วิธีการการจัดตารางเครื่องจักรขนานที่สามารถควบคุมความเร็วเครื่องจักรได้

นายศราวุธ บุญอาชาทอง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์ ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2548
ISBN 974-53-2523-6
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

AN APPROACH OF PARALLEL MACHINE SCHEDULING WITH CONTROLLABLE MACHINE SPEED

Mr. Sarawut Boonachatong

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Computer Science
Department of Computer Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 2005

ISBN 974-53-2523-6

หัวข้อวิทยานิพนธ์	วิธีการการจัดตารางเครื่องจักรขนานที่สามารถควบคุมความเร็วเครื่องจักรได้
โดย	นายศราวุธ บุญอาชาทอง
สาขาวิชา	วิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์ ดร. อรรถสิทธิ์ สุรฤกษ์
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	อาจารย์นครทิพย์ พร้อมพูล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

(ศาสตราจารย์ ดร. ดิเรก ลาวัณย์ศิริ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ บุญชัย โสวรรณวณิชกุล)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา

(อาจารย์ ดร. อรรถสิทธิ์ สุรฤกษ์)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

(อาจารย์นครทิพย์ พร้อมพูล)

..... กรรมการ

(อาจารย์ ดร.เศรษฐา ปานงาม)

..... กรรมการ

(อาจารย์ ดร.วิษณุ โคตรจรัส)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ศราวุธ บุญอาชาทอง : วิธีการการจัดตารางเครื่องจักรขนานที่สามารถควบคุมความเร็วเครื่องจักรได้. (AN APPROACH OF PARALLEL MACHINE SCHEDULING WITH CONTROLLABLE MACHINE SPEED) อ. ที่ปรึกษา : อ. ดร. อรรถสิทธิ์ สุรฤกษ์ , อ.ที่ปรึกษาร่วม: อ. นครทิพย์ พร้อมพูล 103 หน้า. ISBN 974-53-2523-6.

ในงานวิจัยนี้เป็นการแก้ปัญหาการจัดตารางเครื่องจักรขนานที่สามารถควบคุมความเร็วของงานได้ และจะต้องทำให้ค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ต่ำ ซึ่งค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์นี้ เป็นฟังก์ชันแสดงค่าใช้จ่ายที่เกิดจากเวลาปิดงาน (makespan) รวมกับค่าใช้จ่ายที่เกิดจากความเร็วของเครื่องจักรแต่ละเครื่อง โดยที่ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายทั้งสองฟังก์ชันนี้เป็นฟังก์ชันพหุนาม อัลกอริธึมนี้มีค่าความซับซ้อนเป็นค่ากำลังสองของจำนวนงานทั้งหมดคูณกับเอกซ์โพเนนเชียลของจำนวนเครื่องจักร

ในงานวิจัยนี้ มีอัลกอริทึมหลักเป็นวนรอบทำซ้ำทดลองจัดตารางเพื่อเลือกเครื่องจักรให้กับงานทุกๆ งาน จากนั้น จึงคำนวณค่าความเร็วของเครื่องจักรแต่ละเครื่องเพื่อให้เกิดค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด แล้วจึงใช้ความเร็วใหม่มาทดลองจัดตารางอีกครั้ง ซึ่งจะมีงานส่วนหนึ่งถูกกำหนดการจัดตารางให้เสร็จสิ้น และงานอีกส่วนหนึ่งต้องนำมาทดลองจัดตารางใหม่ จนกว่าจะได้ตารางครบทุกงาน การคำนวณความเร็วเครื่องจักรใช้การรวมฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากเครื่องจักรทุกๆ เครื่องเข้ากับค่าใช้จ่ายจากค่าเวลาปิดงาน เมื่อแปลงค่าความเร็วเครื่องจักรแต่ละเครื่องไปเป็นตัวแปรความเร็วอ้างอิง แล้วจึงหาค่าต่ำสุดของค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดด้วยการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันค่าใช้จ่าย จากผลการทดสอบพบว่า อัลกอริทึมจากงานวิจัยนี้ให้ค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้นเล็กน้อยในกรณีการทดสอบเวลาพร้อมเริ่มงานร่วมกัน และค่าใช้จ่ายเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น แต่ในกรณีทดสอบอื่นๆ อีก 3 กรณี อัลกอริทึมจากงานวิจัยนี้ให้ค่าใช้จ่ายที่ลดลง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา	วิศวกรรมคอมพิวเตอร์	ลายมือชื่อนิสิต	ศราวุธ บุญอาชาทอง
สาขาวิชา	วิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา	
ปีการศึกษา	2548	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	นครทิพย์ พร้อมพูล

4570559621 : MAJOR COMPUTER SCIENCE

KEY WORD: PARALLEL MACHINE SCHEDULING / CONTROLLABLE MACHINE SPEED

SARAWUT BOONACHATONG: AN APPROACH OF PARALLEL MACHINE SCHEDULING WITH CONTROLLABLE MACHINE SPEED. THESIS ADVISOR: ATHASIT SURARERKS, Ph.D., THESIS COADVISOR: NAKORNTHIP PROMPOON, 103 pp. ISBN 974-53-2523-6.

This research provides an algorithm for parallel machine scheduling with controllable job speed, in order to minimize an objective cost. The cost is expressed by the makespan cost and the job speed assigned costs, where the objective function is described by a polynomial function. Time complexity of the proposed algorithm is $O(n^2 2^m)$ where n is the number of jobs and m denotes the number of machines.

The main algorithm of this research is to repeat a testing schedule for assigning a machine for each job. Then all machine speeds must be computed for minimizing the cost. After that, the schedule must be recalculated with the new speeds. Then some jobs are completely scheduled and the rest needs to be rescheduled until all jobs are completely scheduled. The machine speed computation is composed of all machine speed assigned cost functions and the makespan cost functions. The total cost function is obtained using the differentiation technique of the total cost function. Experimental results show that the total cost can increase only in the case of using common release time with linear cost function, otherwise the obtained costs decrease.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department	Computer Engineering	Student's signature	ศราวุธ บุญอาษากุล
Field of study	Computer Science	Advisor's signature	
Academic year	2005	Co-advisor's signature	Nakornthip Prompoon

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความอนุเคราะห์ และความช่วยเหลืออย่างยิ่งจาก อาจารย์ ดร. อรรถสิทธิ์ สุรฤกษ์ อาจารย์ที่ปรึกษา และอาจารย์นครทิพย์ พร้อมพูล อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ซึ่งเป็นผู้ให้ข้อคิด แนวทาง และคำปรึกษา ตลอดจนเป็นผู้ตรวจทานแก้ไข จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วง ขอขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. อรรถสิทธิ์ สุรฤกษ์ และอาจารย์นครทิพย์ พร้อมพูล เป็นอย่างสูงที่ให้ความเมตตา ช่วยเหลือ รวมทั้งโอกาส และสิ่งที่ดีแก่ผู้วิจัยเสมอมา

ขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผศ. บุญชัย โสวรรณวณิชกุล อาจารย์ ดร. เศรษฐา ปานงาม อาจารย์ ดร.วิษณุ โคตรจรัส คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำในการแก้ไขวิทยานิพนธ์ให้มีคุณภาพยิ่งขึ้น วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ไม่อาจจะสำเร็จได้หากไม่ได้รับความร่วมมือจากทุกท่าน และขอขอบคุณอาจารย์ในสาขาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยทุกท่าน และเพื่อนๆ ทุกๆคน ผู้ที่ให้คำแนะนำเพิ่มเติมกับผู้วิจัยเสมอมา

ขอขอบคุณคุณเขมทัต สุคนธสิงห์ และพนักงานทุกท่านของบริษัทรักษ์การผลิต จำกัด ที่ให้การสนับสนุนและให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี รวมไปถึงได้ให้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์เป็นอย่างมากกับผู้วิจัย

สุดท้ายนี้ ขอขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ ญาติพี่น้องทุกคน ที่คอยดูแลห่วงใย เป็นกำลังใจ และให้การสนับสนุนในทุกๆ ด้าน จนผู้วิจัยสามารถทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วง

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย .....ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....จ
กิตติกรรมประกาศ.....ฉ
สารบัญ.....ช
สารบัญภาพ.....ญ
สารบัญตาราง..... .....ฎ
บทที่
1 บทนำ..... 1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... 1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย..... 2
1.3 ขอบเขตของการวิจัย..... 2
1.4 ขั้นตอนและวิธีดำเนินการวิจัย..... 3
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย..... 3
1.6 ลำดับการจัดเรียงเนื้อหาในวิทยานิพนธ์..... 4
1.7 ผลงานที่ตีพิมพ์จากวิทยานิพนธ์..... 4
1.8 ข้อตกลงเกี่ยวกับแผนภาพแกนต์..... 4
2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 5
2.1 ทฤษฎีการจัดตารางพื้นฐาน..... 5
2.2 การจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวที่สามารถควบคุมพารามิเตอร์เวลาพร้อมเริ่มงาน และเวลาดำเนินงาน..... 8
2.3 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันหลายตัวแปรด้วยการหาอนุพันธ์..... 15
2.3.1 การหาจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชันตัวแปรเดียว..... 15
2.3.2 การหาค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชันตัวแปรเดียวแบบมีขอบเขต..... 16
2.3.3 การแก้สมการพหุนามกำลัง 3..... 16
2.3.4 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันแบบแบ่งเป็นส่วนๆ..... 17
2.3.5 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันหลายตัวแปร..... 18
2.3.6 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันหลายตัวแปรเมื่อแต่ละตัวแปรเป็นอิสระต่อกัน..... 19

บทที่ หน้า

2.3.7 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันหลายตัวแปรแบบมีขอบเขต เมื่อแต่ละตัวแปรเป็นอิสระต่อกัน 19
2.3.8 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันหลายตัวแปรเมื่อตัวแปรมีความสัมพันธ์กัน 21
2.3.9 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันหลายตัวแปรแบบแบ่งเป็นส่วนๆ 21
2.3.10 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันหลายตัวแปร เมื่อตัวแปรมีความสัมพันธ์เป็นอสมการ 21
2.3.11 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันหลายตัวแปรแบบแบ่งเป็นส่วนๆ เมื่อขอบเขตเป็นความสัมพันธ์ของตัวแปร 22
2.3.12 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันฟังก์ชันค่าใช้จ่ายในงานวิจัยนี้ 23
2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 25
3 ลักษณะของปัญหา 27
3.1 แบบจำลองปัญหา 27
3.2 แบบจำลองคณิตศาสตร์ของปัญหา 28
3.3 รูปแบบการนำเสนอผลลัพธ์ 30
3.4 แนวคิดและวิธีการวิจัย 31
3.5 การพิจารณาการจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยว 31
3.6 การพิจารณาการจัดตารางเครื่องจักรขนาน 32
4 การพัฒนาอัลกอริธึม 35
4.1 การจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวที่มีค่าเวลาพร้อมเริ่มงานหลากหลายและสามารถควบคุมความเร็วเครื่องจักร 35
4.2 แนวคิดของอัลกอริธึมหลัก 37
4.3 โปรแกรมภาษาเทียมของอัลกอริธึมหลัก 38
4.4 แบบจำลองในการปรับความเร็วเครื่องจักรที่ใช้ในอัลกอริธึมหลัก 39
4.5 แบบจำลองการจัดตารางเครื่องจักรขนานแบบเครื่องจักรเครื่องหนึ่งมีเพียงงานเดียว 39
4.6 การพิจารณาฟังก์ชันแบบแบ่งเป็นส่วนๆ ที่เกิดจากค่าเวลาพร้อมเริ่มงานหลากหลาย 42
4.7 อัลกอริธึมในการคำนวณหาความเร็วเครื่องจักรแต่ละเครื่อง ที่จะให้ได้ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดสำหรับแต่ละเครื่องจักร ในแต่ละวนรอบของอัลกอริธึมหลัก 43

บทที่ หน้า

4.8 การพิจารณาขอบเขตของปัจจัยเวลาดำเนินงาน 46
4.9 ตัวอย่างโจทย์และคำตอบในการจัดตารางงาน 5 งาน เข้ากับเครื่องจักร 3 เครื่อง ... 46
4.10 สรุป 48
5 ตัวอย่างการใช้อัลกอริทึมในการแก้โจทย์ปัญหาการจัดตาราง 49
5.1 ภาพรวมของอัลกอริทึม 49
5.2 โจทย์ปัญหาการจัดตารางงาน 6 งาน เข้ากับเครื่องจักร 3 เครื่อง 50
5.3 วนรอบหลักการทดลองจัดตารางงาน 51
5.4 การคำนวณหาความเร็วเครื่องจักรแต่ละเครื่องที่จะทำให้ค่าใช้จ่ายรวมน้อยที่สุด ... 53
5.5 การทดสอบจุดทดสอบแต่ละจุดในแต่ละช่วงเวลาปิดงาน 65
6 การทดลองและประเมินผลงานวิจัย 69
6.1 การประเมินผลงานวิจัย 69
6.2 การปรับค่าเงื่อนไขต่างๆ ในการทดลอง 70
6.3 ผลการทดลอง 83
6.4 อภิปรายผลทดลอง 97
7 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ 98
7.1 สรุปผลการวิจัย 98
7.2 ข้อเสนอแนะ 98
รายการอ้างอิง ..... ……99
ภาคผนวก 103
ภาคผนวก ก 103
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 103

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ

รูปที่ หน้า

2.1 ตัวอย่างแผนภูมิแกนต์แสดงการแทรกงาน 6
2.2 ซัพพลายเชน 8
2.3 การจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยว 9
2.4 การจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวที่ควบคุมความเร็วเครื่องจักร 10
2.5 การจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวที่ควบคุมอัตราการพร้อมเริ่มงาน 11
2.6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Cmax กับ ωr 12
3.1 แบบจำลองปัญหา 27
3.2 แผนภูมิแกนต์แสดงเวลาที่เครื่องจักรพร้อมเริ่มทำงานและความเร็วในรอบที่ k 32
3.3 แผนภูมิแกนต์การจัดตารางในรอบที่ k เพื่อหาความเร็วค่าใหม่ 33
3.4 แผนภูมิแกนต์ความเร็วที่เหมาะสมที่ได้จาก X ในรอบที่ k และเวลาที่เครื่องจักรพร้อมเริ่มทำงานในรอบถัดไป 33
4.1 คุณลักษณะของเวลาปิดงาน 36
4.2 อัลกอริธึม X' ที่ใช้คำนวณความเร็วเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 3 38
5.1 ภาพรวมของอัลกอริทึม 49
5.2 ผลการทดลองจัดตารางในรอบที่ 1 51
5.3 ผลการทดลองจัดตารางในรอบที่ 2 52
5.4 ผลการทดลองจัดตารางในรอบที่ 3 (รอบสุดท้าย) 53
5.5 รูปแบบการปิดงานพร้อมกัน และช่วงเวลาปิดงานร่วม 57
6.2 ตัวอย่างของผลการจัดตารางในกลุ่มทดลอง A ของงานวิจัยนี้ 78
6.3 ตัวอย่างของผลการจัดตารางในกลุ่มทดลอง A ของงานวิจัยอ้างอิง 78
6.4 ตัวอย่างของผลการจัดตารางในกลุ่มทดลอง B ของงานวิจัยนี้ 79
6.5 ตัวอย่างของผลการจัดตารางในกลุ่มทดลอง B ของงานวิจัยอ้างอิง 80
6.6 ตัวอย่างของผลการจัดตารางในกลุ่มทดลอง C ของงานวิจัยนี้ 81
6.7 ตัวอย่างของผลการจัดตารางในกลุ่มทดลอง C ของงานวิจัยอ้างอิง 81
6.8 ตัวอย่างของผลการจัดตารางในกลุ่มทดลอง D ของงานวิจัยนี้ 82
6.9 ตัวอย่างของผลการจัดตารางในกลุ่มทดลอง D ของงานวิจัยอ้างอิง 83

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

2.1 $f(x, y)$ ที่จุดทดสอบทั้ง 25 จุด 20

3.1 ผลลัพธ์ของปัญหาในงานวิจัยนี้ 31

4.1 การแบ่งปัญหาย่อยตามฟังก์ชันแบบแบ่งเป็นส่วนๆ ของค่าใช้จ่าย
จากเวลาปิดงาน 37

4.2 รากของสมการจากการหาอนุพันธ์ย่อย 41

4.3 ตารางเวลาปิดงานรวม 42

4.4 ตารางพิกัดคำตอบของการรวมคำตอบ 43

4.5 โจทย์ปัญหาการจัดตารางงาน 47

4.6 ผลการจัดตารางงาน 48

5.1 ค่าของตัวแปรในโจทย์ปัญหา 50

5.2 ช่วงเวลาปิดงานของเครื่องจักรแต่ละเครื่อง 54

5.3 ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายและจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชัน ที่เครื่องจักรแต่ละเครื่อง 55

5.4 ผลการคำนวณค่าใช้จ่ายที่จุดทดสอบทุกจุด 58

6.1 เงื่อนไขและข้อกำหนดในงานวิจัยเพื่อใช้ในการประเมินผล 69

6.2 รูปแบบการทดลอง 70

6.3 ขอบเขตของตัวแปรที่ใช้ในการทดลอง 71

6.4 ตัวอย่างโจทย์การจัดตารางในกลุ่มทดลอง A 77

6.5 ตัวอย่างโจทย์การจัดตารางในกลุ่มทดลอง B 79

6.6 ตัวอย่างโจทย์การจัดตารางในกลุ่มทดลอง C 80

6.7 ตัวอย่างโจทย์การจัดตารางในกลุ่มทดลอง D 82

6.8 ผลการทดลอง 84

6.9 ผลการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายจากโจทย์ตัวอย่างสุ่ม 100 โจทย์
ในกลุ่มทดลอง A 85

6.10 ผลการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายจากโจทย์ตัวอย่างสุ่ม 100 โจทย์
ในกลุ่มทดลอง B 88

6.11 ผลการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายจากโจทย์ตัวอย่างสุ่ม 100 โจทย์
ในกลุ่มทดลอง C 91

6.12 ผลการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายจากโจทย์ตัวอย่างสุ่ม 100 โจทย์
ในกลุ่มทดลอง D 94

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การพัฒนาทางด้านอุตสาหกรรมมีความสำคัญต่อการพัฒนาประเทศชาติเป็นอย่างมาก วิศวกรรมคอมพิวเตอร์ได้มีส่วนเข้ามาช่วยในการพัฒนาการจัดการทางกระบวนการผลิตในขั้นตอนต่างๆ ของกระบวนการ โดยขั้นตอนหนึ่งที่ถือเป็นพื้นฐานสำคัญในการปรับปรุงประสิทธิภาพในการผลิตคือ การจัดตารางเครื่องจักร

การจัดตารางเครื่องจักรจะเกิดขึ้นเมื่อผู้ประกอบการได้วางแผนที่จะผลิตผลิตภัณฑ์ให้ได้ปริมาณตามเป้าหมาย และตรงตามเวลาส่งมอบ เนื่องจากงานแต่ละชิ้นมีองค์ประกอบต่างๆ กัน เช่นใช้ระยะเวลาในการดำเนินงานไม่เท่ากัน เวลาส่งมอบไม่ตรงกัน หรืออาจรับงานส่งต่อมาจากอีกที่หนึ่ง คือ มีเวลาพร้อมเริ่มงานต่างกัน รวมถึงเมื่อเรามีเครื่องจักรซึ่งเป็นตัวดำเนินงานเหล่านั้นให้เสร็จสิ้น มีอยู่เป็นจำนวนจำกัด ไม่สามารถทำงานทุกๆ งานพร้อมๆ กันให้สำเร็จได้อย่างตามใจชอบ การจัดตารางเครื่องจักรจึงเกิดขึ้นเพื่อเป็นการจัดสรรว่างานชิ้นใดจะต้องทำก่อนหลัง และทำที่เครื่องจักรเครื่องใด โดยทำให้วัตถุประสงค์เฉพาะบางอย่างเป็นไปโดยมีประสิทธิภาพมากที่สุด เช่น ทำให้มีจำนวนงานสายน้อยที่สุด ทำให้แต่ละงานอยู่ในระบบเป็นเวลาน้อยที่สุด เป็นต้น ซึ่งจุดประสงค์ดังกล่าวจะส่งตอบกลับมาเป็นผลประโยชน์ต่อผู้ประกอบการ เช่น การส่งงานได้ทันเวลาจะมีผลต่อชื่อเสียงบริษัท และการให้มีงานอยู่ในระบบน้อยๆ จะเป็นการประหยัดต้นทุนคลังวัตถุดิบและผลิตภัณฑ์ เป็นต้น

การแก้ปัญหาการจัดตารางเครื่องจักรโดยทั่วไปจะใช้การพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมมาจัดการกับปัญหานั้น โดยทั่วไปค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่ใช้ เช่น เวลาดำเนินงาน เวลาพร้อมเริ่มงานจะเป็นค่าคงที่ตามแต่ละงานนั้นๆ แต่ในความเป็นจริงแล้ว ค่าเหล่านี้สามารถที่จะปรับปรุงให้ดีขึ้นได้โดยอาจจะต้องสูญเสียค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้น เช่น การเร่งเครื่องจักรให้ทำงานได้เร็วขึ้น เป็นการทำให้เวลาดำเนินงานแต่ละชิ้นลดลง และงานเสร็จเร็วขึ้น แต่จะต้องเสียค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้นไปกับวัตถุดิบ ค่าไฟฟ้าเร่งเครื่อง ค่าแรงงานคน จึงเกิดการจัดตารางอีกประเภทหนึ่งที่มีศักยภาพสูงกว่า เรียกว่าการจัดตารางที่สามารถควบคุมพารามิเตอร์ได้ ซึ่งจะจัดตารางให้บรรลุวัตถุประสงค์หลักและจัดการค่าใช้จ่ายดังกล่าวอย่างมีประสิทธิภาพ

แบบจำลองโดยทั่วไปจะเริ่มศึกษากันที่การจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวซึ่งเป็นการจัดตารางที่มีเครื่องจักรเครื่องเดียว เนื่องจากแบบจำลองนี้ยังสามารถใช้ได้ดีแม้กับการจัดตารางในระบบการดำเนินงานใหญ่ๆ บางระบบที่เราสามารถหากระบวนการที่เป็นคอขวดของระบบได้ แบบจำลองที่มีความใกล้เคียงกับระบบดำเนินงานจริงแบบหนึ่ง ได้แก่ การจัดตารางเครื่องจักรขนาน คือ มีเครื่องจักรหลายๆ เครื่องที่สามารถทำงานในกระบวนการแบบเดียวกัน เป็นการเร่งกำลังการผลิตเพิ่มขึ้น โดยทั่วไปจะมีวัตถุประสงค์หลักในการจัดตารางเพื่อให้เวลาปิดงาน หรือเป็นเวลาที่งานสุดท้ายเสร็จสิ้น มีค่าต่ำที่สุด เป็นต้น

ในงานวิจัยนี้เป็นการแก้ปัญหาการจัดตารางเครื่องจักรขนานที่สามารถควบคุมความเร็วเครื่องจักร โดยจะต้องทำให้ค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ต่ำ โดยค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์นี้ เป็นฟังก์ชันแสดงค่าใช้จ่ายที่เกิดจากเวลาปิดงาน (makespan) รวมกับค่าใช้จ่ายที่เกิดจากความเร็วของเครื่องจักรแต่ละเครื่อง

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

หาอัลกอริธึมการจัดตารางเครื่องจักรขนานที่สามารถควบคุมความเร็วเครื่องจักรและมีผลรวมค่าใช้จ่ายต่ำ โดยค่าใช้จ่ายหมายถึงค่าใช้จ่ายที่เกิดจากเวลาปิดงานและการเร่งความเร็วเครื่องจักร

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1. เครื่องจักรขนานเป็นแบบอัตราการผลิตต่างกันเท่านั้นและไม่มีการแทรกงาน
2. ควบคุมพารามิเตอร์เฉพาะความเร็วเครื่องจักรเท่านั้น
3. การควบคุมความเร็วเครื่องจักร สามารถเปลี่ยนแปลงค่าความเร็วได้ในขอบเขตช่วงหนึ่งที่กำหนดให้เท่านั้น
4. การเปลี่ยนแปลงค่าความเร็วเครื่องจักร ไม่คำนึงถึงค่าใช้จ่ายในการเปลี่ยนแปลงความเร็วและช่วงระยะเวลาในการเปลี่ยนแปลงนั้น
5. ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงานเป็นฟังก์ชันของค่าเวลาปิดงาน โดยเป็นฟังก์ชันที่สามารถกำหนดได้
6. ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากเครื่องจักรเป็นฟังก์ชันของความเร็วเครื่องจักร โดยเป็นฟังก์ชันที่สามารถกำหนดได้

1.4 ขั้นตอนและวิธีดำเนินการวิจัย

1. ศึกษางานวิจัยการจัดตารางที่มีอยู่ในปัจจุบัน
2. วิเคราะห์งานวิจัยเหล่านั้นที่มีความสอดคล้องกับงานวิจัยที่มีอยู่เพื่อตั้งปัญหาที่กำลังเป็นที่น่าสนใจ
3. วิเคราะห์เพื่อหาความเป็นไปได้ในการนำอัลกอริธึมในงานวิจัยก่อนหน้ามาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา
4. ออกแบบแนวคิดและรูปแบบของอัลกอริธึมเพื่อใช้แก้ปัญหา
5. วิเคราะห์อัลกอริธึมที่ได้ว่าสามารถแก้ไขปัญหาได้ถูกต้องครบถ้วนและมีประสิทธิภาพหรือไม่
6. ปรับปรุงอัลกอริธึมให้ทำงานได้ตามเป้าหมาย
7. สรุปผล

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1. ได้แบบจำลองเป็นการจัดตารางเครื่องจักรขนานซึ่งสอดคล้องกับปัญหาจริงในทางอุตสาหกรรม
2. แบบจำลองที่ใช้การควบคุมความเร็วเครื่องจักรจะเพิ่มศักยภาพในการจัดตารางเครื่องจักร
3. โรงงานกับลูกค้าได้ผลประโยชน์ร่วมกันจากการตกลงเรื่องการปรับค่าเวลาปิดงานโดยใช้อัลกอริธึมจากงานวิจัยนี้มาช่วยลดค่าใช้จ่ายในส่วนค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงาน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1.6 ลำดับการจัดเรียงเนื้อหาในวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์เล่มนี้ แบ่งเนื้อหาออกเป็น 7 บทดังนี้ บทที่ 1 เป็นบทนำ กล่าวถึงที่มาและความสำคัญของปัญหา รวมทั้งวัตถุประสงค์ของงานวิจัย บทที่ 2 อธิบายถึงทฤษฎีในการจัดตารางพื้นฐาน การจัดตารางที่มีการปรับความเร็ว การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง บทที่ 3 กล่าวถึงการกำหนดโจทย์ปัญหา แบบจำลองคณิตศาสตร์ของปัญหา จนถึงแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหา บทที่ 4 กล่าวถึงการพัฒนาอัลกอริธึมที่ใช้ในการแก้ปัญหา ตั้งแต่แบบจำลองการจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยว เครื่องจักรขนาน การปรับความเร็วให้ค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด ไปจนถึงการพิจารณาค่าขอบเขตของความเร็ว บทที่ 5 แสดงตัวอย่างการใช้อัลกอริธึม เพื่อให้สามารถเข้าใจอัลกอริธึมได้ชัดเจนยิ่งขึ้น การทดลองและผลการทดลองแสดงไว้ในบทที่ 6 และสุดท้ายข้อสรุปจากการวิจัยถูกกล่าวถึงในบทที่ 7

1.7 ผลงานที่ตีพิมพ์จากวิทยานิพนธ์

ส่วนหนึ่งของวิทยานิพนธ์นี้ ได้รับการตีพิมพ์เป็นบทความทางวิชาการในหัวข้อเรื่อง “การจัดตารางเครื่องจักรขนานที่สามารถควบคุมความเร็วเครื่องจักรได้” โดย ศราวุธ บุญอาชาทอง อรรถสิทธิ์ สุรฤกษ์ และนครทิพย์ พร้อมพูล ในงานประชุมวิชาการ 9th National Computer Science and Engineering Conference (NCSEC2005) ณ มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย ในระหว่างวันที่ 27-28 ตุลาคม 2548

1.8 ข้อตกลงเกี่ยวกับแผนภาพแกนต์

โดยทั่วไป แผนภาพแกนต์จะมีความสูงของแถบสี่เหลี่ยมเท่ากันทุกแถบ แต่เพื่อการสื่อความหมายที่ช่วยในการทำงานวิจัยได้ดียิ่งขึ้น ในงานวิจัยนี้ ได้ใช้ความสูง ของแถบสี่เหลี่ยมในแผนภาพแกนต์ จะแทนค่าความเร็ว (v_i) ของเครื่องจักรด้วย โดยความกว้างของแถบสี่เหลี่ยม ใช้ตามปกติโดยทั่วไป คือแทนค่าเวลาดำเนินงานจริงที่จะต้องใช้ในการปฏิบัติงาน (p_{ij}) และพื้นที่ของแถบสี่เหลี่ยม จึงมีค่าเท่ากับเวลาดำเนินงานมาตรฐาน (p_j) ซึ่งค่าทั้ง 3 ค่านี้มีความสัมพันธ์กันตามสมการ $p_{ij} = p_j/v_i$

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้ จะกล่าวถึงทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เริ่มจากทฤษฎีการจัดตารางพื้นฐาน การจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวที่สามารถควบคุมพารามิเตอร์เวลาพร้อมเริ่มงานและเวลาดำเนินงาน ซึ่งจะได้นำมาพัฒนาเป็นการจัดตารางเครื่องจักรขนานในวิจัยนี้ การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันหลายตัวแปรด้วยการหาอนุพันธ์ จนถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้องที่ได้มีการศึกษากันอยู่ในปัจจุบัน

2.1 ทฤษฎีการจัดตารางพื้นฐาน

ในหัวข้อนี้ จะนำเสนอทฤษฎีในการจัดตารางพื้นฐาน [1, 2] ซึ่งประกอบด้วย คำจำกัดความพื้นฐานที่ใช้ในการจัดตาราง นิยามของสัญลักษณ์ที่ใช้ และลักษณะการจัดเรียงเครื่องจักร

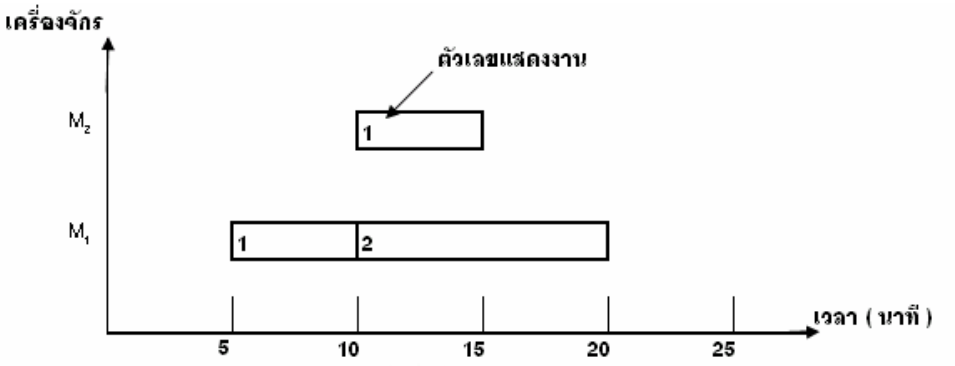
- **งาน** คือ ภาระที่เราต้องการดำเนินงานให้เสร็จสิ้น

- **เครื่องจักร** เป็นคำใช้แทน “ทรัพยากร” ที่ต้องนำมาใช้เพื่อการดำเนินงาน โดยทรัพยากรเหล่านี้อาจหมายถึง คน เครื่องจักร เครื่องมือ อุปกรณ์ หรือสถานที่ เป็นต้น

- **การจัดตาราง** เป็นกระบวนการตัดสินใจ เพื่อจัดการดำเนินงานทั้งหมดให้เสร็จสิ้น โดยแบ่งเป็นสองขั้นตอน คือ จัดแบ่งงานว่างานใดจะต้องทำที่เครื่องจักรไหน และจัดว่า ที่เครื่องจักรหนึ่งๆ จะต้องทำงานในลำดับก่อนหลังอย่างไร ที่เวลาเท่าใด ซึ่งสามารถแสดงผลการจัดตารางให้เห็นได้ชัดเจนด้วยแผนภูมิแกนต์

- **ข้อจำกัดเกี่ยวกับงานและเครื่องจักร** ที่เวลาหนึ่งๆ งานงานหนึ่งจะต้องทำที่เครื่องจักรเครื่องเดียวเท่านั้น คือ งานไม่สามารถทำงานนั้นพร้อมกันที่เครื่องจักรหลายเครื่อง และในทำนองเดียวกัน ที่เวลาหนึ่งๆ เครื่องจักรเครื่องหนึ่งก็สามารถทำงานได้เพียงงานเดียวเท่านั้น ไม่สามารถทำงานหลายงานพร้อมกันได้

- **การแทรกงาน** ในการจัดตารางแบบที่อนุญาตให้มีการแทรกงานได้ ที่เครื่องจักรเครื่องหนึ่ง ขณะที่งานหนึ่งถูกดำเนินการอยู่ อาจจะมีงานใหม่เข้ามาแทรก คือ ให้ทำงานใหม่ที่เครื่องจักรเครื่องนี้แทน และพักงานเก่าไว้ก่อน ซึ่งอาจกลับมาดำเนินงานต่อให้สำเร็จในภายหลัง หรือ ย้ายไปทำที่เครื่องจักรเครื่องอื่น



รูปที่ 2.1 ตัวอย่างแผนภูมิแกนต์แสดงการแทรกงาน

- **แผนภูมิแกนต์** เป็นแผนภาพแสดงตารางงานที่เกิดขึ้นในการจัดตาราง ดังแสดงตัวอย่างผลลัพธ์การจัดตารางที่มีการแทรกงานได้ ดังรูปที่ 2.1 ซึ่งประกอบด้วยแกนนอนแทนเวลาเป็นนาที แกนตั้งแทนเลขที่ของเครื่องจักร แถบสี่เหลี่ยมในรูปแสดงว่างานแต่ละงานถูกดำเนินการบนเครื่องจักรใด ณ ช่วงเวลาใด คือ งานที่ 1 เริ่มดำเนินงานที่เครื่องจักรที่ 1 ณ เวลานาทีที่ 5 และดำเนินการไปถึงนาทีที่ 10 จึงถูกงานที่ 2 เข้ามาแทรก ซึ่งงานที่ 2 ได้ถูกดำเนินงานไปจนเสร็จสิ้น ณ นาทีที่ 20 ส่วนงานที่ 1 ย้ายไปที่เครื่องจักรที่ 2 และดำเนินงานไปจนเสร็จสิ้น ณ นาทีที่ 15 และทั้ง 2 งานมีเวลาดำเนินงานเป็น 10 นาที

- สัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่ใช้ในการจัดตารางงาน

n จำนวนงานทั้งหมด

m จำนวนเครื่องจักรทั้งหมด

J_j งานที่ j

M_i เครื่องจักรที่ i

p_{ij} เวลาดำเนินงาน คือ ช่วงระยะเวลาที่งานที่ j ต้องใช้บนเครื่องจักรที่ i เพื่อที่จะทำให้งานเสร็จสิ้น โดยตัว i อาจถูกละไว้ ถ้าเวลาทำงานไม่ขึ้นกับเครื่องจักร

r_j เวลาพร้อมเริ่มงานของงานที่ j เป็นเวลาที่งานนี้เข้ามาสู่ระบบและสามารถเริ่มดำเนินงานได้

