บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะได้กล่าวถึงโครงสร้างการทำงานเบื้องต้นและสมรรถนะการทำงานของอุปกรณ์เอทีเอ็มมัลติคาสต์สวิตช์

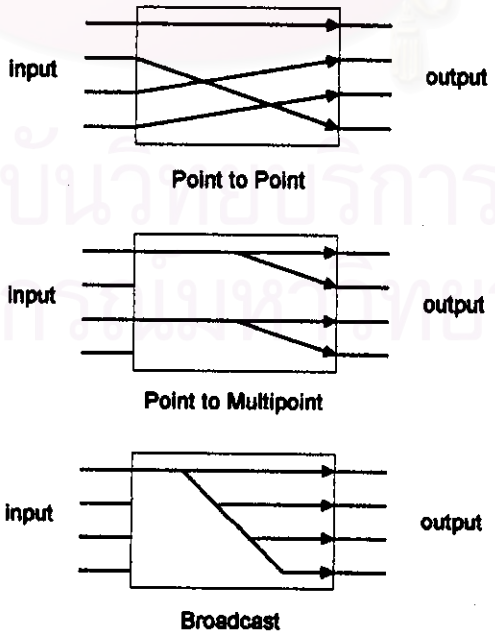
2.1 เอทีเอ็มมัลติคาสต์สวิตช์

เนื่องจากรูปแบบของการส่งผ่านข้อมูลสามารถจำแนกได้ 3 ลักษณะตามรูปที่ 2.1 คือ

1. ยูนิคาสต์ (unicast) คือการส่งข้อมูลจากต้นทางหนึ่งไปยังปลายทางหนึ่ง (point to point) ซึ่งเป็นรูปแบบที่คุ้นเคยกันดี เช่น การส่ง E-mail เป็นต้น

2. มัลติคาสต์ (multicast) คือการส่งข้อมูลจากต้นทางหนึ่งไปยังกลุ่มปลายทาง (point to multipoint) ดังตัวอย่างเช่น การประชุมทางจอภาพ (teleconferencing) ซึ่งข้อมูล, เสียง และภาพของผู้ประชุม (ต้นทาง) คนหนึ่งจะต้องถูกส่งไปยังผู้เข้าร่วมประชุม (กลุ่มปลายทาง) พร้อมกัน

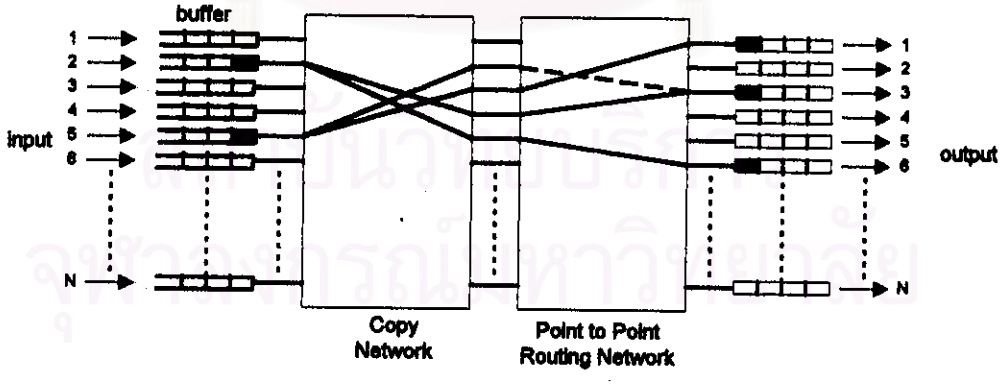
3. บรอดคาสต์ (broadcast) คือการกระจายข้อมูลจากต้นทางหนึ่งไปยังปลายทางทุกปลายทางในโครงข่ายการสื่อสารนั้นๆ เช่นการแพร่ภาพสัญญาณโทรทัศน์ เป็นต้น



รูปที่ 2.1 รูปแบบของการส่งผ่านข้อมูล

แนวความคิดในการส่งผ่านข้อมูลแบบมัลติคาสต์นั้นมีมาตั้งแต่มนุษย์เริ่มรู้จักการติดต่อสื่อสารกันแล้ว แต่ในอดีตนั้นเทคนิคในการส่งผ่านข้อมูลแบบนี้จะกระทำโดยให้ผู้ส่งทำสำเนาข้อมูลเท่ากับจำนวนปลายทางที่ต้องการแล้วส่งข้อมูลเหล่านี้ผ่านโครงข่ายสื่อสารออกไปทีละปลายทางจนครบ หรืออาจจะใช้วิธีการสร้างเส้นทางที่แน่นอนจากผู้ส่งและกลุ่มของผู้รับขึ้นมาในคราวเดียวกันจากนั้นผู้ส่งก็จะส่งข้อมูลออกไปยังกลุ่มของผู้รับผ่านเส้นทางที่สร้างขึ้นนี้ ซึ่งอาจจะพบได้ในโครงข่ายสื่อสารบางประเภท แต่เมื่อเทคนิคการส่งผ่านข้อมูลแบบ ATM (Asynchronous Transfer Mode) และเอทีเอ็มสวิตช์ (ATM switch) ได้ถูกพัฒนาขึ้นมาทำให้การส่งผ่านข้อมูลแบบมัลติคาสต์ผ่านเอทีเอ็มสวิตช์ด้วยวิธีการเดิมนั้นก็ยังสามารถกระทำได้ แต่ความสามารถของการส่งผ่านข้อมูลแบบ ATM นี้สามารถส่งผ่านข้อมูลแบบมัลติคาสต์ได้ดีกว่าการใช้วิธีการเดิมโดยการทำสำเนาข้อมูลที่ตัวสวิตช์ ซึ่งจะทำให้การส่งผ่านข้อมูลแบบมัลติคาสต์มีประสิทธิภาพสูงสุด

