# การหาแรงบิดในเพลาปริซึมโดยวิธีการเปรียบเทียบทางไฟฟ้า

นายสุธี กิตติจิตต์



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

แผนกวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย

พ.ศ. ๒๕๒๐

# Electrical Analogy Method for Torsion of Prismatic Shaft

Mr. Sutee Kittichit

A Thesis Submitted in Partial Fulfilment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering
Department of Mechanical Engineering
Graduate School
Chulalongkorn University
1977

Accept by the Graduate School, Chulalongkorn University in partial fulfilment of the requirements for the degree of Master of Engineering.

..................................

(Professor Dr. Visid Prachuabmoh)

**Dean**

Thesis committee

..................................Chairman

( Dr. Pinai Sukhawarn )

..................................Adviser

( Dr. Ittiphol Pan-ngum )

..................................Member

( **Dr. Visharn Poopath** )

..................................Member

( Dr. Prida Wibulswas )

Thesis Adviser: Dr. Ittiphol Pan - Ngum.



---

Thesis Title : Electrical Analogy Method for Torsion of Prismatic Shaft.

By : **Mr. Sutee Kittichit**

Department : **Mechanical Engineering**

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การหาแรงบิดในเพลาปริซึมโดยวิธีการเปรียบเทียบทางไฟฟ้า


ชื่อ นายสุธี กิตติจิตต์

แผนกวิชา วิศวกรรมเครื่องกล



ปีการศึกษา ๒๕๑๙




## บทคัดย่อ


วิทยานิพนธ์นี้ได้ศึกษาปัญหาเกี่ยวการบิด (Torsion) ของเพลาโดยอาศัยการกระจายของศักดาไฟฟ้าบนแผ่นตัวนำ เนื่องจากปรากฏการณ์ทั้งสองเป็นอนาโลกัสกัน (Analogous) ในวิทยานิพนธ์นี้ใช้แผ่นกระดาษตัวนำ (Conducting paper) เป็นตัวกลาง (Medium) นำแผ่นกระดาษตัวนำที่ตัดตามรูปหน้าตัดของเพลา มาทำให้เกิดศักดาไฟฟ้าบริเวณรอบนอก (Boundary potential) ในลักษณะเกี่ยวกับสภาวะรอบนอก (Boundary condition) ของคอนจูเกทฟังก์ชั่น (Conjugate function) ในปัญหาการบิด แปลงค่าของศักดาไฟฟ้าที่กระจายบนแผ่นกระดาษตัวนำเป็นคอนจูเกท ฟังก์ชั่น แล้วคำนวนหาค่าอื่น ๆ เช่น เชียร์สเตรส (Shear Stress) จากสมการซึ่งแสดงความสัมพันธ์ของคอนจูเกท ฟังก์ชั่น กับค่านั้น ๆ การทดลองอาจแยกได้เป็น ๒ ส่วน ส่วนแรกทดลองกับสี่เหลี่ยมจตุรัสหรือสี่เหลี่ยมผืนผ้า เพื่อดูว่าวิธีการนี้ได้ผลถูกต้องเพียงไร ในกรณีทั่ว ๆ ไป ส่วนที่สองทดลองกับรูปตัวไอ (I) เพื่อดูความถูกต้องของวิธีการนี้ เมื่อใช้หาค่าเชียร์-สเตรสตรงมุมในของส่วนที่เว้าเข้าของรูป (Re - entrant corner) ซึ่งเป็นบริเวณที่สเตรสสูงขึ้นอย่างฉับพลัน (Stress concentration) ผลลัพธ์ที่ได้จากการหาด้วยวิธีนี้ได้นำไปเทียบกับค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ (Analytical value) และค่าโดยประมาณ (Approximate value)

ผลการทดลองปรากฏว่าค่าที่ได้จากการทดลองในกรณีทั่วไปซึ่งรวมทั้งรูปตัวไอด้วย มีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการวิเคราะห์หรือการประมาณ แต่ในบริเวณที่เกิดสเตรสสูงขึ้นโดยฉับพลันความผิดพลาดค่อนข้างสูง

| | |
|---|---|
| Thesis Title | Electrical Analogy Method for Torsion of Primatic Shaft. |
| Name | Mr. Sutee Kittichit |
| Department | Mechanical Engineering |
| Academic Year | 1976 |


ABSTRACT

This thesis is about the torsion problem of shaft solved by means of the distribution of electrical potential on a conducting medium sheet, this can be done because both systems are analogous.

In this thesis, the conducting paper is used as the medium. The conducting paper is cut similar to the cross-section of the shaft and then it is supplied on it's boundary a form of boundary potential similar to the boundary condition of the conjugate function in the torsion problem. The potential distributed on the conducting paper is transformed to conjugate function. Then other values such as shear stress,are calculated from the equation which relate the conjugate function to that value.

The experiment may be divided into two parts, the first is concerned with the square and the rectangular cross-section to verify the reliability of the method in normal case. The second is concerned with the I cross-section shaft to investigate the shear stress at the reentrance corner where stress concentration occurs. The values obtained by this meyhod are compared with the analytical value or the approximate values.

Experimental results show that the values obtained in normal case including the I cross-section are closed to the analytical values or the approximate values, but in the region where stress concentration occurs, the error is rather high.

## ACKNOWLEDGEMENT

The author wishes to express his gratitude to his advisor Dr.Ittiphol Pan-Ngum for his valuable guidance and advice during the course of this work.

Thanks and appreciation are expressed to Mr. Voranit Jareonpanich for his suggestion and for the lending of his digital voltmeter.

Finally, the author wish to express his appreciation and thanks to everyone, unnamed, who directly or indirectly helped him during the study.

CONTENTS

# LIST OF TABLES

LIST OF FIGURES

| Figure | | Page |
|---|---|---|

NOMENCLATURE

| | |
|---|---|
| $x, y, z$ | Cartesian co - ordinate axes |
| $V$ | Electrical potential |
| $i_x, i_y$ | Components of current density in x and y direction |
| $\rho$ | Resistivity |
| $\theta$ | Twisting angle |
| $\alpha$ | Twist per unit length |
| $u, v, w$ | Components of displacement in x,y,z direction |
| $\varphi$ | Torsion function or warping function |
| $\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}$ | Strain components |
| $\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ | Shear strain components |
| $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ | Stress components |
| $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ | Shear stress components |
| $E$ | Modulus of elasticity |
| $\eta$ | Poisson's ratio |
| $\mu$ | Shear modulus |
| $X, Y, Z$ | Components of body force per unit volume of element |
| $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ | Components of surfaces force per unit area |
| $\nu, S$ | Normal and tangential axes |
| $\cos(\nu, x), \cos(\nu, y)$ $\cos(\nu, z)$ | Direction cosines of the normal axes |
| $R$ | Region of cross section of shaft |
| $R'$ | Region of conducting sheet |
| $C$ | Boundary of cross section of shaft |

| | |
|---|---|
| C' | Boundary of conducting sheet |
| M | Twisting moment or torsional stiffness |
| $\psi$ | Conjugate function |
| $\phi$ | Shearing stress function |
| $\tau_{z\nu}, \tau_{zs}$ | Shear stress components in normal and tangential axes |
| $\tau$ | Resultant shear stress |
| $S_1$ | Coefficient to express potential in Volt |
| $c_1$ | Constant to express potential in Volt |
| $S_2$ | Coefficient to relate conjugate function to V |
| $c_2$ | Constant to relate conjugate function to V |
| a | The width of the rectangular shaft in analytical equation |
| b | The length of the rectangular shaft in analytical equation |
| $k_n$ | A constant in the analytical equation of rectangular shaft equal to $(2n + 1) \pi/a$ |
| t | Thickness |
| $t_1$ | Thickness of web of I - cross section |
| $t_2$ | Thickness of flange of I - cross section |
| $b_1$ | Width of flange of I - cross section |
| $b_2$ | Width of web of I - cross section |
| r | Radius of fillet |
| K | Dimensionless factor of maximum shear stress |

| | |
|---|---|
| $K_1$ | Dimensionless factor of torsional stiffness |
| u,v | Cartesian co - ordinate axes in w - region (use in chapter 6 conclusion only) |
| m | Constant of the transformation from z - region to w - region |
| $k_i$ | Constant of boundary conjugate function of holes |
| $C_i$ | Boundary of holes in the shaft |
| $\delta$ | Angle between tangent of the line of current flow at the point on curve and the tangent of closed curve |
| $\gamma$ | Angle between tangent of curve and the x - axis |
| $\beta$ | Angle between the tangent of the line of current flow at the point on curve and the x - axis |
| $\Delta s_i$ | Portion of closed curve |
| I | Total current flow across boundary |