บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยต้องการหารูปแบบการประมาณค่าของ $f(x)$ เมื่อ $x = 0, 1, 2, \ldots$ โดยเลือกจากรูปแบบการประมาณที่ทำให้ได้ค่าผลรวมความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของ $\hat{f}$ น้อยที่สุด ผู้วิจัยจะแสดงผลการวิจัยซึ่งประกอบด้วยค่าคาดหวังของ $\hat{f}$ (แทนด้วย $E\hat{f}(x)$) (ค่าเอียงเฉ)^2 (แทนด้วย $(\text{Bias})^2$) ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (แทนด้วย MSE) และค่าความแปรปรวน (แทนด้วย Var.) ของรูปแบบการประมาณที่แตกต่างกันตามฟังก์ชันเคอร์เนล K_1 K_2 และตามความกว้าง h_1 h_2 และ h_3 พร้อมทั้งผลการประมาณค่าของ $\hat{f}(x)$ เมื่อ $x = 0, 1, 2, \ldots$ ด้วยวิธีหาค่าความถี่สัมพัทธ์ (แทนด้วย rel.f) เพื่อเป็นการศึกษาเปรียบเทียบด้วย ผลการวิจัยจะแสดงในรูปตาราง โดยแต่ละตารางแสดงผลการวิจัย เมื่อพารามิเตอร์ λ ของประชากรและขนาดของกลุ่มตัวอย่างเปลี่ยนแปลงไปดังนี้คือ

$\lambda = 1$ ขนาดกลุ่มตัวอย่างเป็น 30

$\lambda = 1$ ขนาดกลุ่มตัวอย่างเป็น 50

$\lambda = 1$ ขนาดกลุ่มตัวอย่างเป็น 100

$\lambda = 2$ ขนาดกลุ่มตัวอย่างเป็น 30 เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนถึง

$\lambda = 5$ ขนาดกลุ่มตัวอย่างเป็น 100

ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.1.1 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 1$ และ $n = 30$

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.7106	.1174	.1592	.0418	.9191	.3039	.4482	.1444	.7353	.1350	.1629	.0279	.3677	.0000	.0070	.0070
1	.7285	.1300	.1831	.0531	.9289	.3148	.4372	.1225	.7463	.1432	.1716	.0283	.3732	.0000	.0071	.0071
2	.3461	.0263	.0437	.0174	.4125	.0522	.0634	.0111	.3617	.0316	.0488	.0172	.1808	.0000	.0043	.0043
3	.1085	.0022	.0066	.0044	.1337	.0052	.0116	.0063	.1173	.0031	.0089	.0057	.0587	.0000	.0014	.0014
4	.0276	.0002	.0014	.0012	.0365	.0004	.0026	.0022	.0320	.0003	.0020	.0017	.0160	.0000	.0004	.0004
5	.0052	.0000	.0003	.0003	.0076	.0000	.0006	.0006	.0067	.0000	.0005	.0004	.0033	.0000	.0001	.0001
6	.0005	.0000	.0000	.0000	.0006	.0000	.0000	.0000	.0007	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	1.9269	.2762	.3944	.1182	2.4390	.6766	.9638	.2872	2.0000	.3133	.3947	.0814	1.0000	.0000	.0204	.0204

ตารางที่ 4.1.2 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 1$ และ $n = 30$

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.3283	.0016	.0065	.0049	.3905	.0005	.0194	.0189	.3337	.0012	.0050	.0038	.3677	.0000	.0070	.0070
1	.3584	.0001	.0048	.0047	.4094	.0017	.0146	.0129	.3570	.0001	.0036	.0035	.3732	.0000	.0071	.0071
2	.1912	.0001	.0023	.0023	.1935	.0001	.0026	.0025	.1910	.0001	.0024	.0024	.1808	.0000	.0043	.0043
3	.0689	.0001	.0010	.0009	.0699	.0001	.0013	.0012	.0682	.0000	.0010	.0009	.0587	.0000	.0014	.0014
4	.0198	.0000	.0003	.0003	.0200	.0000	.0004	.0004	.0195	.0000	.0003	.0003	.0160	.0000	.0004	.0004
5	.0047	.0000	.0001	.0001	.0045	.0000	.0001	.0001	.0044	.0000	.0001	.0001	.0033	.0000	.0001	.0001
6	.0009	.0000	.0000	.0000	.0005	.0000	.0000	.0000	.0006	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000
7	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	.9723	.0018	.0150	.0132	1.0882	.0024	.0385	.0360	.9745	.0014	.0124*	.0109	1.0000	.0000	.0204	.0204

จากตารางที่ 4.1.1 และตารางที่ 4.1.2 พบว่าการประมาณฟังก์ชัน $\hat{f}$ ของประชากรที่มีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์เท่ากับ 1 และขนาดของกลุ่มตัวอย่างเป็น 30 ใช้วิธีเคอร์เนล โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นปกติมาตรฐานเป็นฟังก์ชันเคอร์เนล และความกว้างเป็น 0.5 เป็นวิธีประมาณที่ให้ค่า MSSE ของ $\hat{f}$ ต่ำสุด คือเท่ากับ 0.0124 *

ตารางที่ 4.2.1 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 1$ และ $n = 50$

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	(Bias)^2	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	(Bias)^2	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	(Bias)^2	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	(Bias)^2	MSE	Var.
0	.7788	.1688	.1951	.0263	.9869	.3831	.4712	.0881	.7348	.1346	.1505	.0158	.3674	.0000	.0040	.0040
1	.7995	.1863	.2284	.0421	1.0041	.4047	.4982	.0935	.7472	.1439	.1611	.0172	.3736	.0000	.0043	.0043
2	.3820	.0392	.0516	.0124	.4605	.0765	.0843	.0078	.3612	.0314	.0415	.0100	.1806	.0000	.0025	.0025
3	.1235	.0039	.0068	.0029	.1525	.0083	.0128	.0045	.1200	.0034	.0067	.0032	.0600	.0000	.0008	.0008
4	.0292	.0002	.0012	.0010	.0376	.0005	.0022	.0017	.0296	.0002	.0013	.0011	.0148	.0000	.0003	.0003
5	.0059	.0000	.0002	.0002	.0079	.0000	.0004	.0004	.0064	.0000	.0002	.0002	.0032	.0000	.0001	.0001
6	.0007	.0000	.0000	.0000	.0009	.0000	.0000	.0000	.0008	.0000	.0000	.0000	.0004	.0000	.0000	.0000
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	2.1196	.3984	.4833	.0849	2.6503	.8732	1.0692	.1960	2.0000	.3136	.3613	.0477	1.0000	.0000	.0120	.0119

ตารางที่ 4.2.2 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 1$ และ $n = 50$

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.3446	.0005	.0037	.0032	.4095	.0017	.0133	.0116	.3335	.0012	.0033	.0021	.3674	.0000	.0040	.0040
1	.3702	.0000	.0042	.0041	.4257	.0033	.0143	.0110	.3573	.0001	.0022	.0021	.3736	.0000	.0043	.0043
2	.1925	.0001	.0016	.0016	.2028	.0004	.0019	.0015	.1910	.0001	.0014	.0014	.1806	.0000	.0025	.0025
3	.0680	.0000	.0006	.0006	.0711	.0001	.0009	.0008	.0691	.0001	.0006	.0005	.0600	.0000	.0008	.0008
4	.0182	.0000	.0002	.0002	.0185	.0000	.0003	.0003	.0187	.0000	.0002	.0002	.0148	.0000	.0003	.0003
5	.0041	.0000	.0000	.0000	.0040	.0000	.0001	.0001	.0042	.0000	.0000	.0000	.0032	.0000	.0001	.0001
6	.0007	.0000	.0000	.0000	.0006	.0000	.0000	.0000	.0007	.0000	.0000	.0000	.0004	.0000	.0000	.0000
7	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	.9985	.0007	.0104	.0098	1.1322	.0055	.0308	.0253	.9745	.0014	.0078*	.0064	1.0000	.0000	.0120	.0119

จากตารางที่ 4.2.1 และตารางที่ 4.2.2 พบว่าการประมาณฟังก์ชันความน่าจะเป็นของประชากรที่มีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 1$ และขนาดของกลุ่มตัวอย่างเป็น 50 วิธีเคอร์เนลโดยมีฟังก์ชัน K_2 ซึ่งเป็นฟังก์ชันความหนาแน่นปกติมาตรฐานเป็นฟังก์ชันเคอร์เนล และความกว้าง $h_3 = 0.5$ เป็นวิธีที่ให้ค่า MSSE ของ $\hat{f}$ เป็น 0.0078* ซึ่งต่ำที่สุด

ตารางที่ 4.3.1 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 1$ และ $n = 100$

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	(Bias)^2	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	(Bias)^2	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	(Bias)^2	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	(Bias)^2	MSE	Var.
0	.8898	.2724	.2904	.0179	1.1304	.5814	.6533	.0719	.7383	.1372	.1466	.0094	.3692	.0000	.0023	.0023
1	.9036	.2870	.3158	.0287	1.1375	.5923	.6559	.0637	.7448	.1421	.1510	.0089	.3724	.0000	.0022	.0022
2	.4309	.0610	.0686	.0076	.5318	.1210	.1260	.0050	.3579	.0303	.0351	.0049	.1789	.0000	.0012	.0012
3	.1454	.0071	.0096	.0025	.1806	.0142	.0179	.0037	.1224	.0037	.0058	.0021	.0612	.0000	.0005	.0005
4	.0352	.0004	.0009	.0005	.0445	.0009	.0018	.0009	.0301	.0002	.0007	.0004	.0150	.0000	.0001	.0001
5	.0066	.0000	.0002	.0001	.0085	.0000	.0003	.0002	.0059	.0000	.0001	.0001	.0029	.0000	.0000	.0000
6	.0006	.0000	.0000	.0000	.0007	.0000	.0000	.0000	.0005	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
7	.0001	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	2.4122	.6279	.6854	.0575	3.0342	1.3098	1.4553	.1455	2.0000	.3135	.3393	.0258	1.0000	.0000	.0065	.0065

