บทที่ 3

วิธีดำเนินงานวิจัย

การวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองเพื่อหาข้อสรุปในการเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบสำหรับการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนของประชากร 3 กลุ่ม และ 5 กลุ่ม โดยตัวสถิติทดสอบ 3 ประเภทคือ สถิติทดสอบบาร์ตเลต (Bartlett test statistic) สถิติทดสอบโอบรีน (O'Brien test statistic) และ สถิติทดสอบเลแจค (Lay-Jack test statistic) โดยใช้วิธีการจำลอง (Simmulation) ด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Technique) เพื่อกำหนดรูปแบบและปัจจัยที่คาดว่าจะมีผลต่อการศึกษาได้ตามต้องการ

รายละเอียดเกี่ยวกับแผนการทดลอง , ขั้นตอนการทดลองรวมทั้งโปรแกรมที่ใช้ในการทดลอง จะได้นำเสนอเป็นลำดับดังนี้

3.1 แผนการทดลอง

เนื่องจากงานวิจัยครั้งนี้ต้องการเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบสำหรับการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวน โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 หรือ ความแกร่งของสถิติทดสอบใดมีมากที่สุดจากสถานการณ์ต่างๆ โดยลักษณะการแจกแจงของประชากร 3 กลุ่ม และ 5 กลุ่มที่ต้องการศึกษาครั้งนี้ แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 ประชากรที่ศึกษามีการแจกแจงเดียวกัน

กรณีที่ 2 ประชากรที่ศึกษามีการแจกแจงแตกต่างกัน โดยมีการแจกแจงแบบปกติและประชากรบางกลุ่มมีการแจกแจงแบบไวบูลล์ (เบ้ขวา) และ ประชากรที่ศึกษามีการแจกแจงแบบปกติและประชากรบางกลุ่มมีการแจกแจงแบบที (สมมาตรหางยาว) แสดงแผนการทดลองได้ดังนี้

กรณีที่	ประชากร 3 กลุ่ม
1	NNN WWW TTT
2	NNW NNT NWW NTT

ตารางที่ 3.1 แสดงการแจกแจงของประชากร 3 กลุ่ม

กรณีที่	ประชากร 5 กลุ่ม
1	NNNNN WWWWW TTTTT
2	NNNNW NNNNT NNNWW NNNTT

ตารางที่ 3.2 แสดงการแจกแจงของประชากร 5 กลุ่ม

โดยที่ N แทนการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution)

W แทนการแจกแจงแบบไวบูลล์ (Weibull Distribution)

T แทนการแจกแจงแบบที (T Distribution)

การกำหนดสถานการณ์ต่าง ๆ สำหรับเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจของการทดสอบของสถิติทดสอบทั้ง 3 ประเภทคือ

3.1.1 เลือกกลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่มโดยวิธีการสุ่มมาจากประชากร 3 ประชากร และเลือกกลุ่มตัวอย่าง 5 กลุ่ม โดยสุ่มมาจากประชากร 5 ประชากร ดังแผนการทดลองที่กำหนดในตารางที่ 3.1 และตารางที่ 3.2

3.1.2 การกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่าง (Sample Size) กำหนดให้กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเท่ากันทุกกลุ่ม คือ 5 , 10 , 20 , 30 , 50

3.1.3 กำหนดอัตราส่วนของความแปรปรวนของประชากรดังนี้

- **กรณี 3 ประชากร** $(\sigma_1^2:\sigma_2^2:\sigma_3^2)$

อัตราส่วนความแปรปรวน	ระดับความแตกต่างของความแปรปรวน
1.0 : 1.1 : 1.2 1.0 : 2.0 : 4.0	**แตกต่างกันน้อย** $(0 < \phi < 1.5)$
1.0 : 2.0 : 5.0 1.0 : 3.0 : 8.0	**แตกต่างกันปานกลาง** $(1.5 \leq \phi < 3.0)$
1.0 : 4.0 : 12.0 1.0 : 5.0 : 16.0	**แตกต่างกันมาก** $(\phi \geq 3.0)$

