



บทที่ 3

แบบจำลองเชิงตัวเลข

ทฤษฎีการเกิดเบรกดาวร์แบบสตรีมเมอร์ [4] กล่าวไว้ว่า "การเบรกดาวร์จะเกิดขึ้นเมื่ออิเล็กตรอนอะวาลานซ์ที่เกิดจากอิเล็กตรอนเริ่มต้นเพียงหนึ่งตัวมีความหนาแน่นของประจุประมาณ 10^5 หรือสนามไฟฟ้าที่ส่วนหัวอะวาลานซ์มีค่าประมาณเท่า ๆ กับสนามไฟฟ้าที่ป้อนจากภายนอก" ดังนั้นการศึกษาลักษณะการเกิดสตรีมเมอร์ด้วยแบบจำลองเชิงตัวเลขจึงมีความสำคัญเนื่องจากปรากฏการณ์หรือกระบวนการบางอย่างที่เกิดขึ้นในขณะเกิดสตรีมเมอร์ไม่สามารถตรวจจับด้วยอุปกรณ์วัดทั่วไปได้ เช่น ความหนาแน่นของประจุและการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าที่เวลาใด ๆ เป็นต้น โดยเนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดต่าง ๆ ของแบบจำลองเชิงตัวเลข ซึ่งได้แก่ รูปแบบของสมการ ลักษณะของแกปอากาศ และเงื่อนไขเริ่มต้นที่ใช้ในการคำนวณ พร้อมกับแสดงผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองเชิงตัวเลข

3.1 สมการควบคุมที่ใช้ในแบบจำลองเชิงตัวเลข

เนื่องจากที่ความดันบรรยากาศเป็นสภาวะที่ความดันอากาศมีค่าสูง จึงมีการชนกันของอนุภาคเป็นจำนวนมากส่งผลให้เกิดสภาวะสมดุลของระบบ จากการศึกษาวิจัยของ Kennedy [14] และ Min [18] พบว่าระบบสมการที่มีความเหมาะสมกับการวิจัยนี้คือระบบสมการที่ประกอบไปด้วยสมการความต่อเนื่องของอนุภาคที่มีประจุกับสมการปัวร์ของดังที่ได้แสดงไว้ในสมการที่ (3.1) – (3.4)

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + \nabla \cdot (N_e \mathbf{v}_e - D_e \nabla N_e) = \alpha N_e |\mathbf{v}_e| - \eta N_e |\mathbf{v}_e| - \beta_{ep} N_e N_p + S_{ph} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial N_p}{\partial t} + \nabla \cdot (N_p \mathbf{v}_p) = \alpha N_e |\mathbf{v}_e| - \beta_{ep} N_e N_p - \beta_{pn} N_p N_n + S_{ph} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial N_n}{\partial t} + \nabla \cdot (N_n \mathbf{v}_n) = \eta N_e |\mathbf{v}_e| - \beta_{pn} N_p N_n \quad (3.3)$$

$$-\nabla \cdot (\epsilon \nabla V) = e(N_p - N_e - N_n) \quad (3.4)$$

เมื่อ N_e, N_p, N_n คือความหนาแน่นของอิเล็กตรอน ไอออนบวก และไอออนลบตามลำดับ
 $\mathbf{v}_e, \mathbf{v}_p, \mathbf{v}_n$ คือความเร็วลอยเลื่อนของอิเล็กตรอน ไอออนบวก และไอออนลบตามลำดับ

β_{ep} คือสัมประสิทธิ์การรวมตัวระหว่างอิเล็กตรอนกับไอออนบวก
(electron-positive ion recombination coefficient)

β_{pn} คือสัมประสิทธิ์การรวมตัวระหว่างไอออนบวกกับไอออนลบ
(positive ion-negative ion recombination coefficient)