ตารางที่ 4.3.2 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 1$ และ $n = 100$

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.3750	.0001	.0025	.0025	.4578	.0081	.0184	.0104	.3348	.0011	.0024	.0013	.3692	.0000	.0023	.0023
1	.3909	.0005	.0038	.0033	.4644	.0093	.0179	.0085	.3563	.0001	.0012	.0011	.3724	.0000	.0022	.0022
2	.1956	.0001	.0012	.0011	.2204	.0013	.0022	.0008	.1897	.0000	.0007	.0007	.1789	.0000	.0012	.0012
3	.0689	.0001	.0005	.0005	.0763	.0002	.0008	.0006	.0699	.0001	.0004	.0003	.0612	.0000	.0005	.0005
4	.0179	.0000	.0001	.0001	.0192	.0000	.0002	.0002	.0109	.0000	.0001	.0001	.0150	.0000	.0001	.0001
5	.0036	.0000	.0000	.0000	.0037	.0000	.0000	.0000	.0040	.0000	.0000	.0000	.0029	.0000	.0000	.0000
6	.0004	.0000	.0000	.0000	.0004	.0000	.0000	.0000	.0005	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000
7	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	1.0524	.0008	.0082	.0074	1.2423	.0190	.0395	.0206	.9743	.0013	.0049*	.0035	1.0000	.0000	.0065	.0065

จากตารางที่ 4.3.1 และตารางที่ 4.3.2 พบว่าการประมาณฟังก์ชันความน่าจะเป็นของประชากรที่มีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 1$ และขนาดของกลุ่มตัวอย่าง = 100 ใช้วิธีเคอร์เนล โดยมีฟังก์ชัน K_2 ซึ่งเป็นฟังก์ชันความหนาแน่นปกติมาตรฐานเป็นฟังก์ชันเคอร์เนล และความกว้าง $h_3 = 0.5$ เป็นวิธีที่ทำให้ค่า MSSE ของ $\hat{f}$ ที่ประมาณได้ต่ำที่สุด คือมีค่า 0.0049 *

ตารางที่ 4.4.1 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 2$ และ $n = 30$

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.1794	.0019	.0085	.0065	.1732	.0014	.0075	.0060	.2690	.0179	.0334	.0156	.1345	.0000	.0039	.0039
1	.3862	.0133	.0293	.0160	.3771	.0113	.0304	.0191	.5633	.0857	.1086	.0230	.2817	.0001	.0059	.0057
2	.3635	.0086	.0268	.0182	.3590	.0078	.0313	.0235	.5247	.0645	.0858	.0213	.2623	.0001	.0054	.0053
3	.2435	.0040	.0136	.0097	.2315	.0026	.0103	.0077	.3557	.0307	.0472	.0165	.1778	.0000	.0041	.0041
4	.1243	.0012	.0054	.0043	.1179	.0008	.0042	.0034	.1867	.0093	.0194	.0101	.0933	.0000	.0025	.0025
5	.0448	.0001	.0016	.0016	.0440	.0001	.0016	.0015	.0683	.0010	.0050	.0039	.0342	.0000	.0010	.0010
6	.0174	.0000	.0007	.0007	.0180	.0000	.0008	.0007	.0287	.0003	.0022	.0019	.0143	.0000	.0005	.0005
7	.0006	.0000	.0000	.0000	.0006	.0000	.0000	.0000	.0010	.0000	.0001	.0001	.0005	.0000	.0000	.0000
8	.0014	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0027	.0000	.0002	.0002	.0013	.0000	.0000	.0000
9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	1.3611	.0292	.0861	.0569	1.3228	.0240	.0861	.0620	2.0000	.2094	.3018	.0925	1.0000	.0002	.0233	.0231

ตารางที่ 4.4.2 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 2$ และ $n = 30$

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.1349	.0000	.0010	.0010	.1338	.0000	.0009	.0009	.1378	.0000	.0023	.0023	.1345	.0000	.0039	.0039
1	.2403	.0009	.0025	.0016	.2382	.0011	.0030	.0019	.2676	.0000	.0032	.0031	.2817	.0001	.0059	.0057
2	.2458	.0006	.0022	.0016	.2471	.0006	.0023	.0018	.2590	.0001	.0031	.0029	.2623	.0001	.0054	.0053
3	.1771	.0000	.0011	.0011	.1742	.0000	.0012	.0012	.1804	.0000	.0024	.0024	.1778	.0000	.0041	.0041
4	.0991	.0001	.0009	.0008	.0987	.0001	.0008	.0008	.0974	.0001	.0016	.0015	.0933	.0000	.0025	.0025
5	.0443	.0001	.0004	.0003	.0455	.0001	.0004	.0004	.0389	.0000	.0006	.0006	.0342	.0000	.0010	.0010
6	.0164	.0000	.0002	.0002	.0175	.0000	.0002	.0002	.0152	.0000	.0003	.0003	.0143	.0000	.0005	.0005
7	.0046	.0000	.0000	.0000	.0047	.0000	.0000	.0000	.0021	.0000	.0000	.0000	.0005	.0000	.0000	.0000
8	.0011	.0000	.0000	.0000	.0012	.0000	.0000	.0000	.0011	.0000	.0000	.0000	.0013	.0000	.0000	.0000
9	.0004	.0000	.0000	.0000	.0004	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
10	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	.9640	.0017	.0084*	.0067	.9613	.0018	.0090	.0072	.9997	.0002	.0134	.0132	1.0000	.0002	.0233	.0231

จากตารางที่ 4.4.1 และตารางที่ 4.4.2 พบว่าการประมาณฟังก์ชันความน่าจะเป็นของประชากรที่มีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 2$ และ $n = 30$ รูปแบบที่เหมาะสมคือ วิธีเคอร์เนล โดยมีฟังก์ชัน K_2 เป็นฟังก์ชันเคอร์เนล และความกว้างของช่วงเป็น $h_1 = 1.06\,\sigma n^{-(1/5)}$ โดยให้ค่า MSSE ของ $\hat{f}$ เป็น 0.0084* ซึ่งเป็นค่าต่ำสุด

ตารางที่ 4.5.1 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 2$ และ $n = 50$

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.2012	.0043	.0088	.0045	.1930	.0033	.0075	.0041	.2708	.0184	.0271	.0088	.1354	.0000	.0022	.0022
1	.4244	.0236	.0359	.0123	.4108	.0196	.0351	.0155	.5622	.0850	.1001	.0151	.2811	.0001	.0039	.0038
2	.4031	.0175	.0305	.0129	.3925	.0148	.0321	.0173	.5316	.0681	.0814	.0133	.2658	.0000	.0034	.0033
3	.2640	.0070	.0142	.0072	.2498	.0048	.0099	.0051	.3496	.0286	.0388	.0102	.1748	.0000	.0026	.0026
4	.1401	.0025	.0056	.0031	.1326	.0018	.0041	.0023	.1884	.0096	.0154	.0058	.0942	.0000	.0015	.0015
5	.0514	.0002	.0016	.0013	.0500	.0002	.0015	.0013	.0706	.0012	.0039	.0027	.0353	.0000	.0007	.0007
6	.0153	.0000	.0004	.0003	.0152	.0000	.0004	.0004	.0220	.0001	.0008	.0007	.0110	.0000	.0002	.0002
7	.0018	.0000	.0001	.0001	.0019	.0000	.0001	.0001	.0026	.0000	.0001	.0001	.0013	.0000	.0000	.0000
8	.0013	.0000	.0000	.0000	.0014	.0000	.0000	.0000	.0020	.0000	.0001	.0001	.0010	.0000	.0000	.0000
9	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000
10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	1.5026	.0552	.0971	.0418	1.4474	.0446	.0907	.0460	2.0000	.2110	.2679	.0569	1.0000	.0002	.0144	.0142

ตารางที่ 4.5.2 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 2$ และ $n = 50$

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.1361	.0000	.0007	.0007	.1354	.0000	.0007	.0007	.1385	.0000	.0013	.0013	.1354	.0000	.0022	.0022
1	.2476	.0005	.0017	.0012	.2454	.0006	.0021	.0014	.2677	.0000	.0021	.0021	.2811	.0001	.0039	.0038
2	.2500	.0004	.0015	.0011	.2505	.0004	.0017	.0012	.2614	.0001	.0019	.0018	.2658	.0000	.0034	.0033
3	.1768	.0000	.0009	.0009	.1746	.0000	.0009	.0009	.1784	.0000	.0015	.0015	.1748	.0000	.0026	.0026
4	.0986	.0001	.0006	.0006	.0986	.0001	.0006	.0005	.0979	.0001	.0004	.0009	.0942	.0000	.0015	.0015
5	.0426	.0000	.0003	.0003	.0439	.0001	.0003	.0003	.0396	.0000	.0001	.0004	.0353	.0000	.0007	.0007
6	.0143	.0000	.0001	.0001	.0149	.0000	.0001	.0001	.0128	.0000	.0000	.0001	.0110	.0000	.0002	.0002
7	.0036	.0000	.0000	.0000	.0038	.0000	.0000	.0000	.0023	.0000	.0000	.0000	.0013	.0000	.0000	.0000

ตารางที่ 4.5.2 (ต่อ)

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
8	.0010	.0000	.0000	.0000	.0010	.0000	.0000	.0000	.0010	.0000	.0000	.0000	.0010	.0000	.0000	.0000
9	.0003	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000
10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	.9709	.0011	.0060*	.0049	.9684	.0012	.0063	.0051	.9997	.0002	.0084	.0082	1.0000	.0002	.0144	.0142

จากตารางที่ 4.5.1 และตารางที่ 4.5.2 พบว่าการประมาณฟังก์ชันความน่าจะเป็นของประชากรที่มีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 2$ และ $n = 50$ วิธีที่ให้ค่า $MSSE(\hat{f}) = 0.0060^*$ ซึ่งต่ำสุดเป็นการประมาณ $\hat{f}$ โดยวิธีเคอร์เนล มี K_2 เป็นฟังก์ชันเคอร์เนล และ h_1 เป็นความกว้างของช่วง