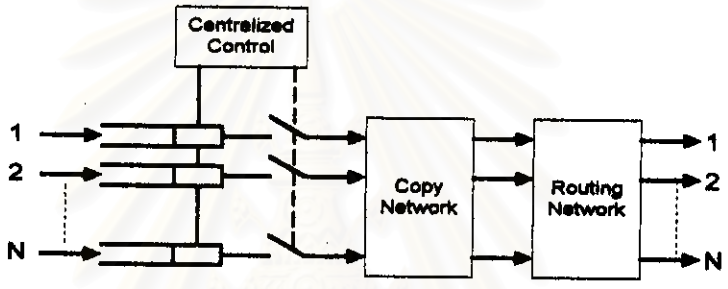
ในช่วงเวลาที่ผ่านมาได้มีผู้นำเสนอมัลติคาสต์สวิตช์สำหรับใช้ส่งผ่านกลุ่มข้อมูล (multicast packet switch) หลายแบบ ซึ่งเอทีเอ็มมัลติคาสต์สวิตช์ (ATM multicast switch) ก็เป็นอุปกรณ์ดังกล่าวชนิดหนึ่งและเป็นเอทีเอ็มสวิตช์ที่มีโครงสร้างภายในเหมาะสมสำหรับการส่งผ่านกลุ่มข้อมูลที่เรียกว่าเซลล์ (cell) แบบมัลติคาสต์ ภาพโดยรวมแล้วเอทีเอ็มมัลติคาสต์สวิตช์จะประกอบด้วยโครงข่ายทำสำเนา (copy network) และโครงข่ายการสร้างเส้นทางและส่งข้อมูลแบบจุดต่อจุด (point to point routing network) ซึ่งทั้งสองโครงข่ายมักจะเป็นชนิดไม่ติดขัดภายใน (nonblocking) ตามรูปที่ 2.2 โดยโครงข่ายแรกมีหน้าที่ทำสำเนาเซลล์ข้อมูลตามจำนวนปลายทางที่ต้องการส่ง อีกโครงข่ายทำหน้าที่สร้างเส้นทางของเซลล์ข้อมูลที่ได้จากโครงข่ายแรกแล้วส่งไปยังปลายทาง



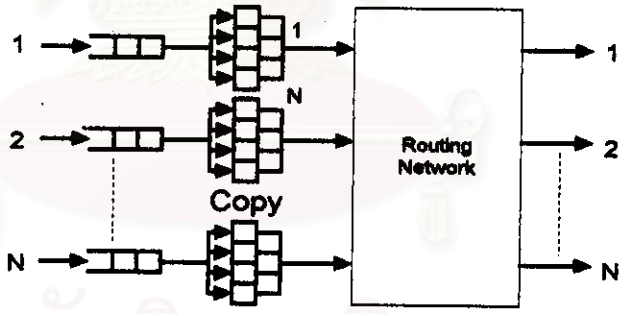
รูปที่ 2.2 สถาปัตยกรรมของเอทีเอ็มมัลติคาสต์สวิตช์

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

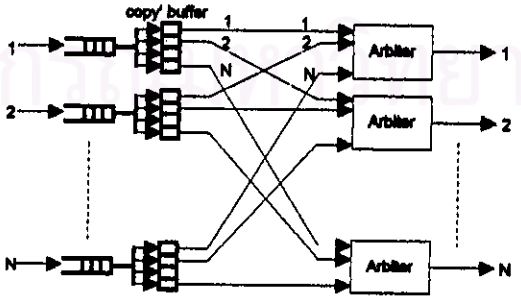
เนื่องจากโครงข่ายทำสำเนาที่ทำหน้าที่สร้างสำเนาเซลล์ข้อมูลให้เท่ากับจำนวนปลายทางที่กำหนดไว้ด้วยค่าแฟนเอาต์ (fanout) ซึ่งเป็นค่าที่ใช้บอกจำนวนปลายทางที่ต้องการส่งไป ดังนั้นการให้บริการหัวแถวคอย หรือ HOL (Head Of Line) ของโครงข่ายทำสำเนานั้นจะมี 2 วิธีที่สำคัญ [1]-[3] ตามรูปที่ 2.3 วิธีแรกเป็นการให้บริการเซลล์ข้อมูลที่หัวแถวคอยในรอบเวลาเดียว (OS : one-shot scheduling) กล่าวคือเมื่อเซลล์ข้อมูลที่หัวแถวคอยได้ถูกเลือกที่จะได้รับการให้บริการในรอบเวลานั้นแล้วตัวโครงข่ายทำสำเนาจะทำการสร้างสำเนาเซลล์ข้อมูลเท่ากับจำนวนปลายทางแล้วส่งไปยังปลายทางในรอบเวลานั้นทั้งหมด ซึ่งทำให้โอกาสที่สำเนาของเซลล์ข้อมูลที่มาจากต้นทางที่ต่างกันจะแย่งกันออกที่ปลายทางเดียวกันมีมาก จากเหตุนี้เองโอกาสที่สำเนาของเซลล์ข้อมูลนั้นอาจติดขัด (blocking) อยู่ภายในตัวสวิตช์จึงมีมากหรืออาจทำให้สำเนาของเซลล์ข้อมูลนั้นสูญหาย (loss) ไปเลยและจะมีผลต่ออัตราการส่งผ่านเซลล์ข้อมูล (throughput) อย่างแน่นอน



