคอบ - หุนหันไม่ยั้งคิด (Reflection - Impulsivity) และ แบบการคิดพึ่งพาและอิสระ (Field Dependence and Field Independence)

2. ลักษณะของคนที่มีแบบการคิดแบบพึ่งพา / อิสระ

แมทลิน (Matlin 1983 : 376-380) ได้กล่าวถึงแบบการคิดแบบพึ่งพา/อิสระไว้ สรุปได้ว่า บุคคลที่มีแบบการคิดแบบพึ่งพามักจะเห็นและเข้าใจสิ่งต่าง ๆ อย่างรวม ๆ กันไป ไม่สามารถวิเคราะห์หรือแยกแยะสิ่งที่รวม ๆ กันอยู่ได้ ตรงกันข้ามกับบุคคลที่มีแบบการคิดแบบอิสระจะสามารถคิดวิเคราะห์แยกแยะสิ่งต่าง ๆ ได้โดยง่าย

วิทคิน และคณะ (Witkin and Others 1977 : 7) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบการคิดแบบพึ่งพา/อิสระ พอสรุปได้ว่า แบบการคิดแบบพึ่งพานั้นเป็นการรับรู้ที่ขึ้นอยู่กับสิ่งแวดล้อม คนที่มีแบบการคิดในลักษณะนี้จะไม่สามารถคิดวิเคราะห์ และจัดระเบียบโครงสร้างของความรู้ได้ เพราะมองไม่เห็นความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ส่วนคนที่มีแบบการคิดแบบอิสระจะคิดวิเคราะห์ได้อย่างดี สามารถจัดรวบรวมความรู้ให้เป็นระบบเพื่อแก้ปัญหาหรือตัดสินใจ

วิทคิน (Withkin 1977 : 36) ได้สรุปลักษณะของบุคคลที่มีแบบการคิดแบบพึ่งพาว่า เป็นบุคคลที่ค่อนข้างถูกโน้มน้าวให้ดูสาระหรือสิ่งเร้าที่นำเสนออย่างรวม ๆ และมักใช้ประสบการณ์เดิมของตนมาตรวจสอบข้อมูลหรือสิ่งเร้าที่ได้รับมานั้น ส่วนบุคคลที่มีการคิดแบบอิสระเป็นบุคคลที่มีการรับรู้เนื้อหาสาระของสิ่งเร้าหรือข้อมูล มีการวิเคราะห์สาระหรือสิ่งเร้านั้นอย่างละเอียดถี่ถ้วนมากกว่าที่จะรับรู้สาระนั้นอย่างรวม ๆ ทั้งยังสามารถสรุปและแก้ปัญหาในสิ่งเร้าต่าง ๆ ที่เสนอมาโดยรวบรวมและจัดสาระสิ่งเร้าที่เสนอใหม่ แล้วจดจำสิ่งเร้าในรูปของมโนทัศน์ที่ซับซ้อน

3. การศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับแบบการคิดแบบพึ่งพา/อิสระ

กูดอีนัฟ (Goodenough 1975 : 375) ได้ศึกษาถึงพฤติกรรมการเรียนรู้ของคนที่มีแบบการคิดแบบพึ่งพา/อิสระ พบว่า คนที่มีแบบการเรียนรู้แบบพึ่งพาจะเรียนรู้ได้ดีที่สุดเมื่อเนื้อหาความรู้ได้ถูกรวบรวมเป็นหมวดหมู่ และเป็นระบบมีคำสั่งหรือแนวทางปฏิบัติชัดเจน และเรียนได้ดีในวิชาสังคมศึกษา ส่วนคนที่มีการเรียนรู้แบบอิสระ จะเป็นผู้ที่กระตือรือร้น สามารถจัดเนื้อหาความรู้ให้เป็นหมวดหมู่และเป็นระบบได้ด้วยตนเอง มีจุดประสงค์ในการเรียนรู้ มีแรงจูงใจภายใน และเรียนได้ดีในวิชาคณิตศาสตร์

วิทคิน (Witkin 1977: 64) ได้ศึกษาพบว่า คนที่แบบการเรียนรู้แบบพึ่งพาจะรู้สึกกระทบกระเทือนมากกว่า เมื่อถูกกล่าวหาหรือวิพากษ์วิจารณ์ แต่เมื่อมีการให้รางวัลเป็นสิ่งของหรือคำชมเชยยกย่อง พฤติกรรมของคนทั้งสองกลุ่มจะเหมือนกัน

ทิชเลอร์ (Tishler 1982: 3925-A) ได้ศึกษาพบว่า นักเรียนชายมีแบบการเรียนรู้แบบอิสระมากกว่า เพศหญิง และถ้านักเรียนที่มีแบบการเรียนรู้แบบพึ่งพาสูง จะมีผลเสียต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เวดยา และชานสกี (Vaidya and Chanski 1980: 326-330) ได้ทำการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับการเรียนรู้แบบอิสระ ซึ่งผลที่ได้นี้สอดคล้องกับที่ เบียน และเบอร์เรียน แห่งมหาวิทยาลัยเทมเปิล (Bien and Berrier 1966: 207-229) ได้ศึกษาไว้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับแบบการคิดแบบอิสระมากว่าแบบการคิดแบบพึ่งพา

นอกจากนี้ อายุก็ยังเป็นตัวแปรสำคัญที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับระบบการคิดแบบพึ่งพา/อิสระ โดย วิทคิน และคณะ (Witkin and Others 1971: 5) ได้พบว่า ในช่วงอายุ 8 - 15 ปี ความเป็นผู้ที่มีแบบการคิดแบบอิสระจะเพิ่มขึ้นอย่างช้า ๆ จนกระทั่งอายุ 17 - 24 ปี ความเป็นผู้ที่มีแบบการคิดแบบอิสระจะแสดงออกมาอย่างชัดเจน และเมื่อคนมีอายุมากขึ้นจนเข้าสู่วัยชรา ความเป็นผู้ที่มีแบบการคิดแบบพึ่งพาจะค่อย ๆ เพิ่มขึ้น

4. <u>การวัดแบบการคิดแบบพึ่งพา/อิสระ</u>

วิทคิน และคณะ ได้ศึกษาแบบการคิดแบบพึ่งพา/อิสระ มาเป็นเวลานานกว่า 30 ปี โดยได้พบว่าแบบการคิดทั้งสองนี้มีความสัมพันธ์กับการรับรู้สิ่งต่าง ๆ ของแต่ละบุคคล แบบทดสอบที่ใช้ในการทดลองมี 3 ชนิด คือ

1. แบบทดสอบภาพซ้อน (The Embedded Figures Test) เป็นแบบทดสอบที่เสนอเป็นภาพที่มีรูปเรขาคณิตหลาย ๆ รูป ซ้อนทับกันอยู่ รูปง่ายจะถูกซ้อนอยู่ในรูปยากที่ซับซ้อน

คนที่มีแบบการคิดแบบพึ่งพาจะใช้เวลานานในการหาภาพเหมือน หรือไม่สามารถหาได้เลย แต่คนที่มีแบบการคิดแบบอิสระจะสามารถค้นหาภาพได้อย่างรวดเร็ว และถูกต้อง ต่อมาวิทคินได้พัฒนาแบบทดสอบชนิดใหม่ เรียกว่า แบบทดสอบกลุ่มภาพซ้อน (The Group Embedded Figures Test.)