ตารางที่ 4.6.1 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเฉลี่ยเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 2$ และ $n = 100$

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.2286	.0087	.0115	.0028	.2202	.0072	.0099	.0027	.2668	.0173	.0211	.0038	.1334	.0000	.0010	.0010
1	.4747	.0416	.0500	.0084	.4579	.0351	.0440	.0089	.5517	.0790	.0878	.0088	.2759	.0000	.0022	.0022
2	.4689	.0393	.0474	.0082	.4549	.0339	.0451	.0112	.5439	.0747	.0819	.0072	.2720	.0000	.0018	.0018
3	.3078	.0162	.0213	.0051	.2945	.0130	.0166	.0036	.3577	.0314	.0372	.0058	.1788	.0000	.0014	.0014
4	.1544	.0041	.0059	.0018	.1476	.0033	.0047	.0014	.1804	.0081	.0107	.0025	.0902	.0000	.0006	.0006
5	.0607	.0006	.0015	.0009	.0586	.0005	.0014	.0009	.0718	.0013	.0026	.0014	.0359	.0000	.0003	.0003
6	.0179	.0000	.0003	.0003	.0177	.0000	.0003	.0003	.0216	.0001	.0005	.0004	.0108	.0000	.0001	.0001
7	.0042	.0000	.0001	.0001	.0043	.0000	.0001	.0001	.0052	.0000	.0001	.0001	.0026	.0000	.0000	.0000
8	.0004	.0000	.0000	.0000	.0004	.0000	.0000	.0000	.0005	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000
9	.0001	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000
10	.0001	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	1.7179	.1106	.1380	.0274	1.6565	.0931	.1222	.0291	2.0000	.2118	.2419	.0301	1.0000	.0000	.0076	.0075

ตารางที่ 4.6.2 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 2$ และ $n = 100$

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	(Bias)^2	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	(Bias)^2	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	(Bias)^2	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	(Bias)^2	MSE	Var.
0	.1349	.0000	.0004	.0004	.1348	.0000	.0004	.0004	.1363	.0000	.0006	.0006	.1334	.0000	.0010	.0010
1	.2531	.0003	.0012	.0009	.2505	.0004	.0013	.0009	.2639	.0000	.0013	.0012	.2759	.0000	.0022	.0022
2	.2586	.0001	.0009	.0007	.2585	.0001	.0009	.0008	.2661	.0000	.0010	.0009	.2720	.0000	.0018	.0018
3	.1801	.0000	.0006	.0006	.1788	.0000	.0006	.0006	.1819	.0000	.0009	.0009	.1788	.0000	.0014	.0014
4	.0960	.0000	.0003	.0003	.0962	.0000	.0003	.0003	.0952	.0000	.0004	.0004	.0902	.0000	.0006	.0006
5	.0407	.0000	.0002	.0002	.0413	.0000	.0002	.0002	.0396	.0000	.0002	.0002	.0359	.0000	.0003	.0003
6	.0136	.0000	.0001	.0001	.0140	.0000	.0001	.0001	.0128	.0000	.0001	.0001	.0108	.0000	.0001	.0001
7	.0036	.0000	.0000	.0000	.0038	.0000	.0000	.0000	.0033	.0000	.0000	.0000	.0026	.0000	.0000	.0000

ตารางที่ 4.6.2 (ต่อ)

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
8	.0007	.0000	.0000	.0000	.0007	.0000	.0000	.0000	.0005	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000
9	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000
10	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	.9814	.0005	.0037*	.0032	.9788	.0006	.0038	.0032	.9999	.0001	.0044	.0043	1.0000	.0000	.0076	.0075

จากตารางที่ 4.6.1 และตารางที่ 4.6.2 พบว่าการประมาณฟังก์ชันความน่าจะเป็นของประชากรที่มีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 2$ และ $n = 100$ โดยวิธีเคอร์เนล มี K_2 เป็นฟังก์ชันเคอร์เนล และพบว่าถ้าใช้ความกว้าง h_1 ได้ค่า $MSSE(\hat{f}) = 0.0037^*$ โดยความกว้าง h_2 ให้ค่า $MSSE(\hat{f}) = 0.0038$ ซึ่งทั้งสองกรณีให้ค่าใกล้เคียงกัน

ตารางที่ 4.7.1 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 3$ และ $n = 30$

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.0547	.0000	.0019	.0019	.0574	.0001	.0021	.0020	.0973	.0023	.0091	.0068	.0487	.0000	.0017	.0017
1	.1680	.0003	.0069	.0066	.1668	.0003	.0060	.0057	.2897	.0197	.0378	.0181	.1448	.0000	.0045	.0045
2	.2663	.0018	.0122	.0104	.2720	.0023	.0140	.0117	.4573	.0544	.0765	.0221	.2287	.0000	.0055	.0055
3	.2688	.0020	.0127	.0107	.2766	.0028	.0171	.0143	.4590	.0552	.0762	.0210	.2295	.0000	.0053	.0052
4	.1961	.0008	.0083	.0075	.1977	.0009	.0076	.0068	.3400	.0296	.0512	.0216	.1700	.0000	.0054	.0054
5	.1169	.0003	.0034	.0031	.1160	.0002	.0030	.0027	.2020	.0102	.0203	.0101	.1010	.0000	.0025	.0025
6	.0536	.0000	.0017	.0017	.0557	.0000	.0018	.0018	.0970	.0022	.0087	.0065	.0485	.0000	.0016	.0016
7	.0203	.0000	.0006	.0006	.0220	.0000	.0007	.0007	.0367	.0002	.0026	.0023	.0183	.0000	.0006	.0006
8	.0081	.0000	.0002	.0002	.0085	.0000	.0003	.0003	.0150	.0000	.0010	.0009	.0075	.0000	.0002	.0002
9	.0022	.0000	.0001	.0001	.0024	.0000	.0001	.0001	.0037	.0000	.0002	.0002	.0018	.0000	.0001	.0001
10	.0010	.0000	.0000	.0000	.0011	.0000	.0000	.0000	.0020	.0000	.0001	.0001	.0010	.0001	.0000	.0000

i 10360922

ตารางที่ 4.7.1 (ต่อ)

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
11	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
12	.0001	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000
13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	1.1561	.0052	.0481	.0429	1.1764	.0066	.0526	.0461	2.0000	.1738	.2836	.1098	1.0000	.0001	.0275	.0274

ตารางที่ 4.7.2 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 3$ และ $n = 30$

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.0639	.0002	.0006	.0004	.0643	.0002	.0006	.0004	.0545	.0000	.0010	.0010	.0487	.0000	.0017	.0017
1	.1389	.0001	.0011	.0009	.1365	.0002	.0011	.0009	.1456	.0000	.0027	.0027	.1448	.0000	.0045	.0045
2	.2003	.0006	.0019	.0013	.2003	.0006	.0021	.0015	.2229	.0000	.0033	.0033	.2287	.0000	.0055	.0055

ตารางที่ 4.7.2 (ต่อ)

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
3	.2078	.0003	.0013	.0011	.2099	.0002	.0016	.0014	.2262	.0000	.0029	.0029	.2295	.0000	.0053	.0052
4	.1646	.0000	.0010	.0010	.1629	.0000	.0010	.0010	.1714	.0000	.0032	.0031	.1700	.0000	.0054	.0054
5	.1066	.0000	.0007	.0007	.1050	.0000	.0007	.0006	.1042	.0000	.0016	.0016	.1010	.0000	.0025	.0025
6	.0561	.0000	.0005	.0004	.0565	.0000	.0005	.0004	.0516	.0000	.0010	.0010	.0485	.0000	.0016	.0016
7	.0254	.0000	.0003	.0003	.0263	.0000	.0003	.0003	.0207	.0000	.0004	.0004	.0183	.0000	.0006	.0006
8	.0104	.0000	.0001	.0001	.0108	.0000	.0001	.0001	.0082	.0000	.0001	.0001	.0075	.0000	.0002	.0002
9	.0039	.0000	.0000	.0000	.0040	.0000	.0000	.0000	.0024	.0000	.0000	.0000	.0018	.0000	.0001	.0001
10	.0013	.0000	.0000	.0000	.0014	.0000	.0000	.0000	.0010	.0000	.0000	.0000	.0010	.0000	.0000	.0000
11	.0004	.0000	.0000	.0000	.0004	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
12	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000
13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	.9798	.0012	.0075*	.0062	.9784	.0013	.0080	.0067	1.0091	.0001	.0162	.0162	1.0000	.0001	.0275	.0274

จากตารางที่ 4.7.1 และตารางที่ 4.7.2 พบว่าการประมาณฟังก์ชันความน่าจะเป็นของประชากรที่มีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 3$ และ $n = 30$ โดยวิธีเคอร์เนล มี K_2 เป็นฟังก์ชันเคอร์เนล และมี h_1 เป็นความกว้าง ได้ค่า $MSSE(\hat{f})$ ต่ำสุด คือ เท่ากับ 0.0075*

ตารางที่ 4.8.1 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเฉลี่ยเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 3$ และ $n = 50$

