

## บทที่ 2 แนวทางการศึกษา

การศึกษาที่เกี่ยวกับขนาดและความถี่น้ำท่วมที่ศึกษากันโดยทั่วไป ใช้อนุกรมข้อมูลสองชนิด คือ ข้อมูลอนุกรมสูงสุดรายปี (Annual Maximum Series, AMS) และข้อมูลอนุกรมสูงสุดบางส่วน (Partial Duration Series, PDS) โดยข้อมูล PDS ไม่ใช่อนุกรมการแจกแจงความถี่ที่แท้จริง เพราะขนาดน้ำท่วมแต่ละค่าไม่ได้กำหนดโดยตรงในเทอมของช่วงเวลาการเกิด แต่กำหนดในเทอมของขนาดน้ำท่วมอย่างเดียวกัน ดังนั้น รูปร่างของการแจกแจงความถี่ของข้อมูล PDS จะขึ้นอยู่กับค่าน้ำท่วมฐานที่เลือกใช้

ในส่วนของกรณีวิเคราะห์ข้อมูล สามารถแบ่งออกเป็นหัวข้อต่าง ๆ ได้ดังนี้

### 2.1 การตรวจสอบความเป็นอิสระของข้อมูล

การตรวจสอบความเป็นอิสระของข้อมูลตรวจสอบเฉพาะกับข้อมูล PDS เท่านั้นเนื่องจากข้อมูล AMS ที่นำมาพิจารณาเป็นค่าสูงสุดซึ่งมีเพียงหนึ่งค่าต่อหนึ่งปีเท่านั้น ซึ่งแต่ละค่าไม่มีความสัมพันธ์ต่อกัน แต่สำหรับการใช้ข้อมูล PDS ในการวิเคราะห์นั้น จำนวนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในปีหนึ่ง ๆ อาจมีมากกว่าหนึ่งค่าโดยค่าที่นำมาพิจารณาต้องเป็นอิสระต่อกันและความเป็นอิสระของข้อมูลนั้นจะขึ้นกับการเลือกค่าน้ำท่วมฐาน ในการศึกษาครั้งนี้ เลือกตรวจสอบความเป็นอิสระของข้อมูลที่ระดับความเชื่อมั่น 50% และ 75% กล่าวคือ กรณีที่เกิดปริมาณน้ำท่วมที่เท่ากับหรือมากกว่าค่าน้ำท่วมฐานติดต่อกันหลายค่า ค่าที่อยู่ตรงกลางระหว่างปริมาณน้ำท่วมทั้งสองค่าต้องมีค่าน้อยกว่า 50% และ 75% ของค่าที่ต่ำกว่าระหว่างปริมาณน้ำท่วมทั้งสองค่านั้น ตามลำดับ

### 2.2 การแจกแจงความน่าจะเป็น

ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability Density Function) เป็นฟังก์ชันทางสถิติที่แสดงถึงความน่าจะเป็นของการเกิดค่าต่าง ๆ ของตัวแปรสุ่ม (Random Variable) โดยการเลือกฟังก์ชันการแจกแจงให้เหมาะสมกับชุดข้อมูลอุทกวิทยา คุณสมบัติต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับโอกาสความน่าจะเป็นถูกสรุปย่อให้เหลือเพียงฟังก์ชันและพารามิเตอร์ของฟังก์ชันเท่านั้น การประมาณ

ค่าพารามิเตอร์หรือการเลือกฟังก์ชันการแจกแจงที่เหมาะสมทำโดยวิธีโมเมนต์ (Moment Method, MM) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Method, ML)

ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของน้ำท่วมของข้อมูล AMS พิจารณาเลือกใช้การแจกแจงแบบ Gumbel สำหรับข้อมูล PDS แยกการพิจารณาออกเป็น 2 กรณี คือ การแจกแจงสำหรับขนาดน้ำท่วมและจำนวนเหตุการณ์การเกิดน้ำท่วมโดยเฉลี่ยที่เกิดขึ้นโดยเลือกการแจกแจงแบบ Exponential และแบบ Poisson สำหรับแต่ละกรณีดังกล่าว ตามลำดับ

### 2.2.1 ฟังก์ชันการแจกแจงแบบ Gumbel

ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบ Gumbel หรือแบบ Double Exponential (หรือที่เรียกว่าแบบ General Extreme Value type I) คือ

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \exp \left\{ \frac{-(x-x_0)}{\alpha} - \left[ \exp \frac{-(x-x_0)}{\alpha} \right] \right\} \quad (2.1)$$

การประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธีโมเมนต์ จะได้

$$x_0 = \bar{x} - 0.45S_x \quad (2.2)$$

$$\alpha = 0.7797S_x \quad (2.3)$$

เมื่อ  $\bar{x}$  และ  $S_x$  คือ ค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานที่คำนวณได้จากข้อมูล ตามลำดับ

การประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด จะได้

$$\Delta x_0^{(k)} = (1.11P^{(k)} - 0.26R^{(k)}) \frac{\alpha^{(k)}}{N} \quad (2.4)$$

$$\Delta \alpha^{(k)} = (0.26P^{(k)} - 0.61R^{(k)}) \frac{\alpha^{(k)}}{N} \quad (2.5)$$

$$x_0^{(k+1)} = x_0^{(k)} + \Delta x_0^{(k)} \quad (2.6)$$

$$\alpha^{(k+1)} = \alpha^{(k)} + \Delta \alpha^{(k)} \quad (2.7)$$

เมื่อ 
$$P = N - \sum_{i=1}^N e^{-z_i} \quad (2.8)$$

$$R = N - \sum_{i=1}^N z_i + \sum_{i=1}^N z_i \cdot e^{-z_i} \quad (2.9)$$

ค่า  $x_0$  และ  $\alpha$  จะหาได้โดยวิธีการคำนวณซ้ำ (Iterative Procedure) ซึ่งมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. สมมติ  $x_0 = x_0^{(1)}$  และ  $\alpha_0 = \alpha_0^{(1)}$  จากนั้นคำนวณค่า  $z_i = \frac{x_i - x_0^{(i)}}{\alpha^{(i)}}$
2. คำนวณค่า  $P^{(i)}$  และ  $R^{(i)}$
3. คำนวณค่า  $\Delta x_0^{(i)}$  และ  $\Delta \alpha^{(i)}$
4. ตรวจสอบดูว่าค่าสัมบูรณ์ของ  $\Delta x_0^{(i)}$  และ  $\Delta \alpha^{(i)}$  มีค่าใกล้ 0 หรือไม่ ซึ่งถ้ามีค่าใกล้ 0 แสดงว่า  $x_0^{(i)}$  และ  $\alpha^{(i)}$  ที่สมมติไว้ถูกต้องแต่ถ้ามีค่ามากให้คำนวณหาค่า  $x_0^{(i+1)}$  และ  $\alpha_0^{(i+1)}$
5. ทำขั้นที่ 2 ถึง 4 ซ้ำจนกระทั่งได้ค่า  $x_0$  และ  $\alpha$  ที่ต้องการ

### 2.2.2 ฟังก์ชันการแจกแจงแบบ Poisson

การอธิบายคุณลักษณะทางสถิติของชุดข้อมูลอุทกวิทยาโดยการแจกแจงแบบ Poisson นี้ นิยมใช้กันบ่อยครั้งในการวิเคราะห์ทางอุทกวิทยา โดยเฉพาะอย่างยิ่ง สำหรับการเกิดเหตุการณ์ที่เป็นกรณีมากที่สุดหรือน้อยสุด (Extreme) หรือในกรณีของการเกิดเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้ยาก (Rare Event) ในลักษณะต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับเวลา

ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นแบบ Poisson คือ

$$f(x; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad ; x=0, 1, 2, \dots, \infty \quad (2.10)$$

เมื่อ  $x$  คือ จำนวนการเกิดเหตุการณ์ที่กำหนด

$f(x)$  คือ ความน่าจะเป็นของ  $x=0, 1, 2, \dots, \infty$

และ  $\lambda$  คือ ค่าพารามิเตอร์ ;  $\lambda > 0$

การวิเคราะห์ค่า  $\lambda$  ซึ่งเป็นค่าจำนวนเหตุการณ์เฉลี่ยต่อปี คำนวณได้จากอัตราจำนวนเหตุการณ์ที่มีค่ามากกว่าค่านี้ทั้งหมดที่เกิดขึ้นในแต่ละค่านี้ทั้งหมดฐานที่เลือกมาวิเคราะห์โดยหารด้วยจำนวนปีที่มีการเก็บรวบรวมข้อมูลของสถานีนั้น ๆ

$$\text{โดย} \quad \lambda = \frac{M}{N} \quad (2.11)$$

เมื่อ  $M$  คือ จำนวนเหตุการณ์ที่มีขนาดน้ำท่วมมากกว่าค่าน้ำท่วมฐานทั้งหมดที่เกิดขึ้น

$N$  คือ จำนวนปีที่มีการเก็บรวบรวมข้อมูล

### 2.2.3 ฟังก์ชันการแจกแจงแบบ Exponential

ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นแบบ Exponential คือ

$$f(x; \beta) = \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta} \quad (2.12)$$

โดยมีค่า  $\beta$  เป็นค่าพารามิเตอร์

การประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธีโมเมนต์และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ได้จากสมการ  
ดังนี้

$$\beta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (2.13)$$

เมื่อ  $X_i$  คือ ขนาดของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น  
ซึ่งเท่ากับค่าปริมาณน้ำท่วมที่นำมาพิจารณา  
ลบด้วยค่าน้ำท่วมฐานที่เลือกวิเคราะห์

$$= Q - Q_b$$

$Q$  คือ ปริมาณน้ำท่วมของแต่ละเหตุการณ์

$Q_b$  คือ ค่าน้ำท่วมฐาน (Base Flood)

เหตุผลในการเลือกฟังก์ชันความน่าจะเป็นทั้งสามแบบข้างต้น คือ เมื่อรวมฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบ Poisson และแบบ Exponential ซึ่งใช้อธิบายการแจกแจงของจำนวนเหตุการณ์และขนาดของเหตุการณ์โดยเฉลี่ย ซึ่งเป็นค่าพารามิเตอร์ของข้อมูล PDS ตามลำดับเข้าด้วยกันแล้วนั้น จะได้เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นแบบ Gumbel ซึ่งเลือกใช้เพื่ออธิบายลักษณะของข้อมูล AMS

