บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา

งานวิจัยหลาย ๆ ด้านจะอาศัยระเบียบวิธีการด้านสถิติ เพื่อหาข้อสรุปสำหรับสมมติฐานที่ผู้วิจัยตั้งขึ้นว่ามีความถูกต้องหรือมีความน่าเชื่อถือมากน้อยเพียงใด ดังนั้นในการเลือกตัวสถิติทดสอบจึงต้องคำนึงถึงความเหมาะสมกับลักษณะข้อมูลที่ต้องการวิเคราะห์ และ จะต้องมีความสอดคล้องกับวิธีทางสถิติ และ ข้อสมมติเบื้องต้นของตัวสถิตินั้นๆ

การวิจัยเชิงทดลองส่วนมากใช้การทดสอบทางสถิติเพื่อเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของประชากรโดยใช้ค่าสังเกตุจากตัวอย่างการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยสำหรับประชากร 2 กลุ่ม ส่วนมากใช้สถิติทดสอบ T และการทดสอบที่มากกว่า 2 กลุ่ม มักใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance) สำหรับการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวน สำหรับประชากร 2 กลุ่ม จะใช้สถิติทดสอบเอฟ (F test statistic) ซึ่งการทดสอบด้วยวิธีนี้ จะต้องอยู่ภายใต้ข้อสมมติเบื้องต้นว่า ข้อมูลสุ่มนั้นจะต้องเป็นอิสระต่อกัน และประชากรที่ทดสอบ จะต้องมีการแจกแจงแบบปกติ ถ้าประชากรที่นำมาทดสอบมิได้มีการแจกแจงแบบปกติแล้ว การทดสอบเอฟนี้จะมีความไวมากต่อผลการทดสอบสำหรับการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของประชากรที่มากกว่า 2 กลุ่ม โดยปกติใช้สถิติทดสอบบาร์ตเลต (Bartlett test statist) ซึ่งเป็นสถิติทดสอบที่ได้รับการพัฒนามาจากสถิติทดสอบของเนย์แมน เพียร์สัน (Neyman-Pearson's test statistic) และมีอำนาจการทดสอบสูงถ้าข้อมูลที่นำมาทดสอบมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ Box (1952) ได้เสนอแนะว่า ถ้าข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ไม่ได้มาจากการแจกแจงแบบปกติ สถิติทดสอบบาร์ตเลต จะมีผลทำให้ความน่าจะเป็นของคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 สูงกว่าระดับที่กำหนด

การทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของประชากรมักถูกนำมาใช้เมื่อผู้วิจัยมีความสนใจที่จะอ้างอิงเกี่ยวกับความแปรปรวนของประชากรโดยตรง ตามวัตถุประสงค์ของงานวิจัยนั้น ๆ และ เมื่อผู้วิจัยต้องการตรวจสอบข้อมูลก่อนการวิเคราะห์ความแปรปรวน เมื่อเกิดความไม่แน่ใจว่าประชากรที่ทำการทดสอบนั้น มีความแปรปรวนเท่ากันตามข้อสมมติเบื้องต้น (Assumption) ของการวิเคราะห์ความแปรปรวนหรือไม่

Box (1953 : 318-335) ได้เสนอแนะว่า ก่อนที่จะใช้วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวน ควรมีการทดสอบเกี่ยวกับความเท่ากันของความแปรปรวนเสียก่อนเพื่อมิให้เกิดผลสรุปที่คลาดเคลื่อน

วิธีการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของประชากรที่มากกว่า 2 กลุ่ม ดังที่ได้กล่าวข้างต้นแล้วว่า ในกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ มักใช้สถิติทดสอบบาร์ตเลต และนักสถิติได้พยายามคิดค้นและพัฒนาตัวสถิติ เพื่อใช้สำหรับการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนในกรณีที่ประชากรไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติขึ้นมามากมาย เช่น Levene (1960 : 278 - 292) เสนอสถิติทดสอบเลเวเน (Levene test statistic) เป็นสถิติทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนด้วยการเปรียบเทียบความแปรปรวนเช่นเดียวกันกับการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way ANOVA) โดยแทนค่าสังเกตแต่ละค่าด้วยค่าสัมบูรณ์ของส่วนเบี่ยงเบนระหว่างค่าสังเกตแต่ละค่ากับค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างนั้น แต่ในปี 1968 Miller ได้พิสูจน์ให้เห็นว่าถ้ากลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็กมากๆ จะเกิดความสัมพันธ์กันอย่างสูงระหว่างส่วนเบี่ยงเบนในกลุ่มเดียวกัน ทำให้ตัวสถิติทดสอบเลเวเน ขาดความเที่ยงตรงไป ถ้าการแจกแจงของประชากรมีลักษณะเบ้ และในกรณีที่ประชากรจะมีค่าเฉลี่ยเท่ากับค่ามัธยฐาน ซึ่งมีผลต่อความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของการทดสอบ ดังนั้นจึงได้เสนอ ใช้หาส่วนเบี่ยงเบนโดยใช้มัธยฐานของตัวอย่างแทนค่าเฉลี่ย และในปีเดียวกัน Miller ได้เสนอตัวสถิติทดสอบแจคไนฟ์ (Jackknife test statistic) , Layard (1973) ได้เสนอตัวสถิติทดสอบไคสแควร์ (Layard chi square test statistic) ที่ได้นำลักษณะความโด่งของการแจกแจงมาพิจารณาด้วย โดยจะประมาณความโด่งด้วยการรวมความโด่งของทุกกลุ่มตัวอย่าง นอกจากนี้ O'Brine R.G (1981)ได้เสนอตัวสถิติทดสอบโอบรีน (O'Brine test statistic) ซึ่งพัฒนาแนวความคิดจากการวิเคราะห์ความแปรปรวน และการแปลงค่าสังเกต (transformation) เป็นต้น

ภายใต้ข้อสมมติเบื้องต้น สำหรับการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวน เกี่ยวกับการแจกแจงของประชากรที่จะต้องมีการแจกแจงแบบปกติ แต่ในทางปฏิบัติการเก็บข้อมูลให้เป็นไปตามข้อสมมติเบื้องต้นอาจเป็นไปได้ยาก ถึงแม้ว่าจะมีทฤษฎีแนวโน้มสู่ศูนย์กลาง (Central Limit Theorem) ซึ่งกล่าวว่า ถ้าสุ่มตัวอย่างมาจากประชากรที่มีค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวน σ^2 โดยที่ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง n จะใหญ่เพียงพอ (sufficientlt large number) แล้วการแจกแจงของค่าเฉลี่ยจากกลุ่มตัวอย่าง $\bar{X}$ จะเข้าใกล้การแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับค่าเฉลี่ยของประชากรคือ μ และมีความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยคือ σ^2/n (Glass & Stanley 1970 : 278) แต่บางครั้งในการวิจัยเชิงทดลองก็ไม่อาจใช้กลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่พอที่เหมาะสมกับงานวิจัยนั้นๆ ได้ ทำให้การวิเคราะห์ข้อมูลขัดแย้งกับข้อสมมติเบื้องต้น

Scheff (1959 : 337-345) ได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการวิเคราะห์ข้อมูลที่ขัดแย้งกับข้อสมมติเบื้องต้นว่า จะมีผลเพียงเล็กน้อยต่อการทดสอบเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย แต่จะมีผลอย่าง

มากเมื่ออ้างหรือการทดสอบเกี่ยวกับความแปรปรวน จากคำกล่าวข้างต้นจะเห็นว่า การวิเคราะห์ข้อมูลโดยขัดแย้งกับข้อสมมติเบื้องต้น อาจให้ผลสรุปที่คลาดเคลื่อนได้ ดังนั้นการเลือกตัวสถิติทดสอบให้เหมาะสมกับลักษณะข้อมูลจึงเป็นสิ่งสำคัญมาก

จะเห็นได้ว่า การวิจัยจะได้ผลสรุปที่มีคุณภาพดีเพียงใด ขึ้นอยู่กับเทคนิค หรือวิธีการทดสอบข้อมูล โดยการเลือกใช้สถิติทดสอบที่เหมาะสมที่สุด สำหรับแต่ละสถานการณ์ของข้อมูล