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.0596	.0001	.0013	.0012	.0595	.0001	.0012	.0011	.0984	.0024	.0056	.0033	.0492	.0000	.0008	.0008
1	.1844	.0012	.0053	.0041	.1815	.0010	.0044	.0034	.3010	.0230	.0330	.0100	.1505	.0000	.0025	.0025
2	.2801	.0031	.0104	.0072	.2820	.0034	.0129	.0096	.4538	.0528	.0664	.0136	.2269	.0000	.0034	.0034
3	.2818	.0033	.0094	.0060	.2836	.0035	.0120	.0085	.4562	.0539	.0646	.0107	.2281	.0000	.0027	.0027
4	.2063	.0015	.0059	.0045	.2034	.0013	.0051	.0038	.3358	.0281	.0382	.0101	.1679	.0000	.0025	.0025
5	.1196	.0004	.0026	.0023	.1171	.0003	.0026	.0018	.1962	.0091	.0151	.0060	.0981	.0000	.0015	.0015
6	.0603	.0001	.0015	.0014	.0604	.0001	.0016	.0015	.1000	.0025	.0064	.0040	.0500	.0000	.0010	.0010
7	.0202	.0000	.0005	.0005	.0208	.0000	.0005	.0005	.0346	.0002	.0016	.0015	.0073	.0000	.0004	.0004
8	.0097	.0000	.0002	.0002	.0098	.0000	.0002	.0002	.0168	.0001	.0008	.0007	.0084	.0000	.0002	.0002
9	.0026	.0000	.0001	.0001	.0028	.0000	.0001	.0001	.0046	.0000	.0002	.0002	.0023	.0000	.0000	.0000
10	.0010	.0000	.0000	.0000	.0010	.0000	.0000	.0000	.0018	.0000	.0001	.0001	.0009	.0000	.0000	.0000
11	.0002	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000	.0004	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000
12	.0002	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0004	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000
13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	1.2259	.0097	.0371	.0274	1.2226	.0097	.0401	.0305	2.0000	.1720	.2320	.0600	1.0000	.0001	.0151	.0150

ตารางที่ 4.8.2 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 3$ และ $n = 50$

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.0641	.0002	.0005	.0003	.0643	.0002	.0005	.0003	.0556	.0000	.0005	.0005	.0492	.0000	.0008	.0008
1	.1424	.0000	.0006	.0005	.1407	.0001	.0006	.0005	.1500	.0000	.0014	.0014	.1505	.0000	.0025	.0025
2	.2037	.0004	.0012	.0008	.2043	.0004	.0013	.0010	.2220	.0000	.0020	.0020	.2269	.0000	.0034	.0034
3	.2089	.0002	.0008	.0006	.2101	.0002	.0009	.0007	.2247	.0000	.0015	.0015	.2281	.0000	.0027	.0027
4	.1640	.0000	.0006	.0005	.1625	.0000	.0006	.0006	.1693	.0000	.0015	.0015	.1679	.0000	.0025	.0025
5	.1041	.0000	.0004	.0004	.1033	.0000	.0004	.0004	.1019	.0000	.0009	.0009	.0981	.0000	.0015	.0015
6	.0554	.0000	.0003	.0003	.0558	.0000	.0003	.0003	.0524	.0000	.0006	.0006	.0500	.0000	.0010	.0010
7	.0244	.0000	.0001	.0001	.0250	.0000	.0002	.0001	.0201	.0000	.0002	.0002	.0173	.0000	.0004	.0004
8	.0100	.0000	.0001	.0001	.0102	.0000	.0001	.0001	.0088	.0000	.0001	.0001	.0084	.0000	.0002	.0002
9	.0039	.0000	.0000	.0000	.0039	.0000	.0000	.0000	.0028	.0000	.0000	.0000	.0023	.0000	.0000	.0000
10	.0013	.0000	.0000	.0000	.0013	.0000	.0000	.0000	.0010	.0000	.0000	.0000	.0009	.0000	.0000	.0000

ตารางที่ 4.8.2 (ต่อ)

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
11	.0004	.0000	.0000	.0000	.0005	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000
12	.0002	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000
13	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	.9829	.0010	.0046*	.0037	.9821	.0010	.0049	.0040	1.0090	.0000	.0088	.0088	1.0000	.0001	.0151	.0150

จากตารางที่ 4.8.1 และตารางที่ 4.8.2 พบว่าการประมาณฟังก์ชันความน่าจะเป็นของประชากรที่มีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 3$ และ $n = 50$ โดยวิธีเคอร์เนล มี K_2 เป็นฟังก์ชันเคอร์เนล และพบว่าถ้าใช้ความกว้าง h_1 ได้ค่า MSSE($\hat{f}$) ต่ำสุดคือ 0.0046* โดยความกว้าง h_2 ให้ค่า MSSE($\hat{f}$) เป็น 0.0049 ซึ่งมากกว่ากันเพียงเล็กน้อย

ตารางที่ 4.9.1 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 3$ และ $n = 100$

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.0703	.0004	.0014	.0009	.0691	.0004	.0013	.0009	.1025	.0028	.0049	.0021	.0513	.0000	.0005	.0005
1	.2071	.0033	.0059	.0026	.2020	.0028	.0049	.0021	.2992	.0225	.0276	.0051	.1496	.0000	.0013	.0013
2	.3147	.0082	.0122	.0040	.3108	.0075	.0129	.0054	.4532	.0525	.0588	.0063	.2266	.0000	.0016	.0016
3	.3139	.0081	.0120	.0039	.3101	.0074	.0129	.0055	.4514	.0517	.0572	.0055	.2257	.0000	.0014	.0014
4	.2325	.0042	.0069	.0027	.2279	.0036	.0062	.0026	.3347	.0278	.0322	.0044	.1673	.0000	.0011	.0011
5	.1377	.0014	.0028	.0014	.1336	.0011	.0021	.0010	.1994	.0097	.0128	.0031	.0997	.0000	.0008	.0008
6	.0668	.0303	.0009	.0007	.0653	.0002	.0009	.0006	.0970	.0022	.0037	.0015	.0485	.0000	.0004	.0004
7	.0270	.0000	.0004	.0004	.0268	.0000	.0004	.0004	.0398	.0003	.0011	.0008	.0199	.0000	.0002	.0002
8	.0103	.0000	.0001	.0001	.0102	.0000	.0001	.0001	.0153	.0001	.0004	.0003	.0076	.0000	.0001	.0001
9	.0030	.0000	.0000	.0000	.0031	.0000	.0000	.0000	.0045	.0000	.0001	.0001	.0022	.0000	.0000	.0000
10	.0013	.0000	.0000	.0000	.0014	.0000	.0000	.0000	.0020	.0000	.0000	.0000	.0010	.0000	.0000	.0000
11	.0005	.0000	.0000	.0000	.0006	.0000	.0000	.0000	.0008	.0000	.0000	.0000	.0004	.0000	.0000	.0000
12	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000
13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	1.3853	.0259	.0427	.0168	1.3610	.0230	.0417	.0187	2.0000	.1695	.1987	.0292	1.0000	.0000	.0073	.0073

ตารางที่ 4.9.2 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเฉลี่ยเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 3$ และ $n = 100$

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.0625	.0002	.0004	.0002	.0630	.0002	.0004	.0002	.0571	.0001	.0004	.0003	.0513	.0000	.0005	.0005
1	.1440	.0000	.0004	.0003	.1429	.0000	.0004	.0003	.1494	.0000	.0007	.0007	.1496	.0000	.0013	.0013
2	.2073	.0003	.0007	.0004	.2071	.0003	.0008	.0005	.2214	.0000	.0009	.0009	.2266	.0000	.0016	.0016
3	.2113	.0002	.0006	.0004	.2114	.0002	.0006	.0005	.2227	.0000	.0008	.0008	.2257	.0000	.0014	.0014
4	.1648	.0000	.0003	.0003	.1643	.0000	.0003	.0003	.1687	.0000	.0007	.0007	.1673	.0000	.0011	.0011
5	.1035	.0000	.0003	.0003	.1030	.0000	.0003	.0002	.1029	.0000	.0005	.0005	.0997	.0000	.0008	.0008
6	.0542	.0000	.0002	.0001	.0545	.0000	.0002	.0002	.0517	.0000	.0002	.0002	.0485	.0000	.0004	.0004
7	.0241	.0000	.0001	.0001	.0245	.0000	.0001	.0001	.0220	.0000	.0001	.0001	.0199	.0000	.0002	.0002
8	.0095	.0000	.0000	.0000	.0097	.0000	.0000	.0000	.0085	.0000	.0000	.0000	.0076	.0000	.0001	.0001
9	.0034	.0000	.0000	.0000	.0034	.0000	.0000	.0000	.0027	.0000	.0000	.0000	.0022	.0000	.0000	.0000
10	.0012	.0000	.0000	.0000	.0013	.0000	.0000	.0000	.0011	.0000	.0000	.0000	.0010	.0000	.0000	.0000

ตารางที่ 4.9.2 (ต่อ)

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
11	.0005	.0000	.0000	.0000	.0005	.0000	.0000	.0000	.0004	.0000	.0000	.0000	.0004	.0000	.0000	.0000
12	.0002	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000
13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	.9865	.0007	.0029*	.0022	.9858	.0007	.0030	.0023	1.0088	.0001	.0044	.0043	1.0000	.0000	.0073	.0073

จากตารางที่ 4.9.1 และตารางที่ 4.9.2 พบว่าการประมาณฟังก์ชันความน่าจะเป็นของประชากรที่มีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 3$ และ $n = 100$ วิธีที่เหมาะสมคือวิธีเคอร์เนล มี K_2 เป็นฟังก์ชันเคอร์เนล และพบว่าถ้าใช้ความกว้าง h_1 ได้ค่า $MSSE(\hat{f})$ ต่ำสุดคือ 0.0029* โดยความกว้าง h_2 ให้ค่า $MSSE(\hat{f})$ เป็น 0.0030 ซึ่งมากกว่ากันเพียงเล็กน้อย

ตารางที่ 4.10.1 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเฉลี่ยเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอ-
$\lambda = 4$ และ $n = 30$