(ก) วิธี OS

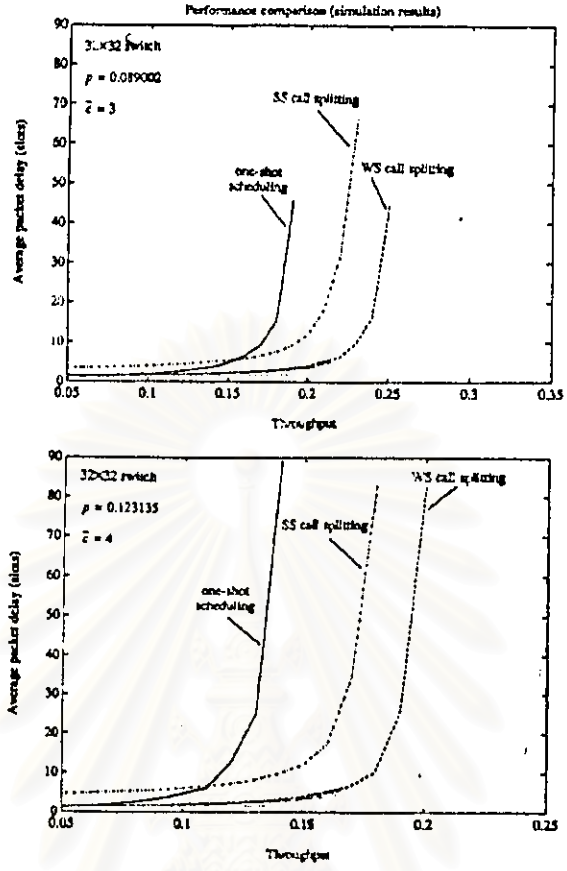


(ข) วิธี SS call splitting



(ค) วิธี WS call splitting

รูปที่ 2.3 การให้บริการหัวแถวคอยวิธีต่างๆ



รูปที่ 2.4 เปรียบเทียบผลการให้บริการหัวแถวคอยวิธีต่างๆ จากการจำลองการทำงานที่ 10^6 รอบเวลา

การให้บริการหัวแถวคอยอีกวิธีคือการให้บริการแบบแบ่งแยกการให้บริการตามสภาพปลายทาง (call splitting) โดยเมื่อเซลล์ข้อมูลมาอยู่ที่หัวแถวคอยสวิตช์จะทำการตรวจดูว่าสำเนาของเซลล์ข้อมูลนั้นจะมีปลายทางที่ใดบ้างและถ้ามีปลายทางใดว่างอยู่ในรอบเวลานั้นตัวโครงข่ายทำสำเนาก็จะแยกทำสำเนาให้เฉพาะปลายทางที่ว่างอยู่และส่งผ่านสวิตช์ออกไป ดังนั้นเซลล์ข้อมูลต้นทางหนึ่งอาจจะใช้หลายรอบเวลาในการส่งผ่านสำเนาเซลล์ของข้อมูลไปจนครบทุกปลายทาง แต่ก็เป็นการประกันว่าจะไม่เกิดการแย่งกันออกที่ปลายทางเดียวกันในรอบเวลาเดียวกันได้ ทำให้อัตราการส่งผ่านข้อมูลมีค่าสูงกว่าวิธีแรก นอกจากนี้ค่าการหน่วงทางเวลา (delay time) เมื่อเซลล์ข้อมูลเดินทางผ่านสวิตช์ก็มีค่าต่ำกว่า ในวิธีหลังนี้ยังสามารถแบ่งลักษณะการแบ่งแยกการให้บริการหัวแถวคอยได้อีก 2 ลักษณะคือการให้บริการหัวแถวคอยแบบแบ่งแยกโดยกำหนดให้สามารถส่งผ่านสำเนาเซลล์ข้อมูลไปได้สูงสุดไม่เกินหนึ่งสำเนาเซลล์ข้อมูลต่อหนึ่งรอบเวลา (SS : strict-sense call splitting) และการให้บริการหัวแถวคอยแบบแบ่งแยกโดยไม่กำหนดจำนวนปลายทางสูงสุดแต่สามารถส่งผ่านสำเนาของเซลล์ข้อมูลไปได้ตามสภาพการว่างของปลายทาง (WS : wide-sense call splitting) แต่ทั้งนี้ต้องขึ้นกับลักษณะของลำดับการให้บริการด้วย ตามรูปที่ 2.3 (ข) และ (ค) ตามลำดับ