C_j เวลาเสร็จงาน คือ เวลาที่งานที่ j เสร็จสิ้น

C_{max} เวลาปิดงาน คือ เวลาเสร็จงานที่มีค่าสูงที่สุด

F_j เวลาไหลของงาน คือ ระยะเวลาทั้งหมดที่งานที่ j ใช้เวลาอยู่ในระบบ

F_{max} เวลาไหลของงานสูงสุด คือ เวลาไหลของงานที่มีค่าเวลาไหลของงานสูงที่สุด

- ตัววัดสมรรถนะ

เป็นค่าที่ใช้ประเมินประสิทธิภาพในการจัดตาราง เช่น เวลาปิดงาน เป็นเวลาที่งานสุดท้ายเสร็จสิ้น ซึ่งสามารถคำนวณได้จากพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ได้การการจัดตารางนั้นๆ

- วัตถุประสงค์

วัตถุประสงค์ของการจัดตาราง หมายถึง เป้าหมายของตัววัดสมรรถนะที่ผู้จัดตารางต้องการให้เกิดขึ้น เช่น การหาค่าที่มากที่สุดหรือค่าที่น้อยที่สุดของตัววัดสมรรถนะ ตัวอย่างของวัตถุประสงค์ ได้แก่ วัตถุประสงค์เพื่อเพิ่มกำลังการผลิตสูงสุด ซึ่งสามารถกำหนดได้เป็นการทำให้เวลาปิดงานน้อยที่สุด เพราะเมื่องานใช้เวลาปิดงานน้อยๆ ก็จะสามารถรับงานชุดใหม่เข้ามาได้เร็วขึ้น และมีกำลังการผลิตโดยรวมสูงขึ้น

- ลักษณะการจัดเรียงเครื่องจักร

- การจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยว (Single Machine) จะใช้แบบจำลองที่ประกอบด้วยเครื่องจักรเครื่องเดียวทำงานทั้งหมด ซึ่งเป็นพื้นฐานในการจัดตารางแบบอื่นๆ

- การจัดตารางเครื่องจักรขนาน (Parallel Machines) จะใช้แบบจำลองที่ประกอบด้วยเครื่องจักร m เครื่องทำงานได้พร้อมๆ กัน และสามารถจัดให้งานใด ทำที่เครื่องจักรใด ๆ ก็ ได้ โดยแบ่งเป็น

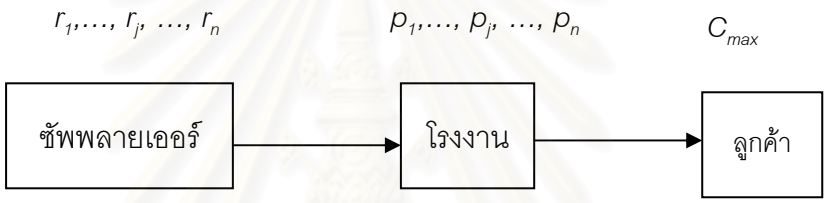
- เครื่องจักรขนานที่เหมือนกัน (Identical Machines in Parallel) เครื่องจักรทุกเครื่อง จะใช้เวลาในการทำงานงานเดียวกันเท่าๆ กัน คือมีความเร็วเท่ากัน

- เครื่องจักรขนานที่อัตราการผลิตต่างกัน (Parallel Machines with Different Speeds) เครื่องจักรแต่ละเครื่องจะมีความเร็วไม่เท่ากัน คือ ใช้เวลาในการทำงานงานเดียวกันไม่เท่ากันแต่จะเป็นอัตราส่วนเดียวกันสำหรับทุกๆ งาน คือ เครื่องจักรที่ทำงานเร็ว ก็จะทำงานได้เร็วในทุก ๆ งาน

- เครื่องจักรขนานที่ไม่สัมพันธ์กัน (Unrelated Machines in Parallel) เครื่องจักรแต่ละเครื่องอาจจะมีความเร็วขึ้นกับแต่ละงานที่ทำด้วย คือ สำหรับเครื่องจักรเครื่องหนึ่ง บางงานอาจทำได้เร็วที่สุด แต่กับอีกงานหนึ่งอาจจะทำได้ช้าที่สุดก็ได้

2.2 การจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวที่สามารถควบคุมพารามิเตอร์เวลาพร้อมเริ่มงานและเวลาดำเนินงาน

แนวคิดในการแก้ปัญหาในงานวิจัยนี้ ใช้การพัฒนามาจากการแก้ปัญหาการจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวที่สามารถควบคุมพารามิเตอร์เวลาพร้อมเริ่มงานและเวลาดำเนินงาน [3] ซึ่งในการแก้ปัญหานี้ เราใช้แบบจำลองทั่วไปของซัพพลายเชน (supply chain) ที่ต้องพิจารณาที่ 3 ส่วนย่อย คือซัพพลายเออร์ (supplier) ที่สวนแรก โรงงานในส่วนกลาง และลูกค้าอยู่ที่ส่วนสุดท้าย การจัดตารางการผลิตของโรงงานจะเป็นการดำเนินงานกับงานมากมายที่พร้อมที่จะดำเนินงานได้หลังจากได้รับจากซัพพลายเออร์ โดยจะต้องจัดการการดำเนินงานให้เสร็จสิ้นสมบูรณ์ทั้งหมดเพื่อตอบสนองต่อความต้องการของลูกค้า



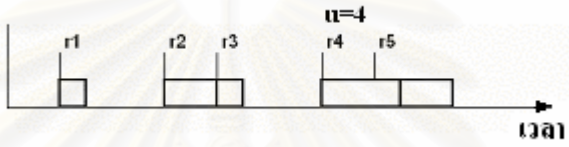
รูปที่ 2.2 ซัพพลายเชน

การจัดการกับปัญหาของโรงงานนี้จะนำไปสู่ปัญหาการจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวที่งาน Jj แต่ละงานในเซ็ต $N=\{1,2,..,n\}$ มีเวลาพร้อมเริ่มงานที่ r_j ใช้เวลาดำเนินงาน p_j และไม่อนุญาตให้มีการแทรกงาน เป้าหมายของโรงงานคือทำให้ค่าเวลาปิดงาน $Cmax$ มีค่าต่ำที่สุด ถ้าเรียงลำดับเลขที่ของงานในลำดับที่ $r_1 \leq r_2 \leq \ldots \leq r_n$ จะได้การจัดตารางที่ดีที่สุด(S*) เมื่อจัดงานในลำดับ (1,2,..,n) หรือเรียกว่าเป็นแบบเข้าก่อน-บริการก่อน และให้เริ่มงานทันทีที่พร้อม คือเริ่มงานที่เวลาพร้อมเริ่มงาน หรือเริ่มงานที่เวลาเสร็จงานของงานก่อนหน้า เพื่อที่จะให้เครื่องจักรเกิดสถานะว่างหรือช่วงที่ไม่ได้ทำงานใดๆ เป็นเวลาน้อยที่สุด จึงจะทำให้ได้ค่า $Cmax(S^*)$ หรือค่าเวลาปิดงานที่ต่ำที่สุดเป็น

$$Cmax(S^*) = r_u + \sum_{j=u}^{n} p_j \qquad (2.1)$$

โดยที่ J_u เป็นงานวิกฤติ ซึ่งเป็นงานสุดท้ายในลำดับ ที่สามารถเริ่มทำงานที่เวลาพร้อมเริ่มงานได้ ตัวอย่างตามรูปที่ 2.3 เมื่อจัดตารางตามลำดับเข้าก่อน-บริการก่อน งานที่ 1 2 3 และ 4 จะสามารถเริ่มทำงานที่เวลาพร้อมเริ่มงานได้ แต่งานที่ 5 จะต้องรอการทำงานของงานที่ 4 โดยไม่สามารถเริ่มทำงานที่เวลาพร้อมเริ่มงานได้แต่จะต้องเริ่มทำงานที่เวลาเสร็จงานของงานที่ 4 และ

งานที่ 4 เป็นงานสุดท้ายในลำดับที่สามารถเริ่มทำงานที่เวลาพร้อมเริ่มงานได้ จึงเรียกงานที่ 4 ว่าเป็นงานวิกฤติ ซึ่งงานวิกฤตินี้ จะมีอีกคุณสมบัติหนึ่ง คือ เป็นงานแรกที่เมื่อถูกดำเนินงานบนเครื่องจักรแล้วเครื่องจักรจะต้องดำเนินงานไปตลอดโดยไม่มีเวลาว่างอีก จนกว่างานจะเสร็จสิ้นทั้งหมด และจะทำให้สามารถคำนวณค่าเวลาปิดงานได้ตามสมการที่ (2.1) ดังเช่นจากตัวอย่างเดียวกัน หลังจากทำงานที่ 1 2 หรือ 3 แล้วเครื่องจักรยังมีเวลาว่างอยู่ ทั้ง 3 งานเหล่านี้จึงสามารถเริ่มทำให้ช้าลงได้โดยให้งานที่ 3 เสร็จก่อนเวลาพร้อมเริ่มงานของงานที่ 4 และให้ค่าเวลาปิดงานที่เท่าเดิม แต่หลังจากงานที่ 4 จะไม่มีเวลาว่างในลักษณะนี้ เครื่องจักรจะต้องดำเนินงานไปตลอดโดยเริ่มทำงานที่ 4 ที่เวลา r_4 และทำงานที่ 4 และงานที่ 5 ต่อเนื่องกันโดยใช้เวลา p_4 และ p_5 ตามลำดับ ซึ่งจะทำให้ได้ค่าเวลาปิดงาน Cmax = $r_4+(p_4 + p_5)$ ตามสมการที่ 2.1



รูปที่ 2.3 การจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยว

ประเด็นที่น่าสนใจเกิดขึ้นเมื่อโรงงานรับงานมาโดยมีค่าเวลาพร้อมเริ่มงาน $r_1, r_2, \ldots, r_n$ ที่กำหนดโดยซัพพลายเออร์และไม่สามารถที่จะเปลี่ยนแปลงเวลาดำเนินงาน $p_1, p_2, \ldots, p_n$ ได้ ถ้าลูกค้าต้องการได้รับงานให้เร็วขึ้นหรือลดเวลาปิดงาน โดยทำการตกลงกับโรงงานให้ทำการแก้ไขพารามิเตอร์ในตารางงานใหม่ ซึ่งถ้าโรงงานพร้อมที่จะร่วมมือด้วยโดยลูกค้ายอมจ่ายค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจะทำให้เกิดสภาพการได้ประโยชน์ทั้งสองฝ่าย โดยโรงงานสามารถแก้ไขการจัดตารางได้ทั้งแบบภายในและภายนอก

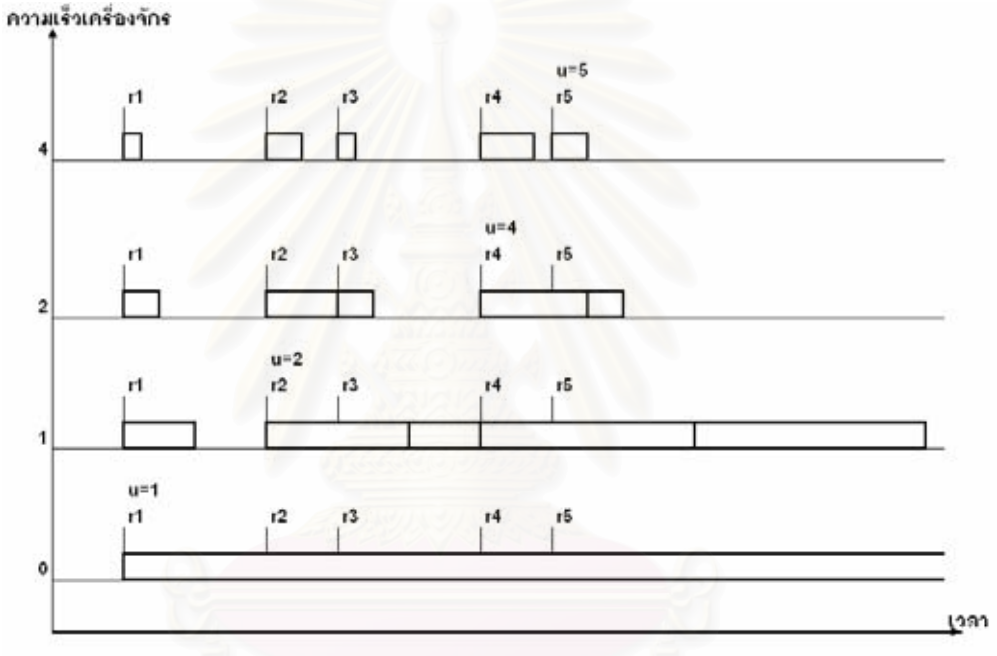
ในแบบภายใน โรงงานอาจจะเพิ่มความพยายามเข้าไปเพื่อลดค่าเวลาดำเนินงาน p_j โดยแบ่งการเปลี่ยนแปลงเวลาดำเนินงานออกเป็น 2 แบบ คือการเร่งเวลาดำเนินงานแบบพร้อมกันทั้งหมดด้วยการเร่งความเร็วเครื่องจักร อีกแบบคือ เร่งเวลาดำเนินงานแยกเป็นแต่ละงานไป ซึ่งการเร่งทั้ง 2 แบบนี้ ต้องใช้ทรัพยากรต่างๆเพิ่มขึ้น เช่น พลังงาน กำลังคน อุปกรณ์เพิ่มเติม หรือวัตถุดิบ ซึ่งจะต้องเสียค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้นทั้งนั้น

ในแบบภายนอก โรงงานจะต้องเจรจากับซัพพลายเออร์เพื่อเปลี่ยนแปลงค่าเวลาพร้อมเริ่มงาน r_j ซึ่งสามารถทำได้ทั้ง 2 แบบเช่นเดียวกัน คือการเร่งเวลาพร้อมเริ่มงานแบบพร้อมกันทั้งหมด และเร่งเวลาพร้อมเริ่มงานแบบแยกเป็นแต่ละงานไป และสังเกตได้ว่าในแบบหลังนี้อาจจะทำให้ลำดับของงานในการจัดตารางงานเปลี่ยนแปลงไปด้วย

- การควบคุมความเร็วเครื่องจักรในการจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยว

จากรูปที่ 2.4 เป็นการจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวที่แต่ละงาน J_j มีเวลาพร้อมเริ่มงาน r_j เป็นค่าคงที่ เมื่อเร่งความเร็วเครื่องจักร Vp เพิ่มขึ้น ค่าเวลาดำเนินงานทุกงานจะลดลงเป็น p_j/Vp และเวลาปิดงาน $Cmax$ มีค่าลดลงเช่นกัน โดยมีบางช่วงที่ตำแหน่งงานวิกฤติ u เปลี่ยนแปลงไป ตัวอย่างเช่น เมื่อเครื่องจักรมีความเร็ว Vp = 2 งานที่ 2 เป็นงานวิกฤติ แต่เมื่อเริ่มเพิ่มความเร็วขึ้น เวลาที่ใช้ในการทำงานที่ 2 และงานที่ 3 จะลดลง และทำให้เกิดช่วงเวลาที่เครื่องจักรว่างหน้างานที่ 4 งานวิกฤติจึงเปลี่ยนเป็นงานที่ 4 ดังเช่นที่จะได้เห็นชัดเจนตามรูป ในขณะที่ความเร็วเท่ากับ 2

$$Cmax=r_u + (p_u+...+p_n)/Vp$$



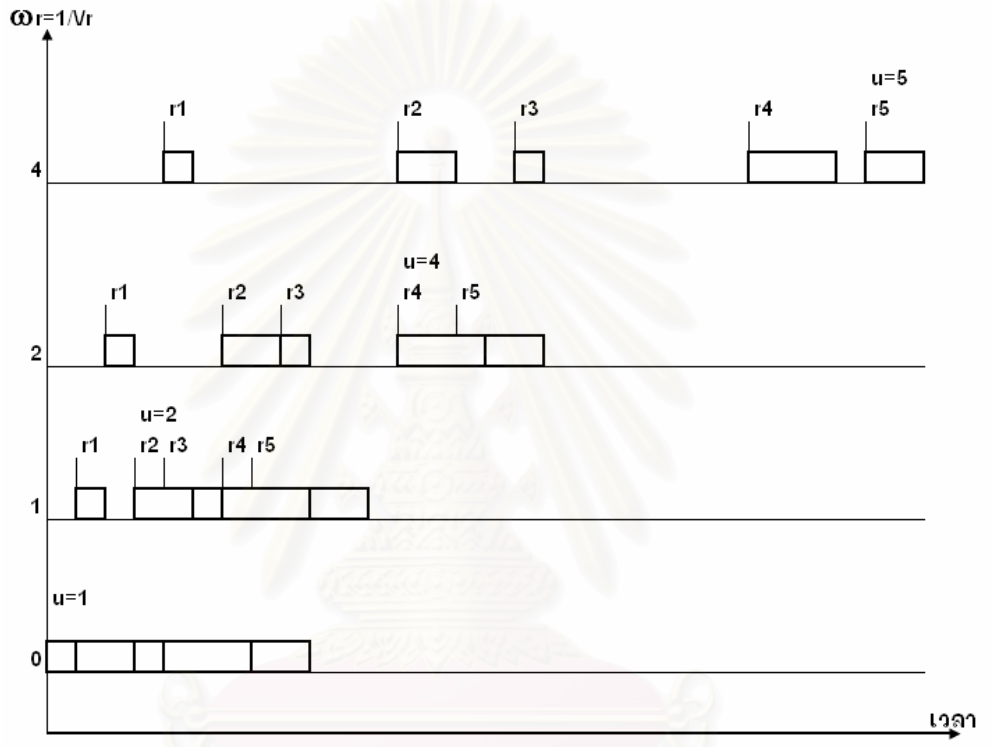
รูปที่ 2.4 การจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวที่ควบคุมความเร็วเครื่องจักร

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

- การควบคุมอัตราการพร้อมเริ่มงานในการจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยว

จากรูปที่ 2.5 เป็นการจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวที่แต่ละงาน J_j มีเวลาดำเนินงาน p_j เป็นค่าคงที่ เมื่ออัตราการพร้อมเริ่มงาน *Vr* เพิ่มขึ้น (ωr ลดลง โดยที่ $\omega r = 1/Vr$ เป็นตัวแปรที่เป็นส่วนกลับของอัตราการพร้อมเริ่มงาน *Vr*) จะทำให้เวลาปิดงาน *Cmax* ลดลง และตำแหน่งงานวิกฤติ *u* เปลี่ยนไป

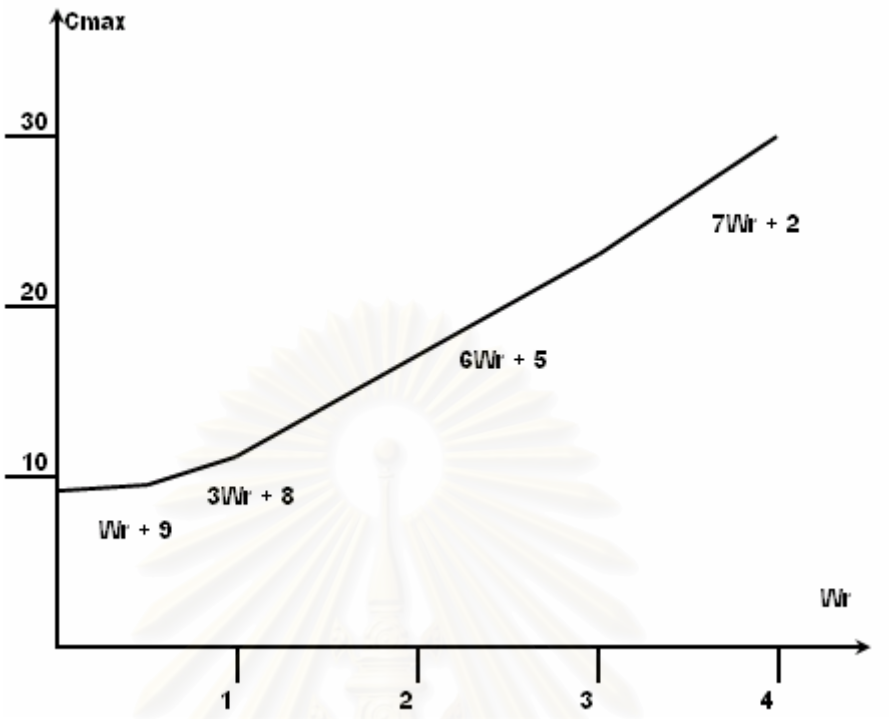
$$Cmax = \omega r^* r_u + (p_u + ... + p_n)$$



รูปที่ 2.5 การจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวที่ควบคุมอัตราการพร้อมเริ่มงาน

เมื่อแปรค่า ωr เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ค่าตำแหน่งงานวิกฤติ u จะเปลี่ยนตาม เป็นจังหวะ จังหวะในแต่ละช่วงของ ωr ที่ค่าตำแหน่งงานวิกฤติ u เป็นค่าเดียวกัน ค่า *Cmax* จะเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของ ωr *Cmax* จึงเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นเป็นส่วนๆ (piece-wise linear) ของ ωr ดังรูปที่ 2.6 ซึ่งสามารถหาค่า ωr ที่แบ่งช่วงเหล่านั้นได้ในเวลา O(*n*log*n*) โดยใช้อัลกอริธึมของ Meggido[7]

$$Cmax=\omega r^{*}r_{u} + (p_{u}+...+p_{n})$$



รูปที่ 2.6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง *Cmax* กับ ωr

- **การควบคุมความเร็วเครื่องจักรและอัตราการพร้อมเริ่มงานในการจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยว**

การควบคุมทั้ง ωr และ*Vp* จะทำให้ได้ $Cmax = \omega r^{*}r_{u} + (p_{u}+...+p_{n})/Vp$ โดยเมื่อกำหนดให้ $\gamma=Vp/Vr$ จะทำให้ได้ $T(\gamma) = Vp^{*}Cmax = \gamma^{*}r_{u} + (p_{u}+...+p_{n})$ ซึ่งได้กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $T(\gamma)$ กับ γ เป็นกราฟเดียวกันกับรูปที่ 2.5 ซึ่งเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นเป็นส่วน ๆ เช่นเดียวกัน

- **การจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวที่สามารถควบคุมความเร็วเครื่องจักรและอัตราการพร้อมเริ่มงาน เพื่อทำให้ฟังก์ชัน** $F(Vr,Vp) = Cmax^{q1}+CrVr^{q2}+CpVp^{q2}$ **มีค่าต่ำที่สุด**

ฟังก์ชัน $F(Vr,Vp)$ แสดงฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ขึ้นกับเวลาปิดงาน *Cmax* และค่าใช้จ่ายจากการเร่งอัตราการพร้อมเริ่มงาน *Vr* กับค่าใช้จ่ายจากการเร่งความเร็วเครื่องจักร *Vp* โดย *q1*, *q2*, *Cr*, *Cp* เป็นค่าคงที่ที่มากกว่า 0 และ *q1*, *q2* เป็นจำนวนเต็ม

จากการควบคุมพารามิเตอร์ในหัวข้อก่อนหน้านี้จะได้ว่า

$T(\gamma) = Vp^{*}Cmax = \gamma^{*}r_u + (p_u+...+p_n) = \gamma^{*}r_u + Pu$; $Pu = p_u + \ldots + p_n$

$Cmax = \omega p \mathrm{T}(\gamma)$; $\omega p = 1/Vp$

$\mathrm{F}(Vr,Vp) = Cmax^{q1}+CrVr^{q2}+CpVp^{q2}$

$= \omega p^{q1}\, \mathrm{T}(\gamma)^{q1}+CrVr^{q2}+CpVp^{q2}$

$= \omega p^{q1}\, (\gamma^{*}r_u + Pu)^{q1}+\omega p^{-q2}(Cr\gamma^{-q2}+Cp)$

เนื่องจาก $T(\gamma)$ เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นเป็นส่วนๆ ซึ่งให้ $\gamma_0, \gamma_1, \ldots, \gamma_m$ เป็นจุดแบ่งส่วน แต่ละส่วนที่ k ในช่วง[$\gamma k\text{-}1, \gamma k$] จะมีค่าตำแหน่งงานวิกฤติเป็นค่า u ค่าหนึ่ง และให้ $\mathrm{R}(k)=r_u$ ค่าหนึ่ง และ $P(k)=p_u$ ค่าหนึ่ง การหาค่าต่ำสุดของ $\mathrm{F}(Vr,Vp)$ เราจะสามารถหาได้โดยหาค่าต่ำสุดในแต่ละช่วง [$\gamma k\text{-}1, \gamma k$] ก่อน

ให้ $\mathrm{G}(\gamma, \omega p) = \mathrm{F}(Vr,Vp) = \omega p^{q1}\, (\gamma^{*}r_u + P_u)^{q1} + \omega p^{-q2}(Cr\gamma^{-q2}+Cp)$

เราสามารถกำจัดตัวแปร ωp ทิ้งไปก่อนโดยอสมการของค่าเฉลี่ยเลขคณิตและค่าเฉลี่ยเรขาคณิต คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต $\geq$ ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต

จัดรูปได้ $\mathrm{G}(\gamma, \omega p) = \{$

$+(1/q2)[\, \omega p^{q1}\, (\gamma^{*}r_u + Pu)^{q1}]$

…

$+(1/q2)[\, \omega p^{q1}\, (\gamma^{*}r_u + Pu)^{q1}]$;q2 ครั้ง

$+(1/q1)[\, \omega p^{-q2}(Cr\gamma^{-q2}+Cp)]$

…

$+(1/q1)[\, \omega p^{-q2}(Cr\gamma^{-q2}+Cp)]$;q1 ครั้ง

$\}$

ใช้อสมการดังกล่าวได้ ωp^{q1q2} กับ ωp^{-q2q1} คูณกันเป็น 1 หายไป

$\mathrm{G}(\gamma, \omega p) / (q1+q2)$ = ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$\geq$ ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$= \{$$

$$(1/q2)^{q2} [\ \omega p^{q1} (\gamma * r_u + Pu)^{q1}]^{q2}$$

$$*(1/q1)^{q1} [\ \omega p^{-q2} (Cr\gamma^{q2} + Cp)]^{q1}$$

$$\}^{1/(q1+q2)}$$

คือ

$$G(\gamma, \omega p) \geq (q1+q2) \{ (1/q2)^{q2} [(\gamma * r_u + Pu)^{q1}]^{q2} (1/q1)^{q1} [(Cr\gamma^{q2} + Cp)]^{q1} \}^{1/(q1+q2)}$$

การหา γ' (k) ซึ่งเป็นค่า $\gamma(k)$ ที่ทำให้ $G(\gamma, \omega p)$ มีค่าต่ำที่สุดนั้นหาได้จาก การทำให้ $[(\gamma * r_u + Pu)]^{q2}[(\gamma Vr^{q2} + Cp)]$ มีค่าต่ำสุด บนช่วง $[\gamma k\text{-}1, \gamma k]$ ซึ่งอาจจะเป็นจุดปลาย $\gamma k\text{-}1$ หรือ γk หรือจุดวกกลับ $Q = \{[Cr*Pu]/[Cp*r_u]\}^{1/(1+q2)}$

การหา $\omega p'(k)$ ซึ่งเป็นค่า $\omega p(k)$ ที่ทำให้ $G(\gamma, \omega p)$ มีค่าต่ำที่สุดนั้นหาได้จาก

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต

ซึ่งเกิดขึ้นเมื่อ $(1/q2) [\ \omega p^{q1} (\gamma * r_u + P_u)^{q1}] = (1/q1) [\ \omega p^{-q2} (Cr\gamma^{-q2} + Cp)]$

และแก้สมการได้

$$\omega p'(k) = \{ [\ q2 (Cr\gamma'(k)^{-q2} + Cp)\ ] / [q1(\gamma'(k) * r_u + Pu)^{q1}] \}^{1/(q1+q2)}$$

ซึ่งสรุปเป็นอัลกอริธึมได้ดังนี้คือ

1 ให้เลขลำดับที่ของงานใหม่ตามเวลาพร้อมเริ่มงาน(เรียงเป็นแบบเข้าก่อน-ออกก่อน)

2 ใช้ใช้อัลกอริธึมของ Meggido [7] หาจุดแบ่งส่วน $\gamma_0, \gamma_1, \ldots, \gamma_m$ ของ $T(\gamma)$

และกำหนดค่า Ru, Pu สำหรับในทุกๆส่วน

3 สำหรับแต่ละk ตั้งแต่ 1 ถึง m ให้ใช้อัลกอริธึม Min(Gk)

หา $\gamma'(k)$, $\omega p'(k)$, และคำนวณหา $G(\gamma'(k), \omega p'(k))$

4 หาค่า γ' ,$\omega p'$ ซึ่งเป็น $\gamma'(k)$, $\omega p'(k)$ จากส่วนที่มี $G(\gamma'(k), \omega p'(k))$

ต่ำที่สุด

5 หาค่า $Vp' = 1/\omega p'$, $Vr' = Vp'/\gamma'$

อัลกอริธึม Min(Gk)

1 หา $Q = \{[Cr*Pu]/[Cp*r_u]\}^{1/(1+q2)}$

2 หา $\gamma'(k) = \begin{cases} \gamma k\text{-}1 & ; Q \le \gamma k\text{-}1 \\ Q & ; \gamma k\text{-}1 \le Q \le \gamma k \\ \gamma k & ; \gamma k \le Q \end{cases}$

3 หา $\omega p'(k) = \{ [\, q2\,(Cr\gamma'(k)^{-q2} + Cp)\,] / [q1(\gamma'(k)*r_u + Pu)^{q1}] \}^{1/(q1+q2)}$

2.3 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันหลายตัวแปรด้วยการหาอนุพันธ์

ในหัวข้อนี้ นำเสนอถึงฟังก์ชันประเภทต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับโจทย์การจัดตารางในงานวิจัยนี้ พร้อมทั้งแสดงการหาค่าต่ำสุดด้วยการอนุพันธ์ที่จะนำไปใช้ในการค่าต่ำสุดของค่าใช้จ่ายซึ่งเป็นส่วนประกอบของอัลกอริธึมในการจัดตารางในบทที่ 4 ต่อไป

2.3.1 การหาจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชันตัวแปรเดียว

กำหนดฟังก์ชันพหุนามกำลัง 4 คือ $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \quad ; x \in R$

เมื่อ $a\ b\ c\ d$ และ e เป็นค่าคงที่จำนวนจริง

การหาจุดต่ำสุดของฟังก์ชัน ทำได้โดยหาค่าอนุพันธ์ คือ $\frac{df(x)}{dx}$

แล้วแก้สมการ $\frac{df(x)}{dx} = 0 \quad ; x \in R$ ตามหัวข้อที่ 2.3.3

จะได้จุดต่ำสุดสัมพัทธ์ไม่เกิน 3 จุด ซึ่งจะนำมาใช้ในการคำนวณจุดต่ำสุดสัมบูรณ์ต่อไป

(เนื่องจาก $f(x)$ เป็นฟังก์ชันพหุนามกำลัง 4 ดังนั้น $\frac{df(x)}{dx}$ จึงเป็นฟังก์ชันพหุนามกำลัง 3 และสมการ $\frac{df(x)}{dx} = 0 \quad ; x \in R$ และจะได้เป็นสมการพหุนามกำลัง 3 โดยที่จุดทดสอบทั้ง 3 จุดที่หามาได้อาจจะเป็นจุดต่ำสุดสัมพัทธ์หรือจุดสูงสุดสัมพัทธ์หรือจุดเปลี่ยนเว้า ในงานวิจัยนี้ขอเรียกรวมกันเป็นจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ ซึ่งจะนำไปใช้ในการทดสอบหาจุดต่ำสุดสัมบูรณ์ต่อไป)

<u>ตัวอย่าง</u> การหาจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชัน

$f(x) = 0.25x^4 - 2x^3 + 5.5x^2 - 6x + e \quad ; x \in R$

แทนค่า $f(x)$ ลงในสมการ $\frac{df(x)}{dx} = 0 \quad ; x \in R$

ได้สมการ $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$

แล้วจึงแก้สมการตามหัวข้อที่ 2.3.3 ได้จุดต่ำสุดสัมพัทธ์ $x \in \{1,2,3\}$

2.3.2 การหาค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชันตัวแปรเดียวแบบมีขอบเขต

กำหนดฟังก์ชันพหุนามกำลัง 4 คือ

$$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \quad ; B_1 \le x \le B_2$$

เมื่อ $a\ b\ c\ d$ และ e เป็นค่าคงที่จำนวนจริง B_1 B_2 และ B_3 เป็นขอบเขตของ x

การหาค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ทำได้โดยหาจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ตามหัวข้อที่แล้ว รวมกับจุดที่เป็นขอบเขตของตัวแปรต้น จุดต่ำสุดสัมบูรณ์ คือ จุดที่ให้ค่าฟังก์ชันต่ำที่สุดในเซตของจุดทดสอบเหล่านั้น

<u>ตัวอย่าง</u> การหาจุดต่ำสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชัน

$$f(x) = 0.25x^4 - 2x^3 + 5.5x^2 - 6x + 2.25 ; 0 \le x \le 4$$

หาจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ตามวิธีในตัวอย่างที่แล้ว

ได้จุดต่ำสุดสัมพัทธ์ $x \in \{1,2,3\}$ และจากจุดที่เป็นขอบเขต $x \in \{0,4\}$

จะได้ค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ = $\min(\{f(1), f(2), f(3)\} \cup \{f0, f(4)\})$

แทนค่า x ทั้ง 5 ค่า ได้ค่าต่ำสุดสัมบูรณ์

= $\min(\{0,0.25,0\} \cup \{2.25,2.25\})$ = 0

เมื่อ $x = 1$ (หรือ $x = 3$ ซึ่งจะสามารถใช้ได้ทั้ง 2 จุด แต่ในที่นี้ให้เลือกจุดที่ x มีค่าน้อยกว่า)

2.3.3 การแก้สมการพหุนามกำลัง 3

กำหนดฟังก์ชันพหุนามกำลัง 3 คือ $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \quad ; x \in R$

การหาคำตอบของสมการทำได้โดยแทนค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ ลงในสูตรเหล่านี้ คือ

$$Q = \frac{3b - a^2}{9}, R = \frac{9ab - 27c - 2a^3}{54}, D = Q^3 + R^2$$

<u>กรณี D>0</u>

$$S = \sqrt[3]{R + \sqrt{D}}, T = \sqrt[3]{R - \sqrt{D}}$$

จะได้ว่าสมการมีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงคำตอบเดียว คือ

$$x = S + T - \frac{a}{3}$$

<u>กรณี D=0</u>

$$S = \sqrt[3]{R + \sqrt{D}}, T = \sqrt[3]{R - \sqrt{D}}$$

จะได้ว่าสมการมีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง 2 คำตอบ คือ

$$x_1 = S + T - \frac{a}{3}$$

และ

$$x_2 = -\frac{1}{2}(S + T) - \frac{a}{3}$$

<u>กรณี D<0</u>

$$\theta = \frac{1}{3}\left(\arccos\left(\frac{R}{\sqrt{-Q^3}}\right)\right)$$

จะได้ว่าสมการมีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง 3 คำตอบ คือ

$$x_1 = 2\sqrt{-Q}\cos(\theta) - \frac{a}{3}$$

$$x_2 = 2\sqrt{-Q}\cos(\theta + 120°) - \frac{a}{3}$$

$$x_3 = 2\sqrt{-Q}\cos(\theta + 240°) - \frac{a}{3}$$

2.3.4 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันแบบแบ่งเป็นส่วน ๆ

กำหนดฟังก์ชันพหุนามกำลัง 4 แบบแบ่งเป็นส่วนๆ คือ

$$f(x) = \begin{cases} a_1x^4 + b_1x^3 + c_1x^2 + d_1x + e_1 & ; B_1 \le x \le B_2 \\ a_2x^4 + b_2x^3 + c_2x^2 + d_2x + e_2 & ; B_2 \le x \le B_3 \end{cases}$$