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	(Bias)^2	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	(Bias)^2	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	(Bias)^2	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	(Bias)^2	MSE	Var.
0	.0232	.0000	.0006	.0006	.0249	.0000	.0007	.0006	.0393	.0004	.0029	.0024	.0197	.0000	.0006	.0006
1	.0802	.0000	.0019	.0019	.0822	.0001	.0019	.0018	.1470	.0054	.0140	.0086	.0735	.0000	.0021	.0021
2	.1585	.0001	.0033	.0032	.1581	.0001	.0031	.0029	.2970	.0226	.0357	.0130	.1485	.0000	.0033	.0033
3	.2134	.0003	.0055	.0052	.2192	.0006	.0067	.0062	.3930	.0391	.0597	.0206	.1965	.0000	.0052	.0051
4	.2130	.0003	.0044	.0041	.2190	.0006	.0055	.0050	.3993	.0416	.0581	.0165	.1997	.0000	.0042	.0041
5	.1698	.0002	.0040	.0039	.1709	.0002	.0035	.0033	.3113	.0240	.0398	.0157	.1557	.0000	.0039	.0039
6	.1091	.0000	.0022	.0022	.1099	.0000	.0020	.0020	.2020	.0096	.0193	.0097	.1010	.0000	.0024	.0024
7	.0619	.0000	.0014	.0014	.0633	.0000	.0014	.0014	.1123	.0028	.0090	.0062	.0562	.0000	.0016	.0016
8	.0300	.0000	.0009	.0009	.0313	.0000	.0009	.0009	.0550	.0006	.0046	.0040	.0275	.0000	.0010	.0010
9	.0158	.0000	.0004	.0004	.0160	.0000	.0004	.0004	.0287	.0002	.0020	.0018	.0143	.0000	.0005	.0005
10	.0063	.0000	.0001	.0001	.0067	.0000	.0002	.0002	.0110	.0000	.0007	.0007	.0055	.0000	.0002	.0002
11	.0018	.0000	.0000	.0000	.0017	.0000	.0000	.0000	.0027	.0000	.0002	.0002	.0013	.0000	.0000	.0000
12	.0006	.0000	.0000	.0000	.0006	.0000	.0000	.0000	.0010	.0000	.0001	.0001	.0005	.0000	.0000	.0000
13	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000

ตารางที่ 4.10.1 (ต่อ)

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
14	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
15	.0001	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	1.0840	.0011	.0248	.0238	1.1040	.0017	.0262	.0245	2.0000	.1465	.2460	.0995	1.0000	.0001	.0249	.0249

ตารางที่ 4.10.2 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 4$ และ $n = 30$

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.0354	.0003	.0005	.0002	.0364	.0003	.0005	.0002	.0237	.0000	.0004	.0004	.0197	.0000	.0006	.0006
1	.0809	.0001	.0004	.0003	.0801	.0000	.0004	.0003	.0769	.0000	.0013	.0013	.0735	.0000	.0021	.0021
2	.1358	.0001	.0006	.0005	.1338	.0002	.0006	.0005	.1477	.0000	.0019	.0019	.1485	.0000	.0033	.0033
3	.1745	.0004	.0012	.0008	.1751	.0004	.0013	.0009	.1944	.0000	.0030	.0030	.1965	.0000	.0052	.0051

ตารางที่ 4.10.2 (ต่อ)

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
4	.1776	.0003	.0010	.0007	.1790	.0003	.0011	.0008	.1974	.0000	.0023	.0023	.1997	.0000	.0042	.0041
5	.1487	.0001	.0006	.0005	.1476	.0001	.0006	.0005	.1567	.0000	.0022	.0022	.1557	.0000	.0039	.0039
6	.1047	.0000	.0004	.0004	.1034	.0000	.0004	.0004	.1035	.0000	.0014	.0014	.1010	.0000	.0024	.0024
7	.0639	.0000	.0003	.0003	.0636	.0000	.0003	.0003	.0587	.0000	.0009	.0009	.0562	.0000	.0016	.0016
8	.0348	.0000	.0003	.0002	.0353	.0000	.0003	.0002	.0296	.0000	.0006	.0006	.0275	.0000	.0010	.0010
9	.0175	.0000	.0002	.0001	.0181	.0000	.0002	.0001	.0150	.0000	.0003	.0003	.0143	.0000	.0005	.0005
10	.0081	.0000	.0001	.0001	.0084	.0000	.0001	.0001	.0061	.0000	.0001	.0001	.0055	.0000	.0002	.0002
11	.0033	.0000	.0000	.0000	.0034	.0000	.0000	.0000	.0017	.0000	.0000	.0000	.0013	.0000	.0000	.0000
12	.0011	.0000	.0000	.0000	.0012	.0000	.0000	.0000	.0005	.0000	.0000	.0000	.0005	.0000	.0000	.0000
13	.0004	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
14	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
15	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	.9867	.0013	.0055*	.0042	.9858	.0014	.0058	.0044	1.0122	.0001	.0146	.0145	1.0000	.0001	.0249	.0249

จากตารางที่ 4.10.1 และตารางที่ 4.10.2 พบว่าการประมาณฟังก์ชันความน่าจะเป็นของประชากรที่มีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 4$ และ $n = 30$ วิธีที่เหมาะสมคือวิธีเคอร์เนล มี K_2 เป็นฟังก์ชันเคอร์เนล และพบว่าถ้าใช้ความกว้าง h_1 ได้ค่า $MSSE(\hat{f})$ ต่ำสุดคือ 0.0055* โดยความกว้าง h_2 ให้ค่า $MSSE(\hat{f})$ เป็น 0.0058

ตารางที่ 4.11.1 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 4$ และ $n = 50$

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.0205	.0000	.0004	.0004	.0216	.0000	.0004	.0004	.0368	.0003	.0019	.0015	.0184	.0000	.0004	.0004
1	.0778	.0000	.0014	.0014	.0798	.0000	.0014	.0014	.1436	.0049	.0101	.0052	.0718	.0000	.0013	.0013
2	.1631	.0003	.0032	.0029	.1629	.0003	.0027	.0025	.2994	.0234	.0336	.0102	.1497	.0000	.0026	.0026
3	.2151	.0004	.0047	.0043	.2205	.0006	.0055	.0049	.3916	.0385	.0505	.0120	.1958	.0000	.0030	.0030
4	.2206	.0006	.0056	.0050	.2271	.0010	.0076	.0066	.4014	.0424	.0556	.0131	.2007	.0000	.0033	.0033
5	.1686	.0002	.0030	.0028	.1710	.0002	.0029	.0027	.3068	.0227	.0320	.0093	.1534	.0000	.0023	.0023
6	.1114	.0001	.0018	.0017	.1120	.0001	.0015	.0015	.2054	.0102	.0164	.0062	.1027	.0000	.0015	.0015
7	.0641	.0000	.0011	.0011	.0658	.0000	.0011	.0011	.1164	.0032	.0070	.0038	.0582	.0000	.0009	.0009
8	.0312	.0000	.0007	.0007	.0323	.0000	.0007	.0007	.0586	.0008	.0035	.0027	.0293	.0000	.0007	.0007
9	.0144	.0000	.0003	.0003	.0152	.0000	.0003	.0003	.0268	.0002	.0014	.0012	.0134	.0000	.0003	.0003
10	.0053	.0000	.0001	.0001	.0056	.0000	.0001	.0001	.0096	.0000	.0003	.0003	.0048	.0000	.0001	.0001
11	.0010	.0000	.0000	.0000	.0011	.0000	.0000	.0000	.0018	.0000	.0001	.0001	.0009	.0000	.0000	.0000
12	.0005	.0000	.0000	.0000	.0005	.0000	.0000	.0000	.0010	.0000	.0000	.0000	.0005	.0000	.0000	.0000
13	.0002	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000

ตารางที่ 4.11.1 (ต่อ)

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
14	.0002	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0004	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000
15	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	1.0942	.0016	.0223	.0207	1.1160	.0023	.0244	.0221	2.0000	.1468	.2124	.0656	1.0000	.0001	.0164	.0164

ตารางที่ 4.11.2 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอ
$\lambda = 4$ และ $n = 50$

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.0324	.0002	.0004	.0002	.0331	.0002	.0004	.0002	.0225	.0000	.0003	.0003	.0184	.0004	.0004	.0004
1	.0794	.0000	.0004	.0003	.0791	.0000	.0004	.0004	.0755	.0000	.0008	.0008	.0718	.0000	.0013	.0013
2	.1373	.0001	.0005	.0004	.1356	.0001	.0005	.0004	.1484	.0000	.0015	.0015	.1497	.0000	.0026	.0026
3	.1779	.0003	.0009	.0006	.1782	.0003	.0010	.0007	.1941	.0000	.0018	.0018	.1958	.0000	.0030	.0030

ตารางที่ 4.11.2 (ต่อ)

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
4	.1813	.0002	.0009	.0007	.1828	.0002	.0010	.0008	.1979	.0000	.0020	.0020	.2007	.0000	.0033	.0033
5	.1498	.0000	.0004	.0004	.1489	.0001	.0005	.0004	.1552	.0000	.0013	.0013	.1534	.0000	.0023	.0023
6	.1049	.0000	.0003	.0003	.1036	.0000	.0003	.0003	.1049	.0000	.0009	.0009	.1027	.0000	.0015	.0015
7	.0645	.0000	.0003	.0003	.0643	.0000	.0003	.0003	.0607	.0000	.0006	.0006	.0582	.0000	.0009	.0009
8	.0347	.0000	.0002	.0002	.0352	.0000	.0002	.0002	.0311	.0000	.0004	.0004	.0293	.0000	.0007	.0007
9	.0168	.0000	.0001	.0001	.0172	.0000	.0001	.0001	.0144	.0000	.0002	.0002	.0134	.0000	.0003	.0003
10	.0072	.0000	.0000	.0000	.0074	.0000	.0000	.0001	.0054	.0000	.0001	.0001	.0048	.0000	.0001	.0001
11	.0025	.0000	.0000	.0000	.0026	.0000	.0000	.0000	.0013	.0000	.0000	.0000	.0009	.0000	.0000	.0000
12	.0008	.0000	.0000	.0000	.0008	.0000	.0000	.0000	.0005	.0000	.0000	.0000	.0005	.0000	.0000	.0000
13	.0003	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000
14	.0002	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000
15	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	.9900	.0009	.0044*	.0035	.9894	.0010	.0047	.0037	1.0124	.0000	.0099	.0099	1.0000	.0001	.0164	.0164

