

## บทที่ 2

### การวิเคราะห์วงจรกรองผ่านแถบความถี่แชนแนลไลน์ไมโครสตริป โดยใช้วิธีสมการอินทิกรัลร่วมกับเทคนิคไฟไนต์เอลิเมนต์

#### ความนำ

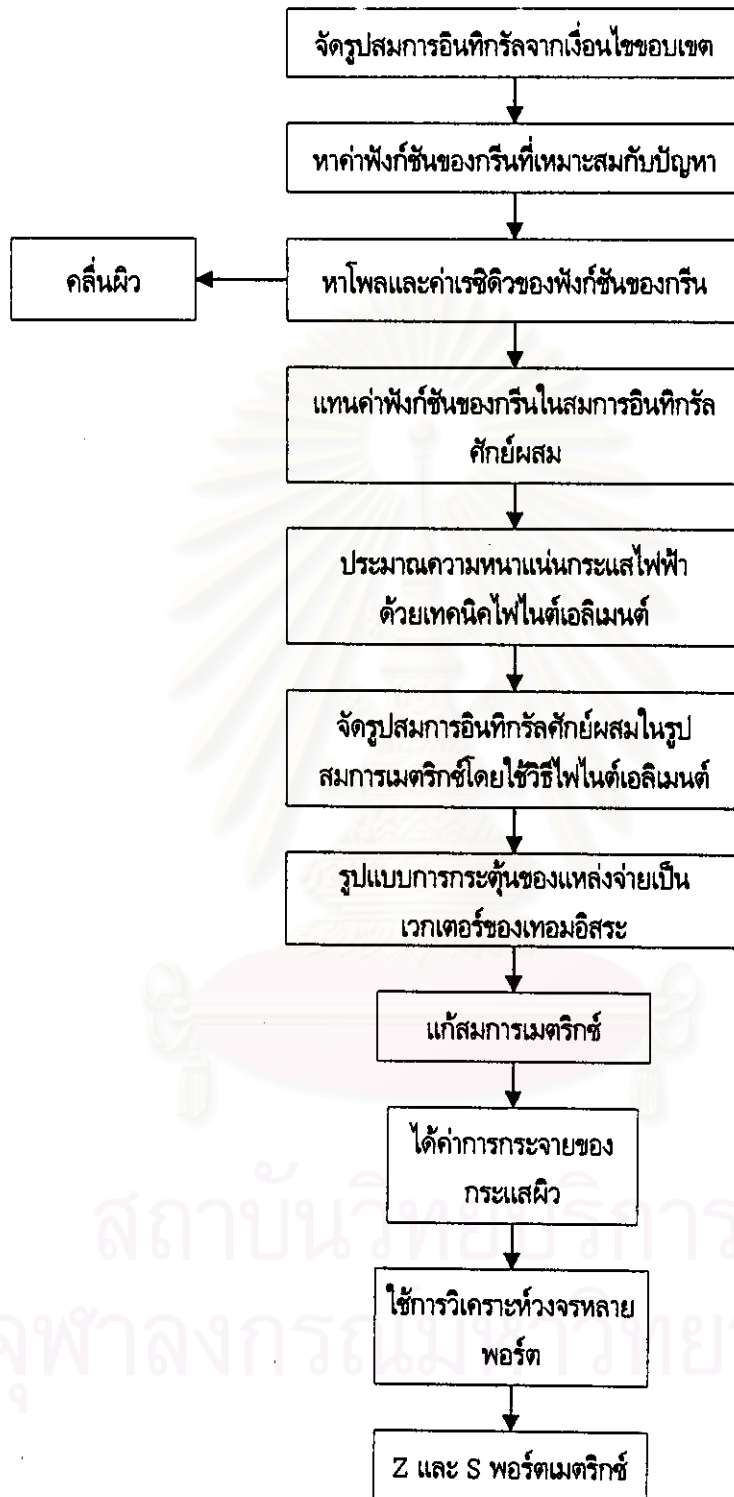
วงจรกรองความถี่ไมโครสตริปเป็นอุปกรณ์หนึ่งที่ใช้ในงานในย่านความถี่ไมโครเวฟ คุณสมบัติที่แตกต่างกันของวงจรจะขึ้นอยู่กับขนาด รูปร่างของแผ่นตัวนำ และชนิดของเนื้อสารไดอิเล็กตริก เป็นต้น วงจรกรองความถี่ชนิดนี้สามารถวิเคราะห์โดยใช้สมการอินทิกรัลร่วมกับเทคนิคไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ วิธีนี้ไม่ใช่ใช้วิเคราะห์ได้กับวงจรกรองความถี่ไมโครสตริปเท่านั้น แต่ยังสามารถใช้วิเคราะห์โครงสร้างไมโครสตริปรูปร่างไม่เจาะจงและใช้กับปัญหาลักษณะตัวนำหลายชั้นฝังอยู่ในตัวกลางที่เป็นชั้น ๆ ซ้อนกันได้ สมการอินทิกรัลที่ใช้ในงานวิจัยนี้คือ สมการอินทิกรัลศักย์ผสม ซึ่งเขียนอยู่ในรูปศักย์แม่เหล็กชนิดเวกเตอร์  $A$  และศักย์ไฟฟ้าชนิดสเกลาร์  $V$  ศักย์ทั้งสองชนิดนี้เขียนอยู่ในรูปฟังก์ชันของกรีนชนิดไดอะดิก  $\overline{G}_d$  และชนิดสเกลาร์  $G_s$  ตามลำดับ ฟังก์ชันของกรีนทั้งสองชนิดนี้สามารถหาได้ในรูปโดเมนสเปกตรัม (spectral domain) แต่สมการอินทิกรัลที่ใช้วิเคราะห์เขียนอยู่ในรูปโดเมนอวกาศว่าง (spatial domain) ดังนั้นจึงต้องทำการแปลงฟังก์ชันของกรีนทั้งสองในรูปโดเมนสเปกตรัมให้อยู่ในรูปโดเมนอวกาศว่างก่อน แล้วจึงแทนลงในสมการอินทิกรัล จากข้อความเบื้องต้น ในบทนี้จะเริ่มศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างโดเมนอวกาศว่างกับโดเมนสเปกตรัมโดยใช้สมการผลการแปลงฟูริเยร์สองชั้น เพื่อสามารถนำไปใช้ในการแปลงโดเมนฟังก์ชันของกรีนได้ ในส่วนต่อไปจะกล่าวถึงที่มาของสมการอินทิกรัลศักย์ผสมรวมทั้งการหาค่าฟังก์ชันของกรีนทั้งสองชนิด หลังจากจัดรูปสมการอินทิกรัลศักย์ผสมพร้อมกับการหาค่าฟังก์ชันของกรีนได้แล้ว จะอธิบายถึงแนวทางการใช้เทคนิคไฟไนต์เอลิเมนต์ในการแก้สมการอินทิกรัลศักย์ผสม ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้สมการคือสัมประสิทธิ์ไม่ทราบค่าการกระจายความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าบนแผ่นตัวนำ ในส่วนท้ายสุด จะอธิบายการหาค่าพารามิเตอร์การกระจายของวงจรกรองความถี่ไมโครสตริปจากค่าการกระจายความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าบนแผ่นตัวนำ ในตัวอย่างวงจรกรองผ่านแถบความถี่แชนแนลไลน์ไมโครสตริป

## แนวทางในการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีสมการอินทิกรัลร่วมกับเทคนิคไฟไนต์เอลิเมนต์

เริ่มจากสมการอินทิกรัล (Michalski, 1985, Mosig, 1988, มนทกานต์, 2539) ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใช้รูปของสมการอินทิกรัลศักย์ผสม และหาค่าฟังก์ชันของกรีนชนิดไดโอะดิก  $\bar{G}_d$  และชนิดสเกลาร์  $G_p$  แทนฟังก์ชันของกรีนในสมการอินทิกรัลศักย์ผสม เพื่อหาค่าศักย์ในสนามระยะใกล้ของสมการอินทิกรัล ค่าความถูกต้องฟังก์ชันของกรีนเป็นตัวกำหนดค่าความถูกต้องของผลลัพธ์ หลังจากนั้นใช้เทคนิคไฟไนต์เอลิเมนต์กับสมการอินทิกรัลศักย์ผสม เพื่อประมาณผลลัพธ์การกระจายความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าบนแผ่นตัวนำด้วยฟังก์ชันพื้นฐานชนิดเวกเตอร์อิงขอบของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จัดรูปสมการอินทิกรัลใหม่ได้โดยใช้วิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างแบบกาลูเออร์คิน (Galerkin's method) การเลือกฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่เหมาะสมจะเป็นตัวบ่งบอกถึงค่าความถูกต้องของผลลัพธ์ ขั้นตอนต่อไปคือส่วนของการกระตุ้นสนาม ซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะทางกายภาพของการกระตุ้น ในการกระตุ้นอาจใช้สายเคเบิลแกนร่วม (coaxial cable) หรือสายป้อนไมโครสตริป (microstrip feed line) การแก้ปัญหาด้วยวิธีนี้สมการอินทิกรัลถูกแบ่งออกเป็นส่วนย่อย ๆ และสามารถจัดรูปสมการในรูปสมการเชิงเส้น ซึ่งสามารถนำมาเขียนในรูปสมการเมตริกซ์ได้ ค่าความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าสามารถหาได้จากสัมประสิทธิ์ไม่ทราบค่าจากผลลัพธ์ของการแก้สมการเมตริกซ์ และฟังก์ชันพื้นฐานชนิดเวกเตอร์อิงขอบของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ การหาค่าเมตริกซ์การกระจาย (scattering matrix) ของวงจรรองรับความถี่สามารถหาได้จากค่าการกระจายความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าบนแผ่นตัวนำ โดยใช้วิธีการไม่ยึดติดของพารามิเตอร์โครงข่าย (de-embedding of network parameter)

ขั้นตอนเหล่านี้แสดงได้ดังรูปที่ 2.1

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.1 แสดงขั้นตอนการคำนวณของวิธีสมการอินทิกรัลร่วมกับเทคนิคไฟไนต์เอลิเมนต์