- กรณี 5 ประชากร $(\sigma_1^2:\sigma_2^2:\sigma_3^2:\sigma_4^2:\sigma_5^2)$

อัตราส่วนความแปรปรวน	ระดับความแตกต่างของความแปรปรวน
1.0 : 1.0 : 1.5 : 2.0 : 2.5 1.0 : 1.0 : 2.0 : 3.0 : 4.0	แตกต่างกันน้อย ($0 < \phi < 1.5$)
1.0 : 3.0 : 4.0 : 5.0 : 6.0 1.0 : 2.0 : 4.0 : 6.0 : 8.0	แตกต่างกันปานกลาง ($1.5 \leq \phi < 3.0$)
1.0 : 2.0 : 5.0 : 8.0 : 9.0 1.0 : 4.0 : 8.0 : 12.0 : 16.0	แตกต่างกันมาก ($\phi \geq 3.0$)

3.1.4 การทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนสำหรับสถิติทดสอบ 3 ประเภทนั้น ผู้วิจัยกำหนดความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เท่ากับ 0.01 , 0.05 และ 0.10

3.2 ขั้นตอนในการทดลอง

แบ่งขั้นตอนในการทดลองแบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอนดังนี้

3.2.1 สร้างการแจกแจงของประชากรตามลักษณะที่กำหนดไว้ตามแผนการทดลอง

3.2.2 คำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 3 ประเภท

3.2.3 การหาความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบโดยรายละเอียดแต่ละขั้นตอนมีดังนี้

3.2.1 <u>สร้างรูปแบบการแจกแจงของประชากรตามที่กำหนด</u>

การสร้างรูปแบบการแจกแจงของประชากร จะใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาฟอร์แทรน (Fortran) ซึ่งใช้กับเครื่องคอมพิวเตอร์ AMDAHL 5860 เพื่อสร้างข้อมูลให้เป็นไปตามแผนการทดลอง ซึ่งการสร้างลักษณะการแจกแจงแบบต่างๆนั้น จะต้องใช้ตัวเลขสุ่ม* (Random Number) ซึ่งมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง (0,1) ดังนั้นคุณสมบัติของตัวแปรสุ่มที่ดีควรประกอบด้วย **

---

* Shanon (1975 : 352-356) อ้างโดย สุพรรณี อร่ามวัฒนกุล (2531 : 49)

** Banks (1984 : 258-259) อ้างโดย สอาด นิวิศพงศ์ (2532 : 25)

I 17605404

1. ตัวเลขที่ดีได้มีลักษณะการกระจายของความน่าจะเป็นแบบยูนิฟอร์ม (Uniform)
2. ตัวเลขที่ได้เป็นอิสระกัน
3. อนุกรมของตัวเลขที่ได้สามารถผลิตซ้ำเดิมได้ (Reproducible)
4. อนุกรมของตัวเลขไม่ซ้ำเดิมในช่วงที่ต้องการใช้ตัวเลขสุ่ม หมายความว่า ขนาดของความยาวของอนุกรมตัวเลขต้องยาวพอสำหรับการใช้งาน
5. ใช้เวลาสั้นๆ ในการสร้างตัวเลขสุ่ม
6. ใช้หน่วยความจำของเครื่องคอมพิวเตอร์น้อย

โดยโปรแกรมย่อยที่ใช้ในการสร้างตัวเลขสุ่ม (Random Number) คือ SUBROUTINE RANDOM (IX , IY , YFL) ซึ่ง YFL คือเลขสุ่มที่สร้างขึ้น สำหรับรายละเอียดในการสร้างการแจกแจงแบบต่างๆ เป็นดังนี้

3.2.1.1 การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ

โดยวิธีของ Box และ Muller (1958) ใช้สร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานพร้อมๆกัน 2 ค่า เป็นอิสระกันโดยใช้ตัวผลิต (Generator) Z_1 และ Z_2

$$Z_1 = \left(-2\ln R_1\right)^{\frac{1}{2}} \cos\left(2\pi R_2\right)$$

$$Z_2 = \left(-2\ln R_1\right)^{\frac{1}{2}} \sin\left(2\pi R_2\right)$$

โดยที่ R_1 และ R_2 เป็นตัวเลขสุ่มที่สร้างจากโปรแกรมย่อย SUBROUTINE RANDOM (IX,IY,YFL) (แสดงไว้ในภาคผนวก) เมื่อได้เลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานแล้ว ก็จะทำการแปลงเลขสุ่มดังกล่าวโดยอาศัยฟังก์ชัน

$$Z_1^* = \mu + \sigma Z_1$$

$$Z_2^* = \mu + \sigma Z_2$$

จะได้ว่า Z_1^* และ Z_2^* มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $E\left(Z_i^*\right) = \mu$ และความแปรปรวนเท่ากับ $V\left(Z_i^*\right) = \sigma^2$ เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้ $Z_i^* \sim N\left(\mu, \sigma^2\right)$; $i = 1,2$