2. แบบทดสอบแท่งไม้กับกรอบรูป (The Rod and Frame Test.) วิธีการก็คือให้ผู้ถูกทดสอบปรับแท่งไม้ให้ตั้งตรงโดยไม่สนใจกับกรอบรูปที่เอียง ๆ ที่ล้อมรอบในห้องมืดที่มีแท่งไม้และกรอบเรืองแสงเอียง ๆ ผู้ถูกทดสอบบางคนปรับไม้ได้เอียงไปตามกรอบรูปภาพ บางคนก็ปรับให้ตรงได้โดยไม่สนใจกับกรอบรูปที่เอียง

3. แบบทดสอบการปรับลำตัว (The Body Adjustment Test) เป็นแบบทดสอบปรับลำตัวโดยให้ผู้ถูกทดสอบนั่งอยู่ในห้องเล็ก ๆ พยายามปรับลำตัวให้ตรงบนเก้าอี้นั่งและพื้นห้องที่เอียงในหลายทิศทาง บางคนก็นั่งเอียงตามเก้าอี้ และห้องโดยเข้าใจว่านั่งตรง บางคนก็นั่งตรงได้อย่างแท้จริงโดยสนใจกับสิ่งแวดล้อม บุคคลที่ไม่สนใจกับกรอบรูปเอียง เก้าอี้เอียงและห้องเอียง เป็นพวกที่มีแบบการคิดแบบที่เป็นอิสระ ส่วนบุคคลที่ปรับตัวเองให้เอียงตามสิ่งแวดล้อมจะมีแบบการเรียนรู้แบบพึ่งพา คือการรับรู้ไปขึ้นอยู่กับสิ่งแวดล้อม ไม่เป็นอิสระ

<u>งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง</u>

1. <u>งานวิจัยในต่างประเทศและงานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับสำนึกทางด้านจำนวน</u>

1.1 <u>งานวิจัยในต่างประเทศ</u>

คอร์เล (Corle 1960 : 333-340) ได้ศึกษามโนทัศน์เชิงปริมาณของนักเรียนระดับห้า จำนวน 39 คน และระดับหก จำนวน 108 คน โดยให้นักเรียนประมาณค่าปริมาณจำนวน 10 อย่าง ซึ่งประกอบด้วย น้ำหนักของกล่องไม้ ความยาวของเชือก เส้นรอบวงของลูกบาสเกตบอล อุณหภูมิของห้อง และปริมาณของน้ำในถัง ผลจากการศึกษา พบว่า นักเรียนระดับห้า ประมาณค่าโดยเฉลี่ยเกือบเป็นหกเท่าของการวัดจริง ส่วนนักเรียนในระดับหกประมาณค่าใกล้เคียงกับการวัดจริงมากกว่านักเรียนระดับห้า ซึ่งแสดงให้เห็นว่า วุฒิภาวะเป็นปัจจัยหนึ่งในการพัฒนาทักษะนี้ นอกจากนี้ยังพบอีกว่า เด็กชายสามารถประมาณค่าได้ดีกว่าเด็กหญิง

คอร์เล (Corle 1963 : 347-353) ได้ทำการศึกษาถึงความสามารถในการประมาณค่าของผู้ใหญ่ โดยตัวอย่างประชากรเป็นครูประถมศึกษา จำนวน 368 คน และนักศึกษาวิชาเอกประถมศึกษา จำนวน 96 คน จากการศึกษาพบว่า นักศึกษาประมาณค่าได้ดีกว่านักเรียนระดับห้า และระดับหก โดยมีความผิดพลาดในการประมาณค่าคิดเป็นร้อยละ 60 และครูประมาณค่าได้ถูกต้องมากกว่านักศึกษา

เนลสัน (Nelson 1967 : 4127-A) ได้ศึกษา "ผลของการสอนการประมาณค่าที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเลขคณิตของนักเรียนระดับสี่ และระดับหก" กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับสี่และระดับหก รวมทั้งหมด 1120 คน โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มทดลองประกอบด้วยนักเรียนทั้งสองระดับ ระดับละ 12 ห้องเรียน รวม 623 คน และกลุ่มควบคุมประกอบด้วยนักเรียนทั้งสองระดับ ๆ ละ 9 ห้องเรียน จำนวน 497 คน กลุ่มทดลองได้รับการสอนกระบวนการประมาณค่าโดยการปัด และสัมภาษณ์นักเรียน จำนวน 30 คน จากกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมแต่ละกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เป็นแบบทดสอบการประมาณค่า และแบบทดสอบเกี่ยวกับ ความรู้เรื่องมโนทัศน์ และการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ ผลจากการวิจัยพบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองทำคะแนนจากแบบทดสอบการประมาณค่าได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม นักเรียนระดับหก ในกลุ่มทดลอง ทำคะแนนจากแบบทดสอบความรู้เรื่องมโนทัศน์ และการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ได้ดีกว่า นักเรียนระดับหกในกลุ่มควบคุม แต่นักเรียนระดับสี่ในกลุ่มควบคุมทำคะแนนจากการทำแบบทดสอบการประมาณดีกว่านักเรียนระดับสี่ในกลุ่มทดลอง และที่น่าสนใจ ก็คือ นักเรียนในกลุ่มทดลองที่มีระดับเชาว์ปัญญาสูงสุดมีคะแนนสูงสุดจากการทดสอบการประมาณค่า

วิมบี และคณะ (Whimbey Others 1969 : 56-58) ได้ศึกษาถึงความสัมพันธ์ของการบวกเลขในใจ กับการทดสอบช่วงความจำตัวเลข กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษา จำนวน 24 คน โดยทำการทดลอง 2 ครั้ง ผลปรากฏว่า ค่าสหสัมพันธ์ของคะแนนการบวกเลขในใจกับคะแนนการทดสอบช่วงความจำตัวเลขเป็น .77 และ .67 ตามลำดับ

พอลล์ (Paull 1972 : 3567-A) ได้วิจัยเรื่องความสามารถในการประมาณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อที่จะวิเคราะห์ความสามารถในการประมาณค่าความยาวพื้นที่และคำตอบที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข ความสามารถในการใช้การลองผิดลองถูก เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ระดับ 11 จำนวน 196 คน ซึ่งสุ่มจาก 12 ห้องเรียน ผลจากการวิจัยพบว่า

1. กลุ่มตัวอย่างมีความไม่แน่นอนในการประมาณค่าคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. ความสามารถในการประมาณค่าคำตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์ทางบวก กับความสามารถทางคณิตศาสตร์

3. ความสามารถในการประมาณค่า มีความสัมพันธ์กับความสามารถทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางภาษา

4. ความสามารถในการประมาณค่าความยาวไม่สัมพันธ์กับความสามารถทางคณิตศาสตร์ หรือความสามารถทางวาจา

5. ความสามารถในการประมาณพื้นที่ และความสามารถในการประมาณค่าความยาวไม่สัมพันธ์กับความสามารถในการคำนวณทางคณิตศาสตร์อย่างรวดเร็ว

6. ความสามารถในการประมาณค่า ไม่ได้เกี่ยวข้องกับแนวโน้มในการวัดปริมาณในเรื่อง ขนาดกว้าง ปานกลาง หรือแคบ

7. ไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ระหว่าง เพศ กับความสามารถในการประมาณค่า ความยาว พื้นที่ หรือ การคำนวณเชิงตัวเลข

8. มีความสัมพันธ์ทางบวกระหว่างความสามารถในการประมาณค่าคำตอบเกี่ยวกับการคำนวณเชิงตัวเลข และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการลองผิดลองถูก

9. ความสามารถในการประมาณค่าคำตอบเกี่ยวกับการคำนวณเชิงตัวเลขเป็นตัวทำนายที่สำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหา โดยการลองผิดลองถูก

โจนส์ (Jones 1972 : 5071-A) ได้ทำการสำรวจการเปลี่ยนแปลงทักษะและเจตคติในการบวกลบเลขของเด็กที่มีปัญหาทางอารมณ์ จำนวน 6 คน ซึ่งมีอายุระหว่าง 7-11 ปี โดยการใช้โปรแกรมการสอนเลขคณิต ซึ่งประกอบด้วย การใช้เกมต่าง ๆ การค้นหารูปแบบของงาน และการให้เด็กมีโอกาสคิดเลขจากจำนวนสิ่งของ โดยเน้นความเข้าใจในการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์มากกว่า การท่องจำกฎ ระยะเวลาที่เด็กอยู่ในโปรแกรม คือ 38 วัน ๆ ละ 20 - 30 นาที ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. เด็กที่จบจากโปรแกรม แสดงออกถึงการมีเจตคติที่ดีในการทำเลข มากกว่าตอนเริ่มแรก

2. เด็กที่จบจากโปรแกรม สามารถคิดเลขได้เร็วขึ้นกว่าที่เคยคิดแต่ก่อน

3. เด็กที่ได้รับการสอนขั้นการเรียนรู้ตามลำดับความยากของงาน จะคิดเลขได้เร็วกว่า เด็กที่ได้รับการเสนอขั้นงานที่ไม่เป็นระบบหรือแบบสุ่ม

4. ขั้นงานที่มีขั้นตอนที่ดีนั้น สามารถนำไปสู่ระดับการจำตัวเลข หรือเชื่อมโยงตัวเลขได้ แต่สิ่งหนึ่งที่ได้จากขั้นงานเหล่านี้ คือ สภาพการณ์ ซึ่งจะช่วยให้เด็กเกิดความเข้าใจในการแก้ปัญหา หรือรู้หลักการในการแก้ปัญหา