เมื่อทราบขั้นตอนการวิเคราะห์แล้ว ลำดับต่อไปจะแสดงรายละเอียดของขั้นตอนเหล่านี้ตามหัวข้อ

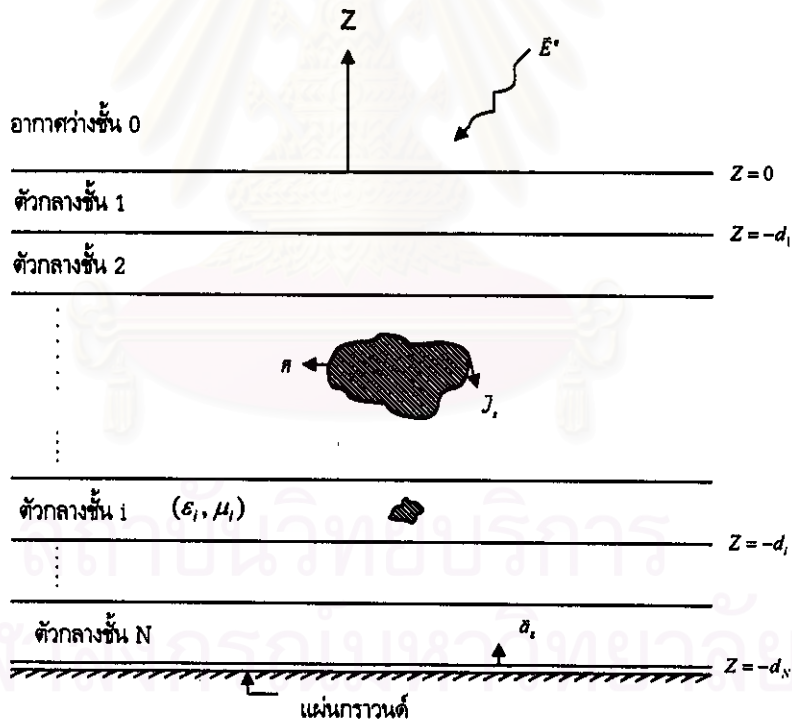
ต่าง ๆ

### สมการอินทิกรัลคีย์ผสม

พิจารณาตัวนำหลายชั้นฝังอยู่ในตัวกลางที่เป็นชั้น ๆ ซ้อนกัน ดังรูปที่ 2.2 วิธีแก้ปัญหาลักษณะนี้วิธีหนึ่งคือ วิธีสมการอินทิกรัลคีย์ผสม (Michalski, 1985 และ Mosig, 1988) การหาสมการอินทิกรัลนี้เริ่มจากการพิจารณาเงื่อนไขขอบเขตของพื้นผิวตัวนำไฟฟ้าที่มีกระแสไฟฟ้าไหลบนพื้นผิวตัวนำ

$$\vec{E}_t = \vec{n} \times Z_s \vec{H}_t \quad (2.1)$$

โดยที่  $\vec{E}_t$  คือ ความเข้มสนามไฟฟ้าในแนวสัมผัสกับพื้นผิวตัวนำ,  $\vec{H}_t$  คือ ความเข้มสนามแม่เหล็กในแนวสัมผัสกับพื้นผิวตัวนำ,  $Z_s$  คือ อิมพีแดนซ์ผิวของแผ่นตัวนำ และ  $\vec{n}$  คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยมีทิศพุ่งออกจากฉากกับผิวตัวนำ



รูปที่ 2.2 ตัวนำหลายชั้นฝังอยู่ในตัวกลางที่เป็นชั้น ๆ ซ้อนกัน

กรณีแผ่นตัวนำเป็นแผ่นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบค่า  $Z_s$  จะเท่ากับศูนย์ และถ้าแผ่นตัวนำเป็นแผ่นตัวนำแม่เหล็กสมบูรณ์แบบค่า  $Z_s$  จะมีค่าเป็นอนันต์

สามารถเขียนสมการ (2.1) ใหม่ ในรูปความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มสนามไฟฟ้ากับความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าที่ผิวตัวนำได้ดังนี้

$$\vec{n} \times \vec{E} = Z_s \vec{n} \times \vec{J}_s \quad (2.2)$$

โดยที่  $\vec{E}_t = n \times \vec{E}$ ,  $\vec{H}_t = n \times \vec{H}$  และ  $\vec{J}_s = \vec{n} \times \vec{H}$   
 $\vec{J}_s$  คือ ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าบนผิวตัวนำ

ความเข้มสนามไฟฟ้าในสมการ (2.2) เกิดจากความเข้มสนามไฟฟ้า 2 สนาม คือ ความเข้มสนามไฟฟ้ากระตุ้น (excitation field,  $\vec{E}^e$ ) และความเข้มสนามไฟฟ้ากระจัดกระจาย (scattering field,  $\vec{E}^s$ ) สนามไฟฟ้ากระจัดกระจายเกิดจากกระแสผิว  $\vec{J}_s$  ที่เกิดขึ้นบนผิวตัวนำเหนี่ยวนำให้เกิดสนามไฟฟ้ากระจัดกระจาย และสามารถเขียนสมการ (2.2) ใหม่ได้

$$\vec{n} \times (\vec{E}^e + \vec{E}^s) = Z_s \vec{n} \times \vec{J}_s \quad (2.3)$$

ความเข้มสนามไฟฟ้ากระจัดกระจาย  $\vec{E}^s$  สามารถเขียนในรูปศักย์แม่เหล็กชนิดเวกเตอร์  $\vec{A}$  และศักย์ไฟฟ้าชนิดสเกลาร์  $V$  ได้ (Itoh, 1989) (ภาคผนวก ข.)

$$\vec{E}^s = -j\omega\vec{A} - \nabla V \quad (2.4)$$

โดยที่ ศักย์แม่เหล็กชนิดเวกเตอร์  $\vec{A}$  และศักย์ไฟฟ้าชนิดสเกลาร์  $V$  จะสอดคล้องกับสมการเฮล์มโฮลทซ์แบบไม่เอกพันธ์ (inhomogeneous Helmholtz equation) ดังนี้

$$(\nabla^2 + k^2)\vec{A} = -\mu\vec{J} \quad (2.5)$$

$$(\nabla^2 + k^2)V = -\frac{\rho_e}{\epsilon} \quad (2.6)$$

จากสมการ (2.4) จะสามารถหาค่าสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  ได้จากศักย์แม่เหล็กชนิดเวกเตอร์  $\vec{A}$  และศักย์ไฟฟ้าชนิดสเกลาร์  $V$  ได้

แทนสมการ (2.4) ในสมการ (2.3) จะได้

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}^e - j\omega\mathbf{A} - \nabla V) = Z_s \mathbf{n} \times \mathbf{J}_s \quad (2.7)$$

เนื่องจาก  $\mathbf{A}$  และ  $V$  สอดคล้องกับสมการเฮล์มโฮลทซ์แบบไม่เอกพันธ์ตามสมการ (2.5) และ (2.6) ดังนั้นจึงเขียนศักย์แม่เหล็กชนิดเวกเตอร์  $\mathbf{A}$  และศักย์ไฟฟ้าชนิดสเกลาร์ ในรูปฟังก์ชันกรีนชนิดไดโอะดิก  $\overline{G}_A$  และชนิดสเกลาร์  $G_V$  ได้ ตามลำดับดังนี้ (Mosig, 1988)

$$\mathbf{A}(r) = \int_S \overline{G}_A(r/r') \cdot \mathbf{J}_s(r') ds' \quad (2.8)$$

$$V(r) = \int_S G_V(r/r') q_s(r') ds' \quad (2.9)$$

โดยที่  $r$  และ  $r'$  คือ ตำแหน่งของจุดสังเกต และจุดกำเนิด ตามลำดับ  $q_s(r')$  คือประจุไฟฟ้าที่ผิวตัวนำ  $\mathbf{J}_s(r')$  คือความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าที่ผิวตัวนำ และ  $ds'$  คือ โดเมนพื้นที่ที่กระแสหรือประจุไฟฟ้ากระจายอยู่

แทนสมการ (2.8) และ (2.9) ในสมการ (2.7) จะได้

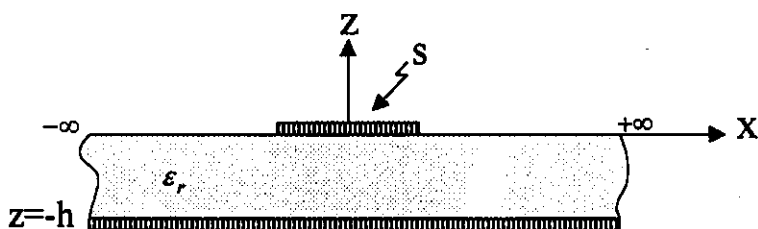
$$\mathbf{n} \times \mathbf{E}^e(r) = \mathbf{n} \times \left[ j\omega \int_S \overline{G}_A(r/r') \cdot \mathbf{J}_s(r') ds' + \nabla \int_S G_V(r/r') q_s(r') ds' + Z_s \mathbf{J}_s(r) \right] \quad (2.10)$$

สมการ (2.10) เรียกว่าสมการอินทิกรัลศักย์ผสม ซึ่งเป็นสมการที่งานวิจัยนี้นำมาใช้วิเคราะห์โครงสร้างไมโครสตริปในตัวอย่างวงจรรองผ่านแถบความถี่แฮร์พินไลน์ไมโครสตริป พิจารณาโครงสร้างไมโครสตริปรูปร่างไม่เจาะจง ดังรูปที่ 2.3 จะสามารถเขียนศักย์แม่เหล็กชนิดเวกเตอร์  $\mathbf{A}$  และศักย์ไฟฟ้าชนิดสเกลาร์  $V$  ในรูปฟังก์ชันกรีนชนิดไดโอะดิก  $\overline{G}_A$  และชนิดสเกลาร์  $G_V$  ได้ ตามลำดับ ดังนี้

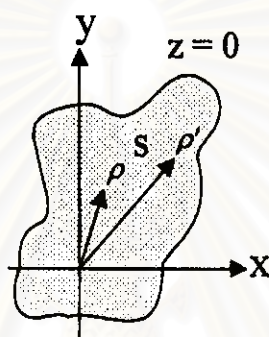
$$\mathbf{A}(\rho) = \int_S \overline{G}_A(\rho/\rho') \cdot \mathbf{J}_s(\rho') ds' \quad (2.11)$$

$$V(\rho) = \int_S G_V(\rho/\rho') q_s(\rho') ds' \quad (2.12)$$

โดยที่  $\rho$  และ  $\rho'$  คือ ตำแหน่งของจุดสังเกต และจุดกำเนิด ตามลำดับ บนพื้นผิว  $S$  ดังรูปที่ 2.3  $q_s(\rho')$  คือประจุไฟฟ้าที่ผิวตัวนำ  $\mathbf{J}_s(\rho')$  คือความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าที่ผิวตัวนำ และ  $ds'$  คือ โดเมนพื้นที่ที่กระแสหรือประจุไฟฟ้ากระจายอยู่



ก.