โดยเงื่อนไขของการเลือกฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นทั้งสามแบบข้างต้นดังกล่าว คือ การแปรผันจำนวนเหตุการณ์ โดยไม่สนใจช่วงเวลาของการเกิดของแต่ละเหตุการณ์นั้น ๆ (Borgman ; 1963, Shane และ Lynn ; 1964, Bernier ; 1967, Todorovic และ Zelenhasic ; 1970) และให้จำนวนเหตุการณ์ของแต่ละปีเป็นตัวแปร random ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ  $\lambda$  การพิสูจน์สมการทั้งสามสามารถทำได้ดังนี้

กำหนดให้  $p_0, p_1, \dots, p_i$  เป็นค่าความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ที่มีค่ามากกว่าค่าน้ำท่วมฐานจำนวน  $0, 1, \dots, i$  เหตุการณ์ ตามลำดับ โดยเงื่อนไขของความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ที่มีความสัมพันธ์กัน 2 เหตุการณ์ (A และ B) คือ

$$P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B) \quad (2.14)$$

ถ้ามีจำนวนเหตุการณ์  $i$  เหตุการณ์ที่มีค่ามากกว่าค่าน้ำท่วมฐานในระยะเวลา 1 ปี โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ที่มีจำนวน  $r$  เหตุการณ์ คือ

$$P(r \text{ peaks} > q/i) = \binom{i}{r} (P(A/B))^r (1 - P(A/B))^{i-r} \quad \text{เมื่อ } r \leq i \quad (2.15)$$

โดยสมการดังกล่าวจะเป็นสมการความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (Conditional Probability) ของเหตุการณ์จำนวน  $i$  เหตุการณ์ที่มีค่ามากกว่าค่าน้ำท่วมฐาน

ส่วนสมการความน่าจะเป็นแบบไม่มีเงื่อนไข (Unconditional Probability) ของเหตุการณ์จำนวน  $R$  เหตุการณ์ที่มีค่ามากกว่าค่าน้ำท่วมฐานในระยะเวลา 1 ปี คือ

$$\begin{aligned} P(r \text{ peaks} > q) &= \sum_{i=r}^{\infty} P(r \text{ peaks} > q/i) \cdot p_i \\ &= \sum_{i=r}^{\infty} \binom{i}{r} (P(A/B))^r (1 - P(A/B))^{i-r} \cdot p_i \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} \binom{j+r}{r} (P(A/B))^r (1 - P(A/B))^j \cdot p_{j+r} \quad (2.16) \end{aligned}$$

จำนวนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นเป็นตัวแปร Poisson โดยสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$p_i = \frac{e^{-\lambda} \lambda^i}{i!} \quad (2.17)$$

โดยเงื่อนไขของสมการดังกล่าวข้างต้น คือ เหตุการณ์ที่มีค่ามากกว่าค่าน้ำท่วมฐานที่เกิดขึ้นต้องเกิดแบบกระจาย (scatter) ในช่วงเวลา 1 ปี

เมื่อแทนค่า  $p_{j,r}$  ในสมการ (2.15) จะได้

$$\begin{aligned} P(r \text{ peaks} > q) &= \sum_{j=0}^r \binom{j+r}{r} P(A/B)^r (1-P(A/B))^j \frac{e^{-\lambda} \lambda^{j+r}}{(j+r)!} \\ &= \frac{e^{-\lambda} \lambda^r}{r!} (P(A/B))^r \sum_{j=0}^r \frac{\lambda^j (1-P(A/B))^j}{j!} \\ &= \frac{e^{-\lambda} \lambda^r P(A/B)^r}{r!} e^{\lambda(1-P(A/B))} \\ &= \frac{e^{-\lambda P(A/B)} [\lambda P(A/B)]^r}{r!} \end{aligned} \quad (2.18)$$

ซึ่งสมการดังกล่าวแสดงถึงการแจกแจงจำนวนเหตุการณ์ที่มีค่ามากกว่าค่าน้ำท่วมฐาน โดยเป็นฟังก์ชันการแจกแจงแบบ Poisson ที่มีค่าพารามิเตอร์ คือ  $\lambda.P(A/B)$

ค่าปริมาณน้ำท่วมในรอบ T ปี สามารถหาได้โดยกำหนดให้ค่าปริมาณการไหลที่มีค่ามากกว่าค่าน้ำท่วมฐานเป็นตัวแปร และจากสมการ (2.18) จะได้ว่า จำนวนเหตุการณ์ที่มีค่ามากกว่าค่าน้ำท่วมฐานในช่วงเวลา 1 ปีเป็นตัวแปร Poisson ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ  $\lambda.P(A/B)$  และเมื่ออาศัยคุณสมบัติการถ่ายทอดจะได้ว่า ถ้ามีจำนวนเหตุการณ์ที่มีค่ามากกว่าค่าน้ำท่วมฐานในช่วงเวลา  $\lambda T$  เป็นตัวแปร Poisson แล้ว จะมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ  $\lambda T.P(A/B)$  ด้วยเช่นกัน