ในรูปที่ 2.4 จะแสดงผลการเปรียบเทียบจากการจำลองการทำงานของเอทีเอ็มมัลติคาสต์สวิตช์เมื่อให้บริการหัวแถวคอยด้วยวิธีต่างๆ กันที่กระทำโดย Xing Chen และ J. F. Hayes [3] โดยที่สวิตช์มีขนาด 32 x 32 พอร์ต ขณะที่ p คือค่าความน่าจะเป็นที่จะมีเซลล์ข้อมูลในแต่ละรอบเวลาต่อพอร์ต ส่วน c คือค่าเฉลี่ยของจำนวนแฟนเอาต์ปลายทาง ผลการจำลองที่ได้นั้นมาจากการจำลองการทำงานประมาณ 10^6 รอบเวลาและกำหนดให้ทราฟฟิกของเซลล์ข้อมูลที่เข้ามาเป็นกระบวนการแบบเบอร์นูลี่ (Bernoulli) จากรูปจะเห็นได้ว่าเมื่อการให้บริการหัวแถวคอยเป็นแบบ WS จะทำให้เวลาที่เซลล์ข้อมูลใช้ในการเดินทางผ่านสวิตช์นั้นมีค่าน้อยที่สุดและมีอัตราการส่งผ่านที่สูงที่สุดอีกด้วย

2.2 สมรรถนะการทำงาน

เนื่องจากประสิทธิภาพในการให้บริการหัวแถวคอยวิธี WS ที่ดีกว่าวิธีอื่นๆ นั้น ดังนั้นในการสรุปการวิเคราะห์สมรรถนะการทำงานจึงพิจารณาเฉพาะเอทีเอ็มมัลติคาสต์สวิตช์ที่มีการให้บริการหัวแถวคอยด้วยวิธี WS แบบ FCFS (First Come First Serve) เท่านั้น

J. F. Hayes และคณะ [4] ได้ทำการวิเคราะห์หาค่าการหน่วงทางเวลาของเซลล์ข้อมูลที่เดินทางผ่านสวิตช์ โดยสวิตช์ที่ทำการวิเคราะห์จะเป็นแบบการให้บริการหัวแถวคอยแบบสุ่ม (random HOL service) โดยกำหนดให้ทราฟฟิกขาเข้าของแต่ละเซลล์ข้อมูลเป็นแบบอิสระซึ่งกันและกันหรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือเซลล์ข้อมูลแต่เซลล์จะไม่มีสหสัมพันธ์ต่อกัน (uncorrelated) และแต่ละสำเนาของเซลล์ข้อมูลมีความต้องการออกไปยังปลายทางใดๆ โดยมีการกระจายแบบเท่าเทียมกัน (uniform) ต่อมา J. Y. Hui และ T. Renner [5] ได้ทำการวิเคราะห์หาสมรรถนะการทำงานโดยรวมของเอทีเอ็มมัลติคาสต์สวิตช์ โดยใช้วิธีการวิเคราะห์แถวคอย (queue) เป็นแบบ M/G/1 และกำหนดให้เซลล์ข้อมูลที่เข้ามามีกระบวนการเป็นแบบปัวส์ซอง (Poisson process) และกำหนดให้อัตราการให้บริการเซลล์ข้อมูลปลายทางมีค่าคงที่จึงทำให้ได้ผลการวิเคราะห์ในส่วนของการให้บริการหัวแถวคอยด้านขาเข้าเป็นแบบ M/D/1 และทำการเปรียบเทียบกับการจำลองการทำงานของตัวเอทีเอ็มมัลติคาสต์สวิตช์ที่มีลักษณะการทำงานแตกต่างกัน 7 แบบ ซึ่งปรากฏผลว่าวิธีการแบบ FCFS input & HOL with fanout splitting (แบบ WS) ให้สมรรถนะโดยรวมดีที่สุด โดยมีค่าใกล้เคียงกับผลการวิเคราะห์มากที่สุด

โดยที่ J. Y. Hui และ T. Renner กำหนดให้เซลล์ข้อมูลที่เข้ามายังแถวคอยด้านขาเข้ามีกระบวนการเข้ามายังแถวคอยเป็นแบบปัวส์ซอง และมีความต้องการสร้างสำเนาเซลล์ข้อมูลมีค่าเป็น F สำเนา โดยกำหนด r_f คือค่าความน่าจะเป็นที่ $F = f$ เมื่อ f คือจำนวนปลายทางที่แน่นอนสำหรับแต่ละเซลล์ข้อมูลที่ต้องการออกไปยังปลายทาง เราเรียก f นี้ว่าค่าแฟนเอาต์ (fanout) เริ่มต้นของเซลล์ข้อมูลซึ่งมีค่าใดๆ สำหรับการให้บริการที่หัวแถวคอยแบบ WS นั้นจะมีการกั้นให้เซลล์ข้อมูลรอคอยที่หัวแถวคอยไปเรื่อยๆ จนกว่าจะให้บริการครบทุกสำเนาเซลล์ข้อมูล ดังนั้นจึงมี R สำเนาเซลล์ข้อมูลที่ยังไม่ได้ถูกสร้างขึ้นมาและรอคอย