จากตารางที่ 4.11.1 และตารางที่ 4.11.2 พบว่าการประมาณฟังก์ชันความน่าจะเป็นของประชากรที่มีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 4$ และ $n = 50$ วิธีที่เหมาะสมคือวิธีเคอร์เนล มี K_2 เป็นฟังก์ชันเคอร์เนล และพบว่าถ้าใช้ความกว้าง h_1 ได้ค่า $MSSE(\hat{f})$ ต่ำสุดคือ 0.0044* โดยความกว้าง h_2 ให้ค่า $MSSE(\hat{f})$ เป็น 0.0047

ตารางที่ 4.12.1 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอ
$\lambda = 4$ และ $n = 100$

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.0231	.0000	.0003	.0003	.0231	.0000	.0003	.0003	.0389	.0004	.0013	.0009	.0194	.0000	.0002	.0002
1	.0855	.0001	.0011	.0009	.0848	.0001	.0011	.0009	.1427	.0048	.0075	.0027	.0714	.0000	.0007	.0007
2	.1785	.0010	.0032	.0022	.1751	.0008	.0026	.0017	.2963	.0224	.0280	.0055	.1482	.0000	.0014	.0014
3	.2407	.0021	.0053	.0032	.2397	.0020	.0059	.0040	.3980	.0411	.0477	.0067	.1990	.0000	.0017	.0017
4	.2383	.0018	.0048	.0030	.2373	.0018	.0058	.0040	.3940	.0395	.0454	.0060	.1970	.0000	.0015	.0015
5	.1855	.0009	.0029	.0020	.1834	.0007	.0026	.0019	.3071	.0227	.0272	.0045	.1535	.0000	.0011	.0011
6	.1247	.0004	.0016	.0011	.1223	.0003	.0012	.0009	.2075	.0107	.0138	.0031	.1038	.0000	.0008	.0008
7	.0696	.0001	.0008	.0007	.0683	.0001	.0007	.0006	.1160	.0032	.0051	.0019	.0508	.0000	.0005	.0005
8	.0339	.0000	.0004	.0004	.0336	.0000	.0004	.0004	.0573	.0008	.0020	.0013	.0287	.0000	.0003	.0003
9	.0161	.0000	.0002	.0002	.0162	.0000	.0002	.0002	.0274	.0002	.0008	.0006	.0137	.0000	.0001	.0001
10	.0065	.0000	.0001	.0001	.0066	.0000	.0001	.0001	.0112	.0000	.0002	.0002	.0056	.0000	.0000	.0000
11	.0019	.0000	.0000	.0000	.0020	.0000	.0000	.0000	.0033	.0000	.0001	.0001	.0017	.0000	.0000	.0000
12	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000

ตารางที่ 4.12.1 (ต่อ)

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
14	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000
15	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	1.2044	.0065	.0206	.0141	1.1925	.0059	.0209	.0150	2.0000	.1458	.1791	.0333	1.0000	.0000	.0084	.0083

ตารางที่ 4.12.2 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 4$ และ $n = 100$

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.0300	.0001	.0002	.0001	.0306	.0002	.0002	.0001	.0233	.0000	.0002	.0001	.0194	.0000	.0002	.0002
1	.0784	.0000	.0002	.0002	.0785	.0000	.0002	.0002	.0751	.0000	.0004	.0004	.0714	.0000	.0007	.0007
2	.1397	.0000	.0003	.0003	.1385	.0001	.0003	.0003	.1475	.0000	.0008	.0008	.1482	.0000	.0014	.0014
3	.1821	.0002	.0005	.0004	.1820	.0002	.0006	.0004	.1961	.0000	.0010	.0010	.1990	.0000	.0017	.0017
4	.1835	.0001	.0005	.0003	.1839	.0001	.0005	.0004	.1953	.0000	.0009	.0009	.1970	.0000	.0015	.0015

ตารางที่ 4.12.2 (ต่อ)

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
5	.1507	.0000	.0003	.0003	.1502	.0000	.0003	.0003	.1551	.0000	.0007	.0007	.1535	.0000	.0011	.0011
6	.1050	.0000	.0002	.0002	.1045	.0000	.0002	.0002	.1057	.0000	.0005	.0005	.1038	.0000	.0008	.0008
7	.0632	.0000	.0002	.0002	.0632	.0000	.0002	.0002	.0606	.0000	.0003	.0003	.0580	.0000	.0005	.0005
8	.0334	.0000	.0001	.0001	.0337	.0000	.0001	.0001	.0306	.0000	.0002	.0002	.0287	.0000	.0003	.0003
9	.0162	.0000	.0001	.0001	.0165	.0000	.0001	.0001	.0146	.0000	.0001	.0001	.0137	.0000	.0001	.0001
10	.0071	.0000	.0000	.0000	.0072	.0000	.0000	.0000	.0061	.0000	.0000	.0000	.0056	.0000	.0000	.0000
11	.0025	.0000	.0000	.0000	.0026	.0000	.0000	.0000	.0019	.0000	.0000	.0000	.0017	.0000	.0000	.0000
12	.0006	.0000	.0000	.0000	.0006	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
13	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
14	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000
15	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	.9927	.0006	.0027*	.0021	.9923	.0006	.0028	.0022	1.0123	.0000	.0050	.0050	1.0000	.0000	.0084	.0083

จากตารางที่ 4.12.1 และตารางที่ 4.12.2 พบว่าการประมาณฟังก์ชันความน่าจะเป็นของประชากรที่มีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 4$ และ $n = 100$ วิธีที่เหมาะสมคือวิธีเคอร์เนล มี K_2 เป็นฟังก์ชันเคอร์เนล และพบว่าถ้าใช้ความกว้าง h_1 ได้ค่า $MSSE(\hat{f})$ ต่ำสุดคือ 0.0027* โดยความกว้าง h_2 ให้ค่า $MSSE(\hat{f})$ เป็น 0.0028

ตารางที่ 4.13.1 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 5$ และ $n = 30$

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.0106	.0000	.0002	.0002	.0111	.0000	.0002	.0002	.0147	.0001	.0012	.0011	.0073	.0000	.0003	.0003
1	.0422	.0001	.0008	.0008	.0420	.0001	.0008	.0007	.0747	.0017	.0057	.0040	.0373	.0000	.0010	.0010
2	.0908	.0000	.0016	.0016	.0913	.0001	.0015	.0015	.1617	.0060	.0145	.0085	.0808	.0000	.0021	.0021
3	.1546	.0002	.0029	.0027	.1533	.0002	.0029	.0027	.2927	.0232	.0384	.0152	.1463	.0000	.0038	.0038
4	.1898	.0002	.0033	.0031	.1909	.0002	.0038	.0035	.3527	.0314	.0489	.0175	.1763	.0000	.0044	.0044
5	.1868	.0001	.0026	.0025	.1888	.0002	.0033	.0031	.3500	.0305	.0459	.0154	.1750	.0000	.0039	.0039
6	.1572	.0001	.0029	.0027	.1583	.0001	.0030	.0028	.2890	.0204	.0358	.0154	.1445	.0000	.0039	.0039
7	.1137	.0001	.0025	.0024	.1121	.0001	.0025	.0025	.2093	.0110	.0240	.0130	.1047	.0000	.0033	.0033
8	.0719	.0000	.0018	.0017	.0717	.0000	.0017	.0017	.1310	.0043	.0130	.0087	.0655	.0000	.0022	.0022
9	.0368	.0000	.0008	.0008	.0378	.0000	.0007	.0007	.0627	.0007	.0049	.0042	.0313	.0000	.0011	.0010
10	.0190	.0000	.0004	.0004	.0190	.0000	.0004	.0004	.0340	.0003	.0024	.0021	.0170	.0000	.0005	.0005
11	.0101	.0000	.0002	.0002	.0102	.0000	.0002	.0002	.0177	.0001	.0011	.0010	.0088	.0000	.0003	.0002
12	.0038	.0000	.0001	.0001	.0037	.0000	.0001	.0001	.0057	.0000	.0004	.0003	.0028	.0000	.0001	.0001
13	.0015	.0000	.0000	.0000	.0016	.0000	.0000	.0000	.0023	.0000	.0002	.0002	.0012	.0000	.0000	.0000
14	.0007	.0000	.0000	.0000	.0006	.0000	.0005	.0000	.0013	.0000	.0001	.0001	.0007	.0000	.0000	.0000
15	.0003	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0003	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000

ตารางที่ 4.13.1 (ต่อ)

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
16	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0002	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000
17	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	1.0901	.0009	.0200	.0190	1.0928	.0010	.0211	.0202	2.0000	.1295	.2364	.1069	1.0000	.0001	.0268	.0267

ตารางที่ 4.13.2 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอ $\lambda = 5$ และ $n = 30$

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.0199	.0002	.0003	.0001	.0203	.0002	.0003	.0001	.0099	.0000	.0002	.0002	.0073	.0000	.0003	.0003
1	.0472	.0002	.0004	.0002	.0473	.0002	.0004	.0002	.0393	.0000	.0007	.0006	.0373	.0000	.0010	.0010
2	.0873	.0000	.0004	.0004	.0866	.0000	.0004	.0004	.0844	.0000	.0013	.0013	.0808	.0000	.0021	.0021
3	.1292	.0001	.0007	.0006	.1282	.0001	.0008	.0006	.1446	.0000	.0024	.0024	.1463	.0000	.0038	.0038
4	.1561	.0004	.0010	.0006	.1565	.0004	.0011	.0007	.1755	.0000	.0026	.0026	.1763	.0000	.0044	.0044
5	.1576	.0003	.0008	.0005	.1592	.0003	.0009	.0006	.1743	.0000	.0022	.0022	.1750	.0000	.0039	.0039

ตารางที่ 4.13.2 (ต่อ)