ในส่วนของ การแจกแจงข้อมูลอนุกรมสูงสุดรายปี จากสมการ (2.17) กรณี  $p_0 = e^{-\lambda}$  จะแสดงว่าไม่มีค่าปริมาณการไหลที่มีค่ามากกว่าค่าน้ำท่วมฐาน ซึ่งปริมาณการไหลรายปีที่มีความมากกว่าค่าน้ำท่วมฐานสามารถวิเคราะห์ได้จากสมการ (2.18) โดยฟังก์ชันสัดส่วนความน่าจะเป็นแบบไม่มีเงื่อนไข (Unconditional Proportional Probability) กรณีที่ไม่มีจำนวนเหตุการณ์ที่มีค่ามากกว่าค่าน้ำท่วมฐาน จะให้ค่า  $r = 0$  ดังสมการ

$$P(Q_{\max} \leq q) = P(\text{No peaks} > q) = e^{-\lambda.P(A/B)} \quad (2.19)$$

เขียนรูปสมการของ PR(A/B) ใหม่ จะได้

$$P(Q_{\max} \leq q) = e^{-\lambda[1 - P(Q \leq q / q \geq Q_0)]} \quad (2.20)$$

ถ้า  $F(.)$  เป็นฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบ Exponential จะได้

$$P(Q_{max} \leq q) = e^{-\lambda \cdot e^{-(q-q_0)/\beta}} \quad (2.21)$$

ซึ่งเป็นรูปสมการของฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบ Gumbel และจะได้ค่าปริมาณการไหลในรอบ  $T$  ปี คือ

$$Q(T) = \mu + \beta y \quad (2.22)$$

ถ้า  $Q(T) \geq q_0$  เมื่อ  $y(T) =$  Gumbel Standard Reduced Variate จะได้ค่าประมาณของ  $r$  คือ

$$y(T) \approx \ln(T - \frac{1}{2}) \quad (2.23)$$

และถ้า  $T \geq 5$  สมการ (2.22) จะเขียนใหม่ได้เป็น

$$\begin{aligned} Q(T) &\approx \mu + \beta \cdot \ln(T - \frac{1}{2}) \\ &= q_0 + \lambda \cdot \ln \lambda + \beta \cdot \ln(T - \frac{1}{2}) \end{aligned} \quad (2.24)$$

### 2.3 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคาบการเกิดซ้ำของข้อมูลอนุกรมสูงสุดรายปี และข้อมูลอนุกรมสูงสุดบางส่วน

ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคาบการเกิดซ้ำของข้อมูล AMS และ PDS สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการได้ดังนี้ (Linsley ; 1975)

$$T_p = \left[ -\ln \left( 1 - \frac{1}{T_a} \right) \right]^{-1} \quad (2.25)$$

เมื่อ  $T_a$  และ  $T_p$  เป็นค่าคาบการเกิดซ้ำของข้อมูล AMS และ PDS ตามลำดับ

### 2.4 การทดสอบความเหมาะสมของฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น

การทดสอบความเหมาะสมของฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น (Goodness of Fit Test of Probability Density Function) ว่าฟังก์ชันที่ประเมินเหมาะสมกับข้อมูลน้ำท่วมที่กำลังวิเคราะห์หรือไม่ มีวิธีที่นิยมใช้ 2 วิธี คือ การทดสอบแบบ Smirnov-Kolmogorov และการทดสอบแบบ Chi-Square ในการศึกษาปี ใช้การทดสอบด้วยวิธี Smirnov-Kolmogorov

การทดสอบแบบ Smirnov-Kolmogorov เป็นการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าความถี่ของข้อมูล (Empirical Frequency) ที่คำนวณได้จากสูตร Plotting Position และค่าโอกาสความน่าจะเป็นของเหตุการณ์เดียวกันที่คำนวณได้จากฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น (Cumulative Density Function) ที่เลือกไว้ ถ้าความแตกต่างที่มีค่ามากที่สุดมีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤตซึ่งกำหนดโดย Smirnov-Kolmogorov แสดงว่าฟังก์ชันที่เลือกและพารามิเตอร์ที่ประเมินเป็นที่ยอมรับได้ แต่ถ้าความแตกต่างมากที่สุดมีค่ามากกว่าค่าวิกฤตของ Smirnov-Kolmogorov แสดงว่าฟังก์ชันที่เลือกนั้นไม่เหมาะสมที่จะนำมาใช้อธิบายความน่าจะเป็นของเหตุการณ์การเกิดน้ำท่วม

สมมติให้  $F'(x)$  คือ ค่าความถี่ของข้อมูลน้ำท่วมที่คำนวณได้จากการเรียงข้อมูลน้ำท่วมจากน้อยไปหามาก ให้  $F(x)$  คือ ความน่าจะเป็นของข้อมูลน้ำท่วมที่คำนวณได้จากฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น และให้  $\Delta_{max}$  คือ ค่าความแตกต่างระหว่าง  $F'(x)$  และ  $F(x)$  ที่มีค่ามากที่สุด ซึ่งคำนวณได้จากสมการ

$$\Delta_{max} = |F'(x) - F(x)| \quad (2.26)$$

ค่า  $\Delta_{max}$  สามารถหาได้ง่ายและสะดวก โดยการวาดกราฟการแจกแจงความถี่ของข้อมูล (Empirical Frequency Distribution) เทียบกับกราฟการแจกแจงความน่าจะเป็น แล้วอ่านค่า  $\Delta_{max}$  จากกราฟ

