บทที่ 1
บทนำ

ที่มาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันนี้นับว่ามนุษย์มีความเสี่ยงในการดำรงชีวิตอยู่มากขึ้น สาเหตุอาจเนื่องมาจากมีการแข่งขันกันค่อนข้างสูง โดยเฉพาะในสังคมเมืองซึ่งมีประชากรเป็นจำนวนมาก และค่าครองชีพสูงขึ้นมากทุกวัน ดังนั้นมนุษย์จึงมีการแบ่งความเสี่ยงในการดำรงชีวิต เพื่อว่าเมื่อมีการเสียชีวิตของบุคคลในกลุ่มจะมีการเฉลี่ยค่าใช้จ่ายของแต่ละบุคคลให้แก่กัน เพื่อให้ครอบครัวของผู้เสียชีวิตไม่ต้องแบกภาระค่าใช้จ่ายต่างๆ มากเกินไป

ในการดำเนินงานของบริษัทประกันชีวิตจะมีการคำนวณฟังก์ชันต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการอยู่รอดหรือการดำรงชีวิตอยู่ของมนุษย์ จึงได้มีการวิเคราะห์เกี่ยวกับชีวิตอยู่รอด (Lifetime) ของมนุษย์ นอกจากนี้ยังมีการศึกษาการคงอยู่ของกรมธรรม์ซึ่งจะมีประโยชน์ในด้านการพิจารณาความเป็นไปได้ของกรมธรรม์ที่ออกแบบขึ้นใหม่โดยพิจารณาการกำหนดระยะเวลาเอาประกันที่เหมาะสมหรือนำไปใช้ประกอบการคำนวณและการวิเคราะห์เงินสำรอง ซึ่งในงานวิจัยต่างๆ ที่ผ่านมาส่วนมากจะเป็นการวิจัยเกี่ยวกับฟังก์ชันการอยู่รอด (survival function) เสียเป็นส่วนใหญ่ แต่ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาภาวะการเสี่ยงที่จะเสียชีวิต ณ จุดเวลาหนึ่ง ๆ ซึ่งเป็นการประมาณฟังก์ชันอัตราภาวะภัย (hazard rate function) หรือในทางประกันชีวิตเรียกว่า พลังมรณะ (force of mortality) ซึ่งเป็นการศึกษา ณ จุดเวลาที่เราสนใจ ค่าของฟังก์ชันอัตราภาวะภัยที่หาได้สามารถจะนำไปใช้ในการคำนวณฟังก์ชันการแจกแจงหรือความน่าจะเป็นต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่น เราสามารถนำไปใช้ในการวิเคราะห์คำนวณหาเงินสำรองให้เหมาะสมและใกล้เคียงกับความเป็นจริง โดยที่การคำนวณเงินสำรองให้ได้เพียงพอและเหมาะสมตามความเป็นจริงนั้น จะมีประโยชน์มากต่อบริษัทประกันภัย เพราะสามารถนำมาวิเคราะห์หาค่าใช้จ่ายในการดำเนินงานของบริษัทและยังสามารถวิเคราะห์การจ่ายเงินค่าสินไหมทดแทนได้อย่างเพียงพอ ส่วนประโยชน์ด้านอื่นของการประมาณค่าฟังก์ชันอัตราภาวะภัยนอกเหนือจากประโยชน์ที่เกี่ยวกับบริษัทประกันชีวิต คือ ฟังก์ชันนี้เราสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในบริษัทประกันภัยได้ ยกตัวอย่างเช่นการประกันชิ้นส่วนเครื่องจักรในโรงงานหรือการทำประกันอุบัติเหตุในระหว่างการเดินทาง เป็นต้น สามารถคำนวณอายุการใช้งานของเครื่องจักรและความเสี่ยงของเครื่องจักรเมื่อมีระยะเวลาในการใช้งานของชิ้นส่วนของเครื่องจักรนั้น ๆ หรือในการทำประกันอุบัติเหตุในระหว่างการเดินทางสามารถนำฟังก์ชันอัตราภาวะภัยนี้ไปประยุกต์ในการคำนวณความเสี่ยงต่อการเสียชีวิตของผู้ทำประกันเพื่อประโยชน์ในการคำนวณเบี้ยประกันให้เหมาะสมได้ ส่วนทางด้านการแพทย์มีการคำนวณหาฟังก์ชันอัตราภาวะภัย (hazard rate function) ในลักษณะของการหาความน่าจะเป็นที่คนไข้ตาย ณ อายุต่าง ๆ