ข.

รูปที่ 2.3 โครงสร้างไมโครสตริปรูปร่างไม่เจาะจง

ก.) บนระนาบ x-z

ข.) บนระนาบแผ่นตัวนำที่  $z=0$  มีแหล่งกำเนิดที่ตำแหน่ง  $\rho'$  และจุดสังเกตที่ตำแหน่ง  $\rho$ 

สำหรับงานวิจัยนี้ผลลัพธ์ที่ต้องการจากการคำนวณในสมการอินทิกรัลศักย์ผสม คือค่าการกระจายความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า  $\vec{J}_s$  บนแผ่นตัวนำไมโครสตริป แต่ในสมการ (2.10) มีทั้งค่าความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า  $\vec{J}_s$  และค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้า  $q_s$  จึงต้องทำการแปลงความหนาแน่นประจุไฟฟ้าให้อยู่ในรูปความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า โดยใช้สมการความต่อเนื่องของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าและความหนาแน่นประจุไฟฟ้าดังนี้

$$\nabla \cdot \vec{J}_s(\rho) + j\omega q_s(\rho) = 0 \quad (2.13)$$

แทนสมการ (2.13) ในสมการ (2.10) จะได้



$$\vec{a}_z \times \vec{E}^e(\rho) = \vec{a}_z \times [j\omega \int_s \vec{G}_A(\rho/\rho') \cdot \vec{J}_s(\rho') ds' - \frac{1}{j\omega} \nabla \int_s G_V(\rho/\rho') \nabla \cdot \vec{J}_s(\rho') ds' + Z_s \vec{J}_s(\rho)] \quad (2.14)$$

โดยที่  $\vec{h} = \vec{a}_z$  คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยมีทิศแนวแกนบวก z

ถ้าแผ่นตัวนำเป็นแผ่นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบค่า  $Z_s$  เท่ากับศูนย์ และสามารถเขียนสมการ (2.14) ใหม่ได้

$$\vec{a}_z \times \vec{E}^e(\rho) = \vec{a}_z \times [j\omega \int_s \vec{G}_A(\rho/\rho') \cdot \vec{J}_s(\rho') ds' - \frac{1}{j\omega} \nabla \int_s G_V(\rho/\rho') \nabla \cdot \vec{J}_s(\rho') ds'] \quad (2.15)$$

ค่าฟังก์ชันของกรีนชนิดไดอะดิก  $\vec{G}_A$  และชนิดสเกลาร์  $G_V$  ในสมการ (2.15) แสดงได้ดังนี้

### ฟังก์ชันของกรีน

ค่าศักย์แม่เหล็กชนิดเวกเตอร์  $\vec{A}$  ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใช้ในรูปของศักย์ซอมเมอร์เฟลด์ (Sommerfeld potentials) และสามารถเขียนฟังก์ชันของกรีนของค่าศักย์แม่เหล็กชนิดเวกเตอร์  $\vec{A}$  ในโดเมนอวกาศได้ดังนี้ (ภาคผนวก ข.)

$$G_A = \begin{bmatrix} G_A^{xx} & 0 & 0 \\ 0 & G_A^{yy} & 0 \\ G_A^{zx} & G_A^{zy} & G_A^{zz} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

โดยที่  $G^{\mu\nu}$  คือ ฟังก์ชันของกรีนจากแหล่งกำเนิดวางตัวในแนวแกน  $\nu$  และทำให้เกิดโพลาริเซชันในแนวแกน  $\mu$

สำหรับกรณีความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า  $\vec{J}_s$  วางตัวในแนวแกน x และเกิดโพลาริเซชันในแนวแกน x, y และ z (Hall, 1989)

$$G_A^{xx}(\rho/\rho') = \frac{\mu_0}{2\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda\rho) \frac{\lambda}{D_{TE}} d\lambda \quad (2.17)$$

$$G_A^{yx}(\rho/\rho') = 0 \quad (2.18)$$



$$G_{\lambda}^{xx}(\rho | \rho') = \frac{-\mu_0}{2\pi} (\epsilon_r - 1) \cos(\theta) \int_0^{\infty} J_1(\lambda \rho) \frac{\lambda^2}{D_{TE} D_{TM}} d\lambda \quad (2.19)$$

โดยที่  $D_{TE} = u_o + u \coth(uh)$   $D_{TM} = \epsilon_o u_o + u \tanh(uh)$   $u_o = \sqrt{\lambda^2 - k_o^2}$   $u = \sqrt{\lambda^2 - \epsilon_r k_o^2}$   
 $\epsilon_r = \epsilon_r' + j\epsilon_r''$   $k_o = \lambda + jv$  และ  $\lambda$  คือ ตัวแปรในส่วนจำนวนจริงของ  $k_o$  (ในที่นี้  $\lambda$  ไม่ใช่  
 ความยาวคลื่น)  $v$  คือ ตัวแปรในส่วนจำนวนจินตภาพของ  $k_o$

สำหรับกรณีความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า  $J_y$  วางตัวในแนวแกน  $y$  และเกิดโพลาไรเซชันในแนวแกน  $x, y$   
 และ  $z$

$$G_{\lambda}^{yy}(\rho | \rho') = G_{\lambda}^{xx}(\rho | \rho') \quad (2.20)$$

$$G_{\lambda}^{xy}(\rho | \rho') = 0 \quad (2.21)$$

$$G_{\lambda}^{zy}(\rho | \rho') = \frac{-\mu_0}{2\pi} (\epsilon_r - 1) \sin(\theta) \int_0^{\infty} J_1(\lambda \rho) \frac{\lambda^2}{D_{TE} D_{TM}} d\lambda \quad (2.22)$$

สมการ (2.20) จะเกิดขึ้นได้ ถ้าขั้วสมมาตรของไมโครสตริปเป็นสารเนื้อเดียวกัน และใช้คุณสมบัติ  
 ความสมมาตรรอบแกน  $z$  ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ไม่ได้พิจารณาความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าในแนวตั้งฉากกับ  
 ระนาบของแผ่นตัวนำ ดังนั้น  $G_{\lambda}^{zz}$  จึงไม่นำมาคำนวณในที่นี้

ฟังก์ชันของกรีนชนิดสเกลาร์ สำหรับประจุไฟฟ้าวางตัวในระนาบ  $x-y$  สามารถเขียนได้ดังนี้

$$G_V(\rho | \rho') = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \int_0^{\infty} J_0(\lambda \rho) \frac{u_o + u \tanh(uh)}{D_{TE} D_{TM}} \lambda d\lambda \quad (2.23)$$

ที่มาฟังก์ชันของกรีนแสดงในภาคผนวก ข. เมื่อจัดรูปสมการอินทิกรัลศักยภาพสมได้แล้ว ต่อไปจะใช้  
 เทคนิคไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อแก้สมการหาค่าการกระจายความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า

**คลื่นผิวและระนาบสเปกตรัม  $k_o$**

กรณีค่า  $D_{TE}$  และ  $D_{TM}$  เท่ากับศูนย์จะทำให้เกิดคลื่นผิว (Mosig, 1983) โมด  $TE$  และ  $TM$  แผ่  
 กระจายบนสาร ไดอิเล็กทริกที่ฉาบด้วยระนาบตัวนำ และคลื่นผิวที่เกิดขึ้นนี้มีเฟสคงที่บนโครงสร้างไมโคร  
 สตริป

เมื่อ  $D_{TE}$  และ  $D_{TM}$  เท่ากับศูนย์จะทำให้เกิดโพลในฟังก์ชันของกรีน ซึ่งค่าที่ทำให้  $D_{TE}$  และ  $D_{TM}$  เท่ากับศูนย์คือ  $k_p$  โดย  $k_p$  จะอยู่ในระนาบเชิงซ้อนและมีค่าเท่ากับ  $k_p = \lambda_p + jv_p$  อย่างไรก็ตาม  $D_{TE}$  จะไม่เท่ากับศูนย์ ถ้าสอดคล้องกับเงื่อนไขดังต่อไปนี้ (Mosig, 1983)

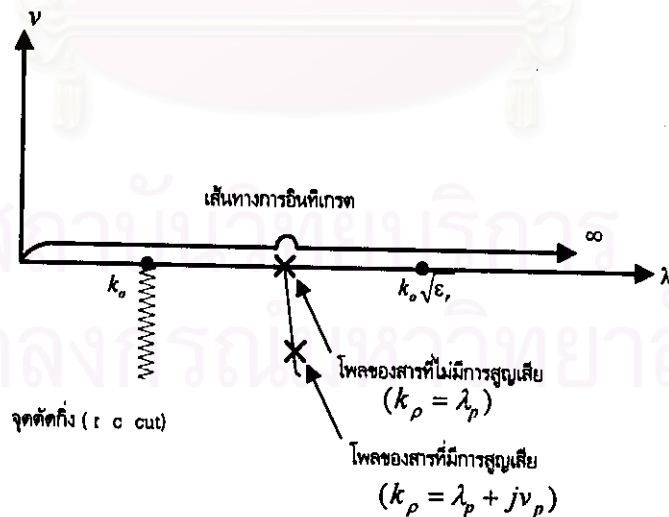
$$k_0 h(\epsilon_r' - 1)^{1/2} < \frac{\pi}{2} \quad (2.24)$$