เมื่อ a_1 b_1 c_1 d_1 e_1 a_2 b_2 c_2 d_2 และ e_2 เป็นค่าคงที่จำนวนจริง B_1 B_2 และ B_3 เป็นขอบเขตของ x

พร้อมกับเงื่อนไขที่จุดแบ่งขอบเขต

$$a_1x^4 + b_1x^3 + c_1x^2 + d_1x + e_1 = a_2x^4 + b_2x^3 + c_2x^2 + d_2x + e_2 \quad ; x = B_2$$

จะเห็นได้ว่าฟังก์ชันแบบแบ่งเป็นส่วนๆ นี้ เป็นฟังก์ชันตัวแปรเดียวแบบมีขอบเขตจำนวน 2 ฟังก์ชันมาต่อกัน จุดต่ำสุดของฟังก์ชันนี้ จึงเป็นจุดที่ให้ค่าฟังก์ชันต่ำกว่า จากจุดในเซตของจุดต่ำสุดสัมบูรณ์ของทั้ง 2 ฟังก์ชันนี้

<u>ตัวอย่าง</u> การหาจุดต่ำสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชัน

$$f(x)=\begin{cases}0.25x^4+2x^3+5.5x^2+6x+2.25 & ;-4\le x\le 0\\ 0.25x^4-2x^3+5.5x^2-6x+2.25 & ;0\le x\le 4\end{cases}$$

แบ่ง $f(x)$ ออกเป็นสองฟังก์ชันคือ

$f_1(x)=0.25x^4+2x^3+5.5x^2+6x+2.25 \quad ;-4\le x\le 0$

และ $f_2(x)=0.25x^4-2x^3+5.5x^2-6x+2.25 \quad ;0\le x\le 4$

จะได้ว่า $\min f(x)=\min\{\min f_1(x),\min f_2(x)\}$

หา $\min f_1(x)$ และ $\min f_2(x)$ ด้วยวิธีในตัวอย่างก่อนหน้า

ได้ $\min f_1(x)=\min(\{f_1(-1),f_1(-2),f_1(-3)\}\cup\{f_1(-4),f_1(0)\})$

แทนค่าได้ $\min f_1(x)=\min(\{0,0.25,0\}\cup\{2.25,2.25\})$

คือ $\min f_1(x)=f_1(-1)=0$

และ $\min f_2(x)=f_2(1)=0$ (จากตัวอย่างในหัวข้อที่ 2.3.2)

ได้ค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ $\min f(x)=\min\{\min f_1(x),\min f_2(x)\}$=0

เมื่อ $x=1$

2.3.5 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันหลายตัวแปร

กำหนดฟังก์ชันหลายตัวแปร คือ $f(x_1,x_2,\Lambda\ ,x_i,\Lambda\ ,x_m)\quad ;x_i\in R$

เป็นฟังก์ชันพหุนามที่มีตัวแปร *m* ตัวแปร

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การหาจุดต่ำสุด ทำได้โดยแก้ระบบสมการ

$$\frac{\partial f(x_1, x_2, \Lambda, x_i, \Lambda, x_m)}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{\partial f(x_1, x_2, \Lambda, x_i, \Lambda, x_m)}{\partial x_2} = 0$$

$$\frac{\partial f(x_1, x_2, \Lambda, x_i, \Lambda, x_m)}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\partial f(x_1, x_2, \Lambda, x_i, \Lambda, x_m)}{\partial x_m} = 0$$

จะนำเสนอตัวอย่างการคำนวณในหัวข้อนี้ และตัวอย่างการคำนวณในหัวข้อถัดไป เป็นตัวอย่างรวมกันในหัวข้อที่ 2.3.8

2.3.6 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันหลายตัวแปรเมื่อแต่ละตัวแปรเป็นอิสระต่อกัน

เนื่องจากฟังก์ชันหลายตัวแปรในงานวิจัยนี้ อยู่ในรูปของผลบวกของฟังก์ชันตัวแปรเดียว คือ $f(x_1, x_2, \Lambda, x_i, \Lambda, x_m) = f_1(x_1) + f_2(x_2) + \Lambda + f_i(x_i) + \Lambda + f_m(x_m) \quad ; x_i \in R$

เมื่อ $f_i(x_i)$ เป็นฟังก์ชันพหุนามกำลัง 4 ตัวแปรเดียว ตามหัวข้อที่ 2.3.1

สมการ $\frac{\partial f(x_1, x_2, \Lambda, x_i, \Lambda, x_m)}{\partial x_i} = 0$ แต่ละสมการจึงเป็นสมการตัวแปรเดียว

$\frac{df_i(x_i)}{dx_i} = 0$ ซึ่งสามารถแก้สมการได้ตามหัวข้อที่ 2.3.1 เช่นกัน

จากนั้นจึงนำเซตคำตอบของแต่ละสมการมาหาผลคูณคาร์ทีเชียน เพื่อหาจุดต่ำสุดสัมบูรณ์จากจุดทดสอบทั้งหมด

จะนำเสนอตัวอย่างการคำนวณในหัวข้อนี้ และตัวอย่างการคำนวณในหัวก่อนหน้า เป็นตัวอย่างรวมกันในหัวข้อที่ 2.3.7

2.3.7 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันหลายตัวแปรแบบมีขอบเขต เมื่อแต่ละตัวแปรเป็นอิสระต่อกัน

เมื่อค่า x มีค่าขอบเขต 2 ค่า จึงเพิ่มค่าขอบเขตทั้ง 2 ค่าเข้าเป็นจุดทดสอบด้วย จุดทดสอบเพิ่มจาก 3 จุดเป็น 5 จุด ก่อนที่จะนำมาหาผลคูณคาร์ทีเชียนตามหัวข้อที่ 2.3.6

<u>ตัวอย่าง</u> การหาจุดต่ำสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชัน

$$f(x,y)=\left(0.25x^4-2x^3+5.5x^2-6x+2.25\right)+\left(0.25y^4+2y^3+5.5y^2+6y+2.25\right)$$
$$0\le x\le 4,-4\le y\le 0$$

แก้สมการ $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}=0 \quad ;x\in R$

คือ $x^3-6x^2+11x-6=0$

ได้ $x\in\{1,2,3\}$ รวมกับจุดที่เป็นขอบเขต $x\in\{0,4\}$

ได้เป็น $x\in\{1,2,3,0,4\}$

แก้สมการ $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}=0 \quad ;x\in R$

คือ $y^3+6y^2+11y+6=0$

ได้ $y\in\{-1,-2,-3\}$ รวมกับจุดที่เป็นขอบเขต $y\in\{0,-4\}$

ได้เป็น $y\in\{-1,-2,-3,0,-4\}$

และสุดท้ายจุดต่ำสุดหาได้จาก

$$\min f(x,y)=\min f(x,y)\left|(x,y)\in\{1,2,3,0,4\}\times\{-1,-2,-3,0,-4\}\right.$$

เมื่อแทนค่า (x,y) ทั้ง 25 จุดซึ่งจะได้ $f(x,y)$ ตามตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 $f(x,y)$ ที่จุดทดสอบทั้ง 25 จุด

x \ y	0	-1	-2	-3	-4
0	4.5	2.25	2.5	2.25	4.5
1	2.25	0	0.25	0	2.25
2	2.5	0.25	0.5	0.25	2.5
3	2.25	0	0.25	0	2.25
4	4.5	2.25	2.5	2.25	4.5

ได้ค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ $\min f(x,y)=0$

เมื่อ $(x,y)=(1,-1)$

2.3.8 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันหลายตัวแปรเมื่อตัวแปรมีความสัมพันธ์กัน

กำหนดฟังก์ชันหลายตัวแปรเมื่อตัวแปรมีความสัมพันธ์กัน

$$f(x_1,x_2,\Lambda\ ,x_i,\Lambda\ ,x_m)\quad ,x_j=g(x_i)\quad ;x_i\in R$$

เมื่อ ตัวแปร x_j มีความสัมพันธ์กับ x_i สมการ $\dfrac{\partial f(x_1,x_2,\Lambda\ ,x_i,\Lambda\ ,x_m)}{\partial x_i}=0$ จะไม่เป็นสมการตัวแปรเดียว และไม่สามารถแก้สมการได้ตามหัวข้อที่2.3.1

การหาค่าต่ำสุดต้องแทนค่า $x_j=g(x_i)$ ลงไปในฟังก์ชัน $f(x_1,x_2,\Lambda\ ,x_i,\Lambda\ ,x_m)$ ได้เป็น $h(x_1,x_2,\Lambda\ ,x_i,\Lambda\ ,x_m)\quad ;x_i\in R\ ,i\neq j$ เมื่อแทนค่าฟังก์ชันความสัมพันธ์ของตัวแปรให้ครบทุกฟังก์ชัน (ในกรณีที่มีสมการความสัมพันธ์ของตัวแปรหลายสมการ) จะได้ฟังก์ชันหลายตัวแปรเมื่อแต่ละตัวแปรเป็นอิสระต่อกัน ซึ่งสามารถหาจุดต่ำสุดได้ตามหัวข้อที่ 2.3.6

<u>ตัวอย่าง</u> การหาจุดต่ำสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชัน $f(x,y)=(x-1)^2+(y-3)^2;x=y$

แทนค่า $x=y$ ลงใน $f(x,y)$ ได้เป็น $f(x,x)=(x-1)^2+(x-3)^2$

ซึ่งใช้การหาค่าต่ำสุดของสมการตัวแปรเดียวได้ค่าต่ำสุดเป็น

$$f(2,2)=2$$

คือ

$\min f(x,y)=2$ เมื่อ $(x,y)=(2,2)$

2.3.9 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันหลายตัวแปรแบบแบ่งเป็นส่วน ๆ

สามารถแยกฟังก์ชันแบบแบ่งเป็นส่วนๆ นี้ เช่นเดียวกับหัวข้อที่ 2.3.4 ได้เป็นฟังก์ชันหลายตัวแปรแบบมีขอบเขตมาต่อกัน แล้วจึงหาค่าต่ำสุดจากฟังก์ชันเหล่านั้น

2.3.10 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันหลายตัวแปร เมื่อตัวแปรมีความสัมพันธ์เป็นอสมการ

กำหนดฟังก์ชันหลายตัวแปร เมื่อตัวแปรมีความสัมพันธ์เป็นอสมการ

$$f(x_1,x_2,\Lambda\ ,x_i,\Lambda\ ,x_m)\quad ,x_j\geq g(x_i)\quad ;x_i\in R$$

การหาค่าต่ำสุดทำได้โดยหาค่าต่ำสุดที่ฟังก์ชันที่เป็นขอบเขต ซึ่งเป็นฟังก์ชันหลายตัวแปรเมื่อตัวแปรมีความสัมพันธ์กัน $f(x_1,x_2,\Lambda\ ,x_i,\Lambda\ ,x_m)\quad ,x_j=g(x_i)\quad ;x_i\in R$

ร่วมกับการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน $f(x_1,x_2,\Lambda\ ,x_i,\Lambda\ ,x_m)$ พร้อมทั้งตรวจสอบกับเงื่อนไข $x_j>g(x_i)$

แล้วจึงเลือกจุดต่ำสุดจากฟังก์ชันทั้ง 2 ฟังก์ชันนี้

<u>ตัวอย่าง</u> การหาจุดต่ำสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชัน $f(x,y)=(x-1)^2+(y-3)^2;y\geq x$

ค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ =

$$\min\begin{Bmatrix}\min\{f(x,y)=(x-1)^2+(y-3)^2;y>x\},\\ \min\{f(x,y)=(x-1)^2+(y-3)^2;y=x\}\end{Bmatrix}$$

หาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันแรกตามหัวข้อที่ 2.3.6

ได้จุดทดสอบ $(x,y)=(1,3)$ และ $f(1,3)=0$

พร้อมกับทดสอบว่าผ่านเงื่อนไข $y>x$

หาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันหลังตามหัวข้อที่ 2.3.8

ได้จุดทดสอบ $(x,y)=(2,2)$ และ $f(2,2)=2$

จากนั้นจึงหาค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ $=\min\{f(1,3),f(2,2)\}=f(1,3)=0$

2.3.11 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันหลายตัวแปรแบบแบ่งเป็นส่วน ๆ เมื่อขอบเขตเป็นความสัมพันธ์ของตัวแปร

กำหนดฟังก์ชันหลายตัวแปร เมื่อขอบเขตเป็นความสัมพันธ์ของตัวแปร

$$f(x_1,x_2,\Lambda\ ,x_i,\Lambda\ ,x_m)=\begin{cases}f_1(x_1,x_2,\Lambda\ ,x_i,\Lambda\ ,x_m),x_j\geq g(x_i)\\ f_2(x_1,x_2,\Lambda\ ,x_i,\Lambda\ ,x_m),x_j\leq g(x_i)\end{cases}$$

เมื่อ $f_1(x_1,x_2,\Lambda\ ,x_i,\Lambda\ ,x_m)=f_2(x_1,x_2,\Lambda\ ,x_i,\Lambda\ ,x_m)\quad ;x_j=g(x_i)$

จะเห็นได้ว่าสามารถแบ่งฟังก์ชัน $f(x_1,x_2,\Lambda\ ,x_i,\Lambda\ ,x_m)$ ได้เป็น 2 ส่วน

คือ $f_1(x_1,x_2,\Lambda\ ,x_i,\Lambda\ ,x_m),x_j\geq g(x_i)$

และ $f_2(x_1,x_2,\Lambda\ ,x_i,\Lambda\ ,x_m),x_j\leq g(x_i)$

เราจึงสามารถหาค่าต่ำสุดได้โดยการหาค่าต่ำสุดในแต่ละส่วนและนำมารวมกัน เช่นเดียวกับในหัวข้อที่ 2.3.4

และฟังก์ชันในแต่ละส่วน เป็นฟังก์ชันหลายตัวแปร เมื่อตัวแปรมีความสัมพันธ์เป็นอสมการตามหัวข้อที่ 2.3.10

ตัวอย่าง การหาจุดต่ำสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชัน $f(x,y)=\begin{cases}(x-1)^2+2x+(y-3)^2; y\geq x\\(x-1)^2+2y+(y-3)^2; y\leq x\end{cases}$

ค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ $=\min\begin{cases}\min\{f(x,y)=(x-1)^2+2x+(y-3)^2; y\geq x\}\\,\min\{f(x,y)=(x-1)^2+2y+(y-3)^2; y\leq x\}\end{cases}$

การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันแรก ใช้วิธีการเดียวกันกับหัวข้อที่ 2.3.10

จาก $f(x,y)=(x-1)^2+2x+(y-3)^2; y\geq x$

ได้จุดทดสอบ $(x,y)=(0,3)$ และ $f(0,3)=1$

พร้อมกับทดสอบว่าผ่านเงื่อนไข $y>x$

ได้จุดทดสอบ $(x,y)=(1.5,1.5)$ และ $f(1.5,1.5)=5.5$

การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันหลัง ใช้วิธีการเดียวกันกับหัวข้อที่ 2.3.10 เช่นกัน

จาก $f(x,y)=(x-1)^2+2y+(y-3)^2; y\leq x$

ได้จุดทดสอบ $(x,y)=(1,2)$ และ $f(1,2)=5$

พร้อมกับทดสอบเงื่อนไข $y<x$ พบว่าไม่ผ่านเงื่อนไข จึงให้ละทิ้งจุดทดสอบจุดนี้ไป

ได้จุดทดสอบ $(x,y)=(1.5,1.5)$ และ $f(1.5,1.5)=5.5$ เช่นเดียวกันกับฟังก์ชันแรก

จากนั้นจึงหาค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ $=\min\{f(0,3),f(1.5,1.5)\}=f(0,3)=1$

2.3.12 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันฟังก์ชันค่าใช้จ่ายในงานวิจัยนี้

หลังจากได้ออกแบบแบบจำลองคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในงานวิจัยนี้ตามบทที่ 4 จะพบว่า ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดในการจัดตาราง มีลักษณะเดียวกันกับฟังก์ชันในหัวข้อที่ 2.3.11 คือ

$$f(x_1,x_2)=\begin{cases}f_1(x_1,x_2), mp_1\geq mp_2\\f_2(x_1,x_2), mp_1\leq mp_2\end{cases}$$

เมื่อ $mp_1=m_1x_1+c_1$

$mp_2=m_2x_2+c_2$

โดยที่ mp_i เป็นฟังก์ชันค่าเวลาปิดงานของเครื่องจักรที่ i ซึ่งเป็นฟังก์ชันของตัวแปรความเร็ว x_i ที่เป็นความเร็วของเครื่องจักรที่ i เช่นกัน และมี m_i และ c_i เป็นพารามิเตอร์ความชัน และจุดตัดแกน ของฟังก์ชันเส้นตรงนี้ ตามลำดับ เมื่อ $i = 1,2$

การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันค่าใช้จ่ายในงานวิจัยนี้ จึงใช้การคำนวณตามหัวข้อที่ 2.3.11 พร้อมกับการขยายรูปแบบการคำนวณ เมื่อฟังก์ชันค่าใช้จ่ายมีตัวแปรมากกว่า 2 ตัวแปร ซึ่งจะได้แสดงรายละเอียดในบทที่ 4 ต่อไป

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1) Single machine scheduling with controllable processing and release parameters **โดย** Natalia V. Shakhlevich and Vitaly A. Strusevich

งานวิจัยนี้เป็นการแก้ปัญหาการจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยว ที่สามารถควบคุมพารามิเตอร์เวลาพร้อมเริ่มงานและเวลาดำเนินงาน [3] โดยที่ในส่วนแรกเป็นการควบคุมความเร็วเครื่องจักรร่วมกับอัตราการพร้อมเริ่มงาน ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อลดค่าใช้จ่ายรวมที่เกิดจากการควบคุมทั้ง 2 พารามิเตอร์ กับค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงาน ให้มีค่าน้อยที่สุด

ในอัลกอริธึมได้ใช้วิธีวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันวัตถุประสงค์ กับค่าพารามิเตอร์ทั้ง 2 พารามิเตอร์ แล้วหาจุดต่ำสุดจากกราฟ เนื่องจากเป็นการจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวที่มีเวลาพร้อมเริ่มงานไม่เท่ากันและใช้เวลาปิดงานเป็นตัววัดสมรรถนะ การจัดตารางจึงจัดลำดับในแบบเข้าก่อน-ออกก่อน โดยไม่ได้มีการสับเปลี่ยนลำดับ หรือต้องจัดเลือกเครื่องจักรให้เข้ากับงาน และทำให้ได้อัลกอริธึมหลักที่ไม่ซับซ้อนนัก แต่ยังไม่สามารถใช้กับปัญหาในอุตสาหกรรมจริงได้กว้างขวางเพียงพอ เนื่องจากปัญหาในอุตสาหกรรมจริง เป็นการจัดตารางที่ประกอบด้วยเครื่องจักรหลายเครื่อง และเครื่องจักรเหล่านั้นได้ถูกจัดเข้ากับสายการผลิตในรูปแบบที่หลากหลาย

2) Approximation Schemes for Parallel Machine Scheduling Problems with Controllable Processing Times **โดย** K. Jansen and M. Mastrolilli

งานวิจัยนี้เป็นการแก้ปัญหาจัดตารางเครื่องจักรขนานที่เหมือนกันที่สามารถควบคุมเวลาดำเนินงาน ซึ่งต้องการลดเวลาปิดงานให้ต่ำที่สุด และเสียค่าใช้จ่ายจากการควบคุมดังกล่าวน้อยที่สุด [5]

งานวิจัยนี้ กำหนดให้เวลาพร้อมเริ่มงานเริ่มที่เวลาเดียวกันหมดคือที่เวลา 0 และใช้ค่าฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น จึงเป็นแบบจำลองที่ยังไม่สามารถใช้กับปัญหาในอุตสาหกรรมจริงได้กว้างขวางเพียงพอ แต่งานวิจัยที่ได้พัฒนาขึ้นดังแสดงในวิทยานิพนธ์เล่มนี้ ได้กำหนดให้สามารถกำหนดเวลาพร้อมเริ่มงานของงานแต่ละงานให้แตกต่างกันได้ รวมถึงสามารถกำหนดฟังก์ชันค่าใช้จ่ายให้เป็นฟังก์ชันพหุนามได้

3) Notes on Max Flow Time Minimization with Controllable Processing Times **โดย** M. Mastrolilli

งานวิจัยนี้เป็นการแก้ปัญหาจัดตารางเครื่องจักรขนานที่เหมือนกันที่สามารถควบคุมเวลาดำเนินงาน ซึ่งต้องการลดเวลาไหลของงานสูงสุดให้ต่ำที่สุด และเสียค่าใช้จ่ายจากการควบคุมดังกล่าวน้อยที่สุด [6]

งานวิจัยนี้ กำหนดให้เวลาพร้อมเริ่มงานเริ่มที่เวลาต่างกันได้ แต่ยังใช้ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นเช่นเดียวกันกับ [5]

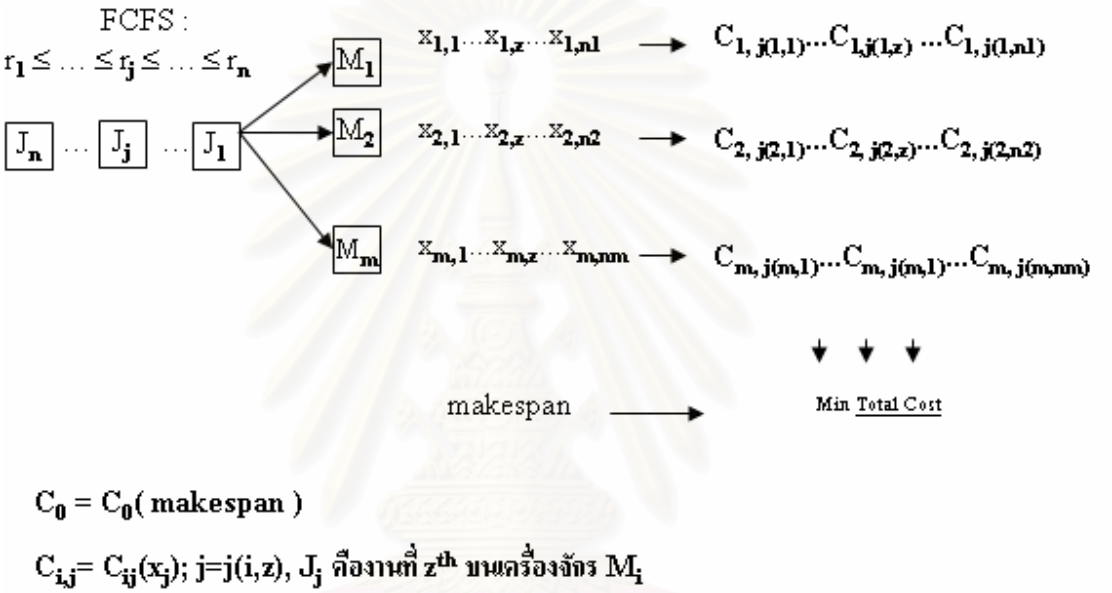
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

ลักษณะของปัญหา

3.1 แบบจำลองปัญหา

ในงานวิจัยนี้ เราสนใจปัญหาซึ่งสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แบบจำลองปัญหา

<u>สัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่ใช้ในการจัดตารางงาน</u>

n จำนวนงานทั้งหมด *m* จำนวนเครื่องจักรทั้งหมด

J_j งานที่ *j* M_i เครื่องจักรที่ *i*

p_{ij} เวลาดำเนินงาน คือ ช่วงระยะเวลาที่งานที่ *j* ต้องใช้บนเครื่องจักรที่ *i* เพื่อทำให้งานเสร็จสิ้น โดยตัว *i* อาจถูกละไว้ ถ้าเวลาทำงานไม่ขึ้นกับเครื่องจักร

r_j เวลาพร้อมเริ่มงานของงานที่ *j* เป็นเวลาที่งานนี้เข้ามาสู่ระบบและสามารถเริ่มดำเนินงานได้

mp เวลาปิดงาน เป็นเวลาที่งานเสร็จสิ้นจากระบบเป็นงานสุดท้าย

จากรูปที่ 3.1 มีงาน *n* งานที่เรียงลำดับในแบบมาก่อนบริการก่อน (First Come First Serve) เข้ามาสู่ระบบเครื่องจักรขนาน ซึ่งเครื่องจักรแต่ละเครื่องจะสามารถทำงานในกระบวนการแบบเดียวกัน ระบบต้องเลือกว่าจะจัดงานใดเข้ากับเครื่องจักรเครื่องใด พร้อมทั้งกำหนดค่าเวลา

เริ่มทำงานของงานแต่ละงาน ซึ่งแต่ละงานจะต้องเริ่มทำหลังจากเวลาพร้อมเริ่มงานแล้วเท่านั้น ระบบจะต้องกำหนดความเร็วให้งานแต่ละงานภายในขอบเขตที่ผู้ใช้กำหนดขึ้น พร้อมกับเกิดค่าใช้จ่ายซึ่งผู้ใช้สามารถกำหนดฟังก์ชันของค่าใช้จ่ายจากการควบคุมความเร็วดังกล่าวได้ (ในงานวิจัยนี้แสดงตัวอย่างที่ฟังก์ชันของค่าใช้จ่ายจากการควบคุมความเร็วเป็นฟังก์ชันพหุนามกำลัง 4 เพื่อความง่ายในการคำนวณในอัลกอริธึม ซึ่งใช้การแก้สมการ $d\ f(x) / dx = 0$ เมื่อฟังก์ชัน $f(x)$ ดังกล่าวเป็นฟังก์ชันพหุนามกำลัง 4 สมการ $d\ f(x) / dx = 0$ จะใช้สูตรแทนค่าเพื่อหาคำตอบได้) หลังจากจัดตารางครบทุกงานจะเกิดค่าเวลาปิดงานซึ่งเป็นค่าเวลาเสร็จงานของงานที่ออกจากระบบเป็นงานสุดท้าย ซึ่งผู้ใช้สามารถกำหนดฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากค่าเวลาปิดงานนี้ได้เช่นกันรวมกับค่าใช้จ่ายจากการควบคุมความเร็วจากทุกๆ งาน เป็นค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมด สุดท้ายวัตถุประสงค์ในการจัดตารางคือจัดตารางให้ค่าใช้จ่ายรวมดังกล่าวนี้มีค่าต่ำที่สุด (ค่าใช้จ่ายดังกล่าวนี้ เกิดจากการคิดค่าใช้จ่ายจากตารางงานที่คำนึงถึงทั้งการปรับความเร็วเครื่องจักร และค่าเวลาปิดงานที่ได้จากการจัดตาราง โดยค่าใช้จ่ายของทั้ง 2 ฟังก์ชันนี้ เป็นฟังก์ชันพหุนาม ซึ่งในปัญหาในอุตสาหกรรมอาจจะมีฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเป็นฟังก์ชันชนิดอื่น แต่เราสามารถใช้อนุกรมเทย์เลอร์เพื่อแปลงฟังก์ชันเหล่านั้นมาเป็นฟังก์ชันพหุนามได้)

3.2 แบบจำลองคณิตศาสตร์ของปัญหา

ในหัวข้อนี้ แสดงฟังก์ชันของตัวแปรต่างๆ ที่ใช้คำนวณในการจัดตาราง ได้แก่ เวลาดำเนินงานจริง ค่าใช้จ่ายจากการควบคุมความเร็วงาน ค่าใช้จ่ายจากค่าเวลาปิดงาน ค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมด รวมทั้งผลลัพธ์ในการจัดตาราง

- เวลาดำเนินงานจริงที่ใช้ในการทำงาน J_j บนเครื่องจักร M_i ด้วยปัจจัยความเร็ว V_i หรือปัจจัยเวลาดำเนินงาน x_j คือ $p_{ij} = p_j/V_i = x_jp_j$

  เมื่อ p_j เป็นเวลาดำเนินงานมาตรฐานที่ใช้ในการทำงาน J_j ด้วยความเร็วมาตรฐาน (ความเร็วอ้างอิงใดๆที่ได้กำหนดไว้) ซึ่งมีความหมายคือ เมื่อปรับใช้เครื่องจักรด้วยความเร็วมาตรฐาน ($V_i = 1$ และ $x_j = 1$) เวลาดำเนินงานจริงจะเท่ากับเวลาดำเนินงานมาตรฐาน (p_j) แต่เมื่อปรับใช้เครื่องจักรด้วยความเร็วอื่น เช่น $V_i = 2$ และ $x_j = 0.5$ จะใช้เวลาดำเนินงานจริงลดลงคือ p_{ij} เท่ากับ $p_j/2$ หรือ $0.5p_j$ ซึ่งเป็นครึ่งหนึ่งของเวลาดำเนินงานมาตรฐาน เป็นต้น
- ค่าใช้จ่ายจากการควบคุมความเร็วงาน J_j บนเครื่องจักร M_i แสดงได้ดังนี้ คือ

  $$C_{ij}(x_j) = a_{ij}x_j^4 + b_{ij}x_j^3 + c_{ij}x_j^2 + d_{ij}x_j + e_{ij}$$

  เป็นฟังก์ชันค่าใช้จ่ายที่เป็นฟังก์ชันพหุนามกำลังสี่ ประกอบด้วยพารามิเตอร์ 5 ตัวคือ a_{ij} b_{ij} c_{ij} d_{ij} และ e_{ij} ซึ่งสามารถกำหนดค่าได้สำหรับงานแต่ละงาน หรืออาจจะกำหนดให้แตกต่าง

กันไปในแต่ละเครื่องจักรด้วย ซึ่งมีตัวแปรต้นคือปัจจัยเวลาดำเนินงาน (x) ฟังก์ชันนี้จึงเป็นฟังก์ชันค่าใช้จ่ายของงานแต่ละงานที่เกิดจากการกำหนดค่าความเร็วในการทำงานนั้นๆ ซึ่งหมายความว่าค่าใช้จ่ายนี้ขึ้นอยู่กับความเร็วที่ใช้ ร่วมกับลักษณะเฉพาะของงานแต่ละงานตามค่าพารามิเตอร์ (a_i, b_{ij} c_{ij} d_{ij} และ e_{ij})

- ค่าใช้จ่ายจากค่าเวลาปิดงาน คือ

$$C_0(mp) = a_0mp^4 + b_0mp^3 + c_0mp^2 + d_0mp + e_0$$

เป็นฟังก์ชันค่าใช้จ่ายที่เป็นฟังก์ชันพหุนามกำลังสี่ ซึ่งสามารถกำหนดค่าได้เช่นเดียวกัน แต่ฟังก์ชันนี้เป็นฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากค่าเวลาปิดงาน (mp) ซึ่งเป็นผลจากการจัดตารางงานจนครบทุกงาน

- สุดท้าย ค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมด (ในงานวิจัยการจัดตารางที่สามารถควบคุมค่าพารามิเตอร์ได้ในหลายๆ งานวิจัย [4,5,6] ใช้ค่าใช้จ่ายรวมจากตัววัดสมรรถหลักกับค่าใช้จ่ายจากการปรับค่าพารามิเตอร์มารวมกันเป็นค่าใช้จ่ายที่ใช้เป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในการจัดตาราง) เป็นฟังก์ชันที่เป็นผลรวมของค่าใช้จ่ายจากการควบคุมความเร็วงานทุกงานกับค่าใช้จ่ายจากค่าเวลาปิดงานรวมกันทั้งหมด คือ

$$TotalCost = C_0(mp) + \sum_{j=1}^{n} C_{ij}(x_j) \quad \text{เมื่อ } J_j \text{ อยู่บน } M_i \tag{3.1}$$

หรือ

$$TotalCost = a_0mp^4 + b_0mp^3 + c_0mp^2 + d_0mp + e_0 + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j^4 + b_{ij}x_j^3 + c_{ij}x_j^2 + d_{ij}x_j + e_{ij} \quad \text{เมื่อ } J_j \text{ อยู่บน } M_i$$

ซึ่งเป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในการจัดตาราง ที่ต้องการทำให้มีค่าต่ำที่สุด

- และได้ผลลัพธ์ในการจัดตาราง คือ

$$Y = (\ (1,m_1,s_1,x_1), (2,m_2,s_2,x_2), \ldots ,(j,m_j,s_j,x_j), \ldots ,(n,m_n,s_n,x_n) : TotalCost\ )$$

เป็นตารางงานระบุว่างานที่ j ถูกดำเนินงานบนเครื่องจักร M_i เริ่มทำงานที่เวลา s_j ด้วยปัจจัยเวลาดำเนินงาน x_j พร้อมทั้งเกิดค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดเท่ากับ *Totalcost*

3.3 รูปแบบการนำเสนอผลลัพธ์

คำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปของการจัดตารางที่มีการควบคุมความเร็วเครื่องจักร ซึ่งประกอบไปด้วย สำหรับแต่ละงาน J_j จะต้องทำที่เครื่องจักร m_j โดยเริ่ม ณ เวลา s_j และใช้ความเร็วเครื่องจักร v_j

แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดเป็น ((m_1,s_1,v_1), (m_2,s_2,v_2), ... ,(m_j,s_j,v_j), ... ,(m_n,s_n,v_n) | *Totalcost*)

โดย v_j เป็นความเร็วในการทำงาน J_j ซึ่งก็คือ ความเร็วเครื่องจักร $V_{i,k}$

เมื่องาน J_j นั้นถูกดำเนินงานบนเครื่องจักร M_i โดยใช้ความเร็วที่ k

และ *Totalcost* เป็นค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการจัดตารางเครื่องจักรนี้

ซึ่งสามารถเป็นตารางแสดงผลลัพธ์ได้ตามตารางที่ 3.1

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3.1 ผลลัพธ์ของปัญหาในงานวิจัยนี้

เลขที่ของงาน	เลขที่ของเครื่องจักร	เวลาเริ่มงาน	ความเร็วเครื่องจักร
1	m_1	s_1	v_1
2	m_2	s_2	v_2
…	…	…	…
j	m_j	s_j	v_j
…	…	…	…
n	m_n	s_n	v_n
Totalcost			

3.4 แนวคิดและวิธีการวิจัย

ในงานวิจัยนี้ เป็นการจัดตารางเครื่องจักรขนาน และโจทย์กำหนดให้สามารถปรับความเร็วงานได้ทุกๆ งาน แต่ผู้วิจัยได้แนวคิดในการแก้ปัญหามาจากการแก้ปัญหาในโจทย์การจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวที่เป็นการปรับความเร็วเครื่องจักร [3] จึงต้องพิจารณาถึงการจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยว พัฒนาไปสู่การจัดตารางเครื่องจักรขนาน และออกแบบเทคนิคการปรับความเร็วเครื่องจักร ให้สามารถมากำหนดความเร็วงานทุกๆ งานได้ ดังแสดงในหัวข้อถัดไป

3.5 การพิจารณาการจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยว

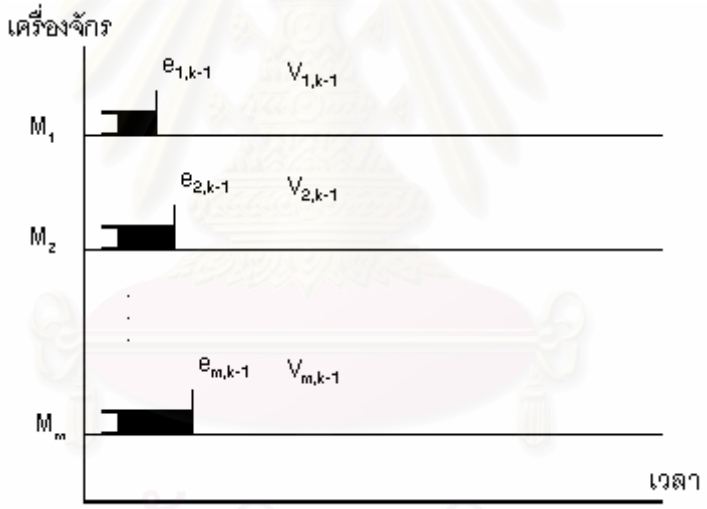
เริ่มที่การพิจารณาการจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยว โดยนำแนวคิดจากอัลกอริธึมการจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวที่สามารถควบคุมความเร็วเครื่องจักรและเวลาพร้อมเริ่มงานได้ [3] มาปรับปรุงโดยคำนึงถึง

1) เป็นอัลกอริธึมที่สามารถควบคุมความเร็วเครื่องจักรได้เป็นช่วงๆ
2) ไม่คำนึงถึงการปรับเวลาพร้อมงาน
3) ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายที่เกิดจากความเร็วเครื่องจักรสามารถกำหนดรูปแบบได้
4) ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ต่ำที่สุดขึ้นอยู่กับค่าใช้จ่ายที่เกิดจากเวลาปิดงาน และค่าใช้จ่ายที่เกิดจากความเร็วเครื่องจักรและเวลาดำเนินงาน

3.6 การพิจารณาการจัดตารางเครื่องจักรขนาน

ในการพิจารณาการจัดตารางเครื่องจักรขนานจะใช้หลักการเพิ่มเข้า (increamentary) เพื่อที่จะค่อย ๆ จัดงานเข้ากับเครื่องจักร โดยใช้อัลกอริธึม X ที่ได้จาการพิจารณาเครื่องจักรแต่ละเครื่อง เลือกความเร็วที่ให้ค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดเป็นช่วงๆ ไป ทำการวนลูป q รอบ โดยที่ $q \leq n\text{-}m+1$ โดยที่ในแต่ละรอบ ความเร็วเครื่องจักรแต่ละเครื่องอาจจะถูกปรับค่าเพื่อให้เกิดค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงานและการดำเนินงานด้วยความเร็วนั้น ๆ เป็นค่าต่ำที่สุด จึงทำการวนลูปจัดงานเข้ากับเครื่องจักรจนครบทุกงาน ซึ่งสามารถแสดงได้เป็นขั้นตอนดังนี้

(1) เริ่มที่รอบแรก k =1 ปกติเครื่องจักรจะเริ่มทำงานได้ทันที สำหรับเครื่องจักร M_i แต่ละเครื่องจะมีเวลาพร้อมทำงานของเครื่องจักร $e_{i,0} = 0$ และมีความเร็วตอนเริ่มค่าหนึ่ง $V_{i,0} = V_{i0}$ (อาจเป็นค่ามาตรฐานที่ได้คำนวณค่าใช้จ่ายมาให้ต่ำที่สุดของเครื่องจักรนั้นๆ) ดังรูปที่ 3.2 ซึ่งแถบสีดำแทนงานที่ได้จัดเสร็จเรียบร้อยแล้ว และเวลาปิดงานของงานสุดท้ายที่ได้จัดเสร็จเรียบร้อยแล้วบนเครื่องจักรแต่ละเครื่องเป็นเวลาพร้อมทำงานของเครื่องจักร



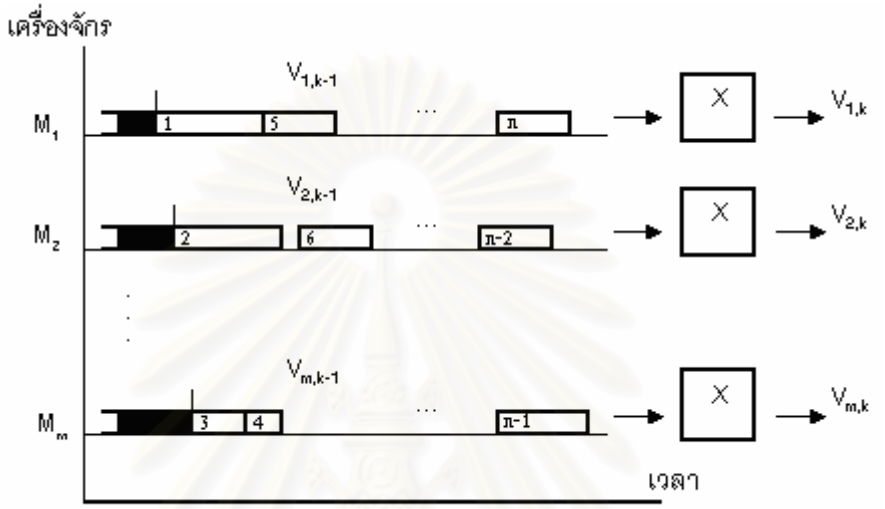
รูปที่ 3.2 แผนภูมิแกนต์แสดงเวลาที่เครื่องจักรพร้อมเริ่มทำงานและความเร็วในรอบที่ k

(2) จัดงานเข้ากับเครื่องจักร ในลำดับมาก่อน บริการก่อน (first come first serve) โดยเลือกเข้าเครื่องจักรตามลำดับเวลาพร้อมทำงานของแต่ละเครื่องจักรจนครบทุกงาน ดังรูปที่ 3.3

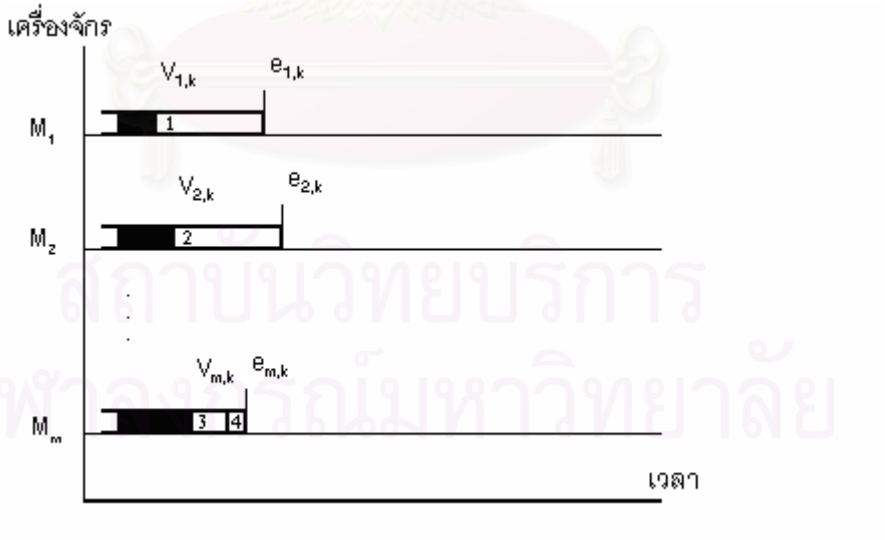
(3) ที่เครื่องจักรแต่ละเครื่องใช้อัลกอริธึม X ได้ความเร็วค่าใหม่ของเครื่องจักรแต่ละเครื่อง

(3.1) X เป็นอัลกอริธึมที่ใช้สำหรับจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวที่สามารถควบคุมความเร็วเครื่องจักรได้ และให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็นค่าใช้จ่ายจากการปรับความเร็วเครื่องจักรและเวลาปิดงานเป็นค่าต่ำที่สุด [3] ซึ่งจะคำนวณความเร็วใหม่ของเครื่องจักรออกมาให้ด้วย ดังเช่นในรูปที่ 3.3 ที่วนรอบที่ k สำหรับเครื่องจักร M_i

แต่ละเครื่อง ($i = 1,2,\ldots,m$) ในวนรอบนี้ได้จัดงานเข้ากับเครื่องจักรนี้ด้วยความเร็ว $V_{i,k-1}$ จากนั้นใช้อัลกอริธึม X จากงานวิจัยพื้นฐาน [3] เพื่อคำนวณความเร็วใหม่ที่เครื่องจักรเครื่องนี้ และเมื่อทำซ้ำกับเครื่องจักรทุกเครื่องให้ครบ ก็จะได้ความเร็วใหม่ ($V_{i,k}$) ที่จะนำไปใช้จัดตารางในรอบถัดไป



รูปที่ 3.3 แผนภูมิแกนต์การจัดตารางในรอบที่ k เพื่อหาความเร็วค่าใหม่



รูปที่ 3.4 แผนภูมิแกนต์ความเร็วที่เหมาะสมที่ได้จากอัลกอริธึม X ในรอบที่ k และเวลาที่เครื่องจักรพร้อมเริ่มทำงานในรอบถัดไป

(4) จัดงานเข้ากับเครื่องจักรอีกครั้งในลักษณะเดียวกันกันขั้นตอนที่ 2 โดยใช้ความเร็วเครื่องจักรใหม่ จะได้งานในลำดับแรกๆ (อย่างน้อยที่สุด 1 งาน) ถูกจัดให้กับเครื่องจักรเดิม และงานในลำดับถัด ๆ มา จะต้องจัดให้กับเครื่องจักรใหม่ เพราะการพิจารณาค่าความเร็วเครื่องจักร ได้มีการเปลี่ยนแปลงไป ตัวอย่างตามรูปที่ 3.4 ที่เครื่องจักร M_m จะเห็นได้ว่า งานที่ 3 และ 4 ใช้เวลาดำเนินงานน้อยลง (เมื่อเทียบกับรูปที่ 3.3) เนื่องจากเครื่องจักรเครื่องนี้ ใช้ความเร็วที่เพิ่มขึ้น การจัดงานในครั้งนี้ปรากฏว่า งานที่ 1 2 3 และ 4 ถูกจัดเข้ากับเครื่องจักรเครื่องเดิม แต่เนื่องจากงานที่ 4 เสร็จเร็วขึ้น และเสร็จเร็วกว่างานที่ 1 ส่งผลถึงงานที่ 5 ซึ่งในการจัดงานตามรูปที่ 3.3 ได้ถูกจัดเข้ากับเครื่องจักร M_1 โดยเริ่มทำงานที่เวลาเสร็จงานของงานที่ 1 นั้น ในการจัดงานครั้งนี้ จะต้องเริ่มทำงานต่อจากงานที่ 4 ที่เครื่องจักรที่ M_m แทน

(5) เลือกงานในลำดับแรกๆ ที่ถูกจัดให้เข้ากับเครื่องจักรเดิม เป็นงานที่ถูกจัดเสร็จสิ้นแล้ว โดยถูกดำเนินการที่เครื่องจักรด้วยความเร็วตามที่ได้คำนวณมา ดังรูปที่ 3.4 งานที่ 1ถึง 4 เป็นงานในลำดับแรกๆ ที่ถูกจัดให้เข้ากับเครื่องจักรเดิม จะถูกกำหนดให้จัดตารางเสร็จสิ้นแล้ว และไม่ต้องนำมาคิดคำนวณในการจัดตารางในรอบถัดไป คือ งานที่ 1 ใช้ความเร็ว $V_{1,k}$ ถูกจัดเข้ากับเครื่องจักรที่ 1 งานที่ 2 ใช้ความเร็ว $V_{2,k}$ ถูกจัดเข้ากับเครื่องจักรที่ 2 งานที่ 3 และงานที่ 4 ใช้ความเร็ว $V_{3,k}$ ถูกจัดเข้ากับเครื่องจักรที่ 3

(6) งานในลำดับถัดๆ มาที่เหลือทั้งหมด (นับตั้งแต่งานแรกที่ไม่ได้ถูกจัดให้กับเครื่องจักรเดิม) ต้องถูกนำมาจัดตารางใหม่ในรอบถัดไป พร้อมกับแก้ไขเวลาพร้อมเริ่มงานของเครื่องจักรแต่ละเครื่อง ไปเป็นเวลาที่งานสุดท้ายบนแต่ละเครื่องเสร็จสิ้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

การพัฒนาอัลกอริธึม

ในบทนี้ได้กล่าวถึงการพัฒนาอัลกอริธึม โดยเริ่มจากการปรับความเร็วของเครื่องจักรเดี่ยว ที่ดัดแปลงมาจากงานวิจัยก่อนหน้า[3] ซึ่งนำมาสู่แนวคิดในการวนรอบทำซ้ำเพื่อปรับความเร็วในอัลกอริธึมหลักและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ จากนั้นเป็นการพัฒนาจากเครื่องจักรเดี่ยวเป็นเครื่องจักรขนานด้วยการสร้างแบบจำลองที่มีเครื่องจักรหลายเครื่องเพื่อการพิจารณาตัวแปรความเร็วหลายตัวแปร แต่ให้แต่ละเครื่องจักรมีงานเดียว แล้วจึงเพิ่มการพิจารณาฟังก์ชันแบบแบ่งเป็นส่วนๆ เข้าไปซึ่งเกิดจากการที่เครื่องจักรแต่ละเครื่องมีงานหลายงานและมีเวลาพร้อมเริ่มงานหลากหลาย รวมข้อพิจาณาทั้งหมดเข้าเป็นอัลกอริธึมที่ใช้ปรับความเร็วในงานวิจัยนี้ จนถึงปัจจัยสุดท้ายคือการพิจารณาขอบเขตของปัจจัยดำเนินงาน และตัวอย่างโจทย์และคำตอบที่ได้จากการใช้อัลกอริธึมในงานวิจัยนี้

4.1 การจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวที่มีค่าเวลาพร้อมเริ่มงานหลากหลายและสามารถควบคุมความเร็วเครื่องจักร

เมื่อเราพิจารณาแบบจำลองของปัญหาโดยเริ่มจากการพิจารณาการจัดตารางเครื่องจักรเดี่ยวและควบคุมเฉพาะความเร็วเครื่องจักร (x) โดยการกำหนดให้งานทุกๆ งานใช้ความเร็วเดียวกัน คือ ไม่สามารถกำหนดความเร็วของงานแต่ละงาน (x_j) ให้แตกต่างกันได้ เราจะสามารถนำอัลกอริธึมจากงานวิจัย [3] มาปรับปรุงใช้ได้ดังนี้

- แบบจำลองคณิตศาสตร์ของปัญหา

  เมื่อกำหนดให้งานทุกงานใช้ความเร็ว x เท่ากันหมด จะได้ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายทั้งหมด

  $$TotalCost = C_0 (mp=r_u+xP_u) + \sum_{j=1}^{n} C_j(x) \qquad (4.1)$$

  เมื่อ J_u เป็นงานวิกฤตของระบบ (ในส่วนนี้เป็นเครื่องจักรเดี่ยว)

  $C_j(x) = a_j x^4+b_j x^3+c_j x^2+d_j x+e_j$

  เป็นค่าใช้จ่ายจากการควบคุมความเร็วงาน J_j

  และ $P_u = \sum_{j=u}^{n} p_j$

- รวมค่าใช้จ่ายจากการควบคุมความเร็วงาน J_j ทุกงานเข้าเป็น

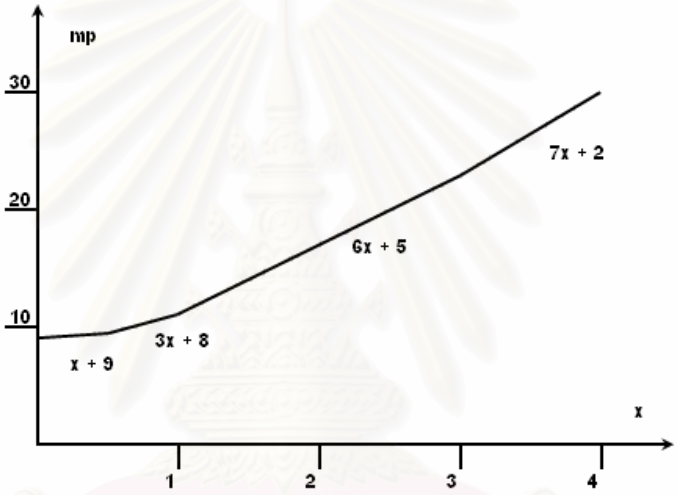
$$C'(x) = a'x^4+b'x^3+c'x^2+d'x+e' = \sum_{j=1}^{n} C_j(x)$$

ได้

$$TotalCost = C_0\,(mp=r_u + xP_u) + C'(x)$$

เป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในการจัดตาราง

- เนื่องจากฟังก์ชันค่าเวลาปิดงาน (*mp*) เป็นฟังก์ชันแบบแบ่งเป็นส่วนๆ ดังแสดงในรูปที่ 4.1 ฟังก์ชันวัตถุประสงค์จึงเป็นฟังก์ชันแบบแบ่งเป็นส่วนๆ เช่นเดียวกัน



รูปที่ 4.1 คุณลักษณะของเวลาปิดงาน

การจัดตารางให้ได้ค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด เราต้องหาค่าปัจจัยเวลาดำเนินงาน *x* ที่ทำให้เกิดค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด ซึ่งการหาค่าปัจจัยเวลาดำเนินงาน *x* ที่ทำให้เกิดค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด เราต้องแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย (ดังแสดงตัวอย่างได้ตามตารางที่ 4.1) คือ แบ่งฟังก์ชันแบบแบ่งเป็นส่วนๆ ออกเป็นหลายๆ ส่วน ส่วนละ 1 ฟังก์ชัน จากนั้น เราจึงสามารถหาค่า *x* ที่ทำให้เกิดค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดในแต่ละปัญหาย่อยด้วยการหาอนุพันธ์ แล้วจึงหาค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด จากทุกส่วนรวมกัน

<u>ตัวอย่างการแก้ปัญหาที่เวลาปิดงานมีคุณลักษณะดังรูปที่ 4.1</u>

จากรูปที่ 4.1 เวลาปิดงานเป็นฟังก์ชันที่แบ่งได้เป็น 4 ส่วน จึงแบ่งเป็นปัญหาย่อย 4 ปัญหาดังแสดงได้ตามตารางที่ 4.1 ซึ่งแถวแรก แสดงลำดับที่ของปัญหาย่อย แถวที่ 2 แสดงค่าขอบเขตของตัวแปรต้น (*x*) ของแต่ละปัญหา แถวที่ 3 แสดงฟังก์ชันเวลาปิดงานของแต่ละปัญหา และเมื่อแทนค่าเวลาปิดงาน (*mp*) เข้าไปในฟังก์ชันค่าใช้จ่ายแล้ว ($C_0(mp)$) จะสามารถหาจุด

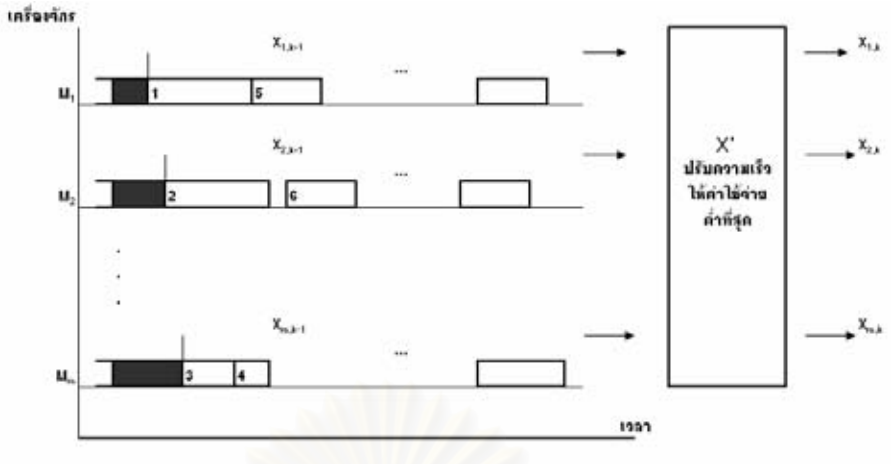
ต่ำสุดของปัญหาย่อยแต่ละปัญหาได้ด้วยการหาอนุพันธ์ ซึ่งเมื่อฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเป็นฟังก์ชันพหุนามกำลัง 4 จะหาจุดต่ำสุดได้ไม่เกิน 3 จุด คือได้ค่าตัวแปรต้น (x) ไม่เกิน 3 ค่า อีกทั้งในปัญหาย่อยบางปัญหา ค่าตัวแปรต้นที่ได้อาจจะอยู่นอกขอบเขตทั้งหมด ปัญหาย่อยนั้นก็จะไม่มีจุดต่ำสุดที่ใช้ได้เลย สมมติว่าหาจุดต่ำสุดที่อยู่ในขอบเขตของปัญหาย่อยแต่ละปัญหาได้ตามแถวที่ 4 ดังนี้ คือ จากปัญหาที่ 1 หาจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ได้ 2 จุด คือ 0.1 และ 0.2 จากปัญหาที่ 2 หาจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ได้ 3 จุด คือ 0.5 0.6 และ 0.7 จากปัญหาที่ 3 หาจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ที่สอดคล้องกับช่วง $1 \leq x \leq 3$ ไม่ได้เลย และจากปัญหาที่ 4 หาจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ได้ 1 จุด คือ 3.2 เมื่อนำจุดต่ำสุดที่ได้มาจากปัญหาย่อยทุกปัญหาทั้งหมดรวมกัน เพื่อหาว่าจุดใดให้ค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด ก็จะได้จุดต่ำที่สุดเป็นคำตอบของปัญหาหลัก

ตารางที่ 4.1 การแบ่งปัญหาย่อยตามฟังก์ชันแบบแบ่งเป็นส่วนๆ ของค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงาน

ปัญหาย่อยที่	1	2	3	4
ช่วง $l<x<u$	$x \leq 0.5$	$0.5 \leq x \leq 1$	$1 \leq x \leq 3$	$3 \leq x$
mp	$x + 9$	$3x + 8$	$6x + 5$	$7x + 2$
x	0.1,0.2	0.5,0.6,0.7	out of range	3.2

4.2 แนวคิดของอัลกอริธึมหลัก

จากงานวิจัย [3] เราสามารถหาค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดได้โดยควบคุมความเร็วเครื่องจักรเท่านั้น ไม่ใช่ความเร็วงานแต่ละงาน ในการพิจารณาการจัดตารางเครื่องจักรขนานจะใช้หลักการเพิ่มเข้า (increamentary) เพื่อที่จะค่อยๆ จัดงานเข้ากับเครื่องจักร โดยใช้อัลกอริธึมในหัวข้อ 4.7 เลือกความเร็วที่ให้ค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดเป็นช่วงๆ ไป ทำการวนซ้ำ K รอบ โดยที่ $K \leq n\text{-}m\text{+}1$ โดยที่ในแต่ละรอบ ความเร็วเครื่องจักรแต่ละเครื่องจะถูกปรับค่าเพื่อให้เกิดค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงานและการดำเนินงานด้วยความเร็วนั้นๆ เป็นค่าต่ำที่สุด จึงทำการวนซ้ำจัดงานเข้ากับเครื่องจักรจนครบทุกงาน



รูปที่ 4.2 อัลกอริธึม *X′* ที่ใช้คำนวณความเร็วเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 3

4.3 โปรแกรมภาษาเทียมของอัลกอริธึมหลัก

อัลกอริธึมหลักในการจัดตารางมีรายละเอียดเช่นเดียวกับแนวคิดในหัวข้อที่ 3.6 แต่ได้พัฒนาอัลกอริธึมที่ใช้คำนวณความเร็วเครื่องจักรในขั้นตอนที่ 3 มาเป็นอัลกอริธึม *X′* (ตามรูปที่ 4.2) ซึ่งใช้ในการคำนวณความเร็วใหม่ของเครื่องจักรแต่ละเครื่องจากตารางงานของเครื่องจักรทุกเครื่องพร้อมๆ กัน (ตามอัลกอริธึมในหัวข้อที่ 4.7) สำหรับค่าความเร็วใหม่ที่ได้นี้ จะเป็นความเร็วที่ทำให้เกิดค่าใช้จ่ายรวมต่ำที่สุดแล้วสำหรับการปรับความเร็วในรอบนั้น เมื่อได้จัดงานที่เหลือทุกๆ งานที่อยู่บนเครื่องจักรเดียวกันด้วยความเร็วเดียวกัน (ดังแสดงต่อไปในหัวข้อที่ 4.4) จากแนวคิดในหัวข้อที่ 3.6 สามารถนำมาเขียนเป็นโปรแกรมภาษาเทียมของอัลกอริธึมหลักได้ดังนี้

1) ทดลองจัดตารางงานตามความเร็วมาตรฐาน

2) วนซ้ำจัดตารางงานเพิ่มขึ้นจนกว่าจะครบทุกงาน

2.1) คำนวณหาความเร็วเครื่องจักรแต่ละเครื่องใหม่ (ดังแสดงในหัวข้อที่ 4.7)

2.2) ทดลองจัดตารางงานตามความเร็วที่ได้คำนวณมา

2.3) แบ่งงานเป็น 2 กลุ่ม ตามรูปแบบในขั้นตอนที่ 4 ในหัวข้อที่ 3.6

2.4) กำหนดตารางงานให้งานส่วนแรก

2.5) กำหนดให้งานกลุ่มหลังจะต้องมาทำการจัดตารางใหม่ในรอบต่อไป

สิ้นสุดวงรอบ

หมายเหตุ การทดลองจัดตารางงานใช้การจัดงานตามลำดับเข้ากับเครื่องจักรที่ว่างก่อนตามหัวข้อที่ 3.6

4.4 แบบจำลองในการปรับความเร็วเครื่องจักรที่ใช้ในอัลกอริธึมหลัก

ในแต่ละวนรอบ ให้ทำงานทุกงานที่อยู่บนเครื่องจักรเดียวกัน M_i ด้วยปัจจัยความเร็วเดียวกัน $x_j = x'_{ik}$ ซึ่งเป็นตัวแปรความเณ็วของเครื่องจักรที่ i เมื่อทดลองจัดตารางในอัลกอริธึมหลักในวนรอบที่ k^{th} ทำให้แบบจำลองของปัญหาจากฟังก์ชัน (3.1) ลดรูปเป็น

ที่วนรอบ k^{th}

$$TotalCost = C_0 (mp = r_u + x'_{ik} P_u) + \sum_{i=1}^{m} C'_{ik}(x'_{ik}) \qquad (4.2)$$

เมื่อ J_u เป็นงานวิกฤตของระบบ

และสำหรับแต่ละเครื่องจักร M_i

$$C'_{ik}(x'_{ik}) = \sum_{j=1}^{n} C_{ij} (x_j) \text{ เมื่อ } J_j \text{ อยู่บน } M_i$$

เราสนใจในการพัฒนาอัลกอริธึมปรับความเร็วเครื่องจักรให้ได้ค่าใช้จ่ายตามฟังก์ชัน (4.2) เป็นค่าต่ำที่สุด ดังแสดงในหัวข้อที่ 4.7

4.5 แบบจำลองการจัดตารางเครื่องจักรขนานแบบเครื่องจักรเครื่องหนึ่งมีเพียงงานเดียว

การขยายความสามารถของอัลกอริธึมเพื่อการจัดตารางเครื่องจักรขนานเราจะต้องมาพิจารณาแบบจำลองในส่วนนี้ คือแบบจำลองการจัดตารางเครื่องจักรขนานแบบเครื่องจักรเครื่องหนึ่งมีเพียงงานเดียว

เพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจ ในที่นี้ได้ยกตัวอย่างโจทย์การจัดตารางเมื่อมีเครื่องจักร 3 เครื่อง ซึ่งสำหรับโจทย์ที่มีเครื่องจักรมากกว่านี้ จะสามารถคำนวณได้โดยใช้หลักการเดียวกันนี้

ตัวอย่างเมื่อ m=3 เราสามารถแสดงฟังก์ชันวัตถุประสงค์ $TotalCost$ = Ob(X) ได้ดังนี้.

$Ob(X)= C_1' (x_1)+ C_2' (x_2)+ C_3' (x_3)+C_0(mp_1); mp_1 \geq mp_2, mp_1 \geq mp_3$;

เมื่อเวลาปิดงานเกิดขึ้นที่เครื่องจักร M_1

$Ob(X)= C_1' (x_1)+ C_2' (x_2)+ C_3' (x_3)+C_0(mp_2); mp_2 \geq mp_3, mp_2 \geq mp_1$;

เมื่อเวลาปิดงานเกิดขึ้นที่เครื่องจักร M_2

$Ob(X)= C_1' (x_1)+ C_2' (x_2)+ C_3' (x_3)+C_0(mp_3); mp_3 \geq mp_1, mp_3 \geq mp_2$;

เมื่อเวลาปิดงานเกิดขึ้นที่เครื่องจักร M_3

โดยที่ $mp_1=r_1+x_1p_1$, $mp_2=r_2+x_2p_2$, $mp_3=r_3+x_3p_3$

$X = (x_1,x_2,x_3)$

สังเกตได้ว่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีลักษณะเดียวกันกับฟังก์ชัน (4.2) แต่ในส่วนนี้ค่าเวลาปิดงานจะคำนวณมาจากงานงานเดียวบนแต่ละเครื่อง ทั้งนี้ การคำนวณค่าเวลาปิดงานที่มาจากงานหลายงานบนเครื่องจักรเดียวกันจะพิจารณาในหัวข้อที่ 4.6

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในส่วนนี้มีลักษณะเดียวกันกับฟังก์ชันในหัวข้อที่ 2.3.11 แต่มีตัวแปรมากกว่าและมีความสัมพันธ์ที่ซับซ้อนกว่า การหาค่าต่ำสุดจึงต้องแยกปัญหาออกเป็นกรณีย่อยๆ และคำนวณหาค่าต่ำสุดในแต่ละกรณีในลักษณะเดียวกันกับฟังก์ชันในหัวข้อที่ 2.3.11 แล้วจึงหาค่าต่ำที่สุดจากปัญหาย่อยทุกปัญหาเหล่านั้นรวมกัน

<u>การแก้ปัญหาย่อยจากฟังก์ชันในแต่ละส่วน</u>

เราสามารถแบ่งปัญหาออกเป็น m ปัญหาย่อย เพื่อเปลี่ยนรูปของเวลาปิดงาน (mp) ให้อยู่ในรูปของ ตัวแปรอ้างอิง (x_1) แทน ซึ่งต่อไปเป็นการแสดงการแก้ปัญหาย่อยส่วนแรกและเลือก x_1 เป็นตัวแปรอ้างอิง

$$Ob(X) = C_1'(x_1)+ C_2'(x_2)+ C_3'(x_3)+C_0(mp_1);\ mp_1 \geq mp_2, mp_1 \geq mp_3$$

เพราะว่า mp_1 เป็นฟังก์ชันของ x_1 เราจึงสามารถเขียนได้ว่า

$$Ob(X) = C_1''(x_1)+ C_2'(x_2)+ C_3'(x_3)\ ;\ mp_1 \geq mp_2,\ mp_1 \geq mp_3$$

เมื่อ $C_1''(x_1) = C_1'(x_1)+ C(mp_1)$

จากนั้นแบ่งเป็นปัญหาย่อยอีก 2^{m-1} ปัญหา เพื่อกำหนดการเปลี่ยนค่าตัวแปรความเร็วตัวแปรอื่นๆ ให้อยู่ในรูปของตัวแปรอ้างอิง (x_1) แทน ในการแก้ปัญหาด้วยการหาอนุพันธ์ย่อย

$$\begin{aligned}
&Ob(X) = C_1''(x_1)+ C_2'(x_2)+ C_3'(x_3)\ ;\ mp_1 > mp_2,\ mp_1 > mp_3 \\
&Ob(X) = C_1''(x_1)+ C_2'(x_2)+ C_3'(x_3)\ ;\ mp_1 = mp_2 > mp_3 \\
&Ob(X) = C_1''(x_1)+ C_2'(x_2)+ C_3'(x_3)\ ;\ mp_1 = mp_3 > mp_2 \\
&Ob(X) = C_1''(x_1)+ C_2'(x_2)+ C_3'(x_3)\ ;\ mp_1 = mp_2 = mp_3
\end{aligned} \qquad (4.3)$$

<u>การแทนค่าความสัมพันธ์ของตัวแปรเพื่อการหาค่าต่ำที่สุดด้วยการหาอนุพันธ์ย่อย</u>

ตัวอย่างการแก้ปัญหาจากฟังก์ชัน (4.3)

$$Ob(X) = C_1''(x_1) + C_2'(x_2) + C_3'(x_3) \; ; mp_1 = mp_2 > mp_3 \qquad (4.4)$$

จาก $mp_1 = r_1 + x_1P_1 = r_2 + x_2P_2 = mp_2$ (4.5)

ได้ $x_2 = m_{21}x_1 + c_{21}$; เมื่อ $m_{21} = P_1/P_2$ และ $c_{21} = (r_1 - r_2)/P_2$

แทนค่า x_2 ลงในฟังก์ชัน (4.4) ได้

$$Ob(X) = C_{12}(x_1) + C_3'(x_3) \qquad (4.6)$$

เมื่อ $C_{12}(x_1) = C_1''(x_1) + C_2'\, m_{21}x_1 + c_{21})$

เป็นฟังก์ชันที่ได้หลังจากการเปลี่ยนรูปตัวแปร x_2 ไปเป็นตัวแปร x_1

ตามความสัมพันธ์ $mp_1 = mp_2$

แล้วจึงแก้ปัญหาด้วยการหาอนุพันธ์ย่อยได้คำตอบ

$$X \in R_1 \times R_2 \times R_3$$

เมื่อ R_3 เป็นเซตของรากของสมการ $dC_3'(x_3)/dx_3 = 0$

R_1เป็นเซตของรากของสมการ $dC_{12}(x_1)/dx_1 = 0$

$$R_2 = \{x_2 \mid x_2 = m_{21}x_1 + c_{21} \, , \, x_1 \in R_1\}$$

แล้วจึงเลือกคำตอบ X ที่ให้ค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $mp_1 \geq mp_3$

ตัวอย่างเช่นจากปัญหาย่อยจากฟังก์ชัน (4.6) เราจะต้องหาค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดจากการเรียงสับเปลี่ยนในลักษณะเดียวกันกับตารางที่ 4.2 ด้านล่างนี้

ตารางที่ 4.2 รากของสมการจากการหาอนุพันธ์ย่อย

$x_1 \in R_1$	0.1	0.5	2
$x_3 \in R_3$	1	2	3
เงื่อนไข : $mp_1 \geq mp_3$			

เมื่อแก้ปัญหาย่อยครบทุกปัญหาแล้ว ($m2^{m-1}$ปัญหา) จึงรวมทุกปัญหาย่อยเข้าเป็นปัญหาหลักด้วยการเลือกค่าใช้จ่ายที่ต่ำที่สุด ก็จะได้คำตอบของปัญหาหลัก

4.6 การพิจารณาฟังก์ชันแบบแบ่งเป็นส่วน ๆ ที่เกิดจากค่าเวลาพร้อมเริ่มงานหลากหลาย

ในการขยายแบบจำลองจากหัวข้อก่อนหน้าซึ่งแต่ละเครื่องจักรมีงานเดียว ให้มีหลายๆ งานบนเครื่องจักรเดียวกัน จะทำให้ฟังก์ชันเวลาปิดงานที่บนแต่ละเครื่องจักรมีลักษณะเป็นฟังก์ชันแบบแบ่งเป็นส่วนๆ ตามรูปที่ 4.1 และมีการพิจารณาตามหัวข้อที่ 4.1

ในหัวข้อก่อนหน้านี้ ในขณะการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรขณะหาอนุพันธ์ย่อย เมื่อเครื่องจักรหลายเครื่องเกิดค่าเวลาปิดงานพร้อมกันตามสมการ (4.5) เราจะต้องแทนค่าตัวแปร mp ด้วยแปรอ้างอิงก่อน เพราะว่าค่าเวลาปิดงานเป็นฟังก์ชันแบบแบ่งเป็นส่วนๆ เราจึงต้องรวมและเรียงค่าเวลาปิดงานวิกฤตจากแต่ละเครื่องจักรจากตารางที่ 4.1 กลายเป็นตารางที่ 4.3 ซึ่งจะสามารถทำความเข้าใจตารางเวลาปิดงานรวมนี้ได้ดีขึ้น เมื่อยกตัวอย่างการคำนวณจริงในหัวข้อที่ 5.4