กำหนดให้  $\Delta_{N,\alpha}$  คือ ค่าวิกฤตของ Smirnov-Kolmogorov ซึ่งขึ้นอยู่กับจำนวนข้อมูล ( $N$ ) และระดับนัยสำคัญ (Significance Level,  $\alpha$ ) ซึ่งปกติในการทดสอบจะใช้ค่า  $\alpha$  เท่ากับ 5%

เกณฑ์การทดสอบ คือ

1. ถ้า  $\Delta_{max} < \Delta_{N,\alpha}$  แสดงว่าสมมติฐานที่ว่าข้อมูลมีการแจกแจงความน่าจะเป็นตามฟังก์ชันและพารามิเตอร์ที่เลือกเป็นที่ยอมรับได้ ที่ระดับนัยสำคัญ  $\alpha$
2. ถ้า  $\Delta_{max} > \Delta_{N,\alpha}$  แสดงว่าสมมติฐานที่ว่าข้อมูลมีการแจกแจงความน่าจะเป็นตามฟังก์ชันและพารามิเตอร์ที่เลือกไม่เป็นที่ยอมรับ ที่ระดับนัยสำคัญ  $\alpha$





ตารางที่ 2.1 การเปรียบเทียบค่าความถี่ของการเกิดซ้ำของข้อมูล AMS และ PDS

Ta	1.02	1.25	1.50	2	5	10	25	100	500	1000
Tp	0.25	0.62	0.91	1.44	4.48	9.49	24.50	99.50	499.5	999.5

ตารางที่ 2.2 ค่าวิกฤตของวิธี Smirnov-Kolmogorov

N	$\alpha$			
	0.20	0.10	0.05	0.01
5	0.45	0.51	0.56	0.67
10	0.32	0.37	0.41	0.49
15	0.27	0.30	0.34	0.40
20	0.23	0.26	0.29	0.36
25	0.21	0.24	0.27	0.32
30	0.19	0.22	0.24	0.29
35	0.18	0.20	0.23	0.27
40	0.17	0.19	0.21	0.25
45	0.16	0.18	0.20	0.24
50	0.15	0.17	0.19	0.23
N > 50	$1.07/\sqrt{N}$	$1.22/\sqrt{N}$	$1.36/\sqrt{N}$	$1.63/\sqrt{N}$

## 2.5 การเลือกค่าน้ำท่วมฐาน

อนุกรมข้อมูล PDS เป็นอนุกรมที่ขึ้นกับค่าน้ำท่วมฐาน ซึ่งใช้ในการเลือกขนาดและจำนวนของข้อมูลในอนุกรม ค่าน้ำท่วมฐานที่ใช้กันทั่วไปสามารถกำหนดได้จากหลายวิธี โดยการศึกษาครั้งนี้เลือกพิจารณาค่าน้ำท่วมฐานจากวิธีต่าง ๆ ดังนี้ คือ

### 1. จากระดับน้ำและสภาพทางกายภาพของตลิ่งริมฝั่งแม่น้ำ

ค่าน้ำท่วมฐานในกรณีนี้ จะได้จากการสำรวจระดับน้ำหรือปริมาณการไหลที่ทำให้เกิดการล้นตลิ่ง กรณีนี้ถือว่าระดับน้ำหรือปริมาณการไหลดังกล่าวเป็นภาวะวิกฤตที่อาจทำให้เกิดภาวะน้ำท่วมขึ้นได้ จึงกำหนดค่าดังกล่าวเป็นค่าน้ำท่วมฐาน เพื่อใช้ในการเลือกขนาดและจำนวนของข้อมูล PDS

### 2. จากข้อมูล AMS ที่มีค่าปริมาณการไหลน้อยที่สุด

ค่าน้ำท่วมฐานในกรณีนี้ เป็นการเลือกค่าน้ำท่วมฐานจากข้อมูลปริมาณน้ำท่าสูงสุดรายปี (ข้อมูล AMS) ที่มีขนาดน้อยที่สุด เพื่อเป็นค่ากำหนดขนาดและจำนวนของข้อมูล PDS โดยในกรณีนี้สะดวกต่อการนำไปใช้ในการวิเคราะห์ เนื่องจากเมื่อทราบขนาดของข้อมูลปริมาณน้ำท่าสูงสุดรายปี ก็จะสามารถทราบถึงข้อมูล AMS ได้ และเลือกค่าน้ำท่วมฐานที่น้อยที่สุดจากข้อมูลดังกล่าวเป็นค่าน้ำท่วมฐาน

### 3. จากวิธี R-curve

ค่าน้ำท่วมฐานในกรณีนี้ เป็นการเลือกค่าน้ำท่วมฐานจากการวาดกราฟระหว่างค่าเฉลี่ยต่อค่าความแปรปรวนของผลต่างระหว่างค่าปริมาณการไหลกับค่าน้ำท่วมฐาน ( $Q-Q_b$ ) ต่อค่าน้ำท่วมฐานต่าง ๆ ( $Q_b$ ) (Ashkar, F. และ Rouselle, J. ; 1987) โดยสามารถสรุปเป็นขั้นตอนของการวิเคราะห์ได้ดังนี้