โปรแกรมย่อยที่ใช้สร้างตัวเลขสุ่ม เพื่อให้มีการแจกแจงแบบปกติมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 คือ FUNCTION NORMAL (DMEAN , SIGMA) ดังแสดงในภาคผนวก สำหรับการวิจัยครั้งนี้กำหนดให้ค่า DMEAN (μ) เท่ากับ 100 เนื่องจากได้ทดลอง ณ ค่าเฉลี่ยอื่นๆ พบว่าไม่ว่าค่าเฉลี่ยจะเท่ากับเท่าใดก็ตาม ผลสรุปจะไม่เปลี่ยนแปลง และค่า SIGMA (σ^2) กำหนดให้เท่ากับที่กำหนดไว้ในแผนการทดลอง

3.2.1.2 การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไวบูลล์

การสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบไวบูลล์ อาศัยเทคนิคการแปลงผกผัน (Inverse Transformation) ซึ่งเป็นเทคนิคที่ใช้แปลงตัวแปรสุ่มที่มีลักษณะการกระจายของความน่าจะเป็นแบบสม่ำเสมอ (Uniform) ไปอยู่ในรูปของตัวแปรสุ่ม ที่มีลักษณะการกระจายของความน่าจะเป็นแบบอื่น ๆ สำหรับตัวแปรสุ่มที่มีลักษณะการกระจายของความน่าจะเป็นแบบไวบูลล์มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดฟังก์ชันการแจกแจงสะสม $F(x)=1-\exp\left[-(x/\beta)^{\alpha}\right]$, $x>0$

ขั้นที่ 2 ให้ $F(x)=1-\exp\left[-(x/\beta)^{\alpha}\right]=R$

โดยที่ R คือตัวเลขสุ่มแบบสม่ำเสมอที่ได้จากโปรแกรมย่อย (SUBROUTINE RANDOM (IX , IY , YFL))

ขั้นที่ 3 หาค่าของ x ในเทอมของ R จะได้ $x=\beta(-\ln(R))^{\frac{1}{\alpha}}$ ดังปรากฏในโปรแกรมย่อย FUNCTION WEIBULL (ALPHA , BETA)

จากฟังก์ชันการแจกแจงไวบูลล์ที่ได้กล่าวในบทที่ 2 จะเห็นว่า

α เป็นพารามิเตอร์ที่แสดงรูปร่าง (Shaped Parameter) ของการแจกแจงไวบูลล์

β เป็นพารามิเตอร์ที่แสดงถึงขนาด (Scale Parameter) ของการแจกแจงไวบูลล์

โดยที่ความแปรปรวนอยู่ในรูป $V(x) = \frac{\beta^2}{\alpha}\left\{2\Gamma\left(\frac{2}{\alpha}\right)-\frac{1}{\alpha}\left[\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)\right]^2\right\}$

สำหรับในงานวิจัยครั้งนี้ได้กำหนดให้พารามิเตอร์ ALPHA (α) มีค่าเท่ากับ 2 เนื่องจากการกระจายของข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบไวบูลล์เมื่อ α เท่ากับ 2 จะมีลักษณะเบ้ขวา ซึ่งตรงกับวัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้ ส่วนพารามิเตอร์ Beta (β) จะได้จากการแก้สมการของความแปรปรวน ซึ่งจะขึ้นอยู่กับขนาดของความแปรปรวนที่ได้กำหนดไว้ในแผนการทดลอง โดยกำหนดให้ α คงที่เท่ากับ 2 ดังเหตุผลข้างต้นที่ได้กล่าวมาแล้ว

3.2.1.3 การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบที

เมื่อ $z\sim N(0,1)$ และ $V\sim\chi^2_{(n)}$ โดยที่ Z และ V เป็นอิสระต่อกัน สามารถพิสูจน์ได้ว่า $x=\frac{z}{\sqrt{v/n}}$ มีการแจกแจงแบบที ที่มีองศาความเป็นอิสระเท่ากับ n $\left(x\sim t_{(n)}\right)$ ฉะนั้น สามารถใช้ความสัมพันธ์นี้ ในการสร้างตัวแปรสุ่มที่ได้ตามต้องการ