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
6	.1371	.0001	.0006	.0005	.1370	.0001	.0006	.0006	.1456	.0000	.0023	.0023	.1445	.0000	.0039	.0039
7	.1040	.0000	.0005	.0005	.1024	.0000	.0005	.0005	.1062	.0000	.0020	.0020	.1047	.0000	.0033	.0033
8	.0695	.0000	.0004	.0004	.0683	.0000	.0004	.0004	.0670	.0000	.0014	.0014	.0655	.0000	.0022	.0022
9	.0411	.0000	.0003	.0002	.0414	.0000	.0003	.0002	.0339	.0000	.0006	.0006	.0313	.0000	.0011	.0010
10	.0221	.0000	.0002	.0001	.0228	.0000	.0002	.0001	.0179	.0000	.0003	.0003	.0170	.0000	.0005	.0005
11	.0113	.0000	.0001	.0001	.0117	.0000	.0001	.0001	.0092	.0000	.0002	.0002	.0088	.0000	.0003	.0002
12	.0054	.0000	.0000	.0000	.0056	.0000	.0000	.0000	.0033	.0000	.0001	.0001	.0028	.0000	.0001	.0001
13	.0024	.0000	.0000	.0000	.0025	.0000	.0000	.0000	.0013	.0000	.0000	.0000	.0012	.0000	.0000	.0000
14	.0010	.0000	.0000	.0000	.0010	.0000	.0000	.0000	.0007	.0000	.0000	.0000	.0007	.0000	.0000	.0000
15	.0004	.0000	.0000	.0000	.0004	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000
16	.0002	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000
17	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	.9919	.0013	.0056*	.0042	.9915	.0013	.0059	.0046	1.0136	.0001	.0162	.0161	1.0000	.0001	.0268	.0267

จากตารางที่ 4.13.1 และตารางที่ 4.13.2 พบว่าการประมาณฟังก์ชันความน่าจะเป็นของประชากรที่มีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 5$ และ $n = 30$ วิธีที่เหมาะสมคือวิธีเคอร์เนล มี K_2 เป็นฟังก์ชันเคอร์เนล และพบว่าถ้าใช้ความกว้าง h_1 ได้ค่า $MSSE(\hat{f})$ ต่ำสุดคือ 0.0056* โดยความกว้าง h_2 ให้ค่า $MSSE(\hat{f})$ เป็น 0.0059

ตารางที่ 4.14.1 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอ $\lambda = 5$ และ $n = 50$

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.0091	.0000	.0002	.0002	.0096	.0000	.0002	.0002	.0146	.0001	.0008	.0007	.0073	.0000	.0002	.0002
1	.0384	.0000	.0006	.0005	.0393	.0000	.0006	.0005	.0696	.0013	.0036	.0023	.0348	.0000	.0006	.0006
2	.0893	.0000	.0011	.0011	.0915	.0001	.0011	.0010	.1650	.0065	.0113	.0048	.0825	.0000	.0012	.0012
3	.1522	.0001	.0020	.0018	.1539	.0002	.0019	.0017	.2890	.0221	.0300	.0179	.1445	.0000	.0020	.0020
4	.1892	.0002	.0025	.0020	.1942	.0004	.0033	.0030	.3564	.0327	.0431	.0104	.1782	.0000	.0026	.0026
5	.1883	.0002	.0027	.0026	.1929	.0003	.0036	.0033	.3538	.0318	.0420	.0102	.1769	.0000	.0026	.0026
6	.1513	.0000	.0022	.0022	.1559	.0001	.0021	.0020	.2842	.0190	.0279	.0088	.1421	.0000	.0022	.0022
7	.1113	.0000	.0018	.0017	.1116	.0001	.0017	.0017	.2078	.0107	.0187	.0080	.1039	.0000	.0020	.0020
8	.0699	.0000	.0010	.0010	.0716	.0000	.0010	.0010	.1294	.0041	.0086	.0045	.0647	.0000	.0011	.0011
9	.0387	.0000	.0006	.0006	.0404	.0000	.0006	.0006	.0718	.0013	.0038	.0025	.0359	.0000	.0006	.0006
10	.0181	.0000	.0003	.0003	.0181	.0000	.0003	.0003	.0320	.0002	.0013	.0012	.0160	.0000	.0003	.0003
11	.0090	.0000	.0001	.0001	.0094	.0000	.0001	.0001	.0166	.0001	.0007	.0006	.0083	.0000	.0002	.0002
12	.0031	.0000	.0000	.0000	.0031	.0000	.0000	.0000	.0048	.0000	.0002	.0002	.0024	.0000	.0000	.0000
13	.0014	.0000	.0000	.0000	.0014	.0000	.0000	.0000	.0024	.0000	.0001	.0001	.0012	.0000	.0000	.0000
14	.0008	.0000	.0000	.0000	.0007	.0000	.0000	.0000	.0014	.0000	.0001	.0001	.0007	.0000	.0000	.0000
15	.0004	.0000	.0000	.0000	.0004	.0000	.0000	.0000	.0006	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000

ตารางที่ 4.14.1 (ต่อ)

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
16	.0003	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000	.0006	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000
17	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	1.0707	.0006	.0150	.0144	1.0945	.0011	.0166	.0155	2.0000	.1299	.1923	.0624	1.0000	.0001	.0157	.0156

ตารางที่ 4.14.2 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 5$ และ $n = 50$

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.0176	.0001	.0002	.0001	.0179	.0001	.0002	.0001	.0096	.0000	.0001	.0001	.0073	.0000	.0002	.0002
1	.0451	.0001	.0003	.0001	.0453	.0001	.0003	.0001	.0375	.0000	.0004	.0004	.0348	.0000	.0006	.0006
2	.0869	.0000	.0002	.0002	.0865	.0000	.0002	.0002	.0852	.0000	.0007	.0007	.0825	.0000	.0012	.0012
3	.1312	.0001	.0004	.0004	.1303	.0001	.0005	.0004	.1435	.0000	.0012	.0012	.1445	.0000	.0020	.0020
4	.1599	.0002	.0007	.0004	.1601	.0002	.0008	.0005	.1769	.0000	.0015	.0015	.1782	.0000	.0026	.0026

ตารางที่ 4.14.2 (ต่อ)

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
5	.1610	.0002	.0007	.0004	.1620	.0002	.0007	.0005	.1758	.0000	.0015	.0015	.1769	.0000	.0026	.0026
6	.1378	.0001	.0004	.0004	.1377	.0001	.0005	.0004	.1438	.0000	.0013	.0013	.1421	.0000	.0022	.0022
7	.1036	.0000	.0003	.0003	.1024	.0000	.0003	.0003	.1053	.0000	.0012	.0012	.1039	.0000	.0020	.0020
8	.0693	.0000	.0002	.0002	.0688	.0000	.0002	.0002	.0668	.0000	.0007	.0007	.0647	.0000	.0011	.0011
9	.0410	.0000	.0002	.0002	.0414	.0000	.0002	.0002	.0374	.0000	.0004	.0004	.0359	.0000	.0006	.0006
10	.0216	.0000	.0001	.0001	.0220	.0000	.0001	.0001	.0176	.0000	.0002	.0002	.0160	.0000	.0003	.0003
11	.0105	.0000	.0001	.0000	.0107	.0000	.0001	.0000	.0086	.0000	.0001	.0001	.0083	.0000	.0002	.0002
12	.0047	.0000	.0000	.0000	.0049	.0000	.0000	.0000	.0029	.0000	.0000	.0000	.0024	.0000	.0000	.0000
13	.0020	.0000	.0000	.0000	.0021	.0000	.0000	.0000	.0013	.0000	.0000	.0000	.0012	.0000	.0000	.0000
14	.0009	.0000	.0000	.0000	.0009	.0000	.0000	.0000	.0007	.0000	.0000	.0000	.0007	.0000	.0000	.0000
15	.0005	.0000	.0000	.0000	.0005	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000
16	.0002	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000
17	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	.9940	.0009	.0039*	.0029	.9937	.0009	.0041	.0032	1.0136	.0000	.0094	.0094	1.0000	.0001	.0157	.0156

จากตารางที่ 4.14.1 และตารางที่ 4.14.2 พบว่าการประมาณฟังก์ชันความน่าจะเป็นของประชากรที่มีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 5$ และ $n = 50$ วิธีที่เหมาะสมคือวิธีเคอร์เนล มี K_2 เป็นฟังก์ชันเคอร์เนล และพบว่าถ้าใช้ความกว้าง h_1 ได้ค่า $MSSE(\hat{f})$ ต่ำสุดคือ 0.0039* โดยความกว้าง h_2 ให้ค่า $MSSE(\hat{f})$ เป็น 0.0041

ตารางที่ 4.15.1 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ $\hat{f}$ เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอ-
$\lambda = 5$ และ $n = 100$

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.0078	.0000	.0001	.0001	.0082	.0000	.0001	.0001	.0143	.0001	.0004	.0003	.0071	.0000	.0001	.0001
1	.0364	.0000	.0003	.0003	.0369	.0000	.0003	.0003	.0671	.0011	.0023	.0011	.0336	.0000	.0003	.0003
2	.0888	.0000	.0008	.0007	.0897	.0000	.0007	.0007	.1629	.0062	.0087	.0025	.0815	.0000	.0006	.0006
3	.1576	.0003	.0017	.0014	.1578	.0003	.0015	.0012	.2897	.0223	.0266	.0043	.1449	.0000	.0011	.0011
4	.1934	.0003	.0019	.0016	.1961	.0004	.0024	.0020	.3546	.0321	.0366	.0045	.1773	.0000	.0011	.0011
5	.1946	.0004	.0022	.0018	.1965	.0004	.0025	.0021	.3559	.0326	.0371	.0046	.1779	.0000	.0011	.0011
6	.1583	.0001	.0016	.0015	.1605	.0002	.0018	.0016	.2901	.0207	.0251	.0044	.1450	.0000	.0011	.0011
7	.1132	.0001	.0012	.0011	.1130	.0001	.0010	.0009	.2079	.0107	.0142	.0035	.1040	.0000	.0009	.0009
8	.0699	.0000	.0007	.0007	.0703	.0000	.0006	.0006	.1285	.0040	.0064	.0024	.0643	.0000	.0006	.0006
9	.0381	.0000	.0004	.0004	.0389	.0000	.0004	.0004	.0707	.0012	.0025	.0013	.0354	.0000	.0003	.0003
10	.0179	.0000	.0001	.0001	.0182	.0000	.0002	.0002	.0331	.0002	.0008	.0005	.0165	.0000	.0001	.0001
11	.0082	.0000	.0001	.0001	.0085	.0000	.0001	.0001	.0154	.0001	.0003	.0003	.0077	.0000	.0001	.0001
12	.0028	.0000	.0000	.0000	.0029	.0000	.0000	.0000	.0052	.0000	.0001	.0001	.0026	.0000	.0000	.0000
13	.0013	.0000	.0000	.0000	.0014	.0000	.0000	.0000	.0025	.0000	.0000	.0000	.0013	.0000	.0000	.0000
14	.0008	.0000	.0000	.0000	.0008	.0000	.0000	.0000	.0015	.0000	.0000	.0000	.0007	.0000	.0000	.0000
15	.0002	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000