$D_{TM}$  จะมีค่าตัดศูนย์ (zero-cutoff) เพียงค่าเดียว ถ้าความถี่ใช้งาน  $f$  สอดคล้องกับสมการ (Mosig, 1983)

$$f < c_0 / 4h\sqrt{\epsilon_r' - 1} \quad (2.25)$$

พิจารณารูปที่ 2.4 ถ้าชั้นสเตรทเป็นสารไดอิเล็กตริกชนิดที่มีการสูญเสียโพลของสมการฟังก์ชันของกรีน จะเกิดที่ตำแหน่ง  $k_p = \lambda_p + jv_p$  โดยที่  $\lambda_p$  คือค่าโพลในส่วนจำนวนจริงและมีค่าอยู่ในช่วง  $k_0 < \lambda_p < k_0\sqrt{\epsilon_r}$  และ  $v_p$  คือค่าโพลในส่วนจำนวนจินตภาพและมีค่าเป็นลบ

ถ้ากรณีชั้นสเตรทเป็นสารไดอิเล็กตริกชนิดไม่มีการสูญเสียค่าโพลจะเกิดที่ตำแหน่ง  $k_p = \lambda_p$  ซึ่งอยู่บนแกนจำนวนจริง ดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 แสดงตำแหน่งของโพลเป็นฟังก์ชันของค่าการสูญเสียของสารไดอิเล็กตริก

$\lambda_p$  และ  $v_p$  สำหรับกรณีชั้นสเตรทบางทางไฟฟ้า (electrically thin substrates) ที่มี  $h/\lambda_0 < 0.5$  เมื่อ  $\lambda_0$  คือ ความยาวคลื่น สามารถหาได้จากสมการต่อไปนี้ (Mosig, 1983)

$$\frac{\lambda_p}{k_0} = 1 + (k_0 h)^2 \frac{(\epsilon_r' - 1)^2}{2\epsilon_r'^2} \quad (2.26)$$

$$v_p = -(\epsilon_r' - 1) \tan \delta \left(\frac{k_0 h}{\epsilon_r'}\right)^2 \quad (2.27)$$

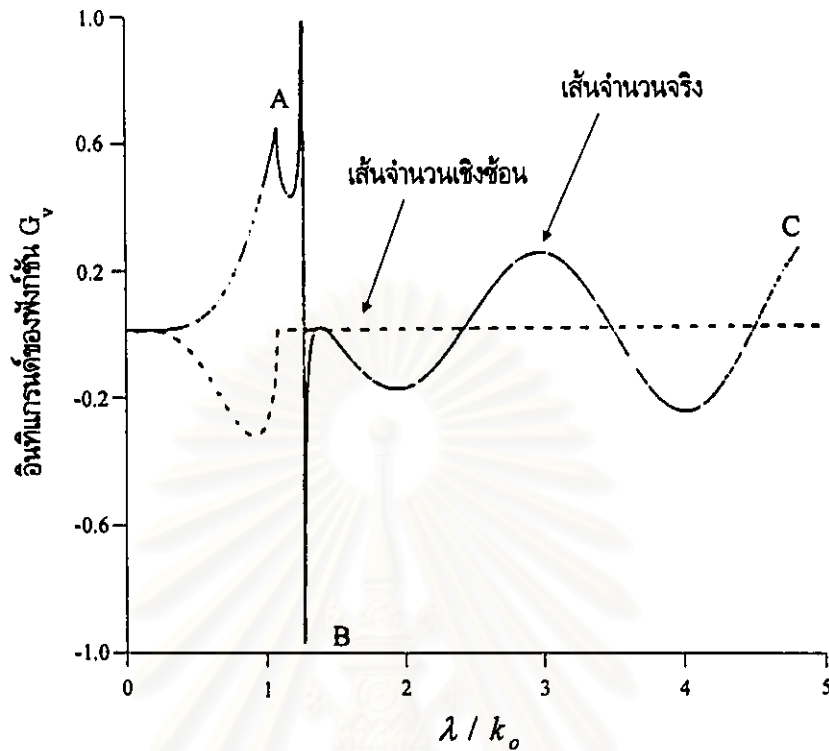
สมการ (2.26) และสมการ (2.27) ใช้ได้กับกรณีชั้นสเตรทบางทางไฟฟ้า แต่ยังไม่สามารถใช้ในกรณีทั่วไปได้

งานวิจัยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้หาค่าโพลจากฟังก์ชันเอฟโซลว (fsolve) ในโปรแกรมทูลบ็อกซ์ (toolbox) ของส่วนออปติไมเซชัน (optimization) ของโปรแกรมแมทแลบ (matlab) หรือฟังก์ชันเอฟซีโร (fzero) ของโปรแกรมแมทแลบ

#### เทคนิคการอินทิเกรตสำหรับอินทิกรัลซอมเมอร์เฟลด์

พิจารณารูปที่ 2.5 เส้นทางการอินทิเกรตจะผ่านจุดตัดกึ่ง (จุด A) และโพล (จุด B) ซึ่งโพลอยู่ในช่วง  $k_0 < \lambda_p < k_0 \sqrt{\epsilon_r'}$  เส้นทางการอินทิเกรตสามารถแยกอินทิเกรตได้เป็น 3 ช่วงคือ  $[0, k_0]$ ,  $[k_0, k_0 \sqrt{\epsilon_r'}]$  และ  $[k_0 \sqrt{\epsilon_r'}, \infty]$  ในช่วงการอินทิเกรต  $[0, k_0]$  จะเกิดค่าอนุพันธ์ที่ไม่จำกัดที่จุดตัดกึ่ง (จุด A) และมีค่า  $\lambda = k_0$  ดังรูปที่ 2.5 การอินทิเกรตที่จุดตัดกึ่งสามารถแก้ไขได้โดยการเปลี่ยนตัวแปรของการอินทิเกรต ด้วยการให้  $\lambda = k_0 \cos(t)$  (Mosig, 1983)

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.5 แสดงค่าแอมพลิจูดของอินทิเกรตของกรีนชิตสเกลาร์ที่เกิดจากแหล่งกำเนิดแบบจุดวางตัวในแนวนอน (HED)

$$\epsilon_r = 2.55, \tan \delta = 0, k_0 h = 0.3\pi \text{ และ } k_0 \rho = 3$$

จุด A. คือจุดที่ค่าอนุพันธ์ไม่ต่อเนื่อง

จุด B. คือโพลซึ่งทำให้อินทิเกรตของฟังก์ชัน  $G_v$  เป็นอนันต์

ช่วง C. คือช่วงที่  $\lambda/k_0 > \sqrt{\epsilon_r}$  และเป็นช่วงที่เกิดความไม่เสถียรภาพของอินทิเกรตของฟังก์ชัน  $G_v$

ในช่วงการอินทิเกรต  $[k_0, k_0 \sqrt{\epsilon_r}]$  ถ้า  $\lambda = k_0 \rho$  แล้ว ค่า  $D_{TM}$  จะมีค่าเป็นศูนย์ ทำให้ฟังก์ชันของกรีนชิตสเกลาร์มีค่าอนันต์ ดังรูปที่ 2.5 ที่จุด B. ปัญหานี้สามารถแก้ได้โดยใช้ทฤษฎีบทเรสซิดิว (residual theorem) ดังนี้ (Mosig, 1983)

กำหนดให้อินทิเกรตในสมการ (2.23) คือ  $F(\lambda)$  และสามารถเขียนได้เป็น

$$F(\lambda) = J_n(\lambda \rho) f(\lambda) \quad (2.28)$$

โดยที่  $J_n(\cdot)$  คือฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่หนึ่งอันดับ  $n$

โดยอาศัยทฤษฎีบทเรสซิดิว  $F(\lambda)$  สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ

$$F(\lambda) = [J_n(\lambda\rho)f(\lambda) - F_{\text{sing}}(\lambda)] + F_{\text{sing}}(\lambda) \quad (2.29)$$

โดยที่

$$F_{\text{sing}}(\lambda) = \frac{\text{Res}}{\lambda - (\lambda_p + j\nu_p)} \quad (2.30)$$

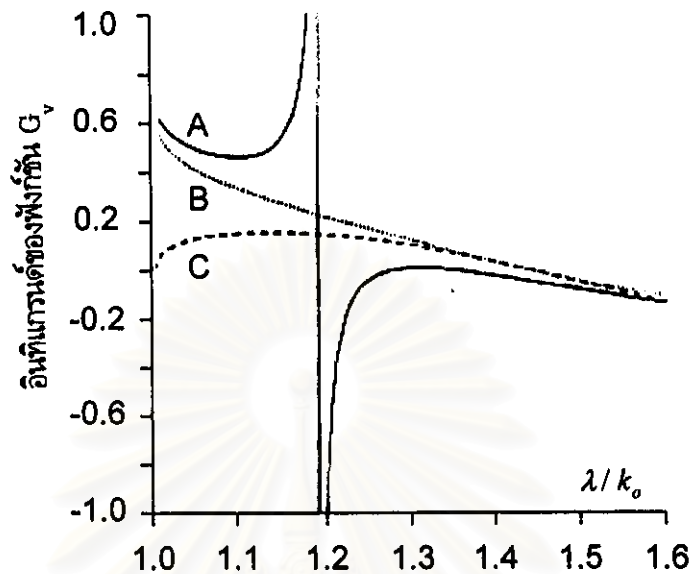
ค่า  $k_p = \lambda_p + j\nu_p$  คือ ค่าโพลในรูปจำนวนเชิงซ้อน และ  $\nu_p$  จะต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ ศูนย์ และ Res คือ ค่าเรสซิดิวของฟังก์ชัน  $F(\lambda)$  ที่ตำแหน่งโพล ฟังก์ชัน  $F_{\text{sing}}$  สามารถอินทิเกรตได้ในเชิงวิเคราะห์ดังนี้

$$\begin{aligned} I_{\text{sing}} &= \int_{k_o}^{k_o\sqrt{\epsilon_r'}} F_{\text{sing}} d\lambda \\ &= \frac{\text{Res}}{2} \ln \left[ \frac{(k_o\sqrt{\epsilon_r'} - \lambda_p)^2 + \nu_p^2}{(\lambda_p - k_o)^2 + \nu_p^2} \right] + j \text{Res} \tan^{-1} \left( \frac{-\nu_p}{k_o\sqrt{\epsilon_r'} - \lambda_p} \right) \\ &\quad - j \text{Res} \tan^{-1} \left( \frac{-\nu_p}{k_o - \lambda_p} \right) \end{aligned} \quad (2.31)$$

สมการ (2.31) ใช้ได้กับกรณีชั้นสเตรทที่มีค่าการสูญเสีย และจากนิยามการเกิดค่าโพลของกรณีชั้นสเตรทไม่มีค่าการสูญเสียค่า  $\nu_p$  จะเท่ากับศูนย์ แทน  $\nu_p$  เท่ากับศูนย์ในสมการ (2.31) จะได้  $I_{\text{sing}}$  ในกรณีชั้นสเตรทไม่มีค่าการสูญเสีย ( $\tan \delta = 0$ ) ดังนี้

$$I_{\text{sing}} = \text{Res} \ln \left( \frac{k_o\sqrt{\epsilon_r'} - \lambda_p}{\lambda_p - k_o} \right) \quad (2.32)$$

ฟังก์ชันผลต่าง  $J_n(\lambda\rho)f(\lambda) - F_{\text{sing}}(\lambda)$  สามารถอินทิเกรตได้โดยใช้วิธีเชิงตัวเลข การอินทิเกรตในช่วง  $[k_o, k_o\sqrt{\epsilon_r'}]$  จะเกิดค่าอนุพันธ์ที่ไม่จำกัดที่ค่า  $\lambda = k_o$  เช่นเดียวกับการอินทิเกรตในช่วง  $[0, k_o]$  และสามารถแก้ปัญหาก็ได้โดยใช้วิธีการเปลี่ยนตัวแปรของการอินทิเกรตเช่นเดียวกับช่วง  $[0, k_o]$  คือ  $\lambda = k_o \cosh(t)$  ผลที่ได้ดังรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 ส่วนจริงของอินทิเกรตของรูปที่ 2.5 ในช่วง  $[k_0, k_0 \sqrt{\epsilon_r'}]$

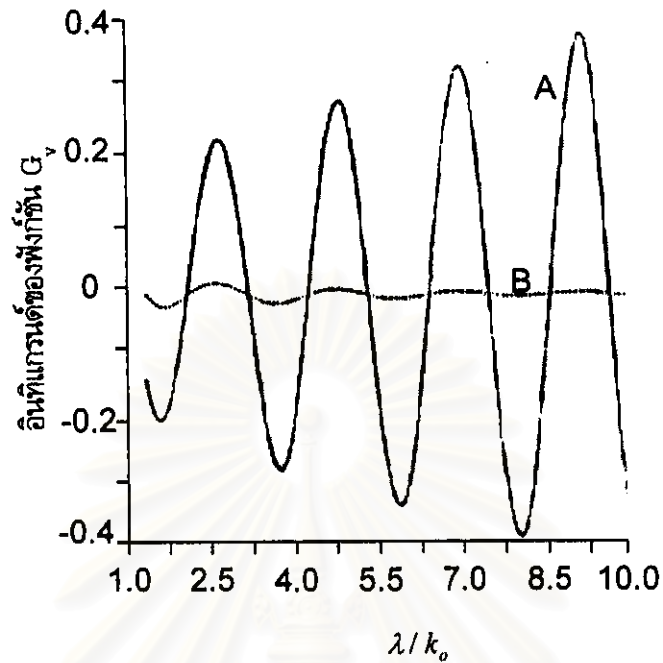
เส้น A คือกราฟก่อนลบจุดเอกฐาน (singular point)

เส้น B คือกราฟหลังลบจุดเอกฐาน

เส้น C คือกราฟหลังเปลี่ยนตัวแปร  $\lambda = k_0 \cosh(t)$

การอินทิเกรตฟังก์ชันในช่วง  $[k_0 \sqrt{\epsilon_r'}, \infty]$  จะเกิดการแกว่งของค่าฟังก์ชันดังรูปที่ 2.7 ปัญหานี้สามารถแก้ไขได้จากการลบพจน์สถิตินิยมคือ  $F(\lambda, k_0) = 0$  รูปที่ 2.7 ฟังก์ชันอินทิเกรต  $F(\lambda, k_0)$  คือกราฟเส้น A และผลต่าง  $F(\lambda, k_0) - F(\lambda, 0)$  คือกราฟเส้น B พจน์สถิติสามารถเขียนในรูปกะทัดรัดได้คือ  $F(\lambda, k_0) = 0 = C J_n(\lambda \rho) \lambda^n$  เมื่อ  $C$  คือค่าคงที่ และสามารถอินทิเกรตหาค่าได้จากการอินทิเกรตเชิงวิเคราะห์ ค่าขอบเขตบนของการอินทิเกรตในช่วงนี้คือค่าอนันต์ ในทางปฏิบัติไม่สามารถอินทิเกรตในช่วงค่าอนันต์ได้ ดังนั้นในการเขียนโปรแกรมจะกำหนดค่าขอบเขตบนมีค่ามากที่สุดเท่าที่โปรแกรมสามารถทำได้ จากงานวิจัยของ Pozar (Pozar, 1982) กำหนดให้ขอบเขตบนของการอินทิเกรตคือ  $150 * k_0$

จากการหาค่าฟังก์ชันของกรีนโดยใช้วิธีกำหนดค่าขอบเขตบน พบว่าวิธีนี้มีปัญหาในการกำหนดค่าขอบเขตบนที่เหมาะสมและถูกต้องคือ ต้องลองวาดกราฟอินทิเกรตและดูแนวโน้มว่ากราฟลู่เข้าที่ตำแหน่งไหน และเลือกขอบเขตบนให้สอดคล้องกับการลู่เข้าของกราฟ นั่นคือวิธีนี้ไม่ใช่วิธีที่แน่นอน และมีวิธีที่สามารถหาค่าขอบเขตบนของการอินทิเกรตและหาผลการอินทิเกรตที่แน่นอนได้ นั่นคือ อัลกอริทึมแบบเฉลี่ยน้ำหนัก (the weighted-averages algorithm) (Itoh, 1989)



รูปที่ 2.7 ส่วนจริงของอินทิเกรตของรูปที่ 2.5 ในช่วง  $[k_0 \sqrt{\epsilon'_r}, \infty)$

เส้น A คือกราฟก่อนลบพจน์สถิต

เส้น B คือกราฟหลังลบพจน์สถิต

### แนวทางการแก้ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิธีเชิงเลขวิธีหนึ่งที่ทำค่าผลเฉลยจากการแบ่งโดเมนของปัญหาทั้งหมดด้วยโดเมนย่อย อาจจะเป็นโดเมนย่อยรูปสามเหลี่ยม หรือสี่เหลี่ยม เป็นต้น และค่าผลเฉลยของปัญหาถูกประมาณด้วยฟังก์ชันการประมาณกับสัมประสิทธิ์ไม่ทราบค่าที่สอดคล้องกับรูปร่างของโดเมนย่อยที่ใช้แบ่งโดเมนของปัญหาทั้งหมด การจัดรูปสมการสามารถทำได้ 2 วิธี

1. วิธีนิพจน์แปรผัน (variational expression method)
2. วิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (weighted residual method)

สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใช้วิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างแบบกาลेरคิน (Galerkin's method) หลังจากจัดรูปสมการได้ใส่ค่าเงื่อนไขขอบเขต และหาผลเฉลยของสมการปัญหาค่าขอบเขต รายละเอียดของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และวิธีการเลอร์คินดูได้จากหนังสือของ Jin (Jin, 1993)



สามารถสรุปขั้นตอนทั่วไปของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ดังนี้ (ปราโมทย์, 2538)

1. การแบ่งขอบเขตรูปร่างของปัญหาที่ต้องการหาผลลัพธ์ออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย ๆ ดังแสดงในรูปที่ 2.8
2. การเลือกฟังก์ชันการประมาณค่าภายในเอลิเมนต์ (element interpolation function) เช่น เอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมในสองมิติ
3. การสร้างสมการเมตริกซ์
4. การนำสมการที่สร้างขึ้นจากทุก ๆ เอลิเมนต์ มาประกอบกันเข้าก่อให้เกิดระบบสมการ (system of equation) ขนาดใหญ่ขึ้น
5. การประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตลงในระบบสมการ
6. การคำนวณค่าที่ต่อเนื่องอื่น ๆ หลังจากคำนวณค่าที่จุดต่อจากขั้นที่ 5 ออกมาได้แล้ว

จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ถ้าแบ่งพื้นที่โดเมนของปัญหาทั้งหมดด้วยโดเมนย่อยรูปสามเหลี่ยมจะสามารถหาความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าในแต่ละเอลิเมนต์ได้ดังนี้ (Jin, 1993)

$$J_s = \sum_{j=1}^3 \alpha_j \bar{s}_j \quad (2.33)$$

โดยที่  $\bar{s}_j$  คือฟังก์ชันพื้นฐานชนิดเวกเตอร์ (vector basis function) (มณฑกานต์, 2539) สำหรับประมาณค่าที่ขอบ  $j$  ของสามเหลี่ยม และ  $\alpha_j$  คือตัวแปรไม่ทราบค่าที่ขอบของ  $J_s$  ที่ตั้งฉากกับขอบของเอลิเมนต์ ดังรูปที่ 2.8 และมีคุณสมบัติที่ทำให้เงื่อนไขขอบเขตของกระแสที่ว่าส่วนประกอบในแนวตั้งฉากของขอบเขตต้องต่อเนื่องนั้นสอดคล้องได้

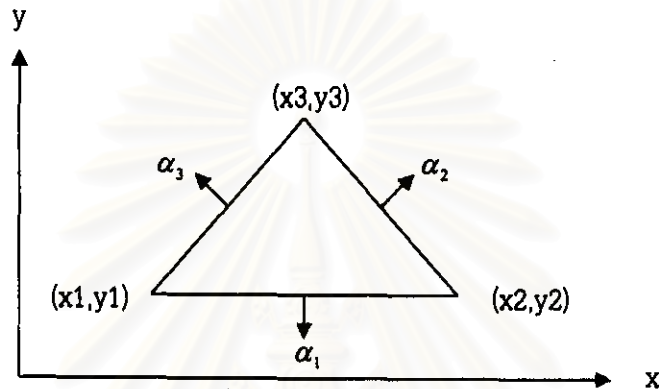
สามารถหาฟังก์ชันพื้นฐานชนิดเวกเตอร์อิงขอบของกระแสได้ดังนี้ (Jin, 1993)

$$\begin{aligned} \bar{s}_1 &= -\frac{l_1^e}{2\Delta^e} (L_1^e c_2^e - L_2^e c_1^e) \bar{a}_x + \frac{l_1^e}{2\Delta^e} (L_1^e b_2^e - L_2^e b_1^e) \bar{a}_y \\ &= -v_1 \bar{a}_x + u_1 \bar{a}_y \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_2 &= -\frac{l_2^e}{2\Delta^e} (L_2^e c_3^e - L_3^e c_2^e) \bar{a}_x + \frac{l_2^e}{2\Delta^e} (L_2^e b_3^e - L_3^e b_2^e) \bar{a}_y \\ &= -v_2 \bar{a}_x + u_2 \bar{a}_y \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_3 &= -\frac{l_3^e}{2\Delta^e} (L_3^e c_1^e - L_1^e c_3^e) \bar{a}_x + \frac{l_3^e}{2\Delta^e} (L_3^e b_1^e - L_1^e b_3^e) \bar{a}_y \\ &= -v_3 \bar{a}_x + u_3 \bar{a}_y \end{aligned} \quad (2.36)$$

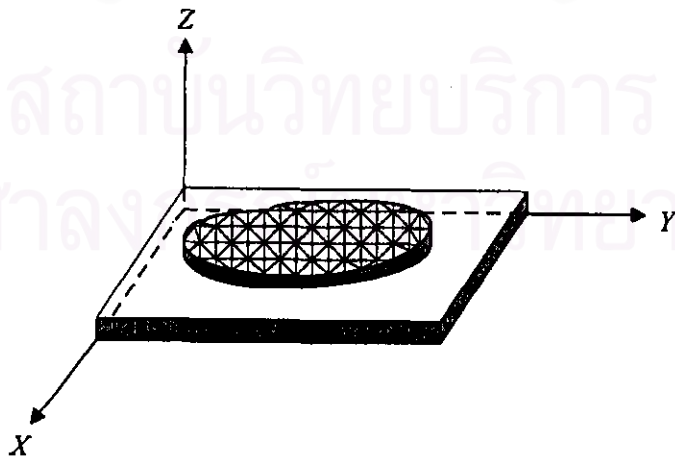
โดยที่  $I_j^e$  คือ ความยาวของแต่ละด้านสามเหลี่ยม  $\Delta^e$  คือ พื้นที่สามเหลี่ยมย่อย  $L_j^e$  คือ ฟังก์ชันการแผ่ขยาย (expansion function) มีค่า  $L_j^e(x,y) = \frac{1}{2\Delta^e}(a_j^e + b_j^e x + c_j^e y)$  .  $j = 1,2,3$  และ  $a_1^e = x_2^e y_3^e - y_2^e x_3^e$   $a_2^e = x_3^e y_1^e - y_3^e x_1^e$   $a_3^e = x_1^e y_2^e - y_1^e x_2^e$   $b_1^e = y_2^e - y_3^e$   $b_2^e = y_3^e - y_1^e$  และ  $b_3^e = y_1^e - y_2^e$



รูปที่ 2.8 แสดงโนดของเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม

สามารถเขียนในรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$[\bar{s}_j] = -[v_j] \bar{a}_x + [u_j] \bar{a}_y \quad (2.37)$$



รูปที่ 2.9 การแบ่งพื้นที่โดเมนรูปสามเหลี่ยมบนแผ่นตัวนำไมโครสตริป

แทนสมการ (2.33) ในสมการอินทิกรัลคัลกัยผสม (2.15) จะได้

$$\vec{a}_z \times \vec{E}^e(\rho) = \vec{a}_z \times [j\omega \int_s \overline{G}_A(\rho/\rho') \cdot \sum_{j=1}^3 \alpha_j \vec{s}_j ds' - \frac{1}{j\omega} \nabla \int_s G_V(\rho/\rho') \nabla \cdot \sum_{j=1}^3 \alpha_j \vec{s}_j ds'] \quad (2.38)$$

จากวิธีของกาเลอร์คิน ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (weighted function) ได้รับการกำหนดให้มีค่า เท่ากับ ฟังก์ชันพื้นฐาน

นั่น 1  $\vec{a}_z \times \sum_{i=1}^3 \vec{s}_i$  คู่กันทั้งสองข้างของสมการ (2.38) และจากเอกลักษณ์เวกเตอร์  $(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$  จะได้

$$\int_s [\vec{a}_z \times \sum_{i=1}^3 \vec{s}_i] \cdot [\vec{a}_z \times \vec{E}^e(\rho)] ds = \int_s [\vec{a}_z \times \sum_{i=1}^3 \vec{s}_i] \cdot [\vec{a}_z \times [j\omega \int_s \overline{G}_A(\rho/\rho') \cdot \sum_{j=1}^3 \alpha_j \vec{s}_j ds' - \frac{1}{j\omega} \nabla \int_s G_V(\rho/\rho') \nabla \cdot \sum_{j=1}^3 \alpha_j \vec{s}_j ds']] ds \quad (2.39)$$

เมื่อ  $\vec{s}_j$  คือ ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักของกระแส  $ds'$  คือ โดเมนพื้นที่สามเหลี่ยมย่อยของฟังก์ชันพื้นฐาน  $\vec{s}_j$  และ  $ds$  คือ โดเมนพื้นที่สามเหลี่ยมย่อยของฟังก์ชันพื้นฐาน  $\vec{s}_j$  โดยที่เงื่อนไขขอบเขตสามารถเขียนได้เป็น

$$\vec{n}_j \cdot \vec{s}_j = 0 \quad \text{บนขอบของแผ่นไมโครสตริป} \quad (2.40)$$

$$\sum_j \vec{n}_j \cdot \vec{s}_j = 0 \quad \text{บนขอบของเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม} \quad (2.41)$$

โดยที่  $\vec{n}_j$  คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศตั้งฉากกับขอบของเอลิเมนต์

จัดรูปสมการ (2.39) ใหม่ได้

$$\int_s \sum_{i=1}^3 \vec{s}_i \cdot \vec{E}^e(\rho) ds = j\omega \int_s \sum_{i=1}^3 \vec{s}_i \cdot \int_s \overline{G}_A(\rho/\rho') \cdot \sum_{j=1}^3 \alpha_j \vec{s}_j ds' ds - \frac{1}{j\omega} \int_s \sum_{i=1}^3 \vec{s}_i \cdot \nabla \int_s G_V(\rho/\rho') \nabla \cdot \sum_{j=1}^3 \alpha_j \vec{s}_j ds' ds \quad (2.42)$$

จัดรูปสมการ (2.42) ในรูปสมการเมตริกซ์ เพื่อง่ายต่อการคำนวณและเขียนโปรแกรมจะได้

$$[V_{ii}] = [Z_{ij}][I_{j1}] \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่ } Z_{ij} = j\omega \int_s [\bar{s}_i] \cdot \int_{s'} \bar{G}_A(\rho / \rho') \cdot [\bar{s}_j]^T ds' ds \\ - \frac{1}{j\omega} \int_s [\bar{s}_i] \cdot \nabla \int_{s'} G_V(\rho / \rho') \nabla' \cdot [\bar{s}_j]^T ds' ds \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$I_{j1} = \alpha_{j1} \quad (2.45)$$

$$V_{ii} = \int_s [\bar{s}_i] \cdot \bar{E}^e(\rho) ds \quad (2.46)$$

$$[\bar{s}_i] = \begin{bmatrix} \bar{s}_1 \\ \bar{s}_2 \\ \bar{s}_3 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

$$[\bar{s}_j]^T = [\bar{s}_1 \quad \bar{s}_2 \quad \bar{s}_3] \quad (2.48)$$

จากสมการ (2.33) ค่าความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าในแต่ละเอลิเมนต์สามารถหาได้จากฟังก์ชันพื้นฐาน  
เวกเตอร์อิงขอบของกระแสและสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าของแต่ละขอบ

แทนฟังก์ชันของกรีนและสมการ (2.37) ในสมการ (2.44) จะได้

$$\begin{aligned} Z_{ij} = j\omega \int_s ([u_i] \bar{a}_y - [v_i] \bar{a}_x) \cdot \int_{s'} (\bar{a}_x G_{xx} \bar{a}_x + \bar{a}_y G_{yy} \bar{a}_y + \bar{a}_z G_{zx} \bar{a}_x + \bar{a}_z G_{zy} \bar{a}_y) \\ \cdot ([u_j]^T \bar{a}_y - [v_j]^T \bar{a}_x) ds' ds - \frac{1}{j\omega} \int_s ([u_i] \bar{a}_y - [v_i] \bar{a}_x) \\ \cdot \nabla \int_{s'} G_V(\rho / \rho') \nabla' \cdot ([u_j]^T \bar{a}_y - [v_j]^T \bar{a}_x) ds' ds \end{aligned} \quad (2.38)$$

จากการอธิบายการหาค่าเมตริกซ์ Z ทางคณิตศาสตร์ ทำให้สามารถหาค่าเมตริกซ์ Z ได้ ส่วนเมตริกซ์  
V สามารถหาได้จากแหล่งกำเนิดสนามไฟฟ้าภายนอกและสามารถพิจารณาผ่านระบบการกระตุ้นของสายป้อน  
กำลัง

### การกระตุ้นของสายป้อนกำลัง

สายป้อนกำลังที่ใช้กันโดยทั่วไปมี 2 แบบ ซึ่งมีลักษณะการใช้งานและวิธีการคำนวณแตกต่างกัน

ระบบป้อนกำลัง	ข้อดี	ข้อเสีย
1.การใช้สายแกนร่วม (coaxial feed line)	-ไม่มีการสูญเสียเนื่องจากการแผ่พลังงานที่สายนำสัญญาณ -การแมตช์อิมพีแดนซ์ทำได้ง่ายโดยการเลื่อนตำแหน่งการกระตุ้น	-มีต้นทุนการผลิตสูง -กรรมวิธีในการผลิตทำได้ยากกว่าระบบป้อนกำลังแบบใช้สายป้อนไมโครสตริป
2.การใช้สายป้อนไมโครสตริป (microstrip feed line)	-สามารถผลิตได้ง่ายโดยผลิตพร้อมกับแผ่นวงจรรองความถี่ไมโครสตริป	-ต้องมีการแมตช์อิมพีแดนซ์ -มีการสูญเสียเนื่องจากการแผ่พลังงานของสายป้อน

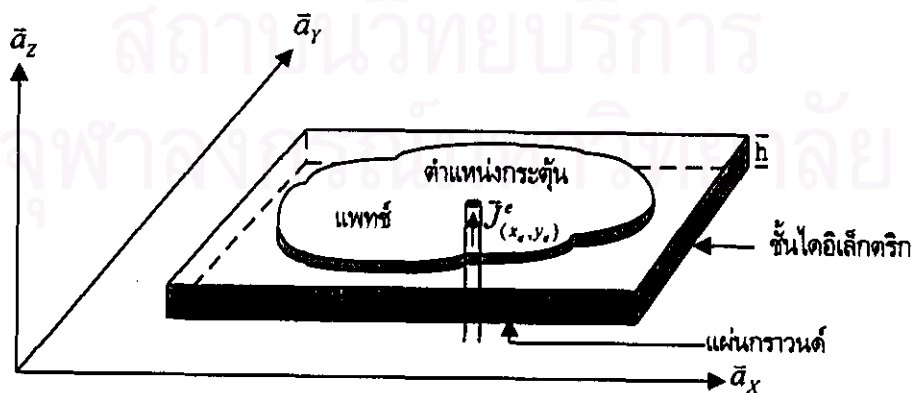
ตารางที่ 2.1 ตัวอย่างระบบป้อนสายนำสัญญาณ

**การกระตุ้นแบบสายแกนร่วม**

การกระตุ้นแบบสายแกนร่วมแสดงในรูปที่ 2.10 สมมติว่าเส้นผ่านศูนย์กลางของโพรบเข้าใกล้ศูนย์และด้านปลายสายเชื่อมต่อกับแพทช์ จะได้แหล่งกำเนิดแบบจุดบนแพทช์ดังสมการ (2.50) (Hall, 1989)

$$J^e = \delta(x - x_e)\delta(y - y_e)\vec{a}_z, \quad -h < z < 0 \tag{2.50}$$

โดยที่  $J^e$  คือ กระแสกระตุ้นจุดกอร์แมลโลซ์ที่ตำแหน่ง  $(x_e, y_e)$



รูปที่ 2.10 การกระตุ้นแบบสายแกนร่วม

### การกระตุ้นแบบสายป้อน

รายละเอียดของการกระตุ้นแบบนี้ดูได้จากงานวิจัยของ Katehi (Katehi, 1985)

สำหรับงานวิจัยนี้ใช้การกระตุ้นแบบสายแกนร่วม ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้ พิจารณาสมการ (2.46) และจากทฤษฎีบทภาวะย้อนกลับ (reciprocity theorem) จะได้

$$B_{11} = \int_s \vec{s}_i \cdot \vec{E}^e(\rho) ds = \int_v \vec{J}^e(\rho) \cdot \vec{E}^s dv \quad (2.51)$$

โดยที่  $\vec{E}^s$  คือ สนามไฟฟ้ากระตุ้นที่เกิดจากความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า  $\vec{J}_s = \vec{s}_i$ ,  $\vec{E}^e$  คือ สนามไฟฟ้ากระตุ้นที่เกิดจากความหนาแน่นกระแสไฟฟ้ากระตุ้น  $\vec{J}^e$  และ  $\vec{J}^e(\rho)$  คือ ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้ากระตุ้นถูกนอร์มัลไลซ์ที่ตำแหน่ง  $\rho$

แทนสมการ (2.50) ในสมการ (2.51) จะได้

$$\begin{aligned} V_{11} &= \int \delta(x-x_e)\delta(y-y_e)\vec{a}_z \cdot \vec{E}^s dv \\ &= \iiint \delta(x-x_e)\delta(y-y_e)\vec{a}_z \cdot \vec{E}^s dx dy dz \\ &= \int_z \vec{a}_z \cdot \vec{E}^s dz \end{aligned} \quad (2.52)$$

แทนสมการ (2.4) ในสมการ (2.52) จะได้

$$V_{11} = \int_z \vec{a}_z \cdot [-j\omega\vec{A}(\rho) - \nabla V(\rho)] dz \quad (2.53)$$

แทนสมการ (2.11) และสมการ (2.12) ในสมการ (2.53) จะได้

$$V_{11} = \int_z \vec{a}_z \cdot [-j\omega \int_s \vec{G}_A(\rho/\rho') \cdot \vec{J}_s(\rho) ds - \nabla \int_s G_V(\rho/\rho') q_s(\rho) ds] dz \quad (2.54)$$

แทนสมการ (2.13) ในสมการ (2.54) จะได้

$$V_{11} = \int_z \bar{a}_z \cdot [-j\omega \int_s \bar{G}_A(\rho/\rho') \cdot \bar{J}_s(\rho) ds + \frac{1}{j\omega} \nabla \int_s G_V(\rho/\rho') \nabla \cdot \bar{J}_s(\rho) ds] dz \quad (2.55)$$

แทนฟังก์ชันของกรีนและสมการ (2.37) ในสมการ (2.55) เมื่อ  $\bar{J}_s(\rho)$  คือ  $\bar{J}$ , จะได้

$$V_{11} = -j\omega \int_s [-v_i] \int_{-h}^0 G_{2x}(\rho/\rho') dz + [u_i] \int_{-h}^0 G_{2y}(\rho/\rho') dz ds + \frac{1}{j\omega} \int_s G_V(\rho/\rho') [-\frac{\partial[v_i]}{\partial x}] ds + \frac{1}{j\omega} \int_s G_V(\rho/\rho') [\frac{\partial[u_i]}{\partial y}] ds \quad (2.56)$$

แทนสมการ (2.49) และ (2.56) ในสมการ (2.39) จะสามารถหาสัมประสิทธิ์ไม่ทราบค่าที่แต่ละขอบได้ จาก

$$[I_{j1}] = [Z_{ij}]^{-1} [V_{i1}] \quad (2.57)$$

จากสมการ (2.57) จะสามารถหาค่ากระแสไฟฟ้าบนแผ่นไมโครสตริปได้ และสำหรับการหาค่าการกระจายความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าบนแผ่นตัวนำของวงจรกรองผ่านแถบความถี่แฮร์ฟิโนไลน์ไมโครสตริปดังรูปที่ 1.1 ค. จะต้องคำนึงถึงผลการเชื่อมร่วมระหว่างแผ่นไมโครสตริปด้วย ซึ่งมีหลักการพิจารณาดังนี้

การคิดผลการเชื่อมร่วมระหว่างแผ่นไมโครสตริปที่มีแหล่งกำเนิดกับแผ่นไมโครสตริปที่ไม่มีแหล่งกำเนิดโดยใช้วิธีสมการอินทิกรัลร่วมกับเทคนิคไฟไนต์เอลิเมนต์ (Seracu, 1993)

พิจารณารูปที่ 2.11 แผ่นไมโครสตริปที่ 1 ถูกกระตุ้นด้วยแหล่งกระแสไฟฟ้า และจากเงื่อนไขขอบเขตบนแผ่นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ สามารถเขียนสมการเงื่อนไขขอบเขตบนแผ่นไมโครสตริปที่มีแหล่งกำเนิดกระแสไฟฟ้า (อาจใช้สายแกนร่วมหรือสายป้อน) ได้ดังนี้

$$\bar{a}_z \times [(\bar{E}' + \bar{E}_2^s)|_{S1} + \bar{E}_1^s|_{S1}] = 0 \quad (2.58)$$

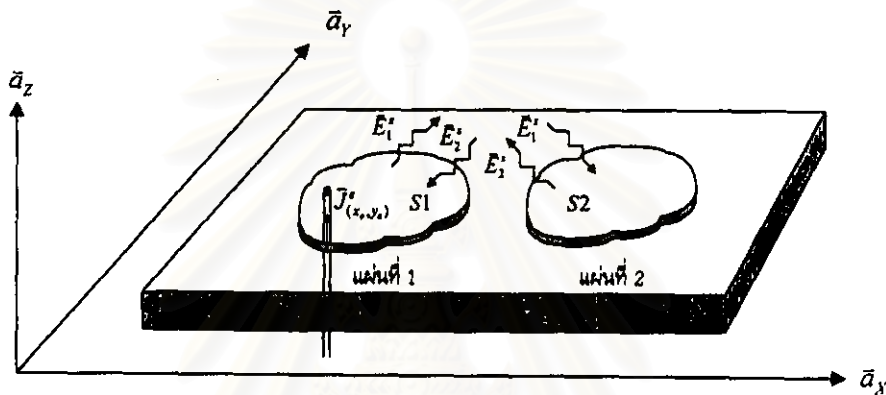
โดยที่  $\bar{E}'|_{S1}$  คือ สนามไฟฟ้าตกกระทบบนแผ่นไมโครสตริปที่ 1 (แทนได้ด้วยแหล่งกระแสไฟฟ้ากระตุ้น)  
 $\bar{E}_1^s|_{S1}$  คือ สนามไฟฟ้าการจัดกระจายจากแผ่นไมโครสตริปที่ 1 พิจารณานบนพื้นผิวไมโครสตริปที่ 1  
 $\bar{E}_2^s|_{S1}$  คือ สนามไฟฟ้าการจัดกระจายจากแผ่นไมโครสตริปที่ 2 พิจารณานบนพื้นผิวไมโครสตริปที่ 1



สำหรับแผ่นไมโครสตริปที่ไม่มีแหล่งกำเนิดกระแสไฟฟ้าสามารถเขียนสมการเงื่อนไขขอบเขตได้ดังนี้

$$\vec{a}_z \times [\vec{E}_1^s|_{S_2} + \vec{E}_2^s|_{S_2}] = 0 \quad (2.59)$$

โดยที่  $\vec{E}_1^s|_{S_2}$  คือ สนามไฟฟ้ากระจัดกระจายจากแผ่นไมโครสตริปที่ 1 พิจารณานบนพื้นผิวไมโครสตริปที่ 2  
 $\vec{E}_2^s|_{S_2}$  คือ สนามไฟฟ้ากระจัดกระจายจากแผ่นไมโครสตริปที่ 2 พิจารณานบนพื้นผิวไมโครสตริปที่ 2



รูปที่ 2.11 แผ่นไมโครสตริปมีการเชื่อมร่วม

รวมสมการ (2.58) กับสมการ (2.59) ได้

$$\vec{a}_z \times [\vec{E}^i|_{S_1} + (\vec{E}_1^s|_{S_1} + \vec{E}_1^s|_{S_2} + \vec{E}_2^s|_{S_1} + \vec{E}_2^s|_{S_2})] = 0 \quad (2.60)$$

จัดรูปสมการ (2.60) ใหม่ได้

$$\vec{a}_z \times [\vec{E}^i|_{S_1} + (\vec{E}_1^s|_{S_1+S_2} + \vec{E}_2^s|_{S_1+S_2})] = 0 \quad (2.61)$$

สมการ (2.61) คือสนามไฟฟ้าตกกระทบบนแผ่นไมโครสตริปที่ 1 ที่เกิดจากแหล่งกำเนิดสนามไฟฟ้าภายนอก และผลรวมของสนามไฟฟ้ากระจัดกระจายจากแผ่นไมโครสตริปทั้งสอง

แทนสมการ (2.4) ในสมการ (2.61) จะสามารถเขียนสนามไฟฟ้าในรูปของศักย์แม่เหล็กชนิดเวกเตอร์  $\vec{A}$  และศักย์ไฟฟ้าชนิดสเกลาร์  $V$  ได้ ซึ่งค่าศักย์ทั้งสองนี้สามารถหาได้จากค่าฟังก์ชันกรีน และเมื่อเปรียบเทียบสมการ (2.61) กับสมการ (2.7) กรณีแผ่นตัวนำเป็นแผ่นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ ค่า  $Z_s$  เท่ากับ ศูนย์ จะเห็นว่าเหมือนกัน ดังนั้นสามารถแสดงวิธีการคำนวณโดยใช้วิธีสมการอินทิกรัลร่วมกับเทคนิคไฟไนต์

เอลิเมนต์ได้เหมือนกัน ดังที่ได้แสดงมาก่อนหน้านี้ แต่เวลาคำนวณหาค่าสมการเมตริกซ์  $Z$  จะต้องใส่ค่าเงื่อนไขขอบเขตตามสมการ (2.40) ที่แผ่นไมโครสตริปทั้งสอง สำหรับกรณีที่มีแผ่นตัวนำไฟฟ้ามากกว่าสองแผ่นสมการ (2.61) ยังคงสามารถใช้คำนวณได้ แต่จะต้องใส่ค่าขอบเขตในสมการ (2.36) ที่แผ่นไมโครสตริปทุกแผ่นที่คิดการเชื่อมรวม

เมื่อสามารถหาค่าการกระจายความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าบนแผ่นตัวนำของวงจรองความถี่ไมโครสตริปได้แล้ว ขั้นตอนต่อไปจะเป็นการหาค่าพารามิเตอร์การกระจาย (scattering parameters, s-parameters) จากค่าการกระจายความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าเหล่านี้

### การหาค่าพารามิเตอร์การกระจาย

พารามิเตอร์การกระจายของข้อต่อ (connector) หมายถึงความสัมพันธ์ระหว่างคลื่นเคลื่อนที่เข้าและคลื่นเคลื่อนที่ออกจากข้อต่อและจะใช้โครงข่ายความไม่ต่อเนื่องอธิบายค่าพารามิเตอร์การกระจาย พิจารณารูปที่ 2.12 ข้อต่อหรือไมโครสตริปแบบไม่ต่อเนื่องถูกออกแบบอยู่ภายในกล่องสี่เหลี่ยมและใช้โครงข่ายความไม่ต่อเนื่องสองพอร์ตอธิบายค่าพารามิเตอร์การกระจายที่ระนาบอ้างอิงของพอร์ต (Wu, 1990) ดังสมการ (2.62) และ (2.63)

$$b_1 = s_{11}a_1 + s_{12}a_2 \quad (2.62)$$

$$b_2 = s_{21}a_1 + s_{22}a_2 \quad (2.63)$$

ค่า  $a$  และ  $b$  คือแอมพลิจูดของแรงดันไฟฟ้าซึ่งมีความสัมพันธ์กับการแพร่กระจายของคลื่นเข้าและออกจากโครงข่ายที่ระนาบอ้างอิงของแต่ละพอร์ตตามลำดับ จากสมการ (2.62) และสมการ (2.63) สามารถหาค่าพารามิเตอร์การกระจายได้ดังนี้

สำหรับกรณีพอร์ต 2 ถูกต่อด้วยโหลดซึ่งมีค่าเท่ากับอิมพีแดนซ์อ้างอิง  $a_2 = 0$

$$s_{11} = \frac{b_1}{a_1} \quad (2.64)$$

$$s_{21} = \frac{b_2}{a_1} \quad (2.65)$$

โดยที่  $s_{11}$  คือ สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับที่ขาเข้าของโครงข่าย

$s_{21}$  คือ สัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโครงข่าย

สำหรับกรณีพอร์ต 1 ถูกต่อด้วยโหลดซึ่งมีค่าเท่ากับอิมพีแดนซ์อ้างอิง  $a_1 = 0$

$$s_{22} = \frac{b_2}{a_2} \quad (2.66)$$

$$s_{12} = \frac{b_1}{a_2} \quad (2.67)$$

โดยที่  $s_{22}$  คือ สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับที่ขาออกของโครงข่าย

$s_{12}$  คือ สัมประสิทธิ์การย้อนกลับของโครงข่าย



รูปที่ 2.12 โครงข่ายความไม่ต่อเนื่องสองพอร์ต

สำหรับโหมด TEM ตัวแปรของคลื่น a และ b สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของแรงดันไฟฟ้าและกระแสได้ โดยใช้สมการสายส่งดังนี้

$$V(x) = a \exp(-j\gamma x) + b \exp(j\gamma x) \quad (2.68)$$

$$I(x) = \frac{1}{z_0} (a \exp(-j\gamma x) - b \exp(j\gamma x)) \quad (2.69)$$

โดยที่  $z_0$  คือ อิมพีแดนซ์คุณลักษณะ (characteristic impedance) ของสายส่ง

$\gamma$  คือ ค่าคงตัวการแพร่กระจาย (propagation constant)

สำหรับการแพร่กระจายแบบแผนคลื่นเป็นใหญ่ (dominant-mode propagation) ของกระแสนสายป้อนแถบแคบ (feed strip line) สามารถใช้สมการ (2.69) เป็นแบบจำลองของกระแสได้ และสามารถเขียนความยาวของสายป้อนแถบแคบในรูปของความยาวคลื่นในท่อนำคลื่นได้ โดยที่ตัวแปรคลื่น a และ b ในสมการ (2.62) และ สมการ (2.63) สามารถเขียนในรูปนอร์แมลไลซ์  $a' = a/z_0$  และ  $b' = b/z_0$  ประโยชน์ของค่านอร์แมลไลซ์ของตัวแปรคลื่นคือสามารถหาค่าพารามิเตอร์ s ในสมการ (2.62) และ สมการ (2.63) ได้โดยไม่ต้องทราบค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะของสายส่ง

สามารถหาค่าการกระจายความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าบนแผ่นไมโครสตริปกรณีที่มีการเชื่อมร่วมได้จากสมการ (2.61) นำค่ากระแสเหล่านี้ไปหาค่าพารามิเตอร์การกระจายจากวิธีการไม่ยืดติดของพารามิเตอร์โครงข่าย (Chang, 1992) โดยไม่ต้องคำนึงถึงค่าอิมพีแดนซ์ คุณลักษณะของสายป้อน สำหรับกรณีที่เขียนตัวแปรคลื่น  $a$  และ  $b$  ในรูปตัวแปรคลื่นนอร์มัลไลซ์  $a' = a/z_0$  และ  $b' = b/z_0$  เทคนิคการไม่ยืดติดของพารามิเตอร์โครงข่ายใช้การกำหนดจุด 3 จุด (curve-fitting scheme) ของการกระจายของกระแสบนสายป้อนซึ่งสามารถเขียนในรูปสมการได้ 3 สมการดังนี้

$$x = -x_0 : J_1 = a \exp(\gamma x_0) - b \exp(-\gamma x_0) \quad (2.70)$$

$$x = 0 : J_2 = a - b \quad (2.71)$$

$$x = x_0 : J_3 = a \exp(-\gamma x_0) - b \exp(\gamma x_0) \quad (2.72)$$

ตัวแปรคลื่น  $a$  และ  $b$  คือแอมพลิจูดของคลื่นตกกระทบและคลื่นสะท้อนที่ระนาบ  $x=0$  ตามลำดับรวมสมการ (2.70) กับสมการ (2.72) จะได้

$$2(a - b) \cosh(\gamma x_0) = J_1 + J_3 \quad (2.73)$$

แทนสมการ (2.71) ในสมการ (2.73) จะได้

$$\cosh(\gamma x_0) = \frac{J_1 + J_3}{2J_2} \quad (2.74)$$

สามารถหาค่าคงตัวการแพร่กระจายของกระแสบนสายป้อนได้จากสมการ (2.74) และ  $\text{Im}(\gamma)x_0 < \pi/2$  แทน  $\gamma$  ในสมการ (2.70) และสมการ (2.72) จะสามารถหาค่าตัวแปรคลื่นตกกระทบ  $a$  และตัวแปรคลื่นสะท้อน  $b$  ได้จากสมการ (2.70), (2.71) และ สมการ (2.72) ซึ่งสามารถนำไปหาค่าพารามิเตอร์  $s$  ได้

สำหรับอุปกรณ์ 1 พอร์ตสามารถหาค่า  $s_{11}$  ได้จากอัตราส่วนระหว่าง  $b'$  และ  $a'$  และสำหรับอุปกรณ์  $N$  พอร์ตสามารถหาค่าพารามิเตอร์  $s$  ได้จาก  $a'$  และ  $b'$  ที่แต่ละพอร์ตสำหรับการกระตุ้นอย่างอิสระของแต่ละพอร์ต