# การส่งถ่ายแรงของแท่งรับแรงแนวแกนในตัวกลาง โพโรอิลาสติกหลายชั้น

นาย จารึก ถีระวงษ์



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
ภาควิชาวิศวกรรมโยธา
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2539
ISBN 974-635-847-2
ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# LOAD TRANSFER FROM AXIALLY LOADED BAR IN A MULTILAYERED POROELASTIC MEDIUM

Mr. Jaruek Teerawong

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Engineering

Department of Civil Engineering

Graduate School

Chulalongkorn University

Academic Year 1996

ISBN 974-635-847-2

Thesis Title Load Transfer from Axially Loaded Bar in

a Multilayered Poroelastic Medium

Ву

Mr. Jaruek Teerawong

Department

Civil Engineering

Thesis Advisor Teerapong Senjuntichai, Ph.D.

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in Partial Fulfillment of the Requirements for the Master's Degree.

Sympat Chuling Dean of Graduate School

(Professor Supawat Chutivongse, M.D.)

Thesis Committee

Must Howard Chairman

(Associate Professor Sutham Suriyamongkol, D.Eng.)

Tungey bittle. .... Thesis Advisor

(Teerapong Senjuntichai, Ph.D)

R. Ray at atholh . Member

(Assistant Professor Roengdeja Rajatabhothi, Ph.D.)

# พิมพ์ตันฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสีเขียวนี้เพียงแผ่นเดียว

จารึก ถึระวงษ์ : การส่งถ่ายแรงของแท่งทรงกระบอกรับแรงแนวแกนในตัวกลางโพโรอิลาสติกหลายชั้น ( LOAD TRANSFER FROM AXIALLY LOADED BAR IN A MULTILAYERED POROELASTIC MEDIUM) อ. ดร. ธีรพงศ์ เสนจันทร์ฒิไชย , 60 หน้า. ISBN 974-635-847-2.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการวิเคราะห์ปัญหาการส่งถ่ายแรงของแท่งทรงกระบอกรับแรงแนวแกนฝังใน ตัวกลางโพโรอิลาสติกหลายชั้น แต่ละชั้นของตัวกลางจะพิจารณาให้เป็นวัสดุโพโรอิลาสติกเนื้อเดียวและประพฤติตาม ทฤษฎีโพโรอิลาสติกซิตีของ Biot แท่งทรงกระบอกจะถูกพิจารณาให้มีพฤติกรรมในลักษณะของวัสดุอิลาสติกมิติเคียว ผิวสัมผัสระหว่างแท่งทรงกระบอกและตัวกลางโพโรอิลาสติกจะถูกสมมติให้ยึดติดกันอย่างสมบูรณ์และของเหลวใหล ซึมผ่านใด้เต็มที่

การเคลื่อนที่ของแท่งทรงกระบอกในแนวแกนจะถูกสมมติให้อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเซียล ร่วมกับชุดของตัวแปรไม่ทราบค่า ฟังก์ชันพลังงานศักย์ทั้งหมดของแท่งทรงกระบอกและตัวกลางโพโรอิลาสติกหลาย ชั้นจะถูกสร้างขึ้นโดยใช้หลักการของการสร้างฟังก์ชันพลังงานตามวิธีการวิเคราะห์โครงสร้างปกติร่วมกับการประยุกต์ ใช้หลักการสร้างสติฟเนสเมตริกซ์ของตัวกลางโพโรอิลาสติกหลายชั้น จากหลักการพลังงานต่ำที่สุดของพลังงานศักย์ รวมทั้งหมดของระบบจะทำให้สามารถคำนวณหาค่าของชุดตัวแปรซึ่งถูกสมมติไว้ในตอนแรกได้ และเมื่อแทนค่ากลับ เข้าไปจะสามารถหาค่าการเคลื่อนที่ของแท่งทรงกระบอกได้