ตารางที่ 4.3 ตารางเวลาปิดงานรวม

Interval		1	2	3	4	5	6	7
Mp		$mp \le 2$	$2 \le mp \le 4$	$4 \le mp \le 5$	$5 \le mp \le 6$	$6 \le mp \le 8$	$8 \le mp \le 9$	$9 \le mp$
M_i		M_1	M_2	M_3	M_1	M_2	M_2	M_1
$r_1+x_1P_1$	r_1,P_1	1,2	1,2	1,2	2,3	2,3	2,3	3,4
$r_2+x_2P_2$	r_2,P_2	1,1	2,3	2,3	2,3	2,4	3,5	3,5
$r_3+x_3P_3$	r_3,P_3	2,2	2,2	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4
Valid	x_1	l11≤ x1≤u11	l12≤ x1≤u12	l12≤ x1≤u13	l14≤ x1≤u14	l15≤ x1≤u15	l16≤ x1≤u16	l17≤ x1≤u17
	x_2	l21≤ x2≤u21	l12≤ x1≤u12	l22≤ x2≤u23	l24≤ x2≤u24	l25≤ x2≤u25	l26≤ x2≤u26	l27≤ x2≤u27
	x_3	l31≤ x3≤u31	l32≤ x3≤u32	l32≤ x1≤u13	l14≤ x3≤u34	l15≤ x1≤u15	l36≤ x3≤u36	l37≤ x3≤u37

l_{iq} เป็นขอบเขตล่างของ x_i ในช่วงที่ q u_{iq} เป็นขอบเขตบนของ x_i ในช่วงที่ q

หมายเหตุ ในการแทนค่าตัวแปรในสมการค่าเวลาปิดงานที่เท่ากันของเครื่องจักรในส่วนที่ทำให้เกิดเวลาปิดงาน จะใช้ค่าพารามิเตอร์ r, P จากตารางนี้

เนื่องจากตารางเวลาปิดงานรวมนี้เกิดจากตารางเวลาปิดงานของเครื่องจักรหลายๆ เครื่องมารวมกันตามลำดับของค่าเวลาปิดงาน ค่า l,u ที่เป็นขอบเขตของความเร็วเครื่องจักรแต่ละเครื่อง สามารถคำนวณได้จากค่าเวลาปิดงานที่เป็นจุดแบ่งขอบเขตเหล่านั้น ตามสมการ $mp = r_i + x_i P_i$ ตามค่า r_i, P_i ในแต่ละช่วงเวลาปิดงานที่เครื่องจักรแต่ละเครื่อง

เมื่อมีช่วงเวลาปิดงานหลายช่วง เราจึงต้องแบ่งปัญหาออกตามจำนวนช่วงเหล่านี้เช่นกัน ซึ่งเมื่อแก้ปัญหาย่อยเหล่านี้แล้วต้องให้ค่าตัวแปรสอดคล้องกับช่วงเหล่านี้ด้วย เมื่อเพิ่มการพิจารณาฟังก์ชันแบบแบ่งเป็นส่วนๆ ตารางที่ 4.2 จะกลายเป็นตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4 ตารางพิกัดคำตอบของการรวมคำตอบ

x_1 interval	$0.1 \le x_1 \le 1$			$1 \le x_1 \le 2.2$			$2.2 \le x_1$		
x_1	0.1	0.5	2	2.1	2.5	3	1	2	3
x_2 interval	$0.2 \le x_2 \le 2$			$2 \le x_2 \le 3.2$			$3.2 \le x_2$		
x_2	0.2	1	4	3.1	3.5	4	2	3	4
x_3	1	2	3						
x_4	4	5	6						

การหาคำตอบในหัวข้อนี้ สามารถทำโดยใช้การหาผลคูณคาร์ทีเซียนแล้วทดสอบทุกพิกัดคำตอบเพื่อหาค่าต่ำที่สุดได้เช่นเดียวกันกับหัวข้อที่แล้ว แต่ในอัลกอริธึมที่ใช้จริงสามารถลดการคำนวณได้ตามอย่างการหาค่าต่ำสุดในหัวข้อที่ 2.3.10 จะสามารถเลือกทดสอบเฉพาะจุดทดสอบที่ผ่านเงื่อนไขความสัมพันธ์ ดังเช่นการคำนวณค่าใช้จ่ายในส่วนที่ไม่ได้ทำให้เกิดเวลาปิดงานตามตัวอย่างการใช้อัลกอริธึมในหัวข้อที่ 5.4

4.7 อัลกอริธึมในการคำนวณหาความเร็วเครื่องจักรแต่ละเครื่อง ที่จะให้ได้ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดสำหรับแต่ละเครื่องจักร ในแต่ละวนรอบของอัลกอริธึมหลัก

จากฟังก์ชันค่าใช้จ่ายของแต่ละงานบนเครื่องจักรใดๆ

$$C_{ij}(x_j) = a_{ij}x_j^4 + b_{ij}x_j^3 + c_{ij}x_j^2 + d_{ij}x_j + e_{ij}$$

1) เมื่อได้ผลการจัดตาราง Y_k ซึ่งมีการระบุว่าแต่ละงานต้องทำที่เครื่องจักรใดและแต่ละงานบนเครื่องจักรเดียวกัน M_i จะใช้ความเร็ว $x_j = x_i'$ เท่ากัน ทำให้ได้ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายของงานแต่ละงานบนเครื่องจักรที่กำหนดแล้ว

$$JobCost_j(x_i') = C_{ij}(x_i') \; ; \; J_j \text{ อยู่บน } M_i$$

2) คำนวณหาฟังก์ชันค่าใช้จ่ายรวมของแต่ละเครื่องจักร

$$MachineCost_i(x_i') = \sum_{j=1}^{n} JobCost_j(x_i')$$

3) ให้คำนวณหาช่วงการเกิดเวลาปิดงานของแต่ละเครื่องจักร ตามงานวิจัย [3] ได้ค่าเวลาปิดงานที่ช่วงเวลาปิดงานที่ q เป็น

$$mp_{iq} = mp_{iq}(x'_i) = m_{iq}x'_I + c_{iq};\ l_{iq} < x'_I < u_{iq}$$

ดังแสดงตามตารางตารางที่ 4.1

4) สร้างรูปแบบการเกิดเวลาปิดงานพร้อมกัน

$$W = (w_1, w_2, \ldots, w_i, \ldots, w_m)$$

$$w_i \in \{toMP, notMP\}$$

ได้ทั้งหมด 2^M-1 กรณี ซึ่งในแต่ละกรณีให้ทำซ้ำหัวข้อ (4.1) – (4.3)

toMP หมายถึง เครื่องจักรนี้ทำให้เกิดเวลาปิดงานพร้อมกัน

notMP หมายถึง เครื่องจักรนี้ไม่ได้ทำให้เกิดเวลาปิดงาน

4.1) เลือกเครื่องจักรอ้างอิง M_{ref} จากเครื่องจักร M_i ที่มีค่า w_i= *toMP* เครื่องแรก เพื่อที่จะใช้ x'_{ref} เป็นตัวแปรอ้างอิงการคำนวณ

4.2) สำหรับ w_i=*toMP* ให้รวมช่วงการเกิดเวลาปิดงานเข้าทั้งหมดพร้อมทั้งเรียงลำดับช่วงตามค่า *mp* และหาค่าขอบเขตที่ใช้ได้ในแต่ละช่วง ดังแสดงตามตารางที่ 4.1

4.3) ในแต่ละช่วงการเกิดเวลาปิดงานให้ทำซ้ำหัวข้อ (4.3.1) – (4.3.4)

4.3.1) ในช่วงการเกิดเวลาปิดงานที่ q' ให้คำนวณหาฟังก์ชันการแปลงตัวแปรความเร็วให้อยู่ในรูปความเร็วอ้างอิง x_{ref} คือ $f_{ref,I}(x_{ref})$ ซึ่งคำนวณได้จากสมการ $mp_i = m_i x'_i + c_i = m_{ref}x'_{ref} + c_{ref} = mp_{ref}$

ได้ $x'_i = f_{ref,i}(x'_{ref}) = m_{i,ref}x'_{ref} + c_{i,ref}$;

$m_{i,ref} = m_{ref} / m_i$, $c_{i,ref} = (c_{ref} - c_i) / m_i$

4.3.2) คำนวณหาฟังก์ชันค่าใช้จ่ายส่วนที่ทำให้เกิดเวลาปิดงาน

$$ToMPCost(x'_{ref}) = C_0(mp(x'_{ref})) + MachineCost_{ref}(x'_{ref}) + \sum_{i=1,\ w_i=toMP}^{m} MachineCost_i(f_{ref,i}(x'_{ref}))$$

4.3.3) หาอนุพันธ์และแก้สมการ

$$d\ ToMPCost(x'_{ref}) / d\ x'_{ref} = 0$$

เพื่อหาจุดต่ำสุดสูงสุดสัมพัทธ์ พร้อมทั้งคำนวณค่า mp_{ref} กับค่า $ToMPCost_{ref}$ ที่แต่ละจุดนั้น

ได้ 3 จุด คือ

$(x'_{ref,a}, mp_{ref,a}, ToMPCost_{ref,a})$

$,(x'_{ref,b}, mp_{ref,b}, ToMPCost_{ref,b})$

$,(x'_{ref,c}, mp_{ref,c}, ToMPCost_{ref,c})$

4.3.4) ให้กำหนดค่าทั้ง 3 จุดให้กับ

$(x'_{ref}, mp_{ref}, ToMPCost_{ref})$

และทำซ้ำทั้ง 3 จุดตามหัวข้อ (4.3.4.1) – (4.3.4.4)

4.3.4.1) สำหรับเครื่องจักรทุกเครื่องที่ $w_i = notMP$

หาอนุพันธ์และแก้สมการ

$$d\ MachineCost_i\ (x'_i) / d\ x'_i = 0$$

เพื่อหาจุดต่ำสุดสูงสุดสัมพัทธ์ พร้อมทั้งคำนวณค่า mp_i กับค่า $ToMPCost_i$ ที่แต่ละจุดนั้น

ได้ 3 จุด คือ

$(x'_{ia}, mp_{ia}, MachineCost_{ia})$

$,(x'_{ib}, mp_{ib}, MachineCost_{ib})$

$,(x'_{ic}, mp_{ic}, MachineCost_{ic})$

4.3.4.2) เลือกจุดที่ให้ค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดที่ยังสอดคล้องกับเงื่อนไข $mp_i < mp_{ref}$

ได้ $x'_i, MachineCost_i$

4.3.4.3) ทำซ้ำในข้อ (4.3.4.1) - (4.3.4.2) กับทุกเครื่องจักรที่ $w_i = notMP$ เพื่อคำนวณค่า $x'_i, MachineCost_i$ ที่เหลือทั้งหมด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.3.4.4) รวมค่าใช้จ่ายเหล่านี้เข้าเป็นค่าใช่จ่ายทั้งหมด

$$TotalCost = ToMPCost_{ref} + \sum_{i=1,\, w_i=notMP}^{m} MachineCost_i$$

5) วนซ้ำให้ครบทุกรูปแบบตามหัวข้อ 4 ทุกช่วงเวลาปิดงานตามหัวข้อ (4.3) และทุกจุดทดสอบตามหัวข้อ (4.3.4) และเลือกความเร็ว X' ที่ให้ค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด จากในทุกวนรอบดังกล่าว

ได้ค่า $X'_k = (x_1', x_2', \ldots, x_i', \ldots, x_m')$ ตามต้องการ

6) ในหัวข้อ (4.3.3) และ (4.3.4.2) ถ้าหาจุดที่สอดคล้องกับเงื่อนไขไม่ได้ ให้ยกเลิกขั้นตอนนั้นและไปเริ่มทำซ้ำในวนรอบถัดไป

4.8 การพิจารณาขอบเขตของปัจจัยเวลาดำเนินงาน

เนื่องจากในการจัดตารางงานจะสามารถปรับความเร็วได้ในขอบเขตหนึ่งเท่านั้น เช่น $0 < x$ หรือในโจทย์ตัวอย่างใช้ขอบเขต $1/10 \leq x \leq 1$ เป็นต้น เราต้องปรับอัลกอริธึมในหัวข้อ 4.5 โดยทดสอบหาค่าต่ำสุดจากขอบเขตเหล่านี้ด้วย ดังนี้

ในหัวข้อ (4.3.4.1) จากจุดสูงสุดต่ำสุดสัมพัทธ์ 3 จุดที่หามาได้ ต้องเพิ่มจุดที่เป็นขอบเขตทั้ง 2 จุด ให้เป็นจุดทดสอบด้วย และจากจุดสูงสุดต่ำสุดสัมพัทธ์เดิมทั้ง 3 จุด จะถูกทดสอบเฉพาะจุดสูงสุดต่ำสุดสัมพัทธ์ที่อยู่ในขอบเขตนี้

สำหรับในหัวข้อ (4.3.3) ซึ่งมีหลายตัวแปร ให้เพิ่มจุดทดสอบอีก 2 จุด ที่เป็นขอบเขตของทุกตัวแปรที่ทำให้เกิดเวลาปิดงาน คือขอบเขตล่างมาจากขอบเขตล่างของตัวแปรที่ให้ค่าเวลาปิดงานสูงสุด กับขอบเขตบนมาจากขอบเขตบนของตัวแปรที่ให้ค่าเวลาปิดงานต่ำสุด และทดสอบเฉพาะเฉพาะจุดสูงสุดต่ำสุดสัมพัทธ์ที่อยู่ในขอบเขตเช่นเดียวกัน

4.9 ตัวอย่างโจทย์และคำตอบในการจัดตารางงาน 5 งาน เข้ากับเครื่องจักร 3 เครื่อง

มีงาน 5 งานที่เรียงลำดับในแบบมาก่อนบริการก่อน เข้ามาสู่ระบบเครื่องจักรขนาน 3 เครื่อง ซึ่งเครื่องจักรแต่ละเครื่องจะสามารถทำงานในกระบวนการแบบเดียวกัน ระบบต้องเลือกว่าจะจัดงานใดเข้ากับเครื่องจักรเครื่องใด พร้อมทั้งกำหนดค่าเวลาเริ่มทำงานของงานแต่ละงาน ซึ่งแต่ละงานจะต้องเริ่มทำหลังจากเวลาพร้อมเริ่มงานแล้วเท่านั้น ระบบสามารถกำหนดความเร็วให้งานแต่ละ

งานได้พร้อมกับเกิดค่าใช้จ่ายขึ้นซึ่งสำหรับทุกๆ งานมีขอบเขตความเร็วคือ $1/8 \leq x \leq 1$ ซึ่งค่าใช้จ่ายจากงานที่ j คือ $c_j(x_j)$ เป็นฟังก์ชันของความเร็ว x_j ที่ได้กำหนดให้งานนั้นๆ ดังแสดงค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของโจทย์ซึ่งได้มาจากการสุ่มค่าตัวแปรได้ตามตารางที่ 4.5 หลังจากจัดตารางครบทุกงานจะเกิดค่าเวลาปิดงาน ซึ่งจะเกิดฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากค่าเวลาปิดงาน $c_0(mp)$ เป็นฟังก์ชันของเวลาปิดงาน (mp) รวมกับค่าใช้จ่ายจากการควบคุมความเร็วจากทุกๆ งาน เป็นค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมด สุดท้าย วัตถุประสงค์ในการจัดตารางคือจัดตารางให้ค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดมีค่าต่ำที่สุด

ตารางที่ 4.5 โจทย์ปัญหาการจัดตารางงาน

j	r_j	p_j	$C_j(x)$
1	11	70	$-0.08x^4+0.12x^3-1.24x^2+2.05x+1.96$
2	24	40	$0.43x^4+1.74x^3+2.65x^2+0.69x-0.51$
3	37	120	$2.03x^4+1.5x^3+0.38x^2-1.47x-1.14$
4	50	40	$2.82x^4+1.12x^3+2.16x^2-0.9x+0.16$
5	64	110	$-1.05x^4+1.67x^3+1.61x^2+0.12x+2.12$
$C_0(mp)= 1.3mp+1.39$			

ได้ผลการจัดตารางซึ่งประกอบด้วยงานที่ j ดำเนินงานที่เครื่องจักรที่ m_j เริ่มทำงานที่เวลา s_j ด้วยปัจจัยเวลาดำเนินงาน x_j เสร็จสิ้นที่เวลา e_j และเกิดค่าใช้จ่าย $C_j(x_j)$ พร้อมทั้งเกิดค่าเวลาปิดงาน mp ค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงาน *MPCost* รวมถึงค่าใช้จ่ายทั้งหมด *TotalCost* ดังแสดงในตามตารางที่4.6

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.6 ผลการจัดตารางงาน

j	m_j	s_j	x_j	e_j	$C_j(x_j)$
1	3	11	0.76	64	2.83
2	2	24	1	64	5
3	1	37	0.34	77.75	-1.51
4	3	64	1	104	5.37
5	2	64	1	174	4.47
$mp = 174$ $MPCost = 227.94$ $TotalCost = 244.09$					

4.10 สรุป

สามารถนำอัลกอริธึมนี้ไปใช้แก้ปัญหาการจัดตารางเครื่องจักรขนานแบบอัตราการผลิตต่างกันที่สามารถควบคุมความเร็วเครื่องจักรและให้มีผลรวมค่าใช้จ่ายต่ำได้ โดยค่าใช้จ่ายเป็นค่าใช้จ่ายที่เกิดจากเวลาปิดงานและการเร่งความเร็วเครื่องจักร ซึ่งผู้ใช้สามารถกำหนดฟังก์ชันค่าใช้จ่ายได้ตามต้องการในรูปแบบของฟังก์ชันพหุนาม

อัลกอริธึมนี้มีค่าความซับซ้อนของการคำนวณ ในส่วนโปรแกรมหลัก = $O(n)$ ในส่วนของการสร้างกรณีการเกิดเวลาปิดงาน = $O(2^m)$ ในส่วนวนรอบของช่วงเวลาปิดงาน = $O(n)$ เนื่องจากโปรแกรมในทั้ง 3 ส่วนนี้เป็นวนรอบซ้อนกัน จึงคิดค่าความซับซ้อนของการคำนวณทั้งหมดจากผลคูณของความซับซ้อนของการคำนวณจากทั้ง 3 ส่วน คือ ค่าความซับซ้อนของการคำนวณทั้งหมด = $O(n^2 2^m)$

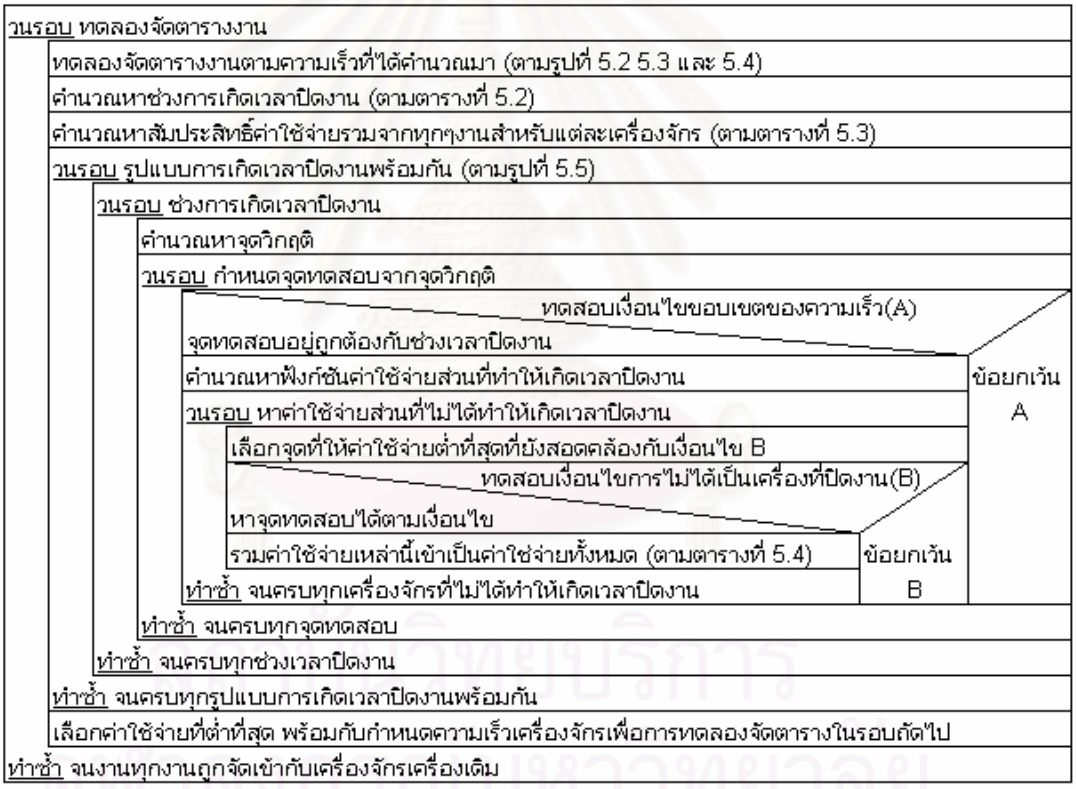
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

ตัวอย่างการใช้อัลกอริทึมในการแก้โจทย์ปัญหาการจัดตาราง

ในบทนี้ ได้แบ่งหัวข้อการอธิบายตัวอย่างการใช้อัลกอริทึมในการแก้โจทย์ปัญหาการจัดตาราง โดยอธิบายแบบบนลงล่าง (Top - Down Approach) เริ่มจากภาพรวมของอัลกอริทึม ตัวอย่างการใช้อัลกอริทึมหลัก อัลกอริทึมในการปรับความเร็ว ไปจนถึงการคำนวณในรายละเอียดของรูปแบบเวลาปิดงานในแต่ละกรณี

5.1 ภาพรวมของอัลกอริทึม



รูปที่ 5.1 ภาพรวมของอัลกอริทึม

ภาพรวมของอัลกอริทึมในงานวิจัยนี้ สามารถแสดงได้ตามรูปที่ 5.1 ซึ่งประกอบด้วย วนรอบหลักเป็นการทดลองจัดตารางงานตามความเร็วที่ได้คำนวณมา

จากนั้น เป็นอัลกอริทึมในการหาความเร็วเครื่องจักรที่จะทำให้เกิดค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด ซึ่งประกอบด้วย วนรอบของรูปแบบเวลาปิดงานพร้อมกัน เพื่อกำหนดความสัมพันธ์ของตัวแปรความเร็วเครื่องจักรจากเครื่องจักรแต่ละเครื่อง วนรอบของช่วงเวลาปิดงาน ซึ่งเป็นการแยกทดสอบ

ค่าฟังก์ชันครั้งละหนึ่งช่วงจากช่วงการเกิดเวลาปิดงานทั้งหมด และวนรอบของจุดทดสอบ ที่ใช้ทดสอบจุดต่ำสุดสัมพัทธ์เพื่อหาจุดต่ำสุดสัมบูรณ์ให้ได้ค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด

ในหัวข้อถัดไป จะแสดงตัวอย่างการใช้อัลกอริทึมในการแก้ปัญหาการจัดตาราง โดยยกตัวอย่างเป็นโจทย์ปัญหาการจัดตารางงาน 6 งาน เข้ากับเครื่องจักร 3 เครื่อง

5.2 โจทย์ปัญหาการจัดตารางงาน 6 งาน เข้ากับเครื่องจักร 3 เครื่อง

มีงาน 6 งานที่เรียงลำดับในแบบมาก่อนบริการก่อน เข้ามาสู่ระบบเครื่องจักรขนาน 3 เครื่อง ซึ่งเครื่องจักรแต่ละเครื่องจะสามารถทำงานในกระบวนการแบบเดียวกัน ระบบต้องเลือกว่าจะจัดงานใดเข้ากับเครื่องจักรเครื่องใด พร้อมทั้งกำหนดค่าเวลาเริ่มทำงานของงานแต่ละงาน ซึ่งแต่ละงานจะต้องเริ่มทำหลังจากเวลาพร้อมเริ่มงานแล้วเท่านั้น ระบบสามารถกำหนดความเร็วให้งานแต่ละงานได้พร้อมกับเกิดค่าใช้จ่ายขึ้น ซึ่งสำหรับงานแต่ละงาน มีขอบเขตความเร็วคือ $0.1 \leq x \leq 1$ โดยค่าใช้จ่ายในการกำหนดความเร็วงานที่ j คือ $JobCost_j(x_j)$ เป็นฟังก์ชันที่มีตัวแปรต้นเป็นความเร็ว x_j ที่ได้กำหนดให้งานนั้นๆ ดังแสดงค่าตัวแปรต่างๆ ได้ตามตารางที่ 5.1 หลังจากจัดตารางครบทุกงานจะเกิดค่าเวลาปิดงาน ซึ่งจะเกิดฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากค่าเวลาปิดงาน $c_0(mp)$ เป็นฟังก์ชันของเวลาปิดงาน (mp) เมื่อรวมกับค่าใช้จ่ายจากการควบคุมความเร็วจากทุกๆ งาน จะได้เป็นค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมด สุดท้าย วัตถุประสงค์ในการจัดตารางคือ จัดตารางให้ค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดนี้มีค่าต่ำที่สุด

ตารางที่ 5.1 ค่าของตัวแปรในโจทย์ปัญหา

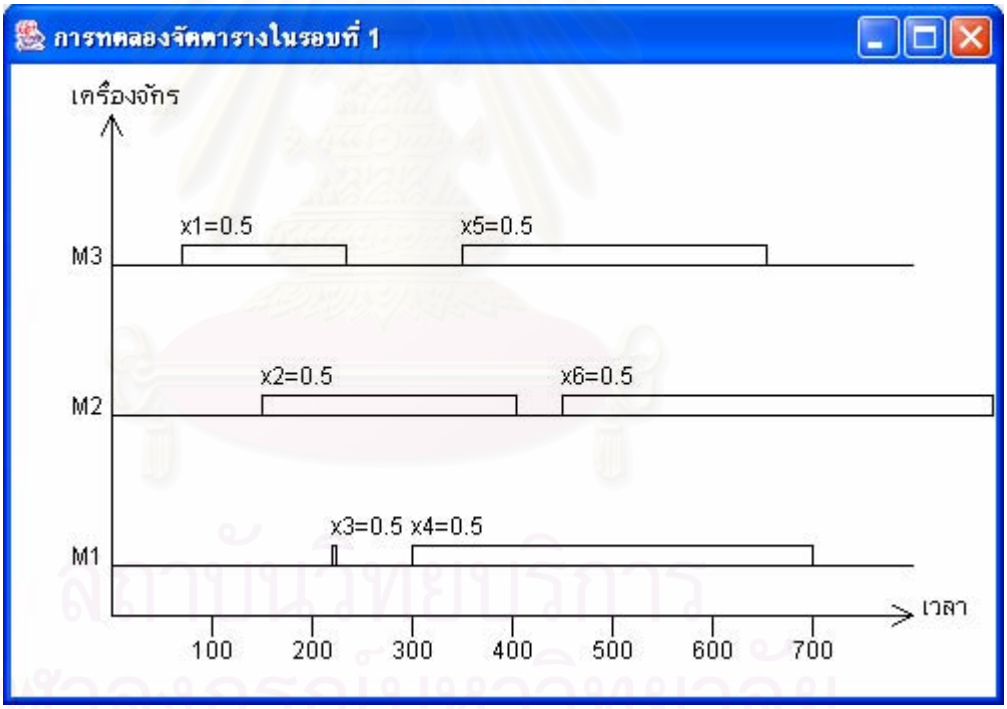
งานที่	เวลาพร้อมเริ่มงาน	เวลาดำเนินงาน	ฟังก์ชันค่าใช้จ่าย $JobCost_j(x)$
1	70.0	330.0	$1.5x^4-2.4x^3+1.35x^2-0.3x+0.02$
2	150.0	510.0	$1.5x^4-2.87x^3+1.4x^2-0.2x+0.17$
3	220.0	10.0	$1.5x^4-4.5x^3+4.5x^2-1.5x+0.16$
4	300.0	800.0	$1.5x^4-2.75x^3+1.22x^2-0.19x+0.22$
5	350.0	610.0	$1.5x^4-2.44x^3+0.69x^2-0.07x+0.32$
6	450.0	860.0	$1.5x^4-3.24x^3+2.14x^2-0.57x+0.17$
ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงาน $C_0(mp)= 0.03\ mp\ -5.11$			

ในหัวข้อต่อไป จะเป็นการการทดลองจัดตารางเพื่อเลือกเครื่องจักร ไปจนถึงการคำนวณค่าใช้จ่ายที่ต่ำที่สุดดังแสดงต่อไปนี้

5.3 วนรอบหลักการทดลองจัดตารางงาน

รอบที่1

เริ่มต้นวนรอบการทำซ้ำในรอบแรกด้วยการกำหนดค่าความเร็วเครื่องจักรทุกเครื่องด้วยความเร็วมาตรฐาน (ในที่นี้กำหนดให้เป็น 0.5) จากนั้น จัดตารางงานเข้ากับเครื่องจักรโดยใช้วิธีเลือกเครื่องจักรที่ว่างก่อนตามที่ได้แสดงในหัวข้อที่ 3.6 (ในที่นี้ เมื่อเครื่องจักรว่างหลายเครื่องพร้อมกัน ให้จัดงานเข้ากับเครื่องจักรที่มีเลขที่ลำดับเครื่องมากกว่า) โดยเริ่มจัดงานตั้งแต่งานแรกเข้ากับเครื่องจักร M_3 และงานต่อๆไปจัดเข้ากับเครื่องจักร M_2, M_1, M_1, M_3 ไปตามลำดับ จนถึงงานสุดท้าย คือ งานที่ 6 จัดเข้ากับเครื่องจักร M_2 แสดงได้ตามรูปที่ 5.2 ซึ่งเป็นการระบุว่าจะทำงานแต่ละงานเหล่านั้นที่เครื่องจักรเครื่องใด

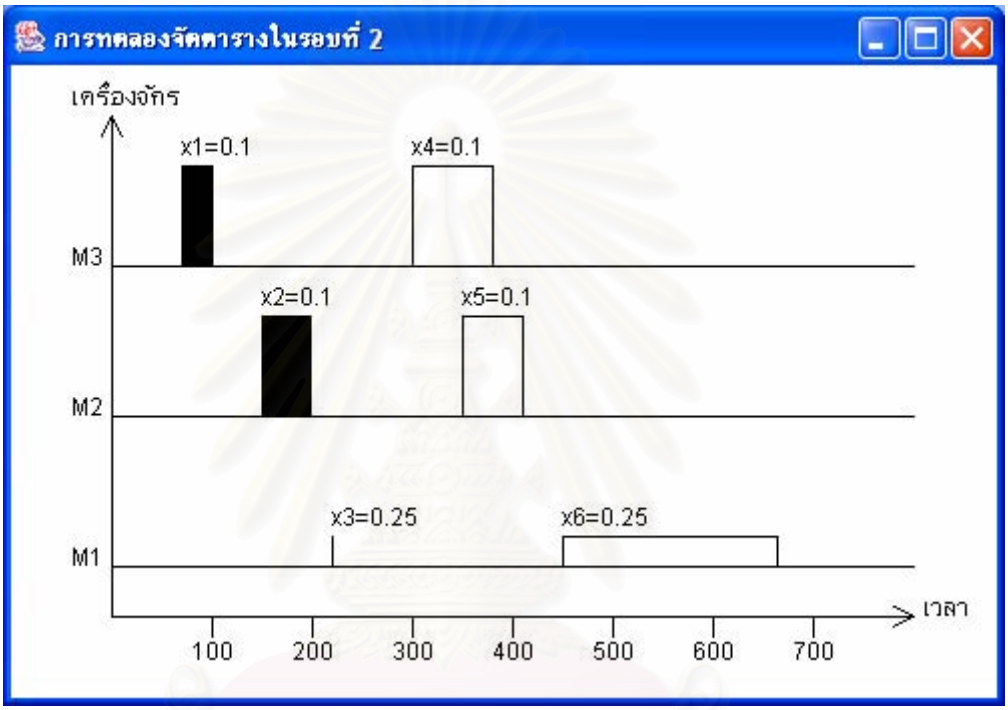


รูปที่ 5.2 ผลการทดลองจัดตารางในรอบที่ 1

จากนั้นคำนวณหาความเร็วเครื่องจักรแต่ละเครื่องที่จะทำให้ค่าใช้จ่ายรวมน้อยที่สุด(จะแสดงรายละเอียดการคำนวณในหัวข้อที่ 5.4 ต่อไป) ซึ่งเป็นความเร็วที่จะนำไปใช้จัดตารางในรอบที่ 2 ตามรูปที่ 5.3

<u>รอบที่2</u>

ใช้ความเร็วเครื่องจักรที่คำนวณมาได้ คือ $x'_1 = 0.25$ $x'_2 = 0.1$ $x'_3 = 0.1$ มาทดลองจัดตารางอีกครั้ง ปรากฏว่างานที่ 1 ถึงงานที่ 3 ถูกจัดเข้ากับเครื่องจักรเดิม(ดังแสดงในรูปที่ 5.3 เป็นแถบสีดำ) แต่งานที่ 4 เป็นงานแรกที่ถูกจัดเข้ากับเครื่องจักรเครื่องใหม่ จึงกำหนดตารางงานให้กับงานที่ 1 ถึงงานที่ 3 เป็นการจัดตารางเสร็จสิ้นแล้ว ส่วนงานที่ 4 ถึงงานที่ 6 จะต้องนำมาคำนวณความเร็วและจัดตารางใหม่ในรอบถัดไป



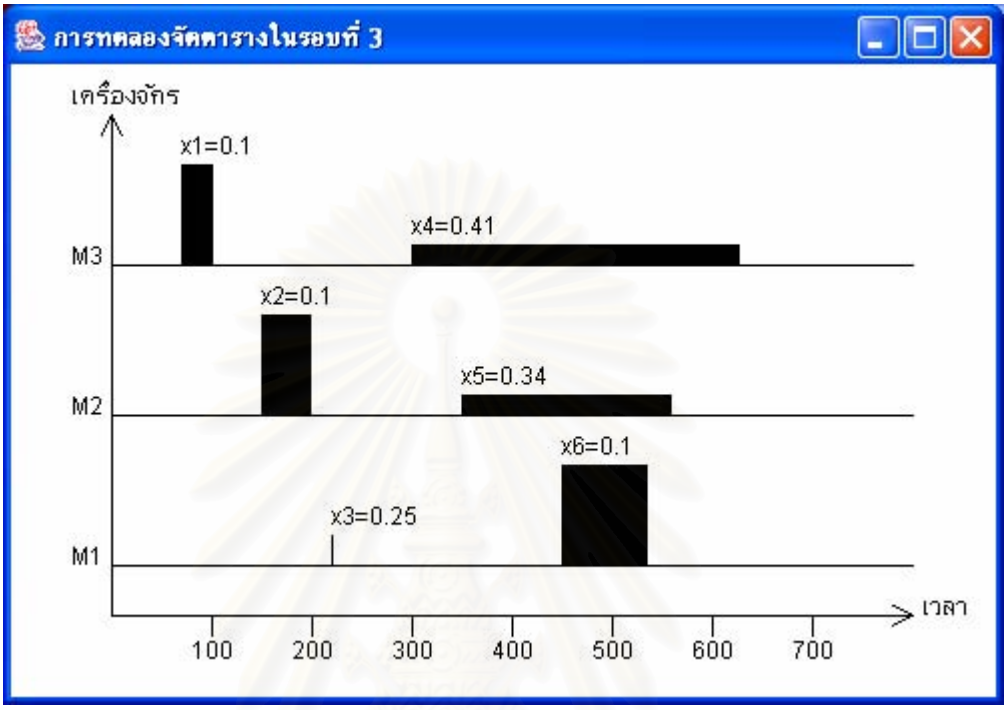
รูปที่ 5.3 ผลการทดลองจัดตารางในรอบที่ 2

จากนั้นคำนวณหาความเร็วเครื่องจักรแต่ละเครื่องใหม่เพื่อที่จะนำไปใช้ในรูปที่ 5.4

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

<u>รอบที่3</u>

ใช้ความเร็วที่คำนวณมาได้ คือ $x'_1 = 0.1$ $x'_2 = 0.34$ $x'_3 = 0.41$ มาทดลองจัดตารางอีกครั้งได้ตามรูปที่ 5.4