ในการประมาณค่าฟังก์ชันอัตราภาวะภัยนั้นสามารถกระทำได้หลายวิธี และข้อมูลที่ใช้สามารถกระทำได้ทั้งข้อมูลที่มีลักษณะแบบสมบูรณ์และไม่สมบูรณ์ สำหรับในการวิจัยครั้งนี้ใช้ข้อมูลที่มีลักษณะแบบสมบูรณ์ เนื่องจากจะสามารถประมาณค่าฟังก์ชันให้เหมาะสมใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากขึ้น ซึ่งข้อมูลลักษณะนี้เป็นการศึกษาข้อมูลแบบติดตามผล (follow up study) และสาเหตุจากการออกจากกลุ่มมีเพียงสาเหตุเดียวคือการสูญเสีย เมื่อสามารถประมาณค่าฟังก์ชันอัตราภาวะภัย ณ จุดเวลาใด ๆ ได้แล้ว สามารถนำฟังก์ชันนี้ไปหาค่าฟังก์ชันอื่นๆ ที่มีประโยชน์ในการคำนวณค่าต่างๆ ทางประกันภัยได้ เช่น ฟังก์ชันการอยู่รอด ฟังก์ชันการสูญเสีย (loss function) เป็นต้น และยังนำไปใช้คำนวณหาความน่าจะเป็นที่จะอยู่รอดต่อไปในอนาคต (survival function) หรือ ความน่าจะเป็นที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปอีก x ปี , ${}_xp_t$, หรือความน่าจะเป็นที่จะเสียชีวิตในอีก x ปีข้างหน้า , ${}_xq_t$, ดังนั้นจะเห็นว่าถ้าสามารถประมาณฟังก์ชันอัตราภาวะภัยนี้ได้ใกล้เคียงกับความเป็นจริงจะทำให้มีประโยชน์อย่างมาก

ในทางปฏิบัติถ้าทราบการแจกแจงของระยะเวลาตั้งแต่เริ่มต้นศึกษาจนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ที่ต้องการศึกษาก็จะสามารถประมาณค่าฟังก์ชันอัตราภาวะภัยได้โดยวิธีการประมาณที่ใช้พารามิเตอร์ (Parametric Estimation) ได้ แต่ในการวิจัยสำหรับกรมธรรม์หรือสินค้าใหม่ๆ หรือระยะการมีชีวิตอยู่ของมนุษย์หรือสัตว์นั้นมักไม่ทราบการแจกแจงของข้อมูล ระยะเวลาที่จะเกิดเหตุการณ์ที่สนใจศึกษา ดังนั้นอาจประมาณค่าฟังก์ชันอัตราภาวะภัยได้โดยวิธีการประมาณที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ (Nonparametric Estimation)

จากลักษณะของปัญหาดังกล่าวผู้วิจัยจึงสนใจที่จะทำการศึกษาและประมาณค่าฟังก์ชันอัตราภาวะภัยด้วยวิธีการประมาณที่ไม่ใช้พารามิเตอร์สำหรับข้อมูลที่มีลักษณะแบบสมบูรณ์ โดยจะทำการจำลองข้อมูลโดยวิธีการมอนติคาร์โล และทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าฟังก์ชันอัตราภาวะภัย 4 วิธี ดังต่อไปนี้คือ

1. วิธีคณิตศาสตร์ประกันภัย (Actuarial Method)
2. วิธีของแคพแลนและไมเออร์ (Kaplan - Meier's Method)
3. วิธีของเนลสันและแอเลน (Nelson - Aalen's Method)
4. วิธีของเซเชอร์ (Sacher's Method)

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบวิธีในการประมาณค่าฟังก์ชันอัตราภาวะภัยสำหรับข้อมูลที่ค่าสังเกตมีค่าสมบูรณ์ ซึ่งจะใช้วิธีในการประมาณ 4 วิธีดังต่อไปนี้