โปรแกรมย่อยที่ใช้ในการสร้างเลขสุ่ม ให้มีการแจกแจงแบบทีมีค่าพารามิเตอร์เป็น NDF (องศาความเป็นอิสระ) คือ FUNCTION TDIS (NDF,DMEAN,SIGMA) ดังที่แสดงไว้ในภาคผนวก การวิจัยครั้งนี้ กำหนดให้องศาความเป็นอิสระ (NDF) เท่ากับ 4 ค่าเฉลี่ย (DMEAN) เท่ากับ 0 และ ค่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SIGMA) เท่ากับ 1

สำหรับการผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบต่างๆ นั้น จะผลิตตามขนาดตัวอย่างที่กำหนด ในกรณีที่ต้องการสร้างให้ความแปรปรวนต่างกันจะสร้างข้อมูลที่มีความแปรปรวนเท่ากันทุกกลุ่มก่อน แล้วใช้วิธีการแปลง $y = ax + b$ จะได้ $\text{var}(y) = a^2\ \text{var}(x)$ ดังนั้นจะได้ค่าคงที่ a คูณกับค่าตัวแปรสุ่มในชุดที่ต้องการมีความแปรปรวนตามขนาดที่ต้องการซึ่งจะเป็น a^2 เท่าของความแปรปรวนชุดเดิม เช่น ถ้าต้องการให้อัตราส่วนความแปรปรวน $\sigma_1^2:\sigma_2^2:\sigma_3^2$ เป็น 1:3:4 โดยการคูณ $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$ เข้ากับข้อมูลทุกหน่วยในชุดที่ 2 และข้อมูลชุดที่ 3 ตามลำดับ จะทำให้ข้อมูลชุดดังกล่าวมีความแปรปรวนเพิ่มขึ้นเป็น 3 เท่า และ 4 เท่า จากข้อมูลชุดที่ 1 ตามต้องการ

3.2.2 <u>การคำนวณค่าสถิติทดสอบ</u>

หลังจากทำการสุ่มตัวอย่างตามลักษณะการแจกแจง ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง และอัตราส่วนความแตกต่างของความแปรปรวนตามแผนการทดลองที่ได้กำหนดแล้วนั้น จากโปรแกรมย่อยที่ได้สร้างขึ้นดังที่แสดงไว้ในภาคผนวก จากนั้น นำข้อมูลที่ได้ไปทำการคำนวณค่าสถิติทดสอบต่าง ๆ ตามสูตรของสถิติทดสอบแต่ละวิธีคือ

3.2.2.1 สถิติทดสอบบาร์ตเลต (: Bar)

$$Bar = \frac{1}{C}\sum_{i=1}^{g}(n_i - 1)(\ln s^2 - \ln s_i^2)$$

3.2.2.2 สถิติทดสอบโอบรีน (: OB)

$$OB = \frac{\sum_{i=1}^{g} n_i(\bar{z}_i - \bar{z})^2/(g-1)}{\sum_{i=1}^{g}\sum_{j=1}^{n_i}(z_{ij} - \bar{z}_i)^2 \Big/ \sum_{i=1}^{g}(n_i - 1)}$$

3.2.2.3 สถิติทดสอบเลแจค (: LJ)

$$Lay-Jack = \sum_{i=1}^{g}(n_i-1)\left[\ln s_i^2 - \frac{\sum_{i=1}^{g}(n_i-1)\ln s_i^2}{\sum_{i=1}^{g}(n_i-1)}\right]^2 \Big/ \tau^2$$

ซึ่งรายละเอียดเกี่ยวกับสถิติทดสอบแต่ละประเภท ได้กล่าวไว้ในบทที่ 2 เมื่อได้ค่าของสถิติทดสอบแต่ละประเภทแล้ว จึงนำค่าดังกล่าว มาทำการเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตของสถิติทดสอบนั้นๆ ตามที่ได้เสนอในบทที่ 2 สำหรับการทดสอบแต่ละวิธี

3.2.3 <u>การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และ อำนาจการทดสอบ</u>