รูปที่ 5.4 ผลการทดลองจัดตารางในรอบที่ 3 (รอบสุดท้าย)

ปรากฏว่างานที่ 4 ถึงงานที่ 6 (งานสุดท้าย) ถูกจัดเข้ากับเครื่องเดิมทั้งหมด จึงได้ว่า ทุกๆงานได้รับการจัดตารางเรียบร้อยแล้วและเป็นการเสร็จสิ้นการจัดตารางงาน

5.4 การคำนวณหาความเร็วเครื่องจักรแต่ละเครื่องที่จะทำให้ค่าใช้จ่ายรวมน้อยที่สุด

จากการทดลองจัดตารางงานในรอบแรก จะทำให้ได้ตารางงานตามรูปที่ 5.2 ระบุว่าแต่ละงานต้องทำที่เครื่องจักรใด จากนั้นจึงหาช่วงเวลาปิดงานที่แต่ละเครื่องจักรได้ตามตารางที่ 5.2 พร้อมทั้งหาฟังก์ชันค่าใช้จ่ายที่แต่ละเครื่องจักร และหาจุดสูงสุดต่ำสุดสัมพัทธ์ได้ตามตารางที่ 5.3

ต่อไป ในวนรอบของรูปแบบเวลาปิดงานพร้อมกันทั้งหมดนั้น จะต้องสร้างช่วงเวลาปิดงานรวม ได้ตามรูปที่ 5.5 ซึ่งในแต่ละช่วงเวลาปิดงาน จะสามารถคำนวณฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากเครื่องจักรที่ทำให้เกิดเวลาปิดงานได้ แล้วจึงนำมาคำนวณเพื่อหาจุดทดสอบ

สำหรับแต่ละจุดทดสอบ จะหาค่าใช้จ่ายที่ต่ำที่สุดจากเครื่องจักรที่ไม่ได้ทำให้เกิดเวลาปิดงาน มารวมกันทุกเครื่องจักร ได้เป็นค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมด เมื่อวนรอบทำซ้ำให้ครบทุกวนรอบจะได้

ค่าใช้จ่ายทั้งหมดในทุกๆ กรณีตามตารางที่ 5 .5 – ตารางที่ 5.10 แล้วจึงหาค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดที่ต่ำที่สุดได้

ตารางที่ 5.2 ช่วงเวลาปิดงานของเครื่องจักรแต่ละเครื่อง

x_1	$0.1 \leq x \leq 1$	
mp_1	$380 \leq mp \leq 1100$	
$r_1+x_1P_1$	$300 + 800x$	
x_2	$0.1 \leq x \leq 0.59$	$0.59 \leq x \leq 1$
mp_2	$536 \leq mp \leq 956$	$956 \leq mp \leq 1520$
$r_2+x_2P_2$	$450 + 860x$	$150 + 1370x$
x_3	$0.1 \leq x \leq 0.85$	$0.85 \leq x \leq 1$
mp_3	$411 \leq mp \leq 867.58$	$867.58 \leq mp \leq 1010$
$r_3+x_3P_3$	$350 + 610x$	$70 + 940x$

การคำนวณค่าในตารางที่ 5.2

ตารางนี้แสดงช่วงเวลาปิดงานที่เกิดขึ้นกับเครื่องจักรแต่ละเครื่องเมื่อปรับความเร็วเครื่องจักรในช่วงต่างๆ เนื่องจากเป็นการพิจารณาความเร็วเครื่องจักรทีละเครื่อง จึงสามารถใช้อัลกอริทึมงานวิจัยพื้นฐาน[] เพื่อหาช่วงเวลาปิดงานของแต่ละเครื่องมาได้ โดยประกอบด้วยช่วงความเร็ว (x_i) ช่วงเวลาปิดงาน (mp_i) และฟังก์ชันค่าเวลาปิดงาน ($r_i+x_iP_i$) ในแต่ละช่วงเหล่านั้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5.3 ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายและจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชัน ที่เครื่องจักรแต่ละเครื่อง

$cost_1(x)=3x_1^4-7.25x_1^3+5.72x_1^2-1.69x_1+0.38$					
$cost_1$	0.16	0.16	0.21	0.25	0.26
mp_1	1100	1100	500	750	380
x_1	1	1	0.25	0.56	0.1
$cost_2\ (x_2) =3x_2^4-6.1x_2^3+3.54x_2^2-0.77x_2+0.33$					
$cost_2$	0	0	0.28	0.28	0.29
mp_2	1520	1520	615.86	736.67	536
x_2	1	1	0.19	0.33	0.1
$cost_3\ (x_3) =3x_3^4-4.84x_3^3+2.04x_3^2-0.37x_3+0.34$					
$cost_3$	0.09	0.09	0.09	0.17	0.32
mp_3	871.85	871.85	871.85	1010	411
X_3	0.85	0.85	0.85	1	0.1

การคำนวณค่าในตารางที่ 5.3

จากรูปที่ 5.2 ที่เครื่องจักรเครื่องแรก จะต้องทำงานที่ 3 และ 4 ต้องหาฟังก์ชันค่าใช้จ่ายที่เครื่องจักรเครื่องนี้ โดยนำฟังก์ชันค่าใช้จ่ายของงานที่ 3 และ 4 จากตารางที่ 5.1 มารวมกัน คือ

$$\begin{aligned} MachineCost_1(x) &= JobCost_3(x)+JobCost_4(x) \\ &= (1.5x^4-4.5x^3+4.5x^2-1.5x+0.16)+(1.5x^4-2.75x^3+1.22x^2-0.19x+0.22) \\ &= 3x^4-7.25x^3+5.72x^2-1.69x+0.38 \end{aligned}$$

เมื่อ $MachineCost_i(x)$ เป็นฟังก์ชันค่าใช้จ่ายรวมที่เครื่องจักรที่ i

$JobCost_j(x)$ เป็นฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากการปรับความเร็วของงานที่ j

จากนั้นใช้การหาอนุพันธ์ตัวแปรเดียวหาจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ ด้วยการแก้สมการ

$$\frac{d(3x^4-7.25x^3+5.72x^2-1.69x+0.38)}{dx}=0$$

ได้ค่าความเร็ว 3 ค่า คือ 0.25 0.56 และ 1 รวมกับค่าขอบเขตความเร็วของเครื่องจักรอีก 2 ค่า (1 0.1) เป็น 5 ค่า คือ 1 1 0.25 0.56 และ 0.1 ตามลำดับ

จากค่าความเร็วที่ได้มาแต่ละค่า นำมาหาค่าเวลาปิดงานที่เครื่องจักรเครื่องนี้ได้เป็น 1100 100 500 750 และ 380 ตามลำดับ

พร้อมทั้งแทนค่าความเร็วเหล่านี้เข้ากับฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเพื่อหาค่าใช้จ่ายที่เครื่องจักรนี้ได้เป็น 0.16 0.16 0.21 0.25 และ 0.26 ตามลำดับ

จากนั้นจึงเรียงลำดับระหว่างแต่ละหลักตามค่าใช้จ่ายจากน้อยไปมาก

เมื่อคำนวณค่าตัวแปรต่างๆ ที่เครื่องจักรที่เหลือด้วยวิธีเดียวกัน จะทำให้ได้ค่าตัวแปรครบทุกค่าตามตารางที่ 5.3

<u>ตัวอย่างการคำนวณค่าเวลาปิดงานและค่าใช้จ่ายของเครื่องจักรที่ 1 ที่ความเร็ว 0.25</u>

จากตารางที่ 5.3 ที่เครื่องจักรเครื่องที่ 1 ความเร็ว 0.25 อยู่ในช่วงเวลาปิดงานช่วงแรก (ที่เครื่องจักรนี้ มีช่วงเวลาปิดงานช่วงเดียว) จึงแทนค่า $x = 0.25$ ลงในฟังก์ชัน $mp = 800x+300$

ได้ $mp = 500$

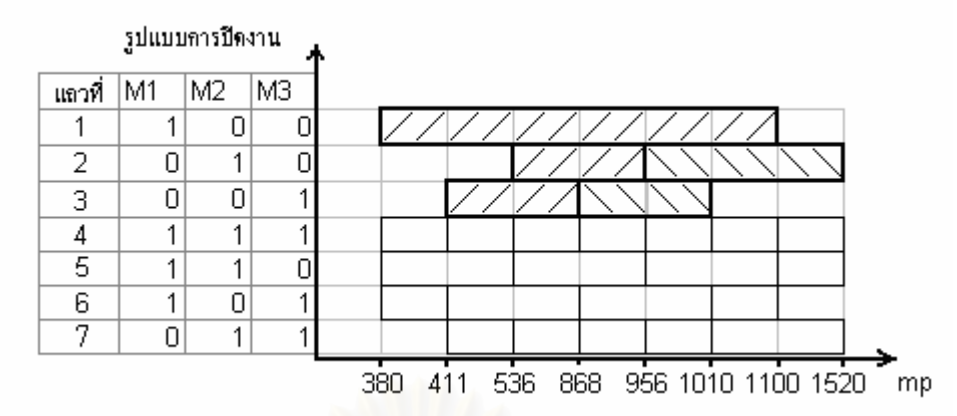
และแทนค่า $x = 0.25$ ลงในฟังก์ชัน $Cost_1(x) = 3x^4-7.25x^3+5.72x^2-1.69x+0.38$

ได้ $Cost_1(x) = 0.21$

สำหรับการคำนวณค่าเวลาปิดงานและค่าใช้จ่ายจากความเร็วที่เหลือทั้ง 14 ค่า ซึ่งมาจากเครื่องจักรที่ 1 อีก 4 ค่า จากเครื่องจักรที่ 2 อีก 5 ค่า และจากเครื่องจักรที่ 3 อีก 4 ค่า จะสามารถทำได้ในทำนองเดียวกัน

ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายที่แต่ละเครื่องจักรจะนำไปใช้ในการหาฟังก์ชันค่าใช้จ่ายส่วนที่ทำให้เกิดเวลาปิดงาน ส่วนจุดต่ำสุดทั้ง 5 จุดที่คำนวณมา จะนำไปใช้ในส่วนที่ไม่ได้ทำให้เกิดเวลาปิดงานต่อไป

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.5 รูปแบบการปิดงานพร้อมกัน และช่วงเวลาปิดงานร่วม

<u>การสร้างรูปแบบการปิดงานพร้อมกัน และช่วงเวลาปิดงานร่วม</u>

การหาค่าต่ำสุดแบ่งการคำนวณแยกเป็น ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายส่วนที่ทำให้เกิดเวลาปิดงาน กับส่วนที่ไม่ได้ทำให้เกิดเวลาปิดงาน ซึ่งฟังก์ชันค่าใช้จ่ายส่วนที่ทำให้เกิดเวลาปิดงานนั้นจะต้องสร้างรูปแบบการทดสอบตามรูปแบบการปิดงานพร้อมกัน ร่วมกับช่วงเวลาปิดงานจากตารางที่ 5.2 เนื่องจากมีเครื่องจักร 3 เครื่อง ทำให้ตามรูปแบบการปิดงานพร้อมกัน ได้ 2^3-1 = 7 กรณี ตามหัวข้อของแต่ละแถวในรูปที่ 5.5 ซึ่งในแต่ละกรณีเหล่านี้ จะต้องกำหนดช่วงเวลาปิดงานที่จะทดสอบ เพราะในแต่ละช่วงเหล่านั้นจะใช้การแทนค่าฟังก์ชันเวลาปิดงานแตกต่างกันไปตามช่วงเวลาปิดงานแต่ละช่วง

ตัวอย่างในแถวที่ 5 เป็นรูปแบบการปิดงานพร้อมกัน (1, 1, 0) คือเครื่องที่ 1 และ 2 ปิดงานพร้อมกัน จึงใช้ช่วงเวลาปิดงานจากเครื่องที่ 1 กับ 2 รวมกัน คือ ที่เครื่องจักรที่ 1 มีจุดแบ่งช่วงเวลาปิดงานอยู่ที่ *mp* = 380 และ 1,100 ที่เครื่องจักรที่ 2 มีจุดแบ่งช่วงเวลาปิดงานอยู่ที่ *mp* = 536 956 และ 1,520 เมื่อนำมารวมกันจะได้จุดแบ่งช่วงเวลาปิดงานอยู่ที่ *mp* = 380 536 956 1,100 และ 1,520 ซึ่งทำให้ได้ช่วงเวลาปิดงาน 4 ช่วง สำหรับการคำนวณและการแทนค่าในแต่ละช่วงจะได้แสดงในหัวข้อถัดไป

การคำนวณในแต่ละช่วงเวลาปิดงานจะทำให้ได้ค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดและความเร็วที่ใช้ตามตารางที่ 5.4 – ตารางที่ 5.10 จากนั้นจึงเลือกจุดทดสอบที่มีค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด ได้ความเร็วเครื่องจักรที่จะนำไปใช้ในอัลกอริทึมหลักในรอบถัดไป

ตารางที่ 5.4 ผลการคำนวณค่าใช้จ่ายที่จุดทดสอบทุกจุด

ลำดับวนรอบ	ช่วงเวลาปิดงาน	ความเร็ว (x_{ref})	ค่าใช้จ่ายรวม /เงื่อนไขยกเว้น
100 1 0	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	B
100 1 1	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	B
100 1 2	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	B
100 1 3	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	B
100 1 4	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.14	A
100 2 0	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	A
100 2 1	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	A
100 2 2	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	A
100 2 3	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.14	B
100 2 4	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.30	B
100 3 0	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	A
100 3 1	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	A
100 3 2	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	A
100 3 3	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.30	B
100 3 4	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.71	21.75
100 4 0	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
100 4 1	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
100 4 2	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
100 4 3	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.71	21.75
100 4 4	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.82	24.14
100 5 0	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
100 5 1	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
100 5 2	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
100 5 3	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.82	24.14
100 5 4	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.89	25.75
100 6 0	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
100 6 1	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
100 6 2	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
100 6 3	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.89	25.75
100 6 4	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	1.00	28.43
100 7 0	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
100 7 1	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
100 7 2	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
100 7 3	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	1.00	28.43
100 7 4	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	1.52	A

A ข้อยกเว้นตามเงื่อนไขของความเร็ว

B ข้อยกเว้นตามเงื่อนไขการไม่ได้เป็นเครื่องจักรที่ปิดงาน

(ดูรายละเอียดคำอธิบายที่ตอนท้ายของบทนี้)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5.4 (ต่อ) ผลการคำนวณค่าใช้จ่ายที่จุดทดสอบทุกจุด

ลำดับวนรอบ	ช่วงเวลาปิดงาน	ความเร็ว (x_{ref})	ค่าใช้จ่ายรวม /เงื่อนไขยกเว้น
010 1 0	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	11.79
010 1 1	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	11.79
010 1 2	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	11.79
010 1 3	380 ≤ *mp* ≤ 411	-0.08	A
010 1 4	380 ≤ *mp* ≤ 411	-0.05	A
010 2 0	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	11.79
010 2 1	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	11.79
010 2 2	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	11.79
010 2 3	411 ≤ *mp* ≤ 536	-0.05	A
010 2 4	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	11.79
010 3 0	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	11.79
010 3 1	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	11.79
010 3 2	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	11.79
010 3 3	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	11.79
010 3 4	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.49	A
010 4 0	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
010 4 1	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
010 4 2	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
010 4 3	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.49	20.15
010 4 4	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.59	24.10
010 5 0	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
010 5 1	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
010 5 2	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
010 5 3	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.59	24.10
010 5 4	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.63	A
010 6 0	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
010 6 1	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
010 6 2	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
010 6 3	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.63	25.70
010 6 4	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.69	28.36
010 7 0	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
010 7 1	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
010 7 2	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
010 7 3	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.69	28.36
010 7 4	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	1.00	40.74

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5.4 (ต่อ) ผลการคำนวณค่าใช้จ่ายที่จุดทดสอบทุกจุด

ลำดับวนรอบ	ช่วงเวลาปิดงาน	ความเร็ว (x_{ref})	ค่าใช้จ่ายรวม /เงื่อนไขยกเว้น
110 1 0	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	A
110 1 1	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	A
110 1 2	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	A
110 1 3	380 ≤ *mp* ≤ 411	-0.08	A
110 1 4	380 ≤ *mp* ≤ 411	-0.05	A
110 2 0	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	11.80
110 2 1	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	11.80
110 2 2	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	11.80
110 2 3	411 ≤ *mp* ≤ 536	-0.05	A
110 2 4	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	11.80
110 3 0	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	11.80
110 3 1	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	11.80
110 3 2	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	11.80
110 3 3	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	11.80
110 3 4	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.49	A
110 4 0	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
110 4 1	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
110 4 2	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
110 4 3	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.49	20.18
110 4 4	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.59	24.09
110 5 0	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
110 5 1	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
110 5 2	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
110 5 3	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.59	24.09
110 5 4	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.63	A
110 6 0	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
110 6 1	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
110 6 2	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
110 6 3	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.63	25.67
110 6 4	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.69	28.31
110 7 0	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
110 7 1	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
110 7 2	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
110 7 3	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.69	28.31
110 7 4	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	1.00	A

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5.4 (ต่อ) ผลการคำนวณค่าใช้จ่ายที่จุดทดสอบทุกจุด

ลำดับวนรอบ	ช่วงเวลาปิดงาน	ความเร็ว (x_{ref})	ค่าใช้จ่ายรวม /เงื่อนไขยกเว้น
001 1 0	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	B
001 1 1	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	B
001 1 2	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	B
001 1 3	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.05	A
001 1 4	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	B
001 2 0	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	B
001 2 1	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	B
001 2 2	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	B
001 2 3	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	B
001 2 4	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.30	A
001 3 0	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	A
001 3 1	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	A
001 3 2	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	A
001 3 3	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.30	B
001 3 4	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.85	21.51
001 4 0	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
001 4 1	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
001 4 2	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
001 4 3	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.85	21.51
001 4 4	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.94	A
001 5 0	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
001 5 1	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
001 5 2	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
001 5 3	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.94	24.18
001 5 4	955 ≤ *mp* ≤ 1010	1.00	25.86
001 6 0	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
001 6 1	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
001 6 2	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
001 6 3	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	1.00	25.86
001 6 4	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	1.10	A
001 7 0	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
001 7 1	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
001 7 2	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
001 7 3	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	1.10	A
001 7 4	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	1.54	A

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5.4 (ต่อ) ผลการคำนวณค่าใช้จ่ายที่จุดทดสอบทุกจุด

ลำดับวนรอบ	ช่วงเวลาปิดงาน	ความเร็ว (x_{ref})	ค่าใช้จ่ายรวม /เงื่อนไขยกเว้น
101 1 0	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	A
101 1 1	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	A
101 1 2	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	A
101 1 3	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.05	A
101 1 4	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	A
101 2 0	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	B
101 2 1	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	B
101 2 2	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	B
101 2 3	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	B
101 2 4	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.30	A
101 3 0	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	A
101 3 1	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	A
101 3 2	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	A
101 3 3	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.30	A
101 3 4	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.85	21.53
101 4 0	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
101 4 1	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
101 4 2	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
101 4 3	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.85	21.53
101 4 4	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.94	A
101 5 0	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
101 5 1	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
101 5 2	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
101 5 3	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.94	24.17
101 5 4	955 ≤ *mp* ≤ 1010	1.00	25.82
101 6 0	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
101 6 1	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
101 6 2	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
101 6 3	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	1.00	25.82
101 6 4	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	1.10	A
101 7 0	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
101 7 1	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
101 7 2	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
101 7 3	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	1.10	A
101 7 4	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	1.54	A

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5.4 (ต่อ) ผลการคำนวณค่าใช้จ่ายที่จุดทดสอบทุกจุด

ลำดับวนรอบ	ช่วงเวลาปิดงาน	ความเร็ว (x_{ref})	ค่าใช้จ่ายรวม /เงื่อนไขยกเว้น
011 1 0	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	A
011 1 1	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	A
011 1 2	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	A
011 1 3	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.05	A
011 1 4	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	A
011 2 0	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	A
011 2 1	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	A
011 2 2	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	A
011 2 3	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	A
011 2 4	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.30	A
011 3 0	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	A
011 3 1	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	A
011 3 2	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	A
011 3 3	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.30	A
011 3 4	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.85	A
011 4 0	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
011 4 1	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
011 4 2	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
011 4 3	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.85	21.48
011 4 4	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.94	A
011 5 0	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
011 5 1	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
011 5 2	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
011 5 3	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.94	24.13
011 5 4	955 ≤ *mp* ≤ 1010	1.00	25.78
011 6 0	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
011 6 1	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
011 6 2	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
011 6 3	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	1.00	25.78
011 6 4	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	1.10	A
011 7 0	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
011 7 1	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
011 7 2	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
011 7 3	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	1.10	A
011 7 4	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	1.54	A

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5.4 (ต่อ) ผลการคำนวณค่าใช้จ่ายที่จุดทดสอบทุกจุด

ลำดับวนรอบ	ช่วงเวลาปิดงาน	ความเร็ว (x_{ref})	ค่าใช้จ่ายรวม /เงื่อนไขยกเว้น
110 1 0	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	A
110 1 2	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	A
111 1 2	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	A
111 1 3	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.05	A
111 1 4	380 ≤ *mp* ≤ 411	0.10	A
111 2 0	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	A
111 2 1	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	A
111 2 2	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	A
111 2 3	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.10	A
111 2 4	411 ≤ *mp* ≤ 536	0.30	A
111 3 0	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	A
111 3 1	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	A
111 3 2	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.10	A
111 3 3	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.30	A
111 3 4	536 ≤ *mp* ≤ 867	0.85	A
111 4 0	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
111 4 1	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
111 4 2	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.10	A
111 4 3	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.85	21.50
111 4 4	867 ≤ *mp* ≤ 955	0.94	A
111 5 0	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
111 5 1	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
111 5 2	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.10	A
111 5 3	955 ≤ *mp* ≤ 1010	0.94	24.11
111 5 4	955 ≤ *mp* ≤ 1010	1.00	25.74
111 6 0	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
111 6 1	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
111 6 2	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	0.10	A
111 6 3	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	1.00	25.74
111 6 4	1010 ≤ *mp* ≤ 1100	1.10	A
111 7 0	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
111 7 1	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
111 7 2	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	0.10	A
111 7 3	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	1.10	A
111 7 4	1100 ≤ *mp* ≤ 1520	1.54	A
ค่าใช้จ่ายที่ต่ำที่สุด		**0.10**	**11.79**

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5.5 การทดสอบจุดทดสอบแต่ละจุดในแต่ละช่วงเวลาปิดงาน

ในหัวข้อนี้แสดงการคำนวณค่าใช้จ่ายทั้งหมดและการทดสอบจุดทดสอบแต่ละจุดในแต่ละช่วงเวลาปิดงาน โดยแสดงการคำนวณในรูปแบบการปิดงานพร้อมกันในแถวที่ 5 (เครื่องจักรที่ 1 ปิดงานพร้อมกับเครื่องจักรที่ 2) ช่วงเวลาปิดงานรวม $956 \leq mp \leq 1100$ ตามรูปที่ 5.5 เป็นตัวอย่าง ซึ่งช่วงเวลาปิดงานรวมนี้มาจากช่วงเวลาปิดงาน $380 \leq mp \leq 1100$ จากเครื่องจักรที่ 1 ซึ่งมีฟังก์ชันเวลาปิดงานคือ $mp_1 = 800.0x_1 + 300.0$ และช่วงเวลาปิดงาน $956 \leq mp \leq 1520$ จากเครื่องจักรที่ 2 ซึ่งมีฟังก์ชันเวลาปิดงานคือ $mp_2 = 1370.0x_2 + 150.0$

ในส่วนแรกจะเป็นการคำนวณค่าใช้จ่ายในส่วนที่ทำให้เกิดเวลาปิดงานซึ่งมาจากเครื่องจักรที่ 1 และเครื่องจักรที่ 2 รวมกับค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงาน โดยจะต้องแปลงค่าตัวแปรให้อยู่ในรูปตัวแปรความเร็วอ้างอิงก่อน เพื่อที่จะนำไปหาค่าต่ำสุดด้วยการหาอนุพันธ์ตัวแปรเดียวต่อไป

เลือก x_2 เป็นตัวแปรความเร็วอ้างอิง (ในโปรแกรมใช้การเลือกเครื่องจักรลำดับหลังสุดในส่วนที่ทำให้เกิดเวลาปิดงาน มาเป็นตัวแปรอ้างอิง)

<u>ที่เครื่องจักรที่ 1</u> ต้องแปลงตัวแปรความเร็ว x_1 ไปเป็น x_2 โดยใช้ความสัมพันธ์เวลาปิดงานพร้อมกัน คือ $mp_1 = mp_2$ แทนค่าฟังก์ชันเวลาปิดงานในช่วงเวลาปิดงานที่สอดคล้องกันตามตารางที่ 5.2

ได้ $800.0x_1+300.0 = 1370.0x_2+150.0$

จึงย้ายข้างสมการเพื่อแปลงตัวแปรความเร็ว x_1 ไปเป็น x_2 ได้เป็น

$x_1 = 1.7125\, x_2 - 0.1875$

จากนั้นแทนค่าลงในฟังก์ชันค่าใช้จ่ายที่เครื่องจักรเครื่องแรก

$MachineCost_1(x_1) = 3x_1^4-7.25x_1^3+5.72x_1^2-1.69x_1+0.38$

ได้

$$MachineCost_1'(x_2) = 25.8x_2^4-47.71x_2^3+30.59x_2^2-8.01x_2+0.95 \quad (5.1)$$

<u>ที่เครื่องจักรที่ 2</u> เป็นเครื่องจักรอ้างอิงไม่ต้องแปลงตัวแปร มีฟังก์ชันค่าใช้จ่าย

$$MachineCost_2(x_2) = x_2^4-6.11x_2^3+3.54x_2^2-0.77x_2+0.34 \quad (5.2)$$

ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงาน

จากตารางที่ 5.1

$C_0(mp) = 0.03\ mp - 5.11$

แทนค่า mp_2 ตามฟังก์ชันค่าเวลาปิดงานที่เครื่องจักรที่ 2

$mp_2 = 1370.0x_2 + 150.0$

ได้เป็น

$C_0'(x_2) = 41.1x_2 - 0.61$ (5.3)

เมื่อรวมค่าใช้จ่ายจากทั้ง 3 ส่วนจาก (5.1) + (5.2) + (5.3)

จะได้เป็นฟังชันค่าใช้จ่าย ในส่วนที่ทำให้เกิดเวลาปิดงาน

$toMPcost(x) = 28.8x^4 - 53.82x^3 + 34.13x^2 + 32.32x + 0.68$

จากนั้นใช้การหาอนุพันธ์ตัวแปรเดียวหาจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ ด้วยการแก้สมการ

$$\frac{d\left(28.8x^4 - 53.82x^3 + 34.13x^2 + 32.32x + 0.68\right)}{dx} = 0$$

ได้ค่าความเร็ว 1 ค่า คือ -0.27 แต่ไม่ผ่านเงื่อนไขแรก (เงื่อนไข A) เพราะให้ความเร็วที่อยู่นอกขอบเขตความเร็ว ความเร็วอีก 2 ค่า เป็นจำนวนเชิงซ้อน ซึ่งใช้ไม่ได้เหมือนกัน จึงเหลือค่าความเร็วที่จะต้องทดสอบต่อไปเป็นค่าความเร็วที่ขอบเขตของช่วงเวลาปิดงาน 2 ค่า คือ x_2=0.59 x_1=1 (เมื่อ mp = 955.88 และ mp = 1100 ตามลำดับ)

จากค่าความเร็วที่ได้มาทั้ง 2 ค่า นำมาหาค่าเวลาปิดงานที่เครื่องจักรเครื่องนี้ได้เป็น 958.3 และ 1100 ตามลำดับ

พร้อมทั้งแทนค่าความเร็วเหล่านี้เข้ากับฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเพื่อหาค่าใช้จ่ายที่เครื่องจักรนี้ได้เป็น 24.00 และ 28.22 ตามลำดับ

(การคำนวณค่าเวลาปิดงานและฟังก์ชันค่าใช้จ่ายทำได้ในทำนองเดียวกันกับการคำนวณค่าในตารางที่ 5.3)

จุดทดสอบที่ได้มาทั้งหมด (ในตัวอย่างนี้มี 2 จุด) จะต้องนำมาใช้เป็นเงื่อนไขในการหาค่าใช้จ่ายในส่วนที่ไม่ได้ทำให้เกิดเวลาปิดงานต่อไป ซึ่งยกตัวอย่างการคำนวณที่จุดทดสอบที่ความเร็ว x_2 = 0.59, mp = 958.3, $toMPcost$ = 24.00 และ x_1 = 0.82 (หา x_1 ได้มาจากการแก้สมการ $800.0x_1 + 300.0 = 1370.0x_2 + 150.0$ เมื่อ x_2 = 0.59)

ที่เครื่องจักรที่ 3

ต่อไปเป็นการหาค่าใช้จ่ายจากเครื่องจักรในส่วนที่ไม่ได้ทำให้เกิดเวลาปิดงาน คือ เครื่องจักร 3 ซึ่งใช้วิธีเลือกค่าใช้จ่ายเริ่มจากค่าใช้จ่ายที่ต่ำที่สุดในตารางที่ 5.3 สำหรับเครื่องจักรที่ 3 ให้เลือกเรียงลำดับไป พร้อมกับทดสอบเงื่อนไขเวลาปิดงานว่า จะต้องได้ค่าเวลาปิดงานน้อยกว่าค่าเวลาปิดงานจริงที่คำนวณได้จากส่วนที่ทำให้เกิดเวลาปิดงาน ได้ mp_3 = 871 เป็นค่าแรกที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $mp_3 < 958.3$ พร้อมกับได้ $x_3 = 0.85$ และ $cost_3 = 0.09$ จากค่าตัวแปรต่างๆ ในสดมภ์แรก

จากนั้นจึงคำนวณค่าใช้จ่ายทั้งหมดได้เป็น

$totalCost = toMPcost + notMPcost$

$= 24.00 + 0.09$

$= 24.09$

เมื่อ $notMPcost = cost_3 = 0.09$

ในหัวข้อนี้ได้แสดงตัวอย่างการคำนวณค่าใช้จ่าย ในกรณีการปิดงานพร้อมกันของเครื่องจักรที่ 1 กับ 2 ช่วงเวลาปิดงานรวม $955.88 \leq mp \leq 1100$ จุดทดสอบที่ความเร็ว $x_2 = 0.59$, $mp = 1100$, $toMPcost = 24.00$ ซึ่งได้ค่าใช้จ่ายรวมเป็น 24.09 บันทึกลงตารางที่ 5. ลำดับวนรอบที่ (110 4 4) พร้อมกับคำนวณความเร็วของเครื่องจักรแต่ละเครื่องได้เป็น $(x'_1,x'_2,x'_3) = (0.82,0.59,0.85)$ เมื่อวนรอบทำซ้ำ ให้ครบทุกจุดทดสอบ ช่วงเวลาปิดงาน และกรณีการปิดงานพร้อมกัน จะได้ค่าใช่จ่ายครบตามตามตารางที่ 5.4 - 5.10 จากนั้น เลือกค่าใช้จ่ายที่ต่ำที่สุด คือ 11.75 ซึ่งมีความเร็วความเร็วของเครื่องจักรแต่ละเครื่องเป็น $(x'_1,x'_2,x'_3) = (0.10,0.10,0.25)$ จบการทดสอบการจัดตารางในรอบที่ 1 พร้อมกับได้ความเร็วเครื่องจักรทุกเครื่อง สำหรับการทดสอบการจัดตารางในรอบที่ 2 ซึ่งเมื่อทำการทดสอบการจัดตารางจนครบตามเงื่อนไข ก็จะได้การจัดตารางเสร็จสิ้นตามที่แสดงในหัวข้อที่ 5.3

ข้อยกเว้นตามเงื่อนไขของความเร็ว (ข้อยกเว้น A)

ในขั้นตอนหลังจากที่ได้คำนวณฟังก์ชันค่าใช้จ่ายในส่วนที่ทำให้เกิดเวลาปิดงานมาและใช้การหาอนุพันธ์เพื่อคำนวณหาจุดต่ำสุดสัมพัทธ์มาแล้ว จะต้องทดสอบว่าความเร็วที่จุดต่ำสุดเหล่านี้ อยู่ในขอบเขตความเร็วที่ถูกต้องตามช่วงเวลาปิดงานหรือไม่ ถ้าหากถูกต้องจึงดำเนินตามขั้นตอนต่อไป แต่ถ้ามีจุดใดที่ไม่ผ่านเงื่อนไข จะต้องละทิ้งจุดนั้นไป ไม่ต้องนำมาคำนวณต่อไป

<u>ข้อยกเว้นตามเงื่อนไขการไม่ได้เป็นเครื่องจักรที่ปิดงาน</u> (ข้อยกเว้น B)

จากจุดทดสอบซึ่งเป็นจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ได้จากฟังก์ชันค่าใช้จ่ายในส่วนที่ทำให้เกิดเวลาปิดงานแต่ละจุด จะต้องนำมาหาความเร็วและค่าใช้จ่ายที่เครื่องจักรที่เหลือ ดังเช่นในตัวอย่างการคำนวณในบทนี้ ณ จุดทดสอบ x_2=0.59 mp = 955.88 จะสามารถหาความเร็วของเครื่องจักรที่เหลือ คือ เครื่องจักรที่ 3 ที่มีค่าน้อยกว่า 955.88 ได้เป็น mp_3 = 871 ซึ่งจะสามารถคำนวณเป็นค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดเพื่อบันทึกลงตารางที่ 5.4 ได้ แต่สมมติว่ามีจุดทดสอบจุดหนึ่งซึ่งคำนวณค่าเวลาปิดงานมาได้เป็น mp = 400 จากตารางที่ 5.3 ที่เครื่องจักรที่ 3 จะเห็นได้ว่าค่าเวลาปิดงานของเครื่องจักรที่ 3 ทั้ง 5 ค่า มีค่ามากกว่า 400 ทำให้ที่จุดทดสอบนี้ไม่ผ่านเงื่อนไข และเกิดข้อยกเว้น ไม่ต้องทำการคำนวณที่จุดนี้ต่อไป

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 6

การทดลองและประเมินผลงานวิจัย

6.1 การประเมินผลงานวิจัย

การประเมินผลงานวิจัยทำได้โดยเปรียบเทียบค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ได้มาจากงานวิจัยที่นำเสนอกับงานวิจัยอ้างอิง โดยใช้งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในหัวข้อที่ 2.4 งานที่ 2 [5] เป็นงานวิจัยอ้างอิง ซึ่งมีการเปรียบเทียบลักษณะของปัญหาได้ตามตารางที่ 6.1

ตารางที่ 6.1 เงื่อนไขและข้อกำหนดในงานวิจัยเพื่อใช้ในการประเมินผล

งานวิจัย	**งานวิจัยอ้างอิง [5]**	**งานวิจัยนี้**
การจัดเรียงเครื่องจักร	เครื่องจักรขนาน	เครื่องจักรขนาน
ควบคุมความเร็วเครื่องจักร	ไม่ได้	**ได้**
ควบคุมเวลาพร้อมเริ่มงาน	ไม่ได้	ไม่ได้
ควบคุมเวลาดำเนินงาน	**ได้**	ไม่ได้
ฟังก์ชันค่าใช้จ่าย	เชิงเส้น	**พหุนาม**
เวลาพร้อมเริ่มงาน	พร้อมกัน	**แตกต่างกัน**
ตัววัดสมรรถนะ	เวลาปิดงาน	เวลาปิดงาน