1. วิธีคณิตศาสตร์ประกันภัย
2. วิธีของแคพแลนและไมเออร์

3. วิธีของเนลสันและแอเลน

4. วิธีของเซเชอร์

สมมุติฐานของการวิจัย

สมมุติฐานการวิจัยคือ การประมาณค่าฟังก์ชันอัตราภาวะภัยสำหรับข้อมูลสมบูรณ์ด้วยวิธีของเซเชอร์ (Sacher estimation) จะให้ค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ (Mean Absolute Percentage of Error : MAPE) มีค่าต่ำที่สุด

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. สำหรับในการวิจัยครั้งนี้จะทำการศึกษาข้อมูลในการทดลองแบบปิด คือไม่มีหน่วยตัวอย่างเข้าใหม่และไม่มีหน่วยตัวอย่างภายใต้การทดลองออกจากกลุ่มในระหว่างการทดลอง

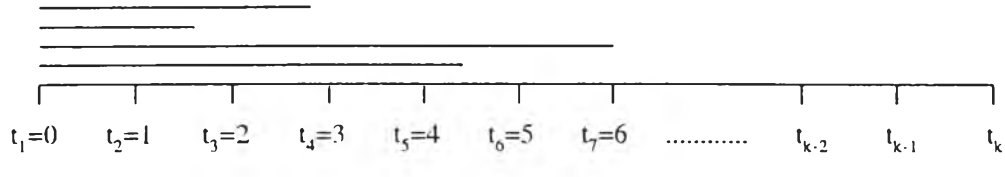
2. ในการทดลองครั้งนี้ลักษณะของข้อมูลที่ใช้เป็นการศึกษาแบบติดตามผล คือ สังเกตข้อมูลตั้งแต่เริ่มเข้ามาในช่วงของการสังเกตจนกระทั่งตายหรือสิ้นสุดช่วงของการสังเกต

3. ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดให้เริ่มต้นเก็บข้อมูลที่เวลาเดียวกัน คือ t = 0 และในช่วงจาก 0 - 1 ปี จะแบ่งช่วงของการศึกษาออกเป็น 3 เดือน, 6 เดือน, 9 เดือน และ 1 ปี หลังจากนั้นช่วงการศึกษาจะแบ่งเป็นช่วงละ 1 ปี และศึกษาจนถึงอายุ 65 ปี

ขอบเขตของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้จะทำการวิจัยภายใต้ขอบเขตดังนี้ คือ

1. เป็นการเปรียบเทียบการประมาณค่าฟังก์ชันอัตราภาวะภัยโดยจะทำการประมาณทุกช่วงเวลาของตัวอย่างที่เข้ามาในแต่ละช่วงจนสิ้นสุดช่วงของการสังเกต



รูปที่ 1.1 แสดงการสูญเสียของค่าสังเกต ณ เวลาต่าง ๆ

ลักษณะของการศึกษาคือ

เมื่อหน่วยตัวอย่างเริ่มเข้ามา (t_1=0) จะทำการประมาณค่าฟังก์ชันอัตราภาวะภัยที่เวลาต่าง ๆ เช่นที่เวลาเป็น 3 เดือน, 6 เดือน, 9 เดือน, 1 ปี, 2 ปี ตามลำดับ ดังในรูปที่ 1.1

2. วิธีที่ใช้ในการประมาณฟังก์ชันอัตราภาวะภัยนี้จะทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบนอนพาราเมตริกดังนี้

2.1 วิธีคณิตศาสตร์ประกันภัย

2.2 วิธีของแคพแลนและไมเออร์

2.3 วิธีของเนลสันและแอเลน

2.4 วิธีของเซเชอร์

3. ศึกษาในกรณีที่เวลาที่จะเกิดการสูญเสียของค่าสังเกต (t_1, t_2,...,t_k)เป็นอิสระกันและมีการแจกแจงดังนี้

3.1 การแจกแจงแบบไวบูลล์ (Weibull Distribution) ซึ่งมี α และ β เป็นพารามิเตอร์ และมีฟังก์ชันความหนาแน่นดังต่อไปนี้

$$f(t) = \left(\frac{\beta}{\alpha^{\beta}}\right)t^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right] \quad , \ t \geq 0 \ , \ \alpha > 0 \ , \ \beta > 0$$

การกำหนดค่าพารามิเตอร์ α และ β ทำได้โดย กำหนดค่าพารามิเตอร์ β เป็นค่าคงที่ ในที่นี้กำหนดค่า β เป็น 1.5 ส่วนค่าพารามิเตอร์ α กำหนดโดยอาศัยค่าเฉลี่ยของเวลาในการอยู่รอด อาศัยความสัมพันธ์ดังนี้คือ

$$E(t) = \alpha\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)$$

ดังนั้น

$$\alpha = \frac{E(t)}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)}$$

3.2 การแจกแจงแบบเอกซโพเนนเชียล (Exponential Distribution) ซึ่งมี θ เป็นพารามิเตอร์และมีฟังก์ชันความหนาแน่นดังต่อไปนี้

$$f(t) = \frac{1}{\theta}\exp\left[-\left(\frac{t}{\theta}\right)\right] \quad , \quad t \geq 0 \ , \ \theta > 0$$

การกำหนดค่าพารามิเตอร์ θ ทำได้โดยอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยของเวลาในการอยู่รอด กับค่า θ ดังนี้คือ

$$E(t) = \frac{1}{\theta}$$

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ดังนั้น $\theta = \frac{1}{E(t)}$

3.3 การแจกแจงแบบเรย์ลี (Rayleigh Distribution) ซึ่งมี σ เป็นพารามิเตอร์และมีฟังก์ชันความหนาแน่นดังต่อไปนี้

$$f(t) = \frac{t}{\sigma^2} \exp\left[-\left(\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)\right] \quad , \quad 0 \le t < \infty \, , \, \sigma > 0$$

การกำหนดค่าพารามิเตอร์ σ ทำได้โดยอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยของเวลาในการอยู่รอด กับค่า σ ดังนี้คือ

$$E(t) = \sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

ดังนั้น $\sigma = E(t)\sqrt{\frac{2}{\pi}}$

4. ศึกษาค่าของฟังก์ชันอัตราภาวะภัย ($\lambda(t)$) สำหรับค่าสังเกตที่มีค่าสัมบูรณ์อยู่ในช่วงอายุ 0 - 65 ปี

5. ขนาดตัวอย่างที่นำมาศึกษามี 6 ระดับดังนี้คือ 50, 70, 100, 200, 300 และ 500 ตามลำดับ

6.ในการวิจัยครั้งนี้จำลองข้อมูลให้มีสถานการณ์ตามที่ต้องการศึกษาโดยใช้เทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique) ทำการจำลองซ้ำ ๆ กันจำนวน 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์

เกณฑ์การตัดสินใจ

เกณฑ์การตัดสินว่าการประมาณค่าฟังกชันอัตราภาวะภัย ($\lambda(t)$) ด้วยวิธีใดจะให้ค่าของการประมาณได้ดีกว่า จะพิจารณาโดยเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ (Mean Absolute Percentage of Error : MAPE) ถ้าวิธีใดให้ค่า MAPE ต่ำกว่าก็จะเป็นวิธีการประมาณที่ดีกว่า

ค่า MAPE หาได้จาก

$$\text{MAPE}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\lambda(t) - \hat{\lambda}_i^*(t)}{\lambda(t)} \right| \times 100\%}{n}$$

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อเป็นแนวทางให้ ผู้สนใจมีผลสรุปในการนำวิธีการประมาณค่าที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ที่เหมาะสมในการประมาณค่าฟังก์ชันอัตราภาวะภัยไปใช้กับข้อมูลจริงที่ค่าสังเกตมีค่าสมบูรณ์

2. เป็นแนวทางในการสร้างแบบประกันชีวิตในระยะสั้น เช่นแบบประกันสำหรับผู้สูงอายุ แบบประกันสำหรับผู้ป่วยโรคมะเร็ง เป็นต้น

3. เป็นแนวทางสำหรับบริษัทประกันภัยในการทำประกันภัยชิ้นส่วนเครื่องจักร อุปกรณ์คอมพิวเตอร์ เป็นต้น