จากพื้นฐานความเชื่อที่ว่า การที่ข้อสมมติเบื้องต้นบิดเบือนไปนั้นจะมีผลกระทบเพียงเล็กน้อยต่อการแจกแจงจากตัวอย่างของสถิติทดสอบ (Sampling distribution of the test statistic) ซึ่งถ้าความเชื่อนี้เป็นจริงจะเรียกสถิติทดสอบนั้นว่ามีความแกร่งก็คือ สถิติทดสอบนั้นจะต้องไม่ให้ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 หรือความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 มากขึ้นถ้าข้อสมมติเบื้องต้นบิดเบือนไป (Sawat Pratoo morosi 1970 : 1) ดังนั้นคุณสมบัติที่ชี้ให้เห็นว่าสถิติทดสอบนั้นมีความเหมาะสมหรือไม่ก็คือความแกร่ง และ อำนาจการทดสอบนั่นเอง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยต้องการศึกษาตัวสถิติทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของประชากรมากกว่า 2 กลุ่ม โดยพิจารณาตัวสถิติทดสอบ 3 ประเภท (1) สถิติทดสอบบาร์ตเลต (Bartlett test statistic) ซึ่งเป็นสถิติทดสอบที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายในการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของประชากร สถิติทดสอบบาร์ตเลตจะมีอำนาจการทดสอบสูงเมื่อข้อมูลที่นำมาทดสอบมีการแจกแจงแบบปกติ (2) สถิติทดสอบโอบรีน (O' Brien test statistic) ซึ่งสามารถควบคุมความน่าเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ เมื่อการแจกแจงของประชากรเป็นแบบปกติ และ ไม่ใช่การแจกแจงแบบปกติ (3) สถิติทดสอบเลแจค (Lay-Jack test statistic) ที่ถูกดัดแปลงจากตัวสถิติทดสอบไคสแควร์ (Chi square test statistic) ซึ่งมีความเหมาะสม เมื่อประชากรมิได้มีการแจกแจงแบบปกติ

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ต้องการเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบสำหรับการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของประชากร 3 กลุ่ม และ 5 กลุ่มโดยพิจารณาสถิติทดสอบดังนี้

1. สถิติทดสอบบาร์ตเลต (Bartlett test statistic)
2. สถิติทดสอบโอบรีน (O' Brien test statistic)
3. สถิติทดสอบเลแจค (Lay-Jack test statistic)

เพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับความเหมาะสมของการทดสอบดังกล่าว ภายใต้ลักษณะการแจกแจงของประชากร

1. การแจกแจงแบบปกติ (Normal distribution)
2. การแจกแจงแบบไวบูลล์ (Weibull distribution
3. การแจกแจงแบบที (T- distribution)

1.3 สมมติฐานของการวิจัย

ในการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ สถิติทดสอบบาร์ตเลตมีอำนาจการทดสอบสูงสุด และประชากรที่ไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติ สถิติทดสอบโอบรีน และ สถิติทดสอบเลแจคมีความเหมาะสมมากกว่าสถิติทดสอบบาร์ตเลต

1.4 ข้อกำหนดของการวิจัย

การวิจัยจะถือว่า ความแกร่งและอำนาจของการทดสอบ เป็นดัชนีที่ผู้วิจัยใช้เป็นเกณฑ์ในการเลือกตัวสถิติทดสอบที่เหมาะสม ในการนำไปใช้กับแต่ละสถานการณ์ที่กำหนดในวัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

1. ศึกษาความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบบาร์ตเลต สถิติทดสอบโอบรีน และสถิติทดสอบเลแจคเมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบเดียวกันทุกกลุ่ม และ ประชากรที่มีการแจกแจงแตกต่างกัน ซึ่งประกอบไปด้วยการแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงแบบไวบูลล์ และการแจกแจงแบบที
2. เปรียบเทียบความเท่ากันของความแปรปรวนของประชากร 3 กลุ่ม และ 5 กลุ่ม
   2.1 กำหนดให้ขนาดตัวอย่างของแต่ละกลุ่มเท่ากันทุกกลุ่มคือ
   5, 10, 20, 30, 50
3. กำหนดระดับนัยสำคัญเป็น 0.01 , 0.05 และ 0.10
4. กำหนดให้ความแปรปรวนของประชากรมีความแตกต่างกันเป็นอัตราส่วน 3 ระดับ คือ ความแปรปรวนแตกต่างกันน้อย ความแปรปรวนแตกต่างกันปานกลาง และ

ความแปรปรวนแตกต่างกันมาก โดยอาศัยวิธีของ Game , Winkler and Probert(1972 : 887-909) โดยใช้ค่านอนเซ็นทรัลลิตี้ (Noncentrality parameter) แทนด้วย ϕ เป็นตัววัดระดับความแตกต่างของความแปรปรวนของประชากร คำนวณได้จาก

$$\phi^2 = \left[\sum_{i=1}^{g} (\sigma_i^2 - \bar{\sigma}^2)^2 \Big/ g \right] \Big/ \sigma_1^2$$