เนื่องจากงานวิจัยทั้ง 2 งานวิจัยนี้ มีข้อแตกต่างกันในเรื่องของลักษณะฟังก์ชันค่าใช้จ่ายปัจจัยหนึ่งและ รูปแบบเวลาพร้อมเริ่มงานอีกปัจจัยหนึ่ง จึงทำการเปรียบเทียบตามรูปแบบของปัจจัยทั้ง 2 เป็น 4 กรณี ดังนี้คือ

ตารางที่ 6.2 รูปแบบการทดลอง

ฟังก์ชันค่าใช้จ่าย	**เวลาพร้อมเริ่มงาน**	
	เวลาพร้อมเริ่มงานแตกต่างกัน	**เวลาพร้อมเริ่มงานพร้อมกัน**
พหุนามกำลัง 4	ผลการทดลองกลุ่ม A	ผลการทดลองกลุ่ม B
เชิงเส้น	ผลการทดลองกลุ่ม C	ผลการทดลองกลุ่ม D

6.2 การปรับค่าเงื่อนไขต่าง ๆ ในการทดลอง

การเปรียบเทียบให้สร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ตามอัลกอริธึมจากงานวิจัยทั้ง 2 งานวิจัย เพื่อนำมาใช้แก้ปัญหาจากตัวอย่างปัญหาที่ได้สุ่มขึ้นมาจำนวนหนึ่ง โดยให้เปรียบเทียบค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ได้

การเปรียบเทียบค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในแต่ละกรณี ใช้การสุ่มค่าตัวแปร ทำการทดลองซ้ำ กรณีละ 100 ตัวอย่างโจทย์สุ่ม

การสร้างโจทย์ตัวอย่างสุ่มให้แต่ละตัวแปร สุ่มค่าแบบกระจายอย่างสม่ำเสมอโดยมีค่าสูงที่สุดและต่ำที่สุดตามตารางที่ 6.3

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6.3 ขอบเขตของตัวแปรที่ใช้ในการทดลอง

ตัวแปร	ค่าต่ำสุด	ค่าสูงสุด
จำนวนเครื่องจักร (m)	3	5
จำนวนงาน (n)	m	10
เวลาดำเนินงานของงานแต่ละงาน (p)	1	p_{max} =100
ระยะห่างระหว่างเวลาพร้อมเริ่มงานของงานแต่ละงานกับงานต่อไปในกรณีเวลาพร้อมเริ่มงานแตกต่างกัน (Δr)	1	p_{max}/m
ปัจจัยเวลาดำเนินงาน (x)	1/10	1
พารามิเตอร์ทั้ง 4 พารามิเตอร์ของฟังก์ชันค่าใช้จ่ายของงานแต่ละงานในกรณีเป็นฟังก์ชันพหุนาม (a,b,c,d; e=4/n)	-1/n	1/n
พารามิเตอร์ทั้ง 4 พารามิเตอร์ของฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงานแบบแปลงในกรณีเป็นฟังก์ชันพหุนาม (a',b',c',d'; e'=4) (รายละเอียดการแปลงฟังก์ชันอยู่ในส่วนเนื้อหาถัดไป)	-1	1
พารามิเตอร์แทนความชันเส้นตรงในฟังก์ชันค่าใช้จ่ายของงานแต่ละงานในกรณีเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น (d; $a,b,c=0$, e=8/n)	-8/n	0
พารามิเตอร์แทนความชันเส้นตรงในฟังก์ชันค่าใช้จ่ายของงานแต่ละงานในกรณีเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น (d_0; a_0,b_0,c_0,e_0=0)	0	8/ mp_0

การกำหนดค่าขอบเขตของตัวแปรตามตารางที่ 6.3 อยู่บนพื้นฐานดังนี้ คือ

1) กำหนดให้ตัวแปรมีค่าครอบคลุมตามที่โจทย์ต้องการ ไม่ให้กำหนดเฉพาะเจาะจงไปที่บริเวณใดบริเวณหนึ่งในเซตของโจทย์ปัญหา

2) กำหนดให้มีความเป็นไปได้ในการใช้โปรแกรมทดสอบ คือ ให้โปรแกรมสามารถดำเนินงาน จนจบ โดยใช้เวลาไม่เกิน 1 ชั่วโมง ต่อ 1 ตัวอย่างสุ่ม

3) กำหนดค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดให้มีค่ามากกว่าศูนย์ เพื่อให้สามารถเปรียบเทียบแบบเทียบอัตราส่วนได้ตามหัวข้อที่ 6.3

จำนวนเครื่องจักร และจำนวนงาน

กำหนดขอบเขตตามข้อกำหนดในข้อ 2

เวลาดำเนินงานของงานแต่ละงาน

กำหนดให้เป็นค่าจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 100 จะได้ค่าที่แตกต่างกัน 100 ค่า ซึ่งเพียงพอต่อการทดสอบ (ส่วนการกำหนดให้ได้ค่าที่มากๆ เกินไป จะทำให้ไม่มีค่าที่ซ้ำกันเกิดขึ้น)

ระยะห่างระหว่างเวลาพร้อมเริ่มงานของงานแต่ละงานกับงานต่อไป

เนื่องจากค่าของปัจจัยตัวนี้ มีผลโดยตรงกับรูปแบบการจัดตาราง คือ ถ้าปัจจัยตัวนี้มีค่ามากเกินไป การปรับความเร็วงานจะไม่มีผลต่อค่าเวลาปิดงาน เพราะค่าเวลาปิดงานจะขึ้นอยู่กับงานสุดท้ายเท่านั้น ซึ่งเป็นกรณีเฉพาะที่ไม่ใช่กรณีหลักที่โจทย์สนใจ โดยการส่งผลต่อค่าเวลาปิดงานจะเริ่มมีขึ้นเมื่อ $\Delta r=p/m$ จึงใช้ค่า p_{max}/m เป็นขอบเขตบนของตัวแปรนี้

พารามิเตอร์ทั้ง 4 พารามิเตอร์ของฟังก์ชันค่าใช้จ่ายของงานแต่ละงาน

เนื่องจากค่าฟังก์ชันค่าใช้จ่ายในส่วนของเวลาปิดงาน และส่วนของการปรับความเร็ว มีผลในการจัดตารางงานคือ ถ้าฟังก์ชันหนึ่งให้ค่าใช้จ่ายที่สูงกว่าอีกค่าหนึ่งมากๆ การจัดตารางก็จะเน้นไปที่ค่าฟังก์ชันนั้นมากเกินไป เช่น ถ้าฟังก์ชันค่าใช้จ่ายในส่วนของเวลาปิดงานมีสัมประสิทธิ์สูงมาก จะเกิดการจัดตารางให้เวลาปิดงานมีค่าต่ำที่สุด โดยไม่สนใจค่าใช้จ่ายในการปรับความเร็ว หรือ ถ้าฟังก์ชันค่าใช้จ่ายในส่วนของเวลาปิดงานมีสัมประสิทธิ์ต่ำมาก จะเกิดการจัดตารางให้ค่าใช้จ่ายในการปรับความเร็วมีค่าต่ำที่สุด โดยไม่สนใจค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงาน ซึ่งงานวิจัยนี้

ไม่ได้ต้องการให้เกิดรูปแบบการจัดตารางไปในด้านใดด้านหนึ่ง แต่ต้องการให้สามารถจัดตารางได้ในทั้ง 2 แบบ รวมถึงในแบบที่ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายทั้ง 2 มีความสมดุลกันด้วย จึงกำหนดเงื่อนไขต่างๆ ดังนี้ คือ กำหนดให้ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายในส่วนของเวลาปิดงาน และส่วนของการปรับความเร็ว อยู่ในขอบเขตเดียวกัน คือ 0 ถึง 8 ซึ่งมาจากการกำหนดขอบเขตของตัวแปรต่างๆ ในฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากการปรับความเร็ว $C_{ij}(x_j) = a_{ij}x_j^4 + b_{ij}x_j^3 + c_{ij}x_j^2 + d_{ij}x_j + e_{ij}$ ดังนี้ คือ

จากเงื่อนไขขอบเขตของปัจจัยความเร็วในโจทย์ทั่วไป $0 \leq x_j \leq 1$

หรือเงื่อนไขในงานวิจัยนี้ $0.1 \leq x_j \leq 1$

ซึ่งทำให้ได้ $x_j^q \leq 1$ สำหรับ $0 \leq q \leq 4$

และเมื่อกำหนดให้ $-1/n \leq a \leq 1/n$ หรือ $|a| \leq 1/n$

ก็จะได้ว่า $-1/n \leq ax_j^q \leq 1/n$

พร้อมทั้งเมื่อกำหนด $|a| \leq 1/n$, $|b| \leq 1/n$, $|c| \leq 1/n$, $|d| \leq 1/n$

และกำหนดให้ $e = 4/n$

จะทำให้ค่าใช้จ่ายรวมจากการปรับความเร็วงาน n งานอยู่ในขอบเขต 0 ถึง 8

ซึ่งค่าขอบเขตที่ค่า $1/n$ นี้จะให้ผลที่ครอบคลุมไปยังค่าขอบเขตใดๆ ในระบบจำนวนจริง

<u>การกำหนดขอบเขตของตัวแปรให้ค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงานอยู่ในช่วง 0 ถึง 8</u>

เนื่องจากค่าเวลาปิดงาน (mp) ไม่ได้มีขอบเขตที่ชัดเจนอย่างค่าปัจจัยความเร็ว (x) จึงได้ประมาณขอบเขตบนของเวลาปิดงานขึ้นมาเป็นค่า mp_0 ซึ่งไม่ใช่ค่าสูงสุดจริงๆ เพราะในการจัดตารางอาจจะจัดให้งานสุดท้ายเสร็จช้าไปเท่าใดก็ได้ตามต้องการ แต่ค่านี้เป็นค่าที่ใกล้เคียงกับค่าสูงสุดของเวลาปิดงานที่จะได้จากทั้งอัลกอริธึมของงานวิจัยนี้ และอัลกอริธึมของงานวิจัยอ้างอิง เพราะอัลกอริธึมในงานวิจัยทั้ง 2 งานนี้ ใช้พื้นฐานในการจัดตารางให้เวลาปิดงานต่ำ

จากฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงาน

$$C_0(mp) = a_0 mp^4 + b_0 mp^3 + c_0 mp^2 + d_0 mp + e_0$$

แปลงมาเป็นฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงาน

$$C_0(mp) = a'\left(\frac{mp}{mp_0}\right)^4 + b'\left(\frac{mp}{mp_0}\right)^3 + c'\left(\frac{mp}{mp_0}\right)^2 + d'\left(\frac{mp}{mp_0}\right) + e_0$$

โดยที่ $a_0 = a'\left(\frac{1}{mp_0}\right)^4, b_0 = b'\left(\frac{1}{mp_0}\right)^3, c_0 = c'\left(\frac{1}{mp_0}\right)^2, d_0 = d'\left(\frac{1}{mp_0}\right)$

จะสามารถกำหนดค่าพารามิเตอร์เพื่อให้ค่าใช้จ่ายอยู่ในช่วง 0 ถึง 8 ได้ดังนี้คือ $|a'| \leq 1$, $|b'| \leq 1$, $|c'| \leq 1$, $|d'| \leq 1$, $e_0 = 4$ ในลักษณะเดียวกันกับฟังก์ชันในหัวข้อก่อนหน้า โดยมีเงื่อนไข $0 \leq \frac{mp}{mp_0} \leq 1$ ในลักษณะเดียวกันกับเงื่อนไข $0 \leq x_j \leq 1$ ซึ่งค่า mp_0 สามารถคำนวณมาได้ดังนี้คือ

ในการจัดตารางให้ได้ค่าเวลาปิดงานต่ำสำหรับเครื่องจักรเดี่ยวจะได้ว่า

$$mp = \max_{1 \leq u \leq n} \left\{ r_u + \sum_{j=u}^{n} p_j \right\}$$

ในการจัดตารางให้ได้ค่าเวลาปิดงานต่ำสำหรับเครื่องจักรขนาน

$$mp = \max_{1 \leq u \leq n} \left\{ r_u + \sum_{j=u, j \in M_u}^{n} p_j \right\} = \max_{1 \leq u \leq n} \left\{ \sum_{j=1}^{u-1} \Delta r_j + \sum_{j=u, j \in M_u}^{n} p_j \right\} \qquad (6.1)$$

เมื่อ M_u แทนเซตของงานที่อยู่บนเครื่องจักรที่ทำให้เกิดเวลาปิดงาน

$r_{j+1} - r_j = \Delta r_j \leq p_{\max} / m$ และ $p_j \leq p_{\max}$ ตามเงื่อนไขในตารางที่ 6.3

และ $r_1 = 0$ เป็นเวลาเริ่มต้นการจัดตาราง

จากนั้น ประมาณค่า $\sum_{j=u, j \in M_u}^{n} p_j$ เป็น $\left(\frac{1}{m}\right)\sum_{j=u}^{n} p_j \leq \left(\frac{1}{m}\right)(n-u+1)p_{\max}$

เมื่อแทนค่าลงใน (6.1) ได้ $mp \leq (u-1)\left(\frac{p_{\max}}{m}\right) + (n-u+1)\left(\frac{p_{\max}}{m}\right) = \frac{np_{\max}}{m}$

จึงกำหนดค่าทางขวาของอสมการ $mp \leq mp_0$ ได้เป็น $mp_0 = \frac{np_{\max}}{m}$

และเมื่อกำหนดให้ $|a'| \leq 1$, $|b'| \leq 1$, $|c'| \leq 1$, $|d'| \leq 1$, $e_0 = 4$

จะได้ $a_0 \le \left(\frac{1}{mp_0}\right)^4, b_0 \le \left(\frac{1}{mp_0}\right)^3, c_0 \le \left(\frac{1}{mp_0}\right)^2, d_0 \le \left(\frac{1}{mp_0}\right)$

เป็นขอบเขตของพารามิเตอร์ของฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงาน

<u>ค่าเวลาพร้อมเริ่มงานในกรณีเวลาพร้อมเริ่มงานพร้อมกัน</u>

กำหนดให้เวลาพร้อมเริ่มงานของทุกงานเท่ากับศูนย์

<u>ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายในกรณีฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น</u>

ในงานวิจัยอ้างอิงได้กำหนดให้ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากการปรับความเร็วเป็นฟังก์ชันลดจึงกำหนดฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากการปรับความเร็วดังนี้คือ

$C_{ij}(x_j) = dx + e$ โดยที่ $d \le 0$

การกำหนดให้ค่าใช้จ่ายอยู่ในช่วง 0 ถึง 8 เช่นเดียวกับกรณีฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเป็นฟังก์ชันพหุนามเริ่มจากอสมการ

$0 \le dx+e \le 8/n$ และ $0 \le x \le 1$

เมื่อกำหนดให้ $e = 8/n$ จะได้ว่า $-8/n \le d < 0$ และได้ค่าใช้จ่ายรวมจากการปรับความเร็วของงานทุกงานอยู่ในช่วง 0 ถึง 8 ตามต้องการ

สรุปเป็นค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ดังนี้คือ

$a = 0, b = 0, c = 0, -8/n \le d \le 0, e = 8/n$ $0.1 \le x \le 1$

ในงานวิจัยอ้างอิงได้กำหนดให้ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงานเป็นฟังก์ชันเพิ่มจึงกำหนดฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงานดังนี้คือ

$C_{ij}(x_j) = d'mp/mp_0 + e$ โดยที่ $d' \ge 0$

การกำหนดให้ค่าใช้จ่ายอยู่ในช่วง 0 ถึง 8 เช่นเดียวกับกรณีฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเป็นฟังก์ชันพหุนามเริ่มจากอสมการ

$0 \le d'mp/mp_0+e \le 8$ และ $0 \le mp/mp_0 \le 1$

เมื่อกำหนดให้ e = 0 จะได้ว่า 0 ≤ d′ ≤ 8 หรือ $0 \le d_0 \le 8/mp_0$ และ $mp_0 = \frac{np_{\max}}{m}$ ด้วยการประมาณค่าในลักษณะเดียวกันกับกรณีฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเป็นฟังก์ชันพหุนาม จึงได้ค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงานอยู่ในช่วง 0 ถึง 8 ตามต้องการ

สรุปเป็นค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ดังนี้คือ

$a_0 = 0,\ b_0 = 0,\ c_0 = 0,\ 0 \le d_0 \le 8m/(np_{max}),\ e_0 = 0$

<u>การปรับฟังก์ชันค่าใช้จ่ายของงานวิจัยอ้างอิงในกรณีฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเป็นฟังก์ชันพหุนามกำลังสี่</u>

เนื่องจากในงานวิจัยอ้างอิงได้กำหนดโจทย์โดยมีฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น การทดสอบในชุดทดสอบ A และ B ซึ่งมีฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเป็นฟังก์ชันพหุนามกำลังสี่ จำเป็นต้องแปลงฟังก์ชันค่าใช้จ่ายให้เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นก่อน ดังนี้ คือ

สำหรับฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากการปรับความเร็วนั้น ในงานวิจัยอ้างอิงได้ใช้ค่าพิกัดที่ขอบเขตล่างและขอบเขตบนของฟังก์ชันค่าใช้จ่าย ซึ่งสามารถใช้ค่าพิกัดที่ขอบเขตล่างและขอบเขตบนของฟังก์ชันพหุนามกำลังสี่ได้ และในการแทนค่าหาค่าใช้จ่ายที่ความเร็วต่างๆ นั้น สามารถแทนค่าในฟังก์ชันพหุนามกำลังสี่ได้เช่นกัน

แต่สำหรับฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงาน ในงานวิจัยอ้างอิงต้องใช้ความชันเส้นตรงของฟังก์ชันค่าใช้จ่ายที่เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น จึงประมาณค่าโดยใช้อนุกรมเทเลอร์รอบจุดกึ่งกลางในช่วงขอบเขตของตัวแปรต้น(เวลาปิดงาน) เพื่อแปลงฟังก์ชันพหุนามกำลังสี่ ให้เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น ซึ่งฟังก์ชันเชิงเส้นที่ได้นี้จะเป็นฟังก์ชันเส้นตรงที่สัมผัสกับฟังก์ชันพหุนามกำลังสี่ที่จุดกึ่งกลางนั้น โดยสามารถกำหนดจุดกึ่งกลางของช่วงเวลาปิดงานเป็น $mp_c = \frac{mp_0}{2} = \frac{np_{\max}}{2m}$ เมื่อประมาณค่าเวลาปิดงานสูงสุดเป็น $mp_0 = \frac{np_{\max}}{m}$ ดังเช่นในหัวข้อก่อนหน้า และประมาณค่าเวลาปิดงานต่ำสุดเป็น 0

การคำนวณค่าความชันของฟังก์ชันค่าใช้จ่ายที่เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นทำได้ ดังนี้

จากฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงาน

$$C_0(mp) = a_0 mp^4 + b_0 mp^3 + c_0 mp^2 + d_0 mp + e_0$$

แทนค่าลงในอนุกรมเทเลอร์ $f(x)$ รอบจุด x_0

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0) f'(x_0) + (x - x_0)^2 f''(x_0)/2! + \ldots + (x - x_0)^k f^{(k)}(mp)/k!$$

เมื่อ k เป็นเลขชี้กำลังของฟังก์ชันใหม่ที่ต้องการ

ต้องการฟังก์ชันเชิงเส้นจากการประมาณค่า $C_0(mp)$ รอบจุด $mp = mp_c$ เมื่อ k=1 ได้

$$C_0(mp) = C_0(mp_c) - mp_c C_0'(mp_c) + mpC_0'(mp_c)$$

และได้ความชันของฟังก์ชันเชิงเส้นนี้เท่ากับ $C_0'(mp_c)$

และเนื่องจากในงานวิจัยอ้างอิงต้องใช้ความชันเส้นตรงในส่วนนี้ที่เป็นค่าบวกเท่านั้น (ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงานเป็นฟังก์ชันเพิ่ม) การทดลองจึงสร้างโจทย์ด้วยการสุ่มค่าตัวแปรต่างๆ ตามเงื่อนไขที่กล่าวมาทั้งหมด พร้อมทั้งหาความชัน จากนั้น จึงเลือกทดสอบเฉพาะโจทย์ที่คำนวณความชันจากฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงานได้เป็นค่าบวกเท่านั้น ส่วนโจทย์ที่มีความชันดังกล่าวเป็นค่าลบ จะไม่สามารถทดสอบได้ จึงละทิ้งโจทย์ในส่วนนี้ไป ซึ่งโดยเฉลี่ยแล้วจะมีโจทย์ในส่วนนี้ประมาณครึ่งหนึ่งของโจทย์ที่สุ่มมาได้ทั้งหมด

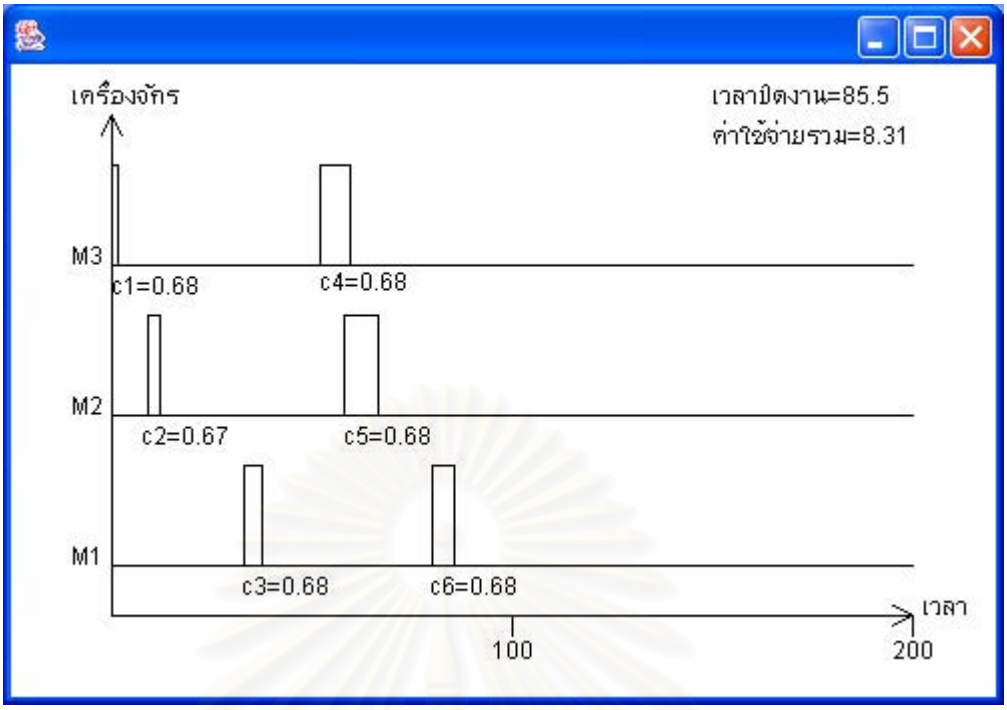
<u>ตัวอย่างการจัดตารางในกลุ่มทดลองทั้ง 4 กลุ่ม</u>

จากเงื่อนไขการกำหนดโจทย์ที่ได้กล่าวมา สามารถนำมาสร้างโจทย์ตัวอย่างสุ่มเพื่อใช้ในการจัดตาราง พร้อมทั้งได้ผลการจัดตารางของงานวิจัยนี้ และงานวิจัยอ้างอิง ในกลุ่มการทดลองทั้ง 4 กลุ่ม ดังแสดงตัวอย่างได้ตามตารางที่ 6.4 – ตารางที่ 6.7 และรูปที่ 6.1- รูปที่ 6.8

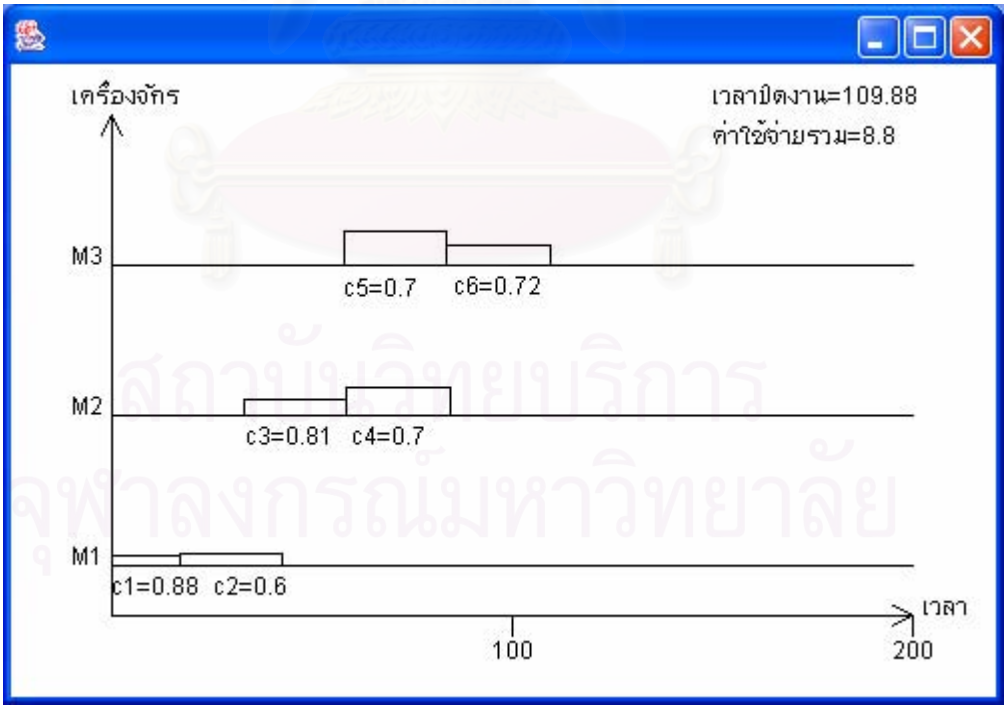
ตารางที่ 6.4 ตัวอย่างโจทย์การจัดตารางในกลุ่มทดลอง A

j	r_j	p_j	$C_j(x)$
1	0	17	$-0.0232x^4 + 0.144x^3 - 0.061x^2 + 0.156x + 0.667$
2	9	33	$0.0002x^4 - 0.0066x^3 - 0.087x^2 - 0.006x + 0.667$
3	33	45	$-0.1155x^4 + 0.164x^3 - 0.1175x^2 + 0.153x + 0.667$
4	52	75	$0.119x^4 - 0.121x^3 - 0.044x^2 + 0.107x + 0.667$
5	58	89	$0.0203x^4 - 0.0625x^3 3 + 0.057x^2 + 0.1058x + 0.667$
6	80	55	$-0.1177x^4 + 0.0731x^3 + 0.051x^2 + 0.0867x + 0.667$
$C_0(mp) = 0.0000000006mp^4 - 0.0000000826mp^3 + 0.0000240148mp^2 + 0.00106787mp + 4$			

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



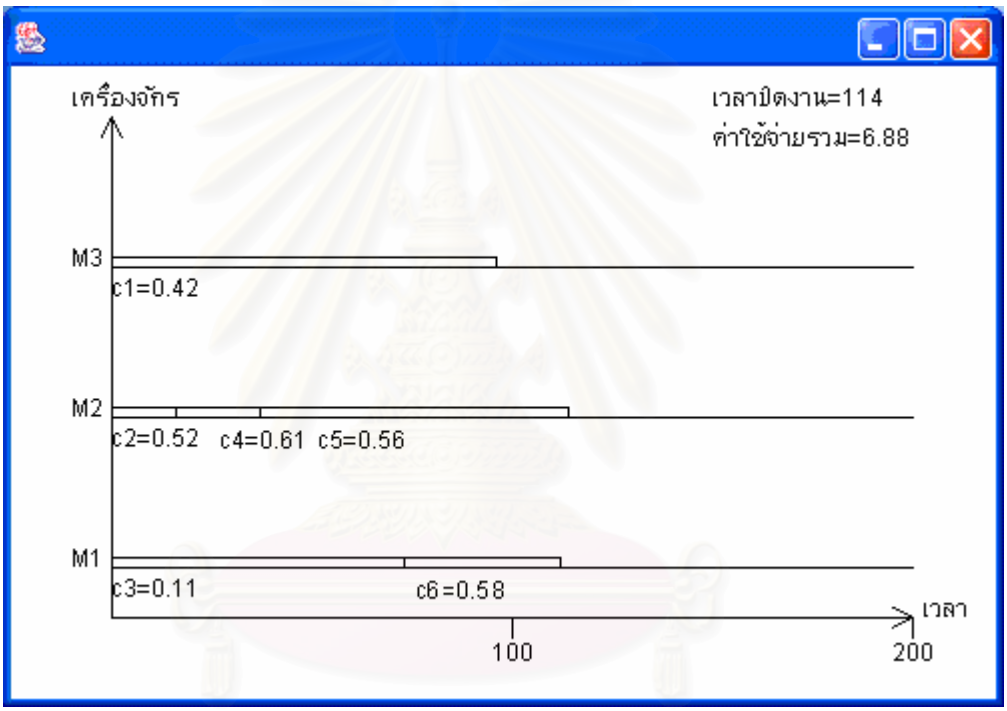
รูปที่ 6.1 ตัวอย่างของผลการจัดตารางในกลุ่มทดลอง A ของงานวิจัยนี้



รูปที่ 6.2 ตัวอย่างของผลการจัดตารางในกลุ่มทดลอง A ของงานวิจัยอ้างอิง

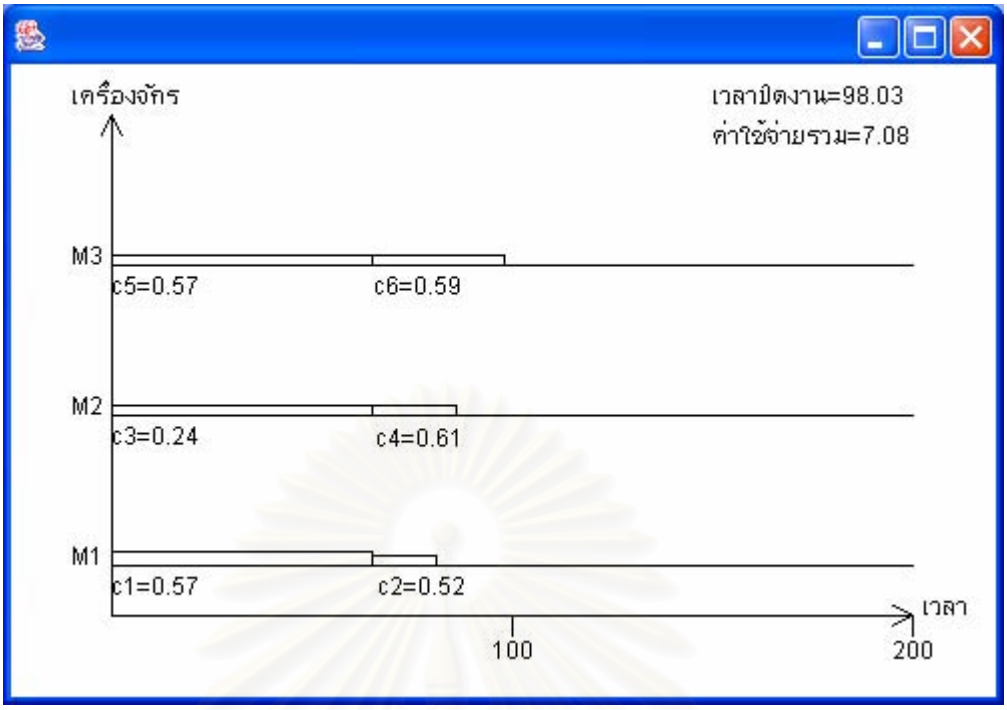
ตารางที่ 6.5 ตัวอย่างโจทย์การจัดตารางในกลุ่มทดลอง B

j	r_j	p_j	$C_j(x)$
1	0	96	$-0.151x^4 + 0.008x^3 - 0.0005x^2 - 0.1038x + 0.667$
2	0	16	$-0.0777x^4 - 0.024x^3 - 0.121x^2 + 0.0715x + 0.667$
3	0	73	$-0.108x^4 - 0.1454x^3 - 0.1597x^2 - 0.1425x + 0.667$
4	0	21	$-0.139x^4 + 0.0185x^3 + 0.0096x^2 + 0.055x + 0.667$
5	0	77	$0.0677x^4 - 0.1547x^3 + 0.107x^2 - 0.130x + 0.667$
6	0	39	$0.045x^4 + 0.025x^3 + 0.006x^2 - 0.137x + 0.667$
$C_0(mp) = 0.0000000006mp^4 + 0.0000001091mp^3 + 0.000000847mp^2 - 0.00188786mp + 4$			



รูปที่ 6.3 ตัวอย่างของผลการจัดตารางในกลุ่มทดลอง B ของงานวิจัยนี้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

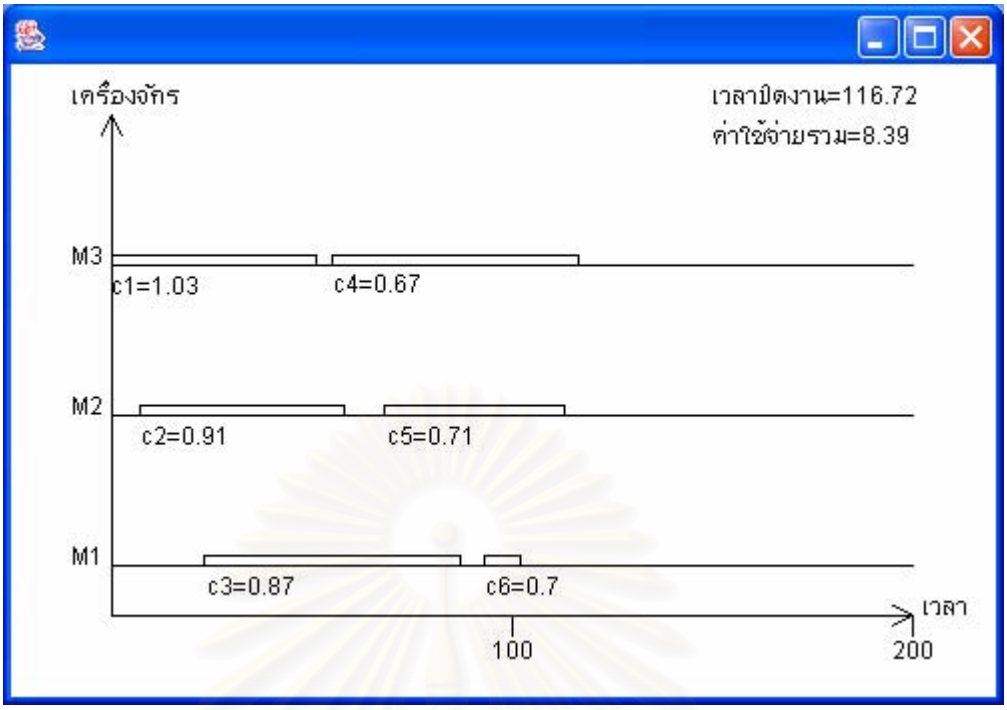


รูปที่ 6.4 ตัวอย่างของผลการจัดตารางในกลุ่มทดลอง B ของงานวิจัยอ้างอิง

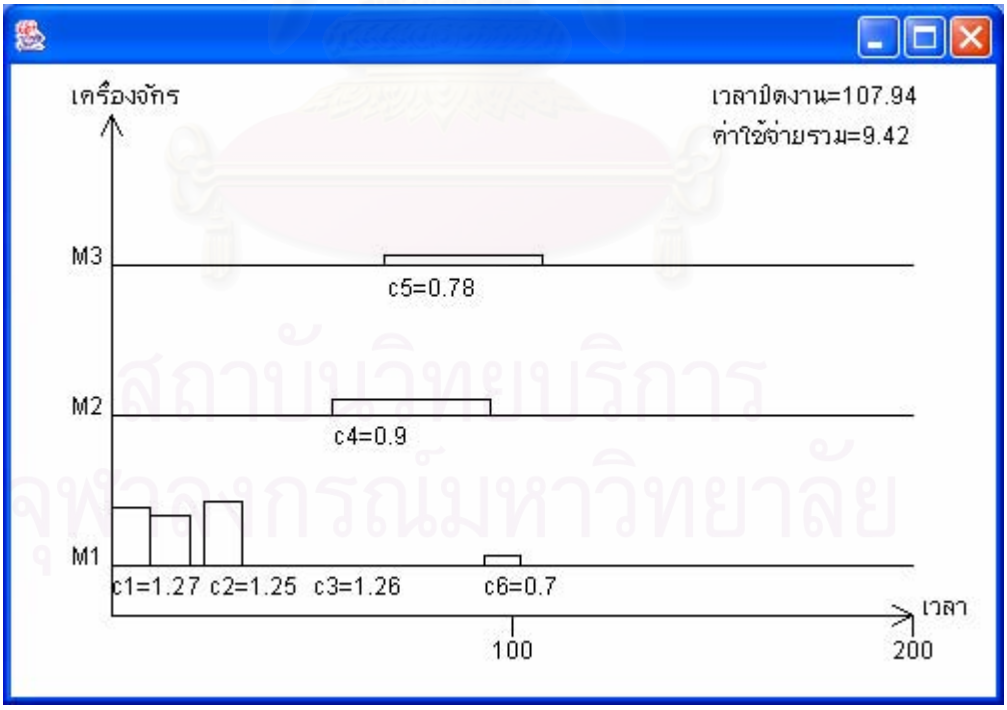
ตารางที่ 6.6 ตัวอย่างโจทย์การจัดตารางในกลุ่มทดลอง C

j	r_j	p_j	$C_j(x)$
1	0	59	-0.3485169459x +1.3333333333
2	7	51	-0.4219776414x +1.3333333333
3	23	64	-0.4650769357x +1.3333333333
4	55	71	-0.7680969975x +1.3333333333
5	68	45	-0.6272815897x +1.3333333333
6	93	9	-0.5668825331x +1.3333333333
ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงาน $C_0(mp)$ = 0.029526668mp			