D_e คือสัมประสิทธิ์การแพร่ของอิเล็กตรอน

α คือสัมประสิทธิ์ไอออไนเซชันที่หนึ่งของทาว์นเซนต์

η คือสัมประสิทธิ์การเกาะตัวของอิเล็กตรอน

V คือแรงดันไฟฟ้าป้อนเข้า

ϵ คือสภาพยอมทางไฟฟ้าของอากาศ (permittivity of air)

e คือขนาดประจุของอิเล็กตรอน

จากสมการที่ (3.2) และ (3.3) จะเห็นว่าไม่มีพจน์ของพลักซ์เนื่องจากการแพร่ของอนุภาค เพราะว่สัมประสิทธิ์การแพร่ของไอออนบวกและไอออนลบมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับสัมประสิทธิ์การแพร่ของอิเล็กตรอน การแพร่ของไอออนบวกและไอออนลบจึงเกิดขึ้นน้อยมากในช่วงระยะเวลาที่ทำการคำนวณ ทำให้สามารถละเลยพจน์ดังกล่าวออกจากสมการได้ ส่วนพจน์ S_{ph} ทางด้านขวามือของสมการที่ (3.1) และ (3.2) หมายถึง อัตราการเกิดของอิเล็กตรอนและไอออนบวกเนื่องจากการเกิดโฟโตไอออไนเซชัน โดยสมการที่ใช้ในการคำนวณอัตราการเกิดโฟโตไอออไนเซชันได้แสดงไว้ดังสมการที่ (3.5)

$$\begin{aligned}
 S_{ph}(r, z) &= \iiint_{Vol.} \left[\frac{I(r', z') \cdot f(|\mathbf{r}|)}{4\pi|\mathbf{r}|^2} \right] r' \partial r' \partial \theta \partial z' \\
 &= A \cdot \iiint_{Vol.} \left[\frac{\alpha(r', z') \cdot N_e(r', z') \cdot |\mathbf{v}_e(r', z')| \cdot e^{-\mu_m |\mathbf{r}|}}{4\pi|\mathbf{r}|^3} \right] r' \partial r' \partial \theta \partial z' \quad (3.5)
 \end{aligned}$$

เมื่อ (r, θ, z) คือตำแหน่งในพิกัดทรงกระบอก

$I(r', z')$ คือ integral intensity of emission source volume

โดยมีค่าเท่ากับ $A \cdot \alpha(r', z') \cdot N_e(r', z') \cdot |\mathbf{v}_e(r', z')|$

$f(|\mathbf{r}|)$ คือ absorption coefficient of ionizing radiation along path \mathbf{r}

โดยมีค่าเท่ากับ $\frac{e^{-\mu_m |\mathbf{r}|}}{|\mathbf{r}|}$

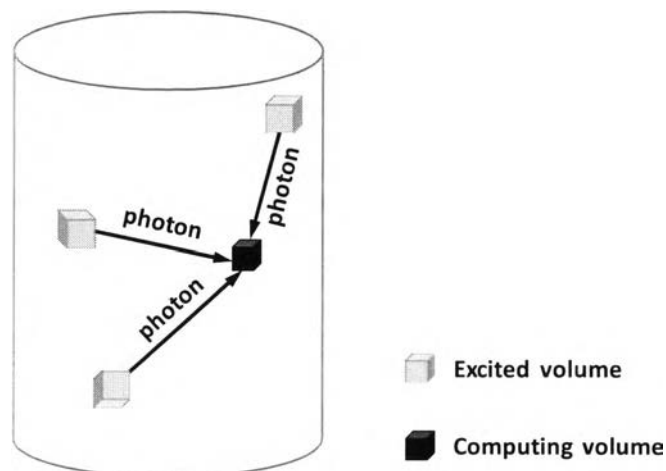
$$A = \xi \frac{p_q}{p + p_q}$$

ξ คือ dimensionless factor

- p คือความดันอากาศ
- p_q คือความดันดับในการปล่อยโฟตอนของอนุภาคในสถานะตื่นกระตุ้น
- $|r| = [r^2 + r'^2 - 2rr'\cos\theta + (z - z')^2]^{0.5}$
- μ_m คือสัมประสิทธิ์การดูดกลืนโฟตอน
- $Vol.$ คือปริมาตรที่ทำการคำนวณ