ซัทเธอร์ลิน (Sutherlin 1975 : 5663-A) ได้ทำการวิจัยเรื่องเครื่องคิดเลขขนาดกระเป๋า : ผลกระทบต่อการได้รับการฝึกทักษะการประมาณค่าทศนิยมในระดับกลาง วัตถุประสงค์ในการวิจัยก็เพื่อศึกษาการใช้เครื่องคิดเลขในการปรับปรุงทักษะ การประมาณค่าของนักเรียนระดับห้า และระดับหก โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มคือ กลุ่มทดลองใช้เครื่องคิดเลขในการคิดคำตอบที่ถูกต้อง และกลุ่มควบคุมใช้การคิดด้วยการทดบนกระดาษ โดยทั้งสองกลุ่มได้รับการสอนเรื่องการประมาณค่าทศนิยม โดยครูคนเดียวกัน ซึ่งเน้นรูปแบบ และวัสดุต่าง ๆ ในการทดลองมีการทดสอบ 3 ครั้ง คือ การทดสอบก่อนทดลอง 1 ครั้ง และทดสอบภายหลังการทดลอง 2 ครั้ง โดยใช้เครื่องมือที่ออกแบบขึ้นเพื่อวัดทักษะการประมาณค่าในใจในระดับชั้นนี้ ผลจากการวิจัยพบว่า เมื่อทดสอบก่อนการทดลองนักเรียนทั้งสองกลุ่มมีทักษะในการประมาณค่าไม่แตกต่างกัน ภายหลังการทดลองทั้งสองกลุ่ม มีทักษะในการประมาณค่าไม่แตกต่างกันในการสอบหลังการทดลอง

ฮอลล์ (Hall 1977 : 6324-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการประมาณค่า และความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับห้า วัตถุประสงค์ในการวิจัย คือ ศึกษาผลของการสอนการประมาณค่ากับความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ และความสามารถในการประมาณค่า ตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนระดับห้า จำนวน 60 คน ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม ๆ ละ 30 คน กลุ่มหนึ่งเป็นกลุ่มทดลอง กลุ่มหนึ่งเป็นกลุ่มควบคุม ซึ่งแต่ละกลุ่มประกอบด้วย นักเรียนที่เป็นนักประมาณค่าที่ดี 15 คน และเป็นนักประมาณค่าที่ไม่ดี 15 คน กลุ่มทดลองจะได้รับบทเรียนเกี่ยวกับการประมาณค่าเป็นเวลา $8\frac{1}{2}$ ชั่วโมง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการประมาณค่า และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการประมาณค่าสูง มีความสามารถในการแก้โจทย์คณิตศาสตร์มากกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการประมาณค่าต่ำ

ลอว์สัน (Lawson 1978: 647-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลของเครื่องคิดเลขธรรมดาและแบบดัดแปลงต่อการรับรู้ของนักเรียนและการใช้ขั้นตอนในการประมาณค่า

วัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อประเมินผลกระทบที่เครื่องคิดเลข มีต่อความสามารถ และความปรารถนาของนักเรียนในการใช้วิธีการประมาณค่ามาตรฐานในฐานะที่เป็นส่วนหนึ่งของกลวิธีการแก้ปัญหา และเพื่อรวบรวมและสรุปความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับคุณค่าทางการศึกษาของเครื่องคิดเลข ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนระดับเจ็ด จากโรงเรียนมัธยมศึกษาแห่งเดียว ซึ่งมีนักเรียนทั้งที่มาจากชนบทและจากในเมืองรวมกัน โดยต้องมีความรู้ เรื่องระบบเลขทศนิยม และมีความสามารถเพียงพอในเรื่องการคำนวณพื้นฐาน หลังจากการทบทวนสั้น ๆ เกี่ยวกับวิธีการประมาณค่าที่ต้องการ แล้วให้พัก 4 วัน แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม 3 กลุ่มคือ กลุ่มที่ใช้การทดด้วยกระดาษดินสอ กลุ่มที่ใช้เครื่องคิดเลขแบบธรรมดา และกลุ่มที่ใช้เครื่องคิดเลขแบบดัดแปลง แต่ละกลุ่มได้รับการทดสอบก่อนด้วยข้อทดสอบ 20 ข้อ แบบเดียวกัน โดยให้ประมาณค่าคำตอบปัญหาทศนิยม งานในช่วงกลางเป็นแบบทดสอบ 16 ข้อ โดยให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยวิธีที่กำหนดไว้ แล้วในตอนท้ายให้นักเรียนประมาณค่าปัญหา 20 ข้อ เดิมนั้นซ้ำอีกครั้ง เป็นการทดสอบภายหลังการทดลอง มีการบันทึกวิดีทัศน์ การคำนวณของนักเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขดัดแปลงเกี่ยวกับการประมาณค่า ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคำนวณมีความสัมพันธ์เชิงบวกกับความสามารถในการประมาณค่า และการปฏิบัติในช่วงกลางไม่มีผลต่อความสามารถในการประมาณค่า การวิเคราะห์วิดีทัศน์ที่บันทึกไว้ จากกลุ่มที่ใช้เครื่องคิดเลขแบบดัดแปลงสนับสนุนข้อสรุปที่ว่า นักเรียนไม่ได้ใช้กระบวนการประมาณค่าเพื่อจะทำให้คำตอบนั้นมีเหตุผลมากขึ้น ข้อเสนอแนะจากการวิจัยคือ ควรมีการออกแบบวิธีการและสื่อประกอบการเรียนการสอนการประมาณค่า เพื่อนำไปใช้ในชั้นเรียน ควรใช้เครื่องคิดเลขทั้งแบบธรรมดาและแบบดัดแปลงเพื่อพัฒนากระบวนการประมาณค่า

ไบรท์ (Bright 1979 : 161-164) ได้ศึกษาว่าครูที่มีประสบการณ์จะสามารถปรับปรุงทักษะการประมาณค่าความสัมพันธ์ของเส้นตรงได้ดีขึ้นหรือไม่โดยการฝึกหัด กลุ่มตัวอย่างเป็นครูสอนระดับ 6 ถึงระดับ 8 จำนวน 21 คน ที่ลงทะเบียนในการอบรมภาคฤดูร้อนเกี่ยวกับระบบเมตริก ผลการวิจัยพบว่า ทักษะของครูในการประมาณค่าความยาวดีขึ้นจากการฝึกหัด

เบสเกน และคณะ (Bestgen 1980 : 124-136) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของวิธีสอนทักษะการประมาณค่า และทัศนคติของครูฝึกสอนระดับประถมศึกษา กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นครูฝึกสอนระดับประถมศึกษา จำนวน 187 คน ซึ่งลงทะเบียนวิชาคณิตศาสตร์หรือวิชาวิธีสอนคณิตศาสตร์โดยแบ่งออกเป็นกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม ซึ่งกลุ่มควบคุมได้รับการฝึกการประมาณค่าทุกสัปดาห์ และกลุ่มทดลองได้รับการสอนกลวิธีการประมาณค่า และมีการฝึกทุกสัปดาห์ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีการประมาณค่าดีกว่ากลุ่มควบคุม และกลุ่มที่ได้รับการฝึกพิเศษ และได้รับการสอน

กลวิธี มีทัศนคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์มากขึ้น และทัศนคติที่ดีกว่าอีกกลุ่มหนึ่งด้วย นอกจากนี้ยังพบว่าไม่มีความแตกต่างในการประมาณค่าระหว่างกลุ่มทั้งสอง

จาร์เร็ท (Jarrett 1980 : 1452-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลการสอนที่แตกต่างกันสามระดับในเรื่องการประมาณค่าแก่นักเรียนระดับห้าและระดับหก วัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลของการฝึกการคำนวณคำตอบที่ถูกต้อง การฝึกการประมาณค่าและการสอนที่มีความหมายในการประมาณค่าของนักเรียน ต่อความสามารถของนักเรียนในเรื่องการวัดแบบต่าง ๆ และเพื่อแยกแยะกระบวนการประมาณค่าของนักเรียน ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนระดับห้า 42 คน และระดับหก 44 คน แต่ละระดับจะแบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ฝึกด้วยคอมพิวเตอร์และการฝึกการคำนวณในการหาคำตอบที่ถูกต้องของผลบวกและผลคูณ กลุ่มที่ฝึกด้วยคอมพิวเตอร์ และการฝึกการประมาณค่าผลบวกและผลคูณโดยใช้การปัดเศษ และกลุ่มที่ใช้เครื่องคิดเลขเพื่อให้การสอนมีความหมายมากขึ้น และเป็นการฝึกกระบวนการในการประมาณค่าผลบวกและผลคูณโดยการปัดเศษ สำหรับนักเรียนแต่ละคนในการวิจัยนี้ ใช้เวลาฝึกปฏิบัติ 10 - 15 นาที ทุกวันเป็นเวลาห้าวัน ทันทีที่ฝึกครบตามที่กำหนดได้ทำการทดสอบด้วยข้อสอบแปดชุดในคาบเรียนคณิตศาสตร์ปกติ เพื่อวัดความคงทนก็ได้มีการทดสอบด้วยข้อสอบอีกสี่ชุดเป็นครั้งที่สองในระยะเวลาสามสัปดาห์ต่อมา คะแนนจากการทดสอบนี้เป็นตัวแปรตามในการวิจัยจากการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่ได้รับการสอนการประมาณค่าด้วยวิธีการต่าง ๆ มีความสามารถดีขึ้นในการประมาณค่าผลบวกและผลคูณมากกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการสอนการประมาณค่า นักเรียนที่ได้รับการสอนการฝึก ไม่ได้มีความสามารถแตกต่างไปจากนักเรียนที่ได้รับการสอนอย่างมีความหมายในการประมาณค่าผลบวก และผลคูณ

2. ภายหลังการฝึกปฏิบัตินักเรียนที่ได้รับการสอนอย่างมีความหมายในการประมาณค่ามีความสามารถดีขึ้น ในการตอบปัญหาการประมาณค่ามากกว่านักเรียนที่ได้รับการฝึก หรือไม่ได้รับการสอนประมาณค่า

3. นักเรียนที่ได้รับการสอนการประมาณค่าโดยวิธีต่าง ๆ ปฏิบัติในระดับเดียวกันกับนักเรียนที่ได้รับการฝึกการคำนวณด้วยแบบทดสอบการคำนวณแบบเร่งความเร็ว และการคำนวณแบบไม่เร่งความเร็ว

4. นักเรียนที่ได้รับการสอนการประมาณค่าโดยวิธีต่าง ๆ มีความสามารถดีขึ้นในการปัดเศษมากกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการสอนการประมาณค่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีฝึกหัดไม่มีความแตกต่างในความสามารถการปัดเศษจากนักเรียนที่ได้รับการสอนอย่างมีความหมาย

5. นักเรียนที่ได้รับการสอนการประมาณค่าโดยวิธีต่าง ๆ ไม่แตกต่างในความสามารถแก้ปัญหาโจทย์ภาษา (Word Problem) จากผู้ที่ไม่ได้รับการสอนการประมาณค่า

6. เมื่อประมาณค่าผลของการคำนวณ นักเรียนที่ได้รับการสอนการประมาณค่าโดยวิธีต่าง ๆ ใช้กระบวนการปัดเศษ บ่อยกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการสอน

7. แม้ว่านักเรียนระดับหกจะมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่า นักเรียนระดับห้า ในเรื่องการวัด การคำนวณที่ถูกต้อง การปัดเศษ และการแก้ปัญหา ไม่มีหลักฐานแสดงว่าระดับชั้นมีผลต่อการวัด และทักษะการประมาณค่า

ฮิลเดรธ (Hildreth 1981 : 4319-A) ได้ศึกษาวิจัยถึงกลวิธีในการประมาณค่าความยาว และพื้นที่ ของนักเรียนระดับ 5 และระดับ 7 จำนวนระดับละ 24 คน ผลจากการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนระดับห้า และระดับเจ็ด ได้แสดงให้เห็นถึงกลวิธีในการประมาณค่าที่หลากหลาย ซึ่งไม่แตกต่างไปจากที่พบในผู้ใหญ่

2. ความสามารถในการประมาณค่าและกลวิธีที่ใช้สัมพันธ์กับความสามารถในการรับรู้ (Perceptual ability)

3. ความสามารถในการประมาณค่า และกลวิธีที่ใช้ สัมพันธ์กับความสามารถทางคณิตศาสตร์ สำหรับผู้ใหญ่ แต่ไม่สัมพันธ์กับความสามารถทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนในระดับห้าและระดับเจ็ด

4. ความสามารถในการประมาณค่ามีค่าสหสัมพันธ์ทางบวกกับกลวิธีที่ใช้

5. ไม่มีความแตกต่างระหว่าง ระดับชั้น หรือเพศ เกี่ยวกับความสามารถในการประมาณค่า หรือกลวิธีที่ใช้

รูธ (Ruth 1981 : 5013-A) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการประมาณค่าและการใช้กลวิธีในการประมาณค่าของนักศึกษาในระดับวิทยาลัย โดยศึกษากับนักศึกษาในระดับปริญญาตรีที่ไม่ได้เรียนเอกวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 89 คน ผลจากการวิจัย พบว่า จากการให้ผู้เข้าร่วมในการวิจัยทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการประมาณค่า และทำการตรวจสอบ พบว่านักศึกษาใช้กลวิธีที่แตกต่างกัน 9 กลวิธี คือ 1) การกระทำตามขั้นตอนวิธี (Proceeding

Algorithmically) 2) การปัดเศษตัวเลขทั้งสอง (Rounding Both Numbers) 3) การปัดเศษเลขตัวเดียว (Rounding one Numbers) 4) เศษส่วน (Fraction) 5) เลขที่รู้จักคุ้นเคย (Known Numbers) 6) การใช้เลขกำลังของสิบ (Powers of Ten) 7) ผลคูณ (หรือผลหาร) ที่ไม่สมบูรณ์ (Incomplete Partial Products Quotients) 8) เลขยกกำลัง (Exponents) 9) การสร้างขอบเขต (Establishing Bounds)

ผลการวิจัยพบว่า

1. ความถี่ในการใช้กลวิธีการประมาณค่าแต่ละชนิดไม่แตกต่างกัน

2. ความถูกต้องของการประมาณค่าที่ได้จากการทำข้อสอบเป็นรายบุคคล โดยการใช้กลวิธีการประมาณค่าชนิดต่าง ๆ ในการประมาณค่าโดยส่วนใหญ่ ไม่แตกต่างกัน

3. มีความสัมพันธ์เชิงบวกระหว่างความสามารถเชิงปริมาณ และจำนวนของกลวิธีในการประมาณค่าที่ใช้ (r = .55)

4. ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการประมาณค่าโดยการคำนวณ และจำนวนของกลวิธีการประมาณค่าที่ใช้ไม่แตกต่างกัน ตามความสามารถเชิงปริมาณ

สโคน และคณะ (Schoen and Others 1981 : 165-178) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสอนการประมาณค่าเพื่อแก้ปัญหาการคำนวณตัวเลขที่เป็นจำนวนเต็ม ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนระดับสี่ ห้า และหก ซึ่งถูกสอนให้ใช้วิธีการประมาณค่าโดยยึดตัวหน้าเป็นหลัก (Front-ending) และการปัดเศษ (Rounding) เกี่ยวกับการบวก และการคูณ ผลการวิจัยพบว่า วิธีการประมาณคำตอบสามารถสอนในระยะเวลาสั้น นักเรียนที่เป็นนักประมาณค่าที่ดี สามารถนำวิธีการประมาณค่ามาใช้ได้อย่างสมเหตุสมผล และการประมาณค่าไม่มีผลต่อทักษะการคิดคำนวณ และนักประมาณค่าที่ดี สามารถตัดสินขนาด และจำนวนของค่าประมาณเพื่อให้มีความสัมพันธ์กับคำตอบจริง โดยอาจมีการปัดให้สูงหรือต่ำกว่าจำนวนนั้น

เพทิตโต (Petitto 1982 : 81-102) ได้ศึกษากลวิธี หลักการ และการอธิบายการคิดเลขในใจของผู้ใหญ่แอฟริกันและนักเรียนอเมริกัน ซึ่งประชากรที่เป็นแอฟริกันนั้น เป็นผู้ใหญ่ที่ออกจากระบบโรงเรียนนานแล้ว มีอายุตั้งแต่ 20-35 ปี จำนวน 20 คน โดยที่ 16 คน เป็นช่างตัดเสื้อที่ชำนาญ และ 1 คน เป็นช่างตัดเสื้อที่เป็นเด็ก แต่ได้ออกจากโรงเรียนมาแล้วนาน 6 ปี และอีก 3 คน เป็นพ่อค้าขายผ้า ส่วนประชากรที่เป็นคนอเมริกันเป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรี จำนวน 14 คน ประชากรทั้งสองกลุ่มได้รับการทดสอบการใช้ปฏิบัติการพื้นฐาน

(Basic Operations) 4 อย่าง จากปัญหาในแบบทดสอบ ผลจากการวิจัยพบว่า ทั้งสองกลุ่มแสดงให้เห็นถึงกลวิธีในการคิดในใจที่แม่นยำ สำหรับกลวิธีที่นักศึกษาใช้ก็คือการคิดตามกระบวนการตามแบบเลขคณิตวิธี โดยอยู่บนพื้นฐานของค่าประจำหลักในการคูณเลขในใจ ทั้งสองกลุ่มใช้กลวิธีที่หลากหลายมาก โดยใช้หลักการเหล่านี้ในการคำนวณแบบลัด และนักศึกษาอเมริกันสามารถอธิบายหลักการที่เขาใช้รูปของข้อความทางภาษาที่ชัดเจน หรือในรูปที่เป็นนิพจน์ทางพีชคณิต แต่คนแอฟริกันไม่ได้ทำเช่นนั้นเลย

เรย์ และคณะ (Reys and Others 1982 : 183-201) ได้ทำการวิจัยเรื่อง <u>กระบวนการที่ใช้โดยนักประมาณค่าทางการคำนวณที่ดี</u> วัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่ออธิบายกระบวนการในการประมาณค่าทางการคำนวณที่ใช้กลวิธีที่คิด และเทคนิคเมื่อประมาณค่าของนักประมาณค่าที่ดี เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบประเมินการประมาณค่าทางการคำนวณ (Assessing Computational Estimation หรือ ACE Test) เพื่อคัดเลือกนักประมาณค่าที่ดีจำนวน 59 คน จากตัวอย่างประชากรจำนวน 1200 คน ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนระดับเจ็ดถึงสิบสอง และผู้ใหญ่ที่คัดเลือกมาทำการสังเกตขณะที่เขาทำแบบฝึกหัดการประมาณค่าหลายชุด จากนั้น จึงสัมภาษณ์นักประมาณค่าที่ดีเพื่อทราบกลวิธีและกระบวนการที่เขาใช้ในการแก้ปัญหาในการประมาณค่า ผลการวิจัยพบว่า ทุกคนมีการระลึกได้อย่างรวดเร็ว และถูกต้องในเรื่องข้อเท็จจริงพื้นฐาน และความเข้าใจในค่าประจำหลักเพื่อวินิจฉัยผลที่ถูกต้อง สิ่งที่ใช้ในการคิดในใจประกอบด้วย การปัดเศษ ทักษะการปัดเศษจากการคูณด้วย 10 และความอดทนต่อความผิดพลาดในกระบวนการประมาณค่า นอกจากนี้ส่วนใหญ่เข้าใจ และสามารถใช้ลักษณะตัวเลขพื้นฐาน และใช้กลวิธีหนึ่งหรือมากกว่าหนึ่งในเรื่องนี้อันได้แก่ การปรับใหม่ เป็นการเปลี่ยนข้อมูลตัวเลขให้อยู่ในรูปแบบที่จัดการได้โดยใช้วิธีการคิดในใจแต่คงโครงสร้างเดิมไว้ การแปลงค่า กระบวนการนี้ นักประมาณค่าได้เปลี่ยนโครงสร้างหรือสมการให้เป็นรูปที่จัดการง่ายขึ้น และการทดแทนเป็นการปรับเพื่อทดแทนความไม่ถูกต้องที่เกิดจากการแปลงค่า และ การปรับใหม่ มีจำนวนร้อยละ 20 ถึง 30 ของผู้ที่ถูกสัมภาษณ์ใช้กลวิธีหลาย ๆ อย่าง มีความมั่นใจในความสามารถในการประมาณค่าของตน และใช้กระบวนการทดแทนในระดับกลาง

รูเบนสไตน์ (Rubenstein 1983 : 695-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ตัวแปรทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประมาณค่าโดยการคำนวณ ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนระดับแปด จำนวน 309 คน จากโรงเรียนแถบชานเมืองจำนวน 7 โรงเรียน ทางภาคตะวันออกเฉียงใต้ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ 1) แบบวัดการประมาณค่า จำนวน 4 แบบ คือ แบบปลายเปิด แบบมีเหตุผลกับไม่มีเหตุผล แบบตัวเลขอ้างอิง และแบบลำดับของขนาด แบบทดสอบ

มีความสมดุลกันใน 4 ด้าน คือ ชนิด รูปแบบ จำนวน และการปฏิบัติ เสนอหัดสอบทางเครื่องฉาย แผ่นใส และจับเวลาที่ละข้อ 2) แบบวัดตัวแปรทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง คือ การเลือก ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การเปรียบเทียบ การรู้เรื่องตัวเลข การปฏิบัติกับเลขสิบ การปฏิบัติ กับผลคูณของสิบ การทราบตำแหน่งค่า การปัดเศษ และการตัดสินขนาด 3) แบบวัดการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบวัดการแก้ปัญหาของไอโอวา ตัวแปรอื่น ๆ ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ในการ เรียนคณิตศาสตร์ และเพศ ใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวน และการถดถอยพหุคูณแบบลำดับขั้น (Stepwise Regression Analysis) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนปฏิบัติแตกต่างกันในการ ประมาณค่าสามแบบ ลำดับความยากจากง่ายที่สุดไปถึงยากที่สุด คือ ลำดับขนาดตัวเลขอ้างอิง และคำถามปลายเปิด เลขทศนิยมยากกว่าจำนวนเต็ม การหารเป็นวิธียากที่สุด รองลงมาคือ การคูณ ส่วนการลบ กับการบวก มีความยากพอ ๆ กัน เด็กผู้ชายทำคะแนนการประมาณค่า โดยรวมดีกว่าเด็กผู้หญิง และในเรื่องการประมาณค่าลำดับของขนาด ไม่มีความแตกต่างกัน ระหว่างเพศในการทำคำถามปลายเปิด หรือการประมาณค่าด้วยตัวเลขอ้างอิง และจากการ วิเคราะห์แบบลำดับขั้น (Stepwise Regression Analysis) แสดงให้เห็นว่า การปฏิบัติ เกี่ยวกับการประมาณค่าจะทำนายได้ดีที่สุด โดยการปฏิบัติกับเลขหลักสิบ

กอสสาร์ด (Gossard 1986: 2606-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การประมาณ ค่าโดยการคำนวณ ในการประยุกต์ใช้กับปัญหาในชีวิตประจำวัน" วัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อ ศึกษา ชนิด และปริมาณของการประมาณค่าโดยการคำนวณที่สอนให้แก่นักเรียนประถมศึกษาตอนปลาย แล้ว เปรียบเทียบสิ่งที่นักเรียนได้รับจากการสอนกับสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ และนำไปใช้จริงในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน โดยพิจารณาการประมาณค่าสามประเภทคือ การปรับใหม่ การแปลงค่า และการทดแทน ในเรื่องเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ การใช้เครื่องคิดเลข และ ความอดทนต่อความผิดพลาดของนักเรียนเมื่อทำการประมาณค่า ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนระดับแปดที่มีความสามารถปานกลาง จำนวน 12 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบการประเมินการทดลองสอนของโซเวียต แบบสอบถาม และแบบสำรวจแบบเรียน ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนทุกคนเรียนรู้ การปรับ การปัดเศษเลขจำนวนเต็มและทศนิยมตามที่กำหนด ด้วย ความเข้าใจดีขึ้น การแปลงค่าที่ประมาณ ไม่มีการสอนเลย และการทดแทนค่าที่ประมาณจะได้ รับการสอนในเรื่องการหารเลขจำนวนเต็ม มีเรื่องการประมาณค่าโดยการปัดเศษเพียงเล็กน้อย ในบทเรียนการแก้ปัญหา และไม่มีการแปลงค่าหรือการทดแทนในการสอนการแก้ปัญหาเลย

ลินชาร์ด (Lynchard 1988: 1686-A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ของความ สามารถในการประมาณค่า และตัวแปรคัดสรรบางตัวของนักเรียนระดับหก เพื่อต้องการทดสอบ

ทฤษฎีที่ว่า "ความสามารถในการประมาณค่ากับสำนึกทางด้านจำนวนไม่สามารถแยกออกจากกันได้ในทางทฤษฎี" ตัวแปรตัดสรร ในที่นี้ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับทักษะพื้นฐานในวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถทางด้านมิติสัมพันธ์ แบบการคิดแบบอิสระ/พึ่งพา และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับหก จำนวน 86 คน ผลของการวิจัยพบว่า ความสามารถในการประมาณค่ากับตัวแปรตัดสรรแต่ละตัวมีความสัมพันธ์กันในทางบวก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

สกอตต์ (Scott 1987 : 120) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลกระทบของโปรแกรมสำนึกทางด้านจำนวนต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับแปด ผลการวิจัยพบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ และคะแนนเก็บวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการฝึกในโปรแกรม สูงกว่านักเรียนที่มีความสามารถคล้ายคลึงกัน แต่ไม่ได้รับการฝึก อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 มีความสัมพันธ์ทางบวกระหว่างความสามารถเกี่ยวกับสำนึกทางด้านจำนวน (number sense competency) กับคะแนนการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ และคะแนนเก็บในกลุ่มทดลอง และมีความสัมพันธ์ทางบวกระหว่างคะแนนความสามารถทางด้านสำนึกเกี่ยวกับจำนวน กับคะแนนผลสัมฤทธิ์ในด้านการคำนวณ นอกจากนี้ ผลการวิจัยยังพบอีกว่า เพศชายมีคะแนนเฉลี่ยในการทำแบบทดสอบวัดสำนึกทางด้านจำนวน สูงกว่าเพศหญิง ส่วนเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ถูกศึกษาเฉพาะในกลุ่มทดลอง ซึ่งพบว่าไม่แตกต่างกันระหว่างคะแนนสอบก่อนทดลอง และคะแนนสอบหลังการทดลอง ในการทำแบบทดสอบวัดความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์

เกย์ (Gay 1990 : 454-A) ได้ศึกษาความเข้าใจของสำนึกทางด้านจำนวนเกี่ยวกับเรื่องเปอร์เซ็นต์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น มีจุดมุ่งหมายที่จะศึกษาความเข้าใจของนักเรียนในเรื่องของเปอร์เซ็นต์ โดยมุ่งไปที่ทักษะสำนึกทางด้านจำนวน (Number Sense Skills) ซึ่งได้แก่ความเข้าใจในเรื่องความหมายของจำนวนที่ถูกแสดงในรูปของเปอร์เซ็นต์ และการรู้ผลเชิงสัมพัทธ์ของการหาเปอร์เซ็นต์ของจำนวนหนึ่ง) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนตีความปริมาณที่แสดงด้วยเปอร์เซ็นต์ จากภาพที่กำหนดด้วยพื้นที่ต่อเนื่อง ได้ดีกว่าการใช้ภาพชุดของวงกลมที่แยกออกจากกัน นักเรียนมีความยุ่งยากในการตีความปริมาณที่แสดงด้วยเปอร์เซ็นต์ นอกจากนี้ การใช้ 50% และ 100% เป็นตัวอ้างอิง นักเรียนบางคนประยุกต์ใช้ความสัมพันธ์เชิงเศษส่วน การประมาณค่าและการคำนวณในใจ ในการตอบคำตอบในเชิงเปรียบเทียบอย่างได้ผล

ทอมป์สัน (Thompson 1990 : 1675-A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับ ผลการสอนที่เป็นระบบในการคิดคำนวณในใจ ต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และการคำนวณทางเลขคณิตของนักเรียนระดับสี่ ผลการวิจัยพบว่า มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมในความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา และความสามารถในการคำนวณ และนักเรียนหญิงที่ได้รับการสอนอย่างเป็นระบบในการคิดคำนวณในใจ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาและการคำนวณดีขึ้นมากกว่าอีกกลุ่มหนึ่ง

ไครทีส (Crites 1990 : 3507-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความเหมือนและลักษณะของกลวิธีที่ใช้โดยนักเรียนระดับสาม ห้า และเจ็ด เพื่อทำการประมาณค่าตัวเลข วัตถุประสงค์ของการวิจัย 1) เพื่อศึกษาข้อมูลเบื้องต้นในความสามารถของนักเรียนระดับสาม ห้า และเจ็ด เมื่อทำการประมาณค่าตัวเลข 2) เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการประมาณค่าการคิดในใจ และความสามารถทางคณิตศาสตร์ทั่วไป 3) เพื่อศึกษากลวิธีที่ใช้เมื่อทำการประมาณค่าตัวเลข มีนักเรียนประมาณ 400 คน จากโรงเรียนในชนบทได้รับการทดสอบการคิดในใจ และการประมาณค่า ผลจากแบบทดสอบการคิดในใจ และแบบทดสอบการประมาณค่าใช้หาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทั้งสอง ส่วนความสามารถทางคณิตศาสตร์ทั่วไปวัดจากแบบทดสอบทักษะพื้นฐานความเข้าใจ ผลจากการทดสอบพบว่า

1. การประมาณค่าตัวเลขของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำ มีค่าเฉลี่ยความถูกต้องอยู่ในช่วง .25 ถึง .56
2. ความสามารถในการประมาณค่าเพิ่มขึ้นพร้อมกับระดับชั้นของนักเรียน
3. ความสามารถในการประมาณค่าระหว่างนักเรียนชายและหญิงไม่แตกต่างกัน
4. การปฏิบัติการทดสอบการประมาณค่าแบบเลือกตอบนั้นสูงกว่าแบบปลายเปิด

จากผลงานวิจัยในต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับสำนึกทางด้านจำนวน พอสรุปได้ว่า มีตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับสำนึกทางด้านจำนวนหลายตัวแปร เช่น เพศ ระดับอายุ ระดับชั้น ช่วงความจำตัวเลข ระดับเชาวน์ปัญญา ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ความสามารถทางด้านภาษา ความสามารถทางด้านมิติสัมพันธ์ในด้านการแยกหานและประกอบหาน ความเอาใจใส่อย่างเป็นระบบ การสอนและฝึกอย่างเป็นระบบ แบบการคิดพึ่งพา/อิสระ ประสบการณ์และความรู้พื้นฐาน ผลของการใช้เครื่องคิดเลข และกลวิธีในการคิด และนอกจากนี้ ผลงานวิจัยในต่างประเทศยังยืนยันว่าสำนึกทางด้านจำนวนของนักเรียนยังอยู่ในระดับต่ำ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในส่วนที่เกี่ยวข้องกับการประมาณค่า

1.2 งานวิจัยในประเทศไทย

สมจิต ชิวปรีชา (2514 : 27) ได้วิจัย เรื่อง สหสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการกะระยะ และการกะจำนวนกับสัมฤทธิผลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตัวอย่างประชากรมีจำนวน 100 คน ผลจากการวิจัยพบว่า ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการกะระยะ และการกะจำนวนกับสัมฤทธิผลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมปีที่ 6 อยู่ในระดับปานกลาง หมายความว่า นักเรียนที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงก็อาจจะได้คะแนนความสามารถในการกะระยะ และการกะจำนวนสูงด้วย แต่จะมีบางส่วนหรือคะแนนของบางคนไม่เป็นไปตามนี้ นักเรียนหญิง และนักเรียนชายมีความสามารถในการกะระยะ และการกะจำนวนไม่แตกต่างที่ระดับความมีนัยสำคัญ .05

อนุสรณ์ สกุลดู (2520 : 43-46) ได้ทำการวิเคราะห์องค์ประกอบ ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในเขตอำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี จำนวน 200 คน ผลการวิเคราะห์พบว่า

1. ความสามารถทางคณิตศาสตร์มี 2 องค์ประกอบ คือองค์ประกอบด้านเหตุผล (Reasoning Factor) และองค์ประกอบด้านจำนวน (Numerical Factor)
2. นักเรียนชายมีความสามารถในการประมาณค่าสูงกว่านักเรียนหญิงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. นักเรียนชายมีความสามารถในการคำนวณ สูงกว่านักเรียนหญิง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
4. นักเรียนชายมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอนุมานสูงกว่านักเรียนหญิง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
5. นักเรียนชายมีความสามารถในการอุปมาอุปไมย สูงกว่านักเรียนหญิงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
6. นักเรียนชายมีความสามารถในการแก้ปัญหา สูงกว่านักเรียนหญิง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
7. นักเรียนชายมีความสามารถด้านภาษาสูงกว่านักเรียนหญิง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

8. นักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีความสามารถในการจำไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

9. นักเรียนชายมี ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์สูงกว่า นักเรียนหญิงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชัชวาลย์ กุลโกวิท (2523 : 40) ได้วิจัยเรื่อง ผลของการฝึกคิดเลขในใจที่มีต่อช่วงความจำตัวเลข การวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อฝึกนักเรียนชั้นประถมปีที่ 5 ที่มีอายุระหว่าง 9 - 10 ปี จำนวน 40 คน ให้คิดเลขในใจโดยใช้อุปกรณ์ในการทดลอง คือ แบบฝึกหัดคิดเลขในใจ และสไลด์ตัวเลขที่มีตัวเลขตั้งแต่ 3 ถึง 10 ตัว (ตัวเลขได้จากการสุ่มเลขหลักเดียวจาก 0 ถึง 9 จำนวนตัวเลขละ 2 ชุด รวม 16 ชุด และมีการทดสอบช่วงความจำตัวเลขหลังการฝึก ผลจากการวิจัยพบว่า กลุ่มที่ได้รับการฝึกคิดเลขในใจมีช่วงความจำตัวเลข ยาวกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการฝึกอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

จุรีรัตน์ รุ่งปิติ (2525 : 29-30) ได้ทำการศึกษา ความสามารถในการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน โดยศึกษากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2524 จำนวน 421 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนมีความสามารถในการนำวิชาคณิตศาสตร์ ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ต่ำ

2. นักเรียนที่อยู่ในอำเภอเมือง และนอกอำเภอเมือง มีความสามารถในการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .01

3. นักเรียนโรงเรียนเทศบาลและโรงเรียนราษฎร์ มีความสามารถในการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ดีกว่า โรงเรียนประถมศึกษา ที่ระดับนัยสำคัญ .01 แต่นักเรียนโรงเรียนเทศบาลและโรงเรียนราษฎร์ มีความสามารถในการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ .01

4. นักเรียนที่มีบิดาหรือมารดา มีอาชีพค้าขาย มีความสามารถ ในการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ได้ดีกว่า นักเรียนที่มีบิดาหรือมารดา มีอาชีพเป็น ข้าราชการ เกษตรกร และอื่น ๆ ที่ระดับนัยสำคัญ .01 แต่สำหรับนักเรียนที่มีบิดาหรือมารดามีอาชีพเป็นข้าราชการ เกษตรกรรม และอื่น ๆ มีความสามารถในการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ .01

สุนทรี สุกาญจนาเศรษฐ์ (2533 : 57-58) ได้วิจัยเรื่อง การพัฒนาทักษะการคิดเลขในใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน กลุ่มตัวอย่างมีจำนวน 45 คน

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาทักษะการคิดเลขในใจของนักเรียนชั้นประถมปีที่ 3 โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกรุงเทพคริสเตียนวิทยาลัย จำนวน 45 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ โปรแกรมคอมพิวเตอร์และแบบสอบทักษะการคิดเลขในใจ การพัฒนาทักษะนี้ จัดเป็น 4 ขั้นตอน คือ การแนะนำใช้เครื่องคอมพิวเตอร์การประเมินผลก่อนใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ การทดลองใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ และการประเมินผลหลังใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ แล้วนำข้อมูลมาทำการทดสอบค่าที (t-test)

ผลการวิจัยพบว่า

1. ค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการคิดเลขในใจของนักเรียนแต่ละเรื่อง ได้แก่ คะแนนทักษะการบวกเลขในใจอย่างง่าย คะแนนทักษะการลบเลขในใจอย่างง่าย คะแนนทักษะการคูณเลขในใจอย่างง่าย คะแนนทักษะการหารเลขในใจอย่างง่าย และคะแนนทักษะการบวก ลบ คูณ หารจำนวนที่มีหลายหลัก หลังการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน มีค่าสูงกว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนทักษะการคิดเลขในใจก่อนการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

2. อัตราเร็วเฉลี่ยในการคิดเลขในใจของนักเรียนแต่ละเรื่อง ได้แก่ อัตราเร็วในการบวกเลขในใจ อัตราเร็วในการลบเลขในใจ อัตราเร็วในการคูณเลขในใจ อัตราเร็วในการหารเลขในใจ และอัตราเร็วในการบวก ลบ คูณ หารจำนวนที่มีหลายหลัก หลังการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีค่าสูงกว่าอัตราเร็วเฉลี่ยในการคิดเลขในใจก่อนการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

นิภาวดี อดุลย์พันธ์ (2534 : 121-122) ได้วิจัยเรื่อง การศึกษาความสามารถในการประมาณค่าของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในกรุงเทพมหานคร ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 421 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีความสามารถในการประมาณค่า ร้อยละ 60.89 และนักเรียนมีความสามารถสูงสุดในการประมาณค่าจากการทำข้อสอบ แบบลำดับของขนาด หรือแบบการกระทำของตัวคำถาม รองลงมาได้แก่ แบบเลือกตอบมาตรฐาน แบบการกระทำของตัวเลือก แบบการให้เหตุผล และแบบช่วงของตัวเลือก ตามลำดับ ส่วนวิธีคิดที่นักเรียนใช้ในการประมาณค่า มี 5 วิธี คือ การปัดเศษมาตรฐาน

การยึดตัวหน้าเป็นหลัก การปัดเศษอื่น ๆ การใช้จำนวนที่แทนกันได้ และการทดแทน และนักเรียนมีความสามารถในการประมาณค่าในข้อสอบแต่ละรูปแบบ แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

จากผลงานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับสำนึกทางด้านจำนวน พอสรุปได้ว่า สำนึกทางด้านจำนวนมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับสำนึกทางด้านจำนวน คือ เพศ ผลของการสอนและการฝึก และช่วงความจำตัวเลข ซึ่งข้อค้นพบดังกล่าวสอดคล้องกับผลงานวิจัยในต่างประเทศ นอกจากนี้ยังได้ข้อค้นพบที่สอดคล้องกันอีกว่า สำนึกทางด้านจำนวนสามารถพัฒนาได้ด้วยการสอนและการฝึก และความสามารถในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันของนักเรียน ยังอยู่ในระดับต่ำ

2. <u>งานวิจัยในต่างประเทศและงานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวกับตัวแปรต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์</u>

2.1 <u>งานวิจัยในต่างประเทศ</u>

เทวาริ (Tewari 1980 : 531-A) ได้ศึกษาตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาจากกลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักศึกษามหาวิทยาลัยแห่งรัฐเวอร์จิเนีย จำนวน 341 คน ผลการวิจัยพบว่า ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ในระดับมัธยมมีอิทธิพลโดยตรงต่อผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในระดับมหาวิทยาลัย

มอร์แลนด์ (Morland 1984 : 1260-A) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน บรรยากาศการเรียนรู้ที่โรงเรียน และบุคลิกภาพของครูใหญ่ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนบรรยากาศในการเรียนรู้ในโรงเรียน และบุคลิกภาพของครูใหญ่มีความสัมพันธ์กัน

โพส (Post 1984 : 892-893-A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาหาตัวแปรด้านการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยศึกษาจากโรงเรียน 128 โรง กลุ่มตัวอย่างคือครูที่สอนคณิตศาสตร์ระดับเกรด 3 และเกรด 6 จำนวน 2086 คน และใช้คะแนนของนักเรียนที่ได้รับจากการทดสอบของสภาการศึกษาของรัฐอลาบาม่า ผลการวิจัยพบว่า ตัวแปรที่เกี่ยวกับลักษณะของครูที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน คือ

1. ครูที่ชอบสอน
2. ครูที่มีทัศนคติที่ดีและมีความสามารถในการสอน
3. ครูที่มีการจัดระเบียบวินัยในชั้นเรียนดี
4. ครูที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับวิทยาลัยมามาก
5. ครูที่มีผลการเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยม ดี

คอกส์ (Cox 1987 : 35-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การจัดการเรื่องระบบการสอน เพื่อดูผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การรู้จักตนเอง และเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยศึกษาจาก นักเรียนเกรด 5 จำนวน 273 คน ผลการวิจัยพบว่า การเตรียมการสอนของครูอย่างมีระบบจะมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มีผลต่อเจตคติในการเรียนคณิตศาสตร์ และมีผลต่อตัวนักเรียนในด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.2 <u>งานวิจัยในประเทศไทย</u>

พิศเพลิน เชียวหวาน (2521 : 61-68) ได้ศึกษาองค์ประกอบทางประการที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และภาษาไทย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่า องค์ประกอบด้านตัวนักเรียนนั้น พื้นความรู้เดิม อายุ และสุขภาพของนักเรียนร่วมกันอธิบายความแปรปรวนของสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมปลายได้มากกว่าตัวแปรอื่น ๆ องค์ประกอบด้านโรงเรียนพบว่า ความเห็นของครูต่อความสามารถของนักเรียน จำนวนคาบการสอนของครูใน 1 สัปดาห์ พื้นที่ของห้องเรียนต่อตึกเรียน วุฒิของครู และอัตราส่วนนักเรียน ต่อครู 1 คน จะร่วมอธิบายความแปรปรวนของสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนของนักเรียนได้สูงสุด ตัวพยากรณ์ที่มีความสำคัญเป็นลำดับสูงสุด ในการอธิบายความแปรปรวนของสัมฤทธิผลทางการเรียนของนักเรียน คือ พื้นฐานความรู้เดิม รองลงมาคือ ความเห็นของครูต่อความสามารถของนักเรียน พื้นที่ของห้องเรียนต่อนักเรียน 1 คน การพูดภาษาไทยที่บ้าน จำนวนคาบเวลาที่ครูสอน

อรพินทร์ ชูชม (2523 : 97) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่าง พื้นความรู้เดิม สภาพแวดล้อมทางบ้าน แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ทักษะทางการเรียน กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยศึกษากับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โปรแกรมวิทย์-คณิต โปรแกรมศิลป-ภาษา และโปรแกรมศิลป-คณิต จำนวน 1,146 คน จากผลการวิจัยพบว่า พื้นความรู้ สภาพแวดล้อมทางบ้าน แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และทักษะทางการเรียน

มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนโปรแกรมวิทย์-คณิต และโปรแกรมศิลป์-คณิต ส่วนนักเรียนโปรแกรมศิลป์-ภาษา จะมีตัวแปรที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือ พื้นความรู้เดิม แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และทักษะทางการเรียน

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา (2524 : 25-26) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์กับ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในเขตกรุงเทพมหานคร โดยทำการศึกษากับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนในโปรแกรมที่ 1 จำนวน 398 คน เรียนโปรแกรมที่ 2 จำนวน 289 คน ผลการวิจัยพบว่า ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กัน

อรพรรณ วีระกะลัส (2523 : 183)ได้วิเคราะห์องค์ประกอบที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 1,333 คน ผลของการวิจัย พบว่า ตัวพยากรณ์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาไทย คือขนาดของโรงเรียน น้ำหนักของนักเรียน รายได้ของครอบครัวต่อปี และวุฒิของครูระดับ ปกศ.สูง

บุญชม ศรีสะอาด (2524 : 196) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบของผลการเรียนในโรงเรียนโดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 1,415 คน ผลการวิจัยพบว่า ตัวแปรที่มีอิทธิพลทั้งในรูปที่เป็นสาเหตุโดยทางตรงและทางอ้อมต่อผลการเรียนมี 4 ตัวแปร คือ ความรู้พื้นฐานเดิม ความถนัด มโนภาพเกี่ยวกับตนเอง และคุณภาพของการสอน ตัวแปรที่มีอิทธิพลในรูปที่เป็นสาเหตุโดยตรงต่อผลการเรียน มีตัวแปรเดียว คือ เวลาที่ใช้ในการเรียน ตัวแปรที่มีอิทธิพลในรูปที่เป็นสาเหตุทางอ้อม มี 2 ตัวแปร คือความสนใจ และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์

จันทร์เพ็ญ ธนาศุภกรกุล (2525 : 59-65) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ความคิดสร้างสรรค์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง โดยศึกษากับนักเรียนในจังหวัดพระนครศรีอยุธยา จำนวน 580 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา ความคิดสร้างสรรค์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา คะแนนความคิดสร้างสรรค์ และคะแนนเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

วัลลภา จันทร์เพ็ญ (2526 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ปัจจัยคัดสรรที่เกี่ยวข้องกับสัมฤทธิผลทางการเรียนระหว่างนักเรียนที่มีสัมฤทธิผลทางการเรียนสูงและต่ำ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในเขตกรุงเทพมหานคร โดยศึกษากับนักเรียน จำนวน 320 คน ผลการวิจัยพบว่า นิสัยในการเรียน ทัศนคติต่อการเรียน และความรับผิดชอบ ร่วมกันพยากรณ์สัมฤทธิผลทางการเรียนของนักเรียนทั้งกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ และพบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง จะมีตัวทำนายที่ดีที่สุด คือ ทัศนคติต่อการเรียน และความรับผิดชอบ ส่วนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำจะมีตัวทำนายที่ดีที่สุดคือ นิสัยในการเรียน

ไมตรี อินทรประสิทธิ์ (2528 : 51-55) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยองค์ประกอบบางประการของตัวนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในกรุงเทพมหานคร โดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโปรแกรมวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ จำนวน 550 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความสัมพันธ์ทางบวกกับความถนัดทางด้านการคำนวณ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ นิสัยในการเรียน และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และตัวแปรที่สามารถทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุด คือความสามารถด้านการคำนวณ รองลงมาก็คือ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และนิสัยในการเรียน ตามลำดับ

นิตยา ใจตาบ (2530 : 51-59) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความสัมพันธ์เชิงคาโนนิคอลระหว่างองค์ประกอบด้านลักษณะของนักเรียน สภาพแวดล้อมทางโรงเรียน และสภาพแวดล้อมทางบ้านกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนรัฐบาล กรุงเทพมหานคร โดยศึกษากับนักเรียนจำนวน 450 คน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มตัวทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุด คือ พื้นความรู้เดิม ความถนัดด้านเหตุผลเชิงนามธรรม นิสัยในการเรียน ด้านการหลีกเลี่ยงการผลัดเวลา และความสนใจในชั่วโมงเรียน กลุ่มตัวทำนายทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุดคือ มโนภาพเกี่ยวกับตนเอง ทัศนคติต่อการเรียนด้านการยอมรับคุณค่าทางการศึกษา คุณภาพของการสอน บรรยากาศในชั้นเรียนด้านการมีส่วนร่วม และสนใจในชั่วโมงเรียน

ประเสริฐ เตชะนาราเกียรติ (2531 : 56-60) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบด้านนักเรียน องค์ประกอบด้านครู สภาพแวดล้อมทางบ้าน และสภาพแวดล้อมทางโรงเรียน โดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 649 คน

ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับความรู้พื้นฐานเดิม มากที่สุด รองลงไป ได้แก่ ประสบการณ์ในการสอน ความเป็นผู้นำด้านวิชาการของครูใหญ่ ขนาดของโรงเรียน อาชีพของผู้ปกครอง วุฒิของครู การใช้สื่อการสอน ระดับการศึกษาของผู้ปกครอง จำนวนคาบที่สอน ต่อสัปดาห์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และ การส่งเสริมการเรียนของผู้ปกครอง ตามลำดับ

จากผลงานวิจัยในประเทศและต่างประเทศเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ได้ข้อสรุปที่คล้ายคลึงกันว่า ตัวแปรสำคัญที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มีหลายตัวแปร เช่น ในส่วนที่เกี่ยวกับตัวครูและโรงเรียน ได้แก่ บรรยากาศการเรียนรู้ในโรงเรียน ลักษณะของครู การสอนของครู วุฒิ ประสบการณ์ และจำนวนคาบที่สอนต่อสัปดาห์ และขนาดโรงเรียน ในส่วนที่เกี่ยวกับตัวนักเรียนมีตัวแปรที่เกี่ยวข้อง คือ ความรู้พื้นฐาน ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ความคิดสร้างสรรค์ ทักษะทางการเรียน ความถนัดทางการเรียน อัตตมโนทัศน์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสนใจในการเรียน นิสัยการเรียน และเจตคติต่อการเรียน