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



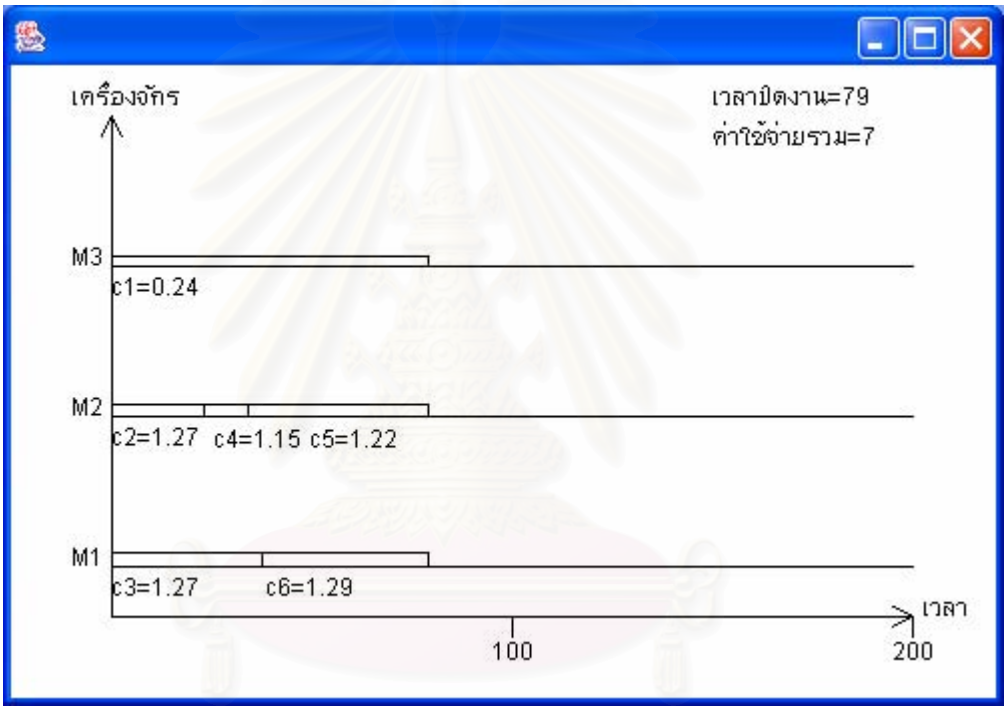
รูปที่ 6.5 ตัวอย่างของผลการจัดตารางในกลุ่มทดลอง C ของงานวิจัยนี้



รูปที่ 6.6 ตัวอย่างของผลการจัดตารางในกลุ่มทดลอง C ของงานวิจัยอ้างอิง

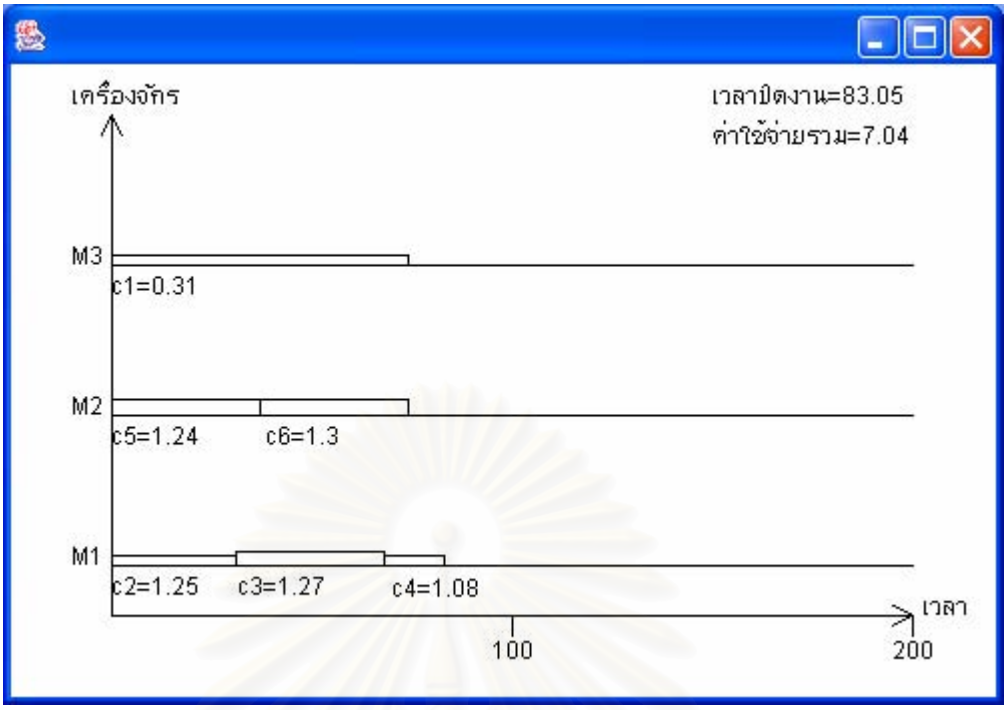
ตารางที่ 6.7 ตัวอย่างโจทย์การจัดตารางในกลุ่มทดลอง D

j	r_j	p_j	$C_j(x)$
1	0	79	-1.0929987643x +1.3333333333
2	0	31	-0.0858601478x +1.3333333333
3	0	59	-0.1030978026x +1.3333333333
4	0	15	-0.2496955393x +1.3333333333
5	0	60	-0.1531665615x +1.3333333333
6	0	64	-0.0647465582x +1.3333333333
ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากเวลาปิดงาน $C_0(mp)$ = 0.0071408257mp			



รูปที่ 6.7 ตัวอย่างของผลการจัดตารางในกลุ่มทดลอง D ของงานวิจัยนี้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 6.8 ตัวอย่างของผลการจัดตารางในกลุ่มทดลอง D ของงานวิจัยอ้างอิง

6.3 ผลการทดลอง

เมื่อทำการทดลองใช้โปรแกรมจากงานวิจัยทั้ง 2 งานวิจัย แก้ปัญหาในโจทย์ตัวอย่างสุ่มในแต่ละกรณี ในโจทย์ตัวอย่างสุ่มแต่ละโจทย์ จะได้ค่าใช้จ่ายรวมจากงานวิจัยนี้ *totalcost* กับค่าใช้จ่ายรวมจากงานวิจัยอ้างอิง $totalcost_{ref}$ นำมาคำนวณเป็นค่าเฉลี่ย

คือ $(totalcost_{ref} + totalcost) / 2$

แล้วจึงใช้เป็นตัวหาร เพื่อคิดเป็นค่าเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายรวมจากงานวิจัยนี้ที่ดีขึ้น (มีค่าน้อยลง) เป็นร้อยละเทียบกับค่าเฉลี่ยของค่าใช้จ่ายทั้งสอง ได้

$= 100*(totalcost_{ref} - totalcost) / \{ (totalcost_{ref} + totalcost) / 2 \}$

$= 200*(totalcost_{ref} - totalcost) / (totalcost_{ref} + totalcost)$

จากนั้นในแต่ละกรณี ให้คำนวณค่านี้สำหรับแต่ละโจทย์ตัวอย่างสุ่มให้ครบทุกโจทย์ตัวอย่างสุ่ม(กรณีละ 100 ตัวอย่าง) นำมาหาค่าเฉลี่ยในแต่ละกรณีแสดงได้ดังตารางที่ 6.9

ตารางที่ 6.8 ผลการทดลอง

ฟังก์ชันค่าใช้จ่าย	เวลาพร้อมเริ่มงาน	
	เวลาพร้อมเริ่มงานแตกต่างกัน	เวลาพร้อมเริ่มงานพร้อมกัน
พหุนามกำลัง4	5.05%	3.10%
เชิงเส้น	0.54%	-1.13%

<u>รายละเอียดค่าใช้จ่ายจากโจทย์ตัวอย่างในกลุ่มทดลองทั้ง 4 กลุ่ม</u>

รายละเอียดค่าใช้จ่ายที่ได้จากการใช้อัลกอริทึมจากงานวิจัยนี้และงานวิจัยอ้างอิง รวมถึงผลการเปรียบเทียบจากกลุ่มทดลอง A B C และ D แสดงได้ตามตารางที่ 6.9 6.10 6.11 และ 6.12 ตามลำดับ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6.9 ผลการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายจากโจทย์ตัวอย่างสุ่ม 100 โจทย์ ในกลุ่มทดลอง A

โจทย์ที่	ผลการเปรียบเทียบ (เปอร์เซนต์)	ค่าใช้จ่ายรวม	
		งานวิจัยนี้	งานวิจัยอ้างอิง
1	8.84	8.30	9.07
2	6.79	8.20	8.78
3	5.41	8.31	8.77
4	4.77	8.09	8.48
5	6.30	8.09	8.61
6	2.45	8.61	8.82
7	-2.31	8.40	8.21
8	3.84	7.85	8.15
9	7.35	7.67	8.26
10	3.92	8.32	8.65
11	0.09	8.49	8.50
12	4.99	8.24	8.66
13	-6.84	8.13	7.59
14	15.53	8.05	9.41
15	4.42	7.35	7.68
16	4.10	8.07	8.41
17	6.81	8.00	8.56
18	4.53	8.05	8.42
19	4.40	8.07	8.43
20	6.75	8.16	8.73
21	8.95	7.68	8.39
22	22.03	7.95	9.92
23	0.86	8.71	8.79
24	1.39	8.65	8.77
25	19.05	8.09	9.79
26	0.96	8.18	8.26
27	15.57	7.86	9.19
28	11.27	7.98	8.93
29	0.54	8.48	8.53
30	4.71	8.31	8.72
31	12.96	7.57	8.62
32	2.45	8.13	8.33
33	4.38	7.68	8.02
34	4.73	8.58	9.00
35	5.56	7.82	8.27

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6.9 (ต่อ) ผลการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายจากโจทย์ตัวอย่างสุ่ม 100 โจทย์ในกลุ่มทดลอง A

โจทย์ที่	ผลการเปรียบเทียบ (เปอร์เซนต์)	ค่าใช้จ่ายรวม	
		งานวิจัยนี้	งานวิจัยอ้างอิง
36	-1.88	8.37	8.22
37	2.95	7.74	7.97
38	4.70	7.96	8.35
39	2.58	8.43	8.65
40	8.69	7.87	8.58
41	0.50	8.37	8.41
42	2.58	8.30	8.51
43	1.97	7.69	7.84
44	-2.16	7.60	7.43
45	5.61	7.64	8.08
46	35.97	7.09	10.20
47	6.36	8.20	8.74
48	3.31	8.22	8.49
49	1.18	8.39	8.49
50	-0.61	8.10	8.05
51	5.63	7.02	7.42
52	-0.93	8.52	8.44
53	1.92	7.91	8.06
54	2.55	7.28	7.47
55	13.32	7.95	9.09
56	-1.25	8.32	8.22
57	3.56	7.71	7.99
58	3.61	8.06	8.36
59	11.48	7.85	8.80
60	5.75	8.05	8.53
61	-3.19	8.33	8.07
62	1.23	7.51	7.60
63	13.15	8.12	9.26
64	5.11	8.02	8.44
65	-1.04	7.57	7.49
66	5.73	8.05	8.53
67	3.13	7.79	8.04
68	8.15	7.86	8.52
69	2.93	8.25	8.49
70	36.94	7.61	11.05

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6.9 (ต่อ)ผลการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายจากโจทย์ตัวอย่างสุ่ม 100 โจทย์ในกลุ่มทดลอง A

โจทย์ที่	ผลการเปรียบเทียบ (เปอร์เซนต์)	ค่าใช้จ่ายรวม	
		งานวิจัยนี้	งานวิจัยอ้างอิง
71	1.35	8.24	8.36
72	6.81	7.22	7.73
73	2.97	7.87	8.11
74	4.16	7.69	8.02
75	1.64	7.73	7.86
76	1.16	7.49	7.58
77	6.56	7.90	8.44
78	1.22	8.10	8.20
79	-0.55	8.30	8.25
80	4.33	7.95	8.30
81	2.03	8.43	8.61
82	1.30	8.21	8.32
83	6.47	8.13	8.68
84	3.08	7.64	7.88
85	6.59	8.50	9.08
86	12.37	7.68	8.70
87	3.08	8.42	8.69
88	0.93	8.58	8.66
89	3.76	8.06	8.37
90	2.71	7.99	8.21
91	2.11	8.22	8.40
92	8.61	7.61	8.30
93	4.05	7.53	7.84
94	10.17	8.03	8.89
95	-8.87	8.62	7.89
96	6.93	7.88	8.44
97	-1.25	8.16	8.06
98	0.11	7.88	7.89
99	7.37	8.41	9.05
100	6.64	8.57	9.15
ค่าเฉลี่ย	**5.05**		

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6.10 ผลการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายจากโจทย์ตัวอย่างสุ่ม 100 โจทย์ ในกลุ่มทดลอง B

โจทย์ที่	ผลการเปรียบเทียบ (เปอร์เซนต์)	ค่าใช้จ่ายรวม	
		งานวิจัยนี้	งานวิจัยอ้างอิง
1	1.50	8.09	8.21
2	3.14	8.05	8.30
3	-4.67	8.09	7.72
4	-0.40	8.06	8.03
5	1.73	8.03	8.17
6	-1.15	8.01	7.92
7	3.51	7.74	8.01
8	4.78	8.04	8.43
9	-2.45	7.78	7.59
10	3.23	7.90	8.16
11	2.24	8.01	8.19
12	1.63	8.05	8.19
13	0.38	7.92	7.95
14	10.63	8.08	8.99
15	4.26	7.93	8.27
16	3.33	8.07	8.35
17	15.95	7.93	9.30
18	6.24	7.79	8.29
19	11.98	7.96	8.98
20	-9.84	8.01	7.26
21	-3.00	7.62	7.39
22	-4.46	7.75	7.41
23	-0.93	8.07	8.00
24	3.43	8.12	8.41
25	-1.90	7.74	7.60
26	4.95	8.08	8.49
27	-2.49	7.59	7.41
28	3.08	7.94	8.19
29	5.37	7.67	8.10
30	0.29	6.63	6.65
31	3.72	8.08	8.38
32	3.56	8.14	8.43
33	5.24	7.33	7.73
34	-0.75	7.62	7.56
35	0.49	8.09	8.13

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6.10 (ต่อ) ผลการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายจากโจทย์ตัวอย่างสุ่ม100 โจทย์ในกลุ่มทดลอง B

โจทย์ที่	ผลการเปรียบเทียบ (เปอร์เซนต์)	ค่าใช้จ่ายรวม	
		งานวิจัยนี้	งานวิจัยอ้างอิง
36	-1.42	8.05	7.93
37	-0.60	8.09	8.04
38	2.29	8.09	8.27
39	13.36	8.04	9.19
40	2.77	8.03	8.25
41	2.04	8.07	8.24
42	9.12	7.78	8.52
43	2.17	8.26	8.44
44	11.25	8.01	8.97
45	-2.51	7.85	7.66
46	0.03	7.79	7.79
47	11.82	7.63	8.59
48	8.47	7.76	8.44
49	4.03	7.83	8.15
50	4.78	7.92	8.30
51	8.41	7.46	8.11
52	2.68	7.53	7.73
53	5.67	7.73	8.18
54	12.40	8.02	9.08
55	-5.54	8.00	7.56
56	3.86	7.92	8.23
57	4.71	7.69	8.07
58	2.06	8.08	8.24
59	-4.13	8.01	7.68
60	3.85	7.95	8.26
61	7.39	7.98	8.60
62	2.75	8.02	8.25
63	15.57	7.37	8.61
64	0.66	8.06	8.12
65	6.70	7.62	8.15
66	1.80	8.05	8.20
67	4.24	8.06	8.41
68	3.49	7.40	7.67
69	15.60	7.81	9.13
70	6.16	7.74	8.23

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6.10 (ต่อ) ผลการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายจากโจทย์ตัวอย่างสุ่ม100 โจทย์ในกลุ่มทดลอง B

โจทย์ที่	ผลการเปรียบเทียบ (เปอร์เซนต์)	ค่าใช้จ่ายรวม	
		งานวิจัยนี้	งานวิจัยอ้างอิง
71	-5.88	7.74	7.30
72	0.83	8.08	8.15
73	-2.96	7.95	7.72
74	2.71	8.03	8.25
75	2.69	7.22	7.41
76	-5.12	8.00	7.60
77	2.32	8.02	8.21
78	1.55	7.92	8.05
79	15.47	7.96	9.30
80	0.02	7.80	7.81
81	13.11	7.80	8.90
82	2.50	8.08	8.29
83	1.48	7.90	8.02
84	3.08	7.91	8.15
85	2.71	8.00	8.22
86	-2.97	7.99	7.76
87	1.21	8.05	8.15
88	1.72	7.89	8.03
89	5.63	7.57	8.01
90	1.08	8.05	8.14
91	7.12	8.03	8.62
92	9.12	8.02	8.78
93	-4.39	7.56	7.23
94	0.87	7.79	7.86
95	9.15	7.76	8.50
96	-0.24	7.84	7.82
97	3.10	7.24	7.46
98	4.06	7.49	7.80
99	-1.96	8.05	7.90
100	3.26	8.06	8.33
ค่าเฉลี่ย	**3.10**		

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6.11 ผลการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายจากโจทย์ตัวอย่างสุ่ม 100 โจทย์ในกลุ่มทดลอง C

โจทย์ที่	ผลการเปรียบเทียบ (เปอร์เซนต์)	ค่าใช้จ่ายรวม	
		งานวิจัยนี้	งานวิจัยอ้างอิง
1	1.72	8.22	8.36
2	-1.21	6.45	6.37
3	3.33	5.53	5.71
4	-1.77	7.37	7.24
5	-26.23	7.56	5.81
6	2.91	9.30	9.57
7	-16.77	5.93	5.01
8	-0.80	5.53	5.49
9	3.03	6.90	7.11
10	0.02	6.51	6.51
11	-5.63	9.84	9.30
12	-16.33	5.84	4.96
13	3.09	8.16	8.42
14	5.02	5.33	5.61
15	12.54	6.43	7.30
16	0.00	5.43	5.43
17	6.80	5.22	5.58
18	14.31	4.28	4.95
19	3.18	5.89	6.08
20	-13.28	7.62	6.67
21	-0.52	9.78	9.73
22	-3.91	5.42	5.22
23	3.74	7.46	7.75
24	-20.47	9.98	8.13
25	-0.21	8.85	8.83
26	-9.24	4.51	4.11
27	2.06	8.64	8.81
28	4.73	6.05	6.34
29	7.64	6.79	7.33
30	-3.37	5.69	5.50
31	9.31	6.53	7.17
32	-7.63	11.12	10.31
33	1.39	9.19	9.32
34	8.50	5.73	6.24
35	2.25	5.16	5.27

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6.11(ต่อ) ผลการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายจากโจทย์ตัวอย่างสุ่ม 100 โจทย์ในกลุ่มทดลอง C

โจทย์ที่	ผลการเปรียบเทียบ (เปอร์เซนต์)	ค่าใช้จ่ายรวม	
		งานวิจัยนี้	งานวิจัยอ้างอิง
36	6.91	6.21	6.66
37	6.75	10.18	10.90
38	2.93	7.75	7.98
39	0.16	9.25	9.26
40	5.33	11.54	12.17
41	13.40	8.88	10.16
42	1.07	8.94	9.03
43	0.00	1.45	1.45
44	-8.98	7.68	7.02
45	3.58	10.37	10.75
46	0.01	5.76	5.76
47	-0.42	8.15	8.11
48	8.28	7.03	7.63
49	-2.59	7.84	7.64
50	-4.40	11.27	10.78
51	8.32	10.72	11.65
52	0.00	5.64	5.64
53	-31.12	3.97	2.90
54	6.31	8.94	9.52
55	-46.22	6.79	4.24
56	1.48	11.93	12.11
57	0.01	5.20	5.20
58	10.46	7.94	8.81
59	8.34	4.58	4.98
60	-7.26	4.99	4.64
61	0.47	5.83	5.86
62	16.48	3.37	3.98
63	-2.12	6.14	6.02
64	1.96	5.93	6.05
65	3.35	10.95	11.33
66	12.46	4.61	5.23
67	-8.25	5.52	5.08
68	-1.21	6.54	6.47
69	2.77	7.60	7.81
70	-6.19	7.71	7.25

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6.11(ต่อ) ผลการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายจากโจทย์ตัวอย่างสุ่ม 100 โจทย์ในกลุ่มทดลอง C

โจทย์ที่	ผลการเปรียบเทียบ (เปอร์เซนต์)	ค่าใช้จ่ายรวม	
		งานวิจัยนี้	งานวิจัยอ้างอิง
71	-20.09	6.07	4.96
72	16.68	4.96	5.86
73	6.89	6.75	7.23
74	9.57	9.45	10.40
75	0.90	5.47	5.52
76	3.60	9.90	10.26
77	0.00	4.01	4.01
78	6.40	7.52	8.02
79	-0.74	8.79	8.73
80	2.50	8.77	8.99
81	5.06	10.47	11.02
82	1.17	7.08	7.17
83	0.00	5.33	5.33
84	3.77	9.71	10.08
85	4.89	10.71	11.25
86	1.89	7.47	7.61
87	4.81	5.65	5.93
88	4.31	5.74	5.99
89	7.41	6.46	6.96
90	-6.82	3.34	3.12
91	4.20	10.29	10.74
92	6.02	6.78	7.20
93	2.68	9.01	9.25
94	-3.76	7.53	7.25
95	9.84	9.30	10.26
96	4.18	5.44	5.68
97	5.34	7.53	7.95
98	-7.39	8.83	8.20
99	0.97	4.99	5.03
100	9.29	5.84	6.41
ค่าเฉลี่ย	**0.54**		

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6.12 ผลการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายจากโจทย์ตัวอย่างสุ่ม 100 โจทย์ ในกลุ่มทดลอง D

โจทย์ที่	ผลการเปรียบเทียบ (เปอร์เซนต์)	ค่าใช้จ่ายรวม	
		งานวิจัยนี้	งานวิจัยอ้างอิง
1	0.84	6.34	6.40
2	4.78	5.46	5.72
3	1.80	8.13	8.28
4	-4.98	6.42	6.11
5	0.00	3.01	3.01
6	-6.03	6.98	6.57
7	0.54	7.36	7.40
8	-14.85	7.97	6.87
9	0.31	8.07	8.09
10	1.34	6.47	6.55
11	2.42	5.16	5.28
12	0.56	8.32	8.37
13	-2.69	7.44	7.24
14	0.61	5.54	5.57
15	-5.96	6.79	6.40
16	0.67	5.65	5.69
17	8.23	4.10	4.45
18	2.93	7.16	7.37
19	2.89	5.00	5.15
20	3.73	3.38	3.51
21	-2.66	6.08	5.93
22	-0.71	6.94	6.89
23	-1.42	7.20	7.10
24	1.39	8.11	8.22
25	4.97	6.05	6.36
26	2.52	5.88	6.03
27	-1.74	8.21	8.07
28	-7.69	6.83	6.33
29	-11.76	7.43	6.61
30	0.88	6.43	6.49
31	0.37	5.84	5.86
32	1.51	6.15	6.24
33	-4.64	6.75	6.44
34	11.54	3.47	3.90
35	0.41	3.09	3.10

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6.12(ต่อ) ผลการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายจากโจทย์ตัวอย่างสุ่ม 100 โจทย์ในกลุ่มทดลอง D

โจทย์ที่	ผลการเปรียบเทียบ (เปอร์เซนต์)	ค่าใช้จ่ายรวม	
		งานวิจัยนี้	งานวิจัยอ้างอิง
36	-1.78	6.40	6.29
37	10.82	4.55	5.07
38	-6.83	7.07	6.60
39	0.23	7.46	7.47
40	3.50	5.90	6.11
41	2.65	6.80	6.98
42	4.58	4.39	4.60
43	0.06	7.97	7.98
44	-3.39	7.33	7.09
45	-0.44	5.56	5.53
46	0.14	7.60	7.61
47	3.85	4.72	4.90
48	-4.83	7.10	6.76
49	-3.43	6.67	6.45
50	-7.02	6.85	6.38
51	5.37	4.09	4.31
52	-3.73	8.12	7.83
53	0.04	7.51	7.52
54	0.15	6.48	6.49
55	-3.00	7.12	6.91
56	-9.71	8.04	7.29
57	0.55	5.28	5.31
58	3.57	4.26	4.41
59	-0.05	4.77	4.77
60	0.86	5.88	5.93
61	-9.73	8.03	7.28
62	0.56	6.49	6.53
63	1.93	6.09	6.21
64	-8.34	7.39	6.80
65	0.09	2.68	2.68
66	-10.19	7.90	7.13
67	0.43	8.09	8.13
68	-0.93	5.14	5.10
69	1.22	7.29	7.38
70	0.01	7.98	7.98

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6.12(ต่อ) ผลการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายจากโจทย์ตัวอย่างสุ่ม 100 โจทย์ในกลุ่มทดลอง D

โจทย์ที่	ผลการเปรียบเทียบ (เปอร์เซนต์)	ค่าใช้จ่ายรวม	
		งานวิจัยนี้	งานวิจัยอ้างอิง
71	0.00	3.05	3.05
72	-1.77	6.47	6.35
73	0.79	4.62	4.66
74	0.88	7.01	7.08
75	0.28	4.99	5.00
76	6.54	4.58	4.89
77	-7.42	8.08	7.50
78	-3.51	5.73	5.53
79	1.70	4.41	4.48
80	-14.33	8.00	6.93
81	-1.97	7.03	6.89
82	-1.74	7.64	7.51
83	-3.51	8.04	7.76
84	2.54	6.58	6.75
85	-1.44	4.77	4.70
86	5.82	5.79	6.14
87	-0.85	7.61	7.54
88	-12.73	8.16	7.19
89	0.00	5.52	5.52
90	-2.56	6.74	6.57
91	-10.28	8.09	7.30
92	-13.56	8.28	7.23
93	-0.86	5.55	5.50
94	-3.85	7.20	6.93
95	5.01	3.78	3.97
96	4.20	5.39	5.62
97	3.46	3.45	3.58
98	0.18	5.40	5.41
99	-20.89	6.27	5.08
100	0.03	6.68	6.68
ค่าเฉลี่ย	**-1.13**		

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

6.4 อภิปรายผลทดลอง

จากตารางที่ 6.8 จะเห็นได้ว่าผลการทดลองมีค่าเป็นบวก คือ งานวิจัยนี้ทำได้ผลดีกว่างานวิจัยอ้างอิงในกรณีที่ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเป็นพหุนามกำลังสี่ ทั้งในรูปแบบเวลาพร้อมเริ่มงานแตกต่างกัน และรูปแบบเวลาพร้อมเริ่มงานพร้อมกัน แต่งานวิจัยอ้างอิงทำได้ผลดีกว่างานวิจัยนี้ 1.13% ในกรณีที่ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นและรูปแบบเวลาพร้อมเริ่มงานพร้อมกัน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 7

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

7.1 สรุปผลการวิจัย

1. สามารถนำอัลกอริธึมนี้ไปใช้แก้ปัญหาการจัดตารางเครื่องจักรขนานที่สามารถควบคุมความเร็วเครื่องจักรและให้มีผลรวมค่าใช้จ่ายต่ำได้ โดยค่าใช้จ่ายเป็นค่าใช้จ่ายที่เกิดจากเวลาปิดงานและการเร่งความเร็วเครื่องจักร ซึ่งผู้ใช้สามารถกำหนดฟังก์ชันค่าใช้จ่ายได้ตามต้องการในรูปแบบของฟังก์ชันพหุนาม
2. สามารถนำอัลกอริธึมนี้ไปใช้แก้ปัญหาการจัดตารางได้ดีในกรณีที่ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเป็นแบบฟังก์ชันพหุนาม และในกรณีที่งานแต่ละงานมีเวลาพร้อมเริ่มงานแตกต่างกัน
3. สามารถนำอัลกอริธึมนี้ไปใช้แก้ปัญหาการจัดตารางซึ่งมีฟังก์ชันค่าใช้จ่ายเป็นแบบเชิงเส้น และรูปแบบเวลาพร้อมเริ่มงานพร้อมกัน ตามงานวิจัยอ้างอิงได้ โดยได้ค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดไม่แตกต่างกันมากนัก (เพิ่มขึ้น 1.13%)

7.2 ข้อเสนอแนะ

1. พัฒนารูปแบบการหาค่าต่ำสุด จากการปรับความเร็วเครื่องจักรเป็นการคำนวณโดยปรับความเร็วงานทุกงานแยกจากกัน
2. พัฒนาฟังก์ชันค่าใช้จ่ายฟังก์ชันพหุนาม ไปเป็นฟังก์ชันอื่นๆ จนถึงไปเป็นฟังก์ชันที่ไม่ต่อเนื่อง
3. พัฒนาจากการจัดตารางเครื่องจักรขนานไปเป็นการจัดตารางรูปแบบอื่นๆ
4. เปลี่ยนฟังก์ชันตัววัดสมรรถนะจากเวลาปิดงานไปเป็นค่าอื่น
5. พัฒนาฟังก์ชันค่าใช้จ่ายให้ขึ้นกับปัจจัยอื่นๆ เช่น เวลาติดตั้งเครื่องจักร

รายการอ้างอิง

1. Daniel Sipper and Robert L. Bulfin, Jr. Production : planing, control and integration. New York: McGraw Hill InternationalEditions, 1998.
2. ปารเมศ ชุติมา. เทคนิคการจัดตารางการดำเนินงาน. สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2003.
3. N.V. Shakhlevich, V.A. Strusevich. Single machine scheduling with controllable release and processing parameters. Report 2002.14, School of Computing, University of Leeds, 2002, submitted to Discrete Applied Mathematics.
4. K. Jansen and M. Mastrolilli. Parallel Machine Scheduling Problems with Controllable Processing Times. Proceedings of ICALP Workshops 2000 (ARACNE'00), Carleton Scientific, proceedings in informatics 8, pp. 179-189.
5. K. Jansen and M. Mastrolilli. Approximation Schemes for Parallel Machine Scheduling Problems with Controllable Processing Times. Computers & Operations Research, to appear 2003.
6. M. Mastrolilli, Notes on Max Flow Time Minimization with Controllable Processing Times. Computing, accepted for publication (2003).
7. N. Megido. Combinatorial optimization with rational objective functions. Mathimatics of Operations research, 1979, 4, 414-424.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

ตารางคำอธิบายสัญลักษณ์

ตาราง ก.1 คำอธิบายสัญลักษณ์ในบทที่ 2

n	จำนวนงานทั้งหมด
m	จำนวนเครื่องจักรทั้งหมด
J_j	งานที่ j
M_i	เครื่องจักรที่ i
p_{ij}	เวลาดำเนินงาน คือ ช่วงระยะเวลาที่งานที่ j ต้องใช้บนเครื่องจักรที่ i เพื่อที่จะทำให้งานเสร็จสิ้น
r_j	เวลาพร้อมเริ่มงานของงานที่ j เป็นเวลาที่งานนี้เข้ามาสู่ระบบและสามารถเริ่มดำเนินงานได้
C_j	เวลาเสร็จงาน คือ เวลาที่งานที่ j เสร็จสิ้น
C_{max}	เวลาปิดงาน คือ เวลาเสร็จงานที่มีค่าสูงที่สุด
F_j	เวลาไหลของงาน คือ ระยะเวลาทั้งหมดที่งานที่ j ใช้เวลาอยู่ในระบบ
F_{max}	เวลาไหลของงานสูงสุด คือ เวลาไหลของงานที่มีค่าเวลาไหลของงานสูงที่สุด
J_u	งานวิกฤติ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตาราง ก.2 คำอธิบายสัญลักษณ์ในบทที่ 3

p_j	เวลาดำเนินงานมาตรฐานที่ใช้ในการทำงาน J_j ด้วยความเร็วมาตรฐาน
p_{ij}	เวลาดำเนินงานจริงที่ในการทำงาน J_j บนเครื่องจักร M_i
$C_{ij}(x_j)$	ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากการควบคุมความเร็วงาน J_j บนเครื่องจักร M_i
mp	ค่าเวลาปิดงาน
$C_0(mp)$	ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากค่าเวลาปิดงาน
$TotalCost$	ค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมด

ตาราง ก.3 คำอธิบายสัญลักษณ์ในบทที่ 4 และ 5

$JobCost_j(x_i')$	ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากการควบคุมความเร็วงาน J_j บนเครื่องจักร M_i
$MachineCost_i(x_i')$	ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายรวมของแต่ละเครื่องจักร
M_{ref}	เครื่องจักรอ้างอิง
x'_{ref}	ตัวแปรความเร็วอ้างอิงเพื่อใช้กในการคำนวณหาอนุพันธ์หลายตัวแปร
$ToMPCost(x'_{ref})$	ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายส่วนที่ทำให้เกิดเวลาปิดงาน
$notMPcost$	ค่าใช้จ่ายในส่วนที่ไม่ได้ทำให้เกิดเวลาปิดงาน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายศราวุธ บุญอาชาทอง เกิดเมื่อวันที่ 8 มกราคม พ.ศ. 2522 ที่กรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตร์บัณฑิต จากภาควิชาวิศวกรรมศาสตร์ไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2542 และเข้าศึกษาในหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์ ที่ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2545 ที่อยู่ปัจจุบันที่สามารถติดต่อได้คือ บ้านเลขที่ 517/26 ถ.เพชรสมุทร ต.แม่กลอง อ.เมือง จ.สมุทรสงคราม หมายเลขโทรศัพท์ +66 34720246 อีเมล์ nuisarawut@yahoo.com

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย