## ความมีขอบเขตของตัวดำเนินการกรีนสำหรับสมการไม่เฉพาะที่บนปริภูมิเลอเบกถ่วงน้ำหนัก

นายอิทธินัทธ์ นันทจิตตานนท์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2560 ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



# BOUNDEDNESS OF GREEN OPERATORS FOR NONLOCAL EQUATIONS ON WEIGHTED LEBESGUE SPACES

Mr. Itthinat Nuntajittanond

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science Program in Mathematics
Department of Mathematics and Computer Science
Faculty of Science
Chulalongkorn University
Academic Year 2017
Copyright of Chulalongkorn University

Thesis Title BOUNDEDNESS OF GREEN OPERATORS FOR

NONLOCAL EQUATIONS ON WEIGHTED LEBESGUE SPACES

By

Mr. Itthinat Nuntajittanond

Field of Study

Mathematics

Thesis Advisor

Assistant Professor Sujin Khomrutai, Ph.D.

Accepted by the Faculty of Science, Chulalongkorn University in Partial Fulfillment of the Requirements for the Master's Degree

Dean of the Faculty of Science (Associate Professor Polkit Sangvanich, Ph.D.)

#### THESIS COMMITTEE

... Chairman

(Associate Professor Wicharn Lewkeeratiyutkul. Ph.D.)

April My Thesis Advisor

(Assistant Professor Sujin Khomrutai, Ph.D.)

Exammer

(Associate Professor Nataphan Kitisin, Ph.D.)

Parinya Sanglams un thoin External Examiner

(Assistant Professor Parinya Sa Ngiamsunthorn, Ph.D.)

อิทธินัทธ์ นันทจิตตานนท์: ความมีขอบเขตของตัวดำเนินการกรีนสำหรับสมการไม่เฉพาะ ที่บนปริภูมิเลอเบกถ่วงน้ำหนัก. (BOUNDEDNESS OF GREEN OPERATORS FOR NONLOCAL EQUATIONS ON WEIGHTED LEBESGUE SPACES) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุจินต์ คมฤทัย, 31 หน้า.

ในงานวิจัยฉบับนี้ เราศึกษาการมีจริงและการมีผลเฉลยเพียงหนึ่งเดียว ของปัญหาโคชี สำหรับสมการไม่เฉพาะที่ต่อไปนี้

$$\partial_t u(x,t) = \int_{\mathbb{R}^n} J(x,y) u(y,t) dy - u(x,t) + \left(\ln(e+|x|^2)\right)^{\sigma} u^p(x,t)$$

โดยที่ p>1 และ  $\sigma>0$  เป็นค่าคงที่ ในการศึกษานี้เคอร์เนล J อาจจะไม่เป็นฟังก์ชันเชิงระยะทาง ได้ ในงานวิจัยนี้จะพิจารณาปัญหาโคชีดังกล่าวในปริภูมิเลอเบกถ่วงน้ำหนักด้วยฟังก์ชันลอการีทึม หนึ่งในผลลัพธ์สำคัญของงานนี้คือการพิสูจน์ความมีขอบเขตของฟังก์ชันกรีนที่เกิดขึ้นของสมการ ในงานนี้ยังได้พิสูจน์สมบัติตั้งดีแล้วเฉพาะที่ของปัญหาไม่เชิงเส้นด้วย

ภาควิชา คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์		ลายมือชื่อนิสิต อิทธินัทธ์ วรณฑฐิทุการงนา	
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์	ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก	Alden Myla
ปีการศึกษา	2560		

V

# # 58720991023 : MAJOR MATHEMATICS

KEYWORDS: GREEN OPERATORS, WEIGHTED LESBESGUE SPACES,

NONLOCAL EQUATIONS

ITTHINAT NUNTAJITTANOND: BOUNDEDNESS OF GREEN

OPERATORS FOR NONLOCAL EQUATIONS ON WEIGHTED LEBESGUE

**SPACES** 

ADVISOR: ASSISTANT PROFESSOR SUJIN KHOMRUTAI, Ph.D., 31 pp.

In this research, we establish the local existence and uniqueness of solutions for the Cauchy problem of the nonlocal equation of the form

$$\partial_t u(x,t) = \int_{\mathbb{R}^n} J(x,y) u(y,t) dy - u(x,t) + \left(\ln(e+\left|x\right|^2)\right)^{\sigma} u^p(x,t)$$

where p > 1 and  $\sigma > 0$  are constants. In this research, the kernel J of the nonlocal term may not radially symmetric. We investigate the Cauchy problem on weighted Lebesgue spaces with a logarithmic weight. One of the most important results in this thesis is the boundedness of the corresponding Green operator on the weight Lebesgue spaces. We also establish the local well-posedness of the problem.

Department: ...Mathematics and.....

Student's Signature: anound in nonmount

Advisor's Signature: Specification

...Computer Science...

Field of Study: ..... Mathematics.....

Academic Year:.....2017.....

#### **ACKNOWLEDGEMENTS**

Foremost, I would like to express my sincere gratitute to my advisor Assistant Professor Dr. Sujin Khomrutai for giving me an opportunity of being to his student. He has not only supported me for doing this thesis but also has given me numerously invaluable knownledge and guildence. Furthermore, I would like to thank the thesis committees, Associate Professor Dr. Wicharn Lewkeeratiyutkul, Associate Professor Dr. Nataphan Kitisin and Assistant Professor Dr. Parinya Sa Ngiamsunthorn. Their comments and suggestions make this thesis much more perfect.

I wish to thank the Human Resource Development in Science Project (Science Achievement Scholarship of Thailand, SAST) for financial supports. I also would like to thank to all of my friends, esspecially, Miss Apassara Suechoei and mentors for their helps and their beneficial advices.

Last but not least, I would like to extend great thank to my family; I could pass through rough road because of their support and their encouragment.

### CONTENTS

page
ABSTRACT IN THAIiv
ABSTRACT IN ENGLISH
ACKNOWLEDGEMENTS
CONTENTS vii
CHAPTER
I INTRODUCTION
II PRELIMINARIES4
III NONLOCAL OPERATOR
IV GREEN OPERATOR
V LOCAL WELLPOSEDNESS OF SEMILINEAR EQUATION 24
REFERENCES
VITA 31