

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง การพัฒนาโปรแกรมส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา
เชิงตรรกศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
สูง ได้แบ่งการศึกษาออกเป็น 6 ส่วน ดังต่อไปนี้

1. การคิดเชิงตรรกศาสตร์
 - 1.1 ความหมายของการคิดเชิงตรรกศาสตร์
 - 1.2 ประเภทของการคิดเชิงตรรกศาสตร์
 - 1.3 ขั้นตอนในการสอนแบบอุปนัยและนิรนัย
 - 1.4 ประโยชน์ และข้อจำกัดของการคิดเชิงตรรกศาสตร์
2. ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์
 - 2.1 ความหมายของปัญหาเชิงตรรกศาสตร์
 - 2.2 ประเภทของปัญหาเชิงตรรกศาสตร์
3. โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.2 ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.3 องค์ประกอบที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.4 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.5 การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
4. นักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง
 - 4.1 ลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง
 - 4.2 แนวทางในการสอนนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง
5. การพัฒนาโปรแกรมการศึกษา

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

6.1 งานวิจัยที่เกี่ยวกับการคิดเชิงตรรกศาสตร์

6.2 งานวิจัยที่เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การคิดเชิงตรรกศาสตร์ (Logical Thinking)

1. ความหมายของการคิดเชิงตรรกศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของคำว่าตรรกศาสตร์ มีนักวิชาการในรุ่นแรกใช้คำว่า ตรรก หรือตรรกวิทยา แต่ตามศัพท์ปรัชญา และตรรกศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน ใช้คำว่า ตรรกศาสตร์ ในงานวิจัยนี้จึงใช้คำว่า ตรรกศาสตร์

ขุนประเสริฐ ศุภมาตรา (2494) กล่าวว่าตรรกศาสตร์ คือวิชาที่ว่าด้วยเงื่อนไข และกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ซึ่งจะต้องใช้การคิดหรือการตรรกตรองหาเหตุผลอย่างถูกต้อง

ม.ร.ว. ปานใจ สุขสวัสดิ์ และเสรี วงษ์มณฑา (2517) กล่าวว่า ตรรกศาสตร์ เป็นวิชาที่ว่าด้วยหลักการ และวิธีการของการให้เหตุผล เพื่อให้เราใช้ความคิด ภาษาพูด และ ภาษาเขียนอย่างมีเหตุผล ไม่ก่อให้เกิดความสำคัญผิด ไม่เข้าใจคนอื่นผิด ๆ และรู้จักตัดสินใจปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างสมเหตุสมผล

กิริติ บุญเจือ (2532) กล่าวว่าตรรกศาสตร์ คือวิชาที่ว่าด้วยกฎเกณฑ์การใช้เหตุผล ซึ่งเหตุผลอยู่ในความคิดแสดงออกโดยใช้ภาษา ภาษาที่แสดงเหตุผลจะต้องมีข้อความหนึ่ง สนับสนุนอีกข้อความหนึ่ง ซึ่งการพิสูจน์มี 2 วิธีคือ นิรนัย และอุปนัย

Copi (1990) กล่าวว่าตรรกศาสตร์คือการศึกษาเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ และเหตุผลที่ใช้แยกแยะเหตุผลที่ถูกต้องออกจากเหตุผลที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งผู้ที่เรียนเกี่ยวกับตรรกศาสตร์สามารถค้นหาเหตุผลที่ดีหรือถูกต้องได้

จากความหมายของตรรกศาสตร์ดังกล่าวข้างต้นจะกล่าวได้ว่าการคิดเชิงตรรกศาสตร์ หมายถึงการคิดที่เกี่ยวกับการใช้หลักการ กฎเกณฑ์การใช้เหตุผล เพื่อให้คิด พูด เขียนอย่างมีเหตุผล

2. ประเภทของการคิดเชิงตรรกศาสตร์

Kupperman และ Mc. Grade (1966) ได้แบ่งการคิดเชิงตรรกศาสตร์ออกเป็น 2 วิธี คือ การคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) และการคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)

2.1 การคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัย

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายเกี่ยวกับรองการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัย ไว้พอสรุปได้ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2523) กล่าวว่า การคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการเริ่มต้นจากการนำนัยทั่วไป หรือข้อสรุป กฎหรือสูตรที่ทราบแล้ว นำมาใช้เพื่อที่จะแก้ปัญหาเรื่องใหม่ และเกิดข้อสรุปอันใหม่

นวลอนงค์ อธิธิจิระจรัส (2530) กล่าวว่า การคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการยอมรับข้อสรุป หรือสมมติฐาน แล้วนำข้อสรุปหรือสมมติฐานมาค้นหาข้อสรุปใหม่

สรุปได้ว่า การคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการยอมรับกฎเกณฑ์ ข้อสรุป กฎ หรือสมมติฐาน แล้วนำมาใช้ และทำให้เกิดข้อสรุปหรือกฎเกณฑ์ใหม่

2.2 การคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัย

นักการศึกษาได้ให้ความหมายเกี่ยวกับการคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัยไว้ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2523) กล่าวว่า การคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการคิดที่เริ่มจากการศึกษาตัวอย่างหลายๆตัวอย่างเพื่อให้เห็นรูปแบบ และสังเกตเปรียบเทียบดูสิ่งที่มีลักษณะร่วมกัน และจะนำไปสู่ข้อสรุป

นวลอนงค์ อธิธิจิระจรัส (2530) กล่าวว่า การคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการสรุปผล หรือกฎเกณฑ์ที่ได้มาจากสมมติฐานหรือเหตุการณ์หลาย ๆ เหตุการณ์ที่รวบรวมได้จากการสังเกต

สรุปได้ว่าการคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการคิดที่อาศัยการสังเกต ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างแล้วเปรียบเทียบดูสิ่งที่มีลักษณะร่วมกัน ซึ่งจะนำมาสู่ข้อสรุป

3. ขั้นตอนในการสอนแบบอุปนัย และนิรนัย

จากการศึกษาขั้นตอนในการสอนแบบอุปนัย และนิรนัย นักการศึกษาได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสอนแบบอุปนัย และนิรนัยพอสรุปได้ดังนี้

3.1 ขั้นตอนในการสอนแบบอุปนัย

ยุพิน พิพิธกุล (2530) กล่าวถึงขั้นตอนในการสอนแบบอุปนัยไว้ดังนี้

1. จัดรวบรวมข้อมูล
2. สืบหาข้อสรุป

3. ค้นหารูปแบบ
4. สรุปหรือกำหนดนัยทั่วไป

ประสาธ สุธำนวงส์ (2536) กล่าวถึงขั้นตอนในการสอนแบบอุปนัยไว้ดังนี้

1. จัดรวบรวมข้อมูล
2. ค้นหารูปแบบ
3. กำหนดรูปแบบหรือนัยทั่วไป

3.2 ขั้นตอนในการสอนแบบนิรนัย

ยุพิน พิพิธกุล (2530) กล่าวถึงขั้นตอนในการสอนแบบนิรนัยไว้ดังนี้

1. กำหนดนัยทั่วไป
2. ตรวจสอบนัยทั่วไป
3. นำนัยไปใช้

ประสาธ สุธำนวงส์ (2536) กล่าวถึงขั้นตอนในการสอนแบบนิรนัยไว้ดังนี้

1. ตรวจสอบรูปแบบหรือนัยทั่วไป
2. นำไปใช้แก้ปัญหา

4. ประโยชน์และข้อจำกัดของการคิดเชิงตรรกศาสตร์

นักการศึกษาได้กล่าวถึงประโยชน์ และข้อจำกัดของการคิดเชิงตรรกศาสตร์โดยแยกตามประเภทไว้พอสรุปได้ดังนี้

4.1 ประโยชน์และข้อจำกัดของการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัย

ยุพิน พิพิธกุล (2526) กล่าวถึงประโยชน์ของการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยไว้ดังนี้

- 1) สั้นและไม่เสียเวลาเพราะใช้กฎหรือสูตรที่เคยเรียนมาแล้วล่วงหน้า
- 2) ทำให้จำหลัก หรือกฎเกณฑ์ได้แม่นยำจากการนำไปใช้
- 3) มีการฝึก และทบทวนมาก
- 4) รวดเร็ว และมีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา

นอกจากนี้ยังกล่าวถึงข้อจำกัดของการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยไว้ว่า

- 1) ทำให้ผู้เรียนที่เริ่มต้นเรียน เข้าใจสูตรที่เป็นนามธรรมได้ยาก
- 2) ผู้เรียนจะต้องจำสูตรมาใช้ ซึ่งบางครั้งก็ไม่เข้าใจ ความจำจึงกลายมา

เป็นเรื่องสำคัญ

3) ถ้าผู้เรียนลืมกฎหรือสูตรก็ไม่สามารถแก้ปัญหาได้
 นวลอนงค์ อธิธิจิระจรุส (2530) กล่าวถึงประโยชน์ และข้อจำกัดของการคิด
 โดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยไว้พอสรุปได้ดังนี้

ประโยชน์ของการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัย

เป็นวิธีการที่ใช้ในการพิสูจน์เพื่อยืนยันกฎ ข้อสรุปหรือทฤษฎีบท

ข้อจำกัดของการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัย

- 1) การคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยนั้นมุ่งสรุปผลตามที่มีเหตุกำหนดไว้เท่านั้น ถ้ากรณีที่เกิดนั้นเป็นเท็จก็จะส่งผลเสียต่อผลสรุปนั้นได้
- 2) การคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยไม่สามารถสรุปผลตามที่คาดหวังไว้ได้ ต้องสรุปผลไปตามเหตุที่กำหนด

สรุปได้ว่า ประโยชน์ของการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยนั้นจะใช้เวลาน้อย สามารถจำกฎเกณฑ์ได้แม่นยำ ช่วยในการแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพ และเป็นเครื่องช่วยยืนยัน ข้อสรุปหรือกฎเกณฑ์ที่ค้นพบ ข้อจำกัดของการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยนั้น บางครั้งทำให้ ผู้เรียนต้องอาศัยความจำกฎ หรือสูตร ซึ่งเป็นนามธรรม ถ้าผู้เรียนลืมกฎหรือสูตร ก็ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ และถ้ากฎหรือสูตรเป็นเท็จ การนำกฎหรือสูตรไปใช้ผลออกมา ก็จะผิดพลาดด้วยเช่นกัน

4.2 ประโยชน์ และข้อจำกัดของการคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัย

ยุพิน พิพิธกุล (2526) กล่าวถึงประโยชน์ และข้อจำกัดของการคิดโดยใช้
 เหตุผลแบบอุปนัย ไว้พอสรุปได้ดังนี้

ประโยชน์

- 1) ผู้เรียนจะได้รับการฝึกฝนให้คิดอย่างมีเหตุผล เข้าใจ และจำได้นาน
- 2) ผู้เรียนสามารถทำกิจกรรมด้วยตนเอง
- 3) ผู้เรียนมีโอกาส และมีส่วนร่วมในการค้นพบ
- 4) ผู้เรียนจะได้รับการฝึกให้รู้จักสังเกต เปรียบเทียบ วิเคราะห์ และสรุปด้วยตนเอง

ข้อจำกัด

- 1) ไม่เหมาะสมกับเนื้อหาทุกเรื่อง
- 2) ถ้าผู้สอนยกตัวอย่างไม่เพียงพอจะได้ผลไม่สมบูรณ์
- 3) ถ้าเรื่องยาวเกินไปทำให้ผู้เรียนเสียเวลา
- 4) ผู้สอนทุกคนอาจไม่สามารถใช้วิธีการสอนแบบนี้

นวลอนงค์ อธิธิจิระจารี (2530) กล่าวถึงประโยชน์ และข้อจำกัดของการคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัย ไว้พอสรุปได้ดังนี้

ประโยชน์

เป็นวิธีการที่ทำให้เกิดกฎเกณฑ์ ข้อสรุป หรือทฤษฎีบทต่าง ๆ

ข้อจำกัด

- 1) ถ้าตัวอย่างมีน้อยก็ไม่สามารถหยิบยกมาอ้างเป็นเหตุผลได้
- 2) การสังเกตข้อเท็จจริงจากปรากฏการณ์ หรือตัวอย่างแล้วนำมาเป็นข้อสรุป ผลสรุปอาจไม่ถูกต้องก็ได้

สรุปได้ว่าประโยชน์ของการคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัย ช่วยให้ผู้เรียนได้ฝึกการสังเกต การวิเคราะห์ ฝึกคิดอย่างมีเหตุผล และทำให้ได้ข้อสรุปหรือกฎเกณฑ์ใหม่ ๆ ข้อจำกัดของการคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัย พบว่าถ้าตัวอย่างไม่เพียงพอก็ไม่สามารถสรุปผลได้

ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์

1. ความหมายของปัญหาเชิงตรรกศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ (Logic problem) จากนักการศึกษาพอสรุปได้ดังนี้

Copi (1986) กล่าวว่า ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์เป็นแบบฝึกหัดที่ช่วยให้ผู้แก้ปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งเป็นการยอมรับเหตุผล และความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยอาศัยกฎทางวิทยาศาสตร์ และทฤษฎีรวมทั้งต้องใช้ความคิด และสติปัญญาในการแก้ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์

สมวงศ์ แปลงประสพโชค, ปราณ วิชกุล และปรีชา เนาร์เย็นผล (2532) กล่าวว่า ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ (ต้นฉบับใช้คำว่า ปัญหาทางตรรกศาสตร์) เป็นปัญหาที่มีความยุ่งยาก สลับซับซ้อน มีวิธีการแก้ปัญหาได้หลายรูปแบบแล้วแต่ลักษณะของปัญหา ที่นิยมใช้มี 2 รูปแบบ คือ การใช้กระบวนการอุปนัย คือใช้วิธีสังเกตข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้แล้วสรุปเป็นหลักเกณฑ์ และอีกรูปแบบหนึ่งคือการใช้กระบวนการนิรนัย คือการยอมรับเงื่อนไขที่ปัญหากำหนดให้ แล้วนำมาวิเคราะห์ เพื่อแยกย่อยเงื่อนไขว่าเราทราบอะไรได้อีกบ้าง จากนั้นนำมาสังเคราะห์ประกอบขึ้นเป็นความรู้ใหม่

สรุปได้ว่าปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีความสลับซับซ้อนในการแก้ปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหา ต้องใช้กระบวนการคิดแก้ปัญหาที่เป็นระบบ ใช้ความสามารถในการคิด และ

ประสบการณ์เดิม รวมทั้งการยอมรับเหตุผล และความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยอาศัยกฎ และ ทฤษฎี จะทำให้ผู้แก้ปัญหาที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น

2. ประเภทของปัญหาเชิงตรรกศาสตร์

สมวงษ์ แปลงประตบโชค, ปราณี วิชกุล และปรีชา เนาว์เย็นผล (2532) ได้กล่าว ถึงปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ไว้ ซึ่งสามารถแบ่งเป็น 2 ประเภทคือ

- 1) ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ ที่ใช้กระบวนการอุปนัยช่วยในการแก้ปัญหา เป็น ปัญหาที่ต้องใช้วิธีการสังเกต จากข้อมูลที่ปัญหากำหนดแล้วสรุปหลักการเป็นของตนเอง
- 2) ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ ที่ใช้กระบวนการนิรนัยช่วยในการแก้ปัญหา ปัญหา ประเภทนี้ ต้องใช้วิธีการยอมรับหรือตกลงเบื้องต้นไปหาความรู้ใหม่ โดยจะต้องยอมรับเงื่อนไขที่ให้ มา แล้วนำมาวิเคราะห์ เพื่อแยกย่อยเงื่อนไขว่าเราทราบอะไรได้บ้าง จากนั้นก็นำมา วิเคราะห์ประกอบขึ้นเป็นความรู้ใหม่

จากการรวบรวมเอกสารเกี่ยวกับปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ หลาย ๆ เล่ม ผู้วิจัยจึงขอ เสนอ ตัวอย่างปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ ไว้ดังต่อไปนี้

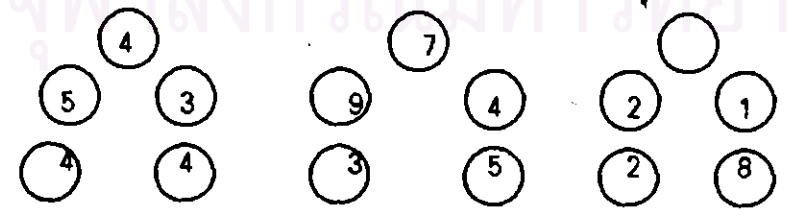
- 1) ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ที่อาศัยการคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัย ปัญหา ประเภทนี้แบ่งได้เป็น 3 ลักษณะ คือ
 - 1.1) ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ที่อาศัยการคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัยช่วยใน การแก้ปัญหา ที่เกี่ยวกับจำนวน ตัวอย่างเช่น

ปัญหาที่ 1

จงเติมจำนวนในช่องสุดท้ายให้เข้าชุดกัน
6, 8, 10, 11, 14, 14,

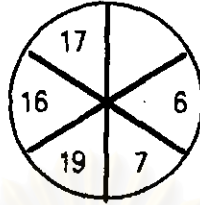
ปัญหาที่ 2

จงเติมจำนวนในช่องว่างให้เข้าชุดกัน



ปัญหาที่ 3

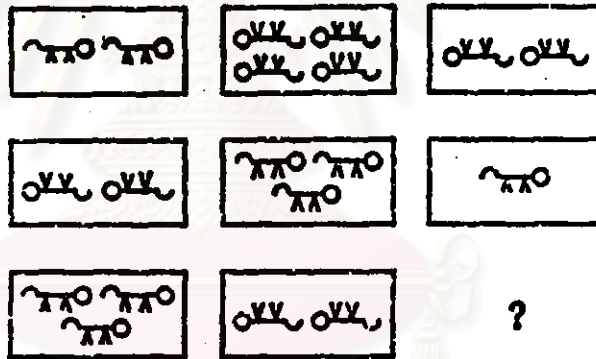
จงเติมจำนวนลงในช่องว่างให้เข้าชุดกัน



1.2) ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ที่อาศัยการคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัยช่วยในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับรูปภาพ ตัวอย่างเช่น

ปัญหา

จงเติมรูปลงในช่องว่างให้เข้าชุดกัน



1.3) ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ที่อาศัยการคิดโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัยช่วยในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัญลักษณ์ ตัวอย่างเช่น

ปัญหา

จงเติมอักษรลงในช่องว่างให้เข้าชุดกัน

A	A	C	A
B	B	B	C
A	C		A
D	A	B	A

2) ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ที่อาศัยการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยช่วยในการแก้ปัญหา โดยแบ่งปัญหาออกเป็น 2 ประเภทคือ

2.1) ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ที่อาศัยการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยที่ไม่ต้องอาศัยตารางช่วยในการแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น

ปัญหาที่ 1

ท่านกำลังเดินทางไปจังหวัดแม่ฮ่องสอนผ่านอำเภอขุนยวม มีทางแยก 2 ทาง ทางหนึ่งไปจังหวัดแม่ฮ่องสอน อีกทางหนึ่งไปพม่า ที่ทางแยกพบชาย 2 คน ชายคนหนึ่งพูดจริงเสมอ ชายอีกคนหนึ่งพูดเท็จเสมอ ท่านจะถามชาย 2 คนนี้อย่างไรคนละ 1 คำถาม จึงจะทราบทางไปจังหวัดแม่ฮ่องสอน

ปัญหาที่ 2

พัดโบก ดาว พ่อ และแม่ จะข้ามแม่น้ำอย่างไร ถ้ามีเรือบรรทุกพัดโบก และดาวพร้อมกันได้ แต่บรรทุกพ่อ และแม่ได้ครั้งละ 1 คน เท่านั้น

2.2) ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ที่อาศัยการคิดโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยที่ต้องอาศัยตารางช่วยในการแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น

ปัญหาที่ 1

สมบัติ พยุง และบังเอิญ วิ่งแข่ง 100 เมตร สมบัติไม่ได้อันดับที่ 2 พยุงไม่ได้อันดับที่ 3 แต่สมบัติทำเวลาได้ดีกว่าคนที่มีอายุแก่ที่สุด จงหาว่าใครได้อันดับที่ 1 อันดับที่ 2 อันดับที่ 3

ปัญหาที่ 2

เด็ก 3 คนมีบ้านอยู่บนถนนเดียวกัน ชื่อ อุดม ชนิษฐนันท์ และปิยะนุช มีนามสกุล ชำนินอก หอมคำ และสุวรรณทัต อายุ 7, 9, 10 ปี แต่ยังไม่ทราบว่าใครชื่อนามสกุล และอายุเท่าใด เราทราบแต่เพียงว่า

1. เด็กหญิงที่มีนามสกุลว่า ชำนินอก อายุแก่กว่าปิยะนุช 3 ปี
 2. เด็กที่นามสกุลว่าหอมคำ อายุ 9 ปี
- จงบอกชื่อ นามสกุล และอายุของเด็กทั้ง 3 คน

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

1. ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมไว้ดังนี้

Krulik และ Weise (1975) กล่าวว่าโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีชื่อเรียกต่าง ๆ มากมายเช่น โจทย์ภาษา โจทย์เชิงถ้อยคำ หรือโจทย์เชิงเรื่องราว ซึ่งเป็นโจทย์ที่มีข้อมูลหรือข้อความถามในประโยค ที่จะเป็นอุปสรรคต่อผู้แก้ปัญหา

Adams (1977) กล่าวว่าโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์คือ โจทย์ภาษาหรือโจทย์เชิงเรื่องราว หรือโจทย์เชิงสนทนา ที่บรรยายสภาพการณ์ด้วยถ้อยคำหรือข้อความ และตัวเลขโดยต้องการคำตอบในเชิงปริมาณหรือตัวเลข ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดแก้โจทย์ปัญหา

2. ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้กล่าวถึงขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์พอสรุปได้ดังนี้

Polya (1957) อ้างถึงในปริชา เนาว์เย็นผล, 2537) ได้แบ่งขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาเป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understand the Problem) เป็นขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหา โดยมองไปที่สาระของตัวปัญหา ในขั้นตอนนี้จะต้องระบุประเภทของปัญหาให้ได้ว่าเป็นปัญหาประเภทใด พร้อมทั้งแยกส่วนสำคัญของปัญหาออก โดยเฉพาะส่วนที่ปัญหาต้องการและส่วนที่ปัญหากำหนดให้

2) ขั้นวางแผน (Devise a Plan) เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณากำหนดว่าจะแก้ปัญหาวัยวิธีใด ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนการค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้ กับสิ่งที่ต้องการหา ในการวางแผนอาจใช้การทดลอง การลองผิดลองถูก ค้นหารูปแบบที่คล้ายกับที่เคยทำมา ขั้นตอนนี้ผู้แก้ปัญหาต้องพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ต้องการค้นหา ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมในการแก้ปัญหของผู้แก้ปัญหา กำหนดเป็นวิธีการ และเทคนิค หรือเรียกกันทั่วไปว่า ยุทธวิธี (strategy) ในการแก้ปัญหา ประสบการณ์ของผู้แก้ปัญหาจะช่วยเพิ่มพูนความรู้ ความสามารถของผู้แก้ปัญหา

3) ขั้นดำเนินการตามแผน (Carry Out the Plan) เป็นการดำเนินการตามยุทธวิธีที่เลือกไว้จนกระทั่งหาคำตอบได้ หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่ ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ที่มีอยู่ประมวลเข้าด้วยกัน โดยให้เหตุผล และข้อสรุปที่เป็นของตนเอง ถ้า

แก้ปัญหาไม่สำเร็จตามแผนที่วางไว้ ต้องค้นหาสาเหตุ และใช้ประโยชน์จากความผิดพลาดครั้งแรก ๆ ในการแก้ปัญหาครั้งใหม่ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณ ขั้นตอนนี้เป็นขั้นลงมือคิดคำนวณ ซึ่งความแม่นยำ ถูกต้องในการคิดคำนวณเป็นสิ่งสำคัญ ต้องตรวจสอบในแต่ละขั้นตอนอย่างละเอียด สำหรับปัญหาที่เป็นการให้เหตุผลหรือการพิสูจน์ ต้องตรวจสอบทุกขั้นตอนว่า การให้เหตุผลนั้นเป็นแบบแผน ของการให้เหตุผลหรือการพิสูจน์ที่ถูกต้องหรือไม่

4) ขั้นทบทวนวิธีการ และคำตอบ (Look Back) ขั้นนี้เป็นการตรวจสอบ เพื่อให้แน่ใจว่าคำตอบนั้นถูกต้องสมบูรณ์โดยการพิจารณา และสำรวจจุดตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องรวบรวมความรู้ที่มีอยู่ และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกัน เพื่อทำความเข้าใจ และปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น

Krulik (1987 อ้างถึงใน ทองหล่อ วงษ์อินทร์, 2537) ได้เสนอวิธีการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ด้วยวิธีการแก้ปัญหาแบบตรงจุด (Heuristic) โดยแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การอ่านโจทย์ (Read) ประกอบด้วย การบันทึกคำสำคัญจากโจทย์ การอธิบายปัญหา การทวนปัญหาด้วยคำพูดของตนเอง บอกว่าโจทย์ถามอะไร และบอกโจทย์กำหนดข้อมูลใดมาให้บ้าง

ขั้นที่ 2 การสำรวจรายละเอียดของโจทย์ปัญหา (Explore) ประกอบด้วย การจัดระบบข้อมูล การบอกว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ การบอกว่าข้อมูลมากเกินไปหรือไม่ การวาดรูป และการเขียนแผนภูมิ หรือตาราง

ขั้นที่ 3 การเลือกยุทธวิธี (Select a Strategy) ประกอบด้วย การระลึกรูปแบบการทำงานย้อนกลับ การคาดคะเน และการตรวจสอบ การสร้างสถานการณ์ หรือการทดลอง การเขียนโครงสร้างในการจัดระบบ หรือรายการที่จะช่วยในการแก้ปัญหา การอนุมานทางตรรกศาสตร์ และการแบ่งปัญหาออกเป็นตอน ๆ เพื่อเตรียมแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 การลงมือแก้โจทย์ปัญหา (Solve) ประกอบด้วย การดำเนินการตามแผน การใช้ทักษะทางเรขาคณิต การใช้ทักษะทางพีชคณิต และการใช้ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

ขั้นที่ 5 การพิจารณาคำตอบ และการขยายผล (Review and Extend) ประกอบด้วย การทบทวนคำตอบ การพิจารณาข้อความปัญหาบางตอนที่น่าสนใจ การใช้คำถามถ้า.....แล้ว (if.....then) และการอภิปรายปัญหา

Wessels (1982 อ้างถึงใน Klein, 1986) ได้เสนอขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอน คือ

- ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา
- ขั้นที่ 2 ค้นหายุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหา
- ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามยุทธวิธีนั้น
- ขั้นที่ 4 ประเมินผล

หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาไว้ดังนี้

- 1) ทำความเข้าใจปัญหาให้ถ่องแท้
- 2) หาวิธีที่จะใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ใช้อุปกรณ์ของจริง ใช้การเขียนภาพ ใช้ตาราง เขียนรายการที่สำคัญจากปัญหา ติดตามเหตุผล
- 3) ลงมือแก้ปัญหาตามวิธีที่คิดว่าได้ผล ถ้ายังไม่ได้ผล ก็หาวิธีอื่น ทดลองใหม่จนได้คำตอบ
- 4) ตรวจสอบคำตอบ

3. องค์ประกอบที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ส่งผลต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้พอสรุปได้ดังนี้

Adams และคณะ (1977) ได้กล่าวว่าในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จำเป็นต้องอาศัยองค์ประกอบ 3 ด้านได้แก่

- 1) องค์ประกอบด้านสติปัญญา การแก้ปัญหาคือเป็นต้องอาศัยการคิดในระดับสูง โดยเฉพาะอย่างยิ่ง องค์ประกอบด้านปริมาณ (quantitative factors)
 - 2) องค์ประกอบด้านการอ่าน การแก้โจทย์ปัญหาคือต้องใช้ความสามารถในการอ่านแบบวิเคราะห์ (Analytical Reading) เพื่อให้เกิดความเข้าใจ และเกิดการตัดสินใจว่า ควรทำอะไร อย่างไร
 - 3) องค์ประกอบด้านทักษะพื้นฐาน ซึ่งต้องใช้ขั้นตอนของการคำนวณ คือ ทักษะการบวก ลบ คูณ หาร เพราะในการแก้โจทย์ปัญหาคือเป็นอย่างยิ่งที่ต้อง ใช้ทักษะเหล่านี้
- ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537) กล่าวถึง องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้พอสรุปได้ดังต่อไปนี้

1) ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถนี้คือ ทักษะการอ่าน และการฝึก เมื่อนักเรียนพบปัญหา นักเรียนต้องอ่าน และทำความเข้าใจปัญหา โดยสามารถแยกแยะประเด็นปัญหา ออกมาให้ได้ว่าปัญหาต้องการอะไร มีข้อมูลใดบ้างที่จำเป็น และไม่จำเป็นในการแก้ปัญหา การทำความเข้าใจปัญหาต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับศัพท์ นิยาม มโนคติ และข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ปัจจัยที่สำคัญอีกประการหนึ่งที่จะช่วยให้การทำความเข้าใจปัญหาเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ คือ การรู้จักเลือกกลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่นการขีดเส้นใต้ข้อความที่สำคัญ การแบ่งวรรคตอน การจดบันทึก เพื่อแยกแยะประเด็นสำคัญ การเขียนภาพ หรือแผนภูมิ

2) ทักษะในการแก้ปัญหาเกิดจากการฝึกฝนคิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ ทำให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการเลือกยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ให้เหมาะสมกับปัญหา

3) ความสามารถในการคิดคำนวณ และความสามารถในการให้เหตุผล การคิดคำนวณเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการแก้ปัญหา เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจปัญหาแจ่มชัด วางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหา คิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหาก็ถือว่าไม่ประสบผลสำเร็จ ดังนั้นนักเรียนต้องได้รับการฝึกฝนให้มีความสามารถในการคิดคำนวณมาอย่างดี ตั้งแต่ระดับประถมศึกษา และในบางปัญหาก็ต้องการคำอธิบายให้เหตุผล นักเรียนต้องอาศัยทักษะพื้นฐานในการเขียนและการพูด นักเรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความหมายของการพิสูจน์ วิธีพิสูจน์แบบต่าง ๆ เท่าที่จำเป็น และเพียงพอในการนำไปใช้แก้ปัญหาในแต่ละระดับชั้น

4) แรงขับ ปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ซึ่งผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคย ไม่สามารถหาวิธีการหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ผู้แก้ปัญหาก็ต้องคิดวิเคราะห์เพื่อจะให้ได้คำตอบ ผู้แก้ปัญหาก็ต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้เกิดจากปัจจัยต่าง ๆ เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้ง ในการแก้ปัญหา ซึ่งปัจจัยต่าง ๆ เหล่านี้ จะต้องใช้ระบบเวลายาวนาน ในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนโดยผ่านทางกิจกรรม ในการเรียนการสอน

5) ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาก็ต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด ไม่ยึดติดอยู่ในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย ต้องยอมรับรูปแบบ และวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหา โดยบูรณาการเข้ากับความเข้าใจ ทักษะ และความสามารถในการแก้ปัญหา ตลอดจนแรงขับที่มีอยู่เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างเป็นองค์ความรู้ที่สามารถปรับใช้เพื่อแก้ปัญหาใหม่ได้ อย่างมีประสิทธิภาพ

4. ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่สำคัญที่สุดในการแก้โจทย์ปัญหาคือ ขั้นตอนวางแผน ในขั้นตอนนี้ผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ ทักษะ ความรู้ ความสามารถ และประสบการณ์ที่มีอยู่ร่วมกับข้อมูลต่าง ๆ ในสภาพการณ์ที่ปัญหากำหนดให้ ประมวลเข้าด้วยกัน เพื่อกำหนดแนวทางยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ถ้าผู้แก้ปัญหาได้รับการฝึกฝนทักษะในการแก้ปัญหาเพียงพอ ก็สามารถนำประสบการณ์ที่สั่งสมออกมาใช้อย่างรวดเร็ว และสอดคล้องกับสภาพการณ์ของปัญหา

ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ จำเป็นต้องใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม บางปัญหาสามารถแก้ปัญหาได้โดยใช้ยุทธวิธีที่หลากหลาย หรือใช้ยุทธวิธีมากกว่า 1 วิธีประกอบกัน บางปัญหามียุทธวิธีในการแก้ปัญหาเฉพาะตัวที่แตกต่างไปจากปัญหาทั่ว ๆ ไป

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537) ได้สรุปยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1) ยุทธวิธีเดา และตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูล และเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดแล้ว คาดเดาคำตอบของปัญหา หลังจากนั้นตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่ โดยอาศัยพื้นฐานของเหตุผล จากการคาดเดาครั้งแรก ๆ

2) ยุทธวิธีการวาดภาพ เป็นการแสดงสภาพการณ์ ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ ออกมาเป็นภาพ เพื่อช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาแจ่มชัดขึ้น ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ และสามารถกำหนดแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาได้รวดเร็วขึ้น

3) ยุทธวิธีสร้างตาราง เป็นการแจกแจงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ของสภาพการณ์ที่ปัญหากำหนด โดยนำมาเขียนในรูปของตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูล ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลชัดเจน ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา

4) ยุทธวิธีใช้ตัวแปร แทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า ซึ่งจะเป็โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนหรือปริมาณ โดยสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีตัวแปรปรากฏอยู่ แล้วศึกษาคำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์นั้น

5) ยุทธวิธีค้นหารูปแบบ เป็นการศึกษารูปแบบ แล้ววิเคราะห์ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านั้นแล้วคาดเดาคำตอบ และสรุปเป็นรูปแบบหรือกฎเกณฑ์ ของข้อมูลเหล่านั้น ทำให้ได้คำตอบที่โจทย์ต้องการ

6) ยุทธวิธีสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลของโจทย์ ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ชัดเจนยิ่งขึ้น อันจะนำไปสู่คำตอบของปัญหาที่ต้องการ การใช้ยุทธวิธีสร้างตารางมีประเด็นควรพิจารณา คือ เพ็ญรุ่ง 39

6.1) สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด กรณีต่าง ๆ เหล่านี้ได้จากการขยายความหรือข้อมูลที่กำหนดในปัญหา ซึ่งในกรณีต่าง ๆ จะต้องมีจำนวนจำกัด จึงจะสามารถพิจารณาทุกกรณีที่เป็นไปได้

6.2) สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีที่เป็นไปได้บางกรณี บางปัญหาไม่จำเป็นต้องแสดงกรณีต่าง ๆ ทั้งหมดทุกกรณี เพียงแต่แสดงบางกรณีที่ผู้แก้ปัญหาคาดเดาว่าจะนำไปสู่คำตอบของปัญหาได้ ก็เพียงพอแล้ว

6.3) สร้างตารางเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด (หรือมากกว่า) โดยสร้างเป็นตารางสองทาง แล้วพิจารณาขจัด (eliminate) ความสัมพันธ์ในกรณีที่เป็นไปไม่ได้ออกไปเพื่อให้เหลือกรณีที่เป็นไปได้น้อยลง ทำให้ง่ายต่อการพิจารณาคำตอบ

6.4) สร้างตารางเพื่อค้นหารูปแบบทั่วไปของความสัมพันธ์ เป็นการสร้างรูปแบบทั่วไปของความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ปัญหาคำหนด

7) ยุทธวิธีแบ่งกรณี เป็นการแบ่งปัญหาเป็นกรณีมากกว่า 1 กรณี ทำให้แต่ละกรณีมีความชัดเจนมากขึ้น เมื่อหาคำตอบของทุกกรณีได้แล้วก็นำมาพิจารณาคำตอบของทุกกรณีร่วมกัน จะได้ภาพรวม ซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา

8) ยุทธวิธีการให้เหตุผล เป็นการใช้ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ เป็นเหตุบังคับให้เกิดผล ซึ่งต้องผสมผสานกับความรู้ และประสบการณ์ต่าง ๆ ที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่เพื่อให้ได้คำตอบที่โจทย์ต้องการ

9) ยุทธวิธีสร้างปัญหาขึ้นใหม่ เป็นการสร้างปัญหาที่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาเดิม แต่มีความยุ่งยากน้อยกว่า ตลอดจนแบ่งปัญหาเดิมออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่สัมพันธ์กับปัญหาเดิม จะทำให้ผู้แก้ปัญหามองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาคำเดิม

10) ยุทธวิธีสร้างแบบจำลอง เป็นการทำให้ปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น เป็นการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมมาแสดงสถานการณ์ของปัญหา และรวมไปถึงใช้สื่อในการแก้ปัญหาคำเดิม

5. การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ทั้งยังสามารถนำทักษะนั้นไปใช้แก้ปัญหามานานได้ ดังนั้นในการเรียนการสอนในชั้นเรียน จึงควรมีการส่งเสริมการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน ให้นักเรียนมีความมั่นใจ มีความกล้าในสถานการณ์ของปัญหา นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ พอสรุปได้ดังต่อไปนี้

Troutman (1982) ได้กล่าวถึงข้อแนะนำในการส่งเสริมความสามารถในการแก้
โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ในชั้นเรียนไว้พอสรุปได้ดังนี้

- 1) การปล่อยให้ นักเรียนได้ใช้ภาษาของพวกเขาเอง ในการแสดงความคิดทาง
คณิตศาสตร์ ออกมาเป็นคำพูด
- 2) ปล่อยให้ นักเรียนได้ทำงานด้วยกัน สนับสนุนให้นักเรียนแบ่งปัน และ
อภิปรายโต้แย้งแสดงความคิดเห็น และสอนซึ่งกันและกัน
- 3) เลือกการเรียนรู้ให้ตรงกับชั้นของการพัฒนาการของเด็ก
- 4) สร้างประสบการณ์การเรียนรู้ เพื่อเป็นแนวทางไปสู่ศูนย์กลางของความคิด
- 5) ตามคำถามที่สร้างสรรค์ และให้เวลาในการค้นหาคำตอบ
- 6) ให้นักเรียนฝึกแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่ไม่มีคำตอบ หรือมีหลาย

คำตอบ

- 7) ส่งเสริมให้เด็กแปลโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นประโยคสัญลักษณ์
น้อมศรี เคท (2530) กล่าวถึงหลักสำคัญในการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 8
ประการได้แก่

- 1) การวิเคราะห์ปัญหา ครูควรสอนให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ว่า
โจทย์ปัญหาแต่ละข้อนั้นกำหนดสิ่งใดบ้าง และต้องการทราบอะไรบ้าง สิ่งที่โจทย์กำหนดให้นั้นมี
ความสัมพันธ์กันอย่างไร
- 2) การเขียนประโยคสัญลักษณ์ เมื่อนักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้
แล้วขั้นต่อไปควรฝึกให้นักเรียนมีความสามารถในการเขียนประโยคสัญลักษณ์
- 3) การใช้สื่อการสอน สื่อการสอนเป็นสิ่งจำเป็นที่ครูควรใช้ประกอบในการ
สอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพราะสื่อจะช่วยให้ นักเรียนเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมใน
โจทย์ปัญหามากขึ้น สื่อการสอนอาจเป็นของจริง รูปภาพ หรือแผนภูมิก็ได้ สื่อเหล่านี้เป็นเครื่อง
ช่วยในการจินตนาการ และคิดค้นคำตอบ
- 4) ความสามารถในการอ่าน เนื่องจากโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย
ข้อความและตัวเลข ดังนั้นนักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการอ่าน สามารถเข้าใจความหมายของ
คำศัพท์ต่าง ๆ และตีความว่าโจทย์กำหนดสิ่งใด และต้องการทราบอะไร ซึ่งต่างจากการอ่านโดย
ทั่วไป ดังนั้นถ้าครูเตรียมพร้อมในเรื่องภาษา โดยเฉพาะในเรื่องการอ่านให้แก่ นักเรียน ก่อนที่จะ
สอนเรื่องโจทย์ปัญหาจะช่วยให้ นักเรียนเข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น

5) ทักษะในการคำนวณ ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นอกจากนักเรียนจะต้องมีความสามารถในการอ่านโจทย์แล้ว นักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการคำนวณ คือ สามารถ บวก ลบ คูณ หาร ได้ถูกต้องแม่นยำ และรวดเร็ว ครูควรหาทางช่วยนักเรียนจัดกิจกรรมหลาย ๆ อย่างที่จะส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะการคิดคำนวณ

6) การประมาณคำตอบ ครูควรสอนให้นักเรียนรู้จักประมาณคำตอบ ในเรื่อง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพราะการประมาณคำตอบช่วยให้นักเรียนทราบว่าวิธี ที่นักเรียนใช้แก้ปัญหา และการคำนวณถูกหรือผิด โดยเปรียบเทียบคำตอบที่ได้จากการประมาณกับคำตอบที่เป็นจริง ซึ่งควรใกล้เคียงกัน

7) การใช้วิธีแก้ปัญหามากมายวิธี ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดหาวิธีแก้ปัญหามากมาย ๆ วิธี เพราะช่วยให้นักเรียนมีความคิดที่กว้าง ไม่จำกัดว่าจะต้องใช้วิธีเดียวตามที่ครูสอน และการสอนให้นักเรียนได้รู้จักวิธีการแก้ปัญหามากมายวิธี มีประโยชน์กับการตรวจคำตอบ เพราะ โจทย์ปัญหาเดียวกันจะต้องได้คำตอบเท่ากัน

8) การเลือกโจทย์ปัญหา ในการเลือกโจทย์ปัญหาไปสอนนักเรียน ครูควรพิจารณาสิ่งต่อไปนี้

8.1) โจทย์ปัญหามีความสำคัญทางคณิตศาสตร์ เพื่อนักเรียนจะได้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์

8.2) สถานการณ์ในโจทย์ปัญหา ควรเป็นเรื่องที่สามารถใช้สื่อ เป็นของจริงหรือของจำลองประกอบการสอนได้

8.3) เนื้อเรื่องในโจทย์ปัญหาควรเป็นเรื่องที่นักเรียนสนใจ และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน

8.4) ภาษาที่ใช้ควรเหมาะสมกับวัยของนักเรียน และไม่ควรรใช้ถ้อยคำที่ฟุ่มเฟือย

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2535) กล่าวถึงเทคนิคต่าง ๆ ที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนดังนี้

1) การใช้โจทย์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ โจทย์ปัญหาที่นักเรียนสนใจ แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

1.1) เป็นโจทย์ปัญหาที่ได้มาจากสภาพการณ์ที่นักเรียนพบจริงจากการที่นักเรียนทำกิจกรรมต่าง ๆ เช่นการตัดสินใจ ฝ่ายใดชนะในการเล่นเกม เป็นต้น

1.2) เป็นโจทย์ที่นักเรียนไม่ได้มาจากสภาพการณ์ที่นักเรียนพบจริงใน

ชั้นเรียน แต่เป็นสภาพการณ์ที่นักเรียนนึกถึงหรือคิดถึงก็ได้ เช่นการวางแผนไปเที่ยวร่วมกัน และประมาณว่า จะใช้ค่าใช้จ่ายเท่าไร จะต้องใช้เวลานานเท่าไร จึงจะเก็บเงินไว้ใช้จ่ายได้เพียงพอ เป็นต้น

2) การเปลี่ยนเรื่องราวของโจทย์ปัญหาให้มองเห็นได้ง่ายขึ้น การนำอุปกรณ์ต่าง ๆ มาใช้ในการเรียนการสอน เช่นการใช้เส้นจำนวน การวาดภาพ การเขียนแผนภาพ จะช่วยให้มองเห็นทางแก้ปัญหได้ง่ายขึ้น

3) การแสดงบทบาทสมมติ จะทำให้นักเรียนมองเห็น เงื่อนไข แนวคิด และความสัมพันธ์ต่าง ๆ ที่อยู่ในโจทย์ปัญหาเป็นจริงยิ่งขึ้น ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ความสัมพันธ์ที่อยู่ในโจทย์ปัญหาเป็นจริงยิ่งขึ้น ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ ถึงความสัมพันธ์ระหว่างสภาพการณ์นอกโรงเรียนและคณิตศาสตร์ เช่นการจัดร้านขายของ เป็นต้น

4) ใช้วิธีเปรียบเทียบ เป็นการพยายามให้นักเรียนมองเห็นวิธีการในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่ยาก โดยการคิดปัญหาที่ง่าย ๆ ที่คล้ายกับโจทย์ปัญหาที่ยาก โดยเปลี่ยนจากตัวเลขที่มีค่ามาก ให้เป็นตัวเลขที่มีค่าน้อยลง ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเห็นวิธีการแก้โจทย์ปัญหาได้ง่ายขึ้น เพราะเป็นโจทย์ชนิดเดียวกัน

5) หากคำตอบปัญหาง่าย ๆ ด้วยการคิดในใจ การนำโจทย์ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันของนักเรียน และจากกิจกรรมในห้องเรียนเป็นโจทย์ปัญหาง่าย ๆ มาให้นักเรียนฝึกทักษะในการหาคำตอบ โดยไม่ต้องใช้การเขียน เมื่อนักเรียนคิดได้ก็ช่วยให้เกิดความเข้าใจ และจะเป็นเครื่องเร้าให้นักเรียนคิดอยากแก้โจทย์ปัญหาที่ยากขึ้น

6) การประมาณคำตอบ นักเรียนควรได้รับการกระตุ้นและได้รับการแนะนำในการประมาณคำตอบ จนติดเป็นนิสัย ที่ต้องประมาณคำตอบก่อนการแก้ปัญหาย่อยๆ การประมาณคำตอบยังช่วยในการตรวจคำตอบอีกด้วย

7) การตรวจจากความสัมพันธ์ต่าง ๆ มีความสัมพันธ์หลายอย่างที่เป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการแก้โจทย์ปัญหา ผู้ที่จะแก้โจทย์ปัญหาได้ดี ควรจดจำความสัมพันธ์ต่าง ๆ เช่น ปี - เดือน - วัน - สัปดาห์, บาท - สตึง - สตางค์ เป็นต้น

8) การจดจำวิธีแก้โจทย์ปัญหาเฉพาะอย่าง โจทย์ปัญหาบางชนิดมีรูปแบบในการแก้ปัญหาย่อยๆ ถ้าหากนักเรียนสามารถจดจำวิธีการนี้ได้ ก็สามารถนำไปแก้โจทย์ปัญหาที่มีลักษณะเดียวกันได้

9) การจดจำสูตรต่าง ๆ การคำนวณโดยใช้สูตร ช่วยให้นักเรียนหาคำตอบได้เร็วขึ้น

ดังนั้นความสามารถในการจดจำสูตรอย่างทราบความหมาย ก็มีสวนพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาให้แก่นักเรียนได้

10) การใช้โจทย์ปัญหาลายระดับ เนื่องจากนักเรียนในชั้นย่อมมีระดับความสนใจ เหตุสนใจ และวุฒิภาวะในการเรียนคณิตศาสตร์ต่างกัน ดังนั้นโจทย์ปัญหาประเภทที่ให้แก่ นักเรียน จึงควรยากพอที่จะท้าทายความสามารถของนักเรียน แต่ต้องไม่ยากเกินไปจนทำให้เกิด ความคับข้องใจ ครูต้องพยายามจัดโจทย์ปัญหา ให้เหมาะกับประสบการณ์ของนักเรียน ซึ่งครูทำ ได้โดยการจัดโอกาสให้นักเรียนพบกับโจทย์ปัญหาในระดับต่าง ๆ กัน

11) การใช้โจทย์ปัญหาลาย ๆ แบบ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่จำเป็นต้อง เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องหาคำตอบเสมอไป ยังมีโจทย์ปัญหาประเภทอื่นอีก เช่นโจทย์ปัญหาที่ไม่มี ตัวเลข โจทย์ปัญหาที่มีตัวเลขแต่ไม่ต้องการคำตอบ เพียงแต่ต้องการวิธีการในการหาคำตอบ โจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลไม่ครบ หรือมีมากเกินไปจนความจำเป็น

12) การหาคำตอบด้วยการทำวิธีหลาย ๆ วิธี การแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการ ต่าง ๆ จะเป็นการเ้า เป็นการสร้างความสนใจ และประสบการณ์หลายด้านให้แก่ นักเรียน ครูจึง ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันถึงการแก้โจทย์ปัญหา ด้วยวิธีการต่าง ๆ ด้วยวิธี หลาย ๆ วิธี ย่อมทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจสภาพของโจทย์ปัญหาอย่างลึกซึ้งมากกว่า การแก้ โจทย์ปัญหาลาย ๆ ปัญหา โดยวิธีการเพียงอย่างเดียว

13) ใช้วิธีวิเคราะห์โจทย์ปัญหา คือแยกแยะดูว่าโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง ต้องการให้หาอะไร ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจโจทย์ดียิ่งขึ้น แล้วจึงเลือกข้อมูลที่จำเป็นต้องใช้ในการ แก้โจทย์ปัญหาไว้ ถ้าจัดข้อมูลที่จำเป็นออกไป ก็จะทำให้มองเห็นเส้นทางว่าจะใช้วิธีการใดในการ แก้โจทย์ปัญหาได้

14) การแปลงสภาพของโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ ความสามารถ ในการเขียนประโยคสัญลักษณ์ แสดงถึงความสามารถของนักเรียนในการแปลความหมายของ โจทย์ ซึ่งเป็นวิธีการที่จะช่วยให้นักเรียนรู้จักคิดและวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ก่อนการคำนวณหา คำตอบ ตลอดจนวิธีการในการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนจึงควรเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้

15) การสร้างโจทย์ปัญหา การสร้างโจทย์ปัญหาเป็นทางหนึ่งแสดงถึงความ เข้าใจในโจทย์ปัญหาต่าง ๆ ทำได้หลายวิธี เช่น การสร้างโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์ การ ให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาเพียงบางส่วน โดยใช้เทคนิคของการละประโยคที่เป็นคำถามไว้ให้ นักเรียนเป็นผู้คิดขึ้นเอง การให้นักเรียนสร้างโจทย์เองทั้งหมด

16) การฝึกทักษะการอ่านที่จำเป็นต่อการแก้โจทย์ปัญหา เนื่องจากลักษณะของโจทย์ปัญหาโดยทั่วไปต้องการความคิด และการเข้าใจที่ถูกต้องแน่นอน จึงต้องการทักษะการอ่านอย่างพิถีพิถันระหว่า ดังนั้นจึงควรพัฒนาทักษะในการอ่าน เพื่อช่วยพัฒนาความเข้าใจในโจทย์ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537) ได้กล่าวถึงการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยนำขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอนของ Polya มาเป็นแนวทางดังต่อไปนี้

1) การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา

1.1) พัฒนาทักษะการอ่าน การอ่านเป็นปัจจัยสำคัญในการทำทำความเข้าใจปัญหา การอ่านเพื่อทำความเข้าใจปัญหาจำเป็นต้องใช้สมาธิ ให้ความพยายามในการเก็บรายละเอียดของข้อมูลทั้งหมด และต้องวิเคราะห์ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ได้ ควรมีการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะการอ่านในช่วงโมงคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้เวลาในการฝึกอ่าน โดยอาจฝึกเป็นรายบุคคลฝึกเป็นกลุ่ม

1.2) การใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ มีกลวิธีหลายประการที่ช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้น เช่น การเขียนภาพ การเขียนแผนภาพ หรือการสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหา จะทำให้ปัญหามีความเป็นรูปธรรมขึ้น ทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.3) การใช้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกับปัญหาในชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำความเข้าใจปัญหา เช่น ใช้ปัญหาที่กำหนดข้อมูลเกินความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้เพียงพอเพื่อให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ว่า ข้อมูลที่กำหนดข้อมูลใดไม่ได้ใช้บ้าง ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ต้องการข้อมูลเพิ่มเติมอีกบ้าง ถ้าข้อมูลไม่เพียงพอ เป็นหน้าที่ของผู้แก้ปัญหาจะต้องสืบหาข้อมูลมาให้เพียงพอแก่การแก้ปัญหา

2) การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ซึ่งมีแนวทางดังต่อไปนี้

2.1) ครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้น ให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง อาจใช้คำถามนำ โดยอาศัยข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้

2.2) ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมาเสียงดัง ๆ คือสามารถบอกให้คนอื่นทราบว่าตนเองคิดอะไร อาจอยู่ในรูปการบอก หรือเขียนแบบแผน ลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ

2.3) สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ เพราะจะทำให้มองเห็นภาพรวมของการแก้ปัญหา สามารถประเมินความเป็นไปได้ทันทีในระยะเริ่มต้น และสามารถแก้ไขข้อบกพร่องได้สะดวก และตรงประเด็น ควรเน้นวิธีการแก้ปัญหาว่า สำคัญกว่าคำตอบ เพราะสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

2.4) จัดปัญหามาให้ให้นักเรียนฝึกคิดบ่อย ๆ เป็นปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

2.5) ในการแก้ปัญหาแต่ละครั้ง ควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา มากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด ไม่ยึดติดอยู่กับรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง

3) การพัฒนาความสามารถในการดำเนินตามแผน การลงมือแก้ปัญหา ดำเนินตามแผนที่วางไว้ นักเรียนต้องตีความ ขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียด ชัดเจน ตามลำดับขั้นตอน ความสามารถดังกล่าวสามารถสร้างให้เกิดขึ้นเองได้อย่างช้า ๆ จากการทำโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัด โดยการฝึกให้นักเรียนวางแผนจัดลำดับความคิด นอกจากนี้ในปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผล ครูสามารถสร้างกิจกรรมเพื่อปลูกฝัง และฝึกฝนการใช้ความคิดในการให้เหตุผลของนักเรียนได้จากกิจกรรมการเรียนการสอนทั่วไป เช่นการสร้างโจทย์ปัญหาที่ต้องการการตัดสินใจ ต้องการคำอธิบายนอกเหนือไปจากโจทย์ปัญหาที่มีคำตอบเป็นปริมาณ เช่น "เราสามารถสร้างรูปวงกลม รัศมี 7 เซนติเมตร. ล้อมรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีพื้นที่ 100 ตารางเซนติเมตร ได้หรือไม่"

4) การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ ซึ่งครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็นคือ

4.1) การมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนการแก้ปัญหาตั้งแต่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขึ้นวางแผน และขั้นดำเนินการ โดยพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการ และผลลัพธ์ รวมทั้งการพิจารณายุทธวิธีอื่น ๆ ในการแก้ปัญหา

4.2) เป็นการมองไปข้างหน้า โดยสร้างสรรคปัญหา ที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน ขึ้นมาใหม่

ในการพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา มีแนวทางดังนี้

1) กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ เคยชินจนเป็นนิสัย

2) ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ

3) ฝึกการตีความหมายของคำตอบ ว่าคำตอบนั้นมีความหมาย

สอดคล้องกับปัญหาหรือไม่อย่างไร

4) สนับสนุนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด โดยใช้วิธีการหาคำตอบมากกว่า

1 วิธี

5) ให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน โดยอาศัยสถานการณ์จากสภาพแวดล้อม เห็นรูป 39

สุร กาญจนมยุร (2533) กล่าวถึงการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาให้แก่ นักเรียน โดยที่ครูควรพัฒนาความสามารถในด้านต่าง ๆ ให้กับนักเรียนดังต่อไปนี้

1) ภาษา ได้แก่

1.1) ทักษะการอ่าน หมายถึง อ่านได้คล่องชัดแจ่มรู้จักแบ่งวรรคตอนได้ ถูกต้อง ไม่ว่าจะอ่านออกเสียง หรือว่าอ่านในใจ

1.2) ทักษะในการเก็บใจความหมายถึง เมื่ออ่านข้อความของโจทย์ปัญหา สามารถบอกได้ว่า ข้อความใดเป็นข้อความที่โจทย์กำหนดให้ ข้อความใดเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

1.3) รู้จักใช้ความหมายของคำ ผู้สอนจำเป็นต้องอธิบายความหมายของ คำต่าง ๆ ให้นักเรียนทราบอย่างชัดเจนตลอดเวลา

2) ความเข้าใจ ได้แก่

2.1) ทักษะจับใจความ คือ อ่านโจทย์แล้ว สามารถจับใจความได้ว่าเรื่องอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง โจทย์ต้องการอะไร

2.2) ทักษะการตีความ คือ อ่านโจทย์แล้วสามารถตีความ แปลความได้ เช่น แปลความในโจทย์มาเป็นประโยคสัญลักษณ์

2.3) ทักษะแปลความ คือ จากประโยคสัญลักษณ์ สามารถสร้างโจทย์ปัญหาใหม่ในลักษณะเดียวกันได้อีกหลายโจทย์ปัญหา

3) การคิดคำนวณ ได้แก่

3.1) ทักษะการบวกจำนวน

3.2) ทักษะการลบจำนวน

3.3) ทักษะการคูณจำนวน

3.4) ทักษะการหารจำนวน

3.5) ทักษะการยกกำลัง

3.6) ทักษะการแก้สมการ

นักเรียนต้องมีทักษะดังกล่าวเป็นอย่างดี เพื่อเป็นพื้นฐานในการแก้โจทย์

ปัญหาได้

4) การย่อความ และสรุปความ คือในชั้นแสดงวิธีทำ นักเรียนจำเป็นต้องฝึกทักษะดังต่อไปนี้

4.1) ทักษะในการย่อความ เพื่อเขียนข้อความจากโจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน รัดกุม ครบถ้วนตามประเด็น

4.2) ทักษะในการสรุปความ หมายถึง สามารถสรุปความจากสิ่งที่กำหนดมาเป็นความรู้ใหม่ได้ถูกต้อง

5) ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ได้แก่

5.1) ฝึกทักษะตามตัวอย่าง

5.2) ฝึกทักษะจากการแปล

5.3) ฝึกทักษะจากหนังสือเรียน

นักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

ในการศึกษาเอกสารเกี่ยวกับนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง พบว่ามีการใช้คำแตกต่างกันหลายคำ ได้แก่ เด็กเก่งคณิตศาสตร์ เด็กที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ เด็กปัญญาเลิศทางคณิตศาสตร์ (gifted student) ดังนั้นในการศึกษาลักษณะ และแนวทางในการจัดการเรียนการสอน ให้กับเด็กที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง จึงศึกษาจากลักษณะ และการจัดการเรียนการสอนให้กับเด็กดังกล่าวข้างต้น

1. ลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

จากการศึกษาลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ของนักการศึกษา พอสรุปได้ดังนี้

Hocking (1984 อ้างถึงใน สาคกร บุญดาว, 2537) กล่าวถึงแนวทางในการพิจารณาลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1) สามารถจับประเด็น แนวคิดได้อย่างง่ายดาย

2) ชอบทำงานที่สร้างสรรค์ และทำในสิ่งที่ไม่เหมือนกับที่คนอื่นบอก

- 3) ชอบไขปัญหาปริศนา (puzzle) และแก้ปัญหาที่น่าสนใจ
- 4) เป็นคนที่คิดเร็วกว่าพูดหรือเขียน

House (1984 อ้างถึงใน ตาคร บุญดาว, 2537) กล่าวถึงลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นผู้ที่เรียนรู้เนื้อหาได้ดี เรียนได้เร็วกว่าเพื่อนร่วมชั้น สามารถเรียนรู้เนื้อหาได้มากทั้งแนวคิด และแนวกว้าง สามารถทำงานที่ซับซ้อนได้ สามารถแก้ปัญหาได้ด้วยวิธีที่ใหม่ และมีความเข้าใจในเนื้อหาที่เป็นนามธรรม

Chang (1985 อ้างถึงใน Gallagher และ Gallagher, 1994) ได้สรุปถึงลักษณะของเด็กที่สามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

- 1) เป็นเด็กที่มีความไวในเหตุผล และมีนิสัยชอบแก้ปัญหาในวิธีสั้นหรือวิธีสั้น ๆ
 - 2) มีความสามารถที่จะคิดสรุป วิเคราะห์เหตุผล และมีความคิดขยายกว้างไกล และรวดเร็ว
 - 3) มีความสามารถที่จะเข้าใจรูปแบบโครงสร้าง ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์
 - 4) มีความยืดหยุ่นในการคิด และต้องการที่จะแสวงหาแนวทางแก้ปัญหาทางอื่น
 - 5) มีความเพียรพยายามทำในสิ่งที่ต้องใช้สติปัญญา โดยเฉพาะงานในวิชาคณิตศาสตร์
 - 6) มีรูปแบบการคิดที่จะนำเด็กไปสู่การมองโลกในแบบอย่างคณิตศาสตร์
- วัชร บุรณสิงห์ (2526) กล่าวถึงลักษณะของนักเรียนที่เรียนเก่งทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้
- 1) มีความเข้าใจในสิ่งที่ป็นนามธรรม และมีแนวคิดทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี
 - 2) สามารถหาวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้หลายวิธี และสามารถเลือกวิธีที่คิดว่าดีที่สุด
 - 3) มีเป้าหมายในการทำงาน และดำเนินชีวิต และจะหาวิธีการไปสู่เป้าหมายนั้นโดยไม่ต้องมีสิ่งกระตุ้น
 - 4) สามารถทำงานที่ทำท่ายได้ เป็นระยะยาว โดยไม่ต้องมีการพัก
 - 5) ชอบสำรวจตรวจสอบเนื้อหาแต่ละข้ออย่างลึกซึ้ง
 - 6) สามารถที่จะถ้ายใจสิ่งที่ได้เรียนไปแล้วให้เข้ากับสถานการณ์ใหม่

- 7) สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่สลับซับซ้อนได้
- 8) มีความสามารถในการอ่าน และชอบการอ่าน
- 9) มีความสนุกสนานในการเรียนรู้ และชอบค้นคว้าหาความรู้อยู่เสมอ
- 10) มีความกระตือรือร้น และสนใจในสิ่งรอบตัวต่าง ๆ
- 11) สามารถเรียนรู้มโนคติใหม่ได้อย่างรวดเร็ว
- 12) มีความจำดีมาก
- 13) มีระดับ I.Q 120 หรือสูงกว่า

ยุพิน พิพิธกุล (2530) กล่าวถึงลักษณะของนักเรียนเก่งคณิตศาสตร์ไว้พอสรุปได้

ดังนี้

1) นักเรียนที่เรียนเก่งมักจะได้คะแนนสูงแต่การเลือกนักเรียนเก่ง และอ่อนก็จะขึ้นอยู่กับความคาดหวังของครู ถ้าครูคาดหวังไว้สูงก็จะมีนักเรียนเก่งน้อย ครูที่ดูความสุภาพ ความขยัน ความรับผิดชอบ ความตั้งใจ ความเรียบร้อย และการเรียนสม่ำเสมอ อาจตัดสินคนเรียนเก่งผิดพลาดไป

2) นักเรียนที่เก่งบางคนอาจมีพฤติกรรมที่แสดงออกก้าวร้าว สร้างปัญหา รบกวนครู ไม่ทำแบบฝึกหัด เพราะเขาเกิดความคับข้องใจ เบื่องานประจำที่ต้องทำซ้ำบ่อย ๆ

3) นักเรียนที่เรียนเก่งบางคนมีความจำยอดเยี่ยมแต่สิ่งนี้ไม่ใช่เครื่องชี้ทางคณิตศาสตร์ เพราะนักเรียนคนนั้นอาจเก่งเนื่องจากอ่านหนังสือมากก็ได้ การใช้ข้อสอบวัดความเก่งอย่างเดียว อาจจะไม่เพียงพอ ครูควรจะใช้การสังเกตประกอบด้วย

4) นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์เก่ง มักจะเรียนได้เร็วเมื่อเขาได้รับแรงกระตุ้น ครูอธิบายเพียงเล็กน้อยก็เกิดความเข้าใจ นักเรียนมักจะถามครูเสมอว่า ทำไม เพราะเหตุไร มีความอยากรู้อยากเห็น และความกระตือรือร้น เขาแสดงความปรารถนาอันแรงกล้าที่จะเกิดความเข้าใจ และมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ใหม่ และความรู้ที่เขา มีอยู่แล้ว สามารถศึกษา คณิตศาสตร์ด้วยตนเอง และมักจะทำแบบฝึกหัดล่วงหน้าเสมอ

5) นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์เก่งมักจะมี ความสนุกสนาน และสนใจ คณิตศาสตร์อย่างแท้จริง มักจะใช้คำถามที่ทำให้เกิดความคิด นอกจากนี้ เขายังมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างส่วนต่าง ๆ ที่แตกต่างกัน รู้จักเปรียบเทียบแยกแยะ สังเกตรูปแบบ และหาข้อสรุปได้

6) นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์เก่งบางคนมักจะแสดงออกได้ดีทั้งการตอบปากเปล่า และหรือเขียน เขาสามารถทำงานโดยอิสระแม้ได้รับการแนะนำเพียงเล็กน้อยเขาก็สามารถทำได้ ทั้งงานที่ได้รับมอบหมายเป็นประจำ และงานที่เป็นโครงการพิเศษเฉพาะบุคคล

2. แนวทางในการสอนนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงแนวทางในการสอนนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงพอสรุปได้ดังนี้

ยูทิน พิพิธกุล (2523) กล่าวถึงการจัดโปรแกรมสำหรับส่งเสริมนักเรียนเก่งทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1) จัดชั้นพิเศษสำหรับนักเรียนเก่ง และให้เรียนวิชาที่สูงกว่านักเรียนปกติ การให้มีวิชาเลือกหลาย ๆ แขนงวิชา จะสนองความต้องการของนักเรียนได้

2) ให้เรียนตามเอกัตภาพ ให้นักเรียนแบบโปรแกรม นักเรียนก็สามารถเรียนด้วยตนเอง และก้าวหน้าไปเรื่อย ๆ

3) การจัดชั้นเรียน ควรจะได้แบ่งกลุ่มย่อยตามความสามารถ และจัดโปรแกรมพิเศษสำหรับเด็กเก่ง

4) จัดให้มีการแข่งขัน มีนิทรรศการ และจัดตั้งชุมนุมคณิตศาสตร์ในโรงเรียน เพื่อให้นักเรียนได้แสดงออกตามความสามารถ

5) จัดโปรแกรมพิเศษในภาคฤดูร้อนหรือมีการจัดตั้งค่าย พร้อมกับจัดโปรแกรมทางวิชาการ

6) จัดหาดำรา และหนังสืออ่านประกอบ

นอกจากนี้ ยูทิน พิพิธกุล ยังกล่าวถึงการส่งเสริมนักเรียนเก่งคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1) หาโจทย์ปัญหาแปลก ๆ มาให้ทำ หรือส่งเสริมให้คิดปัญหาแปลก ๆ ในหนังสือ วารสารคณิตศาสตร์ และหนังสือต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์

2) ให้ศึกษาเนื้อหาที่ยากขึ้น ฝึกให้ค้นคว้าด้วยตนเองแล้วเขียนรายงานส่งหรือนำมาเสนอหน้าชั้นเรียน

3) ส่งเสริมให้อ่านหนังสือคณิตศาสตร์ที่เป็นเครื่องส่งเสริมความรู้ เช่น ปัญหา ลับสมอง ปริศนา กลอน เกม เพลง

4) ส่งเสริมให้มีส่วนร่วมในชุมนุมคณิตศาสตร์ของโรงเรียน หรือเป็นสมาชิกสมาคมคณิตศาสตร์

- 5) ส่งเสริมให้เข้าสอบแข่งขัน ซึ่งสมาคมต่าง ๆ จัดขึ้น และเข้าแข่งขัน ในรายการทนายปัญหาต่าง ๆ เพื่อเป็นการฝึกฝนความรู้
- 6) ส่งเสริมให้นักเรียนเก่งได้ลงมือปฏิบัติจริง และค้นคว้าเรื่องต่าง ๆ
- 7) ส่งเสริมให้จัดโปรแกรมพิเศษ และจัดนิทรรศการแสดงผลงานของตนเอง
- 8) ให้เป็นผู้ช่วยสอนเพื่อนนักเรียนด้วยกัน หรือช่วยดูแลในการทดลองเรื่องต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่นการเรียนเป็นคณะ ในการสอนซ่อมเสริมครูอาจให้นักเรียนเก่งช่วยสอนนักเรียนที่เรียนอ่อน

วัชร บุรณสิงห์ (2526) กล่าวถึงแนวทางในการสอนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียนเก่งทางคณิตศาสตร์ไว้ พอสรุปได้ดังนี้

- 1) ต้องทำความรู้จักนักเรียนแต่ละคนเป็นอย่างดี ครูจะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียนแต่ละคน ถึงแม้จะมีการจัดกลุ่มตามความสามารถแล้วก็ตาม
- 2) ครูต้องมีความรู้ในเนื้อหาเป็นอย่างดี ครูต้องเสนอเนื้อหาหรือสอนนักเรียนในอัตราที่เหมาะสม เลือกใช้คำถามที่ให้นักเรียนคิดหรือแก้ปัญหาที่จะส่งเสริมหรือกระตุ้นความสนใจของนักเรียน
- 3) ครูต้องจัดเวลา แห่หลังความรู้ และการกระตุ้นให้นักเรียนแต่ละคนได้ทำการศึกษาอย่างเป็นอิสระตามหัวข้อที่นักเรียนสนใจ
- 4) ครูต้องมีความกล้า และกระตือรือร้นที่จะใช้สิ่งช่วยในการสอนเสริม เช่น หนังสือ จุลสาร วารสาร รวมทั้งหนังสืออ่านประกอบ
- 5) จัดให้นักเรียนมีโอกาสทำกิจกรรมนอกห้องเรียน เช่น เข้าร่วมชุมนุมคณิตศาสตร์
- 6) กระตุ้นให้นักเรียนมีทักษะในการเป็นผู้นำ และการสื่อความหมาย โดยให้นักเรียนออกมาแสดง รายงาน จัดนิทรรศการ ทำการค้นคว้าวิจัย
- 7) เสริมการสอนด้วยหัวข้อใหม่ ๆ เหตุการณ์เรื่องราวในประวัติศาสตร์ ปัญหาแปลก ๆ
- 8) เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นของตนเอง การแก้โจทย์ปัญหาหรือผลสำเร็จของตัวเองกับนักเรียนในชั้น
- 9) จัดให้มีการประชุมอยู่เสมอกับนักเรียนที่เรียนเก่งแต่ละคน เพื่อสำรวจการวางแผนอาชีพ ความสนใจ ปัญหา ความต้องการ และปัญหาด้านอารมณ์ของนักเรียนแต่ละคน ให้นักเรียนได้พัฒนาสติปัญญาของตนเองให้มากที่สุด

10) กระตุ้นส่งเสริมให้ทำกิจกรรมสร้างสรรค์ เช่นการเขียนแบบสร้างสรรค์ การทำโครงการต่าง ๆ

11) จัดสภาพบรรยากาศในห้องเรียนให้กระตุ้นความสนใจ ความกระตือรือร้น การมีส่วนร่วม และความรู้สึกปลอดภัยของนักเรียน

12) มีการติดต่อสื่อสารกับผู้ปกครอง แจ้งให้ผู้ปกครองทราบถึงศักยภาพ และผลสำเร็จของนักเรียน และแนะแนวทางในการส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถอย่างเต็มที่

13) สำรวจแหล่งความรู้หรือแหล่งทำงานในชุมชน เพื่อใช้เป็นแหล่งวิทยาการ

14) ยอมรับข้อเสนอแนะของนักเรียน

15) งานที่ให้นักเรียนทำมาส่งควรมีความกระจำจืด

16) สนับสนุนให้มีการทำงานร่วมกันระหว่างครูกับนักเรียน

นอกจากนี้ วัชร บวรณสิงห์ ยังกล่าวถึงการจัดกิจกรรมสำหรับนักเรียนที่เรียนเก่งทางคณิตศาสตร์ว่านิยมจัดเป็นโปรแกรม ได้แก่

1) โปรแกรมเร่งรัด (acceleration) เป็นโปรแกรมที่จัดให้นักเรียนที่เรียนเก่งได้เรียนจบหลักสูตรเร็วกว่าเวลาที่กำหนด

2) โปรแกรมเสริม (enrichment) เป็นการจัดประสบการณ์ที่นอกเหนือไปจากโปรแกรมที่จัดให้กับนักเรียนธรรมดา โดยจัดให้นักเรียนที่เรียนเก่งทางคณิตศาสตร์ ได้เรียนเนื้อหาให้มีความลึกในเรื่องเหล่านั้น

ศาสตราจารย์ ดร. บุญดาว (2537) ได้กล่าวถึงแนวทางในการจัดหลักสูตรสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงไว้ดังนี้คือ

1) การสอนแบบเร่งรัด เป็นการสอนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ระดับสูงกว่าระดับชั้นของนักเรียน

2) การสอนแบบให้รู้กว้างและรู้ลึก คือการสอนให้นักเรียนรู้กว้าง และลึกในเนื้อหา ทั้งนี้ครูต้องวางแผนการสอนทักษะต่าง ๆ อย่างต่อเนื่องตลอดให้กับนักเรียน แต่ความลึกของเนื้อหาเฉพาะเรื่องที่จัดให้กับนักเรียน อาจจะแตกต่างกันไปในแต่ละคนในชั้น

3) การสอนแบบยึดเรื่องเป็นหลัก เป็นการสอนโดยคัดแยกเพื่อจัดสอนในโปรแกรมพิเศษ ซึ่งครูสามารถเลือกเนื้อหาที่น่าสนใจมาสอนเช่น ความน่าจะเป็น สถิติ ทฤษฎี

4) การสอนเสริมประสบการณ์ การเสริมความรู้เป็นการจัดเสริมหลักสูตรปกติ ที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาหรือวิชาเรียนอย่างลึกซึ้ง การจัดการสอนเสริมที่ดีสำหรับนักเรียนเก่ง

ควรให้เรียนนอกเหนือไปจากความรู้ประจำวัน เพื่อให้ได้สำรวจความสัมพันธ์ระหว่างวิชาในสาขาต่าง ๆ หรือเจาะลึกลงไปในด้านใดด้านหนึ่ง

การพัฒนาโปรแกรมการศึกษา

McLaughlin และ Eaves (1976 อ้างถึงใน Wehman และ McLaughlin, 1981) กล่าวถึงลำดับขั้นตอนในการพัฒนาโปรแกรมการศึกษา ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอน 5 ขั้นตอนคือ

- 1) การประเมินผล (Assessment)
- 2) การตั้งเป้าหมาย และจุดประสงค์ในการสอน (Setting Goals and Instructional Objective)
- 3) วิเคราะห์ผลงาน (Task Analysis)
- 4) เลือก และใช้กลยุทธ์ในการสอนรวมทั้งวัสดุอุปกรณ์ (Selection and Use of Instructional Strategies, Including Materials)
- 5) การประเมินผลโปรแกรม (Program Evaluation)

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2529) ได้กล่าวถึงหลักพื้นฐานในการพัฒนาโปรแกรมสำหรับเด็กสามารถพิเศษไว้ 2 ประการ ดังนี้

1) ให้เด็กสามารถพิเศษได้มีโอกาสอยู่กับเพื่อนในกลุ่มสังคมเดียวกัน คืออยู่ในกลุ่มเพื่อนวัยเดียวกัน ซึ่งมีความสามารถต่างกัน ซึ่งโดยทั่วไปแล้วพ่อแม่ และครูมักจะกลัวการแยกเด็กสามารถพิเศษออกจากกลุ่มเพื่อน

2) ให้เด็กสามารถพิเศษได้มีโอกาสอยู่ในเพื่อนที่มีความสามารถทางสติปัญญาในระดับเดียวกัน คืออยู่ในกลุ่มพวกเด็กสามารถพิเศษด้วยกันนั่นเอง

ในการพัฒนาโปรแกรมการศึกษาต้องมีการประเมินผลโปรแกรมเพื่อทราบว่าโปรแกรมนั้นมีคุณภาพมากน้อยเพียงใด Tyler (1949 อ้างถึงใน สุพัฒน์ สุกมลสันต์, พรรณิภา นิตะศักดิ์ และสุวรรณา สดลธา, 2337) กล่าวว่า การประเมินคือการเปรียบเทียบพฤติกรรมเฉพาะอย่าง (performance) กับจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมที่วางไว้ โดยมีความเชื่อว่า จุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้อย่างชัดเจน รัดกุม และจำเพาะเจาะจงแล้ว จะเป็นแนวทางช่วยในการประเมินได้เป็นอย่างดีในภายหลัง ซึ่งแนวความคิดดังกล่าวเรียกว่า "แบบจำลองที่ยึดความสำเร็จของจุดมุ่งหมายเป็นหลัก" (Goal Attainment Model or Objective) ซึ่ง Tyler มีความเห็นว่าการประเมินโครงการเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอน และผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรควรจะทำกรประเมินโครงการซึ่งเป็น

งานส่วนหนึ่งของการพัฒนาหลักสูตร หรือการประเมินค่าของหลักสูตรได้ด้วยซึ่ง Tyler ได้จัดลำดับขั้นตอนในการเรียนการสอน และการประเมินผลไว้ดังต่อไปนี้

1. ตั้งจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมด้วยข้อความที่ชัดเจนเฉพาะเจาะจง
2. กำหนดเนื้อหา หรือประสบการณ์ทางการศึกษาที่ต้องใช้ให้บรรลุตามความมุ่งหมายที่ตั้งไว้
3. เลือกวิธีการเรียนการสอนที่เหมาะสมในการที่จะทำให้เนื้อหาที่วางไว้ประสบผลสำเร็จ
4. ประเมินผลโครงการ โดยการตัดสินด้วยการวัดผลทางการศึกษา หรือทดสอบสัมฤทธิ์ผลในการเรียน

การประเมินผลตามความคิดของ Tyler อาศัยการวัดพฤติกรรมเฉพาะอย่าง ก่อน และหลังการเรียน (Pre - Post Measurement of performance) และมีการกำหนดเกณฑ์ไว้ก่อนล่วงหน้าว่าความสำเร็จระดับใดจึงจะถือว่าจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ประสบผลสำเร็จ การประเมินตามแนวคิดนี้ เหมาะสำหรับการประเมินสรุปผล (Summative evaluation) มากกว่าการประเมินผลความก้าวหน้า

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงตรรกศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

Thomasson (1988) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง ความสัมพันธ์ของการฝึกความเข้าใจในวิชาตรรกศาสตร์ และทักษะการจำของหน่วยสัญลักษณ์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ของเด็กสามารถพิเศษเพศชาย และเพศหญิง ผลการวิจัยพบว่า ไม่มีความแตกต่างกันในคะแนนความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างเพศชาย และเพศหญิง หรือในกลุ่มควบคุม และกลุ่มทดลอง

Sabine (1989) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง ปรากฏการณ์ทางตรรกศาสตร์ของเด็กอายุ 10 - 12 ปี เกี่ยวกับความเข้าใจในกระบวนการคิด พบว่า นักเรียนระดับอายุ 10 - 12 ปี มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ประสบการณ์ และจินตนาการในการแก้ปัญหา และนักเรียนในช่วงอายุระดับนี้ มีความสามารถในการถาม และการให้เหตุผลเมื่อเผชิญกับปัญหาที่ยาก

Vega (1990) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง วิธีสอนตรรกศาสตร์ และทักษะการให้เหตุผลทางสถิติ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการฝึกแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้เงื่อนไขทางตรรกศาสตร์จะทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาได้ดีกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึก

Cott (1991) ได้ศึกษาผลของโปรแกรมการฝึกยุทธวิธีแก้โจทย์ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ โดยที่เนื้อหาที่ใช้ในการฝึกเป็นโจทย์ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า การฝึกยุทธวิธีแก้โจทย์ปัญหาอย่างสร้างสรรค์มีผลต่อคะแนนความคิดสร้างสรรค์ และคะแนนความคิดสร้างสรรค์จะมีความสัมพันธ์กับอายุของนักเรียน และผู้วิจัยเสนอแนะว่า ความคิดสร้างสรรค์และการแก้โจทย์ปัญหาเชิงตรรกศาสตร์เป็นกระบวนการที่ต้องใช้ความพินิจพิจารณาเหมือนกัน

งานวิจัยในประเทศ

ถวิล ธาราโภชน (2520) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง วิธีการเลี้ยงดู และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่มีต่อพัฒนาการด้านการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย ปีการศึกษา 2519 ของโรงเรียนในเขตกรุงเทพมหานคร ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ

นุสรา พิมพ์อาภรณ์ (2530) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดเชิงตรรกศาสตร์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสังกัดกรุงเทพมหานคร ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดเชิงตรรกศาสตร์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นฤมล แซ่เตี้ย (2531) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ และเหตุผลเชิงนามธรรมกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เขตการศึกษา 11 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ และเหตุผลเชิงนามธรรมกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กัน

สายพิน สร้อยทองคำ (2536) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง ผลของการฝึกสร้างตัวแทนปัญหาแบบตารางสัมพันธ์ ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาเชิงตรรกของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาเชิงตรรกของนักเรียนที่ได้รับ

การฝึกสร้างตัวแทนของปัญหาแบบตารางสัมพันธ์ และให้แสดงวิธีสร้างตัวแทนของปัญหาแบบ ตารางสัมพันธ์ในขณะแก้ปัญหาเชิงตรรกสูงกว่าคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาเชิงตรรกของนักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกสร้างตัวแทนของปัญหาแบบสร้างตารางสัมพันธ์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. งานวิจัยที่เกี่ยวกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

Zitarelli (1990) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง การออกแบบการสอนส่งเสริมและผลของการใช้หลักสูตรแก้โจทย์ปัญหาในเด็กสามารถพิเศษชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และ 5 โดยที่นักเรียนในกลุ่มทดลองจะได้รับการสอนโดยใช้หลักสูตรแก้โจทย์ปัญหาที่ได้รับการพัฒนา และเตรียมไว้ โดยมีการใช้กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหา 5 ขั้นตอน ร่วมกับกิจกรรมเสริม และให้สิ่งที่ท้าทายความสามารถคือโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่ใช่โจทย์ปัญหารวมดาทั่วไป ผลการวิจัยพบว่า หลักสูตรที่พัฒนาขึ้น ช่วยพัฒนาทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาให้กับเด็กสามารถพิเศษได้

Garnett (1991) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง การพัฒนายุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนจะใช้รูปแบบการแก้โจทย์ปัญหามาที่ครูแนะนำหรือแสดงให้เห็น โดยใช้เทคนิคต่าง ๆ เช่น การคิดเสียงดัง การเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งงานวิจัยนี้แสดงให้เห็นว่า จุดประสงค์ของการเรียนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันเน้น และให้ความสำคัญการสอนแก้โจทย์ปัญหา และการนำคณิตศาสตร์ไปใช้

Mattingly (1992) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบนักเรียนที่ได้รับการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยวิธีใช้ยุทธวิธีกับที่ไม่ได้สอนวิธีใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาโดยตรง ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ยุทธวิธีมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่ธรรมดาสูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

Carman (1992) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการมีส่วนร่วมในโปรแกรม Odyssey of the Mind และผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีส่วนร่วมในโปรแกรม Odyssey of the Mind มีคะแนนจากการทดสอบสูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้มีส่วนร่วมในโปรแกรม และเด็กสามารถพิเศษที่มีส่วนร่วมในโปรแกรมจะมีคะแนนสูงกว่านักเรียนปกติธรรมดา ซึ่งแสดงให้เห็นว่า การมีส่วนร่วมในโปรแกรม Odyssey of the Mind มีประโยชน์มาก

Van Hon (1994) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง ผลของการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้การเขียนกระบวนการกับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการฝึกเขียนกระบวนการ โครงสร้าง เรื่องราวในการแก้ปัญหามีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

Wade (1995) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง ผลของโปรแกรมการสอนที่เกี่ยวกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่มีต่อทัศนคติ ความคิดเห็นส่วนตัว และผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า คะแนนจากการทดสอบหลังเข้าร่วมโปรแกรมสูงกว่าก่อนเข้าร่วมโปรแกรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 ในการวัดทัศนคติแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีทัศนคติที่ไม่แตกต่างกันก่อน และหลังเข้าร่วมโปรแกรม

งานวิจัยในประเทศ

ยุวดี อึ้งศรีวงศ์ (2533) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีรูปแบบการคิดแตกต่างกัน ผลการวิจัยพบว่า

1) นักเรียนที่มีรูปแบบการคิดแบบวิเคราะห์เชิงบรรยาย แบบจำแนกประเภทเชิงอ้างอิง และแบบโยงความสัมพันธ์ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

2) นักเรียนที่มีรูปแบบการคิดแบบวิเคราะห์เชิงบรรยาย แบบจำแนกประเภทเชิงอ้างอิง และแบบโยงความสัมพันธ์ มีความคิดสร้างสรรค์ไม่แตกต่างกัน

ธัจฉรา สุภาพร (2535) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง ผลของการสอนซ่อมเสริมตามวิธีของนุซุม ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมตามวิธีของนุซุม มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมตามแบบปกติ

งามตา กมลวรรณ (2536) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง ผลของการฝึกกลวิธีคำถามนำที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า

1) คะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

2) คะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังการทดลอง ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนการทดลอง

สุมาลี วงศ์ยะรา (2536) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้ภาพ และไม่ใช้ภาพ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ภาพมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยไม่ใช้ภาพ

อาภาภรณ์ หวัดสูงเนิน (2536) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง ผลของการเรียนแบบร่วมมือที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า

1) นักเรียนที่เรียนโจทย์ปัญหาตามวิธีเรียนแบบร่วมมือมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้เรียนตามวิธีเรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2) นักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงที่เรียนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามวิธีเรียนแบบร่วมมือ และเรียนตามวิธีเรียนแบบปกติ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

3) นักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางที่เรียนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามวิธีเรียนแบบร่วมมือ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนตามวิธีเรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4) นักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำที่เรียนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามวิธีเรียนแบบร่วมมือ และเรียนตามวิธีเรียนแบบปกติ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

5) นักเรียนชายที่เรียนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามวิธีเรียนแบบร่วมมือและที่เรียนตามวิธีเรียนแบบปกติ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

6) นักเรียนหญิงที่เรียนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามวิธีเรียนแบบร่วมมือ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่เรียนตามวิธีเรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05