จากผลการดำนวณที่ได้พบว่าค่าที่ได้จากการศึกษาครั้งนี้สอดคล้องเป็นอย่างดีกับงานวิจัยในอดีต นอก จากนี้ยังได้ทำการศึกษาถึงผลของคุณสมบัติของแต่ละชั้นของตัวกลางโพโรอิลาสติกหลายชั้นที่มีต่อพฤติกรรมของ แท่งทรงกระบอก จากการศึกษาพบว่าอัตราการทรุดตัวของแท่งทรงกระบอกขึ้นกับความสามารถในการให้ของเหลว ใหลซึมผ่านในแต่ละชั้นของตัวกลาง ค่าการทรุดตัวของแท่งทรงกระบอกที่สถานะเริ่มต้นและสุดท้ายถูกควบคุมด้วยค่า อัตราส่วนปัวซองในภาวะซึ่งของเหลวไม่มีการเคลื่อนที่และไม่มีของเหลวตามลำดับ ค่าโมดูลัสยึดหยุ่นของแท่งทรง กระบอกและตัวกลางโพโรอิลาสติกหลายชั้นรวมทั้งความยาวของแท่งทรงกระบอกมีผลกระทบต่อค่าการทรุดตัวของ แท่งทรงกระบอก

ภาควิชา	วิศวกรรมโยธา	ลายมือชื่อนิสิต - สรีก ฉีระวชช
สาขาวิชา	วิศวกรรมโยธา	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา Ferrapans hinhide
ปีการศึกษา	2539	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

# พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสีเขียวนี้เพียงแผ่นเดียว

##C715097 :MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEY WORD: LOAD TRANSFER / MULTILAYERED POROELASTIC MEDIUM / CONSOLIDATION

| SETTLEMENT / SOIL-STRUCTURE INTERACTION / VARIATIONAL METHOD

| JARUEK TEERAWONG : LOAD TRANSFER FROM AXIALLY LOADED BAR IN A

| MULTILAYERED POROELASTIC MEDIUM. THESIS ADVISOR : TEERAPONG
| SENJUNTICHAI, Ph.D. 60 PP. ISBN 974-635-847-2.

The analysis of load transfer from an axially loaded elastic bar embedded in a multilayered poroelastic medium is presented. The bar is considered as a one-dimensional elastic continuum. The contact surface between the bar and the multilayered medium is assumed to be perfectly bonded and fully permeable. Each layer of the multilayered medium is considered as a homogeneous poroelastic material and behaves according to Biot's theory.

The vertical displacement of the bar is assumed by using an exponential function with a set of arbitrary coefficients. A variational formulation and an exact stiffness method are used to formulate the total potential energy functional of the bar-multilayered medium system. Minimization of the total potential energy functional is applied in order to determine the arbitrary coefficients. Finally, back-substitution of these coefficients into the assumed displacement function yields the time-histories of the axial responses of the bar.

A computer program was developed in order to evaluate the numerical solutions. The numerical results obtained are in good agreement with those of other investigators. The influence of layer properties on the time dependent behavior of the bar are also investigated and discussed. It can be seen from the conclusions that the rate of bar displacement is depended on the permeability of each layer and the initial and final displacement is controlled by the undrained and drained Poisson's ratio, respectively. In addition the moduli of elasticity of the bar and multilayered medium and the bar length have significant influence on the magnitude of the vertical displacement of the bar.

ภาควิชา วิศวกรรมโยธา	ลายมือชื่อนิสิต สรีก ฉีระจาช์
สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา โยเกตุเช หานักใน
ปีการศึกษา <sup>2539</sup>	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

#### **ACKNOWLEDGEMENTS**

express his The author wishes to deep appreciation to his advisor, Dr. Teerapong Senjuntichai, kindness, helpful suggestions and careful his supervision throughout this thesis. Acknowledgement is also due to the author's thesis committee, Associate Professor Dr. Suthum Suriyamongkhol and Assistant Professor Dr. Roengdeja Rajatabhothi. Sincere thanks to Professor Dr. R.K.N.D. Rajapakse at the University of Manitoba for his comments on this thesis. Special thanks are extended to everyone who has been involved directly and indirectly in the preparation of this thesis.

Finally, the author would like to express his gratitude and indebtedness to his parents for their support and encouragement.

### TABLE OF CONTENTS

Title page in Thai	i
Title page in English i	Ιi
Thesis Approval ii	Lί
Abstract in English i	Ĺν
Abstract in Thai	V
Acknowledgements v	νi
Table of Contents vi	Lί
List of Tables i	iх
List of Figures	X
List of Symbols x	кi
CHAPTER	
I INTRODUCTION	1
1.1 General	1
1.2 Literature Review	2
1.3 Objective and Scope of Present Study	4
1.4 Basic Assumptions	4
II THEORETICAL CONSIDERATION	6
2.1 Basic Equations and General Solutions .	6
2.2 Stiffness Matrix 1	11
2.3 Global Stiffness Matrix 1	13
2.4 Variational Formulation 1	15
III NUMERICAL SOLUTION SCHEME 2	20
3.1 Determination of Flexibility Matrix 2	20
3.2 The inverse Laplace-Hankel	
Integral transform	21
IV DISCUSSION OF NUMERICAL RESULTS 2	23
4.1 Convergence and Accuracy of Present	
Solutions 2	23

4	.2 Numerical Results for Bar-Multilayered	
	System 26	
V CO	NCLUSIONS 31	
REFERENCES		
TABLES AND	FIGURES 36	
APPENDICES	53	
APPENDIX A	54	
APPENDIX B	57	
VITA	60	

## LIST OF FIGURES

Figure	Title	Page
1	A homogeneous poroelastic half-space	41
2	Geometry of multilayered half-space	41
3	Geometry of bar-multilayered medium system	42
4	Basic element used in discretizing	42
	multilayered medium	
5	Bar-homogeneous medium system considered in	43
	this study	
6	Numerical representation of bar-multilayered	43
	medium system	
7	Nondimensionalized bar displacement for	44
	different $\kappa^{(1)}/\kappa^{(2)}$	
8	Nondimensionalized bar displacement for	45
	different $h^{(1)}/h^{(2)}$	
9	Nondimensionalized bar displacement for	46
	different $v^{(2)}$	
10	Nondimensionalized bar displacement for	47
	different shear moduli	
11	Nondimensionalized bar displacement for	48
	different bar length	
12	Nondimensionalized bar displacement for	49
	different $E_b/E_h^{(2)}$	
13	Geometry of pile-soil system	50
14	Nondimensionalized bar displacement of	51
	system in FIGURE 13	31
15	Nondimensionalized bar axial stress of	52
	system in FIGURE 13	<b>52</b>

# LIST OF TABLES

Table	Title	Page
1	Convergence of solutions with respect to $old K$	37
2	Convergence of solutions with respect to $N_{\rm t}$	38
3	Convergence of solutions with respect to $\xi_{\scriptscriptstyle L}$	38
4	Comparison between Stehfest scheme and	39
	Schapery scheme	
5	Comparison of solutions obtained from	40
	present study and Selvadurai and Rajapakse (3)	
6	Comparison of solutions obtained from	40
	present study and Niumpradit and Karasudhi (4)	

## LIST OF SYMBOLS

A	Cross sectional area of elastic bar
$\mathbf{A}_{\mathrm{m}},,\mathbf{H}_{\mathrm{m}}$	Arbitrary functions
a	Radius of elastic bar
В	Skempton's pore pressure coefficient
$B_{kj}$	Body force acting through the $j^{th}$ element due to
	K terms of $lpha$
$c^{(i)}$	Consolidation coefficient for the $i^{\text{th}}$ layer
$E_{\mathfrak{b}}$	Modulus of elasticity of elastic bar
$E_h^{(i)}$	Modulus of elasticity of the $i^{th}$ layer
$\mathbf{f}_{ij}$	Displacement at point $\boldsymbol{P}_{i}$ due to the body force
	acting through the $j^{th}$ element
$F^{(n)}$	Generalized force vector for the $n^{th}$ layer
$G^{(i)}$	Shear modulus for the $i^{th}$ layer
$h_{b}$	Total embedded length of elastic bar
h <sup>(i)</sup>	Thickness of the $i^{th}$ layer
$\overline{\overline{H}}_m$	The $m^{t\!u}$ -order Laplace-Hankel transform of any
	function
$J_{m}$	Bessel function of the first kind of order $\boldsymbol{m}$
K	Number of arbitrary functions used for the
	assumed displacement function
$K^{(n)}$	Stiffness matrix for the $n^{th}$ layer
$\mathbf{k}_{ij}$	Elements of global stiffness matrix
N	Total number of layers for multilayered medium
$N_t$	Total number of elements used for
	discretization of elastic bar
p	Excess pore fluid pressure
$Q_m^{(n)}$	Fluid source applied in the $i^{\text{th}}$ direction at the
	$n^{th}$ interface corresponding to the $m^{th}$ harmonic

$q_i$	Fluid discharge in the $i^{th}$ direction	
r	Radial coordinate	
S	Contact surface between elastic bar and medium	
S	Laplace transform parameter	
$T^{(n)}$	Vector of generalized tractions and fluid flow	
	for the $n^{th}$ layer	
$T_{im}^{(n)}$	Tractions in the $i^{th}$ direction at the	
	$n^{\text{th}}$ interface corresponding to the $m^{\text{th}}$ harmonic	
t	Time variable	
$\Delta t_{j}$	Thickness of the $j^{th}$ element	
$U^{(n)}$	Generalized displacement vector for the $\boldsymbol{n}^{\text{th}}$ layer	
$U_{b}$	Strain energy of elastic bar	
$\mathbf{U}_{\mathrm{HS}}$	Strain energy of multilayered half-space	
$\mathbf{U}_{\mathtt{T}}$	Total potential energy functional of bar-	
	multilayered medium system	
$\mathbf{u}_{i}$	Average displacement of solid matrix in the	
	$i^{th}$ direction	
u <sub>im</sub>	Symmetric component of $\boldsymbol{u}_i$ corresponding to the	
	m <sup>th</sup> harmonic	
$\boldsymbol{\hat{u}}_{im}$	Anti-symmetric component of $\boldsymbol{u}_{i}$ corresponding to	
	the $m^{th}$ harmonic	
$V_0$	Applied axial force	
W	Potential energy of the applied load ${ m V_{ m 0}}$	
w	Assumed displacement profile of elastic bar in	
	time domain	
$\overline{\mathbf{w}}$	Laplace transformation of $\mathbf{W}$	
$\mathbf{w}_{\mathbf{k}\mathbf{j}}$	Displacement at point $P_{j}$ corresponding to $K$	
	terms of arbitrary functions equaled to unity	
Z	Vertical coordinate	
$\mathbf{z_i}$	Distance from top of elastic bar to point $\boldsymbol{P}_i$	

$\alpha_{\mathbf{k}}$	Arbitrary functions in the assumed
K	displacement profile in time domain
$\frac{-}{\alpha_k}$	Laplace transformation of $lpha$
Δ.	Displacement at top of elastic bar
$\delta_{ij}$	Kronecker delta
3	Dilatation of solid matrix
$\epsilon_{ij}$	Strain components of solid matrix
ζ	Variation of fluid volume per unit reference
	volume
$\zeta_{\mathrm{m}}$	Symmetric component of $\zeta$ corresponding to the
	m <sup>th</sup> harmonic
$\hat{\zeta}_{m}$	Anti-symmetric component of $\zeta$ corresponding to
	the m <sup>th</sup> harmonic
θ	Circumferential coordinate
$\kappa^{(i)}$	Coefficient of permeability for the $i^{t\!\! t}$ layer
μ	Shear modulus of homogeneous half-space
ν	Drained Poisson's ratio
$\nu_{\rm u}$	Undrained Poisson's ratio
ξ	Hankel transform parameter
$\xi_L$	Upper limit of $\xi$ used in numerical integration
$\sigma_{ij}$	Stress components of bulk material
$\psi_i$	Fluid displacement relative to solid matrix in
	the $i^{th}$ direction