เมื่อ

$\bar{\sigma}^2$: ค่าเฉลี่ยของความแปรปรวนทั้ง g ประชากร

σ_1^2 : ความแปรปรวนของประชากรกลุ่มที่ 1

σ_i^2 : ความแปรปรวนของประชากรกลุ่มที่ i

$i = 1, 2, \ldots, g$

โดยที่ Game , Winkler and Probert ได้กำหนดช่วงของค่า ϕ ออกเป็น 3 ระดับคือ

1. อัตราส่วนความแปรปรวนแตกต่างกันน้อยเมื่อ $0 < \phi < 1.5$
2. อัตราส่วนความแปรปรวนแตกต่างกันปานกลางเมื่อ $1.5 \leq \phi < 3.0$
3. อัตราส่วนความแปรปรวนแตกต่างกันมากเมื่อ $\phi \geq 3.0$

สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยไม่สามารถนำอัตราส่วนความแตกต่างของความแปรปรวนของประชากรทุก ๆ ค่ามาพิจารณาได้ ผู้วิจัยจึงเลือกมาเพียงบางอัตราส่วนที่มีค่า ϕ แตกต่างตามเกณฑ์ที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น ดังนี้

4.1 อัตราส่วนความแปรปรวนแตกต่างกันน้อยเมื่อ $0 < \phi < 1.5$
โดยพิจารณาอัตราส่วนของความแปรปรวนของประชากรดังนี้

อัตราส่วนความแปรปรวน	ϕ
1.0 : 1.1 : 1.2	0.0819
1.0 : 2.0 : 4.0	1.2910
1.0 : 1.1 : 1.2 : 1.4 : 1.6	0.2162
1.0 : 1.0 : 1.5 : 2.0 : 2.5	0.5831

4.2 อัตราส่วนความแปรปรวนแตกต่างกันปานกลางเมื่อ $1.5 \leq \phi < 3.0$ โดยพิจารณาอัตราส่วนของความแปรปรวนของประชากรดังนี้

อัตราส่วนความแปรปรวน	ϕ
1.0 : 2.0 : 5.0	1.7752
1.0 : 3.0 : 8.0	2.9439
1.0 : 3.0 : 4.0 : 5.0 : 6.0	1.8077
1.0 : 2.0 : 4.0 : 6.0 : 8.0	2.7185

4.3 อัตราส่วนความแปรปรวนแตกต่างกันมากเมื่อ $\phi \geq 3.0$ โดยพิจารณาอัตราส่วนของความแปรปรวนของประชากรดังนี้

อัตราส่วนความแปรปรวน	ϕ
1.0 : 4.0 : 12.0	4.6433
1.0 : 5.0 : 16.0	6.3419
1.0 : 2.0 : 5.0 : 8.0 : 9.0	3.4085
1.0 : 4.0 : 8.0 : 12.0 : 16.0	5.3814

5. การวิจัยครั้งนี้ จำลองการทดลองตามสถานการณ์ต่าง ๆ โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Technique) ซึ่งเป็นการศึกษาในรูปของการจำลองสถานการณ์ (Simulation) โดยอาศัยตัวเลขสุ่มเทียม (Pseudo Random Number) ซึ่งสามารถระบุขนาดของกลุ่มตัวอย่าง ค่าความแปรปรวน ค่าเฉลี่ย และ ลักษณะของการแจกแจงของประชากรได้ตามที่ผู้วิจัยต้องการศึกษาโดยกระทำซ้ำ 5,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ของการทดลองด้วยโปรแกรมภาษาฟอร์แทรน 77 บนเครื่องคอมพิวเตอร์ AMDAHL 5860

1.6 คำจำกัดความ

ความแกร่ง (Robustness) ของการทดสอบหมายถึง สถิติทดสอบนั้นจะต้องไม่ให้ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 หรือ ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 มากขึ้น ถ้าข้อสมมติเบื้องบิดเบือนไป

อำนาจการทดสอบ (Power of the test) หมายถึงความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง (Null hypothesis) เมื่อสมมติฐานว่างนั้นผิด ซึ่งมีค่าเท่ากับ $1-\beta$ เมื่อ β คือค่าความน่าจะเป็นที่เกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 2

ความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 (Type I error) คือความผิดพลาดที่เกิดจากการปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อสมมติฐานว่างนั้นเป็นจริง

ความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 2 (Type II error) คือความผิดพลาดที่เกิดจากการยอบรับสมมติฐานว่างเมื่อสมมติฐานว่างนั้นผิด

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. จากผลงานวิจัยครั้งนี้ จะเป็นแนวทางในการเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของประชากรที่เหมาะสมภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ ที่ศึกษา
2. เป็นแนวทางในการศึกษาเปรียบเทียบสถิติทดสอบอื่น ๆ ต่อไป