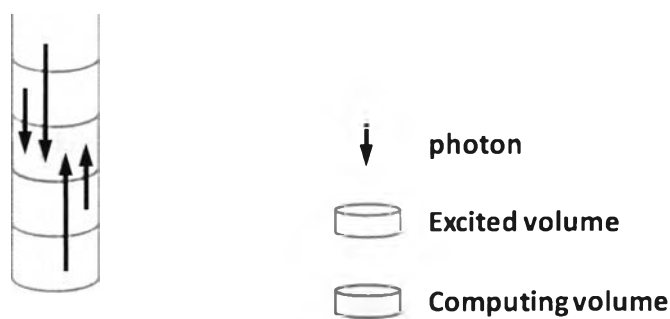
ค่า A และ μ_m ในสมการที่ (3.5) เป็นพารามิเตอร์ที่แสดงถึงการปล่อยโฟตอนจากอนุภาคในสถานะตื่นกระตุ้น (excited particle) ส่วนใหญ่แล้วการปล่อยโฟตอนขณะเกิดสตรีมเมอร์ในอากาศนั้นจะมาจากการเปลี่ยนระดับพลังงานของ N_2 และ N_2^+ ในสถานะตื่นกระตุ้น (excited state) ซึ่งประกอบไปด้วย 1st positive band ($1PN_2$) กับ 2nd positive band ($2PN_2$) ของ N_2 และ 1st negative band ($1NN_2^+$) ของ N_2^+ แต่อย่างไรก็ตามการเกิดสตรีมเมอร์ที่ความดันบรรยากาศ [22] พบว่าการปล่อยโฟตอนเนื่องจาก 2nd positive band ของ N_2 จะเกิดขึ้นมากที่สุด ดังนั้นค่า A และ μ_m ในสมการที่ (3.5) จึงเป็นพารามิเตอร์การปล่อยโฟตอนเนื่องจาก 2nd positive band ของ N_2 ซึ่งค่าพารามิเตอร์ต่างๆของอากาศที่ใช้ในสมการที่ (3.1) ถึงสมการที่ (3.5) ได้แสดงไว้ในภาคผนวก ก

จากสมการที่ (3.5) จะเห็นว่าโฟโตไอออนในเซชันทำหน้าที่เป็นแหล่งกำเนิดอิเล็กตรอนและไอออนบวกที่มีลักษณะไม่เป็นแหล่งจ่ายเฉพาะที่ เนื่องจากการคำนวณการเกิดโฟโตไอออนในเซชันที่แต่ละตำแหน่งจะต้องทำการคิดรวมผลของโฟตอนที่ปล่อยออกมาจากอนุภาคในสถานะตื่นกระตุ้นทั้งหมดในบริเวณหรือปริมาตรที่ทำการพิจารณา ดังแสดงในรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 การปล่อยโฟตอนจากอนุภาคในสถานะตื่นกระตุ้น

นอกจากนี้สมการที่ (3.5) เป็นสมการในพิกัด 3 มิติทำให้การคำนวณการเกิดโฟโตไอออนในเซชันด้วยสมการดังกล่าวมีความซับซ้อน ใช้ระยะเวลาในการคำนวณมาก และต้องใช้ระบบคอมพิวเตอร์ที่มีหน่วยความจำขนาดใหญ่ซึ่งไม่สามารถหาได้โดยทั่วไป เป็นผลให้งานวิจัยส่วนใหญ่ที่คิดผลของการเกิดโฟโตไอออนในเซชันต้องทำการลดความซับซ้อนของสมการลง เช่น การกำหนดให้รัศมีของสตรีมเมอร์มีขนาดคงที่แล้วทำการคำนวณการเกิดโฟโตไอออนในเซชันในทรงกระบอกย่อย ๆ โดยใช้สมการคำนวณแบบ 1 มิติ ดังแสดงในรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 การคำนวณการเกิดโฟโตไอออนในเซชันในทรงกระบอกย่อย ๆ โดยกำหนดให้รัศมีของสตรีมเมอร์มีขนาดคงที่

ในงานวิจัยนี้ทางผู้วิจัยได้ทำการลดรูปของสมการที่ใช้ในการคำนวณการเกิดโฟโตไอออนในเซชันให้เป็นสมการในพิกัด 2 มิติในระนาบ $r - z$ ทำให้สามารถลดระยะเวลาในการคำนวณเมื่อเทียบการคำนวณในพิกัด 3 มิติและใช้คอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลทั่วไปในการคำนวณได้ โดยสมการที่ทำการปรับปรุงใหม่ได้แสดงไว้ดังสมการที่ (3.6)

$$S_{ph}(r, z) = A \cdot \iiint \left[\frac{f^n \cdot \alpha(r', z') \cdot N_e(r', z') \cdot |\mathbf{v}_e(r', z')| \cdot e^{-\mu_m |\mathbf{r}|}}{4\pi |\mathbf{r}|^3} \right] dr' dz' \quad (3.6)$$