ตารางที่ 4.15.1 (ต่อ)

x	K_1h_1				K_1h_2				K_1h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
16	.0002	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000
17	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	1.0894	.0013	.0110	.0098	1.1000	.0015	.0117	.0102	2.0000	.1312	.1612	.0300	1.0000	.0000	.0075	.0075

ตารางที่ 4.15.2 แสดงค่าคาดหวัง (ค่าเอียงเฉ)^2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ f เมื่อประชากรมีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 5$ และ $n = 100$

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
0	.0150	.0001	.0001	.0000	.0153	.0001	.0001	.0000	.0093	.0000	.0001	.0001	.0071	.0000	.0001	.0001
1	.0422	.0001	.0002	.0001	.0425	.0001	.0002	.0001	.0364	.0000	.0002	.0002	.0336	.0000	.0003	.0003
2	.0860	.0000	.0002	.0001	.0858	.0000	.0001	.0001	.1843	.0000	.0004	.0004	.0815	.0000	.0006	.0006
3	.1336	.0000	.0003	.0002	.1329	.0001	.0003	.0002	.1436	.0000	.0006	.0006	.1449	.0000	.0011	.0011
4	.1637	.0001	.0004	.0002	.1638	.0001	.0004	.0003	.1764	.0000	.0007	.0007	.1773	.0000	.0011	.0011

ตารางที่ 4.15.2 (ต่อ)

x	K_2h_1				K_2h_2				K_2h_3				rel.f			
	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.	$E\hat{f}(x)$	$(Bias)^2$	MSE	Var.
5	.1651	.0001	.0004	.0002	.1654	.0000	.0004	.0003	.1769	.0000	.0007	.0007	.1779	.0000	.0011	.0011
6	.1408	.0000	.0003	.0002	.1409	.0000	.0003	.0002	.1462	.0000	.0007	.0007	.1450	.0000	.0011	.0011
7	.1044	.0000	.0002	.0002	.1037	.0000	.0002	.0002	.1056	.0000	.0005	.0007	.1040	.0000	.0009	.0009
8	.0683	.0000	.0002	.0002	.0680	.0000	.0002	.0002	.0663	.0000	.0004	.0004	.0643	.0000	.0006	.0006
9	.0396	.0000	.0001	.0001	.0399	.0000	.0001	.0001	.0370	.0000	.0002	.0002	.0354	.0000	.0003	.0003
10	.0205	.0000	.0001	.0000	.0238	.0000	.0001	.0001	.0179	.0000	.0001	.0001	.0165	.0000	.0001	.0001
11	.0097	.0000	.0000	.0000	.0098	.0000	.0000	.0000	.0082	.0000	.0000	.0000	.0077	.0000	.0001	.0001
12	.0041	.0000	.0000	.0000	.0042	.0000	.0000	.0000	.0030	.0000	.0000	.0000	.0026	.0000	.0000	.0000
13	.0018	.0000	.0000	.0000	.0018	.0000	.0000	.0000	.0014	.0000	.0000	.0000	.0013	.0000	.0000	.0000
14	.0008	.0000	.0000	.0000	.0008	.0000	.0000	.0000	.0008	.0000	.0000	.0000	.0007	.0000	.0000	.0000
15	.0003	.0000	.0000	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000
16	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0000
17	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ผลรวม	.9961	.0005	.0022*	.0017	.9959	.0005	.0023	.0018	1.0136	.0000	.0046	.0045	1.0000	.0000	.0075	.0075

จากตารางที่ 4.15.1 และตารางที่ 4.15.2 พบว่าการประมาณฟังก์ชันความน่าจะเป็นของประชากรที่มีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ $\lambda = 5$ และ $n = 100$ วิธีที่เหมาะสมคือวิธีเคอร์เนล มี K_2 เป็นฟังก์ชันเคอร์เนล และพบว่าถ้าใช้ความกว้าง h_1 ได้ค่า $MSSE(\hat{f})$ ต่ำสุดคือ 0.0022* โดยความกว้าง h_2 ให้ค่า $MSSE(\hat{f})$ เป็น 0.0023

จากตาราง 4.1.1, 4.1.2, 4.2.1, ..., 4.15.2 พบว่า วิธีการประมาณฟังก์ชันความน่าจะเป็นของการแจกแจงปัวส์ซงโดยวิธีเคอร์เนล ดีกว่าวิธีประมาณโดยหาความถี่สัมพัทธ์ รูปแบบการประมาณขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ λ คือถ้า λ เป็น 1 ใช้ K_2 ซึ่งเป็นฟังก์ชันความหนาแน่นปกติมาตรฐานเป็นฟังก์ชันเคอร์เนล และใช้ h_3 เท่ากับ 0.5 เป็นความกว้าง ส่วน λ เท่ากับ 2 3 4 และ 5 ฟังก์ชันเคอร์เนลยังคงเป็น K_2 แต่ความกว้างเป็น h_1 ซึ่งเท่ากับ $1.06\sigma n^{-(1/5)}$ เป็นความกว้าง

ผู้วิจัยได้ทำการทดลองรวบรวมข้อมูลจริง คือรวบรวมข้อมูลของจำนวนเซลล์ที่มีสารอัลคาลอยด์ในใบหญ้าเกล็ดปลา ใช้กลุ่มตัวอย่างขนาด 30 50 และ 100 และทำการคำนวณ λ ซึ่งได้จากค่าเฉลี่ยของจำนวนเซลล์ที่มีสารอัลคาลอยด์ ได้ผลดังนี้ (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ก)

<u>ตารางที่ 4.16.1</u> แสดงผลการประมาณค่า $\hat{\lambda}$ ของข้อมูลจริง

ขนาดกลุ่มตัวอย่าง	30	50	100
$\hat{\lambda}$	0.5	0.76	0.74

ใช้ข้อมูลตัวอย่างดังกล่าวทดสอบภาวะสารูปดีที่ $\alpha = 0.05$ ได้ผลดังนี้

<u>ตารางที่ 4.16.2</u> แสดงผลการทดสอบภาวะสารูปดีของข้อมูลจริง

$\hat{\lambda}$	ค่าสถิติทดสอบ	องศาอิสระ	ค่า x^2 จากตาราง
0.5	0.04839	2	5.991
0.74	2.83138	3	7.815
0.76	5.32557	3	7.815

จากตารางที่ 4.16.2 สรุปได้ว่าข้อมูลตัวอย่างซึ่งรวบรวมได้ เป็นตัวอย่างของประชากรที่มีการแจกแจงปัวส์ซงพารามิเตอร์ λ เป็น 0.5 0.74 และ 0.76 แต่การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยศึกษาการประมาณการแจกแจงปัวส์ซงด้วยวิธีเคอร์เนลเมื่อพารามิเตอร์ λ เป็น 1 2 3 4 และ 5 กรณีที่ λ น้อยกว่า 1 ไม่ได้ศึกษา ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้ทำการศึกษาเพิ่มเติมเมื่อ $\lambda = 0.5$ และ $\lambda = 0.75$ ผลการวิจัยพบว่า ถ้า $\lambda = 0.5$ รูปแบบการประมาณฟังก์ชันความน่าจะเป็นที่ให้ค่า MSSE ต่ำสุดคือ วิธีหาความถี่สัมพัทธ์ ไม่ว่าขนาดกลุ่มตัวอย่างจะเป็น 30 50 หรือ 100 ก็ตาม ส่วน $\lambda = 0.75$ วิธีที่เหมาะสมคือวิธีเคอร์เนล และมี K_2 ซึ่งเป็นฟังก์ชันความหนาแน่นปกติมาตรฐานเป็นฟังก์ชันเคอร์เนล และมี h_3 เท่ากับ 0.5 เป็นความกว้าง โดยไม่ขึ้นกับขนาดของกลุ่มตัวอย่างเช่นกัน ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้ผลที่ได้ดังกล่าวประมาณฟังก์ชันความน่าจะเป็นของจำนวนเซลล์ที่มีสารอัลคาลอยด์ในใบหญ้าเกล็ดปลา ผลการประมาณแสดงด้วยตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.16.3 แสดงผลการประมาณฟังก์ชันความน่าจะเป็นของจำนวนเซลล์ที่มีสารอัลคาลอยด์ในใบหญ้าเกล็ดปลา

$\hat{\lambda}$ = 0.50		$\hat{\lambda}$ = 0.74		$\hat{\lambda}$ = 0.76	
x	$\hat{f}(x)$	x	$\hat{f}(x)$	x	$\hat{f}(x)$
0	.6000	0	.4553	0	.5047
1	.3000	1	.3085	1	.2649
2	.1000	2	.1246	2	.0942
3	.0000	3	.0450	3	.0428
4	.0000	4	.0123	4	.0203
5	.0000	5	.0022	5	.0022
6	.0000	6	.0080	6	.0000
7	.0000	7	.0011	7	.0000
8	.0000	8	.0000	8	.0000
ผลรวม	1.0000	ผลรวม	.9569	ผลรวม	.9291