3.1 กำหนดค่าน้ำท่วมฐาน 1 ค่า จากนั้นเลือกค่าปริมาณการไหลจากข้อมูลปริมาณน้ำท่าสูงสุดรายวันของสถานีวัดน้ำท่าใด ๆ ที่มีขนาดมากกว่าค่าน้ำท่วมฐานที่กำหนด ซึ่งจะได้เป็นข้อมูล PDS

3.2 คำนวณค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของค่าปริมาณการไหล จากข้อมูล PDS ที่ได้ตามข้อ (3.1) พร้อมทั้งคำนวณค่าอัตราส่วนระหว่างค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวน (R)

3.3 เปลี่ยนค่าน้ำท่วมฐานใหม่ แล้วทำซ้ำตามขั้นตอน (3.1) และ (3.2)

3.4 วาดกราฟระหว่างค่าอัตราส่วนและค่าน้ำท่วมฐาน โดยให้แกนตั้งเป็นค่าอัตราส่วน ส่วนแกนนอนเป็นค่าน้ำท่วมฐาน

จากนั้นให้ลากเส้นขนานแกนนอนที่ค่าแกนตั้งเท่ากับ 1 แล้วพิจารณา ค่าน้ำท่วมฐานที่ทำให้เส้นกราฟเข้าสู่เส้น  $R = 1$  ซึ่งค่าน้ำท่วมฐานดังกล่าวจะใช้เป็นค่า กำหนดขนาดและจำนวนของข้อมูล PDS สำหรับกรณีที่ (3) นี้

กรณีที่สามดังกล่าวข้างต้น จะได้ค่าน้ำท่วมฐานเพียงหนึ่งค่าที่ใช้กำหนดขนาดและ จำนวนของข้อมูล PDS ส่วนค่าน้ำท่วมฐานอื่น ๆ ที่ใช้ในการวิเคราะห์ได้จากการเทียบสัดส่วนกับ ค่าน้ำท่วมฐานที่ได้จากกรณีใดกรณีหนึ่งในสามกรณีข้างต้น ทั้งนี้เพื่อให้ได้ชุดของข้อมูลในการ วิเคราะห์ที่มีการแปรผันของค่าน้ำท่วมฐานที่ใช้หลาย ๆ ค่า ในการวิเคราะห์เปรียบเทียบ ประสิทธิภาพของการใช้ข้อมูล AMS และข้อมูล PDS เนื่องจากค่าน้ำท่วมฐานแต่ละค่าจะให้ จำนวนเหตุการณ์โดยเฉลี่ยต่อปี ( $\lambda$ ) ที่เกิดขึ้นไม่เท่ากัน

## 2.6 การประมาณค่าปริมาณน้ำท่วม

กำหนดให้  $Q(T)_g$  แทนขนาดของปริมาณน้ำท่วมสำหรับค่าการเกิดซ้ำที่กำหนดที่ได้จาก ข้อมูล AMS โดยใช้การแจกแจงแบบ Gumbel ดังนั้น  $Q(T)_g$  ประมาณค่าได้จากสมการ

$$Q(T)_g = \mu + \alpha \cdot y(T) \quad (2.27)$$

เมื่อ  $y(T)$  คือ ตัวแปรลดรูปมาตรฐานกัมเบล

(Gumbel Standard Reduced Variate)

$$= -\ln(-\ln(1 - (1/T)))$$

$T$  คือ ค่าคาบการเกิดซ้ำ

กำหนดให้  $Q(T)_p$  แทนขนาดของปริมาณน้ำท่วมสำหรับค่าการเกิดซ้ำที่กำหนดที่ได้จาก ข้อมูล PDS โดยใช้การแจกแจงแบบ Poisson และแบบ Exponential สำหรับการแจกแจงความถี่ และขนาดของเหตุการณ์ ตามลำดับ ดังนั้น  $Q(T)_p$  ประมาณค่าได้จากสมการ

$$Q(T)_p = Q_0 + \beta \cdot \ln \lambda + \beta \cdot y(T) \quad (2.28)$$

## 2.7 การประมาณค่าความแปรปรวนของปริมาณการไหล

ค่าความแปรปรวนของข้อมูล  $Q(T)_a$  สำหรับข้อมูล AMS คือ

$$\text{var}[Q(T)_a] = \frac{\alpha^2}{N} [1.11 + 0.52y(T) + 0.61y^2(T)] \quad (2.29)$$

ค่าความแปรปรวนของข้อมูล  $Q(T)_p$  สำหรับข้อมูล PDS คือ

$$\text{var}[Q(T)_p] = \frac{\beta^2}{\lambda N} \{1 + [\ln \lambda + y(T)]^2\} \quad (2.30)$$