เมื่อ f^n คือฟังก์ชันการลดรูป (reduced function)

$$|\mathbf{r}| = [(r - r')^2 + (z - z')^2]^{0.5}$$

สมการที่ (3.6) เป็นการลดรูปของสมการโฟโตไอออนในเซชันจากสมการในพิกัด 3 มิติไปเป็นสมการในพิกัด 2 มิติที่กระทำผ่านทางฟังก์ชันการลดรูป โดยรายละเอียดต่าง ๆ ของฟังก์ชันการลดรูปได้แสดงไว้ในภาคผนวก ข

การคำนวณหาค่ากระแสดีสชาร์จที่ใหญ่ระหว่างอิเล็กโตรดสามารถทำได้โดยใช้สมการสมดุลพลังงานดังที่แสดงไว้ในสมการที่ (2.5)

การแก้ปัญหาในระบบสมการที่ได้กล่าวมาในข้างต้น จะทำด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ผ่านทางโปรแกรม COMSOL Multiphysics [25-27] ซึ่งทางผู้วิจัยได้ทำการทดสอบแล้วว่าโปรแกรม COMSOL Multiphysics ที่ทำงานบนระบบปฏิบัติการ Ubuntu Linux 64 bit รุ่น 10.04 LTS มีความสามารถเพียงพอในการแก้ปัญหาในระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่ใช้ในการอธิบายลักษณะการกระจายตัวของอนุภาคที่มีประจุและการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นระหว่างอิเล็กโตรดที่มีการป้อนแรงดันไฟฟ้าได้ โดยรายละเอียดของขั้นตอนในการทดสอบได้แสดงไว้ในภาคผนวก ค

3.2 แบบจำลองของแกปอากาศ

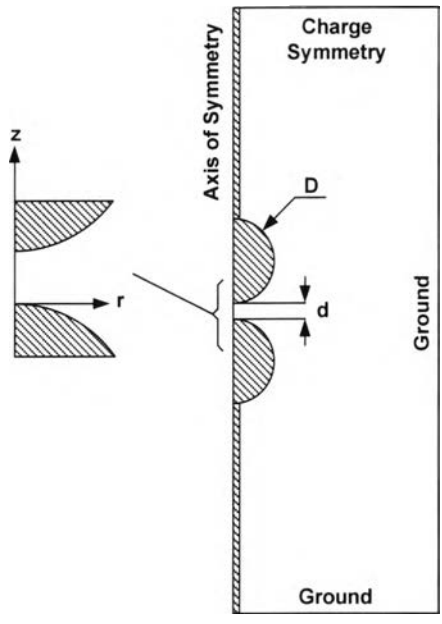
แกปอากาศเป็นอุปกรณ์ที่มีใช้ทั่วไปในห้องปฏิบัติการไฟฟ้าแรงสูง แกปอากาศมีอยู่ด้วยกันหลายแบบ เช่น แกปแบบระนาบคู่ขนาน แกปทรงกลม แกปแบบแท่งปลายแหลม และแกปแบบทรงกระบอกซ้อนกันเป็นต้น ในงานวิจัยนี้ทางผู้วิจัยเลือกใช้แกปทรงกลมซึ่งมีการกระจายของสนามไฟฟ้าแบบค่อนข้างสม่ำเสมอ (nearly uniform-field) ทำให้สามารถละเลยการเกิดโคโรนาดีสชาร์จเนื่องจากค่าสนามไฟฟ้าสูงบริเวณขอบของอิเล็กโตรด และจากลักษณะรูปร่างของอิเล็กโตรดที่เป็นทรงกลมจึงไม่เกิดกระบวนการปล่อยอิเล็กตรอนจากผิวของอิเล็กโตรดเนื่องจากสนามไฟฟ้า (field emission)

มิติและการจัดวางอิเล็กโตรดของแกปทรงกลมที่ใช้ในการคำนวณอ้างอิงมาจากมาตรฐาน IEC 60052: Voltage measurement by means of standard air gaps [28] โดยในงานวิจัยนี้เลือกใช้แกปทรงกลมที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางและระยะแกปแตกต่างกัน 3 ขนาด ดังแสดงในตารางที่ 3.1 และรูปที่ 3.3

ตารางที่ 3.1 ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกลม (D) ระยะแกป(d) และแฟกเตอร์สนามไฟฟ้าของแกปทรงกลมที่ใช้ในการคำนวณ

เส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกลม (cm)	5.0	15.0	25.0
ระยะแกป (cm)	0.5	1.0	1.0
แฟกเตอร์สนามไฟฟ้า	1.06	1.04	1.03

¹ Field Enhancement Factor คือ อัตราส่วนระหว่างค่าความเครียดสนามไฟฟ้าสูงสุด (E_{max}) ต่อค่าเฉลี่ยของสนามไฟฟ้า (E_m)



รูปที่ 3.3 แบบจำลองแกปทรงกลมในระนาบ $r - z$ เมื่อทรงกลมด้านบนเป็นอิเล็กโตรด ขั้วบวกและทรงกลมด้านล่างเป็นอิเล็กโตรดที่ต่อลงดิน

3.3 เงื่อนไขเริ่มต้นในการคำนวณ

แกปทรงกลมจะถูกป้อนด้วยแรงดันรูปขั้น (step voltage) ที่มีขนาดแรงดันอ้างอิงมาจากค่าแรงดันเบรกดาว์นของแกปทรงกลมตามมาตรฐาน IEC 60052 และในงานวิจัยนี้จะกำหนดขนาดของแรงดันป้อนเข้าเป็นแบบค่าต่อหน่วย (per unit, pu) เช่น ทำการป้อนแรงดันขนาด 1 pu ให้กับแกปทรงกลมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 25 cm ระยะแกป 1 cm หมายถึง การป้อนแรงดันแบบขั้นขนาด 31.7 kV ให้กับแกปทรงกลมเป็นต้น

ประจุเริ่มต้นที่ใช้ในงานวิจัยนี้มีลักษณะเป็นคู่ประจุอิเล็กตรอน - ไอออนบวก ซึ่งขนาดและตำแหน่งของประจุเริ่มต้นถือเป็นค่าสำคัญที่ต้องทำการพิจารณา เนื่องจากจะมีผลต่อลักษณะการเกิดและการพัฒนาของสตรีมเมอร์ กล่าวคือถ้าประจุเริ่มต้นที่ใช้ในการคำนวณมีค่ามากเกินไปผลการคำนวณที่ได้อาจไม่แสดงถึงช่วงเวลาการก่อตัวของอิเล็กตรอนอะวาลานซ์และการเปลี่ยนแปลงไปเป็นสตรีมเมอร์ ดังเช่น ในงานวิจัยของ Morrow [11] ที่ต้องการศึกษาเกี่ยวกับสตรีมเมอร์บวกที่เกิดขึ้นในแกปแบบอิเล็กโตรดปลายแหลม จึงทำการกำหนดให้ประจุเริ่มต้นมีขนาดถึง 10^{14} cm^{-3} และวางไว้ใกล้กับแอโนดเพราะต้องการเริ่มทำการคำนวณในสภาวะที่เสมือนกับมีสตรีมเมอร์บวกเกิดขึ้นแล้วในแกป แต่อย่างไรก็ตามในงานวิจัยนี้มีจุดประสงค์ที่จะทำการศึกษาดังแต่ช่วงเวลาที่ยอิเล็กตรอนอะวาลานซ์เริ่มก่อตัวจนกระทั่งเกิดการเบรกดาว์นในแกป ดังนั้นประจุเริ่มต้นที่ใช้ในการคำนวณจึงควรมีขนาดเล็กและมี

ตำแหน่งใกล้กับแคโทด โดยในงานวิจัยนี้กำหนดให้ประจุเริ่มต้นมีขนาดเท่ากับ 10 cm^{-3} และมีตำแหน่งการจัดวางดังที่จะแสดงในหัวข้อถัดไป

3.4 ผลการคำนวณ

ผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองเชิงตัวเลขจะแสดงในรูปของการกระจายความหนาแน่นของอิเล็กตรอน ไอออนบวกและไอออนลบ การเปลี่ยนแปลงขนาดของสนามไฟฟ้า และกระแสดีสชาร์จ์ที่ไหลระหว่างแกปทรงกลมที่เวลาต่าง ๆ ในแต่ละกรณีดังที่แสดงในตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 รายละเอียดของแบบจำลองเชิงตัวเลขในแต่ละกรณี

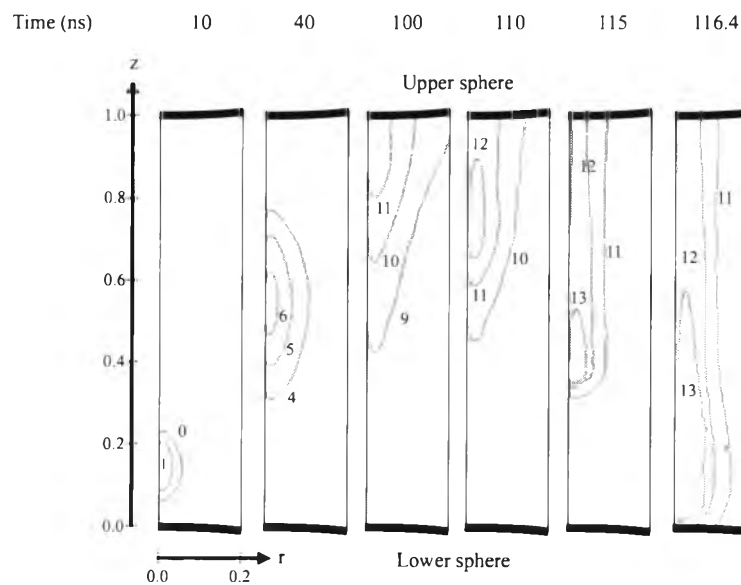
กรณี	เส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกลม (cm)	ระยะแกป (cm)	แรงดันดันป้อนเข้า (pu)	ตำแหน่งประจุเริ่มต้น (%) [*]
1	5.0	0.5	1.0	(0,2)
2	15.0	1.0	1.0	(0,2)
3	25.0	1.0	1.0	(0,2)
4	15.0	1.0	1.0	(1C,2)
5	15.0	1.0	1.0	(2C,2)
6	25.0	1.0	0.9	(0,2)
7	25.0	1.0	1.1	(0,2)

* ตำแหน่งของประจุเริ่มต้นมีขนาดเป็นอัตราส่วนของระยะแกป เช่น ในกรณีที่ 2 ตำแหน่งของประจุเริ่มต้นเท่ากับ (0,2) หมายถึง ประจุเริ่มต้นจะอยู่ที่ตำแหน่งตามแนวแกน r เท่ากับ $(0) \cdot (1) = 0 \text{ cm}$ และตำแหน่งตามแนวแกน z เท่ากับ $(2/100) \cdot (1) = 0.02 \text{ cm}$ เป็นต้น

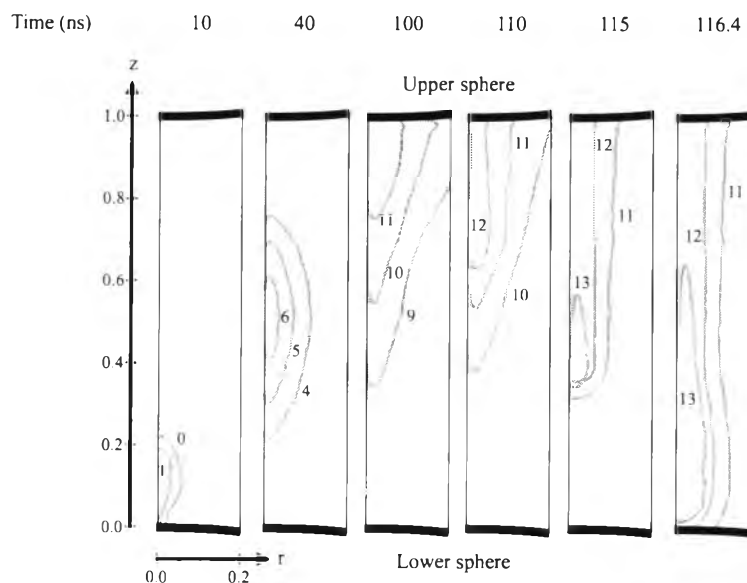
ตัวอย่างผลการคำนวณในกรณีที่ 2 ได้แสดงในรูปที่ 3.4 ถึงรูปที่ 3.8 โดยตัวเลขบนเส้นชั้นความสูงความหนาแน่นของอนุภาคแต่ละชนิดเป็นค่าเลขยกกำลังของ 10 เช่น 5 หมายถึง 10^5 cm^{-3} และตัวเลขบนเส้นชั้นความสูงของขนาดสนามไฟฟ้ามีหน่วยเป็น kV/cm ส่วนผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองเชิงตัวเลขในกรณีอื่น ๆ ได้แสดงไว้ในภาคผนวก