การให้บริการในรอบเวลาถัดไป ซึ่ง $R \leq f$ เสมอ ค่า f นี้จะกำหนดให้มีค่าการกระจายสำหรับความต้องการที่จะออกไปยังปลายทางใดๆ จากจำนวนทั้งหมด N ปลายทางเป็นแบบเท่าเทียมกันสำหรับทุกสำเนาเซลล์ข้อมูล และกำหนดให้ขนาดของสวิตช์มีขนาดใหญ่มากๆ เมื่อเทียบกับค่าเฉลี่ยของจำนวนสำเนาเซลล์ข้อมูลที่เซลล์ข้อมูลแต่ละเซลล์ต้องการจะสร้างขึ้นมา และขนาดของบัฟเฟอร์หรือแถวคอยด้านขาเข้ามีขนาดไม่จำกัด ในขณะเดียวกันเซลล์ข้อมูลที่เข้ามาจะมีความเป็นอิสระต่อกันกล่าวคือแต่ละเซลล์ข้อมูลมีความน่าจะเป็นในการสร้างสำเนาและต้องการออกไปยังปลายทางใดๆ โดยไม่ขึ้นกับเซลล์ข้อมูลที่เข้ามาก่อนหน้า ถ้าอัตราการเข้ามายังสวิตช์เฉลี่ยของเซลล์ข้อมูลต่อหนึ่งพอร์ตต่อรอบเวลาหรือค่าความน่าจะเป็นที่รอบเวลาใดๆ มีเซลล์ข้อมูลเข้ามาเป็น λ_{input} เราจะได้อัตราที่เซลล์ข้อมูลออกจากสวิตช์เป็น λ คือ

$$\lambda = E[F].\lambda_{input} \quad ; E[F] = \sum_{f=0}^{\infty} f r_f \tag{2-1}$$

จากสมการที่ (2-1) ทำให้สามารถหาอัตราที่เซลล์ข้อมูลออกจากสวิตช์สูงสุดได้เมื่อพารามิเตอร์ต่างๆ ของสวิตช์และเซลล์ข้อมูลที่เข้ามามีค่าต่างๆ กันไป

กำหนดให้ q คือความน่าจะเป็นที่หัวแถวคอยใดๆ ได้รับการให้บริการในแต่ละรอบเวลา และ N_j คือจำนวนของหัวแถวคอยใดๆ ที่มีสำเนาเซลล์ข้อมูลต้องการออกไปยังปลายทาง j ในรอบเวลานั้นๆ เพราะฉะนั้นในรอบเวลาถัดไปจะมีจำนวนของหัวแถวคอยใดๆ ที่มีสำเนาเซลล์ข้อมูลที่ยังต้องการออกไปยังปลายทาง j เป็น N_j' คือ

$$N_j' = N_j - \mathcal{E}(N_j) + A_j \tag{2-2}$$

เมื่อ $\mathcal{E}(x) = 1$ ถ้า $x > 0$ และมีค่าเป็น 0 เมื่อ x มีค่าอื่นๆ ในกรณีนี้หมายความว่าหัวแถวคอยที่มีสำเนาเซลล์ข้อมูลที่มีความต้องการออกไปยังปลายทาง j ใดๆ จะได้รับการให้บริการได้อย่างมากที่สุดไม่เกินหนึ่งหัวแถวคอยในรอบเวลานั้น สำหรับ A_j คือจำนวนของหัวแถวคอยใดๆ ที่มีสำเนาเซลล์ข้อมูลต้องการออกไปยังปลายทาง j ใดๆ ที่เกิดขึ้นใหม่ในรอบเวลานี้ จากรูปที่ 2.2 สมมติพอร์ตปลายทางพอร์ตที่ 3 คือพอร์ต j ใดๆ และหัวแถวคอยของแถวคอยหรือบัฟเฟอร์ด้านขาเข้าของพอร์ตที่ 2 และ 5 มีสำเนาเซลล์ข้อมูลที่ต้องการออกไปยังพอร์ต 3 เพราะฉะนั้น $N_3 = 2$ แต่สวิตช์สามารถให้บริการกับหัวแถวคอยได้เพียงหนึ่งหัวแถวคอยเท่านั้นขึ้นอยู่กับว่าหัวแถวคอยไหนมาก่อนจะทำให้ได้ $\mathcal{E}(N_3) = 1$ ส่วนหัวแถวคอยที่เหลือก็ต้องรอรับการให้บริการในรอบเวลาถัดไป และถ้าสมมติให้ในรอบเวลาถัดไปไม่มีหัวแถวคอยใดๆ ที่มีสำเนาเซลล์ข้อมูลที่ต้องการออกไปยังพอร์ต 3 เพิ่มเข้ามาอีกจึงทำให้ $A_3 = 0$ และทำให้ได้ในรอบเวลาถัดไปจะมีจำนวนของหัวแถวคอยใดๆ ที่มีสำเนาเซลล์ข้อมูลที่ยังต้องการออกไปยังปลายทาง 3 คือ $N_3' = 1$