การพิสูจน์สมการ (Taesombat, V. และ Yevjevich, V. ; 1978) แสดงในภาคผนวก ค

## 2.8 การเปรียบเทียบอัตราส่วนความแปรปรวนของปริมาณการไหล

การศึกษาครั้งนี้เลือกใช้เกณฑ์การพิจารณาการเปรียบเทียบประสิทธิภาพ 2 วิธี คือ

### 2.8.1 ความแปรปรวนของตัวอย่างข้อมูล (The Sampling Variance)

โดยทั่วไป กำหนดว่า ถ้าค่าความแปรปรวนของการประมาณค่าปริมาณการไหลจากการคำนวณในชุดข้อมูลใดให้ค่าความแปรปรวนของการประมาณค่าที่ต่ำกว่าชุดข้อมูลที่เหลือ ผลที่ได้ดังกล่าวแสดงให้เห็นว่าอนุกรมข้อมูลชุดนั้น ๆ มีประสิทธิภาพในการประเมินค่าปริมาณน้ำท่วมสูงสุดที่คาบการเกิดซ้ำต่าง ๆ สูงกว่าข้อมูลจากอนุกรมชุดอื่น

วิธีการที่ใช้เปรียบเทียบความแปรปรวนของการประมาณค่าปริมาณการไหลระหว่างข้อมูล AMS และข้อมูล PDS คำนวณได้จากอัตราส่วนระหว่างความแปรปรวนของการประมาณค่าปริมาณการไหล จากอนุกรมข้อมูลจากสองชุดดังกล่าว โดยแบ่งออกเป็น 3 วิธี (Taesombat, V. และ Yevjevich, V. ; 1978) คือ

#### 1. วิธีทฤษฎีค่าแท้จริง (Exact Theoretical Approach, $R_{v,1}$ )

$$R_{v,1} = \frac{\lambda[1.11 + 0.52y(T) + 0.61y^2(T)]}{\{1 + [\ln \lambda + y(T)]^2\}} \quad (2.31)$$

2. วิธีทฤษฎีค่าประมาณ (Approximate Theoretical Approach, Rv,2)

$$R_{v,2} = \frac{\lambda \alpha^2 [1.11 + 0.52y(T) + 0.61y^2(T)]}{\beta^2 \{1 + [\ln \lambda + y(T)]^2\}} \quad (2.32)$$

3. วิธีค่าจากการทดลอง (Empirical Approach, Rv,3)

$$R_{v,3} = \frac{\sum_{i=1}^N [Q_i(T)_a - \overline{Q(T)_a}]^2}{\sum_{i=1}^N [Q_i(T)_p - \overline{Q(T)_p}]^2} \quad (2.33)$$

ค่าปริมาณการไหลเฉลี่ยของข้อมูล AMS และข้อมูล PDS ( $Q(T)_a$  และ  $Q(T)_p$ ) ได้จากการแบ่งข้อมูลออกเป็นชุดข้อมูลย่อยช่วงละ 5 ปีและ 10 ปี และคำนวณปริมาณการไหล  $Q(T)_a$  และ  $Q(T)_p$  ที่คาบการเกิดซ้ำต่าง ๆ ดังสมการ (2.27) และ (2.28) ตามลำดับ จากนั้นจึงคำนวณค่าเฉลี่ยจากปริมาณการไหลดังกล่าว ในกรณีข้อมูลของสถานี P.1 ซึ่งมีการรวบรวมข้อมูลยาวที่สุด (1921-ปัจจุบัน) แบ่งออกเป็น 5 ขนาดช่วงข้อมูล คือ ช่วงละ 5 10 15 20 และ 25 ปี

2.8.2 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Mean Square Error)

กำหนดให้ M คือ ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของขนาดของปริมาณน้ำท่วมที่คาบการเกิดซ้ำต่าง ๆ ซึ่งคำนวณได้จากสมการ

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [Q_i(T) - Q(T)]^2 \quad (2.34)$$

และเมื่อใช้ค่าดังกล่าวในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพการใช้ข้อมูล AMS และข้อมูล PDS โดยกำหนดให้  $R_m$  แทนอัตราส่วนดังกล่าว และสามารถคำนวณค่า  $R_m$  ได้ดังนี้ คือ

$$R_m = \frac{\sum_{i=1}^N [Q_i(T)_a - Q(T)]^2}{\sum_{i=1}^N [Q_i(T)_p - Q(T)]^2} \quad (2.35)$$

เมื่อ  $a$  และ  $p$  แสดงค่าประมาณที่ได้จากข้อมูล AMS และข้อมูล PDS ตามลำดับ และค่า  $Q(T)$  ได้จากการคำนวณจากสมการ Plotting Position ของแต่ละสถานีศึกษาที่คาบการเกิดซ้ำต่าง ๆ

## 2.9 การวิเคราะห์ความถี่น้ำท่วมทั้งลุ่มน้ำ (Regional Flood Frequency Analysis)

วิธีการวิเคราะห์ความถี่น้ำท่วมโดยทั่วไปใช้ได้เฉพาะกรณีที่มีข้อมูลน้ำท่วมตรงจุดที่ต้องการ และข้อมูลที่มีควรจะมียาวพอสมควร ผลการวิเคราะห์ความถี่จึงจะเชื่อถือได้ ปกติควรมีข้อมูลยาวประมาณครึ่งหนึ่งของรอบปีการเกิดซ้ำที่ต้องการ เช่น ในการหาขนาดน้ำท่วมที่คาบการเกิดซ้ำ 100 ปี ควรใช้ข้อมูล 50 ปี (Mitreja, K.N. ; 1986) กรณีที่ไม่มีข้อมูลหรือข้อมูลมีระยะเวลาสั้นเกินไป ควรใช้วิธีการวิเคราะห์ความถี่ทั้งลุ่มน้ำซึ่งจะกล่าวถึงในที่นี้