จากรูปที่ 3.4 ถึงรูปที่ 3.6 จะเห็นว่าความหนาแน่นของอิเล็กตรอน ไอออนบวกและไอออนลบมีลักษณะการเปลี่ยนแปลงที่เหมือนกัน คือมีขนาดเพิ่มขึ้นตามเวลา มีการเคลื่อนที่

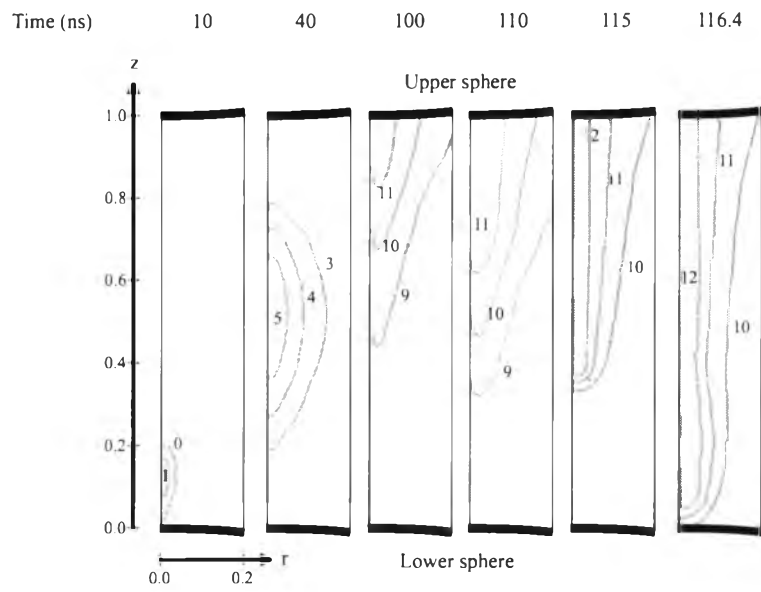
จากแคโทดไปยังแอโนดในช่วงเวลาแรก (<100 ns) และเคลื่อนที่กลับไปยังแคโทดหลังจากที่กลุ่มอนุภาคเคลื่อนที่ไปถึงแอโนด (≥ 100 ns) นอกจากนี้ตำแหน่งของความหนาแน่นของอนุภาคต่าง ๆ ที่มีขนาดเท่ากันซึ่งแสดงไว้ในรูปจะอยู่คนละตำแหน่งเนื่องมาจากข้อจำกัดทางด้านทฤษฎีการแสดงผลของโปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณ ซึ่งถ้าหากพิจารณาความหนาแน่นของอนุภาคต่าง ๆ ที่ตำแหน่งเดียวกันจะพบว่าความหนาแน่นของอนุภาคแต่ละชนิดจะมีค่าไม่เท่ากัน โดยความหนาแน่นของอิเล็กตรอนจะมีค่ามากที่สุด รองลงมาคือความหนาแน่นของไอออนบวกและความหนาแน่นของไอออนลบตามลำดับ



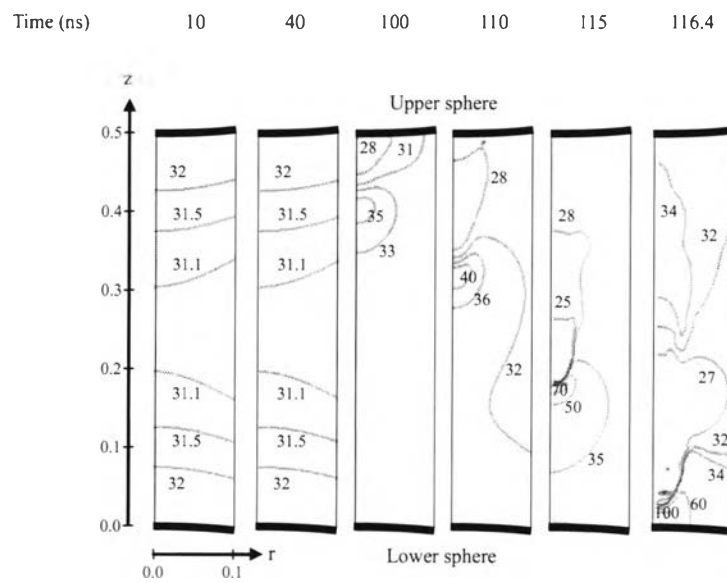
รูปที่ 3.4 เส้นชั้นความสูงความหนาแน่นของอิเล็กตรอนที่ได้รับการคำนวณในกรณีที่ 2



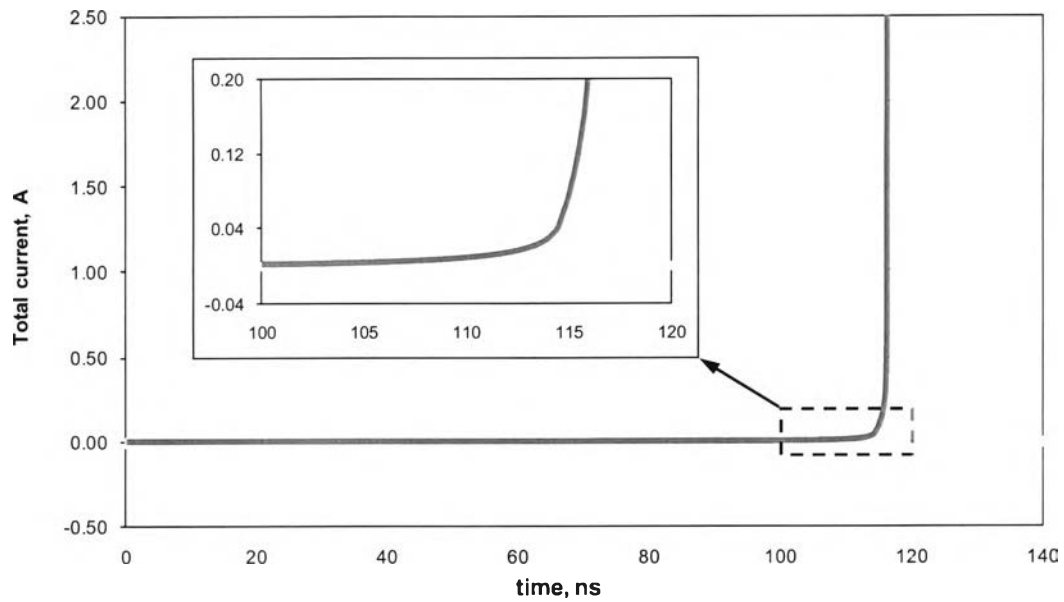
รูปที่ 3.5 เส้นชั้นความสูงความหนาแน่นของไอออนบวกที่ได้รับการคำนวณในกรณีที่ 2



รูปที่ 3.6 เส้นชั้นความสูงความหนาแน่นของไอออนลบที่ได้รับการคำนวณในกรณีที่ 2



รูปที่ 3.7 เส้นชั้นความสูงขนาดสนามไฟฟ้าที่ได้รับการคำนวณในกรณีที่ 2



รูปที่ 3.8 กระแสดีสชาร์จที่ไหลระหว่างแกปทรงกลมที่ได้รับการคำนวณในกรณีที่ 2

ขนาดของสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นระหว่างแกปทรงกลมจะมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาเช่นเดียวกับความหนาแน่นของอนุภาคต่าง ๆ ในรูปที่ 3.7 จะเห็นว่าการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าจะมีลักษณะสอดคล้องกับการเคลื่อนที่ของกลุ่มอนุภาค โดยตำแหน่งที่ขนาดของสนามไฟฟ้ามีค่าสูงสุดจะตรงกับตำแหน่งที่ความหนาแน่นของอิเล็กตรอนมีค่ามากที่สุด

ในรูปที่ 3.8 ขนาดของกระแสดีสชาร์จที่ไหลระหว่างแกปทรงกลมในช่วงเวลาแรก (< 100 ns) จะมีค่าต่ำและมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก แต่ขนาดของกระแสดีสชาร์จจะมีการเพิ่มขึ้นอย่างชัดเจนหลังจากที่กลุ่มอนุภาคเคลื่อนที่ไปถึงแอโนด (≥ 100 ns) ซึ่งเป็นช่วงเวลาเดียวกันที่เริ่มสังเกตเห็นการเปลี่ยนแปลงขนาดของสนามไฟฟ้า หลังจากนั้นขนาดของกระแสดีสชาร์จจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วจนกระทั่งกลุ่มอนุภาคเคลื่อนที่ถึงแคโทด