ค่าความน่าจะเป็นที่หัวแถวคอยที่มีสำเนาเซลล์ข้อมูลต้องการออกไปยังปลายทาง j ได้ถูกให้บริการ คือ $1/N_j$ โดยที่ในแต่ละรอบเวลาจะมีจำนวนของสำเนาเซลล์ข้อมูลที่อยู่ในหัวแถวคอยที่ต้องการออกไปยังปลายทางรวมเป็น $\sum_j N_j$ สำเนา แต่มี $\sum_j \mathcal{E}(N_j)$ สำเนาเซลล์ข้อมูลที่ได้รับการให้บริการเท่านั้น ดังนั้นความน่าจะเป็นที่หัวแถวคอยใดๆ ได้รับการให้บริการในแต่ละรอบเวลาจะมีค่าดังนี้

$$\bar{q} = \frac{\sum_{j=1}^{N} \mathcal{E}(N_j)}{\sum_{j=1}^{N} N_j} \tag{2-3}$$

และถ้า N มีค่าเข้าใกล้อนันต์สามารถเขียนสมการที่ (2-3) ใหม่เป็น

$$\bar{q} \rightarrow \frac{E[\mathcal{E}(N_j)]}{E[N_j]} \tag{2-4}$$

เนื่องจาก N มีค่าเข้าใกล้อนันต์และจากสมการที่ (2-2) นั้นจะทำให้ $E[N_j'] = E[N_j]$ ที่สภาวะคงตัว (steady state) และเนื่องจาก A_j มีฟังก์ชั่นความหนาแน่นหรือ pdf (probability density function) เป็นแบบปัวส์ซอง ดังนั้นค่าเฉลี่ยของ A_j คือ $E[A_j] = \lambda$ มีค่าความแปรปรวนคือ $E[A_j^2] - E[A_j]^2 = \lambda$ และนำสมการที่ (2-2) มาหาค่า expectation แล้วจะได้

$$E[\mathcal{E}(N_j)] = E[A_j] = \lambda \tag{2-5}$$

ซึ่ง λ ในสมการที่ (2-5) แสดงให้เห็นว่าอัตราเฉลี่ยที่เซลล์ข้อมูลเข้าไปยังหัวแถวคอยจะเท่ากับอัตราเฉลี่ยที่เซลล์ข้อมูลจะได้รับการให้บริการหรือจะออกจากสวิตช์นั่นเอง จากสมการที่ (2-2) ทำการยกกำลังสองทั้งสองข้างและทำการหาค่า expectation โดยที่ค่าของ $E[N_j'^2] = E[N_j^2]$, $\mathcal{E}^2(N_j) = \mathcal{E}(N_j)$, $N_j\mathcal{E}(N_j) = N_j$, และแทน $E[\mathcal{E}(N_j)]$ ด้วย $E[A_j]$ จัดเรียงสมการใหม่จะได้สมการที่อยู่ในรูปของสูตรการหาค่าเฉลี่ยของแถวคอยแบบ M/G/1 ของ Pollaczek-Khinchin เมื่อค่าความแปรปรวนของเวลาที่ให้บริการเป็นศูนย์ ดังนี้

$$E[N_j] = \frac{E[A_j](2 - E[A_j])}{2(1 - E[A_j])} \tag{2-6}$$

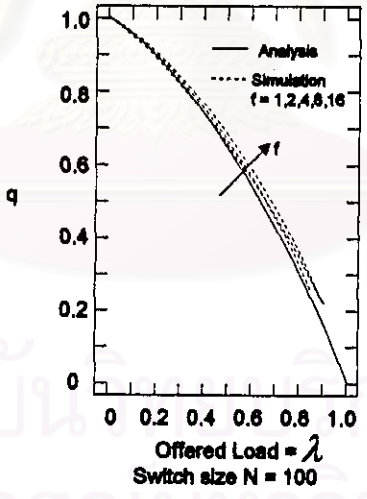
และแทนค่า $E[A_j] = \lambda$ จะได้ $E[N_j]$ ที่อยู่ในรูปของค่าเฉลี่ยแถวคอยแบบ M/D/1 ดังนี้

$$E[N_j] = \frac{\lambda(2-\lambda)}{2(1-\lambda)} \qquad (2\text{-}7)$$

จากสมการที่ (2-4), (2-5) และ (2-7) จะได้ค่าความน่าจะเป็นที่หัวแถวคอยใดๆ ได้รับการให้บริการในแต่ละรอบเวลาคือ

$$\bar{q} = \frac{2(1-\lambda)}{2-\lambda} \qquad (2\text{-}8)$$

สมการที่ (2-8) ที่ได้นี้จะเป็นจริงสำหรับทุกๆ ค่าแฟนเอาต์และทุกๆ วิธีการในการสร้างสำเนาเซลล์ข้อมูลแบบแบ่งแยกสร้างสำเนา ในรูปที่ 2.5 เป็นการเปรียบเทียบผลการคำนวณที่ได้กับผลการจำลองการทำงานเพื่อแสดงให้เห็นค่า $\bar{q}$ เมื่อ λ มีค่าต่างๆ กัน เมื่อ N = 1000 จะทำให้ผลที่ได้มีค่าใกล้เคียงกับผลการคำนวณมาก แต่ที่เห็นในรูปนั้น N มีค่าเท่ากับ 100 ซึ่งก็เพียงพอที่จะเห็นผลดังกล่าวได้



รูปที่ 2.5 เปรียบเทียบค่า $\bar{q}$ ที่ได้จากการคำนวณกับการจำลองการทำงาน

จากค่า $\bar{q}$ ที่ได้เราสามารถนำมาหาค่าพารามิเตอร์อื่นได้โดยกำหนด $q = \bar{q}$ สำหรับรอบเวลาการทำงานใดๆ ดังนั้นความน่าจะเป็นที่หัวแถวคอยหนึ่งได้รับการให้บริการในรอบเวลาการทำงานที่ $U = u$ เป็นแบบเรขาคณิตคือ

$$P_U(u) = q(1-q)^{u-1} \quad ; \quad u \geq 1 \qquad (2\text{-}9)$$

เพราะฉะนั้น

$$P_U(U > u) = \sum_{k=u+1}^{\infty} q(1-q)^{k-1} = (1-q)^u \qquad (2\text{-}10)$$

กำหนด U_l คือตัวแปรสุ่มของจำนวนรอบเวลาการทำงานก่อนที่สำเนาเซลล์ข้อมูลอันดับที่ l จะได้รับการให้บริการ โดยที่ $1 \le l \le F$ ดังนั้นเซลล์ข้อมูลที่ได้รับการให้บริการหลังจากผ่านไป X รอบเวลา เมื่อ

$$X = \max_{1 \le l \le F} (U_l) \qquad (2\text{-}11)$$

พิจารณาค่าความน่าจะเป็นที่หัวแถวคอยจะได้รับการให้บริการเมื่อ $F = f$ และ U_l มีค่าตลอดช่วง $1 \le l \le F$ จะได้

$$P_X(X \le x | F = f) = \prod_{l=1}^{f} P_{Ul}(U_l \le x) = [1-(1-q)^x]^f \qquad (2\text{-}12)$$

และ

$$P_X(X = x | F = f) = P_X(X \le x | F = f) - P_X(X \le x-1 | F = f) \qquad (2\text{-}13)$$

$$= [1-(1-q)^x]^f - [1-(1-q)^{x-1}]^f \qquad (2\text{-}14)$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นในการให้บริการหัวแถวคอยใดๆ จนครบทุกสำเนาในช่วง x รอบเวลาคือ

$$P_X(X = x) = \sum_f r_f P_X(X = x | F = f) \qquad (2\text{-}15)$$

และจะได้ค่าเฉลี่ยของเวลาของการให้บริการหัวแถวคอยใดๆ จนครบทุกสำเนาคือ

$$E[X] = \sum_f r_f \sum_{x=0}^{\infty} x\left([1-(1-q)^x]^f - [1-(1-q)^{x-1}]^f\right) \qquad (2\text{-}16)$$

โดยใช้อนุกรมแบบทวินามแทนเทอมที่อยู่ในวงเล็บและเปลี่ยน x เป็น k จะได้

$$E[X] = \sum_f r_f \sum_{k=1}^{f} \binom{f}{k} \frac{(-1)^{k+1}}{1-(1-q)^k} \qquad (2\text{-}17)$$

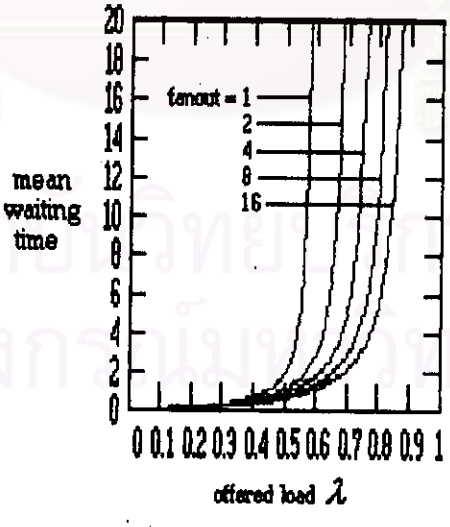
และกำลังสองของสมการที่ (2-17) อยู่ในรูปสมการดังนี้

$$E[X(X-1)] = \sum_f r_f \sum_{k=1}^{f} \binom{f}{k} (-1)^{k+1} \frac{2(1-q)^k}{(1-(1-q)^k)^2} \qquad (2\text{-}18)$$

กำหนดให้ T คือเวลารวมระหว่างเวลาที่เซลล์ข้อมูลรออยู่ในแถวคอย, หัวแถวคอยและเวลาที่ได้รับการให้บริการจนครบทุกลำเนาข้อมูลของเซลล์นั้น ดังนั้นค่าเฉลี่ยของการหน่วงเวลาในการส่งเซลล์ข้อมูลผ่านสวิตช์คือ $E[T]$ สำหรับเซลล์ข้อมูลที่เข้ามาเป็นแบบเบอร์นูลี่ (Bernoulli) และได้รับการบริการด้วยระยะเวลาเท่ากับเวลาในหนึ่งรอบเวลา โดยใช้สูตรการหาค่าเฉลี่ยของ Pollaczek-Khinchin ได้ดังนี้

$$E[T] = E[U] + \frac{\lambda_{input} E[X(X-1)]}{2(1-\lambda_{input} E[X])} \qquad (2\text{-}19)$$

ซึ่งค่าเฉลี่ยการรอคอยที่หัวแถวคอยก่อนได้รับการให้บริการคือ $E[U] = 1/q$ ส่วนค่า $E[X]$ และ $E[X(X-1)]$ นั้นจะมีค่าตามสมการที่ (2-17) และ (2-18) ตามลำดับ สำหรับ λ_{input} เราสามารถเขียนได้ในรูปของ λ ได้ตามสมการที่ (2-1) โดยที่ $q = 2(1-\lambda)/(2-\lambda)$ ในรูปที่ 2.6 จะแสดงกราฟของค่าเฉลี่ยการรอคอย $E[W] = E[T] - 1$ กับ λ โดยที่แฟนเอาต์มีค่าต่างๆ กันตั้งแต่ 1, 2, 4, 8 และ 16