ขั้นตอนในการคำนวณมีดังนี้

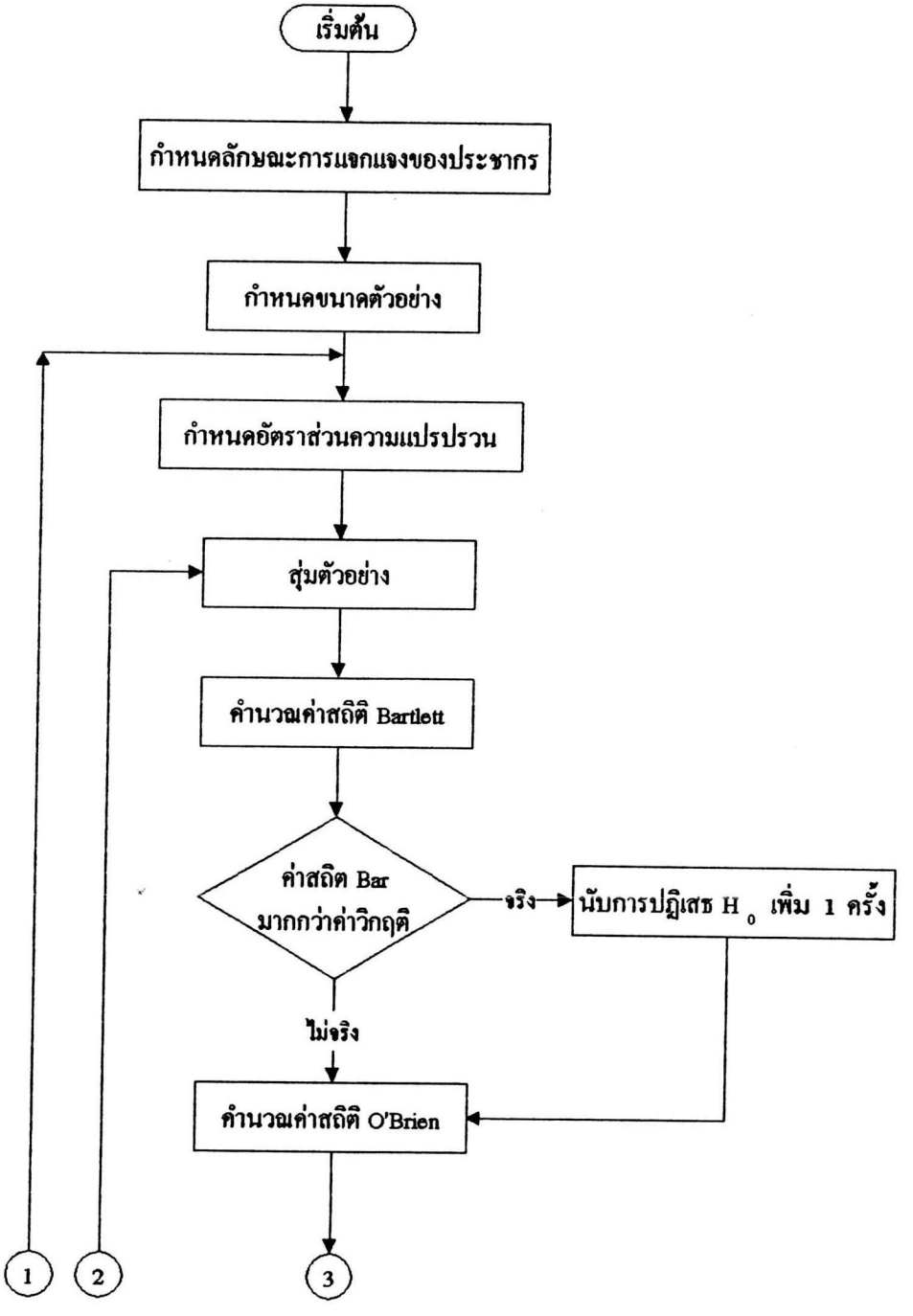
1. สุ่มตัวอย่าง คำนวณค่าสถิติ และทำการเปรียบเทียบค่าสถิติที่คำนวณได้กับค่าวิกฤต ถ้าค่าคำนวณที่ได้มากกว่าค่าวิกฤตจะปฏิเสธสมมติฐานว่าง ทำซ้ำๆ กันเป็นจำนวน 5,000 ครั้งและนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง

2. ในกรณีที่อัตราส่วนความแปรปรวนของแต่ละกลุ่มเท่ากัน ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนที่ 1 คำนวณค่าได้จาก การหารจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่างด้วย 5,000 (เป็นจำนวนครั้งของการทดลอง) และในกรณีที่อัตราส่วนของความแปรปรวนของแต่ละกลุ่มไม่เท่ากัน จะเป็นการหาค่าอำนาจการทดสอบ โดยหารจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่างด้วย 5,000 เช่นกัน

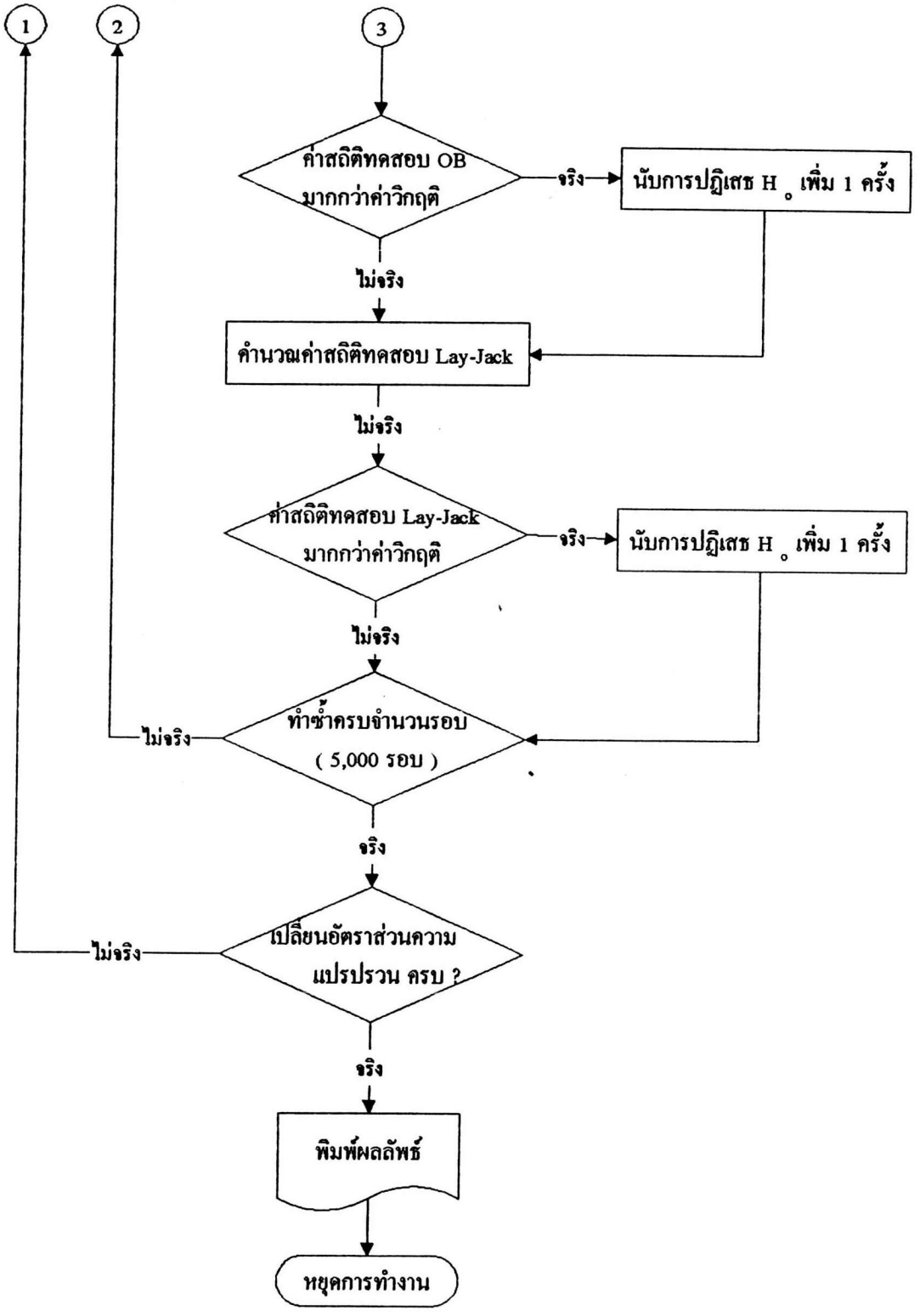
สำหรับงานวิจัยนี้ การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบนั้น จะทำทุกสถานการณ์ ที่ขึ้นอยู่กับขนาดของกลุ่มตัวอย่าง อัตราส่วนของความแปรปรวน และ รูปแบบการแจกแจงของประชากร และ ระดับนัยสำคัญที่กำหนดใช้ในแผนการทดลอง ดังรายละเอียดในบทที่ 2

3.3 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยใช้โปรแกรมภาษาฟอร์แทรน 77 ในการคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ ขั้นตอนในส่วนของโปรแกรมอธิบายเป็นลำดับขั้นตอนดังนี้



รูปที่ 3.1 แผนผังแสดงลำดับการทำงานของโปรแกรม



รูปที่ 3.1 แผนผังแสดงลำดับการทำงานของโปรแกรม (ต่อ)