การวิเคราะห์ความถี่น้ำท่วมทั้งลุ่มน้ำ เป็นความพยายามที่จะสร้างกราฟการแจกแจงความถี่น้ำท่วม ซึ่งสามารถนำไปใช้หาขนาดปริมาณน้ำท่วมที่จุดต่าง ๆ ในลุ่มน้ำได้ ในการวิเคราะห์ต้องการข้อมูลต่าง ๆ ดังต่อไปนี้ คือ

1. ข้อมูลน้ำท่วมของสถานีทุกสถานีในลุ่มน้ำ ทั้งในแม่น้ำสายใหญ่ แม่น้ำสาขา และแม่น้ำใกล้เคียง ซึ่งมีคุณสมบัติทางอุทกวิทยาคล้ายคลึงกับจุดที่ต้องการ และมีข้อมูลยาวนานกว่า 10 ปี
2. แผนที่ภูมิประเทศของลุ่มน้ำ เพื่อใช้หาขนาดพื้นที่ระบายน้ำของสถานีที่มีข้อมูล

การวิเคราะห์มีขั้นตอนดังต่อไปนี้ คือ

1. วิเคราะห์ความถี่น้ำท่วมของแต่ละสถานี ( $Q(T)$  และ  $T$ )
2. คำนวณหาปริมาณน้ำท่วมสูงสุดรายปีเฉลี่ย ( $Q_M$ ) จากข้อมูลของแต่ละสถานี
3. หาอัตราส่วน  $Q(T)/Q_M$  ที่รอบปีต่าง ๆ ของแต่ละสถานี ซึ่ง อัตราส่วน  $Q(T)/Q_M$  ที่รอบปีต่าง ๆ จะไม่แตกต่างกันมากนักสำหรับแต่ละสถานี
4. คำนวณหาค่า  $Q(T)/Q_M$  เฉลี่ย ที่รอบปีต่าง ๆ แล้วนำไปวาดกราฟการแจกแจงความถี่ ซึ่งจะถือว่าเป็นตัวแทนของทั้งลุ่มน้ำ
5. วิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่าง  $Q_M$  และพื้นที่ลุ่มน้ำ ( $A$ ) ตามหลักการวิเคราะห์แบบถดถอย (Regression Analysis) ซึ่งปกติ  $Q_M$  และ  $A$  จะมีความสัมพันธ์ดังสมการ

$$Q_M = aA^b$$

เมื่อ  $a$  และ  $b$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของสมการ

จากผลการวิเคราะห์ตามขั้นตอนดังกล่าว สามารถคำนวณหาขนาดน้ำท่วมที่ต้องการ  
ได้ดังนี้

1. หาขนาดพื้นที่ระบายน้ำของจุดที่ต้องการ สมมติเท่ากับ  $A_1$
2. หาค่าปริมาณน้ำสูงสุดจากสมการ  $Q_M = aA^b$
3. หาค่า  $Q(T)/Q_M$  ที่รอบปีการเกิดซ้ำที่ต้องการ จากกราฟการแจกแจงความถี่น้ำท่วม  
ทั้งลุ่มน้ำ
4. คำนวณค่า  $Q(T)$  โดยการเอา  $Q(T)/Q_M$  จาก (3) คูณด้วย  $Q_M$  จาก (2)
5. นำ  $Q(T)$  และ  $T$  ไปวาดกราฟ จะได้กราฟการแจกแจงความถี่น้ำท่วมที่จุดที่ต้องการ

ในการศึกษา แบ่งการวิเคราะห์ความถี่น้ำท่วมทั้งลุ่มน้ำออกเป็น 4 กรณี โดยพิจารณา  
จากตำแหน่งที่ตั้งของสถานีวัดปริมาณน้ำท่าบนลำน้ำ ได้ดังนี้ คือ

- กรณีที่ 1 พิจารณาจากจำนวนสถานีทั้งหมด 11 สถานี  
โดยไม่คำนึงถึงตำแหน่งที่ตั้งบนลำน้ำ
- กรณีที่ 2 พิจารณาสถานีที่มีตำแหน่งที่ตั้งอยู่บนลำน้ำปิง  
ได้แก่ สถานี P.1 P.19A P.20 และ PE.2
- กรณีที่ 3 พิจารณาสถานีที่มีตำแหน่งที่ตั้งอยู่บนฝั่งซ้ายของลำน้ำปิง  
ได้แก่ สถานี P.5 และ P.29
- กรณีที่ 4 พิจารณาสถานีที่มีตำแหน่งที่ตั้งอยู่บนฝั่งขวาของลำน้ำปิง  
ได้แก่ สถานี P.4A P.14 P.21 P.23 และ P.24A

โดยค่า  $Q(T)$  ของแต่ละสถานีได้จากผลของการเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างข้อมูล  
AMS และ PDS ด้วยวิธี  $R_v,1$  กรณีที่จำนวนเหตุการณ์โดยเฉลี่ยต่อปี ( $\lambda$ ) ให้ค่าความแปรปรวนของ  
การประมาณค่าปริมาณการไหลที่มีค่าต่ำกว่า