รูปที่ 2.6 แสดงค่าเฉลี่ยการรอคอย $E[W]$ กับ λ ที่ได้จากการคำนวณ

ในการหาอัตราที่เซลล์ข้อมูลออกมามีค่าสูงสุดนั้นจะกำหนดให้ค่าเฉลี่ยของการหน่วงเวลาในการส่งเซลล์ข้อมูลผ่านสวิตช์มีค่าเป็นอนันต์และจากสมการที่ (2-19) จะได้

$$1 = \lambda_{input}. E[X] \tag{2-20}$$

แทน λ_{input} ด้วยสมการที่ (2-1) ,แทน $E[X]$ ด้วยสมการที่ (2-20) และแทน $E[F] = f$ จะได้

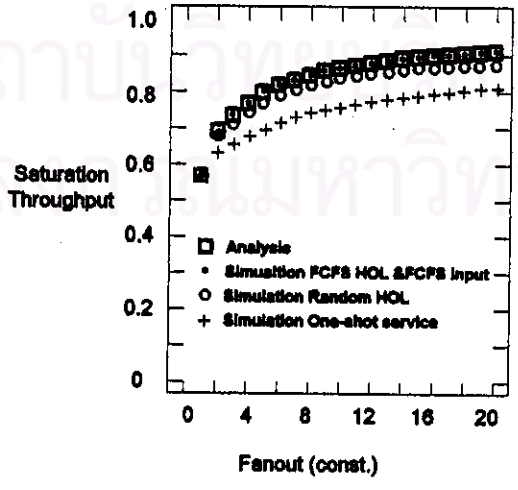
$$f = \lambda. E[X] = \lambda \sum \binom{f}{k} \frac{(-1)^{k+1}}{1-(1-q)^k} \tag{2-21}$$

จากสมการที่ (2-21) นี้ถ้าแทนค่า q ด้วยสมการที่ (2-8) ก็สามารถหาค่าอัตราที่เซลล์ข้อมูลออกจากสวิตช์มีค่าสูงสุดได้ ซึ่งจะมีค่าต่างๆ ตามค่าแฟนเอาต์ดังนี้

f	1	2	4	8	16
λ	0.59	0.69	0.78	0.86	0.90

ในรูปที่ 2.7 แสดงค่าอัตราที่เซลล์ข้อมูลออกจากสวิตช์มีค่าสูงสุด โดยเป็นค่าที่ได้จากการวิเคราะห์เปรียบเทียบกับการจำลองการทำงาน เมื่อสวิตช์มีวิธีการให้บริการหัวแถวคอยแบบต่างๆ กัน

จะเห็นได้ว่าเมื่อสวิตช์มีการให้บริการแบบ FCFS HOL และแบบ FCFS input service นั้นจะมีค่านี้สูงกว่าวิธีอื่นๆ และมีค่าใกล้เคียงกับผลที่ได้จากการคำนวณมากที่สุด



รูปที่ 2.7 เปรียบเทียบค่าอัตราที่เซลล์ข้อมูลออกจากสวิตช์มีค่าสูงสุด λ เมื่อสวิตช์ทำงานแบบต่างๆ

ในบทต่อไปจะได้กล่าวถึงการวิเคราะห์หาสมรรถนะการทำงานของเอทีเอ็มมัลติคาสต์สวิตช์เมื่อเซลล์ข้อมูลที่เข้ามามีทราฟฟิกที่เป็นแบบเบิรสต์ (burst) ปะปนกับเซลล์ข้อมูลแบบที่ไม่มีสหสัมพันธ์ระหว่างกัน (uncorrelated) โดยที่ทุกๆ เซลล์ข้อมูลและสำเนาของเซลล์ข้อมูลมีค่าการกระจายของความต้องการที่จะออกไปยังปลายทางแบบเท่าเทียมกัน โดยใช้วิธีการวิเคราะห์ตัวสวิตช์เป็นแถวคอยแบบ G/D/1 แล้วกำหนดลักษณะทราฟฟิกของเซลล์ข้อมูลที่เข้ามาด้วยกระบวนการแบบ MMPP ทำให้ได้ผลการวิเคราะห์ในตอนท้ายเป็นแบบ MMPP/D/1 ซึ่งจะเป็นการแก้ปัญหาของการศึกษาวิจัยที่กระทำโดย J. Y. Hui และ T. Renner [5] ที่สามารถหาสมรรถนะการทำงานของเอทีเอ็มมัลติคาสต์สวิตช์เมื่อเซลล์ข้อมูลขาเข้ามีทราฟฟิกเป็นแบบที่ไม่มีสหสัมพันธ์ต่อกันระหว่างเซลล์ข้อมูล โดยที่ทุกๆ เซลล์ข้อมูลและสำเนาของเซลล์ข้อมูลมีค่าการกระจายของความต้องการที่จะออกไปยังปลายทางแบบเท่าเทียมกันเท่านั้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย