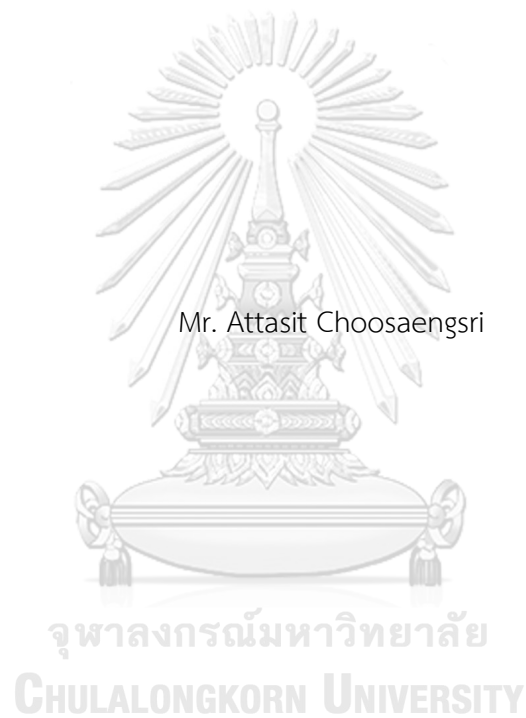


การจำลองการเติบโตของรอยร้าวล้าภายใต้สภาวะโหมดผสมในแผ่นเหล็กโดยใช้วิธีเอกซเทนเด็ตไฟ  
ไนต์เอเลเมนต์



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา  
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ปีการศึกษา 2563  
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Simulation of Mixed-Mode Fatigue Crack Propagation in Steel Plates Using Extended  
Finite Element Method



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering in Civil Engineering

Department of Civil Engineering

FACULTY OF ENGINEERING

Chulalongkorn University

Academic Year 2020

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การจำลองการเติบโตของรอยร้าวล้าภายใต้สภาวะโหมดผสมในแผ่นเหล็กโดยใช้วิธีเอกซ์เทนเด็ดไฟไนต์เอลิเมนต์
โดย	นายอรรถสิทธิ์ ชูแสงศรี
สาขาวิชา	วิศวกรรมโยธา
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร.อัศววัชร เล่นวารีย์

---

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

.....	คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.สุพจน์ เตชวรสินสกุล)	
คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์	
.....	ประธานกรรมการ
(ศาสตราจารย์ ดร.ธีรพงศ์ แสนจันทร์ฉวีไชย)	
.....	อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัศววัชร เล่นวารีย์)	
.....	กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.จิรพงศ์ กสิวิทย์อำนาจ)	
.....	กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ศาสตราจารย์ ดร.ทักษิณ เทพชาติ)	

อรรถสิทธิ์ ชูแสงศรี : การจำลองการเติบโตของรอยร้าวล้าภายใต้สภาวะโหมดผสมในแผ่นเหล็กโดยใช้วิธีเอกซ์เทนเด็ดไฟไนต์เอลิเมนต์. ( Simulation of Mixed-Mode Fatigue Crack Propagation in Steel Plates Using Extended Finite Element Method) อ.ที่ปรึกษาหลัก : รศ. ดร.อัครวัชร เล่นวารี

งานวิจัยนี้นำเสนอการจำลองการเติบโตของรอยร้าวล้าภายใต้สภาวะโหมดผสมในแผ่นเหล็กและการทำนายอายุความล้าโดยใช้วิธีเอกซ์เทนเด็ดไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยในการจำลองการเติบโตของรอยร้าวล้าได้ใช้วิธี interaction integral ในการวิเคราะห์ค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น และใช้สมการของปารีสในการกำหนดอัตราการเติบโตของรอยร้าวล้า ภายหลังจากตรวจสอบความเหมาะสมของผลจากแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์กับงานวิจัยก่อนหน้า ได้ใช้แบบจำลองเพื่อศึกษาปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่ออายุความล้าและวิถีรอยร้าวของแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวที่ขอบภายใต้โหมดผสม ได้แก่ 1. มุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น 2. อัตราส่วนหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดึงฉาก 3. ขนาดของรอยร้าวเริ่มต้นและ 4. การซ่อมแซมด้วยการติดแผ่นเหล็กด้านข้าง จากผลการจำลองพบว่า ในการศึกษากลศาสตร์ของรอยร้าวเริ่มต้นแสดงให้เห็นว่าวิถีการเติบโตของรอยร้าวมีทิศเบี่ยงลงเมื่อเทียบกับวิถีรอยร้าวของโหมด 1 ในทุกกรณีของมุมเอียงและอายุความล้ามีค่าเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญเมื่อมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นมากกว่า 45 องศา ภายใต้อัตราส่วนหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดึงฉากส่งผลกระทบต่ออายุความล้า เมื่อกำหนดให้ค่าอัตราส่วนหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดึงฉากมีค่าเท่ากับ 0 0.1 0.25 0.5 1.0 1.5 และ 2.0 ตามลำดับ โดยที่ให้ค่าหน่วยแรงดึงฉากมีค่าคงที่เท่ากับ 10 MPa พบว่าค่าอัตราส่วนหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดึงฉากมีค่ามากขึ้นจะทำให้อายุความล้ามีค่าลดลงอย่างมาก และเมื่อแรงเฉือนมีค่าเพิ่มขึ้นส่งผลให้วิถีรอยร้าวมีทิศทางเบี่ยงลงมากขึ้นเมื่อเทียบกับแนวราบ เนื่องจากตัวประกอบความเข้มของความเค้นในโหมด 2 ( $K_{II}$ ) มีค่ามากขึ้นทำให้มุมการเติบโตของรอยร้าวมีค่ามากขึ้นตามไปด้วย การศึกษากลศาสตร์ของขนาดของรอยร้าวเริ่มต้นพบว่า มีผลกระทบโดยตรงกับอายุความล้า โดยที่ขนาดของรอยร้าวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 5 10 และ 15 mm เมื่อขนาดของรอยร้าวเริ่มต้นมีค่ามากขึ้นจะทำให้อายุความล้ามีค่าลดลง จากปัจจัยทั้งสามที่ศึกษาทำให้ทราบถึงพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวและปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่ออายุความล้าของแผ่นเหล็กภายใต้แรงกระทำแบบโหมดผสม นำไปสู่การซ่อมแซมด้วยการติดแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างเป็นการซ่อมแซมที่ทำให้อายุความล้าเพิ่มขึ้นอย่างมีประสิทธิภาพและรูปแบบการซ่อมแซมที่ดีที่สุดคือการเสริมเฉพาะที่ขอบด้านที่พบรอยร้าว (ด้านที่มีรอยร้าวเริ่มต้น) รองลงมาคือการเสริมที่ขอบทั้งสองด้านและสุดท้ายคือการเสริมเฉพาะที่ขอบด้านที่ไม่พบรอยร้าว (ด้านที่อยู่ตรงข้ามกับรอยร้าวเริ่มต้น) จะช่วยทำให้อายุความล้ามีค่าเพิ่มขึ้นน้อยที่สุดเมื่อเทียบกับอีกทั้งสองรูปแบบในกรณีรับแรงกระทำแบบผสม

สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา

ลายมือชื่อนิสิต .....

ปีการศึกษา 2563

ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก .....

# # 6070485921 : MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEYWORD: Extended finite element method; stress intensity factor; mixed-mode crack propagation; fatigue life; fracture

Attasit Choosaengsri : Simulation of Mixed-Mode Fatigue Crack Propagation in Steel Plates Using Extended Finite Element Method. Advisor: Assoc. Prof. AKHRAWAT LENWARI, Ph.D.

This research presents the simulation of mixed-mode fatigue crack propagation in steel plates and fatigue life prediction using the extended finite element method (XFEM). In the simulation, the interaction integral method was used to evaluate the stress intensity factors (SIFs) and the fatigue growth rate was based on Paris's equation. After validated with previous studies, the finite element models were used to investigate the effects of the initial crack angle, shear-to-normal stress ratio, initial crack size, and repairing with the steel plate on the crack path and fatigue life for the steel plate with an edge crack subjected to shear combined with tension or bending. The simulation results showed that the crack path of initial crack angle studies deviated in a downward direction compared to mode-I. The fatigue life also increased significantly when the initial crack angle was greater than 45 degree. Under mixed-mode conditions when the shear-to-normal stress ratio increased, the fatigue life decreased significantly compared to the mode-I loading. When the shear stress increased the crack path deviated in a downward direction because  $K_{II}$  was higher, the crack growth angle was also higher. Furthermore, the initial crack size had a damaging effect on the fatigue life when it increased. From this research, the crack growth behavior and parameters affecting the fatigue life of steel plates under mixed-mode loading are known. The simulation results led to repair by attaching stiffener plate to effectively increase the fatigue life. In the case of an edge crack plate repaired by attaching the stiffener plate, the most appropriate way was attaching only the cracked side (close to the initial crack). Attaching stiffener to both sides, or only the uncracked side (opposite to the initial crack) was less effective.

Field of Study: Civil Engineering

Student's Signature .....

Academic Year: 2020

Advisor's Signature .....

## กิตติกรรมประกาศ

ข้าพเจ้าขอขอบคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อัครวัชร เล่นวารี อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่  
กรุณาสละเวลาอันมีค่า ให้ความรู้ คำแนะนำและคำปรึกษาต่างๆ ตลอดจนตรวจสอบวิทยานิพนธ์นี้จน  
สำเร็จไปได้ด้วยดี

ขอขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร.ธีรพงศ์ เสนงจันทร์มิไชย ประธานกรรมการสอบ  
วิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.จิรพงศ์ กสิวิทย์อำนวย กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และ  
ศาสตราจารย์กิตติคุณ ดร.ทักษิณ เทพชาตรี กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย ที่ให้คำแนะนำที่ดีในการ  
ปรับปรุงวิทยานิพนธ์ให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

สุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอขอบคุณนายเกรียงศักดิ์ ชูแสงศรี และนางบุญญพรรณ พุ่งกิริติ ผู้เป็นบิดา  
มารดา นางสาวฉวีวรรณ ชูแสงศรี นายกวี ชูแสงศรี และนางสาวศรีสุดา ชูแสงศรี ที่ได้เลี้ยงดูและอบรม  
สั่งสอนข้าพเจ้า นางสาวประภาศรี ชูแสงศรี นางสาวประไพพัทธ์ ชูแสงศรีและนางสาวเกสร มาบุญภูมิ  
ที่คอยช่วยให้กำลังใจและคำปรึกษาข้าพเจ้าตลอดมา

อรรณสิทธิ์ ชูแสงศรี

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ค
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ง
กิตติกรรมประกาศ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญรูป.....	ญ
รายการสัญลักษณ์.....	ต
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ที่มาและความสำคัญ.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย.....	3
1.3 ขอบเขตของงานวิจัย.....	3
1.4 แนวทางการดำเนินการวิจัย.....	4
1.5 ประโยชน์ที่ได้รับ.....	4
บทที่ 2 การทบทวนงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	5
2.1 การจำลองการเติบโตของรอยร้าวด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....	5
2.2 การจำลองปัญหาการรอยร้าวโดยใช้วิธีเอกซ์เทนเด็ดไฟไนต์เอลิเมนต์.....	22
บทที่ 3 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย.....	55
3.1 รูปแบบการเสีรूपที่ปลายรอยร้าว.....	55
3.2 อัตราการเติบโตของรอยร้าวล้าและกฎของปารีส.....	56
3.3 การเติบโตของรอยร้าวภายใต้แรงกระทำแบบโหมดผสม.....	57
3.4 วิธีเอกซ์เทนเด็ดไฟไนต์เอลิเมนต์ใน ANSYS.....	59

3.4.1 ฟังก์ชัน node enrichment .....	59
3.4.2 ฟังก์ชัน Heaviside.....	60
3.4.3 ฟังก์ชัน Asymptotic near-tip field.....	61
3.4.4 วิธี level-set (LSM) .....	62
3.5 วิธี Interaction integral.....	63
3.6 ขั้นตอนการจำลองการเติบโตของรอยร้าวโดยใช้โปรแกรม ANSYS .....	66
บทที่ 4 รายละเอียดแบบจำลองและการตรวจสอบความถูกต้อง .....	68
4.1 การศึกษาขนาดที่เหมาะสมของเอลิเมนต์ที่ใช้ในแบบจำลอง.....	68
4.2 ปัญหาแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวตรงกลางรับแรงดึง.....	69
4.3 ปัญหาแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างเดียวรับแรงดึงหรือแรงดัด.....	71
4.4 ปัญหาแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวเอียงรับแรงดึง.....	76
4.5 ปัญหาแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างรับแรงเฉือนนอกระนาบ.....	80
4.6 ปัญหาคานรูปตัวไอที่มีรอยร้าวในแผ่นเอวรับแรงดัด.....	82
4.7 การตรวจสอบความเหมาะสมของ XFEM ในการวิเคราะห์ทิศทางการเติบโตของรอยร้าว ....	84
บทที่ 5 การศึกษาผลกระทบของตัวแปรต่อแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวที่ขอบภายใต้แรงกระทำแบบโหมดผสม.....	87
5.1 ผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น.....	89
5.2 ผลกระทบของอัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดึง หน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดัด .....	96
5.3 ผลกระทบของความยาวรอยร้าวเริ่มต้น.....	100
5.4 ผลกระทบของการเสริมโดยการเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบ.....	102
5.4.1 ผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กกรณีรับแรงดึงหรือแรงดัด .....	104
5.4.2 ผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กกรณีรับแรงดึงหรือแรงดัดร่วมกับแรงเฉือน.....	110
บทที่ 6 สรุปและข้อเสนอแนะ .....	119



ข้อเสนอแนะ .....	120
บรรณานุกรม.....	122
ภาคผนวก ก แบบจำลองการเติบโตของรอยร้าวล้าภายใต้โหมดผสม โดยใช้วิธี XFEM ในโปรแกรม ANSYS.....	127
ภาคผนวก ข ผลการศึกษาผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น.....	136
ภาคผนวก ค ผลการศึกษาผลกระทบของอัตราส่วนระหว่างแรงเฉือนต่อแรงดึงและแรงเฉือนต่อแรงดัด.....	143
ภาคผนวก ง ผลการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบ.....	153
ประวัติผู้เขียน.....	171



## สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 2.1 การเปรียบเทียบเวลาที่ CPU ใช้ในการคำนวณ [5] .....	11
ตารางที่ 2.2 เงื่อนไขของแรงกระทำในการทดสอบของขั้นตอนที่ 2 [24] .....	31
ตารางที่ 2.3 การเปรียบเทียบค่า SIF ของโหมด 1 และ 2 ที่มุมเอียงต่างๆ [27] .....	34
ตารางที่ 2.4 ขนาดของคานรูปตัวไอ [29] .....	37
ตารางที่ 2.5 ค่าคุณสมบัติของวัสดุที่ใช้ในการศึกษาของ Singh และคณะ [16] .....	40
ตารางที่ 2.6 ค่า SIF ของการเติบโตของรอยร้าวในแบบจำลอง lug [30] .....	41
ตารางที่ 2.7 การเปรียบเทียบค่า SIF ของโหมด 1 และ 2 ที่มุมต่างๆ ที่ได้จาก XFEM กับค่าที่ได้จาก สมการที่ 2.12 [35] .....	51
ตารางที่ 2.8 การเปรียบเทียบตัวประกอบความเข้มของความเค้นแบบไร้หน่วยที่ได้จาก XFEM กับ งานวิจัยก่อนหน้าของ Matsumoto และคณะ [37] .....	52
ตารางที่ 4.1 ผลการวิเคราะห์ขนาดที่เหมาะสมของเอลิเมนต์ที่ใช้ในแบบจำลอง .....	68
ตารางที่ 4.2 ค่า SIF ในโหมดที่ 3 ของแบบจำลอง XFEM เมื่อเปรียบเทียบกับของ Tada และคณะ [44] .....	82
ตารางที่ 4.3 ค่า SIF ที่เปรียบเทียบกันระหว่าง XFEM และผลลัพธ์ของ Albrecht และคณะ [46] .	84
ตารางที่ 5.1 อายุความล้าของแบบจำลองที่เสริมด้วยแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างทั้ง 3 แบบ ภายใต้หน่วย แรงเฉือนร่วมกับหน่วยแรงดึง .....	112
ตารางที่ 5.2 อายุความล้าของแบบจำลองที่เสริมด้วยแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างทั้ง 3 แบบ ภายใต้หน่วย แรงเฉือนร่วมกับหน่วยแรงดัด .....	112

## สารบัญรูป

	หน้า
รูปที่ 2.1 แบบจำลองแผ่นสี่เหลี่ยมที่มีรอยร้าวเริ่มต้นเอียง [5].....	5
รูปที่ 2.2 วิธีรอยร้าวล้าที่คำนวณทิศทางโดยวิธี MCSC [5].....	6
รูปที่ 2.3 เอลิเมนต์วงแหวนที่ปลายรอยร้าวและการคำนวณค่าเส้นโค้ง $S(\theta)$ สำหรับ MSEDG ที่ใช้ในแบบจำลองเชิงตัวเลข [5].....	6
รูปที่ 2.4 วิธีการเติบโตของรอยร้าวโดยใช้ MSEDG [5].....	7
รูปที่ 2.5 กราฟเส้นโค้ง $G(\theta)$ [5].....	7
รูปที่ 2.6 วิธีรอยร้าวล้าที่คำนวณโดย MSERRC สำหรับแต่ละขนาดความละเอียดมุม (ก) 10 องศา (ข) 1 องศาและ (ค) ที่เปรียบเทียบกันของทั้ง 2 มุม [5].....	8
รูปที่ 2.7 แผ่นเหล็กที่มีรูเจาะ 2 รูกับรอยร้าวเริ่มต้น [5].....	8
รูปที่ 2.8 วิธีการเติบโตของรอยร้าวที่คำนวณด้วยเกณฑ์ MCSC [5].....	9
รูปที่ 2.9 วิธีการเติบโตของรอยร้าวที่คำนวณด้วยเกณฑ์ MSEDG ที่ขนาดของวงแหวนที่แตกต่างกัน โดยที่ (ก) วงแหวนรอบรอยร้าวมีขนาดเล็ก (ข) วงแหวนรอบรอยร้าวมีขนาดกลาง (ค) วงแหวนรอบรอยร้าวมีขนาดใหญ่ [5].....	10
รูปที่ 2.10 การซ้อนทับกันของวิธีรอยร้าวในการจำลองด้วยวิธี MSERRC สำหรับขนาดของเอลิเมนต์ที่แตกต่างกัน [5].....	10
รูปที่ 2.11 การเปรียบเทียบการเติบโตของรอยร้าวในแต่ละเกณฑ์การแตกหัก [5].....	11
รูปที่ 2.12 การเติบโตของรอยร้าวที่เริ่มจากบริเวณรอยเชื่อม [5].....	12
รูปที่ 2.13 อิทธิพลของสถิติเฟนสของปีกกลางของคานรูปตัวไอที่ส่งผลกับวิธีรอยร้าว [5].....	12
รูปที่ 2.14 ขนาดของตัวอย่างคานเหล็กรูปตัวไอของสะพานที่ใช้ในการทดสอบทั้ง 3 แบบ มิติ หน่วย mm [6].....	13
รูปที่ 2.15 การวิบัติของตัวอย่างทดสอบเนื่องจากรอยร้าวใหม่เกิดขึ้นในพื้นที่เขตเปราะบาง [6].....	13
รูปที่ 2.16 การวิบัติของชิ้นงานทดสอบเนื่องจากรอยร้าวใหม่เกิดขึ้นนอกพื้นที่เขตเปราะบาง [6].....	14
รูปที่ 2.17 การวิบัติของชิ้นงานทดสอบเนื่องจากรอยร้าวเริ่มต้นเคลื่อนที่ลง [6].....	14

รูปที่ 2.18 แรงกระทำแบบเส้นที่กระทำบนแบบจำลอง [6] .....	15
รูปที่ 2.19 เงื่อนไขขอบเขตในแบบจำลอง FEM [6] .....	15
รูปที่ 2.20 การจำลองรอยเชื่อมในแบบจำลอง FEM [6] .....	15
รูปที่ 2.21 แบบจำลองหลักและแบบจำลองย่อยที่ใช้ในการศึกษาปัญหา [7] .....	17
รูปที่ 2.22 แบบจำลองย่อยและรอยร้าวเริ่มต้นที่ใช้ในการวิเคราะห์การเติบโตของรอยร้าว [7].....	17
รูปที่ 2.23 แบบจำลอง FEM ของคานรูปตัวไอกับแผ่นเหล็กเสริมตั้ง [8].....	18
รูปที่ 2.24 ลักษณะและขนาดของรอยร้าวเริ่มต้นที่ใช้ในแบบจำลอง [9].....	18
รูปที่ 2.25 ผลกระทบของน้ำหนักบรรทุกต่อค่า SIF ในโหมดที่ 1 [9].....	19
รูปที่ 2.26 ตำแหน่งของรอยร้าวเริ่มต้นที่ใช้ในการศึกษา [9].....	19
รูปที่ 2.27 ผลกระทบของตำแหน่งรอยร้าวเริ่มต้นต่อค่า SIF ในโหมดที่ 1 [9] .....	19
รูปที่ 2.28 ผลกระทบของน้ำหนักบรรทุกต่ออายุความล้า [9] .....	20
รูปที่ 2.29 ผลกระทบของขนาดรอยร้าวเริ่มต้นต่ออายุความล้า [9] .....	20
รูปที่ 2.30 ผลกระทบของตำแหน่งรอยร้าวเริ่มต้นต่ออายุความล้า [9].....	21
รูปที่ 2.31 แบบจำลองของ Mahmoud และ Miller ที่ใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของค่า SIF ในโหมดที่ 1 [20].....	23
รูปที่ 2.32 เงื่อนไขขอบเขตที่ใช้ในแบบจำลอง [20].....	24
รูปที่ 2.33 การเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ที่ได้ระหว่างแบบจำลองเชิงตัวเลขกับผลการทดสอบใน อดีต [20] .....	25
รูปที่ 2.34 ขนาดของชิ้นส่วนต่าง ๆ ของสะพานที่ใช้ในการศึกษา (mm) [20] .....	26
รูปที่ 2.35 เงื่อนไขขอบเขตที่ใช้ในแบบจำลองการบิดนอกระนาบ [20] .....	26
รูปที่ 2.36 ขนาดชิ้นส่วนตัวอย่างที่ใช้ในการทดลอง [21].....	27
รูปที่ 2.37 แบบจำลอง FEM และการแบ่งชิ้นส่วนย่อย [21].....	28
รูปที่ 2.38 การเปรียบเทียบค่าอายุความล้าที่พิจารณาผลจากหน่วยแรงคงค้างกับผลการทดสอบ [21] .....	29

รูปที่ 2.39 ลักษณะของแผ่นเหล็กและเงื่อนไขขอบเขตที่ Hedayati และ Vahedi ใช้ในการศึกษา [22].....	29
รูปที่ 2.40 แบบจำลองแผ่น FGMs ที่มีรอยร้าวกึ่งกลางภายใต้แรงกระทำแบบโหมดผสม [23].....	30
รูปที่ 2.41 ลักษณะชิ้นส่วนการทดสอบการดัดแบบ 4 จุดและรูปร่างของรอยร้าวเริ่มต้น [24] .....	31
รูปที่ 2.42 ลักษณะของชิ้นส่วนทดสอบในขั้นตอนที่ 2 [24].....	31
รูปที่ 2.43 ความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้าและความยาวรอยร้าวของชิ้นตัวอย่าง [24].....	32
รูปที่ 2.44 ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวรอยร้าวและค่าSIFของชิ้นตัวอย่าง [24].....	32
รูปที่ 2.45 ลักษณะของชิ้นส่วนทดสอบที่ Dirik และ Yalçinkaya ใช้ในการศึกษา(ก)และ(ข)รูปแบบของแรงกระทำที่ใช้ในการทดลอง [25] .....	33
รูปที่ 2.46 ความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้ากับความยาวรอยร้าวของแผ่นเหล็กแบบแอมพลิฟูดไม่คงที่ [25].....	33
รูปที่ 2.47 แบบจำลองที่มีรอยร้าวเอียงภายใต้หน่วยแรงดึง [27].....	34
รูปที่ 2.48 แบบจำลองที่มีรอยร้าวเอียงที่ขอบในแผ่นสี่เหลี่ยม [27].....	35
รูปที่ 2.49 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วน $a/b$ กับค่า $F_I$ ในสมการ 2.5 (ก) โหมด 1 (ข) โหมด 2 [28].....	35
รูปที่ 2.50 ชิ้นส่วนของปีกเครื่องบินที่ใช้ในการศึกษา(รูปด้านซ้ายเป็นกรณี a และรูปด้านขวาเป็นกรณี b) (หน่วยเป็น mm) [29].....	36
รูปที่ 2.51 ความสัมพันธ์ของอายุความล้าและความยาวรอยร้าวที่ได้จากการทดสอบและการวิเคราะห์เชิงตัวเลข [29].....	37
รูปที่ 2.52 ความสัมพันธ์ของอายุความล้าและความยาวรอยร้าวของกรณี a และ b <sub>2</sub> [29].....	38
รูปที่ 2.53 แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาของ Singh และคณะ [16].....	39
รูปที่ 2.54 ค่าอายุความล้าและSIFของแบบจำลองที่มีรอยร้าวอยู่กึ่งกลางแผ่น [16] .....	40
รูปที่ 2.55 การเปรียบเทียบค่า SIF ที่ได้จาก XFEM และ FEM [30] .....	41
รูปที่ 2.56 ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวรอยร้าวและอายุความล้าที่ได้จาก XFEM และ FEM [30] .....	42
รูปที่ 2.57 รอยร้าวเริ่มต้นรูปร่างเป็นเหรียญสองอันติดกันในแบบจำลอง 3 มิติ [31].....	42

รูปที่ 2.58 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า $a/b$ กับค่า $\beta$ ที่ระยะ $b$ ที่แตกต่างกัน [31].....	43
รูปที่ 2.59 ลักษณะแบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาของ Amit และคณะ [32] .....	44
รูปที่ 2.60 ความสัมพันธ์ระหว่างผลกระทบของมุมเอียงต่อค่า SIF ในโหมดที่ 1 ที่ $H = 0$ mm [32] .....	45
รูปที่ 2.61 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า $H$ กับค่า SIF ของโหมด 1 และโหมด 2 [32] .....	45
รูปที่ 2.62 ลักษณะของแบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาและความสัมพันธ์ของค่า $K_I$ และ $K_{II}$ กับมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น [33].....	46
รูปที่ 2.63 ลักษณะแบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาค่า SIF ที่เกิดจากผลกระทบของระยะ $d$ กับรอยร้าวด้านตรงข้าม [33].....	47
รูปที่ 2.64 ลักษณะแบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาค่า SIF ที่เกิดจากผลกระทบของมุมเอียงกับรอยร้าวด้านตรงข้าม [33].....	47
รูปที่ 2.65 แบบจำลอง 3 มิติของ Grbović และคณะ [34] .....	48
รูปที่ 2.66 แบบจำลองแผ่นอลูมิเนียม [34] .....	48
รูปที่ 2.67 อายุความล้าที่ได้จากการทดสอบเปรียบเทียบกับผลของแบบจำลอง XFEM ของอลูมิเนียม 6156 T6 [34].....	49
รูปที่ 2.68 การเปรียบเทียบอายุความล้าของ อลูมิเนียม 6156 T6 และ อลูมิเนียม 6156 T4 [34] .	49
รูปที่ 2.69 แบบจำลองแบบแผ่นที่มีรอยร้าวที่ขอบด้านข้างภายใต้หน่วยแรงเฉือนและการแบ่งเอลิเมนต์ 23x47 เอลิเมนต์ [35].....	50
รูปที่ 2.70 ลักษณะแบบจำลองและแรงกระทำของแบบจำลองที่มีรอยร้าวที่กึ่งกลางแผ่นภายใต้หน่วยแรงดึง [35] .....	51
รูปที่ 2.71 ลักษณะแบบจำลองและแรงกระทำของแบบจำลองแบบสองวัสดุที่มีรอยร้าวที่ขอบด้านข้างภายใต้หน่วยแรงดึง [35] .....	52
รูปที่ 2.72 ขนาดของชิ้นส่วนทดสอบแรงดัดแบบสามจุด [38] .....	53
รูปที่ 2.73 การเปรียบเทียบผลจากการทดสอบและแบบจำลองเชิงตัวเลข ที่ $\chi$ มีค่าเท่ากับ 50 mm [38].....	53

รูปที่ 2.74 การเปรียบเทียบค่าความยาวรอยร้าวของ FEM และ XFEM และค่าความแตกต่างระหว่างค่า $K_I$ เทียบกับอายุความล้า [38].....	54
รูปที่ 3.1 โหมดการเสียรูปที่ปลายรอยร้าว [39].....	55
รูปที่ 3.2 ลักษณะของเส้นโค้ง $\frac{da}{dN} - \Delta K$ [39] .....	56
รูปที่ 3.3 มุมการเติบโตของรอยร้าวภายใต้โหมดผสม (ก) $K_{II} < 0$ (ข) $K_{II} > 0$ [10].....	58
รูปที่ 3.4 ลักษณะของเอลิเมนต์ในแบบจำลอง XFEM [41] .....	60
รูปที่ 3.5 ฟังก์ชันขั้นบันไดที่แสดงความไม่ต่อเนื่องบนพื้นผิวรอยร้าว [41].....	61
รูปที่ 3.6 ฟังก์ชัน near-tip enrichment. [41].....	62
รูปที่ 3.7 Level set functions [36].....	63
รูปที่ 3.8 วิธีวงกลมที่ใช้คำนวณหาอินทิกรัลที่บริเวณปลายรอยร้าว [41].....	64
รูปที่ 3.9 ขั้นตอนการสร้างแบบจำลอง XFEM และการวิเคราะห์การเติบโตของรอยร้าวล้าโดยใช้โปรแกรม ANSYSในงานวิจัยนี้ .....	66
รูปที่ 4.1 พิกัดและสัญลักษณ์ของแบบจำลองของรอยร้าวตรงกลางแผ่นเหล็ก [44].....	70
รูปที่ 4.2 ค่า SIF ด้วยจากวิธี XFEM กับ Tada และคณะ [44] .....	70
รูปที่ 4.3 อายุความล้าจากวิธี XFEM กับ Tada และคณะ [44].....	71
รูปที่ 4.4 แบบจำลองแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างเดียวภายใต้ (ก) แรงดึง (ข) แรงดัด [44].....	72
รูปที่ 4.5 แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษา.....	73
รูปที่ 4.6 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}}$ กับค่าความยาวของรอยร้าวจากแบบจำลองภายใต้แรงดึง .....	74
รูปที่ 4.7 ความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้ากับความยาวรอยร้าวจากแบบจำลองภายใต้แรงดึง .....	74
รูปที่ 4.8 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}}$ กับความยาวของรอยร้าวจากแบบจำลองภายใต้แรงดัด .....	75
รูปที่ 4.9 ความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้ากับความยาวรอยร้าวจากแบบจำลองภายใต้แรงดัด.....	75
รูปที่ 4.10 แบบจำลองแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวเอียงภายใต้แรงดึง (โหมด 1 และ 2 ร่วมกัน) [45].....	77

รูปที่ 4.11 แบบจำลองแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวเอียงภายใต้หน่วยแรงดึง ..... 77

รูปที่ 4.12 การเปรียบเทียบค่า  $\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ที่ a= 2.5 mm ด้วยจากวิธี XFEM กับ Hosseini และคณะ [45]..... 78

รูปที่ 4.13 การเปรียบเทียบค่า  $\frac{K_{II}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ที่ a= 2.5 mm ด้วยจากวิธี XFEM กับ Hosseini และคณะ [45]..... 78

รูปที่ 4.14 การเปรียบเทียบค่า  $\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ที่ a= 5 ด้วยจากวิธี XFEM กับ Hosseini และคณะ [45] 79

รูปที่ 4.15 การเปรียบเทียบค่า  $\frac{K_{II}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ที่ a= 5 ด้วยจากวิธี XFEM กับ Hosseini และคณะ [45] 79

รูปที่ 4.16 ลักษณะของแบบจำลองและทิศทางของหน่วยแรง [44] ..... 81

รูปที่ 4.17 คานรูปตัวไอที่มีรอยร้าวบริเวณเอวของคาน [46] ..... 83

รูปที่ 4.18 แบบจำลองคานที่มีรอยร้าวที่แผ่นเอวของคาน ..... 83

รูปที่ 4.19 ขนาดและเงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลอง [5] ..... 85

รูปที่ 4.20 แบบจำลองแผ่นเหล็กที่ประกอบไปด้วย 2 รูเจาะและ 2 รอยร้าวเริ่มต้น ..... 85

รูปที่ 4.21 ทิศทางการเติบโตของรอยร้าวจากการทดลองของ Bouchard และคณะ [5]..... 86

รูปที่ 4.22 ทิศทางการเติบโตของรอยร้าวจากแบบจำลอง XFEM..... 86

รูปที่ 5.1 แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษา..... 87

รูปที่ 5.2 แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของตัวแปรสำหรับแผ่นเหล็กภายใต้แรงกระทำแบบโหมดผสม [44]..... 89

รูปที่ 5.3 ผลกระทบของมุมเอียงของความยาวรอยร้าวเริ่มต้นต่อค่า  $K_I$   $K_{II}$  และ  $K_{eq}$  ..... 90

รูปที่ 5.4 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองในการศึกษาผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น ..... 91

รูปที่ 5.5 ความสัมพันธ์ระหว่างมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นและอายุความล้าภายใต้หน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดึง ..... 92

รูปที่ 5.6 ผลกระทบของมุมเอียงของความยาวรอยร้าวเริ่มต้นต่อค่า  $K_I$   $K_{II}$  และ  $K_{eq}$  ..... 93

รูปที่ 5.7 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองในการศึกษาผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น ..... 94



รูปที่ 5.8 ความสัมพันธ์ระหว่างมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นและอายุความล้าภายใต้หน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดัด.....	95
รูปที่ 5.9 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\tau / \sigma_{t,max}$ และอายุความล้า .....	96
รูปที่ 5.10 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองในการศึกษาผลกระทบของอัตราส่วนหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดัด.....	97
รูปที่ 5.11 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\tau / \sigma_{b,max}$ และอายุความล้า.....	98
รูปที่ 5.12 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองในการศึกษาผลกระทบของอัตราส่วนหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดัด .....	99
รูปที่ 5.13 ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวรอยร้าวเริ่มต้นกับอายุความล้า.....	100
รูปที่ 5.14 การแปรผันของ $K_{eq}$ กับความยาวรอยร้าวที่เกิดจากผลกระทบของความยาวรอยร้าวเริ่มต้น.....	101
รูปที่ 5.15 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองทั้ง 3 ความยาวรอยร้าวเริ่มต้น.....	102
รูปที่ 5.16 รูปแบบของการซ่อมแซมโดยการติดแผ่นเหล็กด้านข้างในการศึกษา.....	103
รูปที่ 5.17 ความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้าและขนาดพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างที่เสริมเฉพาะขอบด้านที่พบรอยร้าว.....	105
รูปที่ 5.18 ความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้าและขนาดของพื้นที่หน้าของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างที่เสริมที่ขอบทั้งสองด้าน .....	106
รูปที่ 5.19 ความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้าและขนาดพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างที่เสริมเฉพาะขอบด้านที่ไม่พบรอยร้าว .....	107
รูปที่ 5.20 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของรูปแบบการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างภายใต้หน่วยแรงดัด.....	109
รูปที่ 5.21 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของรูปแบบการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างภายใต้หน่วยแรงดัด.....	110
รูปที่ 5.22 การเปรียบเทียบอายุความล้าของรูปแบบการซ่อมแซมทั้ง 3 แบบ.....	111
รูปที่ 5.23 ผลกระทบของขนาดพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างภายใต้หน่วยแรงเฉือนกระทำร่วมกับหน่วยแรงดัด.....	115

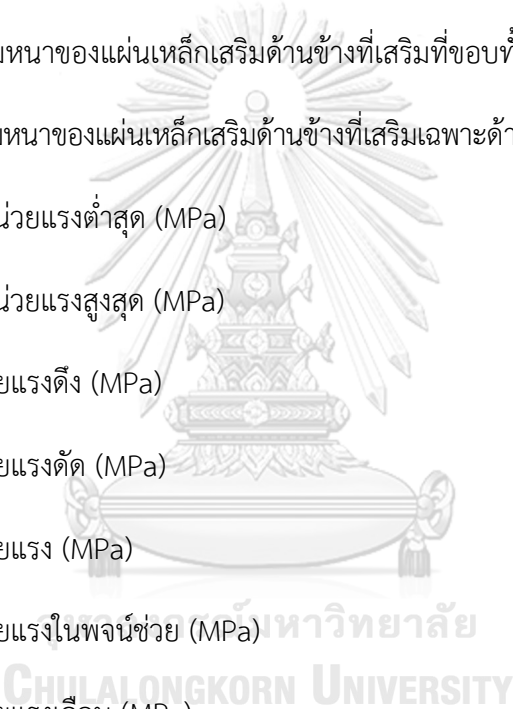
รูปที่ 5.24 ผลกระทบของขนาดพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างภายใต้หน่วยแรงเฉือนกระทำร่วมกับหน่วยแรงดัด .....	116
รูปที่ 5.25 รูปแบบการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างของ (ก) การติดแผ่นเหล็กเฉพาะด้านที่พบรอยร้าวเทียบกับ (ข) การติดแผ่นเหล็กที่ขอบทั้งสองด้าน .....	117
รูปที่ 5.26 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของรูปแบบการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างภายใต้โหมดผสม .....	118



## รายการสัญลักษณ์

$A_f$	พื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้าง ( $\text{mm}^2$ )
$A_w$	พื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าว (mm)
$a$	ความยาวรอยร้าว (mm)
$b$	ความกว้างของแผ่นเหล็ก (mm)
$C$ และ $m$	ค่าคงที่ของวัสดุในสมการการเติบโตของรอยร้าว
$E$	มอดูลัสยืดหยุ่น (GPa)
$G$	อัตราการผลิตพลังงานความเครียด (N/mm)
$h$	ความยาวของแผ่นเหล็ก (mm)
$I$	interaction integral ( $\text{MPa}\cdot\text{mm}$ )
$K_I$	ตัวประกอบความเข้มของความเค้นในโหมด 1 ( $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ )
$K_{II}$	ตัวประกอบความเข้มของความเค้นในโหมด 2 ( $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ )
$K_{III}$	ตัวประกอบความเข้มของความเค้นในโหมด 3 ( $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ )
$K_{eq}$	ตัวประกอบความเข้มของความเค้นเทียบเท่า ( $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ )
$K_c$	ความต้านทานการแตกหัก ( $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ )
$K_I^{aux}$	ตัวประกอบความเข้มของความเค้นในโหมด 1 ในพจน์ช่วย ( $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ )
$K_{II}^{aux}$	ตัวประกอบความเข้มของความเค้นในโหมด 2 ในพจน์ช่วย ( $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ )
$K_{III}^{aux}$	ตัวประกอบความเข้มของความเค้นในโหมด 3 ในพจน์ช่วย ( $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ )
$N$	อายุความล้า (cycle)
$q$	เวกเตอร์ระบุทิศทางของการเติบโตของรอยร้าว

$R$	อัตราส่วนหน่วยแรง
$r$	ระยะจากปลายรอยร้าว (mm)
$S$	ความหนาแน่นของพลังงานความเครียด ( $J/m^3$ )
$t$	ความหนาของแผ่นเหล็ก (mm)
$t_f$	ความหนาของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้าง (mm)
$t_{fl}$	ความหนาของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างที่เสริมเฉพาะด้านที่พบรอยร้าว (mm)
$t_{fb}$	ความหนาของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างที่เสริมที่ขอบทั้งสองด้าน (mm)
$t_{fr}$	ความหนาของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างที่เสริมเฉพาะด้านที่ไม่พบรอยร้าว (mm)
$\sigma_{min}$	ค่าหน่วยแรงต่ำสุด (MPa)
$\sigma_{max}$	ค่าหน่วยแรงสูงสุด (MPa)
$\sigma_t$	หน่วยแรงดึง (MPa)
$\sigma_b$	หน่วยแรงดัด (MPa)
$\sigma_{ij}$	หน่วยแรง (MPa)
$\sigma_{k,j}^{aux}$	หน่วยแรงในพจน์ช่วย (MPa)
$\tau$	หน่วยแรงเฉือน (MPa)
$\varepsilon_{ij}$	ความเครียด
$\varepsilon_{k,l}^{aux}$	ความเครียดในพจน์ช่วย
$u_i$	การเปลี่ยนตำแหน่ง (mm)
$u_{k,t}^{aux}$	การเปลี่ยนตำแหน่งในพจน์ช่วย (mm)
$\delta_{ij}$	โครเนคเคอร์เดลตา
$v$	อัตราส่วนของปัวซอง



$\theta$	มุมวัดเทียบกับระนาบของรอยร้าว (degree)
$\theta_a$	มุมเอียงของรอยร้าว (degree)
$\theta_p$	มุมการเติบโตของรอยร้าววัดเทียบกับระนาบรอยร้าว (degree)
$\beta$	ค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นแบบไร้หน่วย



## บทที่ 1

### บทนำ

#### 1.1 ที่มาและความสำคัญ

ความล้า (fatigue) เป็นปัญหาสำคัญที่พบในชิ้นส่วนโครงสร้างเหล็ก และเป็นสาเหตุหลักที่ทำให้ชิ้นส่วนเกิดการวิบัติได้ กว่า 90 % ในการใช้งานของชิ้นส่วนโครงสร้างและเครื่องจักรกลทุกประเภท ด้วยแรงกระทำเป็นรอบ (cyclic load) และเป็นสาเหตุหลักที่ทำให้ชิ้นส่วนเกิดการวิบัติได้เนื่องจากความล้า รูปแบบของแรงกระทำอาจจะมีการเปลี่ยนแปลงเนื่องจากแรงภายนอก เช่น ปริมาณการจราจรบนสะพานที่เพิ่มขึ้นและลดลง [1]

ปัญหารอยร้าวล้าสามารถจะแยกได้เป็น 2 ประเภทตามจำนวนรอบอายุความล้า คือ แบบรอบต่ำ (low cycles) และรอบสูง (high cycles) ในกรณีของความล้าแบบรอบต่ำ ชิ้นส่วนจะถูกแรงกระทำจนค่าระดับความเครียด (strain level) มีค่ามากกว่าความเครียดที่จุดคราก (yield strain) ทำให้เกิดความเสียหายสะสมโดยการพิจารณาการควบคุมความเครียด ในกรณีนี้จำนวนรอบของความล้าแบบรอบต่ำตั้งแต่เริ่มจนถึงการวิบัติจะมีค่าน้อยกว่า 10,000 รอบ ในส่วนของกรณีปัญหาความล้าแบบรอบสูง ซึ่งเป็นแบบเดียวกันกับการศึกษาครั้งนี้โดยปกติการวิบัติจะเกิดขึ้นที่ระดับหน่วยแรง (stress level) น้อยกว่าหน่วยแรงที่จุดคราก (yield stress) ของวัสดุมาก ในกรณีของความล้าแบบรอบสูงจะมีจำนวนรอบสูงจะมีจำนวนรอบไปจนถึงจุดวิบัติมีค่ามากกว่า 10,000 รอบ

เมื่อเวลาผ่านไปชิ้นส่วนโครงสร้างจะมีรอยร้าวเริ่มต้น (initial crack) เนื่องจากอยู่ภายใต้แรงกระทำเป็นรอบซ้ำไปซ้ำมา ซึ่งความเสียหายที่เกิดขึ้นจะค่อย ๆ เติบโตเป็นรอยร้าว จากนั้นรอยร้าวจะเติบโตจนถึงขนาดวิกฤต ซึ่งจะนำไปสู่การวิบัติของชิ้นส่วน เนื่องจากว่าแรงกระทำมีค่าต่ำทำให้การเสียรูปพลาสติกที่ปลายรอยร้าวมีขนาดเล็ก ฉะนั้นการเติบโตของรอยร้าวรอบสูงสามารถที่จะศึกษาได้ในกรอบของทฤษฎีกลศาสตร์การแตกหักยืดหยุ่นเชิงเส้น (linear elastic fracture mechanics, LEFM)

ชิ้นส่วนโครงสร้างมักอยู่ในสภาวะภายใต้โหมดผสม (mixed-mode condition) ซึ่งวิถีของรอยร้าว (crack path) มีการเปลี่ยนทิศทางซึ่งขึ้นอยู่กับหลายปัจจัย การทดสอบในห้องปฏิบัติการเพื่อศึกษาพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวจึงมีความจำเป็น อย่างไรก็ตาม การทดสอบมีข้อจำกัดและความยุ่งยากเกี่ยวกับการเตรียมชิ้นงานในการทดสอบ ใช้ระยะเวลาานาน และมีค่าใช้จ่ายสูง การ

จำลองเชิงตัวเลขจึงเป็นทางเลือกที่ประหยัดและมีประสิทธิภาพ โดยเฉพาะในการศึกษาขั้นต้นเกี่ยวกับผลกระทบของปัจจัยต่างๆ ต่อพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าว

การจำลองเชิงตัวเลขที่อาศัยหลักการของกลศาสตร์การแตกหักยืดหยุ่นเชิงเส้น ใช้ตัวประกอบความเข้มของความเค้น (stress intensity factor, SIF) เป็นพารามิเตอร์ในการทำนายอายุความล้า ตัวประกอบความเข้มของความเค้นจะอยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันของแรงกระทำ รูปร่างเงื่อนไขขอบเขต ช่วงของตัวประกอบความเข้มของความเค้น (stress intensity factor range) มีสหสัมพันธ์กับอัตราการเติบโตของรอยร้าวตามกฎของปารีส (Paris law) งานวิจัยในอดีตที่ศึกษาค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นและอายุความล้าด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (FEM) ได้เลือกใช้วิธี displacement extrapolation [2], J-integral [3], และ interaction integral [4] เพื่อวิเคราะห์ค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น การปรับโครงสร้างของเอลิเมนต์ใหม่ (remeshing method) ได้เสนอโดย [5-9] เพื่อจำลองพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวและวิเคราะห์อายุความล้า ข้อเสียคือ ใช้เวลานานในการคำนวณ และทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนสะสมซึ่งกระทบต่อความถูกต้องของผลการวิเคราะห์ จึงมีอีกวิธีหนึ่งที่กำลังได้รับความนิยมในปัจจุบันคือ วิธีเอกซ์เทนเด็ดไฟไนต์เอลิเมนต์ (extended finite element method, XFEM) [10-24, 26-36] เนื่องจากมีความถูกต้องแม่นยำสูง ใช้เวลาในการคำนวณที่ไม่นาน และใช้จำนวนของเอลิเมนต์น้อยกว่า

การประเมินอายุการใช้งานที่เหลืออยู่ของโครงสร้างเมื่อตรวจพบรอยร้าวล้า (fatigue crack) ในโครงสร้างที่รับแรงกระทำเป็นรอบนั้นมีความสำคัญอย่างยิ่ง การประเมินอายุจำเป็นต้องทราบอัตราการเติบโตของรอยร้าวภายใต้แรงกระทำเป็นรอบ เพื่อทำนายพฤติกรรมการเติบโตและความเร็วของความเสียหาย เพื่อใช้ตัดสินใจเกี่ยวกับเวลาสำหรับการปรับปรุงใหม่ (retrofit) หรือการเปลี่ยนชิ้นส่วนกรณีที่รอยร้าวเติบโตช้าจะมีเวลามาก่อนทำการปรับปรุงใหม่ ข้อมูลนี้ก็ยังเป็นที่ต้องการเพื่อจัดทำแผนสำหรับการตรวจสอบและมาตรการซ่อมที่เหมาะสมก่อนที่รอยร้าวจะพัฒนาไปสู่ระดับวิกฤติ

ในงานวิจัยนี้สนใจการวิเคราะห์รอยร้าวล้าอันเป็นผลมาจากแรงกระทำภายใต้โหมดผสม ซึ่งประกอบไปด้วยหน่วยแรงดิ่งกับหน่วยแรงเฉือน หน่วยแรงดัดกับหน่วยแรงเฉือนภายใต้แรงกระทำเป็นรอบ การศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมนี้จะมุ่งเน้นในเนื้อหาของกลศาสตร์การแตกหักจะมีประโยชน์ในการเพิ่มอายุความล้า (fatigue life) ของแผ่นเหล็ก

## 1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. ประยุกต์ใช้แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ 3 มิติ เพื่อการวิเคราะห์การเติบโตของรอยร้าวล้าในแผ่นเหล็กเนื่องจากแรงกระทำภายใต้โหมดผสมโดยใช้วิธีเอกซ์เทนเด็ดไฟไนต์เอลิเมนต์
2. วิเคราะห์ปัจจัยที่มีผลต่ออายุความล้าของรอยร้าวล้าภายใต้โหมดผสมเนื่องจากแรงกระทำเป็นรอบ
3. นำเสนอแนวทางในการเพิ่มอายุความล้าเนื่องจากแรงกระทำภายใต้โหมดผสม

## 1.3 ขอบเขตของงานวิจัย

1. แรงกระทำเป็นรอบมีแอมพลิจูดคงที่ (constant amplitude cyclic loading) โดยที่ค่าหน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดึงฉาก (หน่วยแรงดึงหรือหน่วยแรงอัด) มีความถี่เดียวกัน
2. อัตราส่วนหน่วยแรง (หน่วยแรงต่ำสุดต่อหน่วยแรงสูงสุด;  $\sigma_{\min} / \sigma_{\max}$ ) เท่ากับ ศูนย์
3. จำลองการเติบโตของรอยร้าวล้าตามหลักของกลศาสตร์แตกหักยืดหยุ่นเชิงเส้น
4. ไม่คำนึงถึงหน่วยแรงคงค้าง (residual stresses)
5. ไม่คำนึงถึงผลกระทบจากสิ่งแวดล้อม เช่น การเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ ความชื้นและการกัดกร่อน
6. ปัจจัยต่ออายุความล้าที่ศึกษาประกอบด้วย
  - มุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น
  - ขนาดรอยร้าวเริ่มต้น
  - อัตราส่วนหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดึงเท่ากับ 0 0.1 0.25 0.5 1.0 1.5 และ 2.0
  - อัตราส่วนหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดัดเท่ากับ 0 0.1 0.25 0.5 1.0 1.5 และ 2.0
  - การซ่อมแซมด้วยการเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบ



#### 1.4 แนวทางการดำเนินการวิจัย

แนวทางการดำเนินการวิจัย มีดังนี้

1. ศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการเติบโตของรอยร้าวล้าในโครงสร้างเหล็กที่ใช้วิธี FEM และ XFEM
2. ศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการเติบโตของรอยร้าวล้าภายใต้โหมดผสม
3. ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง
  - กลศาสตร์แตกหักยืดหยุ่นเชิงเส้น
  - วิธีเอกซ์เทนเด็ดไฟไนต์เอลิเมนต์
  - กฎของปารีส
4. พัฒนาแบบจำลอง XFEM 3 มิติของแผ่นเหล็กและตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองกับผลงานวิจัยก่อนหน้า
5. ศึกษาปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่ออายุความล้าของแผ่นเหล็กภายใต้แรงกระทำแบบผสม
6. สรุปผลงานวิจัย เขียนบทความงานวิจัยและจัดทำเล่มวิทยานิพนธ์

#### 1.5 ประโยชน์ที่ได้รับ

ประโยชน์ที่ได้รับจากงานวิจัยนี้ คือ

1. ทราบพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวและกำลังความล้าของแผ่นเหล็กภายใต้แรงกระทำแบบโหมดผสม
2. ทราบปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่ออายุความล้าของแผ่นเหล็กภายใต้แรงกระทำแบบโหมดผสม
3. ทราบแนวทางในการซ่อมแซมแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวภายใต้แรงกระทำแบบโหมดผสม

## บทที่ 2

### การทบทวนงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

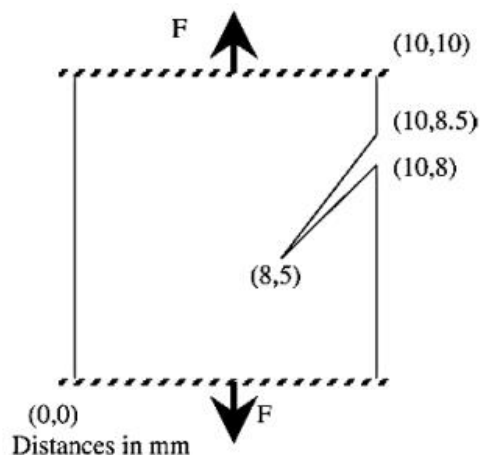
#### 2.1 การจำลองการเติบโตของรอยร้าวด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

Bouchard และคณะ (2003) [5] ได้ศึกษาวิธีการเติบโตของรอยร้าวและเปรียบเทียบกับเกณฑ์การแตกหักที่แตกต่างกัน คือ เกณฑ์หน่วยแรงผิวสัมผัสสูงสุด (maximum circumferential stress criterion; MCSC), เกณฑ์ความหนาแน่นของพลังงานความเครียดต่ำสุด (minimum strain energy density fracture criterion; MSED), และเกณฑ์อัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียดสูงสุด (maximum strain energy release rate criterion; MSERRC) ในการศึกษาครั้งนี้ใช้วิธี FEM การเติบโตของรอยร้าวได้ถูกคำนวณโดยวิธีปรับปรุงโครงข่ายเอลิเมนต์ (remeshing) วัสดุที่ใช้ในทุกแบบจำลองมีค่ามอดูลัสยืดหยุ่น (modulus of elasticity) เท่ากับ 98,000 MPa และอัตราส่วนปัวซองเท่ากับ 0.3

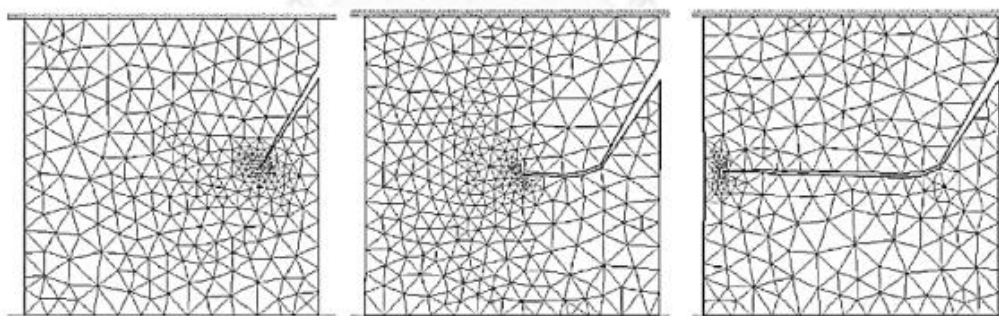
1) ปัญหาแผ่นที่มีรอยร้าวเริ่มต้นเอียงภายใต้หน่วยแรงดึง

1.1) เกณฑ์การแตกหักที่ใช้หน่วยแรงผิวสัมผัสสูงสุด (MCSC)

การเติบโตของรอยร้าวในโหมด 1 มีทิศทางตั้งฉากกับหน่วยแรงหลักเกิดจากแรงที่กระทำตั้งฉากดังแสดงในรูปที่ 2.1 และวิถีของรอยร้าวที่ได้จากเกณฑ์การแตกหักนี้อยู่ในทิศทางแนวราบดังแสดงในรูปที่ 2.2



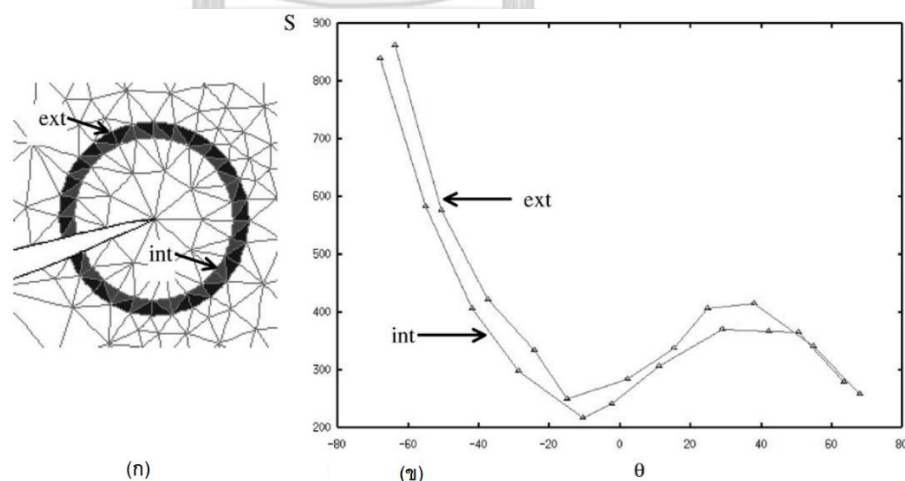
รูปที่ 2.1 แบบจำลองแผ่นสี่เหลี่ยมที่มีรอยร้าวเริ่มต้นเอียง [5]



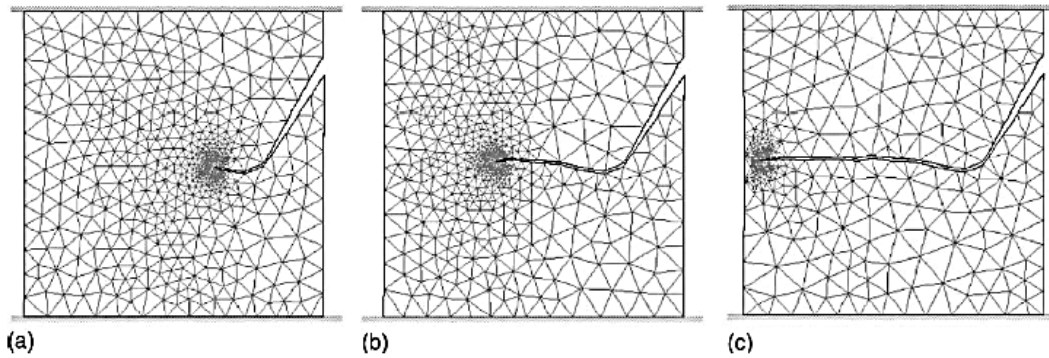
รูปที่ 2.2 วิธีรอยร้าวล้าที่คำนวณทิศทางโดยวิธี MCSC [5]

### 1.2) เกณฑ์ความหนาแน่นพลังงานความเครียดต่ำสุด (MSEDC)

จำนวนของเอลิเมนต์วงแหวนรอบปลายรอยร้าวดังแสดงในรูปที่ 2.3ก มีผลกระทบโดยตรงกับความถูกต้องในเกณฑ์การแตกหักนี้ ซึ่งความหนาแน่นของพลังงานความเครียดได้ถูกคำนวณสำหรับแต่ละเอลิเมนต์ของวงแหวนและทิศทางการเติบโตของรอยร้าวจะเป็นค่าที่ต่ำสุดในกราฟ  $S(\theta)$  ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นพลังงานความเครียดกับมุม  $\theta$  ดังแสดงในรูปที่ 2.3ข ดังแสดงในรูปที่ 2.3 จะมีความแตกต่างระหว่างเอลิเมนต์ภายในและเอลิเมนต์ภายนอกของวงแหวน การแยกกันของทั้งสองค่าจะทำให้ความถูกต้องดีขึ้น อย่างไรก็ตามการคำนวณทิศทางโดยใช้ค่าต่ำสุดควรคำนวณจากพาราโบล่าจะทำให้มีความถูกต้องมากขึ้น รอยร้าวจะเติบโตในทิศทางที่พลังงานมีค่าต่ำที่สุด [5]



รูปที่ 2.3 เอลิเมนต์วงแหวนที่ปลายรอยร้าวและการคำนวณค่าเส้นโค้ง  $S(\theta)$  สำหรับ MSEDC ที่ใช้ในแบบจำลองเชิงตัวเลข [5]

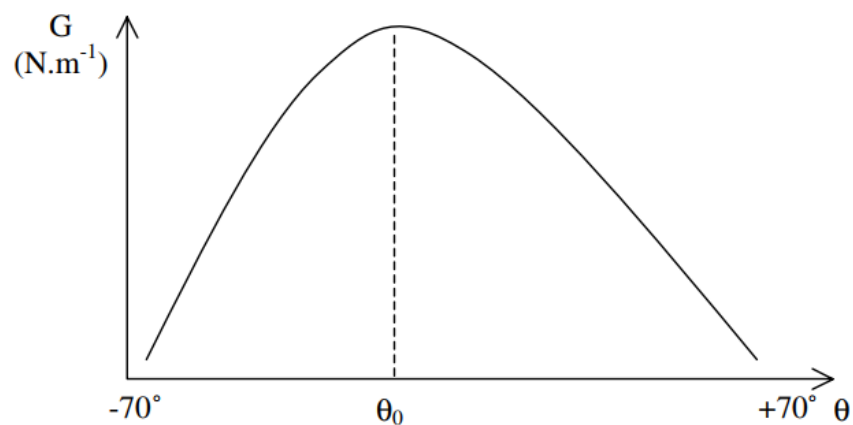


รูปที่ 2.4 วิธีการเติบโตของรอยร้าวโดยใช้ MSED [5]

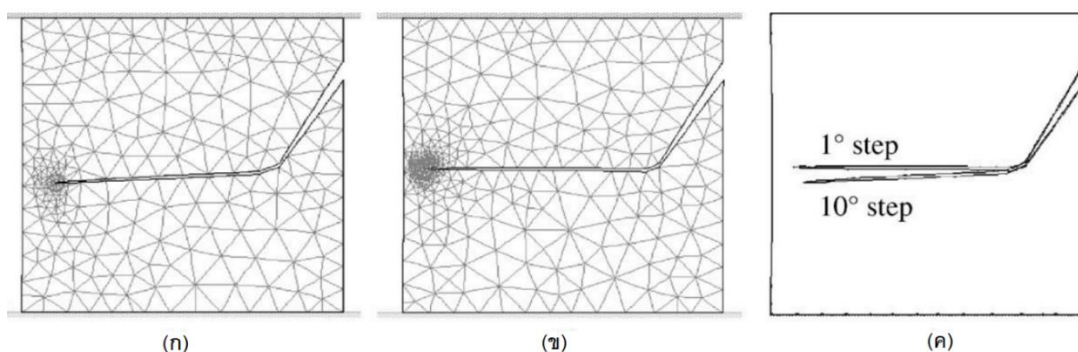
วิธีของรอยร้าวที่คำนวณด้วยเกณฑ์ MSED ค่อนข้างจะไปในแนวราบและขยายตัวต่อเนื่องจนกระทั่งไปสุดที่ขอบของแผ่นดังแสดงในรูปที่ 2.4

### 1.3) เกณฑ์อัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียดมากที่สุด (MSERRC) โดยใช้วิธี $G(\theta)$

รูปที่ 2.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียด (strain energy release rate,  $G$ ) และค่ามุมรอบปลายรอยร้าว โดยที่รอยร้าวจะเติบโตไปในทิศทางค่า  $G$  ค่ามากที่สุด อย่างไรก็ตามค่าความถูกต้องจะขึ้นอยู่กับขนาดความละเอียดมุมของแต่ละขั้น (angle step) ตอนที่เลือกในการคำนวณค่า  $G$  ดังแสดงในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.5 กราฟเส้นโค้ง  $G(\theta)$  [5]

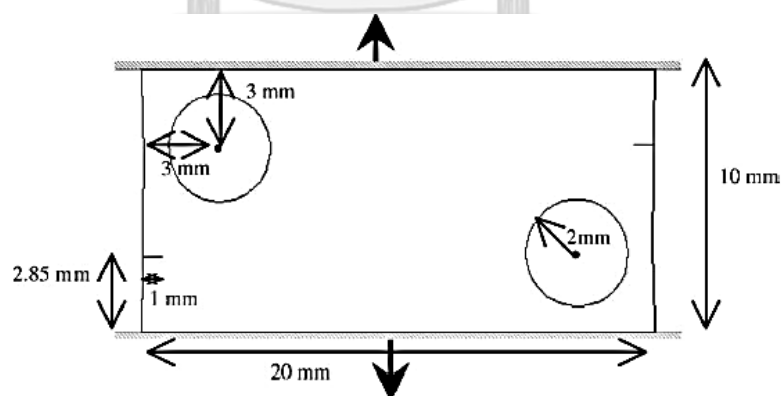


รูปที่ 2.6 วิธีรอยร้าวล้าที่คำนวณโดย MSERRC สำหรับแต่ละขนาดความละเอียดมุม (ก) 10 องศา (ข) 1 องศาและ (ค) ที่เปรียบเทียบกันของทั้ง 2 มุม [5]

จากผลลัพธ์ที่ได้ทั้งหมดแสดงให้เห็นว่าทุกเกณฑ์การแตกหักให้ค่าวิถีของรอยร้าวในแต่ละอันไม่ได้มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ดังนั้นเกณฑ์การแตกหักทั้ง 3 สามารถที่จะใช้ในการทำนายการเติบโตของรอยร้าวโดยที่ขึ้นอยู่กับความสะดวกของผู้ใช้งาน

## 2) ปัญหาแผ่นเหล็กที่มีรูเจาะสองรูกับรอยร้าวเริ่มต้น

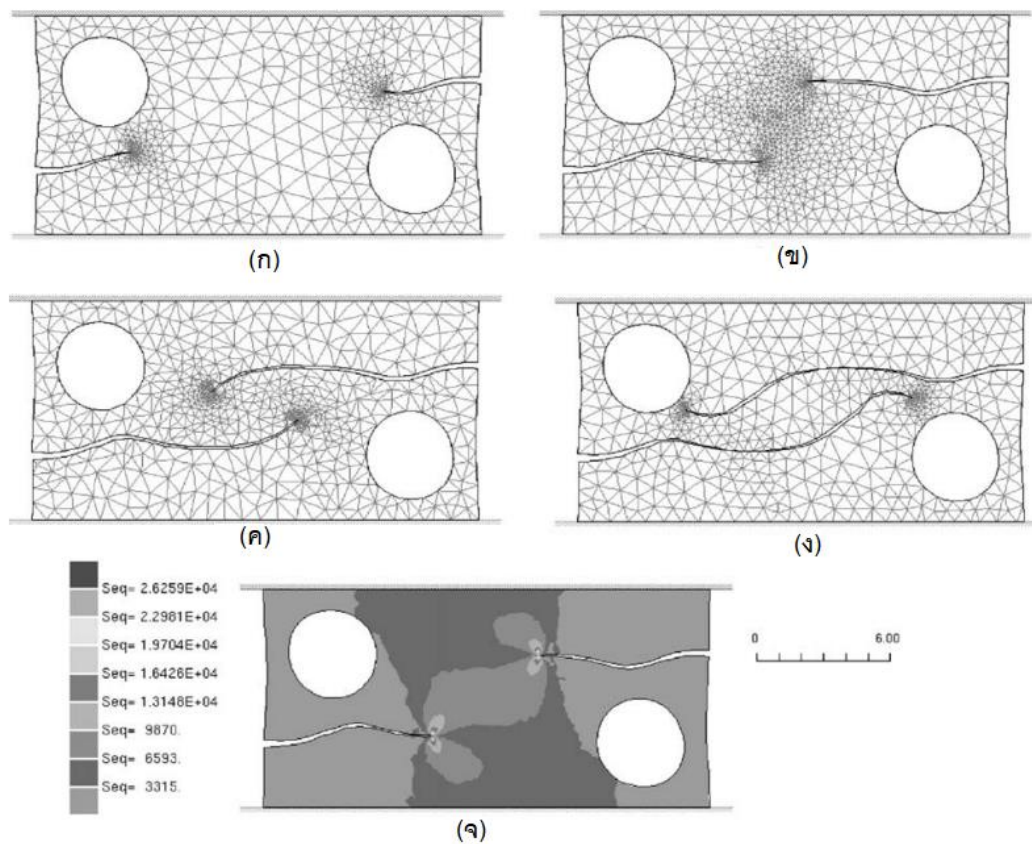
ในการศึกษาการเติบโตของรอยร้าวของแผ่นเหล็กที่ประกอบไปด้วยสองรูเจาะดังแสดงในรูปที่ 2.7 โดยที่วิธีรอยร้าวอยู่ภายใต้อิทธิพลของแรงกระทำในโหมด 1



รูปที่ 2.7 แผ่นเหล็กที่มีรูเจาะ 2 รูกับรอยร้าวเริ่มต้น [5]

### 2.1) เกณฑ์การแตกหักที่ใช้หน่วยแรงผิวสัมผัสสูงสุด (MCSC)

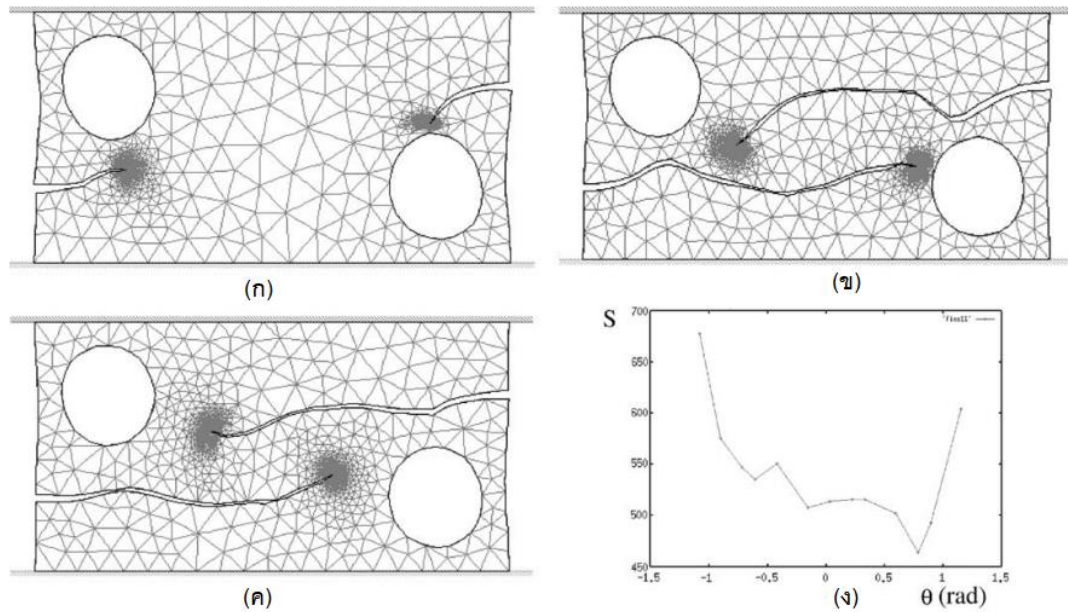
การเติบโตของรอยร้าวในช่วงต้นมีวิถีใกล้กับรูเจาะมากๆ และหลังจากนั้นขยายตัวไปในแนวราบและเฉียงไปที่รูเจาะที่อยู่ตรงข้าม ดังแสดงในรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 วิธีการเติบโตของรอยร้าวที่คำนวณด้วยเกณฑ์ MCSC [5]

## 2.2) เกณฑ์ความหนาแน่นของพลังงานความเครียดต่ำสุด (MSEDC)

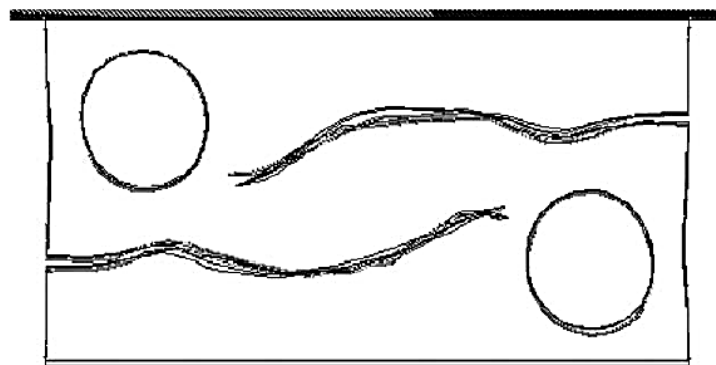
การสร้างแบบจำลอง 3 แบบได้ถูกสร้างขึ้นโดยที่ให้งวงแหวนมีขนาดเล็ก, วงแหวนขนาดกลาง และวงแหวนขนาดใหญ่ วิธีการรอยร้าวของแบบจำลองที่วงแหวนมีขนาดเล็กรอยร้าวจะพุ่งเข้าไปที่รูเจาะ โดยที่ไม่เปลี่ยนทิศไปในแนวนอน วิธีการรอยร้าวของแบบจำลองที่วงแหวนมีขนาดกลางมีวิธีการรอยร้าวที่เหมาะสมคล้ายกับอีกสองเกณฑ์การแตกหัก ในส่วนของวิธีการรอยร้าวของแบบจำลองที่วงแหวนมีขนาดใหญ่มีทิศทางที่ไปในแนวราบและโตไปจนถึงรูเจาะที่อยู่ด้านตรงข้าม ดังแสดงในรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 วิธีการเติบโตของรอยร้าวที่คำนวณด้วยเกณฑ์ MSEDG ที่ขนาดของวงแหวนที่แตกต่างกัน โดยที่ (ก) วงแหวนรอบรอยร้าวมีขนาดเล็ก (ข) วงแหวนรอบรอยร้าวมีขนาดกลาง (ค) วงแหวนรอบรอยร้าวมีขนาดใหญ่ [5]

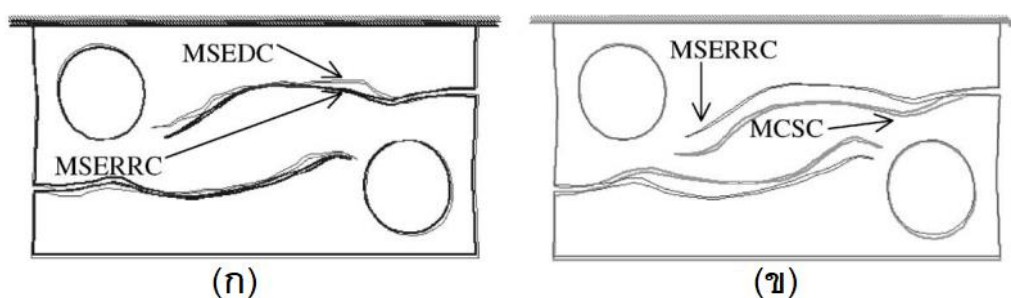
### 2.3) เกณฑ์อัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียดสูงสุด (MSERRC) โดยใช้วิธี $G(\theta)$

รูปที่ 2.10 แสดงการซ้อนทับกันของวิธีรอยร้าวในการจำลองด้วยเกณฑ์ MSERRC แม้ว่าในเกณฑ์การแตกหักนี้จะมีขนาดของวงแหวนที่แตกต่างกันสามขนาด ค่าเส้นโค้ง  $G(\theta)$  ในกราฟยังมีค่าที่คล้ายคลึงกัน และใช้ตรวจสอบวิธีรอยร้าวของมุมที่ 10 องศาของทั้งวงแหวนสามขนาดก็ได้ผลที่ใกล้เคียงกัน



รูปที่ 2.10 การซ้อนทับกันของวิธีรอยร้าวในการจำลองด้วยวิธี MSERRC สำหรับขนาดของเอลิเมนต์ที่แตกต่างกัน [5]

ในการศึกษาปัญหาที่มีความซับซ้อนมีความสำคัญมากกว่าปัญหาแบบจำลองอย่างง่าย เพราะว่าจะแสดงให้เห็นถึงความแตกต่างของผลลัพธ์ต่างๆ เช่น วิธีการเติบโตของรอยร้าวได้อย่างชัดเจน ผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่า MSEDG ขึ้นอยู่กับการแบ่งเอลิเมนต์แต่อีกสองวิธีให้ค่าการทำนายทิศทางการเติบโตของวิธึรอยร้าวที่ดีและไม่ขึ้นกับการแบ่งเอลิเมนต์ การเปรียบเทียบวิธึรอยร้าวระหว่าง MSEDG กับ MSERRC และระหว่าง MSERRC กับ MCSC แสดงในรูปที่ 2.11ก และ 2.11ข จากรูปที่ 2.11ข แสดงให้เห็นว่ารูเงาส่งผลอย่างมากกับวิธึรอยร้าวของ MCSC ในช่วงต้น แต่กับวิธึรอยร้าวในภาพรวมไม่ได้มีความแตกต่างกับ MSERRC กันมาก



รูปที่ 2.11 การเปรียบเทียบการเติบโตของรอยร้าวในแต่ละเกณฑ์การแตกหัก [5]

จากผลลัพธ์เวลาที่ CPU ใช้ในการคำนวณของทั้งสามเกณฑ์การแตกหักแสดงให้เห็นว่า MSEDG เป็นวิธีที่ใช้เวลาในการคำนวณมากที่สุดในการวิเคราะห์การเติบโตของรอยร้าวและอีกสองวิธีใช้เวลาในการคำนวณที่ใกล้เคียงกันดังแสดงในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 การเปรียบเทียบเวลาที่ CPU ใช้ในการคำนวณ [5]

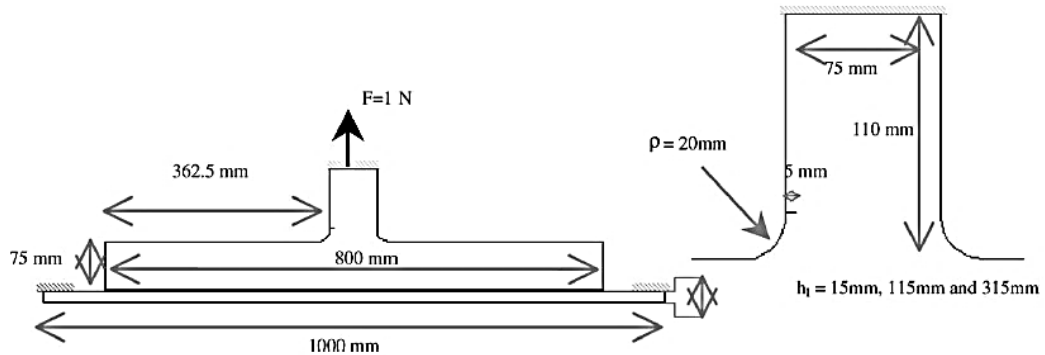
Criterion	MCSC	MSEDG	MSERRC
Number of nodes	3053	3075	3186
CPU time	$t$	$1.3t$	$1.08t$

### 3) ปัญหาการเติบโตของรอยร้าวจากรอยเชื่อม

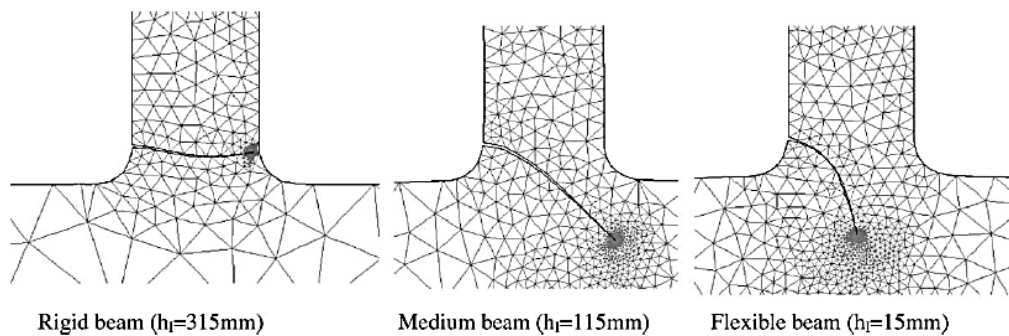
คานรูปตัวไอซึ่งมีรอยร้าวเริ่มต้นที่รอยเชื่อม บริเวณจุดเชื่อมต่อของแผ่นเอวและแผ่นปีกในคานรูปตัวไอ ได้พิจารณาวิธีการเติบโตของรอยร้าว แบบจำลองถูกสร้างขึ้นโดยใช้วิธี MCSC ในการคำนวณทิศทางการเติบโตของรอยร้าว ซึ่งมีค่าอัตราส่วนปีกของเท่ากับ 0.3 และ ค่ามอดุลัสยืดหยุ่นเท่ากับ 200 GPa ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นมีขนาดเท่ากับ 5 mm ในการศึกษาครั้งนี้ได้มีการเปลี่ยนแปลงค่าสติฟเนสการดัดที่ปีกกลางของคานรูปตัวไอ โดยที่ให้  $h = 15, 115$  และ  $315$  mm ดังแสดงในรูปที่ 2.12 ผลการเติบโตของรอยร้าวจะขึ้นอยู่กับค่าสติฟเนสของการดัดดังแสดงในรูปที่ 2.13 แสดงให้เห็น



ว่าที่ค่าสติฟเนสของการตัดมีค่าสูงวิธีของรอยร้าวมีลักษณะโตในแนวราบ ที่สติฟเนสระดับกลางวิธีรอยร้าวมีทิศทางเอียงลงและที่ค่าสติฟเนสน้อยที่สุดวิธีของรอยร้าวค่อนข้างจะลงมาในแนวตั้ง



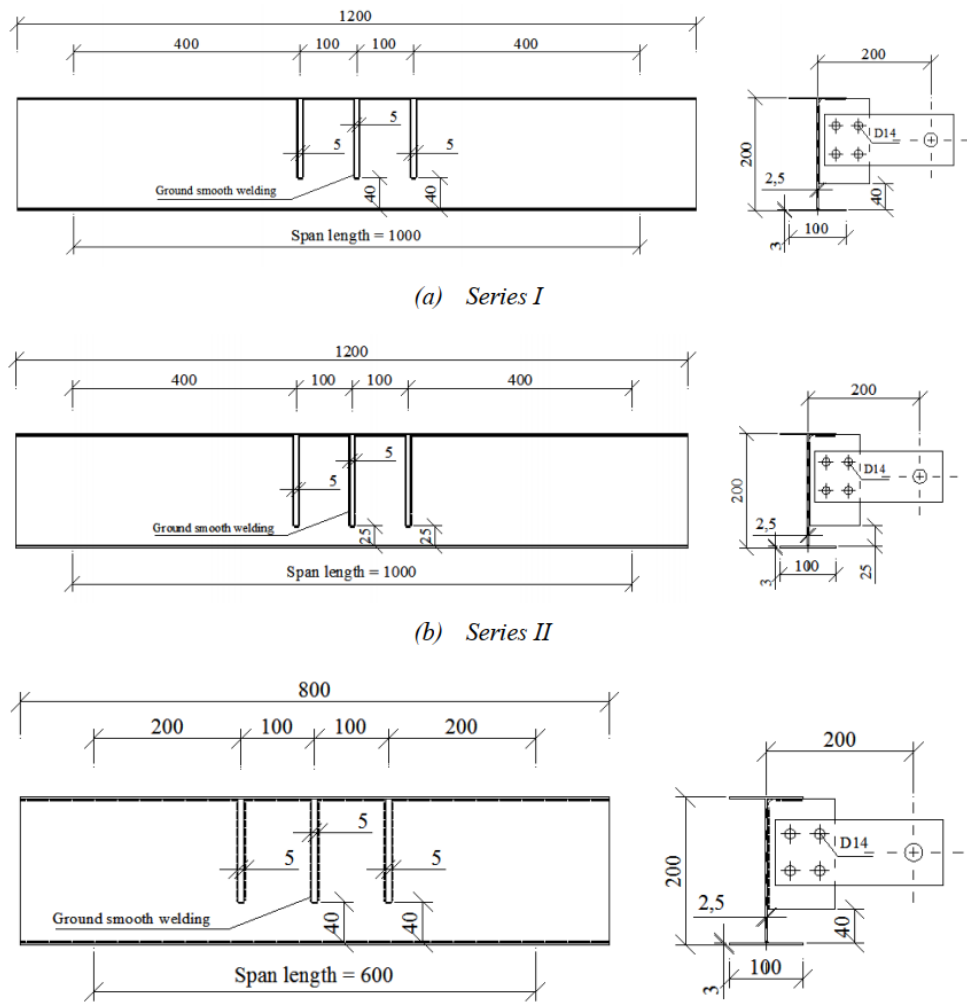
รูปที่ 2.12 การเติบโตของรอยร้าวที่เริ่มจากบริเวณรอยเชื่อม [5]



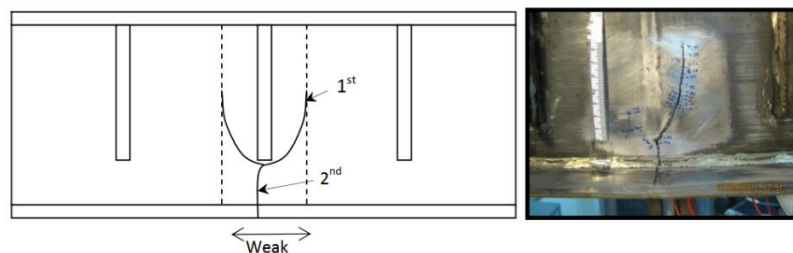
รูปที่ 2.13 อิทธิพลของสติฟเนสของปีกกลางของคานารูปตัวไอที่ส่งผลกับวิธีรอยร้าว [5]

### จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ในปี 2013 Hung [6] ได้ศึกษาพฤติกรรมรอยร้าวลำเนื่องจากการบิดนอกระนาบของช่องว่างแผ่นเอวในการเหล็กรูปตัวไอของสะพานโดยได้ทำการทดสอบตัวอย่างทั้งหมด 9 ชิ้นแบ่งเป็น 3 แบบมีขนาดดังที่แสดงในรูปที่ 2.14 โดยทำการทดสอบด้วยการให้น้ำหนักกระทำซ้ำไปซ้ำมาแบบแอมพลิจูดคงที่ และใช้ความถี่ที่ 4 เฮิร์ต และอัตราส่วนหน่วยแรงเท่ากับ 0.2 โดยผลที่ได้แบ่งออกเป็น 3 แบบคือ 1. การวิบัติของชิ้นงานทดสอบเนื่องจากรอยร้าวใหม่เกิดขึ้นในพื้นที่เขตเปราะบาง 2. การวิบัติของชิ้นงานทดสอบเนื่องจากรอยร้าวใหม่เกิดขึ้นนอกพื้นที่เขตเปราะบาง และ 3. การวิบัติของชิ้นงานทดสอบเนื่องจากรอยร้าวเริ่มต้นเคลื่อนที่ลงไปตีแผ่นปีกด้านล่าง ดังที่แสดงในรูปที่ 2.15 2.16 และ 2.17

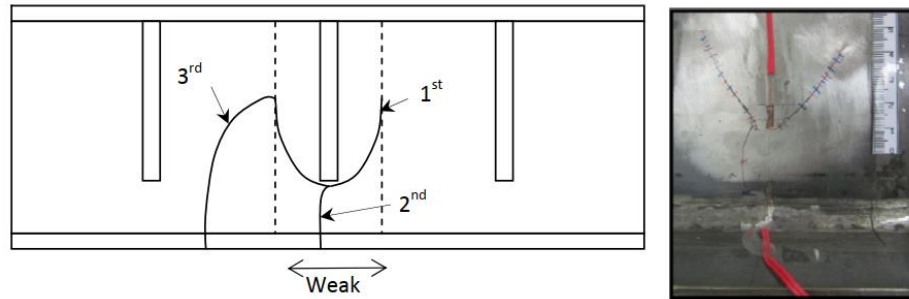


รูปที่ 2.14 ขนาดของตัวอย่างคานเหล็กรูปตัวไอของสะพานที่ใช้ในการทดสอบทั้ง 3 แบบ มิติ หน่วย mm [6]



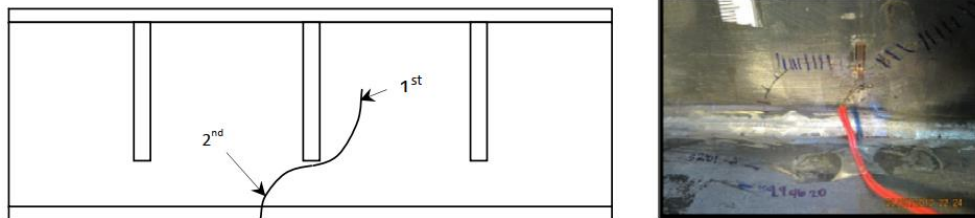
รูปที่ 2.15 การวิบัติของตัวอย่างทดสอบเนื่องจากรอยร้าวใหม่เกิดขึ้นในพื้นที่เขตเปราะบาง [6]  
 หลังจากรอยร้าวเริ่มเกิดขึ้นที่ช่องว่างแผ่นเอวเนื่องจากโซนวิกฤตได้รับอิทธิพลมาจากหน่วยแรง เนื่องจากการบิดนอกระนาบและรอยร้าวจะเติบโตขึ้นไปในบริเวณที่หน่วยแรงมีค่าต่ำจนกระทั่งรอยร้าวไม่ยาวมากขึ้น พื้นที่เขตเปราะบางเกิดขึ้นระหว่างปลายรอยแล้วทั้งสองและรอยร้าวใหม่จะ

เจริญเติบโตขึ้นที่บริเวณนี้และเคลื่อนที่ลงไปที่ปีกด้านล่าง



รูปที่ 2.16 การวิบัติของชิ้นงานทดสอบเนื่องจากรอยร้าวใหม่เกิดขึ้นนอกพื้นที่เขตประาะบาง [6]

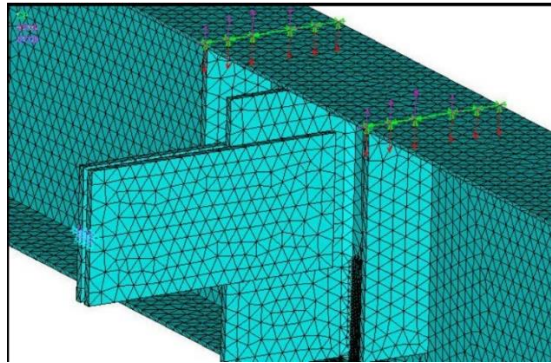
รอยร้าวแรกเกิดขึ้นที่บริเวณปลายรอยเชื่อมและเติบโตขึ้นไปที่บริเวณหน่วยแรงต่ำเนื่องจากบริเวณนี้พลังงานมีค่าน้อยทำให้รอยร้าวลดการเติบโต รอยร้าวที่สองเกิดขึ้นได้รอยเชื่อมเริ่มจากรอยร้าวแรกและเติบโตลงไปที่ปีกล่างของคาน จากนั้นจะเกิดรอยร้าวที่สามซึ่งเกิดขึ้นที่บริเวณปลายรอยเชื่อมของปีกล่างกับแผ่นเอวคานซึ่งอยู่นอกเขตประาะบาง รอยร้าวที่สามนี้จะเติบโตไปในสองทิศทางคือเติบโตไปเชื่อมกับรอยร้าวแรกและอีกปลายจะเติบโตไปในปีกล่างทำให้คานเกิดการวิบัติที่ปีกล่างดังแสดงในรูปที่ 2.16



รูปที่ 2.17 การวิบัติของชิ้นงานทดสอบเนื่องจากรอยร้าวเริ่มต้นเคลื่อนที่ลง [6]

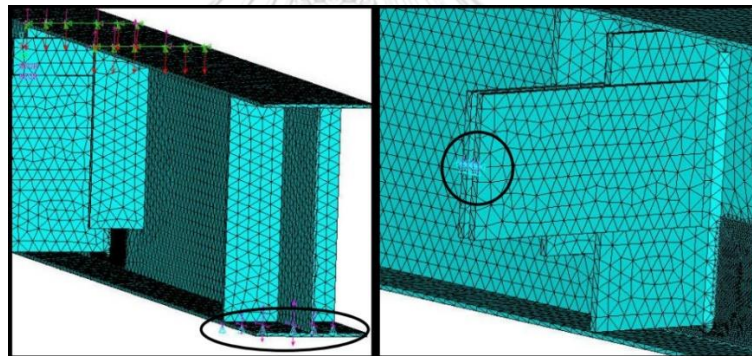
รอยร้าวเริ่มต้นที่ปลายรอยเชื่อมและเติบโตในทิศทางที่แตกต่างกัน ปลายด้านหนึ่งเติบโตขึ้นไปที่บริเวณหน่วยแรงต่ำและอีกปลายลงไปที่ปีกล่างดังแสดงในรูปที่ 2.17

นอกจากนี้ Hung (2013) [6] ได้สร้างแบบจำลอง FEM ด้วยโปรแกรม ANSYS โดยชนิดของเอลิเมนต์ที่ใช้คือ SOLID45 ซึ่งมี 8 หรือ 6 จุดต่อ ใน 1 เอลิเมนต์และแต่ละจุดต่อประกอบไปด้วยการเคลื่อนที่ได้อิสระ 3 ระดับขั้นความเสรี (degrees of freedom) ในแต่ละจุดต่อ ทั้งแผ่นปีกและเอวของคานและแผ่นเหล็กเสริมข้างคานจำลองขึ้นมาด้วยเอลิเมนต์ SOLID45 ทั้งหมดและคุณสมบัติของเอลิเมนต์ที่ใช้คือ ค่ามอดุลัสยืดหยุ่นของเหล็กมีค่าเท่ากับ  $2.192 \times 10^6$  ksc และค่าอัตราส่วนของปัวซองเท่ากับ 0.3 แรงกระทำแบบเส้นกระทำที่ผิวคานบนดังที่แสดงในรูปที่ 2.18



รูปที่ 2.18 แรงกระทำแบบเส้นที่กระทำบนแบบจำลอง [6]

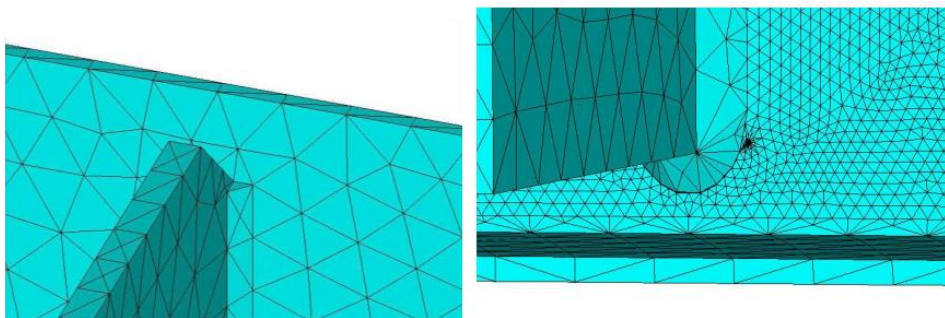
เพื่อที่จะให้ถ่ายโอนจากด้านบนของคานไปที่จุดรองรับแบบสปริงดังแสดงในรูป 2.19 (ก) และสร้างหน่วยแรงบิดนอกระนาบที่สูงที่บริเวณรอยต่อของเหล็กเสริมตั้งกับคานและได้จำลองไดอะแฟรมที่เชื่อมระหว่าง 2 คานโดยการจำลองในแบบจำลองแค่ครึ่งเดียวให้เหมือนกับการทดลองดังที่แสดงในรูป 2.19 (ข)



(ก) ฐานรองรับแบบสปริงที่ปลายของแบบจำลอง (ข) แบบจำลองครึ่งหนึ่งของไดอะแฟรม

รูปที่ 2.19 เงื่อนไขขอบเขตในแบบจำลอง FEM [6]

และ Hung ได้ทำการสร้างรอยเชื่อมในแบบจำลองที่เริ่มต้นบริเวณด้านบนของแผ่นเหล็กเสริมตั้งยาวมาถึงช่องว่างของแผ่นเอวดังแสดงในรูปที่ 2.20 เพราะรอยร้าวจะเริ่มต้นที่บริเวณปลายรอยเชื่อมเสมอ



รูปที่ 2.20 การจำลองรอยเชื่อมในแบบจำลอง FEM [6]

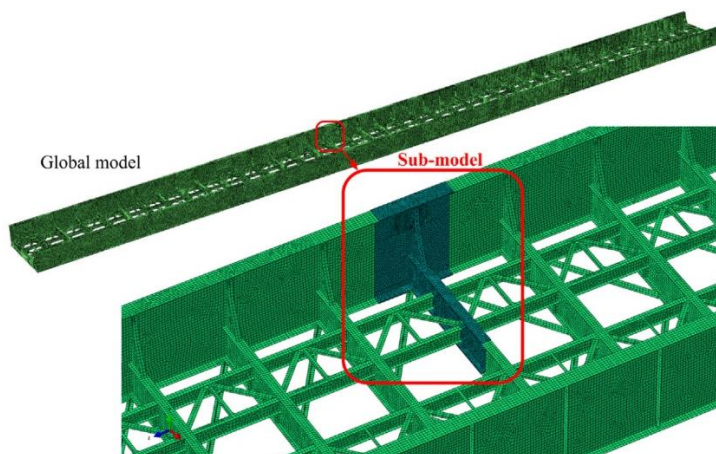
Hung ได้จากการศึกษาพารามิเตอร์ 4 แบบ คือ ค่าอัตราส่วนโมเมนต์ต่อแรงบิด ความยาวช่องว่างแผ่นเอว ความหนาของแผ่นเหล็กเสริมข้างคานต่อความหนาของแผ่นเอวและอัตราส่วนของสติฟเนสของช่องว่างแผ่นเอวต่อสติฟเนสของปีกกลาง ในการหาอายุความล้าได้ใช้กฎของปารีสที่ประยุกต์กับทฤษฎีความเข้มข้นพลังงานความเครียด (strain energy density) ในการหาค่าอัตราการเจริญเติบโตของรอยร้าวล้า ดังแสดงในสมการด้านล่าง

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta S_{eff})^n \quad (2.1)$$

เมื่อ  $\Delta S_{eff}$  คือ ช่วงตัวประกอบความเข้มข้นของพลังงานความเครียดประสิทธิผล (effective strain energy density factor range) ( $J/m^3$ )  $C$  และ  $n$  คือ ค่าคงที่ของวัสดุ

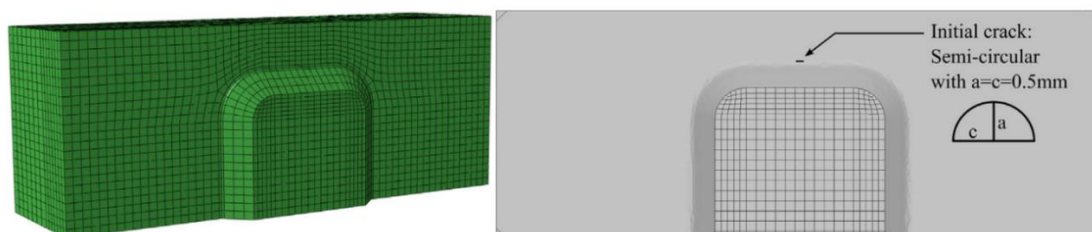
ผลที่ได้จากการศึกษานั้นแสดงให้เห็นว่าค่าอัตราส่วนโมเมนต์ต่อค่าแรงบิดจะส่งผลที่ดีที่สุดต่ออายุความล้า เมื่อค่าอัตราส่วนนี้มีค่าน้อย ความยาวของช่องว่างแผ่นเอวถ้ามีค่ามากจะทำให้อายุความล้ามากขึ้นตามไปด้วยเพราะช่วยลดผลของการสะสมของหน่วยแรงแต่จะถูกจำกัดด้วยเกณฑ์การออกแบบว่าต้องยาวไม่เกิน 10 เท่าของความหนาแผ่นเอว ความหนาของแผ่นเหล็กเสริมข้างคานต่อความหนาของแผ่นเอวและอัตราส่วนของสติฟเนสของช่องว่างแผ่นเอวต่อสติฟเนสของปีกกลาง ถ้าอัตราส่วนทั้งสองนี้มีค่ามากขึ้นจะช่วยยืดอายุความล้าในช่วงที่เป็นโหมด 1 และโหมด 3

ในปี 2014 Aygul และคณะ [7] ได้ตรวจสอบรอยร้าวล้าที่เกิดจากการบิดนอกระนาบของรอยเชื่อมในสะพานเหล็กโดยใช้การวิเคราะห์การเติบโตของรอยร้าวแบบ 3 มิติ วัตถุประสงค์ของการศึกษานี้คือการตรวจสอบพฤติกรรมการแตกร้าวและประมาณอายุความล้าที่เหลืออยู่ของรายละเอียดความเสียหายและระยะเวลาการตรวจสอบที่เชื่อถือได้มากขึ้นสำหรับโครงสร้างสะพานเหล็ก ในการวิเคราะห์และสร้างแบบจำลอง FEM แบบสามมิติได้ใช้โปรแกรม ABAQUS และ FRANC 3D ในการศึกษาโดยที่ได้ใช้วิธีแบบจำลองย่อย (sub-modeling technique) โดยที่แบบจำลองหลัก (global model) ใช้ second-order shell elements และแบบจำลองย่อยใช้ second-order solid elements ดังแสดงในรูปที่ 2.21



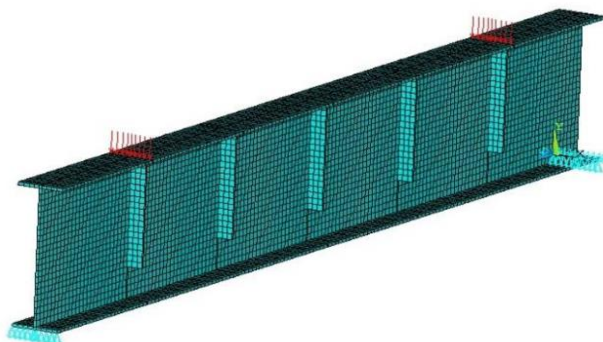
รูปที่ 2.21 แบบจำลองหลักและแบบจำลองย่อยที่ใช้ในการศึกษาปัญหา [7]

โดยที่รอยร้าวเริ่มต้นจะให้ป็นรูปครึ่งวงรีขนาด  $a/2c=0.5$  ดังที่แสดงในรูปที่ 2.22 และใช้เกณฑ์กำหนดทิศทางการเติบโตของรอยร้าว 3 แบบคือ 1. The maximum tensile stress criterion (MTS), 2. The maximum generalised stress criterion (GEN), 3. The maximum strain energy release rate criterion (SERR) และเปรียบเทียบเกณฑ์กำหนดทิศทางทั้ง 3 แบบพบว่ามิต่ำทิศทางการแตกร้าและค่า SIF ที่ไม่แตกต่างกัน



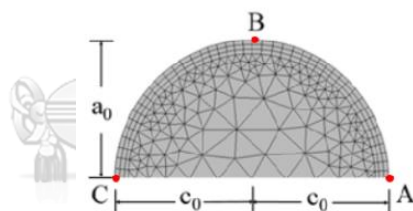
รูปที่ 2.22 แบบจำลองย่อยและรอยร้าวเริ่มต้นที่ใช้ในการวิเคราะห์การเติบโตของรอยร้าว [7]

วันเฉลิม เตรียมล้ำเลิศ (2558) [8] ได้ศึกษาการเติบโตตัวของรอยร้าวล้าของคานเหล็กหน้าตัดตัวโอที่มีแผ่นเหล็กเสริมตั้งเชื่อมขวางคาน โดยใช้โปรแกรม ANSYS ร่วมกับ FRANC3D สร้างแบบจำลอง FEM แบบ 3 มิติ ที่ถูกแรงกระทำในระนาบ รูปที่ 2.23 แสดงคานเหล็กที่ใช้ในการวิเคราะห์ประกอบไปด้วย ปีกบน, ปีกล่าง, แผ่นเอวและแผ่นเหล็กเสริมตั้ง โดยที่ไม่ได้จำลองรอยเชื่อมชนิดของเอลิเมนต์ที่ใช้เป็น 8 จุดต่อ ในโปรแกรม ANSYS คือแบบ brick 8 node 185 ซึ่งแต่ละจุดต่อประกอบไปด้วย 3 ระดับชั้นความเสริคือ การเคลื่อนที่ในแนวแกน x, y และ z จำนวนเอลิเมนต์ที่ใช้โดยประมาณคือ 105,000 เอลิเมนต์ M-integral ได้ถูกใช้ในการคำนวณค่า SIF ที่บริเวณปลายรอยร้าวและใช้กฎของปารีสในการคำนวณหาอายุความล้า



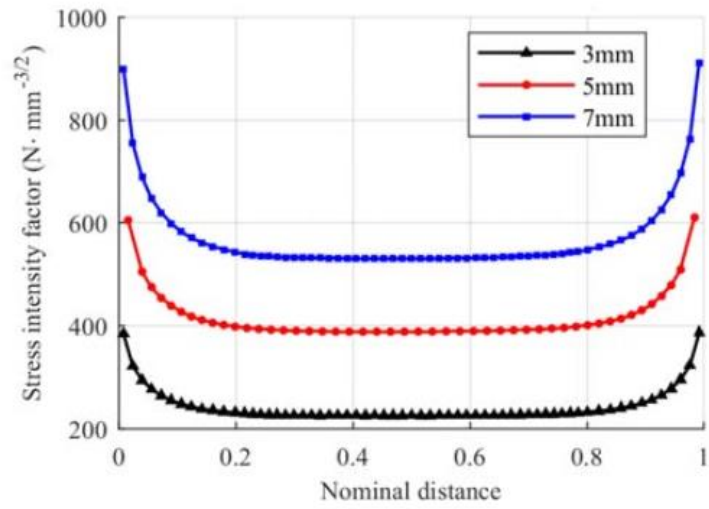
รูปที่ 2.23 แบบจำลอง FEM ของคานรูปตัวไอกับแผ่นเหล็กเสริมตั้ง [8]

ในปี 2019 Tang และคณะ [9] ได้ศึกษาการจำลองการเติบโตของรอยร้าวในรอยเชื่อมของสะพานเหล็กภายใต้แรงกระทำนอกระนาบโดยใช้โปรแกรม FRANC 3D และ ABAQUS ในการคำนวณค่า SIF และการทำนายอายุความล้าซึ่งได้ใช้การเคลื่อนที่ในแนวตั้งแทนการให้น้ำหนักบรรทุกเมื่อทำให้เกิดการบิดนอกระนาบซึ่งระยะที่ใช้คือ 3 5 และ 7 มม. ส่วนเอลิเมนต์ที่ใช้นั้นเป็นแบบ 3D8R ซึ่งรอยร้าวเริ่มต้นที่ใช้นั้นเป็นแบบครึ่งวงรีมีค่าเท่ากับ  $a_0 = 1.5$  และ 2 มม. และ  $C_0 = 1.5$  และ 2 มม. ดังแสดงในรูปที่ 2.24

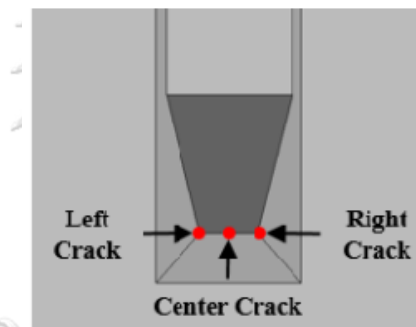


รูปที่ 2.24 ลักษณะและขนาดของรอยร้าวเริ่มต้นที่ใช้ในแบบจำลอง [9]

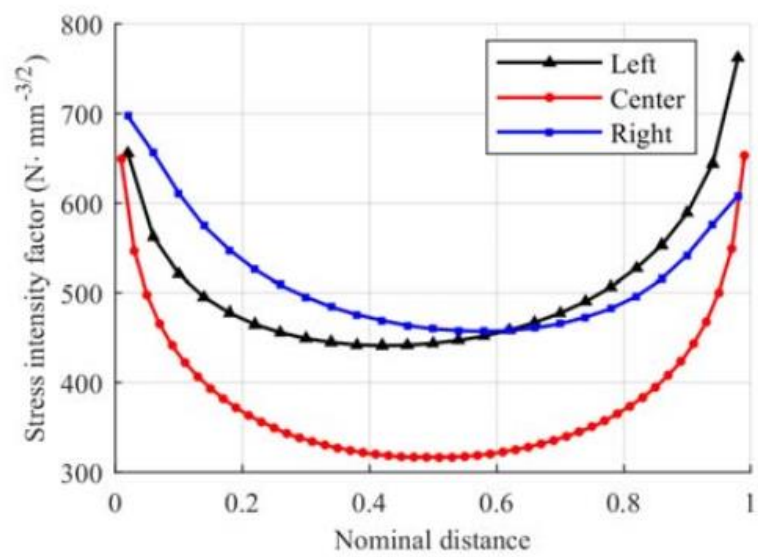
ในการศึกษาได้แบ่งการศึกษาเป็นการวิเคราะห์ SIF ของรอยร้าวเริ่มต้นและการทำนายอายุความล้า ซึ่งทั้งสองหัวข้อนี้จะศึกษาผลกระทบของน้ำหนักบรรทุก, ขนาดรอยร้าวและตำแหน่งของรอยร้าว โดยผลที่ได้จากการศึกษาการวิเคราะห์องค์ประกอบหน่วยแรงของรอยร้าวเริ่มต้นนั้นได้ผลออกมาว่าค่า SIF ของโหมด 1 จะเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญถ้าแรงกระทำเพิ่มขึ้นมากขึ้น ดังที่แสดงในรูปที่ 2.25 และค่า SIF จะเพิ่มขึ้นถ้าขนาดของรอยร้าวเริ่มต้นมีค่ามากขึ้น อีกทั้งค่าตำแหน่งเริ่มต้นของรอยร้าวดังที่แสดงในรูปที่ 2.26 นั้นแสดงให้เห็นว่าถ้าตำแหน่งรอยร้าวเริ่มต้นอยู่ที่ตำแหน่งซ้ายหรือขวาจะมีค่า SIF มากกว่าที่รอยร้าวเริ่มต้นอยู่ตรงกลางดังแสดงในรูปที่ 2.27



รูปที่ 2.25 ผลกระทบของน้ำหนักรบรรทุกต่อค่า SIF ในโหมดที่ 1 [9]



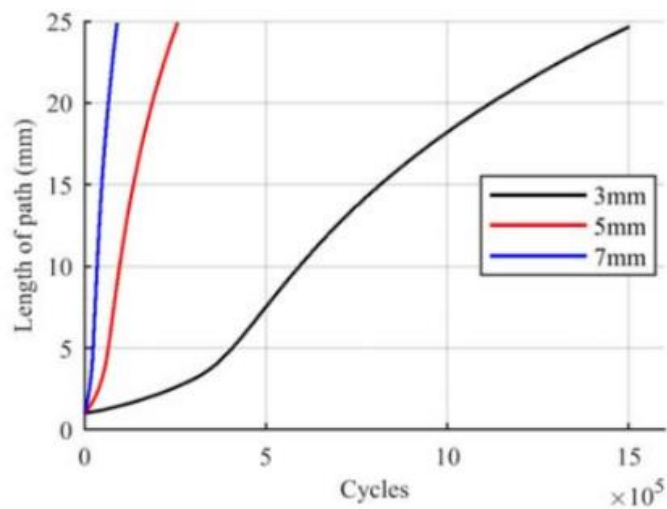
รูปที่ 2.26 ตำแหน่งของรอยร้าวเริ่มต้นที่ใช้ในการศึกษา [9]



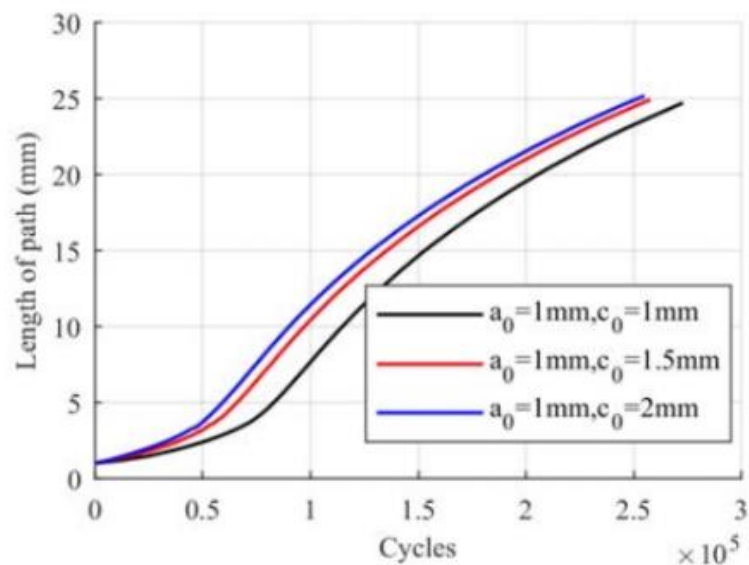
รูปที่ 2.27 ผลกระทบของตำแหน่งรอยร้าวเริ่มต้นต่อค่า SIF ในโหมดที่ 1 [9]



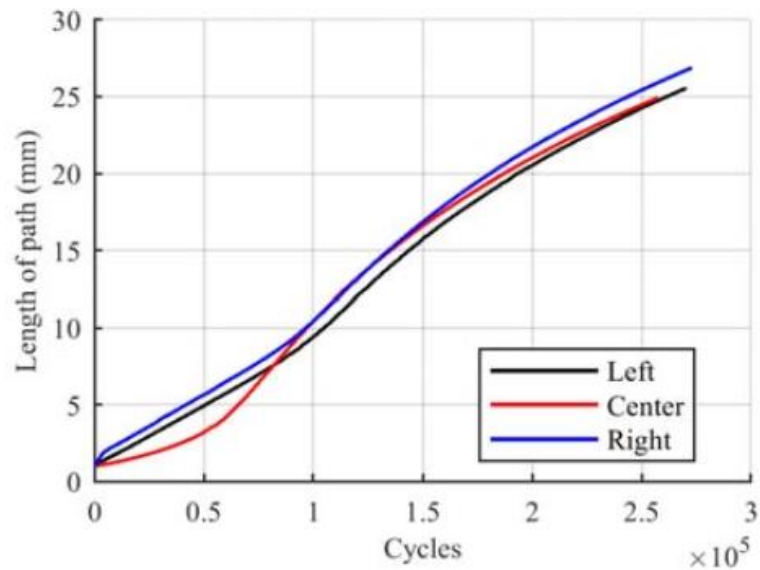
ค่าการทำนายอายุความล้าได้ใช้ค่า  $C = 2.4 \times 10^{-12}$  มม./รอบ และ  $m = 3.3$  ซึ่งค่าที่มีผลกระทบมากที่สุดคือค่าน้ำหนักบรรทุกที่กระทำยิ่งน้ำหนักบรรทุกกระทำมีค่ามาก ค่าอายุความล้าจะลดลงอย่างรวดเร็วดังที่แสดงในรูปที่ 2.28 ส่วนค่าขนาดรอยร้าวเริ่มต้นและตำแหน่งของรอยร้าว นั้นมีผลที่คล้ายคลึงกันคือจะมีความแตกต่างกันในช่วงแรกของการเติบโตแต่เมื่อรอยร้าวมีขนาดใหญ่ขึ้นก็จะมีอายุความล้าที่ใกล้เคียงกันดังที่แสดงในรูปที่ 2.29 และรูปที่ 2.30 ซึ่งสรุปได้ว่าค่าขนาดรอยร้าวเริ่มต้นและตำแหน่งของรอยร้าว นั้นไม่ได้ส่งผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของอายุความล้า



รูปที่ 2.28 ผลกระทบของน้ำหนักบรรทุกต่ออายุความล้า [9]



รูปที่ 2.29 ผลกระทบของขนาดรอยร้าวเริ่มต้นต่ออายุความล้า [9]



รูปที่ 2.30 ผลกระทบของตำแหน่งรอยร้าวเริ่มต้นต่ออายุความล้า [9]

ในปี Yahya และ Abdunaser [10] ได้ศึกษาการเติบโตของรอยร้าวร้าวภายใต้โหมดผสมของ CTS (compact tension specimen) โดยใช้ ANSYS Mechanical APDL V.19.2 ในการสร้างแบบจำลอง FEM โดยวิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์เป็น Smart Crack Growth การวิเคราะห์อายุความล้าใช้กฎของปารีส ดังแสดงในสมการที่ 2.2 โดยให้แรงกระทำเป็นแบบแอมพลิจูดคงที่และค่า SIF ที่ใช้เป็นแบบค่า  $K_{eq}$

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_{eq})^m \quad 2.2$$

อีกทั้งได้ใช้เกณฑ์หน่วยแรงผิวสัมผัส (maximum tangential stress criterion, MTS) ในการวิเคราะห์หาทิศทางมุมการเติบโตของรอยร้าวดังแสดงในสมการที่ 2.3

$$\theta = 2 \arctan \left( \frac{1}{4} \frac{K_I}{K_{II}} + \frac{1}{4} \sqrt{\left( \frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right) \quad \text{for } K_{II} < 0 \quad 2.3$$

$$\theta = 2 \arctan \left( \frac{1}{4} \frac{K_I}{K_{II}} - \frac{1}{4} \sqrt{\left( \frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right) \quad \text{for } K_{II} > 0$$

จากการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ FEM กับการทดสอบพบว่าอายุความล้าและวิธีการรอยร้าวมีความใกล้เคียงกันและค่า SIF ในโหมด 1 และ 2 เปรียบเทียบกับค่าทางทฤษฎีมีความใกล้เคียงกัน

## 2.2 การจำลองปัญหารอยร้าวโดยใช้วิธีเอกซ์เทนเด็ตไฟไนต์เอลิเมนต์

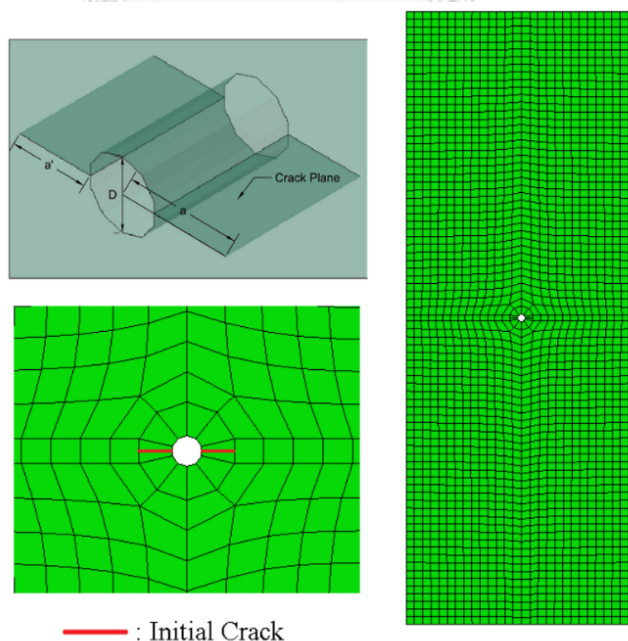
ในช่วง 20 ปีที่ผ่านมา Extended Finite Element Method (XFEM) ได้ถูกพัฒนาและนำมาใช้ในการแก้ปัญหาการเติบโตของรอยร้าวโดยใช้กฎความเสียหายสำหรับทำนายการแตกหัก XFEM ได้ถูกนำมาใช้ครั้งแรกโดย Belytshko และ Black (1999) [11] โดยการจำลอง asymptotic singular fields ที่บริเวณปลายรอยร้าว และได้ถูกปรับปรุงโดย Moes และคณะ (1999) [12] และ Dolbow (1999) [13] และเรียกว่า XFEM โดยได้เพิ่มกลุ่มฟังก์ชัน heaviside enrichment ไปตลอดทั้งรอยร้าว เพื่อจำลองความไม่ต่อเนื่องของรอยร้าว

XFEM ได้ถูกใช้ในการสร้างแบบจำลองการเติบโตของรอยร้าวทั้งในด้านวัสดุศาสตร์ วิศวกรรมโยธา วิศวกรรมเครื่องกล วิศวกรรมการบินและด้านอื่น ๆ โดยนักวิจัยจำนวนมากได้ใช้ XFEM เพื่อใช้ในการตรวจสอบการเติบโตของรอยร้าว ซึ่งได้ผลลัพธ์ในการทดลองที่น่าเชื่อถือเช่น Giner และคณะ (2008) [14] ได้ใช้ ABAQUS XFEM ในการศึกษาปัญหาการเติบโตของรอยร้าวเนื่องจากจากการถูกรูด (fretting fatigue) Vethe (2012) [15] ใช้ ABAQUS XFEM สำหรับการจำลองการเติบโตของรอยร้าว (fatigue crack growth, FCG) ในการเชื่อมต่อสลักเกลียวทรงกรวยมาตรฐาน API ภายใต้แรงดึงคงที่และโมเมนต์ดัด Singh และคณะ (2011) [16] และ Pathak และคณะ (2013) [17] ใช้ XFEM กับกฎของปารีสในการจำลองการเติบโตของรอยร้าวใน 3 มิติ ในแผ่นวัสดุแบบเนื้อเดียวที่ประกอบด้วยหลายรอยร้าว Rad และคณะ (2014) [18] ใช้ XFEM ในการจำลองการเติบโตของรอยร้าวใน 3 มิติ บริเวณฟันของเฟืองเฉียง (helical gear) โดยใช้หลักการของกลศาสตร์การยืดหยุ่นเชิงเส้น (LEFM) และยืนยันว่าผลการวิเคราะห์มีความน่าเชื่อถือและเวลาในการสร้างแบบจำลองสั้นลงอย่างมาก Zhan และคณะ (2017) [19] ได้จำลองการเติบโตของรอยร้าวและประเมินอายุความล้าของชิ้นส่วนโลหะ โดยใช้หลักการของ LEFM ร่วมกับ XFEM ซึ่งพบว่าพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวและการทำนายอายุความล้าสอดคล้องกับผลการทดสอบความล้า

เมื่อไม่นานมานี้ได้มีการประยุกต์ใช้ XFEM ในการสร้างแบบจำลองรอยร้าวเนื่องจาก การบิตนอกระนาบในสะพานเหล็กโดย Mahmoud and Miller (2016) [20] ใช้ ABAQUS XFEM ในการตรวจสอบกลไกการล้าเนื่องจากการบิตนอกระนาบและตรวจสอบ XFEM สำหรับการจำลองการเติบโตของรอยร้าวเนื่องจากจำนวนรอบสูง (high-cycle fatigue crack growth) และ Wang และคณะ (2019) [21] ได้ใช้ ABAQUS XFEM ร่วมกับหลักการ LEFM ในการศึกษารอยร้าวเนื่องจาก การบิตนอกระนาบโดยที่คิดผลของหน่วยแรงคงค้างที่เกิดจากการเชื่อม

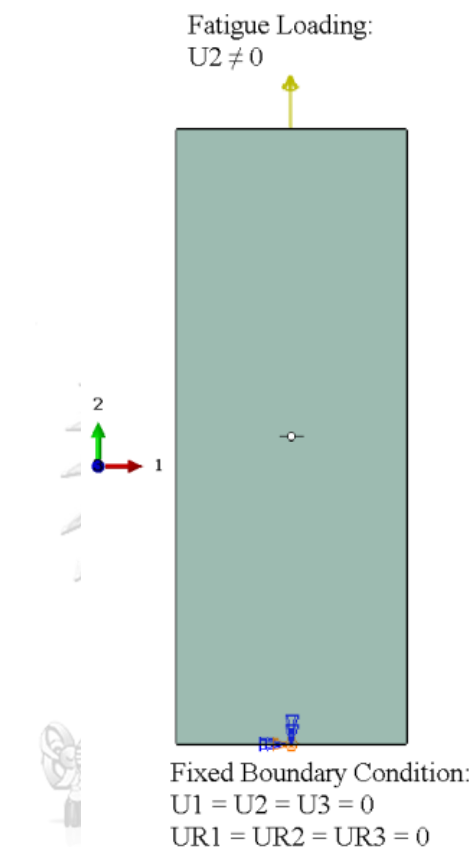
Mahmoud และ Miller [20] ได้ศึกษาการเติบโตของรอยร้าวเนื่องจากการบิดนอกระนาบ โดยใช้ ABAQUS XFEM ในการวิเคราะห์ปัญหาการเติบโตของรอยร้าวเนื่องจากจำนวนรอบสูง โดยได้ศึกษาผลกระทบจากผลกระทบของความยาวช่องว่างแผ่นเอว ช่วงหน่วยแรง อัตราส่วนน้ำหนักบรรทุกและความยาวรอยร้าวเริ่มต้น เนื่องจากว่าการเติบโตของรอยร้าว เนื่องจากการบิดนอกระนาบเป็นผลมาจากการผสมกันของรอยร้าว 2 โหมด คือโหมด 1 และ 3 ดังนั้นเพื่อเป็นการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองจึงได้ ทำการจำลองเฉพาะโหมด 1 และ 3 ขึ้นมาก่อนและนำผลที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลการทดสอบในอดีต

ในการตรวจสอบการจำลองโหมด 1 นั้น ได้ศึกษาผลของการทดสอบความล้าเนื่องจากแรงดึงในแผ่นเหล็ก โดยแผ่นเหล็กมีขนาด 254x95.25x6.35 mm และขนาดรูเจาะตรงกลาง 3.18 mm โดยจะมีรอยร้าวเริ่มต้นอยู่ในแนวนอนที่ขอบของรูเจาะดังแสดงในรูปที่ 2.31 ซึ่งได้นำเอาผลที่ได้จากการวิเคราะห์เชิงตัวเลขนั้นไปเปรียบเทียบกับผลของ Klingerman และ Fisher (1973) โดยที่ผลที่นำมาใช้ในการเปรียบเทียบนั้นแบ่งเป็น 2 ตัวอย่างคือ 1. CP-23 ประกอบไปด้วยครึ่งความยาวรอยร้าวเริ่มต้น ขนาด 5.23 mm และช่วงรับแรง 37.37 kN 2. CP-25 ประกอบด้วยคลื่นความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 7.46 mm และช่วงรับแรงคือ 27.58 kN และแรงต่ำสุดที่ใช้กับทั้ง 2 ตัวอย่างคือ 8.89 kN



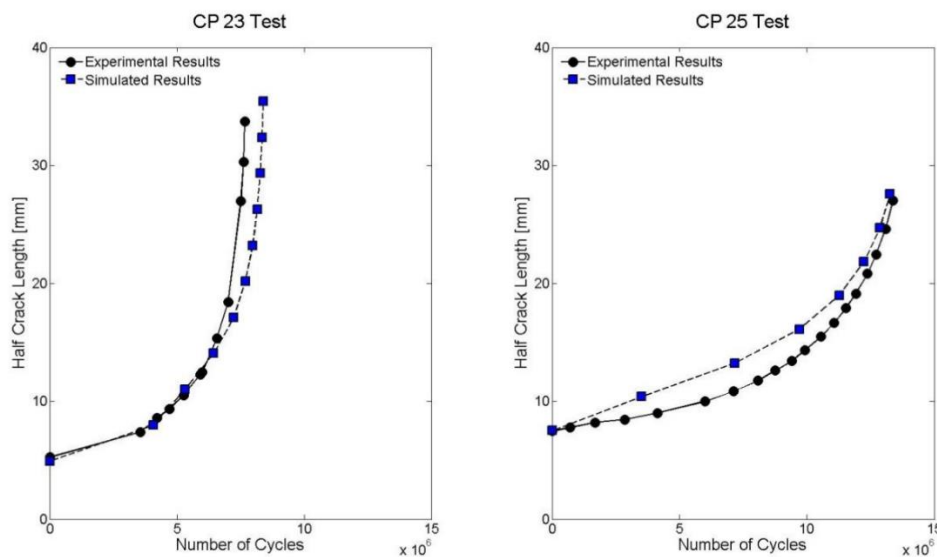
รูปที่ 2.31 แบบจำลองของ Mahmoud และ Miller ที่ใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของค่า SIF ในโหมดที่ 1 [20]

ในการจำลอง FEM แบบสามมิติ ได้ใช้คุณสมบัติของวัสดุโดยที่  $E_s = 200 \text{ GPa}$  และ  $\nu = 0.3$  และเอลิเมนต์ที่ใช้เป็นแบบ 8 จุดต่อ ขนาดของเอลิเมนต์เท่ากับ  $3.18 \text{ mm}$  เงื่อนไขขอบเขตที่กระทำกับผิวบนและผิวล่างมีรูปแบบดังที่แสดงในรูปที่ 2.32



รูปที่ 2.32 เงื่อนไขขอบเขตที่ใช้ในแบบจำลอง [20]

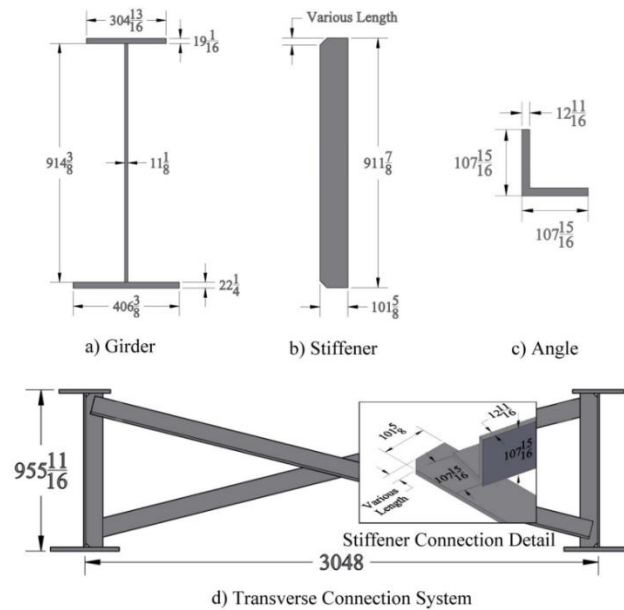
ผลที่ได้จากการจำลองเชิงตัวเลขกับผลการทดสอบในอดีตมีความใกล้เคียงกันทั้ง 2 แบบ ดังแสดงในรูปที่ 2.33 ซึ่งแสดงให้เห็นว่า ค่าอายุความล้าและความยาวรอยร้าวที่ได้มีความใกล้เคียงกับผลการทดสอบและสามารถที่จะใช้ในการจำลองการเติบโตของรอยร้าวเนื่องจากจำนวนรอบสูงได้ด้วย



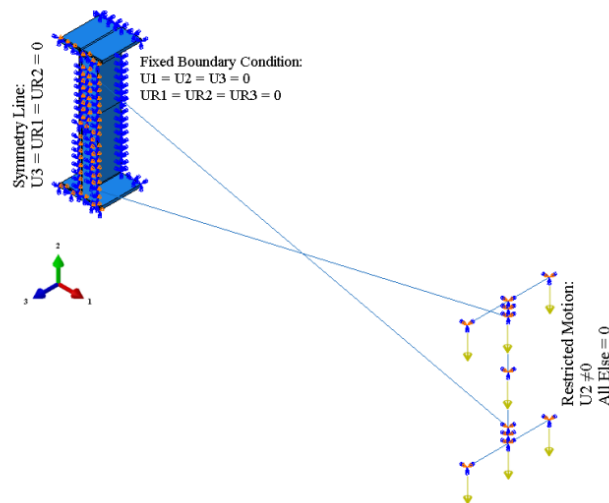
รูปที่ 2.33 การเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ที่ได้ระหว่างแบบจำลองเชิงตัวเลขกับผลการทดสอบในอดีต [20]

ในการศึกษาการตรวจสอบแบบจำลองในโหมดที่ 3 ยังพบว่าโหมดความเสียหายที่ควบคุมการเติบโตของรอยร้าวไม่สามารถควบคุมได้ยกเว้นแรงกระทำในโหมด 3 ซึ่งจากผลการศึกษาครั้งนี้แสดงให้เห็นว่า มีความเป็นไปได้อย่างมากว่าการเติบโตของรอยร้าวเป็นผลมาจากโหมดผสม และยังสรุปได้อีกว่ากฎของปารีสสามารถที่ใช้ในการจำลองการเติบโตของรอยร้าวได้หลายโหมดไม่เฉพาะแต่มีแต่เพียงโหมด 1 เท่านั้น

ในการจำลองสร้างแบบจำลองสะพานเหล็กได้สร้างตามตัวอย่าง 2 ใน AISI (1997) ซึ่งมีขนาดและรูปร่าง ดังแสดงในรูปที่ 2.34 ซึ่งประกอบไปด้วยคาน แผ่นเหล็กเสริมข้างคานและเหล็กฉาก ซึ่งรอยเชื่อมระหว่างคานหลักและเหล็กเสริมข้างคานนั้นจะมีขนาดรอยเชื่อมเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้า 9.5 mm และค่า  $E_s = 200 \text{ GPa}$   $\nu = 0.3$  โดยเอลิเมนต์ที่ใช้เป็นแบบ 8 จุดต่อใน 3 มิติ ใช้ในการจำลองทั้งคาน, เหล็กเสริมข้างคานและรอยเชื่อม เอลิเมนต์มีขนาด 6.35 mm และใช้เอลิเมนต์ คานเชิงเส้นของ Timoshenko แบบสองจุดต่อในการจำลองชิ้นส่วนโครงเฟรมทางขวางรูปตัว X และมีเงื่อนไขขอบเขตดังที่แสดงในรูปที่ 2.35 อีกทั้งไม่คิดหน่วยแรงค้ำเนื่องจากการเชื่อมเพราะว่าหน่วยแรงค้ำกระทำในทิศทางขวางกับคาน ดังนั้นจึงไม่ส่งผลกระทบต่อหน้าหน้าบรรทุกทุกในโหมด 1 และ 3



รูปที่ 2.34 ขนาดของชิ้นส่วนต่าง ๆ ของสะพานที่ใช้ในการศึกษา (mm) [20]

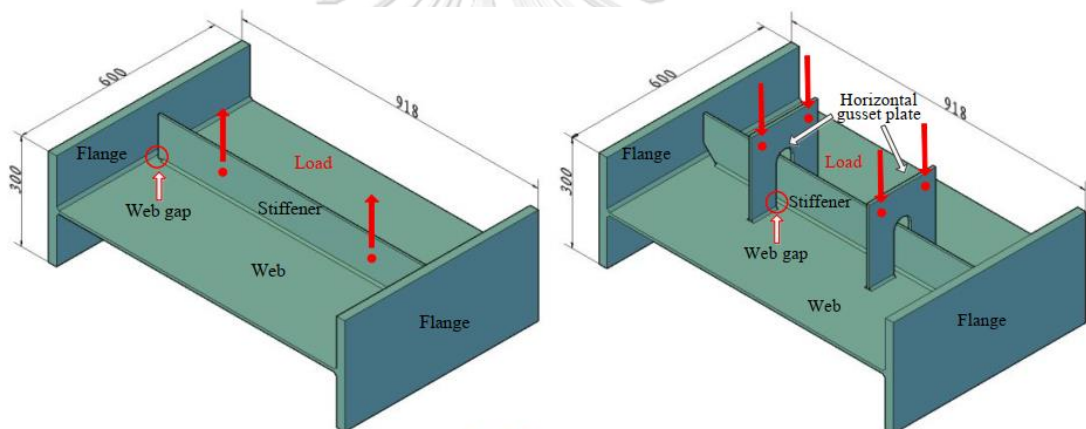


รูปที่ 2.35 เงื่อนไขขอบเขตที่ใช้ในแบบจำลองการบิดนอกระนาบ [20]

ผลการศึกษาของรอยร้าว สามารถที่จะสรุปผลได้ว่าทิศทางของรอยร้าวสามารถที่จะแบ่งได้เป็น 4 ประเภท คือ 1.เฉียงขึ้นไปหาแผ่นปีกคาน 2.เฉียงไปหาแผ่นเอวคาน 3.เติบโตไปตามแนวนอนของแผ่นเอว และ 4.เติบโตไปตามแนวรอยเชื่อมระหว่างแผ่นเหล็กเสริมข้างคานกับแผ่นเอว อีกทั้งรอยร้าวจะหยุดการเจริญเติบโตที่รอยต่อของแผ่นเอวกับปีกคานเมื่อช่องว่างแผ่นเอวมีความแข็งแรง และรอยร้าวเริ่มต้นยาว การเติบโตของรอยร้าวจะเป็นแนวทแยงผ่านแผ่นเอวซึ่งพบได้บ่อยในบริเวณที่

ช่องว่างแผ่นเอวมีความแข็งแรงและรอยร้าวเริ่มต้นมีขนาดเล็ก และผลของการวิจัยยังชี้ให้เห็นว่าไม่แนะนำให้มีการซ่อมแซมถ้ำรอยร้าวเติบโตในแนวนอน เนื่องจากว่ารอยร้าวจะหยุดการเจริญเติบโตอยู่แล้ว

ในปี 2019 Wang และคณะ [21] ได้ศึกษาการเติบโตของรอยร้าวเนื่องจากความล้าจากการบิดนอกระนาบโดยใช้ ABAQUS XFEM และตั้งอยู่บนหลักทฤษฎี LEFM ในการวิเคราะห์ซึ่งได้ทำการทดสอบในห้องปฏิบัติการและสร้างแบบจำลอง FEM เพื่อวิเคราะห์ผล ซึ่งได้ศึกษารายละเอียดของช่องว่างแผ่นเอวของแผ่นเหล็กเสริมตั้งและรายละเอียดช่องว่างของแผ่นเหล็กเสริมนอนดังแสดงในรูปที่ 2.36 โดยสำหรับการทดสอบการบิดนอกระนาบของแผ่นเหล็กเสริมตั้งได้ใช้ความถี่ที่ 8 เฮิร์ต และอัตราส่วนหน่วยแรงเท่ากับ 0.1 และสำหรับแผ่นเหล็กเสริมนอนได้ใช้ความถี่ที่ 6 เฮิร์ต และอัตราส่วนหน่วยแรงเท่ากับ 0.16



(ก) ช่องว่างแผ่นเอวของแผ่นเหล็กเสริมตั้ง (ข) ช่องว่างของแผ่นเหล็กเสริมแบบนอน

รูปที่ 2.36 ขนาดชิ้นส่วนตัวอย่างที่ใช้ในการทดลอง [21]

การวิเคราะห์การเติบโตของรอยร้าวใน ABAQUS ได้ใช้หลักการ LEFM และ VCCT ในการหาค่าอัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียดที่ปลายรอยร้าวและอายุการเติบโตของรอยร้าวได้คำนวณโดยใช้สูตรของปารีสใน ABAQUS ดังแสดงในสมการด้านล่าง ซึ่งรอยร้าวจะเริ่มเติบโตเมื่อค่า

$$G_{thresh} < \Delta G < G_{pl}$$

$$\frac{da}{dN} = c_1 (\Delta G)^{c_2} \quad (2.4)$$

เมื่อ  $c_1$  และ  $c_2$  คือ พารามิเตอร์ของวัสดุ

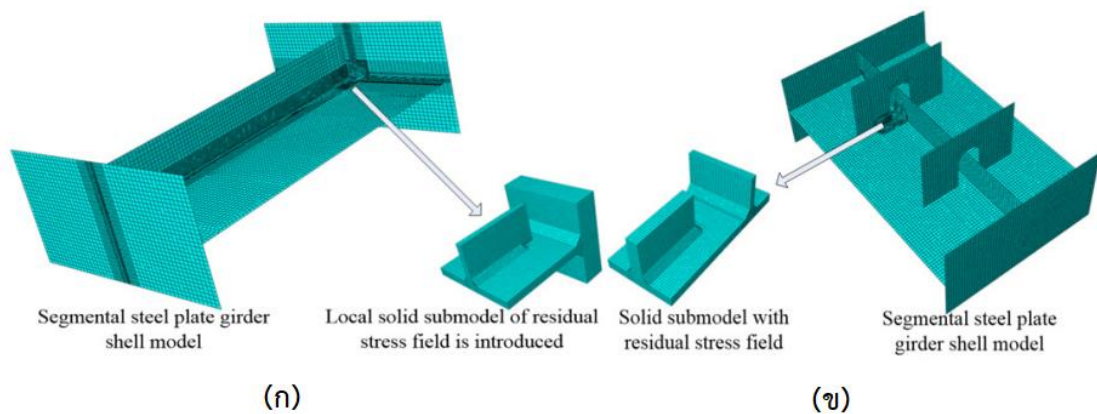
$\Delta G$  คือ อัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียด (N/mm)



$G_{thresh}$  คือ อัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียดเริ่มต้น (N/mm)

$G_{pl}$  คือ ขีดจำกัดอัตราการปลดปล่อยพลังงานความเครียด (N/mm)

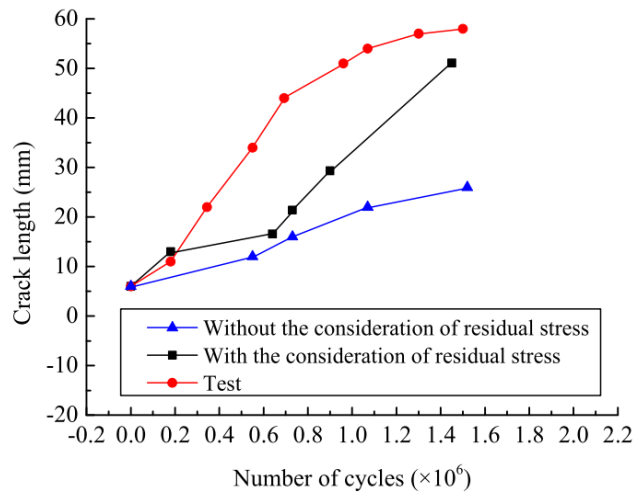
ในการศึกษาแบบจำลอง FEM ได้ทำการสร้างแบบจำลองหลักและแบบจำลองย่อยเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ปัญหา โดยที่แบบจำลองหลักใช้เอลิเมนต์แบบแผ่นบาง S4R และแบบจำลองย่อยใช้เอลิเมนต์แบบ SOLID C3D8R โดยที่แบบจำลองย่อยจะมีการจำลองรอยร้าวไว้ด้วย โดยที่มีรูปร่างเป็นครึ่งวงรี แบบจำลอง FEM และการแบ่งชิ้นส่วนย่อยของช่องว่างแผ่นเอวของแผ่นเหล็กเสริมตั้งและช่องว่างเป็นเอวของแผ่นเหล็กเสริมนอนดังที่แสดงในรูปที่ 2.37 โดยที่แบบจำลองช่องว่างแผ่นเอวของเหล็กเสริมตั้งประกอบด้วยเอลิเมนต์แผ่นบางจำนวน 14,490 เอลิเมนต์และ solid element จำนวน 33,372 เอลิเมนต์ ส่วนแบบจำลองช่องว่างแผ่นเอวแผ่นเหล็กเสริมนอนประกอบไปด้วยเอลิเมนต์แผ่นบางจำนวน 11,668 เอลิเมนต์และประกอบไปด้วย solid element จำนวน 20,986 เอลิเมนต์



(ก) แบบจำลองช่องว่างแผ่นเอวของเหล็กเสริมตั้ง (ข) แบบจำลองช่องว่างแผ่นเอวของเหล็กเสริมนอน

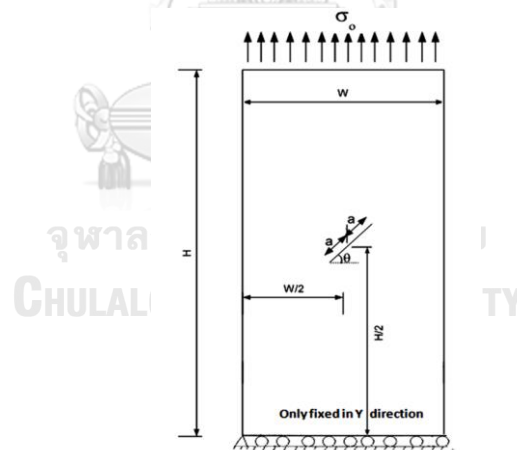
รูปที่ 2.37 แบบจำลอง FEM และการแบ่งชิ้นส่วนย่อย [21]

ในการทดสอบได้เปรียบเทียบกรณีที่พิจารณาหน่วยแรงค้ำที่ เกิดจากการเชื่อมและกรณีที่ไม่พิจารณาหน่วยแรงค้ำซึ่งผลที่ได้คือเมื่อคิดผลของแรงค้ำที่เกิดขึ้นจากการเชื่อมแล้วค่าที่ได้มีค่าอัตราการเติบโตของรอยร้าวใกล้เคียงกับผลการทดสอบมากกว่าดังแสดงในรูปที่ 2.38 จึงสรุปว่าในการคิดค่าความล้าเนื่องจากการบิดนอกระนาบควรพิจารณาผลของหน่วยแรงค้ำด้วย



รูปที่ 2.38 การเปรียบเทียบค่าอายุความล้าที่พิจารณาผลจากหน่วยแรงคงค้างกับผลการทดสอบ [21]

ในปี 2014 Hedayati และ Vahedi [22] ได้ใช้ XFEM ในการวิเคราะห์ SIF การจำลองการเติบโตของรอยร้าวในแผ่นเหล็กโดยที่รอยร้าวเอียงดังแสดงในรูปที่ 2.39



รูปที่ 2.39 ลักษณะของแผ่นเหล็กและเงื่อนไขขอบเขตที่ Hedayati และ Vahedi ใช้ในการศึกษา

[22]

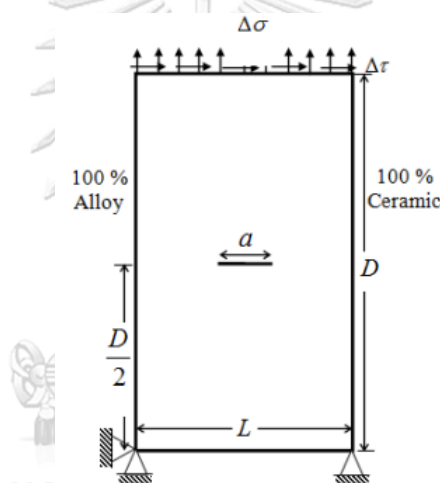
ผลจากการศึกษาพบว่า

1. ค่า SIF ที่ได้จาก XFEM ของโหมด 1 มีค่าน้อยกว่า 3.55 % เปรียบเทียบกับค่าทางทฤษฎีและในโหมด 2 มีค่าน้อยกว่า 1 % เปรียบเทียบกับค่าทางทฤษฎี

2. ทิศทางการเติบโตของรอยร้าวได้จาก XFEM โดยใช้ ABAQUS ได้มีความใกล้เคียงกับค่าทางทฤษฎี และแบบจำลอง FEM

3. ผลที่ได้จากการวิเคราะห์การเติบโตของรอยร้าวแสดงให้เห็นว่าค่า  $\theta_{cr}$  มีค่าเป็นลบ เมื่อ  $0 < \theta < \pi/2$

ในปี 2016 Sharma และคณะ [23] ได้ใช้ XFEM ในการศึกษาการเติบโตของรอยร้าวล้า ภายใต้โหมดผสมใน Functionally Graded Materials (FGMs) เกิดจากอลูมิเนียมอัลลอยและเซรามิก ดังแสดงในรูปที่ 2.40 โดยได้ศึกษาผลกระทบของรอยร้าวขนาดเล็กจำนวนมาก (micro crack) รูและตำแหน่งขนาดต่าง ๆ ที่อยู่ของอิสระภายในแผ่น FGMs โดยใช้ interaction integral ในการหาค่า SIF และเกณฑ์ MTS ในการกำหนดค่าทิศทางการเติบโตของรอยร้าว

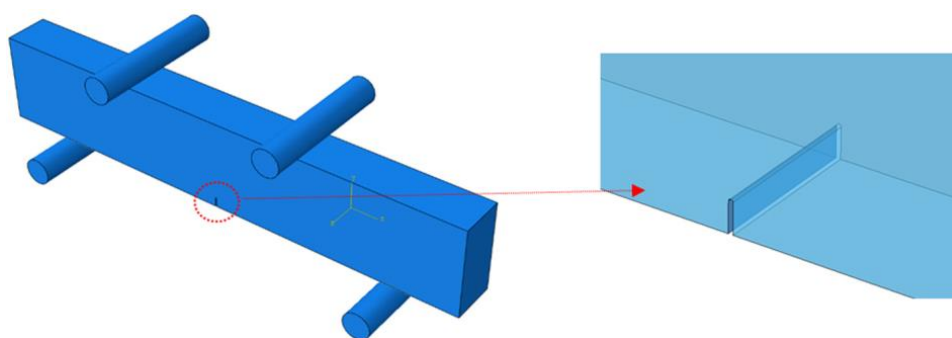


รูปที่ 2.40 แบบจำลองแผ่น FGMs ที่มีรอยร้าวกึ่งกลางภายใต้แรงกระทำแบบโหมดผสม [23]

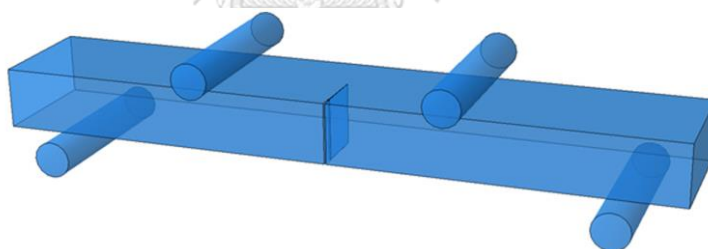
ผลจากการศึกษาสรุปได้ว่าแบบจำลองการเติบโตของรอยร้าวล้าของ FGM ภายใต้โหมดผสมสามารถที่จะคำนวณหาผลกระทบต่าง ๆ ได้ถึงแม้จะมีรูหรือช่องว่างและรอยร้าวขนาดเล็กโดยใช้ XFEM ในการสร้างแบบจำลอง ในการศึกษาครั้งนี้แสดงให้เห็นว่าทุกวัสดุเมื่อเปรียบเทียบค่าอายุความล้าภายใต้โหมดผสมกับโหมด 1 จะมีค่าลดลงอย่างมากและรูหรือโพรงอากาศส่งผลกระทบต่ออย่างรุนแรงกับอายุความล้าไม่ว่าจะอยู่เดี่ยวๆ หรืออยู่ร่วมกับรอยร้าวขนาดเล็กและตำหนิในวัสดุ

ในปี 2017 Bergara และคณะ [24] ทำการศึกษาการเติบโตของรอยร้าวล้าภายใต้หน่วยแรงแบบซับซ้อน ซึ่งได้ทดสอบการดัดแบบ 4 จุด โดยที่ได้ควบคุมขนาดของผิวหน้ารอยร้าว (crack front size) อัตราการเติบโตของรอยร้าวและรูปร่างของรอยร้าว ดังที่แสดงในรูปที่ 2.41 โดยได้ทำการแบ่ง

การทดสอบออกเป็น 2 ขั้นตอน โดยที่ขั้นตอนที่ 1 มีเป้าหมายเพื่อหาค่า  $C$  และ  $m$  ภายใต้แรงกระทำแอมพลิจูดคงที่ โดยที่แรงกระทำมากที่สุดมีขนาด  $10.2$  kN และน้อยสุดมีขนาด  $-0.2$  kN ( $R=0.0196$ ) มีความถี่  $4$  เฮิร์ต และจะหยุดเมื่อความยาวรอยร้าวมีความยาวเป็นครึ่งหนึ่งของความกว้างชิ้นส่วนทดสอบ และในขั้นตอนที่ 2 จะทำการพลิกชิ้นส่วนไป  $90$  องศา ดังแสดงในรูปที่ 2.42 โดยที่วัตถุประสงค์ของขั้นตอนนี้คือการเติบโตของผิวหน้ารอยร้าวแบบซับซ้อน (complex crack front growth) เพื่อใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องกับแบบจำลอง XFEM เงื่อนไขของแรงกระทำในการทดสอบของขั้นตอนที่ 2 ได้แสดงในตารางที่ 2.2



รูปที่ 2.41 ลักษณะชิ้นส่วนการทดสอบการดัดแบบ 4 จุดและรูปร่างของรอยร้าวเริ่มต้น [24]



รูปที่ 2.42 ลักษณะของชิ้นส่วนทดสอบในขั้นตอนที่ 2 [24]

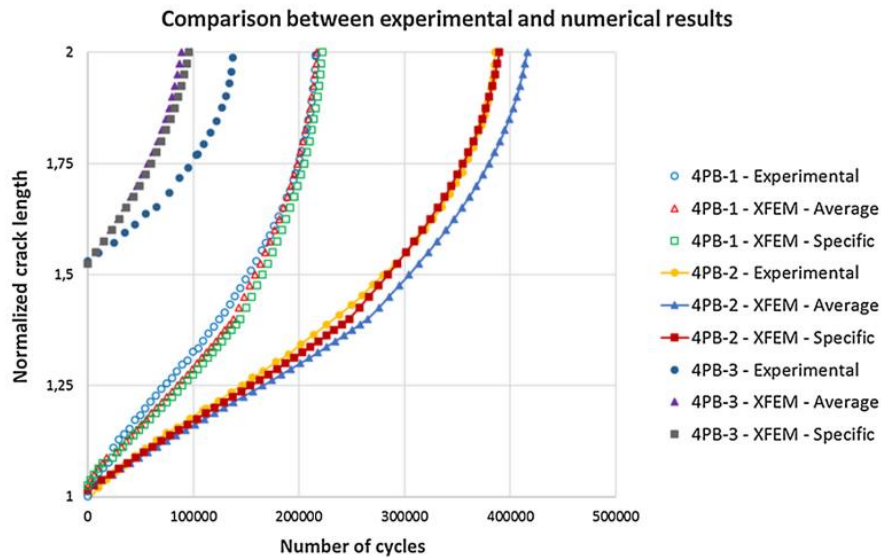
ตารางที่ 2.2 เงื่อนไขของแรงกระทำในการทดสอบของขั้นตอนที่ 2 [24]

Stage II loading conditions for each 4PB specimen.

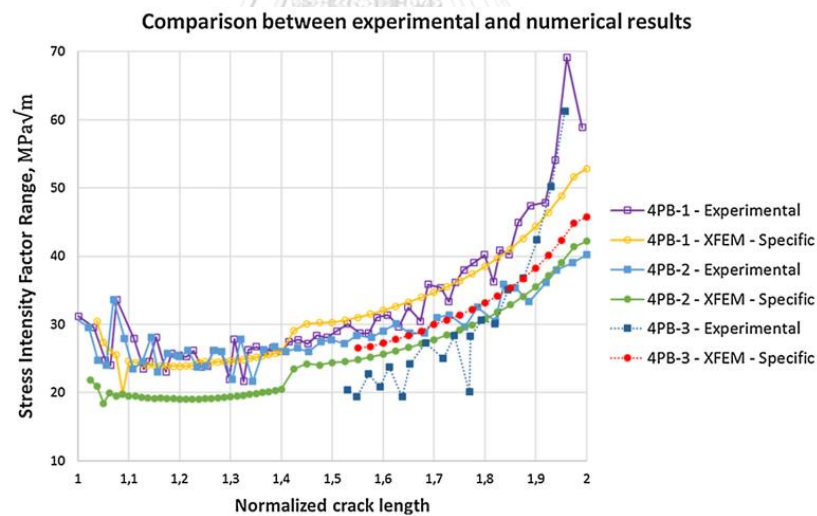
Stage II loading conditions				
Specimen ID	$F_{MAX}$	$F_{MIN}$	$R$	Frequency
4PB-1	$-0.18$ kN	$-5.18$ kN	0.03475	2 Hz
4PB-2	$-0.14$ kN	$-4.14$ kN	0.034	2 Hz
4PB-3	$-0.14$ kN	$-4.14$ kN	0.034	2 Hz

รูปที่ 2.43 แสดงผลจากการศึกษาการเปรียบเทียบผลการทดสอบกับผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลข พบว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์เชิงตัวเลข มีความใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการทดสอบ แต่ในตัวอย่างทดสอบที่ 4PB-3 ที่มีค่าความคลาดเคลื่อนอยู่พอสมควรเนื่องจากอิทธิพลของแรงกระทำที่มากเกินไปในขั้นตอนที่ 2 ของการทดสอบ ค่า SIF ของการทดสอบในกรณีของ ตัวอย่าง 4PB-3 มีค่าต่ำกว่าอีก

ทั้ง 2 กรณี ดังแสดงในรูปที่ 2.44 และสามารถสรุปได้ว่าทั้งรูปร่างและอายุความล้าที่ได้จากการวิเคราะห์เชิงตัวเลขมีความใกล้เคียงกับที่ได้จากการทดสอบ



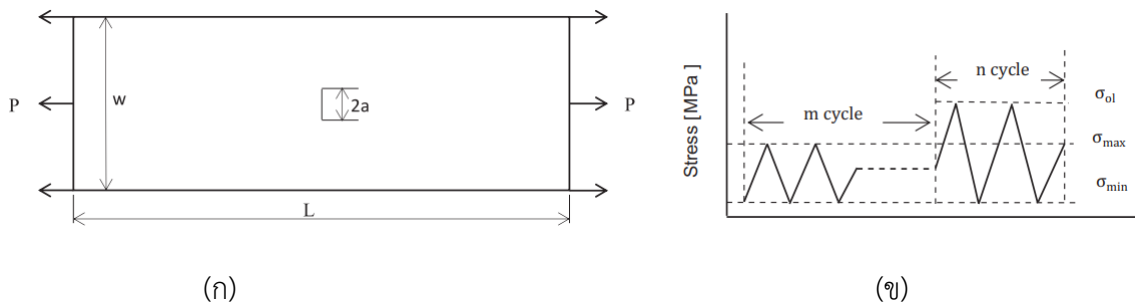
รูปที่ 2.43 ความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้าและความยาวรอยร้าวของชิ้นตัวอย่าง [24]



รูปที่ 2.44 ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวรอยร้าวและค่าSIFของชิ้นตัวอย่าง [24]

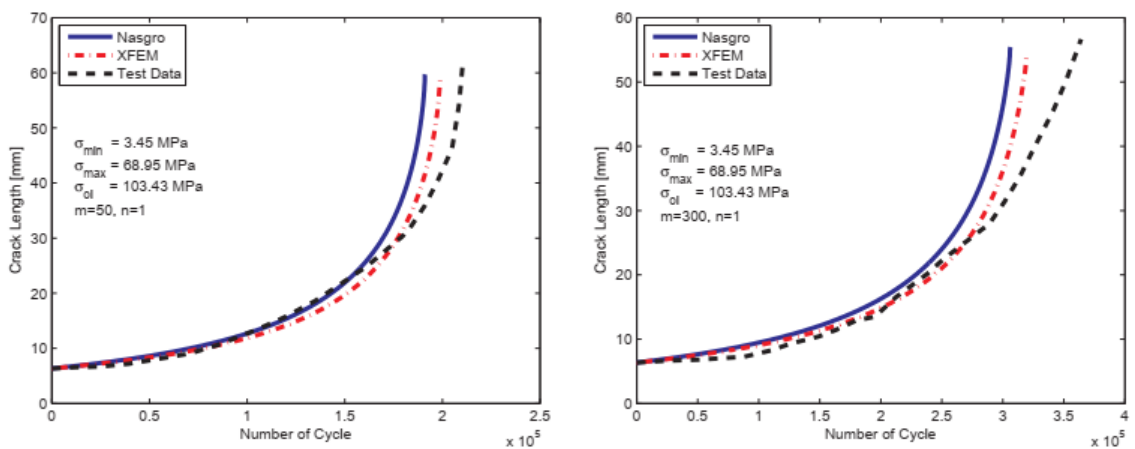
ในปี 2018 Dirik และ Yalçinkaya [25] ได้ใช้ ABAQUS XFEM ร่วมกับการเขียนคำสั่ง python ในการวิเคราะห์การเติบโตของรอยร้าวล้าของโหมตผสมภายใต้แรงกระทำแบบไม่คงที่ โดยที่ได้ทำการวิเคราะห์หาวิถีรอยร้าวโดยใช้ local symmetry ( $K_{II} = 0$ ) criterion และคำนวณอายุความล้าโดยใช้วิธี cycle-by-cycle integration ร่วมกับสมการ Nasgro โดยที่ได้ทำการตรวจสอบความถูกต้องของผลการวิเคราะห์กับผลการทดสอบก่อนหน้า

รอยร้าวตรงกลางแผ่นอลูมิเนียม ความกว้างของแผ่นมีขนาดเท่ากับ 305 mm ยาวเท่ากับ 315 mm และหนาเท่ากับ 4.1 mm ความยาวรอยร้าวเริ่มต้น (2a) เท่ากับ 12.7 mm ดังแสดงในรูปที่ 2.45



รูปที่ 2.45 ลักษณะของชิ้นส่วนทดสอบที่ Dirik และ Yalçinkaya ใช้ในการศึกษา(ก)และ(ข)รูปแบบของแรงกระทำที่ใช้ในการทดลอง [25]

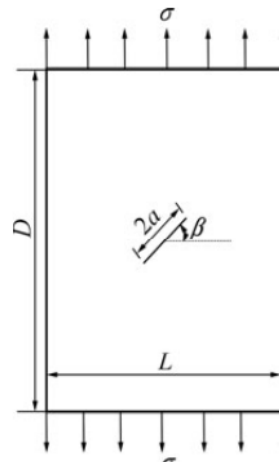
ในการศึกษานี้ได้มีการทำแบบจำลองโดยใช้ซอฟต์แวร์ Nasgro และได้ทำการเปรียบเทียบกับผลของการทดสอบ [26] และวิธี XFEM ดังแสดงในรูปที่ 2.46



รูปที่ 2.46 ความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้ากับความยาวรอยร้าวของแผ่นเหล็กแบบแอมพลิจูดไม่คงที่ [25]

ในปี 2013 Ru และคณะ [27] ใช้ XFEM ในการศึกษาค่า SIF ภายใต้โหมดผสม โดยใช้วิธี interaction integral ในการหาค่า SIF โดยได้ศึกษาแบบจำลองแบบแผ่นภายใต้หน่วยแรงดึงโดยที่มีรอยร้าวอยู่ที่กลางแผ่นทำมุมกับแนวราบดังแสดงในรูปที่ 2.47 โดยที่แบบจำลองนี้มีการยึดรั้งที่ขอบด้านล่างและให้หน่วยแรงดึงกระทำที่ขอบด้านบน มีขนาด 1 MPa และแบบจำลองมีความกว้าง 20 cm และสูง 20 cm โดยมีความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 3 cm โดยที่ค่าช่วงของมุม  $\beta$  มีช่วงอยู่ที่

0 ถึง 90 องศา เปรียบเทียบผลที่ได้กับค่าทางทฤษฎีดังแสดงในตารางที่ 2.3 แสดงให้เห็นว่าค่าที่ได้มีความใกล้เคียงกับค่าทางทฤษฎี

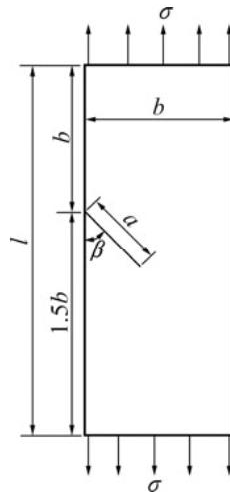


รูปที่ 2.47 แบบจำลองที่มีรอยร้าวเอียงภายใต้หน่วยแรงดึง [27]

ตารางที่ 2.3 การเปรียบเทียบค่า SIF ของโหมด 1 และ 2 ที่มุมเอียงต่างๆ [27]

Incline angle/(°)	$K_I^{exac}$	$K_I^{num}$	Error/%	Incline angle/(°)	$K_{II}^{exac}$	$K_{II}^{num}$	Error/%
0	2.170 8	2.190 1	0.889	0	0	0.011 3	—
5	2.154 3	2.181 5	1.263	5	0.188 5	0.190 6	1.114
10	2.105 3	2.135 7	1.444	10	0.371 2	0.375 8	1.239
15	2.025 4	2.053 7	1.397	15	0.542 7	0.556 5	2.543
20	1.916 9	1.942 2	1.320	20	0.697 7	0.721 4	3.397
25	1.783 1	1.806 8	1.329	25	0.831 7	0.850 7	2.284
30	1.628 1	1.650 6	1.382	30	0.934 0	0.952 0	1.927
35	1.456 6	1.486 9	2.080	35	1.019 9	1.055 0	3.442
40	1.273 9	1.293 4	1.531	40	1.068 9	1.099 2	2.835
45	1.085 4	1.102 2	1.548	45	1.085 4	1.108 6	2.137
50	0.896 9	0.910 1	1.472	50	1.068 9	1.085 2	1.525
55	0.714 2	0.724 3	1.414	55	1.019 9	1.055 5	3.491
60	0.542 7	0.553 8	2.045	60	0.940 0	0.970 6	3.255
65	0.387 7	0.395 4	1.986	65	0.831 4	0.860 5	3.500
70	0.253 9	0.258 3	1.733	70	0.697 7	0.715 9	2.609
75	0.145 4	0.146 6	0.825	75	0.542 7	0.556 2	2.488
80	0.065 5	0.064 5	-1.527	80	0.371 2	0.362 1	-2.452
85	0.016 5	0.016 8	1.818	85	0.188 5	0.181 0	-3.979
90	0	$6.2 \times 10^{-12}$	—	90	0	$6.2 \times 10^{-12}$	—

การศึกษาค่า SIF ของรอยร้าวเอียงที่ขอบในแผ่นสี่เหลี่ยม ดังแสดงในรูปที่ 2.48 โดยที่  $b$  มีขนาดเท่ากับ 1 cm และ  $l$  มีขนาดเท่ากับ 2.5 cm โดยมีความยาวรอยร้าวเริ่มต้น (a) ทำมุมกับแนวตั้ง ถูกกระทำภายใต้หน่วยแรงดึง โดยให้ผลการวิเคราะห์ของแบบจำลองดังแสดงในสมการ



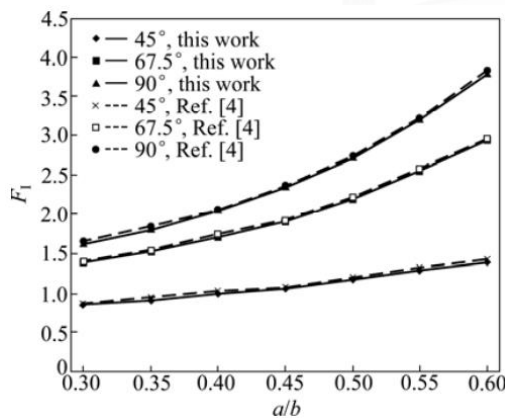
รูปที่ 2.48 แบบจำลองที่มีรอยร้าวเอียงที่ขอบในแผ่นสี่เหลี่ยม [27]

$$\begin{cases} K_I = F_I \sigma \sqrt{\pi a} \\ K_{II} = F_{II} \sigma \sqrt{\pi a} \end{cases}$$

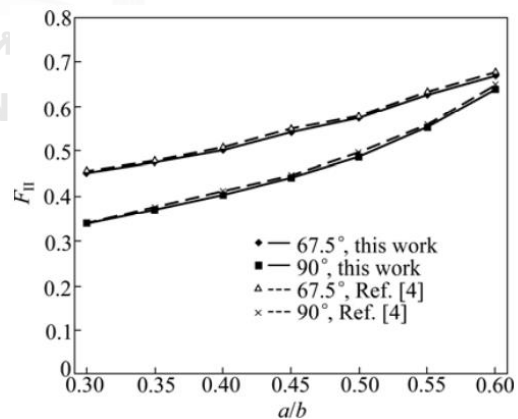
2.5

ดังนั้น  $F_i = \frac{K_i}{\sigma \sqrt{\pi a}} \quad (i = I, II)$

ผลที่ได้เป็นการเปรียบเทียบระหว่างค่า  $F_i$  กับ อัตราส่วน  $a/b$  ในมุมเอียงที่แตกต่างกัน คือ 45, 67.5 และ 90 องศาเปรียบเทียบกับผลของ Aliabadi และคณะ [28] ดังแสดงในรูปที่ 2.49(ก) และ 2.49(ข) ผลที่ได้แสดงให้เห็นว่า XFEM สามารถที่จะหาค่า SIF ในโหมดผสมได้



(ก)



(ข)

รูปที่ 2.49 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วน  $a/b$  กับค่า  $F_i$  ในสมการ 2.5 (ก) โหมด 1 (ข) โหมด 2

[28]



ในปี 2019 Grbović และคณะ [29] ศึกษาพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวล้าในโครงสร้างหลักของปีกเครื่องบิน โดยได้ใช้โปรแกรม ABAQUS ร่วมกับโปรแกรม Morfeo/Crack ในการหาค่า SIF และอายุความล้าในแบบจำลอง 3 มิติ โดยมีลักษณะชิ้นส่วนที่ใช้ในการทดสอบดังแสดงในรูปที่ 2.50 โดยรูปด้านซ้ายเป็นกรณี a และรูปด้านขวาเป็นกรณี b ซึ่งในกรณี b จะแบ่งเป็นอีก 3 แบบย่อยเป็น  $b_1$   $b_2$   $b_3$  โดยมีขนาดดังแสดงในตารางที่ 2.4

แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้เป็นเอลิเมนต์ชนิด C3D8R โดยที่รอยร้าวเริ่มต้นมีรูปร่างแบบวงกลมที่ขอบซ้ายและขวาของปีกกลาง โดยมีความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 1 mm ในการวิเคราะห์หาค่า SIF และทิศทางการเติบโตของรอยร้าวในทุกกรณีนั้นจะใช้วิธี interaction integral ร่วมกับเกณฑ์ MTS ดังแสดงในสมการ

$$I = - \int_V q_{ij} [\sigma_{k,l} \varepsilon_{k,l}^{aux} \delta_{i,j} - \sigma_{k,j}^{aux} u_{k,i} - \sigma_{k,j} u_{k,i}^{aux}] dv / \int_s \delta q_n ds \quad 2.6$$

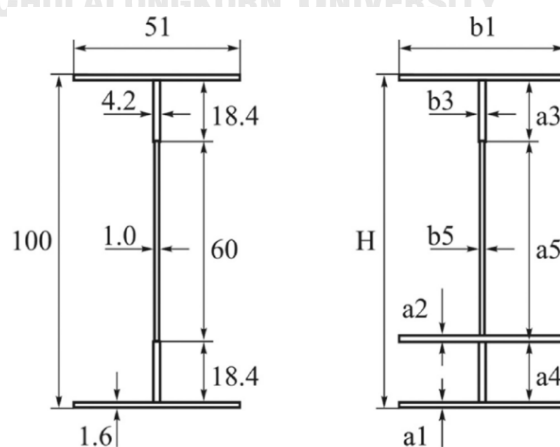
$$I(s) = \frac{1}{E^*} (2K_I K_I^{aux} + 2K_{II} K_{II}^{aux}) + \frac{1+\nu}{E} (2K_{III} K_{III}^{aux}) \quad 2.7$$

$$\Delta K_{eq} = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) [\Delta K_I (1 + \cos\theta) - 3\Delta K_{II} \sin\theta] \quad 2.8$$

$$\text{เมื่อ } \Delta K_I = (K_I)_{max} - (K_I)_{min}$$

$$\Delta K_{II} = (K_{II})_{max} - (K_{II})_{min}$$

$$\theta_p = \arccos\left(\frac{3K_{II}^2 + \sqrt{K_I^4 + 8K_I^2 K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2}\right)$$



รูปที่ 2.50 ชิ้นส่วนของปีกเครื่องบินที่ใช้ในการศึกษา (รูปด้านซ้ายเป็นกรณี a และรูปด้านขวาเป็นกรณี

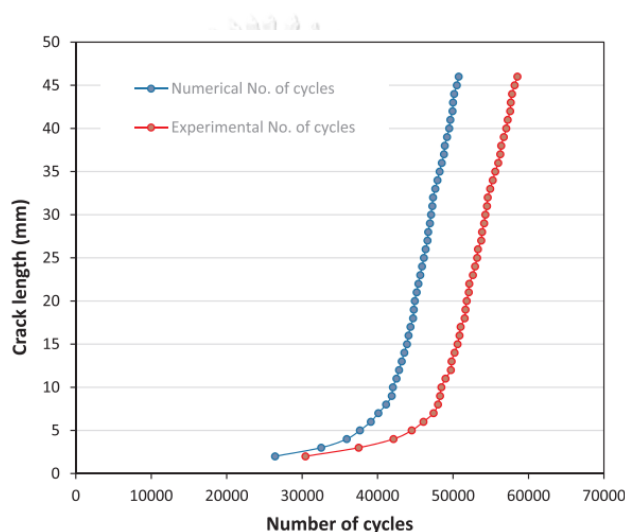
b) (หน่วยเป็น mm) [29]

## ตารางที่ 2.4 ขนาดของคานารูปตัวไอ [29]

The overall dimensions for I-beam spar with intermediate cap.

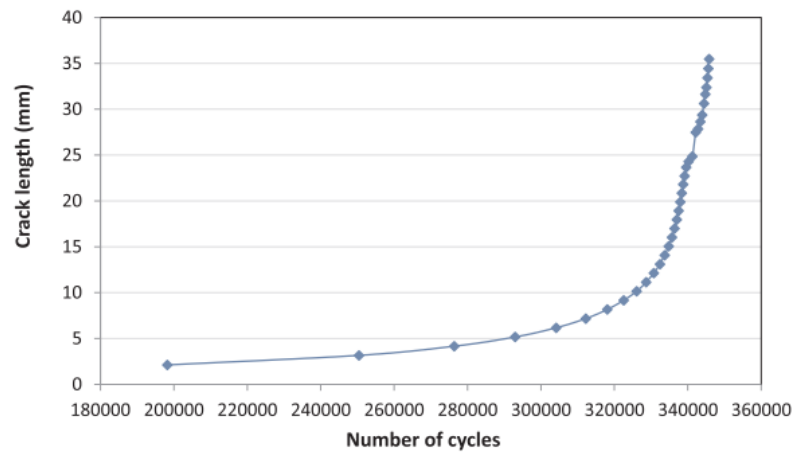
Case no.	a1 [mm]	b1 [mm]	a2 [mm]	a3 [mm]	b3 [mm]	a4 [mm]	a5 [mm]	b5 [mm]	H [mm]
Case B <sub>1</sub>	1.6	41	1.6	13.4	4.2	23.4	58.4	1	100
Case B <sub>2</sub>	1.6	54.7	1.6	5	3	5	85.2	1	100
Case B <sub>3</sub>	1.6	53.6	1.6	5	3	5	90.2	1	105

ผลจากการทดลองโดยการนำผลที่ได้จากการทดสอบมาเปรียบเทียบกับแบบจำลอง FEM ใน 3 มิติ โดยแสดงเป็นกราฟความยาวของรอยร้าวกับอายุความล้า ดังแสดงในรูปที่ 2.51 แสดงให้เห็นว่าค่าที่ได้จากแบบจำลองเชิงตัวเลขมีความถูกต้องที่ยอมรับได้

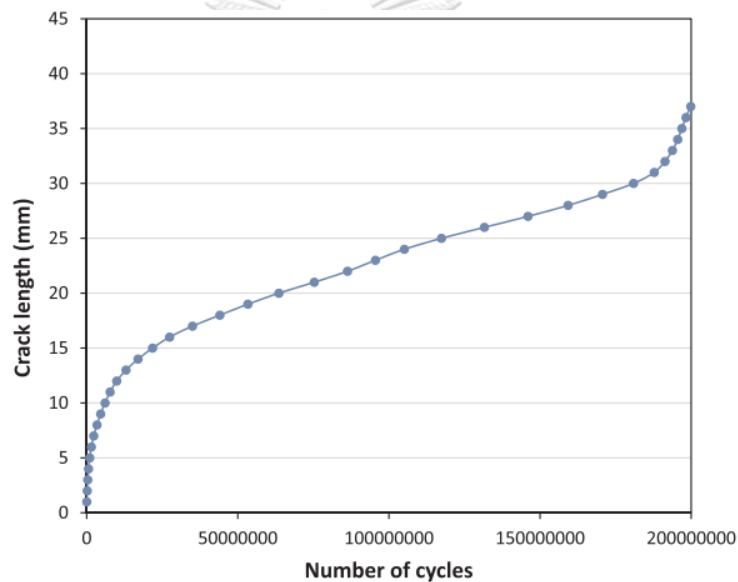


รูปที่ 2.51 ความสัมพันธ์ของอายุความล้าและความยาวรอยร้าวที่ได้จากการทดสอบและการวิเคราะห์เชิงตัวเลข [29]

รูปที่ 2.52 แสดงความสัมพันธ์ของอายุความล้าและความยาวรอยร้าวของกรณี a และ b<sub>2</sub> จะสังเกตได้ว่าในกรณี a ที่ความยาวรอยร้าวตั้งแต่ 10 ถึง 30 mm นั้นอายุความล้ามีค่าเป็นเพียง 14% ของอายุความล้าทั้งหมด ในขณะที่กรณี b<sub>2</sub> ที่ช่วงความยาวรอยร้าวเดียวกันมีค่าเป็น 70% ของอายุความล้าทั้งหมด แสดงให้เห็นว่าการเพิ่มแผ่นปีกไม่เพียงแต่จะเพิ่มความยาวรอยร้าวแต่ยังเพิ่มอายุความล้าอีกด้วย



(ก) กรณี a

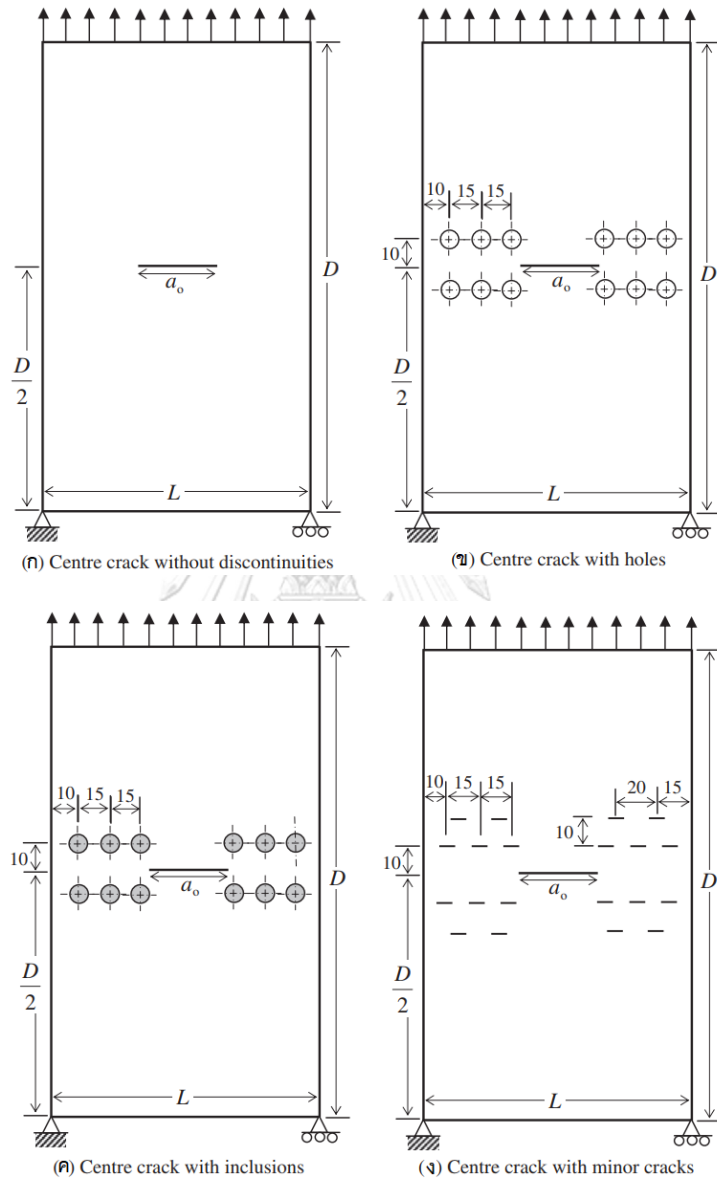
(ข) กรณี b<sub>2</sub>

รูปที่ 2.52 ความสัมพันธ์ของอายุความล้าและความยาวรอยร้าวของกรณี a และ b<sub>2</sub> [29]

ในปี 2012 Singh และคณะ [16] ได้ศึกษาการเติบโตของรอยร้าวล้าโดยใช้ XFEM โดยแบบจำลองที่ใช้เป็นแบบจำลองแบบแผ่นที่มีรอยร้าวเริ่มต้นอยู่กึ่งกลางแผ่น ปัจจัยที่ศึกษาคือ มีรูเจาะขนาดเล็ก ตำแหน่งขนาดเล็กและรอยร้าวขนาดเล็ก ภายใต้หน่วยแรงดึง ดังแสดงในรูปที่ 2.53 วิธีที่ใช้ในการหาค่า SIF ในการศึกษาครั้งนี้คือวิธี interaction integral และการทำนายทิศทางการเติบโตของรอยร้าวจะเกณฑ์การหน่วยแรงหลักสูงสุด (maximum principal stress criterion, MPS) โดยที่รอยร้าวจะเติบโตในทิศทางที่หน่วยแรงเฉือนจะมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังแสดงในสมการ

$$K_I \sin \theta_p + K_{II} (3 \cos \theta_p - 1) = 0 \tag{2.9}$$

$$\theta_p = 2 \tan^{-1} \left( \frac{K_I + \sqrt{K_I^2 + K_{II}^2}}{4K_{II}} \right) \tag{2.10}$$



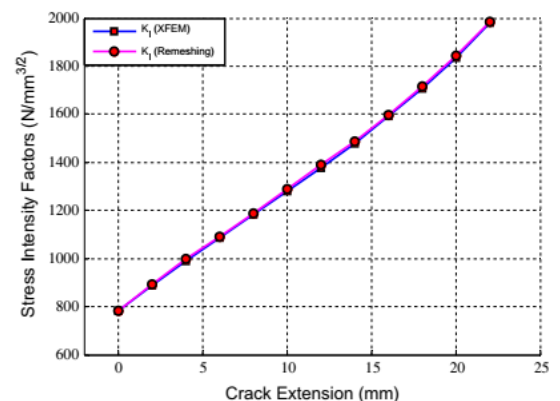
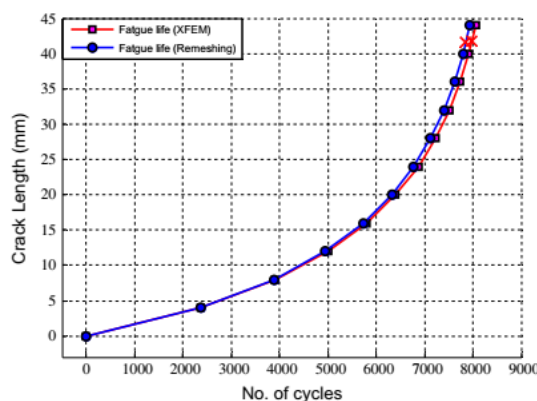
รูปที่ 2.53 แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาของ Singh และคณะ [16]

แบบจำลองในการศึกษาอายุความล้ามีขนาด 100mmx200mm เป็นวัสดุเนื้อเดียวกันมีคุณสมบัติเหมือนกันทุกทิศทาง โดยที่ขอบล่างของแบบจำลองได้ถูกยึดไว้และมีหน่วยแรงดึงกระทำซ้ำที่ขอบด้านบน โดย  $\sigma_{min} = 0 \text{ N/mm}$  และ  $\sigma_{max} = 160 \text{ N/mm}$  ดังที่แสดงในรูปที่ 2.53ก และคุณสมบัติของวัสดุที่ใช้ดังแสดงในตารางที่ 2.5

ตารางที่ 2.5 ค่าคุณสมบัติของวัสดุที่ใช้ในการศึกษาของ Singh และคณะ [16]

Elastic modulus	$E = 74,000 \text{ N/mm}^2$
Elastic modulus for inclusions	$E_I = 20,000 \text{ N/mm}^2$
Poisson ratio(for both)	$\mu = 0.3$
Fracture toughness	$K_{IC} = 1897.36 \text{ N/mm}^{3/2}$
Paris exponent	$m = 3.32$
Paris constant	$C = 2.087136 \times 10^{-13}$

ในแบบจำลองรูปที่ 2.53g มีความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 15 mm ซึ่งค่า SIF ที่ปลายทั้งสองข้างมีค่าที่ใกล้เคียงกันมาก ดังนั้นค่า  $\Delta a$  ที่ใช้ในแต่ละการเติบโตจึงให้มีค่าเท่ากันที่ 2 mm โดยที่ในปัญหาเดียวกันจะใช้ ANSYS ในการวิเคราะห์แบบวิธี re-meshing และนำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบกัน แสดงในรูปที่ 2.54 แสดงให้เห็นว่าค่าอายุความล้าและ SIF ที่ได้จาก XFEM และ re-meshing มีค่าที่ใกล้เคียงกันมาก และในอีก 3 แบบจำลองที่เหลือ ดังแสดงในรูปที่ 2.53-ข-ง ก็มีผลที่นำเชื่อถือใกล้เคียงกัน โดยที่เมื่อแบบจำลองมีรูเจาะขนาดเล็กจะทำให้อายุความล้ามีค่าลดลง 37.9% เมื่อเทียบกับแบบจำลองที่ไม่มีรูเจาะ โดยที่เมื่อแบบจำลองมีตำหนิขนาดเล็กจะทำให้อายุความล้ามีค่าลดลง 20.16% เมื่อเทียบกับแบบจำลองที่ไม่มีรูเจาะและแบบจำลองที่มีรอยร้าวขนาดเล็กจะทำให้อายุความล้ามีค่าลดลง 12.5% เมื่อเทียบกับแบบจำลองที่ไม่มีรูเจาะ จะสังเกตได้ว่าผลกระทบของรูเจาะ ตำหนิ และรอยร้าวขนาดเล็กที่มีขนาดรวมกันเป็น 5% ของปริมาตรทั้งหมดจะทำให้อายุความล้ามีค่าลดลงประมาณ 15-35%



รูปที่ 2.54 ค่าอายุความล้าและ SIF ของแบบจำลองที่มีรอยร้าวอยู่ที่กึ่งกลางแผ่น [16]

ในปี 2020 Solob และคณะ [30] ศึกษาการเติบโตของรอยร้าวล้าที่บริเวณ lug ในโครงสร้างปีกและโครงลำตัวของเครื่องบินโดยใช้ XFEM โดยใช้ ABAQUS ร่วมกับ Morfeo/Crack ในการวิเคราะห์หาอายุความล้าและค่า SIF โดยเอลิเมนต์ที่ใช้คือ C3D8R จำนวน 111,023 เอลิเมนต์และมี

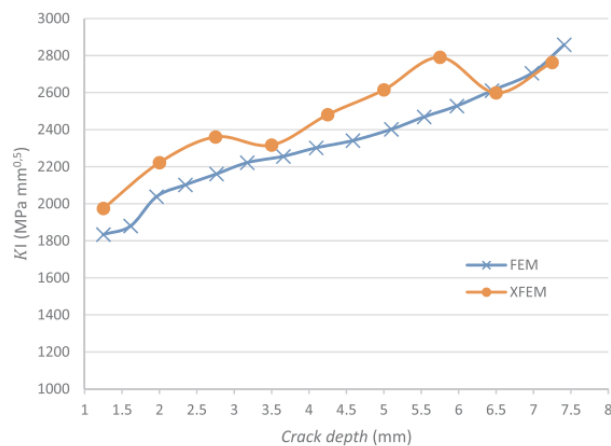
รอยร้าวเริ่มต้นมีขนาด 1.25 mm การเติบโตที่เพิ่มขึ้นของรอยร้าวแต่ละครั้งมีค่าเท่ากับ 0.75 mm และไปสิ้นสุดที่ความยาว 7.25 mm ได้ SIF ดังแสดงในตารางที่ 2.6

ตารางที่ 2.6 ค่า SIF ของการเติบโตของรอยร้าวในแบบจำลอง lug [30]

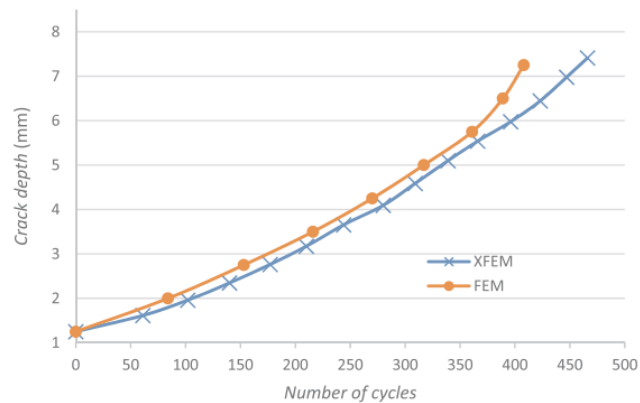
SIF values calculated for through crack growth in the lug model with hexahedral mesh.

Step	Crack depth (mm)	No. of nodes on the front	Through crack Equivalent SIF $K_{eq}$ (MPa mm <sup>0.5</sup> )			Mode I SIF $K_I$ (MPa mm <sup>0.5</sup> )		
			Max	Min	Mean value	Max	Min	Mean value
1	1.25	58	2020.73	1878.97	1975.73	2019.43	1876.97	1974.27
2	2.00	60	2245.33	2182.45	2224.09	2244.20	2180.66	2222.10
3	2.75	58	2380.99	2345.09	2371.53	2378.64	2320.31	2360.68
4	3.50	58	2486.80	2440.17	2457.58	2449.92	1971.08	2316.70
5	4.25	61	2762.26	2413.78	2516.19	2734.97	2360.57	2481.08
6	5.00	63	2776.20	2609.50	2674.60	2776.03	2288.89	2614.89
7	5.75	58	2918.78	2702.31	2818.05	2885.23	2696.31	2790.51
8	6.50	58	3145.00	2965.41	3052.80	3114.52	301.08	2598.67
9	7.25	67	3532.27	2142.87	3084.65	3642.05	1301.12	2762.92

เพื่อเป็นการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองนี้ Solob และคณะ [30] ได้ใช้โปรแกรม ANSYS ซึ่งใช้วิธี SMART crack growth ในการจำลองการเติบโตของรอยร้าวโดยให้แรงกระทำและเงื่อนไขขอบเขตแบบเดียวกันและนำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบกับ ABAQUS ได้ผลดังแสดงในรูปที่ 2.55 และรูปที่ 2.56 จะสังเกตได้ว่าค่าที่ได้จากทั้งสองวิธีมีความใกล้เคียงกันและสรุปได้ว่า XFEM สามารถคำนวณค่า SIF และทำนายวิถีการเติบโตของรอยร้าวใน 3 มิติของโครงสร้างที่มีความซับซ้อนอย่างโครงสร้างของปีกและตัวเครื่องบิน

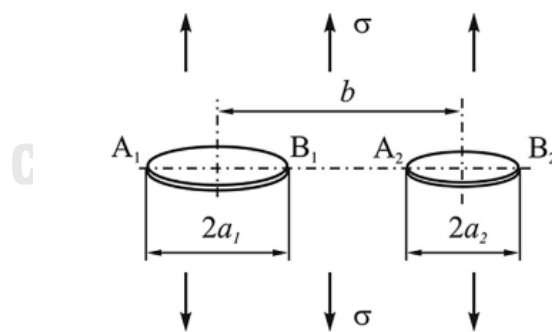


รูปที่ 2.55 การเปรียบเทียบค่า SIF ที่ได้จาก XFEM และ FEM [30]



รูปที่ 2.56 ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวรอยร้าวและอายุความล้าที่ได้จาก XFEM และ FEM [30]

ในปี 2020 Đukić และคณะ [31] ศึกษาค่า SIF ของรอยร้าวที่มีรูปร่างเป็นเหรียญ 2 อันติดกันในแบบจำลอง 3 มิติดังแสดงในรูปที่ 2.57 โดยที่แบบจำลองมีขนาด 50x50x40 mm และวัสดุเป็นเหล็กมีค่ามอดุลัสยืดหยุ่นเท่ากับ 200,000 MPa อัตราส่วนของปิวของเท่ากับ 0.3 โดยที่รอยร้าวเริ่มต้นทั้งสองอันอยู่ที่กึ่งกลางโดยมีระยะห่างจากศูนย์กลาง (b) เท่ากับ 10, 15, 20 mm โดยที่ความยาวรอยร้าวเริ่มต้น  $a_1$  เท่ากับ 1.6 mm และ  $a_2$  เท่ากับ 1.53 mm หน่วยแรงดึงที่กระทำมีขนาดเท่ากับ 100 MPa โดยโปรแกรมที่ใช้คือ ABAQUS ร่วมกับ Morfeo/Crack และ interaction integral ได้ถูกใช้ในการวิเคราะห์ค่า SIF



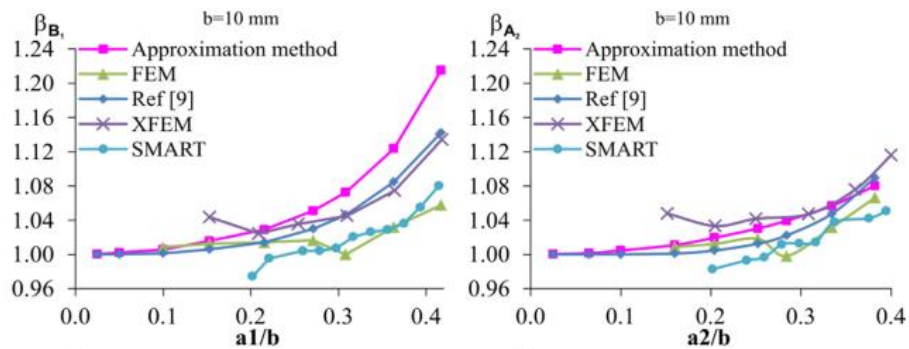
รูปที่ 2.57 รอยร้าวเริ่มต้นรูปร่างเป็นเหรียญสองอันติดกันในแบบจำลอง 3 มิติ [31]

ผลที่ได้แสดงในรูปของค่า SIF แบบไร้หน่วย (normalized stress intensity factors,  $\beta$ ) ของรอยร้าวทั้งสองที่จุด  $B_1$  และ  $A_2$  ( $\beta_{B_1}$  และ  $\beta_{A_2}$ ) ดังแสดงในสมการที่ 2.11 เทียบกับค่า  $a_1/b$  และ  $a_2/b$  ดังแสดงในรูปที่ 2.58ก-ค

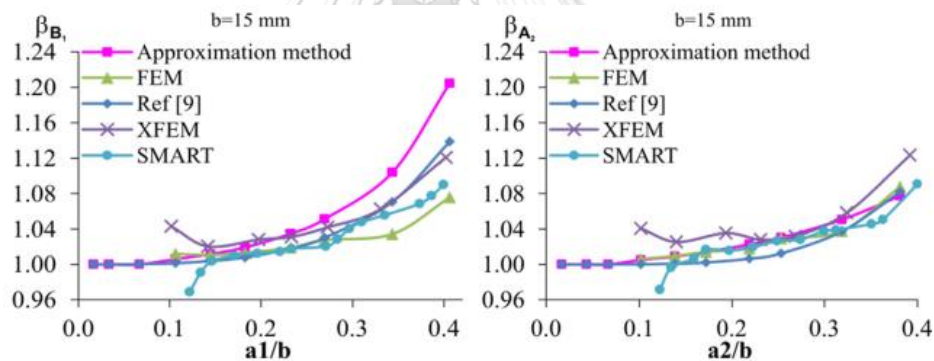
$$\beta_{1A} = \beta_1 + c_{2b} \cdot \beta_2 \sqrt{\frac{a_2}{a_1}} \quad 2.11ก$$

$$\beta_{1B} = \beta_1 + c_{1b} \cdot \beta_2 \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} \quad 2.11\text{ข}$$

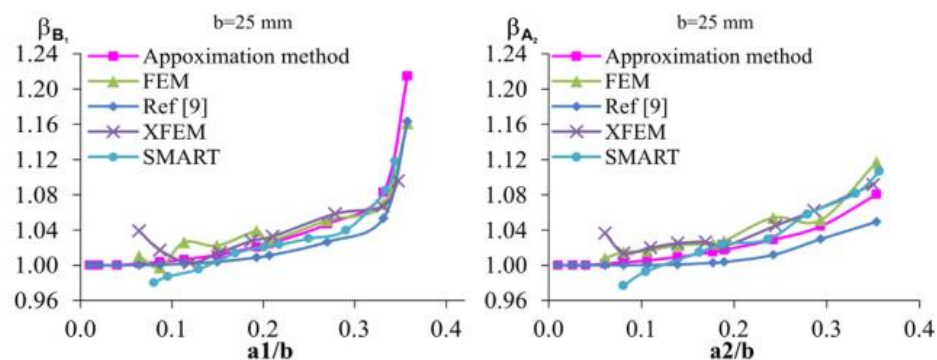
เมื่อ  $a_1$  และ  $a_2$  เป็นครึ่งของความยาวของรอยร้าวดังที่แสดงในรูปที่ 2.57 และค่า  $c_{1b}$   $c_{2b}$  เป็นค่าสัมประสิทธิ์การเพิ่มขึ้นของค่า SIF ที่ปลายรอยร้าวที่พิจารณาผลกระทบของจากรอยร้าวข้างเคียง (ค่าสัมประสิทธิ์จะมีค่าเท่า 1 เมื่อพิจารณาผลกระทบรอยร้าวของตัวเอง) และ  $\beta_i = \frac{K_{Ii}}{\sigma \sqrt{\pi \cdot a_i}}$



(ก) ค่า  $\beta$  ที่จุด  $B_1$  และ  $A_2$  ของรอยร้าว เมื่อ  $b = 10$  mm



(ข) ค่า  $\beta$  ที่จุด  $B_1$  และ  $A_2$  ของรอยร้าว เมื่อ  $b = 15$  mm



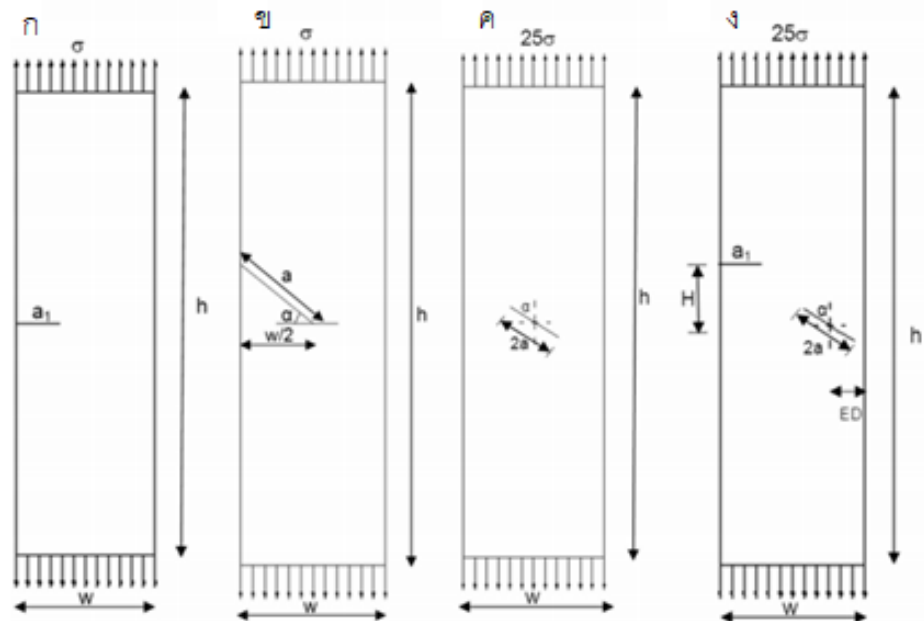
(ค) ค่า  $\beta$  ที่จุด  $B_1$  และ  $A_2$  ของรอยร้าว เมื่อ  $b = 25$  mm

รูปที่ 2.58 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $a/b$  กับค่า  $\beta$  ที่ระยะ  $b$  ที่แตกต่างกัน [31]



จากรูปแสดงให้เห็นว่าค่า XFEM เทียบกับผลอ้างอิงงานวิจัยก่อนหน้าแสดงให้เห็นว่ามีค่าคลาดเคลื่อนมากที่สุด 4.1% และค่าคลาดเคลื่อนของวิธีการประมาณเทียบกับผลงานวิจัยก่อนหน้ามีค่าคลาดเคลื่อนมากที่สุด 6.4% ในส่วนของวิธี SMART มีค่าคลาดเคลื่อนมากที่สุด 5.5% เมื่อเทียบกับงานวิจัยก่อนหน้า จะเห็นได้ว่า XFEM มีค่าคลาดเคลื่อนน้อยที่สุดเมื่อเทียบกับวิธีอื่นๆ

ในปี 2016 Amit และคณะ [32] ได้ใช้ XFEM ในการทำนายค่า SIF ค่าความต้านทานการแตกหักและแรงที่จุดวิบัติของแผ่นอลูมิเนียมที่มีหลายรอยร้าวโดยใช้โปรแกรม ABAQUS การทดสอบหน่วยแรงดึงได้ถูกใช้ในการประเมินค่าแรงที่จุดวิบัติและค่าความต้านทานการแตกหักในการศึกษาครั้งนี้ XFEM ถูกใช้ในการทำนายค่าพารามิเตอร์การแตกหักเทียบกับผลการทดสอบและวิธี FEM ตัวแปรที่ศึกษาประกอบไปด้วย ความหนาของชั้นส่วน มุมเอียงของรอยร้าว ระยะห่างระหว่างรอยร้าวและความยาวรอยร้าว โดยที่ลักษณะแบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาแสดงในรูปที่ 2.59



รูปที่ 2.59 ลักษณะแบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาของ Amit และคณะ [32]

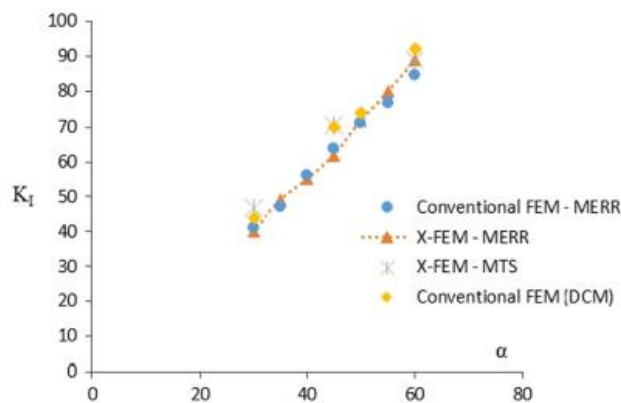
ผลที่ได้จากการศึกษาพบว่า

จากรูปที่ 2.59ก เมื่อความหนาของแบบจำลองมีค่ามากขึ้น ส่งผลให้ค่า SIF มีค่าลดลง และเมื่อความยาวรอยร้าวมีค่าเพิ่มขึ้นจะส่งผลโดยตรงกับค่า SIF มีค่ามากขึ้นตามไปด้วย

จากรูปที่ 2.59ข เมื่อมุมเอียงของรอยร้าวมีค่าลดลงค่า SIF ในโหมด 1 จะมีค่าเพิ่มขึ้น และค่า SIF ในโหมดที่ 2 จะมีค่าลดลง เนื่องจากว่าค่าหน่วยแรงที่ปลายรอยร้าวมีค่าเพิ่มขึ้น

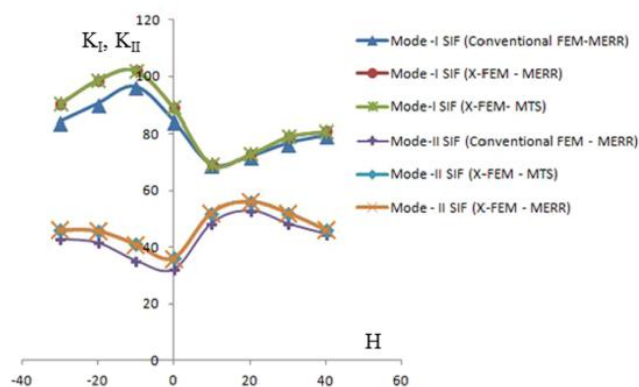
จากรูปที่ 2.59ค เมื่อมุมเอียงของรอยร้าวมีค่าลดลงจะทำให้รอยร้าวมีแนวโน้มที่จะขนานกับแรงกระทำ เป็นผลให้ระยะเปิดที่ปลายรอยร้าวมีค่าลดลงและเพิ่มระยะเลื่อนที่ปลายรอยร้าวแทน ซึ่งจะส่งผลให้ค่า SIF ของโหมด 1 มีค่าลดลงแต่ในทางกลับกันค่า SIF ของโหมด 2 จะมีค่าเพิ่มขึ้น

ในแบบจำลองรูป 2.59ง ได้ศึกษาผลกระทบของมุมเอียงเมื่อค่า  $H = 0$  mm ดังแสดงในรูปที่ 2.60 แสดงให้เห็นว่าเมื่อค่ามุมเอียงมีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า SIF ของโหมด 1 มีค่าเพิ่มขึ้นและโหมด 2 มีค่าลดลง เป็นผลมาจากรอยร้าวตั้งฉากกับแรงที่กระทำ



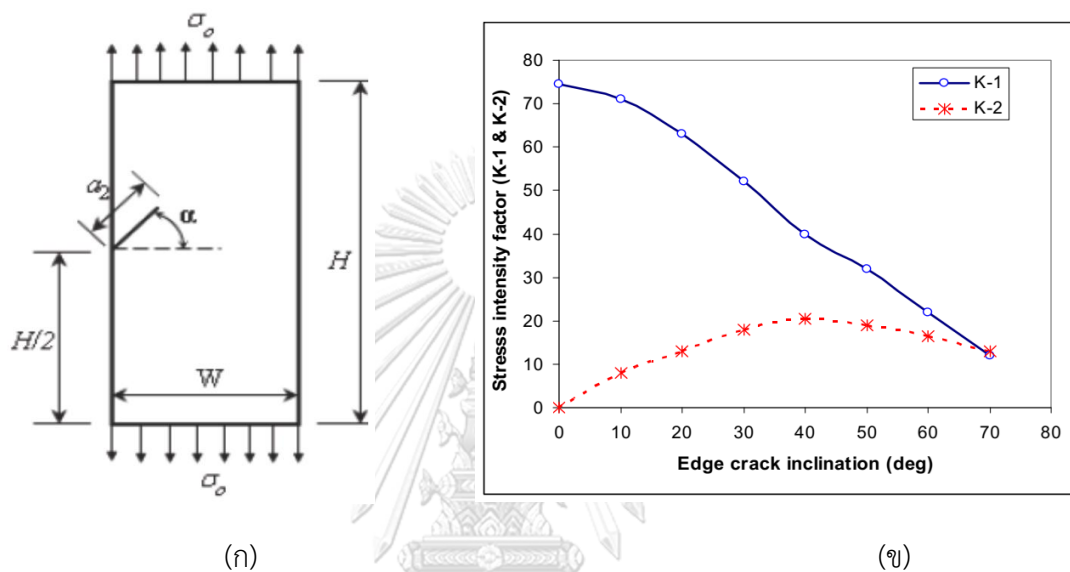
รูปที่ 2.60 ความสัมพันธ์ระหว่างผลกระทบของมุมเอียงต่อค่า SIF ในโหมดที่ 1 ที่  $H = 0$  mm [32]

จากแบบจำลองรูป 2.59ง ได้ศึกษาผลกระทบของระยะ  $H$  ที่มีต่อค่า SIF ของโหมด 1 และโหมด 2 โดยที่รอยร้าวด้านขวามีมุมเอียง 60 องศา ผลที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 2.61 ค่า  $K_I$  มีค่าต่ำสุดที่  $H = 10$  mm ในส่วนของ  $K_{II}$  มีค่ามากที่สุดเมื่อ  $H = 20$  mm และเมื่อค่า  $H$  มีค่ามากกว่า 40 mm และมีค่าน้อยกว่า -30 mm ค่า SIF ของโหมด 1 และโหมด 2 จะมีค่าไม่เปลี่ยนแปลง เปรียบเสมือนมีแค่รอยร้าวเอียงอย่างเดียวเท่านั้น ไม่ได้รับผลกระทบกับรอยร้าวทางด้านซ้ายมือ



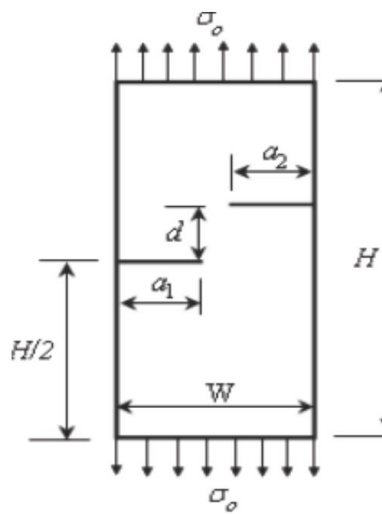
รูปที่ 2.61 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $H$  กับค่า SIF ของโหมด 1 และโหมด 2 [32]

ในปี 2014 Sharma [33] ได้ศึกษาความสัมพันธ์ของรอยร้าวที่ขอบด้านข้างของแผ่นเหล็กมีขนาด  $200 \times 100$  mm ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 40 mm ทำมุมเอียงกับแนวราบ มีค่ามอดุลัสยืดหยุ่นเท่ากับ 200 GPa อัตราส่วนของปัวซองเท่ากับ 0.3 ภายใต้หน่วยแรงดึงเท่ากับ 100 MPa ในรูปที่ 2.62(ก) ผลที่ได้แสดงให้เห็นว่า ค่า  $K_I$  จะมีค่าลดลงเมื่อมุมเอียงมีค่ามากขึ้น และค่า  $K_{II}$  จะเพิ่มขึ้นในช่วงแรกและมีค่าลดลงหลังจากมุมเอียงมากกว่า 45 องศา ดังแสดงในรูปที่ 2.62(ข)

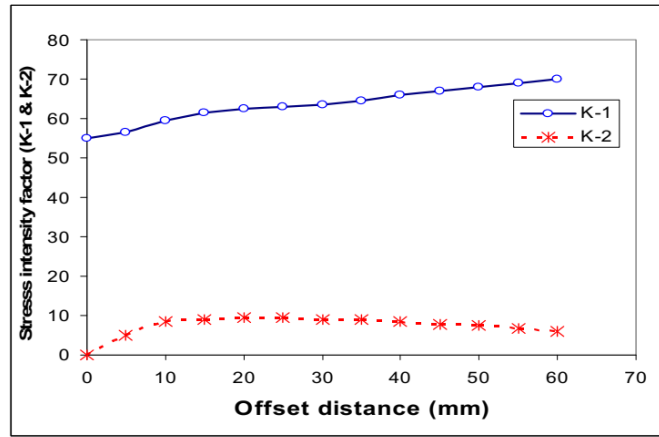


รูปที่ 2.62 ลักษณะของแบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาและความสัมพันธ์ของค่า  $K_I$  และ  $K_{II}$  กับมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น [33]

การศึกษารอยร้าวที่ขอบด้านข้างที่อยู่ทั้งสองด้านของแผ่นเหล็ก มีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 2.63(ก) โดยที่รอยร้าวที่ขอบด้านซ้ายได้ถูกกำหนดไว้ให้อยู่กับที่ ในขณะที่รอยร้าวที่ขอบด้านขวาเป็นตัวเปลี่ยนตำแหน่ง โดยที่ค่า  $K_I$  มีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อระยะ  $d$  เพิ่มขึ้น ในขณะที่ค่า  $K_{II}$  มีค่าเพิ่มขึ้นในช่วงแรงถึงระยะ 20 mm หลังจากนั้นจะมีค่าลดลงดังแสดงในรูปที่ 2.63(ข)



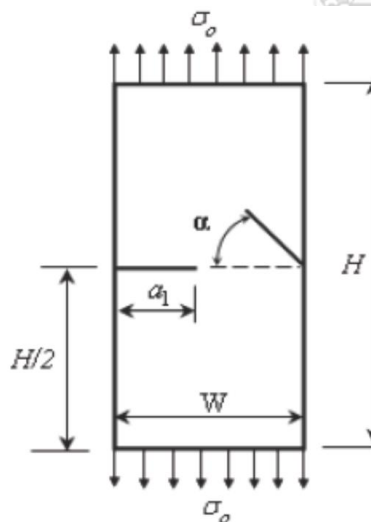
(ก)



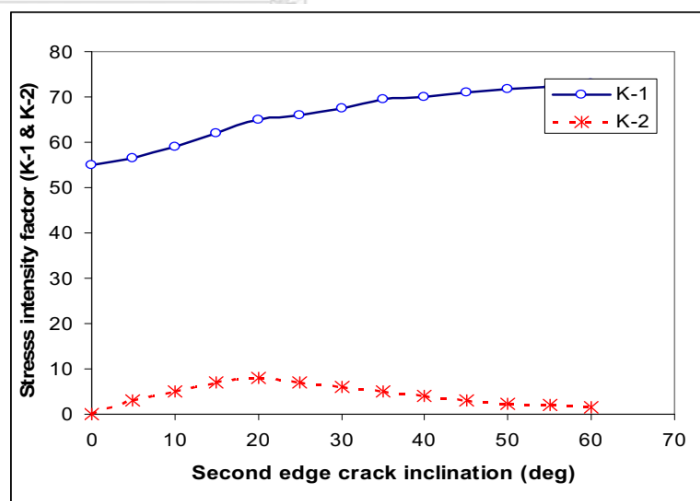
(ข)

รูปที่ 2.63 ลักษณะแบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาค่า SIF ที่เกิดจากผลกระทบของระยะ d กับรอยร้าว ด้านตรงข้าม [33]

จากรูปที่ 2.64(ก) แสดงแบบจำลองที่มีขนาดและหน่วยแรงกระทำเหมือนกันกับการศึกษาก่อนหน้า โดยจะศึกษาค่า SIF ของรอยร้าวด้านซ้ายที่ได้รับผลกระทบจากการเปลี่ยนมุมเอียงของรอยร้าวด้าน ขวามือ ผลที่ได้มีความคล้ายกับการศึกษาหัวข้อก่อนหน้านี ดังแสดงในรูปที่ 2.64(ข)



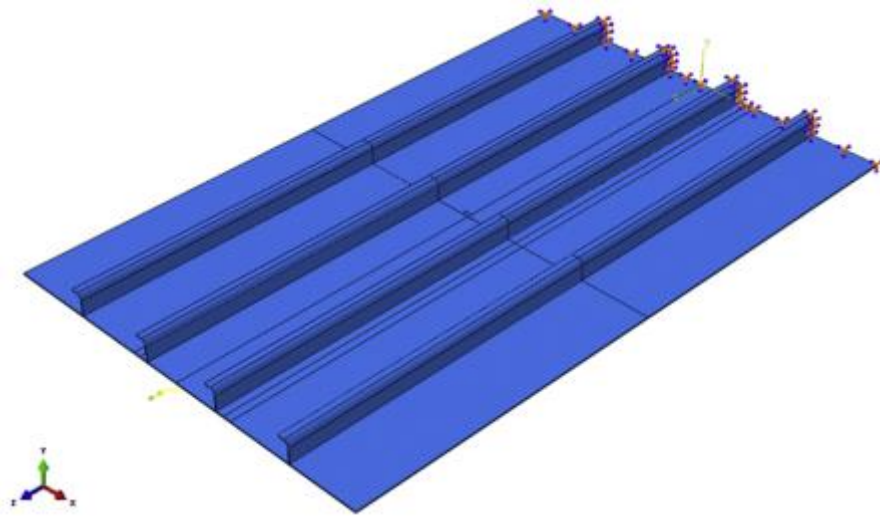
(ก)



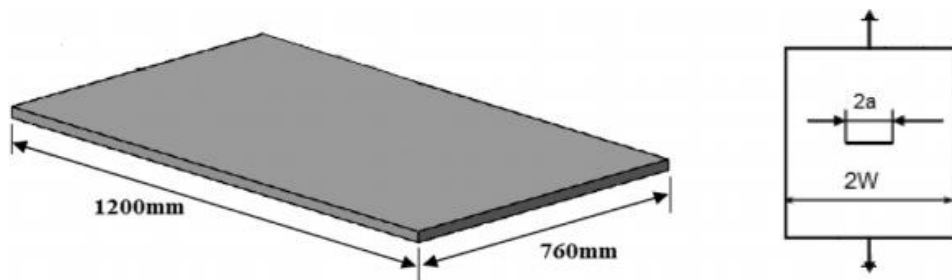
(ข)

รูปที่ 2.64 ลักษณะแบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาค่า SIF ที่เกิดจากผลกระทบของมุมเอียงกับรอยร้าว ด้านตรงข้าม [33]

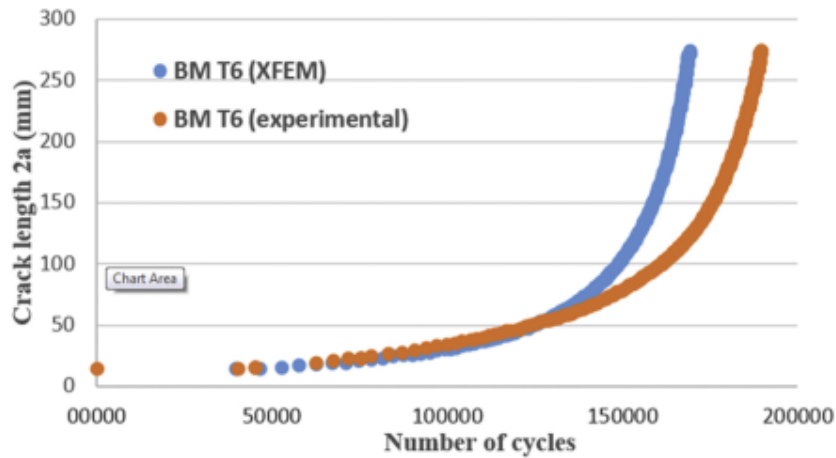
ในปี 2019 Grbović และคณะ [34] ศึกษาพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวและอายุความล้าในแผงคานขอยที่บริเวณปีกเครื่องบินซึ่งถูกสร้างขึ้นด้วยวิธีการเชื่อมด้วยเลเซอร์ ดังแสดงในรูปที่ 2.65 โดยเปรียบเทียบผลที่ได้จากการวิเคราะห์เชิงตัวเลขด้วยวิธี XFEM กับผลการทดลองก่อนหน้า โดยที่ขึ้นแรกในการศึกษาการจำลองการเติบโตของรอยร้าวจะศึกษาในแผ่นอลูมิเนียม 6156 T6 และ 6156 T4 เพื่อใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลอง โดยที่แบบจำลองมียาวขนาด 1,200 mm กว้าง 760 mm และหนาเท่ากับ 2.6 mm ดังแสดงในรูปที่ 2.66 คุณสมบัติของวัสดุมีค่ามอดูลัสยืดหยุ่นเท่ากับ 71 GPa และอัตราส่วนปัวซองเท่ากับ 0.33 ค่าสัมประสิทธิ์ของปารีส  $m=3.174$  และ  $C=1.022 \times 10^{-10} \text{ MPa} \cdot \sqrt{m}$  สำหรับ อลูมิเนียม 6156 T6 และ  $m=3.042$  และ  $C=40714 \times 10^{-11} \text{ MPa} \cdot \sqrt{m}$  สำหรับ อลูมิเนียม 6156 T4 ผลที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 2.67 จะสังเกตได้ว่าค่าอายุความล้าที่ได้จาก XFEM มีค่าน้อยกว่า 10.5% เทียบกับค่าอายุความล้าที่ได้จากการทดลอง แสดงให้เห็นว่าค่าของแบบจำลองเชิงตัวเลขจะมีความปลอดภัยเมื่อนำไปใช้



รูปที่ 2.65 แบบจำลอง 3 มิติของ Grbović และคณะ [34]

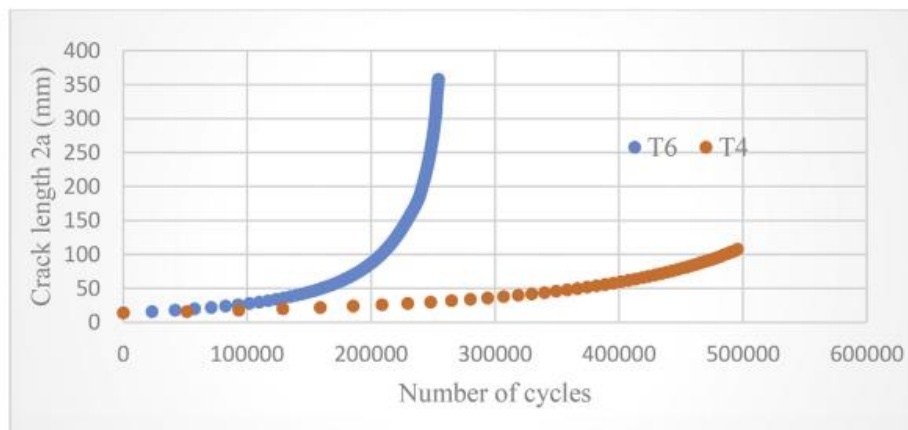


รูปที่ 2.66 แบบจำลองแผ่นอลูมิเนียม [34]



รูปที่ 2.67 อายุความล้าที่ได้จากการทดสอบเปรียบเทียบกับผลของแบบจำลอง XFEM ของอลูมิเนียม 6156 T6 [34]

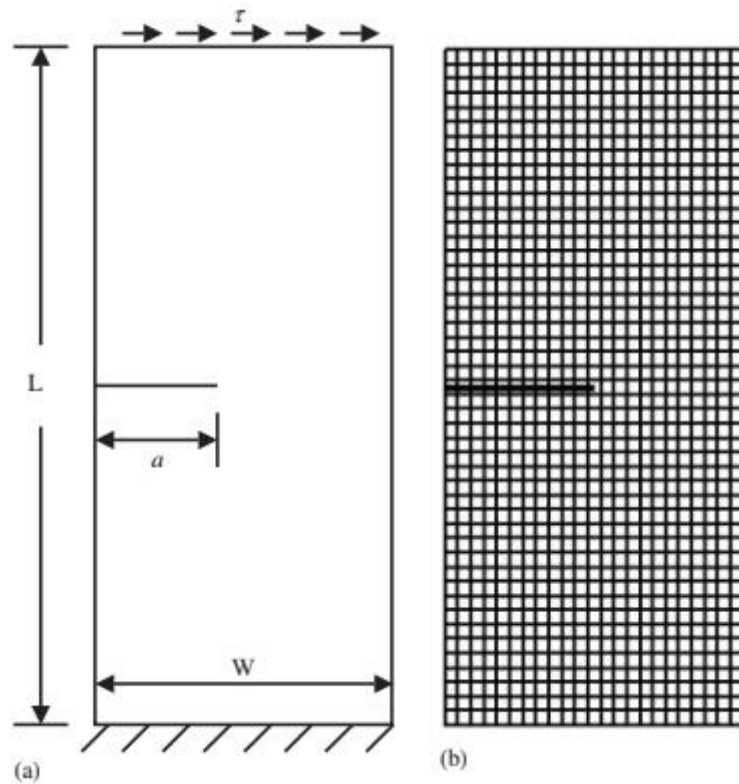
ในการเปรียบเทียบผลกระทบของคุณสมบัติของวัสดุระหว่าง อลูมิเนียม 6156 T6 และ อลูมิเนียม 6156 T4 แสดงให้เห็นว่าที่ความยาวรอยร้าวประมาณ 108 mm อลูมิเนียม 6156 T4 มีอายุความล้า 495,644 รอบ ซึ่งมากเป็น 2 เท่าเมื่อเทียบกับอลูมิเนียม 6156 T6 คุณสมบัติของวัสดุมีผลโดยตรงกับอายุความล้าและพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าว



รูปที่ 2.68 การเปรียบเทียบอายุความล้าของ อลูมิเนียม 6156 T6 และ อลูมิเนียม 6156 T4 [34]

ในปี Lui และคณะ [35], Mangesh และคณะ [36] ได้หาค่า SIF ในวัสดุเนื้อเดียวและวัสดุผสม โดยที่เอลิเมนต์ที่ใช้เป็นสี่เหลี่ยมแบบ 4 จุดต่อ ในการศึกษาแรกเป็นแผ่นที่มีรอยร้าวที่ขอบด้านข้าง ดังที่แสดงในรูป 2.69 โดยที่ขอบด้านล่างถูกยึดแบบยึดแน่นและที่ขอบด้านบนถูกกระทำด้วยหน่วยแรงเฉือนขนาด 1 หน่วย แบบจำลองแบบแผ่นมีขนาดยาว 16 หน่วย กว้าง 7 หน่วยและความ

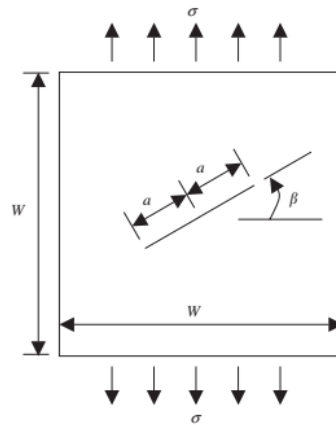
ยาวรอยร้าวมีขนาด 3.5 หน่วย ภายใต้เงื่อนไขระนาบความเครียด ค่ามอดูลัสยืดหยุ่นมีค่าเท่ากับ 100 หน่วย อัตราส่วนปัวซองเท่ากับ 0.3 โดยแบบจำลองจะแบ่งจำนวนของเอลิเมนต์ 11x23 เอลิเมนต์, 23x47 เอลิเมนต์และ 47x95 เอลิเมนต์ ผลที่ได้แสดงให้เห็นว่าขนาดของเอลิเมนต์ไม่ได้ส่งผลโดยตรงกับค่าของ SIF ทั้งในโหมด 1 และ 2



รูปที่ 2.69 แบบจำลองแบบแผ่นที่มีรอยร้าวที่ขอบด้านข้างภายใต้หน่วยแรงเฉือนและการแบ่งเอลิเมนต์ 23x47 เอลิเมนต์ [35]

Lui และคณะ [35] ได้การศึกษาแบบจำลองแบบแผ่นสี่เหลี่ยมที่มีรอยร้าวเอียงที่กึ่งกลางแผ่น ภายใต้หน่วยแรงดึง มีขนาดความกว้างของแต่ละด้านเท่ากับ 10 หน่วย  $a/W$  เท่ากับ 0.05 ถูกกระทำภายใต้หน่วยแรงดึง 1 หน่วย ดังแสดงในรูปที่ 2.70 มีคุณสมบัติของวัสดุแบบเดียวกับที่กล่าวไปด้านบน จำนวนเอลิเมนต์เท่ากับ 10,000 เอลิเมนต์ ผลที่ได้เปรียบเทียบกับการศึกษาก่อนหน้านี้ ดังแสดงในตารางที่ 2.7

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \cos^2(\theta) \quad K_{II} = \sigma\sqrt{\pi a} \sin(\theta)\cos(\theta) \quad 2.12$$



รูปที่ 2.70 ลักษณะแบบจำลองและแรงกระทำของแบบจำลองที่มีรอยร้าวที่กึ่งกลางแผ่นภายใต้หน่วยแรงดึง [35]

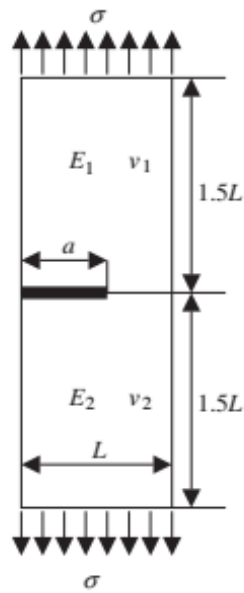
ตารางที่ 2.7 การเปรียบเทียบค่า SIF ของโหมด 1 และ 2 ที่มุมต่างๆ ที่ได้จาก XFEM กับค่าที่ได้จากสมการที่ 2.12 [35]

Table II. Results for  $K_I$  and  $K_{II}$  of an inclined centre crack in a homogeneous, isotropic elastic plate under tension.

Crack angle $\beta$	XFEM		Exact solution [21]	
	$K_I$	$K_{II}$	$K_I$	$K_{II}$
0	1.271	0	1.253	0
5	1.263	0.110	1.244	0.109
10	1.238	0.213	1.216	0.214
15	1.194	0.312	1.169	0.313
20	1.126	0.404	1.107	0.403
25	1.047	0.480	1.029	0.480
30	0.960	0.551	0.940	0.543
35	0.853	0.592	0.841	0.589
40	0.745	0.620	0.735	0.617
45	0.625	0.645	0.627	0.627
50	0.520	0.622	0.518	0.617
55	0.392	0.585	0.412	0.589
60	0.288	0.539	0.313	0.543
65	0.197	0.471	0.224	0.480
70	0.144	0.400	0.147	0.403
75	0.084	0.312	0.084	0.313
80	0.036	0.216	0.038	0.214
85	0.009	0.108	0.010	0.109
90	0	0	0	0

ในการศึกษาสุดท้าย ได้ศึกษาค่า SIF ที่อยู่ระหว่าง 2 วัสดุ ดังแสดงในรูปที่ 2.71 โดยที่  $L = 3$  หน่วย และหน่วยแรงดึงเท่ากับ 1 หน่วย อัตราส่วนปัวซองของทั้งสองวัสดุเท่ากับ 0.3 ภายใต้เงื่อนไขระนาบความเค้น โดยแบบจำลองมีเอลิเมนต์จำนวน 2700 เอลิเมนต์ ในการศึกษาได้กำหนดให้ค่า  $E_2 = 100$  ส่วน  $E_1$  มีค่าเท่ากับ 200 300 1000 และ 10,000 ตามลำดับ และที่ความยาวรอยร้าว  $a/L = 0.2$  0.3 0.4 0.5 0.6 และ 0.7 ค่าที่ได้ดังแสดงในตารางที่ 2.8 ผลที่ได้แสดงให้เห็นว่าในการศึกษาทั้ง 3 นั้น ค่า SIF ที่ได้มีค่าใกล้เคียงกับทฤษฎีและการทดลองก่อนหน้า





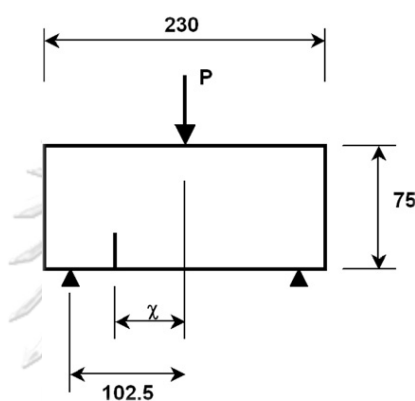
รูปที่ 2.71 ลักษณะแบบจำลองและแรงกระทำของแบบจำลองแบบสองวัสดุที่มีรอยร้าวที่ขอบด้านข้าง  
ภายใต้หน่วยแรงดึง [35]

ตารางที่ 2.8 การเปรียบเทียบตัวประกอบความเข้มของความเค้นแบบไร้หน่วยที่ได้จาก XFEM กับ  
งานวิจัยก่อนหน้าของ Matsumto และคณะ [37]

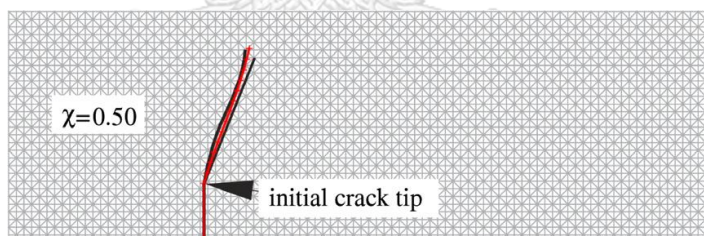
Table III. Results for  $F_i = K_i^{(r)} / (\sigma\sqrt{\pi a})$  ( $i=1, 2$ ) of an edge interface crack between dissimilar elastic materials.

$E_1/E_2$	$a/L$	XFEM		Matsumto <i>et al.</i> [22]	
		$F_1$	$F_2$	$F_1$	$F_2$
2	0.2	1.374	-0.137	1.367	-0.137
	0.3	1.669	-0.159	1.657	-0.156
	0.4	2.125	-0.198	2.109	-0.195
	0.5	2.844	-0.267	2.819	-0.268
	0.6	4.062	-0.394	4.024	-0.398
	0.7	6.402	-0.664	6.348	-0.668
	3	0.2	1.375	-0.208	1.368
0.3		1.668	-0.240	1.655	-0.235
0.4		2.121	-0.299	2.102	-0.298
0.5		2.839	-0.402	2.812	-0.402
0.6		4.053	-0.596	4.011	-0.598
0.7		6.386	-1.003	6.310	-1.003
10		0.2	1.379	-0.354	1.366
	0.3	1.661	-0.403	1.648	-0.394
	0.4	2.109	-0.500	2.090	-0.491
	0.5	2.819	-0.668	2.789	-0.661
	0.6	4.018	-0.986	3.968	-0.973
	0.7	6.319	-1.661	6.227	-1.634
	100	0.2	1.381	-0.434	1.376
0.3		1.657	-0.494	1.647	-0.470
0.4		2.101	-0.608	2.083	-0.569
0.5		2.804	-0.813	2.772	-0.793
0.6		3.995	-1.197	3.906	-1.171
0.7		6.265	-2.009	6.157	-1.957

ในปี 2012 Geniaut และ Galenne [38] ได้ศึกษาการทดสอบแรงดัดแบบสามจุด มีขนาดดังแสดงในรูปที่ 2.72 ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นมีขนาด 19 mm  $\chi$  เป็นตำแหน่งระยะเยื้องศูนย์กลางของรอยร้าว ค่ามอดุลัสยืดหยุ่นเท่ากับ 31,370 MPa อัตราส่วนปัวซองเท่ากับ 0.2 โดยกำหนดให้  $\chi$  มีค่าเท่ากับ 0.25 และ 50 mm ซึ่งในแบบแรกจะเป็นการดัดภายใต้โหมด 1 เท่านั้น สำหรับแบบสุดท้ายจะใช้ในการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการทดสอบกับแบบจำลองเชิงตัวเลข โดยที่แบบจำลองเชิงตัวเลขประกอบไปด้วยเอลิเมนต์จำนวน 4,500 เอลิเมนต์ ผลที่ได้แสดงให้เห็นว่าวิถีของรอยร้าวมีความใกล้เคียงกับผลที่ได้จากการทดสอบ ดังแสดงในรูปที่ 2.73

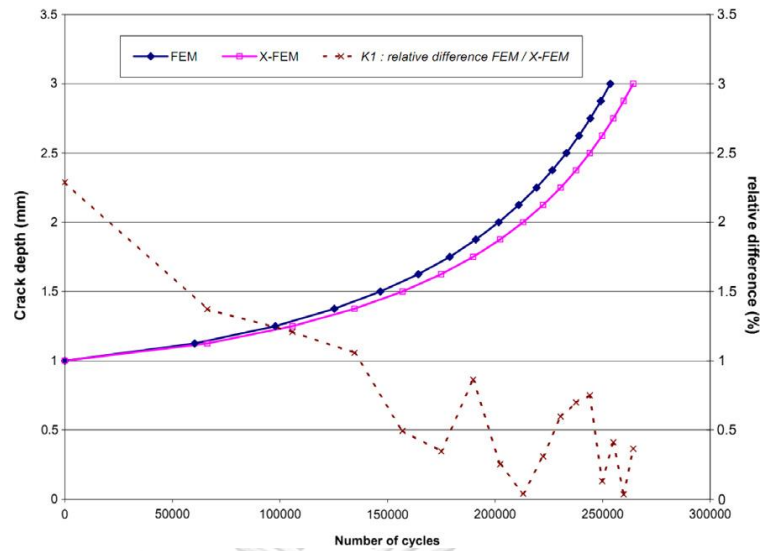


รูปที่ 2.72 ขนาดของชิ้นส่วนทดสอบแรงดัดแบบสามจุด [38]



รูปที่ 2.73 การเปรียบเทียบผลจากการทดสอบและแบบจำลองเชิงตัวเลข ที่  $\chi$  มีค่าเท่ากับ 50 mm [38]

การศึกษาค่าการเติบโตของรอยร้าวใน 3 มิติของการดัดแบบสามจุด โดยที่รอยร้าวเริ่มต้นทำมุมเอียงเมื่อเทียบกับแรงกระทำ โดยที่แบบจำลองมีขนาดยาว 260 mm หนา 10 mm และกว้าง 60 mm โดยที่ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นมีขนาด 20 mm และทำมุม 45 องศากับระนาบ YZ โดยที่เอลิเมนต์มีขนาด 3 mm และที่บริเวณรอยร้าวจะมีขนาด 0.75 mm เพื่อความถูกต้องในการวิเคราะห์ค่า SIF ค่าสัมประสิทธิ์ค่าคงที่ของปารีสมีค่าเท่ากับ  $C = 1.1 \times 10^{-8}$  และ  $m=3$  ผลที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 2.74



รูปที่ 2.74 การเปรียบเทียบค่าความยาวรอยร้าวของ FEM และ XFEM และค่าความแตกต่างระหว่างค่า  $K_I$  เทียบกับอายุความล้า [38]

จากงานวิจัยที่ผ่านมาแสดงให้เห็นว่า ได้มีการใช้ FEM และ XFEM ในการวิเคราะห์ปัญหาการเติบโตของรอยร้าวล้า งานวิจัยที่ผ่านยังไม่มีการศึกษาและให้ความสำคัญกับผลกระทบของอายุความล้าภายใต้โหมดผสมที่เกิดจาก 1. การที่รอยร้าวเริ่มต้นทำมุมเอียงกับแนวราบ 2. อัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนกับหน่วยแรงดึง หน่วยแรงเฉือนกับหน่วยแรงดัด 3. ขนาดของความยาวรอยร้าวเริ่มต้นและ 4. การซ่อมแซมด้วยการติดแผ่นเหล็กที่ขอบด้านข้างของแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าว ซึ่งเป็นที่มาในงานวิจัยนี้ในการศึกษาความสำคัญของปัจจัยที่กล่าวมาข้างต้น

### บทที่ 3

## ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย

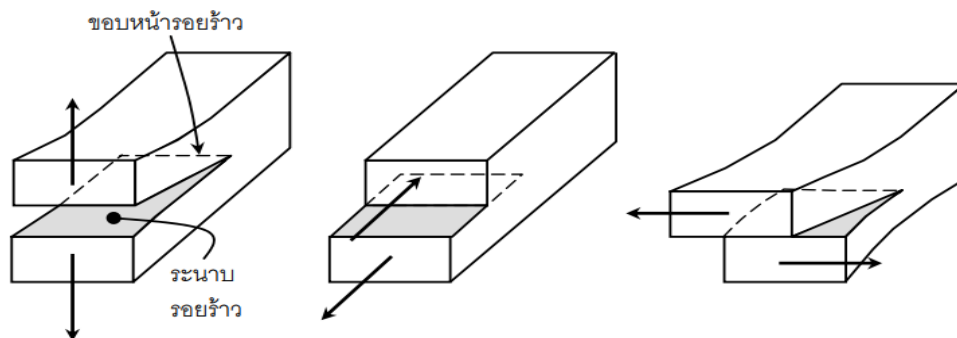
### 3.1 รูปแบบการเสีรูปร่างที่ปลายรอยร้าว

การนิยามโหมดการเสีรูปร่างที่ปลายรอยร้าว พิจารณาจากทิศการเคลื่อนตัวของระนาบรอยร้าว เทียบกับระนาบรอยร้าว หรือขอบหน้ารอยร้าว จากนิยามนี้จะแบ่งโหมดการเสีรูปร่างได้ 3 โหมด คือ

1 โหมดเปิด (opening mode) หรือโหมดที่ 1 ในโหมดนี้ ผิวรอยร้าวจะเคลื่อนตัวตั้งฉากกับระนาบรอยร้าว ดังรูปที่ 3.1 (ก)

2 โหมดเฉือนบนระนาบ (in-plane shear mode) หรือโหมดไถล (sliding mode) หรือโหมดที่ 2 ในโหมดนี้ ผิวรอยร้าวจะเคลื่อนที่สัมผัสกันในทิศตั้งฉากกับขอบหน้ารอยร้าว รูปที่ 3.1 (ข)

3 โหมดเฉือนนอกระนาบ (out-of-plane shear mode) หรือโหมดฉีก (tearing mode) หรือโหมดที่ 3 ในโหมดนี้ ผิวรอยร้าวจะเคลื่อนที่สัมผัสกันในทิศขนานกับขอบหน้ารอยร้าว รูปที่ 3.1 (ค)

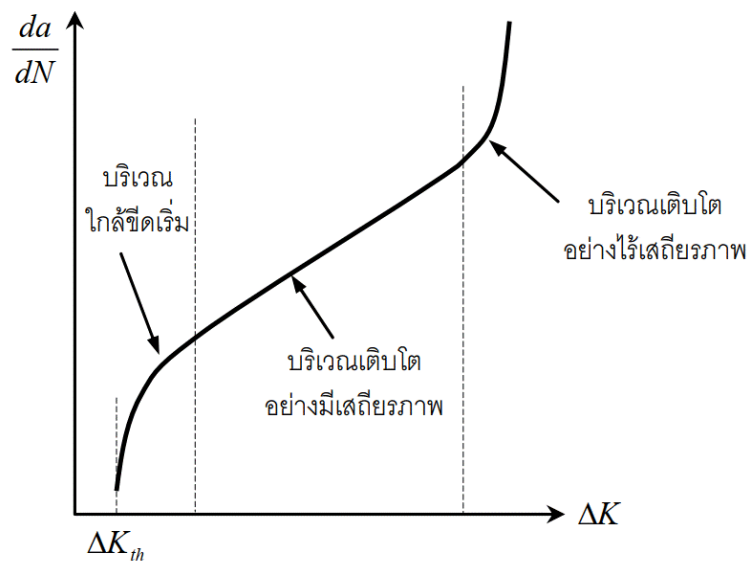


(ก) โหมดเปิด (โหมดที่ 1) (ข) โหมดเฉือนบนระนาบ (โหมดที่ 2) (ค) โหมดเฉือนนอกระนาบ (โหมดที่ 3)

รูปที่ 3.1 โหมดการเสีรูปร่างที่ปลายรอยร้าว [39]

### 3.2 อัตราการเติบโตของรอยร้าวล้าและกฎของปารีส

พฤติกรรมของการเติบโตของรอยร้าวนิยามแสดงในรูปกราฟ ซึ่งพล็อตระหว่างช่วงของตัวประกอบความเข้มของความเค้น (stress intensity factor range;  $\Delta K$ ) เป็นแกนนอน และอัตราการเติบโตของรอยร้าวล้า  $\frac{da}{dN}$  เป็นแกนตั้ง กราฟระหว่าง  $\frac{da}{dN}$  และ  $\Delta K$  โดยทั่วไปจะมีลักษณะดังรูปที่ 3.2 ซึ่งแบ่งได้ 3 บริเวณ ดังนี้



รูปที่ 3.2 ลักษณะของเส้นโค้ง  $\frac{da}{dN} - \Delta K$  [39]

บริเวณที่ 1 เรียกว่า บริเวณใกล้ขีดเริ่ม (near threshold regime) อัตราการเติบโตของรอยร้าวล้าบริเวณนี้จะน้อยกว่า  $10^{-6}$  มม./รอบ [39] ตัวแปรสำคัญในบริเวณนี้คือ ช่วงของความเข้มของความเค้นขีดเริ่ม (threshold stress intensity factor range)  $\Delta K_{th}$  ซึ่งหมายถึงค่าสูงสุดของ  $\Delta K$  ที่ทำให้รอยร้าวไม่เติบโต

บริเวณที่ 2 เรียกว่า บริเวณรอยร้าวเติบโตอย่างมีเสถียรภาพ (stable crack growth regime) ในบริเวณนี้ ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\log\left(\frac{da}{dN}\right)$  และ  $\log(\Delta K)$  ของวัสดุส่วนใหญ่มีแนวโน้มเป็นเส้นตรง ซึ่งสามารถที่จะอธิบายได้ด้วยสมการของปารีสดังแสดงในสมการ 3.1 อัตราการเติบโตจะขึ้นกับโครงสร้างจุลภาคและอัตราส่วนแรงกระทำซึ่งน้อยกว่าบริเวณใกล้ขีดเริ่ม

ข้อมูลสำคัญในการประมาณอายุความล้าของโครงสร้าง คือ อัตราการเติบโตของรอยร้าวล้า อัตราการเติบโตของรอยร้าวของโลหะมักใช้กฎของปารีสซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการเติบโตของรอยร้าวกับ SIF ดังนี้

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad 3.1$$

เมื่อ  $C$  และ  $m$  คือ ค่าคงที่ของวัสดุซึ่งได้มาจากการทดลองที่พิจารณาผลกระทบจากแรงกระทำ เช่น ความถี่ และอัตราส่วนหน่วยแรง (stress ratio) รวมทั้งผลกระทบจากสิ่งแวดล้อม เช่น อุณหภูมิ และความชื้น ทั้งนี้ อัตราการเติบโตของรอยร้าวในอากาศที่มีความชื้นสูงจะมีค่าสูงกว่าอัตราการเติบโตของรอยร้าวในสุญญากาศ [1]

จากสมการที่ 3.1 สำหรับการเพิ่มขึ้นของรอยร้าว ( $\Delta a$ ) สามารถที่จะคำนวณอายุความล้าได้โดย

$$\int_0^{\Delta a} \frac{da}{C(\Delta K)^m} = \int_0^{\Delta N} dN = \Delta N \quad 3.2$$

บริเวณที่ 3 เรียกว่า บริเวณรอยร้าวเติบโตอย่างรวดเร็วเสถียรภาพ (unstable crack growth regime) ในบริเวณนี้รอยร้าวจะเติบโตอย่างรวดเร็วจนกระทั่งแตกหัก พฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวล้าจะขึ้นกับโครงสร้างจุลภาคและอัตราส่วนแรงกระทำอย่างมาก

### 3.3 การเติบโตของรอยร้าวภายใต้แรงกระทำแบบโหมดผสม

ในสมการ 3.1 การเติบโตของรอยร้าวเป็นฟังก์ชันของ SIF เพียงโหมดเดียวและไม่ได้เฉพาะเจาะจงทิศทางของการเติบโตของรอยร้าว มีการเสนอวิธีที่ใช้ในการทำนายทิศทางการเติบโตของรอยร้าวภายใต้โหมดผสม ยกตัวอย่างเช่น MTS MSERRC และ MSEDG Erdogan และ Sih [40] ได้เสนอทฤษฎีหน่วยแรงแนวสัมผัสสูงสุด (maximum tangential stress criterion, MTS) ซึ่งมีหลักการคือ การเติบโตของรอยร้าวจะเกิดขึ้นเมื่อค่าหน่วยแรงแนวสัมผัสสูงสุดเท่ากับค่าวิกฤติ และรอยร้าวจะเติบโตไปในทิศทางเป็นรัศมีแผ่ออกจากศูนย์กลาง ดังแสดงในรูปที่ 3.3 สอดคล้องกับหน่วยแรงแนวสัมผัสสูงสุด สำหรับวัสดุที่มีเนื้อเดียว (homogeneous) และมีคุณสมบัติยืดหยุ่นเชิงเส้นที่ไม่ขึ้นกับทิศทาง (isotropic linear elastic) ค่าหน่วยแรงในบริเวณที่ใกล้กับปลายรอยร้าวแสดงดังสมการที่ 3.3 และ 3.4

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right] \quad 3.3$$

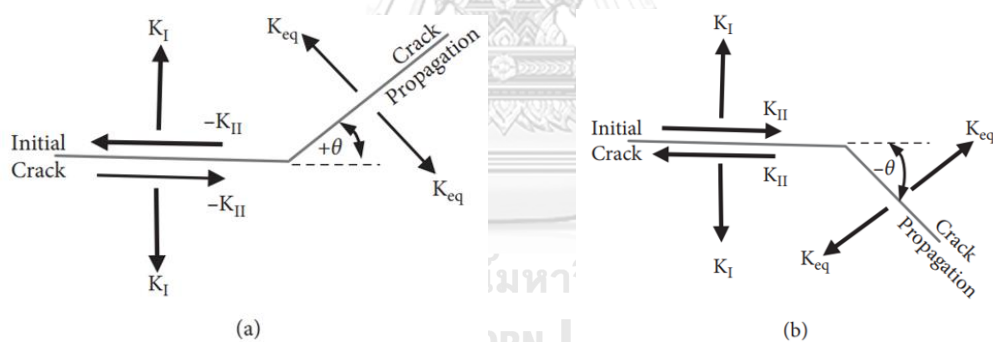
$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ K_I \sin^2 \theta - \frac{3}{2} K_{II} (3 \cos \theta - 1) \right] \quad 3.4$$

เมื่อ  $r$  และ  $\theta$  อยู่ในระบบพิกัดเชิงขั้วที่มีศูนย์กลางอยู่ตรงที่ปลายรอยร้าวตั้งฉากกับปลายรอยร้าว (crack front) ทิศทางการเติบโตของรอยร้าวจะได้จากเงื่อนไข  $\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = 0$  หรือ  $\tau_{r\theta} = 0$

$$K_I \sin \theta_p + K_{II} (3 \cos \theta_p - 1) = 0 \quad 3.5$$

$$\theta_p = \arccos \left( \frac{3K_{II}^2 + \sqrt{K_I^4 + 8K_I^2 K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2} \right) \quad 3.6$$

เมื่อ  $\theta_p$  คือ มุมการเติบโตของรอยร้าววัดเทียบกับระนาบรอยร้าว (ในรูปที่ 3.3) โดยที่  $\theta_p \leq 0$  เมื่อ  $K_{II} \geq 0$  และ  $\theta_p \geq 0$  เมื่อ  $K_{II} \leq 0$  ทั้งนี้ หาก  $\theta_p = 0$  การเติบโตของรอยร้าวจะมีทิศทางตรงไปแนวเดิม



รูปที่ 3.3 มุมการเติบโตของรอยร้าวภายใต้โหมดผสม (ก)  $K_{II} < 0$  (ข)  $K_{II} > 0$  [10]

โดยทั่วไปของการพิจารณาการเติบโตของรอยร้าวภายใต้โหมดผสม ค่า  $\Delta K$  ในสมการที่ 3.2 จะใช้ช่วงของค่า SIF เทียบเท่า (equivalent stress intensity factor,  $\Delta K_{eq}$ ) ดังแสดงในสมการที่ 3.7

$$\Delta K_{eq} = \frac{1}{2} \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) \left[ \Delta K_I (1 + \cos \theta) - 3 \Delta K_{II} \sin \theta \right] \quad 3.7$$

$$\text{และ } \Delta K_I = (K_I)_{max} - (K_I)_{min} = (1-R) K_{I,max}$$

$$\Delta K_{II} = (K_{II})_{max} - (K_{II})_{min} = (1-R) K_{II,max}$$

เมื่อ  $R$  คือ อัตราส่วนหน่วยแรง และตัวห้อย max และ min คือ ค่าสูงสุดและต่ำสุด ตามลำดับ

### 3.4 วิธีเอกซ์เทนเด็ตไฟไนต์เอลิเมนต์ใน ANSYS

ใน FEM การเคลื่อนที่ที่ไม่ต่อเนื่องบริเวณปลายรอยร้าวโดยปกติแล้วจะมีการปรับปรุงการแบ่งเอลิเมนต์ (remesh) ใหม่ที่ปลายรอยร้าว ซึ่งจะทำให้จำนวนของระดับชั้นความเสรีเพิ่มขึ้นเป็นจำนวนมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการจำลองแบบสามมิติ ยิ่งไปกว่านั้นยังมีการคำนวณที่เพิ่มขึ้นการเติบโตของรอยร้าวที่ต้องการการปรับปรุงการแบ่งเอลิเมนต์ซ้ำ การที่อัปเดตการแบ่งเอลิเมนต์ไม่เพียงแต่เพิ่มกระบวนการการทำงานแต่ยังส่งผลกระทบต่อคุณภาพของคำตอบอีกด้วย อีกทั้ง FEM นั้นมีความสามารถที่จำกัดในแก้ปัญหาทางกลศาสตร์การแตกหัก และเพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาในการคำนวณที่ยุ่ยาก จึงได้มีการคิดค้นวิธี XFEM ขึ้นในปี 1999 โดยการเพิ่มฟังก์ชันพิเศษลงไปในการประมาณค่า FEM ที่มีเค้าโครงของ partition of unity (PU) based enrichment method สำหรับการจำลองรอยร้าวได้มีการใช้ฟังก์ชันขั้นบันได heaviside และ linear elastic asymptotic crack tip displacement fields เพื่ออธิบายรอยร้าว วิธีนี้สามารถจำลองการเติบโตของรอยร้าวโดยไม่จำเป็นต้องปรับปรุงการแบ่งเอลิเมนต์เป็นวิธีการเชิงตัวเลขที่แม่นยำและมีประสิทธิภาพสำหรับการจำลองความไม่ต่อเนื่องที่รอยร้าวของแบบจำลอง

สามเทคนิคภายใน XFEM ได้รับการเสนอเพื่อประเมินการแตกร้าวภายในแบบจำลองประกอบด้วยฟังก์ชัน node enrichment cohesive segment และกลศาสตร์การแตกหักเชิงเส้นยืดหยุ่น ดังต่อไปนี้

#### 3.4.1 ฟังก์ชัน node enrichment

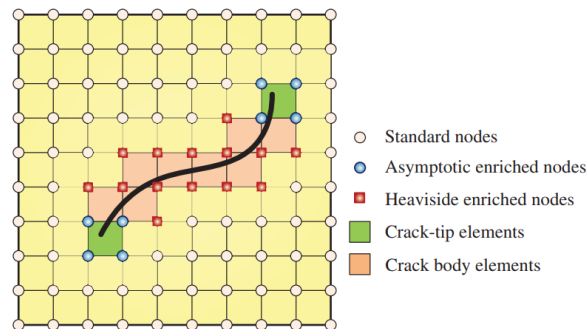
การเพิ่มประสิทธิภาพของการประมาณได้ใช้ 2 ฟังก์ชันเสริม (enrichment functions) ในการสร้างแบบจำลองการแตกร้าว ดังแสดงในรูปที่ 3.4 ทำให้ฟังก์ชันประมาณการเปลี่ยนตำแหน่งในการวิเคราะห์ XFEM เป็นดังสมการที่ 3.8

$$u = \sum_{I=1}^N N_I(x) \left[ u_I + H(x) a_I + \sum_{\alpha=1}^4 F_{\alpha}(x) b_I^{\alpha} \right] \quad 3.8$$

เมื่อ  $u$  คือ เวกเตอร์ของการเปลี่ยนตำแหน่ง (displacement vector);  $N_I(x)$  คือ ฟังก์ชันรูปร่างสำหรับจุดต่อ (nodal shape function);  $u_I$  คือ เวกเตอร์ของการเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดต่อของวิธี FEM แบบธรรมดา (traditional FEM nodal displacement vector);  $a_I$  คือ เวกเตอร์ของระดับชั้นความเสรีที่จุดต่อที่เสริมขึ้นมา (nodal enriched degree of freedom vector) ซึ่งสอดคล้องกับฟังก์ชัน heaviside,  $H(x)$ ;  $b_I^{\alpha}$  คือ เวกเตอร์ของระดับชั้นความเสรีที่จุดต่อที่เสริมขึ้นมาซึ่งสอดคล้อง



กับฟังก์ชันที่พิจารณาผลของ singularity ที่ปลายรอยร้าว (elastic asymptotic crack-tip function),  $F_\alpha(x)$



รูปที่ 3.4 ลักษณะของเอลิเมนต์ในแบบจำลอง XFEM [41]

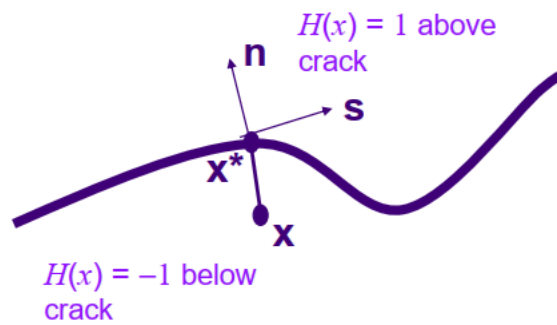
ฟังก์ชันเสริม (enrichment functions) 2 ประเภทที่ใช้สำหรับรอยร้าวในปัญหา isotropic LEFM คือ ฟังก์ชัน heaviside และฟังก์ชัน asymptotic crack tip เพื่อจำลองความไม่ต่อเนื่องจากการเคลื่อนที่ที่แตกต่างกันของแต่ละด้านของรอยร้าว

#### 3.4.2 ฟังก์ชัน Heaviside

$H(x)$  หรือ ฟังก์ชัน Heaviside ใช้สำหรับเอลิเมนต์ที่รอยร้าวผ่านเพื่ออธิบายความไม่ต่อเนื่องของการเปลี่ยนตำแหน่งในแต่ละด้านของรอยร้าว โดยเป็นฟังก์ชันขั้นบันไดดังแสดงในสมการที่ 3.9

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } (x - x^*) \cdot n \geq 0 \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.9)$$

เมื่อพิจารณาจากเส้นโค้งต่อเนื่อง  $\Gamma$  ซึ่งเป็นตัวแทนของรอยร้าวภายในวัตถุที่เสียรูปได้ ให้เราพิจารณาจุด  $x(x, y) \in \Omega$  จุดมุ่งหมายทั้งหมดคือการกำหนดตำแหน่งของจุดดังกล่าวเทียบกับตำแหน่งรอยร้าว โดยที่  $x$  เป็นจุดเกาส์และ  $x^*$  เป็นจุดที่ใกล้ที่สุดที่อยู่บนระนาบรอยร้าวไปถึงจุด  $x$  เวกเตอร์หนึ่งหน่วยทิศทางพุ่งออกจาก  $x$  และตั้งฉากกับระนาบรอยร้าวที่  $x^*$  คือ  $n$  ดังที่แสดงในรูป 3.5 ซึ่งแสดงให้เห็นถึงฟังก์ชันการกระโดดที่ไม่ต่อเนื่องบนพื้นผิวรอยร้าว



รูปที่ 3.5 ฟังก์ชันขั้นบันไดที่แสดงความไม่ต่อเนื่องบนพื้นผิวรอยร้าว [41]

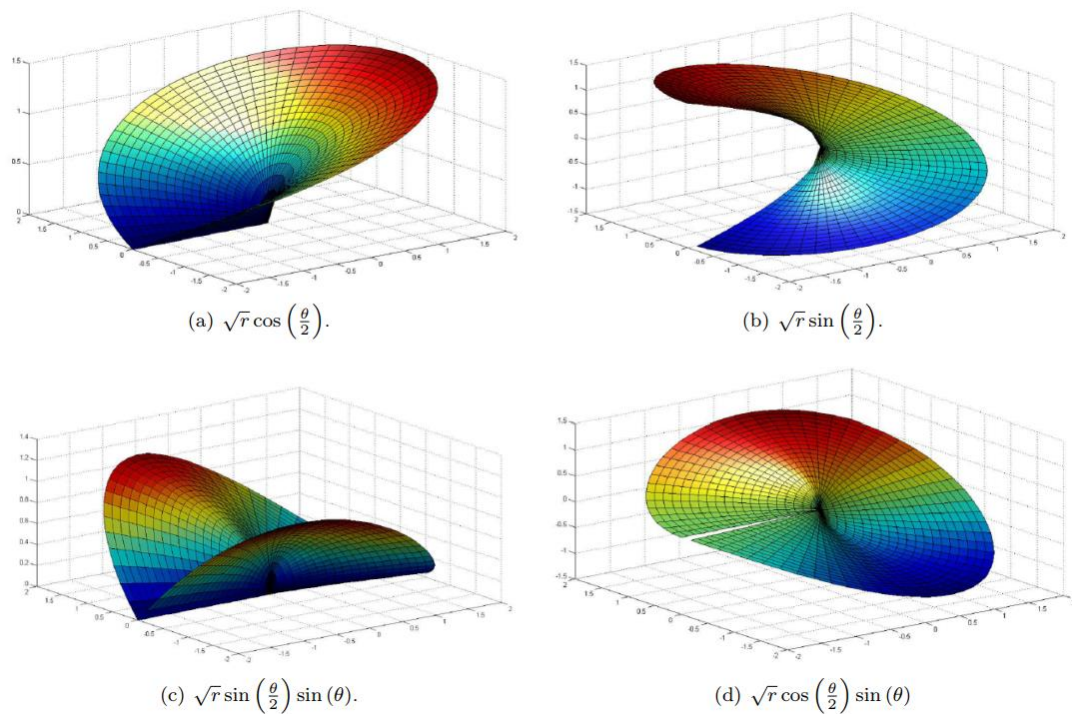
### 3.4.3 ฟังก์ชัน Asymptotic near-tip field

ในการสร้างแบบจำลองการเคลื่อนที่ที่ปลายรอยร้าว  $H(x)$  ไม่สามารถใช้ในการประมาณค่าการเคลื่อนที่ของเอลิเมนต์ทั้งโดเมนได้เนื่องจากว่าเอลิเมนต์นั้นอยู่ที่ปลายรอยร้าว

ผลกระทบของความไม่ต่อเนื่อง (singularity effect) เนื่องจากปลายรอยร้าวจะประเมินโดยใช้ฟังก์ชัน elastic asymptotic crack tip;  $F_\alpha(x)$  ซึ่งจะประกอบไปด้วย 4 ฟังก์ชัน ซึ่งแสดงในสมการที่ 3.10 ซึ่งทั้ง 4 ฟังก์ชันอยู่ในพิกัดเชิงขั้ว (polar coordinate) ซึ่งถูกใช้เพื่อประเมินรัศมีและมุมของปลายรอยร้าวจากจุดเกาส์ (Gauss point) จากฟังก์ชันนี้สามารถที่จะปรับปรุงความถูกต้องของผลกระทบของความไม่ต่อเนื่องที่ปลายรอยร้าวได้ ซึ่งการแจกแจงของฟังก์ชัน asymptotic ทั้ง 4 นี้แสดงในรูปที่ 3.6 เห็นได้ชัดว่าเฉพาะฟังก์ชันแรก que แสดงถึงความไม่ต่อเนื่องของปลายรอยร้าวทั้งสองข้าง ในขณะที่อีก 3 ฟังก์ชันที่เหลือสามารถนำไปใช้เพื่อแก้ไขความถูกต้องของการประมาณค่าคำตอบที่บริเวณใกล้ปลายรอยร้าว

$$F_\alpha(x) = \left[ \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta \right] \quad 3.10$$

เมื่อ  $r$  และ  $\theta$  คือ รัยะรัศมีและมุมของปลายรอยร้าวในระบบพิกัดเชิงขั้ว ตามลำดับ

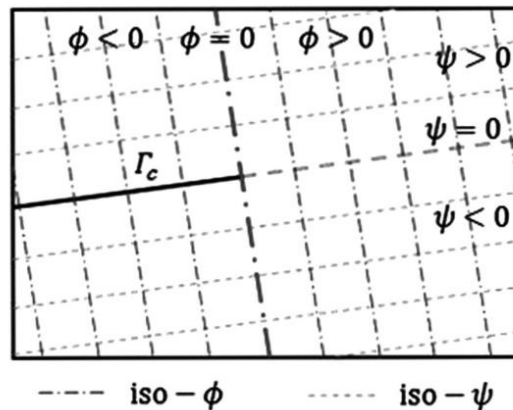


รูปที่ 3.6 ฟังก์ชัน near-tip enrichment. [41]

#### 3.4.4 วิธี level-set (LSM)

วิธี level-set เป็นวิธีกำหนดตำแหน่งและรูปร่างของรอยร้าวในแบบจำลอง FEM โดยใช้ 2 ฟังก์ชันในการบอกตำแหน่งและรูปร่างของรอยร้าวดังแสดงในรูปที่ 3.7 โดยฟังก์ชันทั้งสองแสดงตำแหน่งจากผิวรอยร้าว (crack face) และขอบหน้าปลายรอยร้าว (crack front) ถึงตำแหน่งของจุดต่อ (node) โดยที่ฟังก์ชันแรก  $\psi(x,t)$  จะมีค่าเป็นบวกและลบในทิศตรงกันข้ามกับผิวรอยร้าวและมีค่าเท่ากับศูนย์ที่ผิวรอยร้าว แม้ว่าฟังก์ชันแรกสามารถระบุได้ว่ารอยร้าวอยู่ที่ตำแหน่งไหนและรูปร่างอย่างไรแต่ไม่สามารถระบุจุดสิ้นสุดได้ จึงนำไปสู่ฟังก์ชันที่สอง  $\phi(x,t)$  ที่ตั้งฉากกับฟังก์ชันแรก โดยที่ฟังก์ชันที่สองนี้จะมีค่าเท่ากับศูนย์ที่ตำแหน่งปลายรอยร้าว ดังแสดงในสมการที่ 3.11

$$\Gamma_c = \{\psi(x,t) = 0 \text{ and } \phi(x,t) \leq 0\} \quad 3.11$$



รูปที่ 3.7 Level set functions [36]

ใน ANSYS [42] ใช้ค่า  $\psi$  และ  $\phi$  ในการหาค่า  $r$  และ  $\theta$  ตามสมการที่ 3.12 และ 3.13

$$r = \sqrt{\phi^2 + \psi^2} \quad 3.12$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\psi}{\phi}\right) \quad 3.13$$

### 3.5 วิธี Interaction integral

วิธี Interaction integral ประยุกต์มาจากวิธี J integral ที่เสนอโดย Shih และคณะ (1986) [43] ซึ่งเปลี่ยนการอินทิกรัลเชิงเส้นเป็นอินทิกรัลเชิงพื้นที่ใน 2 มิติ และเป็นอินทิกรัลเชิงปริมาตรใน 3 มิติ ข้อดีในการเปลี่ยนมาเป็นการอินทิกรัลเชิงพื้นที่หรือเชิงปริมาตรคือได้คำตอบแม่นยำขึ้นและง่ายสำหรับการประยุกต์วิธีเชิงตัวเลข

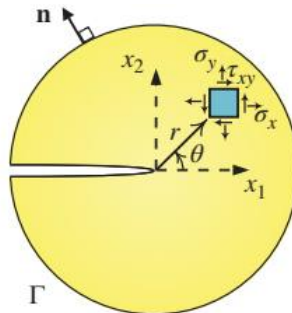
ในกรณีของ SIF โนโหนดผสมมีความจำเป็นที่จะต้องใช้ interaction integral ในการแยกค่า  $K_I$  และ  $K_{II}$  ออกมา

การพิสูจน์ interaction integral แสดงได้ดังนี้ ซึ่งในกรณีของการอินทิกรัลเชิงเส้น J integral ได้ นิยามดังแสดงในสมการที่ 3.14

$$J(s) = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} (W \delta_{1i} - \sigma_{ij} u_{j,1}) n_i d\Gamma \quad 3.14$$

เมื่อ  $\Gamma(s)$  คือ อินทิกรัลรอบปลายรอยร้าว (integral contour);  $W$  คือ ความหนาแน่นพลังงาน ความเครียด (strain energy density) ซึ่งมีนิยามว่า  $W = \sigma_{ij} \epsilon_{ij}$ ;  $\sigma_{ij}$  คือ องค์ประกอบหน่วยแรง;

$u_j$  คือ องค์ประกอบการเปลี่ยนตำแหน่ง;  $\delta_{ij}$  คือ โครเนคเคอร์เดลตา (kronecker delta); และ  $n_i$  คือ เวกเตอร์ตั้งฉากหนึ่งหน่วย ดังแสดงในรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 วิธีวงกลมที่ใช้คำนวณหาอินทิกรัลที่บริเวณปลายรอยร้าว [41]

โดย interaction integral คำนวณได้จาก

$$I = - \int_v q_{ij} \left[ \sigma_{k,l} \varepsilon_{k,l}^{aux} \delta_{i,j} - \sigma_{k,j}^{aux} u_{k,i} - \sigma_{k,j} u_{k,i}^{aux} \right] dv / \int_s \delta q_n ds \quad 3.15$$

เมื่อ  $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, u_i$  คือ หน่วยแรง ความเครียด และการเปลี่ยนตำแหน่ง ตามลำดับ;  $\sigma_{k,j}^{aux}, \varepsilon_{k,l}^{aux}, u_{k,i}^{aux}$  คือ หน่วยแรง ความเครียดและการเปลี่ยนตำแหน่งในพจน์ช่วย (auxiliary field) ตามลำดับ; และ  $q_i$  คือ เวกเตอร์ระบุทิศทางการเติบโตของรอยร้าว (crack extension vector)

$$\sigma_{ij}^{aux} = \frac{K_I^{aux}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^I(\theta) + \frac{K_{II}^{aux}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{II}(\theta) + \frac{K_{III}^{aux}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{III}(\theta) \quad 3.16$$

$$u_{ij}^{aux} = \frac{K_I^{aux}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_j^I(\theta, v) + \frac{K_{II}^{aux}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_j^{II}(\theta, v) + \frac{2K_{III}^{aux}}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_j^{III}(\theta, v) \quad 3.17$$

$$\varepsilon_{i,j}^{aux} = \frac{1}{2} (u_{i,j}^{aux} + u_{j,i}^{aux}) \quad 3.18$$

การแยก SIF ใน 3 โหมดหลัก คือ  $K_I, K_{II}, K_{III}$  จากอัตราการปลดปล่อยพลังงานได้จากความสัมพันธ์ตามสมการที่ 3.19 [4, 44]

$$J(s) = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{E^*} + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2 \quad 3.19$$

โดยที่  $E^* = E/(1-\nu^2)$  สำหรับระนาบความเครียด และ  $E^* = E$  สำหรับระนาบความเค้น เมื่อให้ตัวยก S แสดง superimposed state จะได้

$$J^S(s) = \frac{(K_I + K_I^{aux})^2 + (K_{II} + K_{II}^{aux})^2}{E^*} + \frac{1+v}{E} (K_{III} + K_{III}^{aux})^2 \quad 3.20$$

$$J^S(s) = J(s) + J^{aux}(s) + I(s) \quad 3.21$$

$$I(s) = \frac{1}{E^*} (2K_I K_I^{aux} + 2K_{II} K_{II}^{aux}) + \frac{1+v}{E} (2K_{III} K_{III}^{aux}) \quad 3.22$$

สมการที่ 3.22 ให้ความสัมพันธ์ระหว่างค่า SIF และ interaction integral โดยเมื่อกำหนดให้ค่า

$K_I^{aux} = 1$  และ  $K_{II}^{aux} = K_{III}^{aux} = 0$  แทนลงไปในสมการที่ 3.22 จะได้

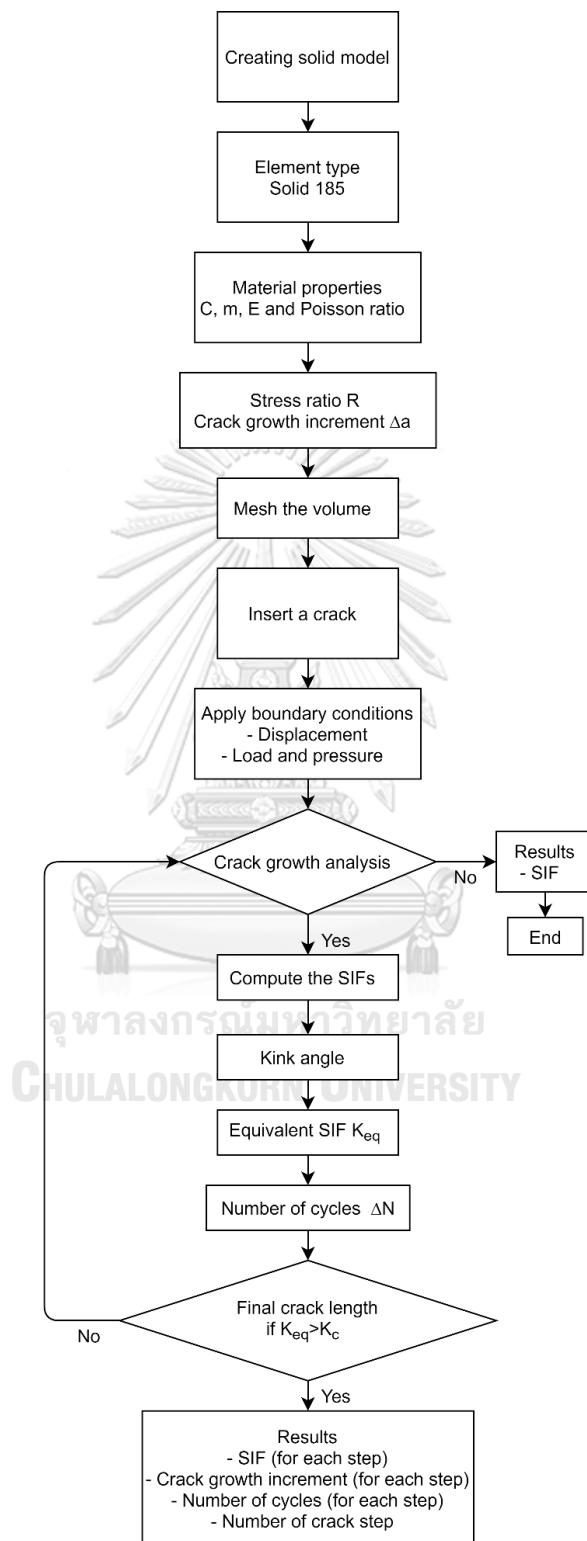
$$K_I = \frac{E^*}{2} I(s) \quad 3.24$$

เมื่อกำหนดให้ค่า  $K_{II}^{aux} = 1$  และ  $K_I^{aux} = K_{III}^{aux} = 0$  และ  $K_{III}^{aux} = 1$  และ  $K_I^{aux} = K_{II}^{aux} = 0$  แทนลงไป  
ในสมการที่ 3.22 จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $K_{II}, K_{III}$  และค่า  $I(s)$  ดังนี้

$$K_{II} = \frac{E^*}{2} I(s) \quad \text{และ} \quad K_{III} = \mu I(s) \quad 3.25$$



### 3.6 ขั้นตอนการจำลองการเติบโตของรอยร้าวโดยใช้โปรแกรม ANSYS



รูปที่ 3.9 ขั้นตอนการสร้างแบบจำลอง XFEM และการวิเคราะห์การเติบโตของรอยร้าวโดยใช้โปรแกรม ANSYS ในงานวิจัยนี้

ในงานวิจัยนี้ใช้โปรแกรม ANSYS สร้างแบบจำลอง XFEM ตามขั้นตอนในรูปที่ 3.9 ขั้นตอนแรกคือ การสร้างแบบจำลองแผ่นเหล็กเอลิเมนต์ที่ใช้คือ solid 185 ขั้นที่ 2 กำหนดคุณสมบัติของวัสดุ ค่าคงที่ของปาริส, อัตราส่วนหน่วยแรง (R) และค่าการเติบโตของรอยร้าวแต่ละชั้น ( $\Delta a$ ) หลังจากนั้นแบ่งเอลิเมนต์ และกำหนดขอบเขตของเอลิเมนต์แบบ XFEM จากนั้นสร้างรอยร้าวเริ่มต้นในแบบจำลอง ใส่ค่าแรงกระทำภายนอกเช่น แรงกระทำแบบจุด (point load) หน่วยแรง (stress) และเงื่อนไขขอบเขตในแบบจำลอง จากนั้นจะเข้าสู่ขั้นตอนการวิเคราะห์ ในขั้นตอนนี้ โปรแกรม ANSYS จะคำนวณค่า SIF ด้วยวิธี interaction integral จากนั้นนำค่า SIF ที่ได้ไปคำนวณมุมการเติบโตของร้าวและค่า SIF แบบเทียบเท่า จากนั้นคำนวณค่าอายุความล้าของแต่ละ  $\Delta a$  ซึ่งแทนด้วย  $\Delta N$  รอยร้าวจะยาวขึ้น  $\Delta a$  ในทิศทางที่คำนวณไว้แล้ว การคำนวณจะวนซ้ำจนกว่า  $\Delta K_{eq} > K_c$  จึงหยุด ผลลัพธ์ที่ได้จะประกอบไปด้วยค่า SIF  $\Delta a$   $\Delta N$  และพิกัดของปลายรอยร้าวในแต่ละขั้นตอนการคำนวณ





## บทที่ 4

### รายละเอียดแบบจำลองและการตรวจสอบความถูกต้อง

งานวิจัยนี้สร้างแบบจำลอง FEM 3 มิติของแผ่นด้วยโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ ANSYS โดยใช้เอลิเมนต์ solid185 ซึ่งเป็นเอลิเมนต์แบบ 3D solid ที่มีจุดเชื่อมต่อ 8 จุด แต่ละจุดเชื่อมต่อมีระดับชั้นความเสริเท่ากับ 3 การวิเคราะห์ค่า SIF ใช้วิธี interaction integral โดยในงานวิจัยจะใช้ SIF ที่ตำแหน่งกึ่งกลางความหนาของขอบหน้ารอยร้าว ซึ่งมีค่าสูงสุดในการวิเคราะห์หาอายุความล้า และทิศทางการเติบโตของรอยร้าว

#### 4.1 การศึกษาขนาดที่เหมาะสมของเอลิเมนต์ที่ใช้ในแบบจำลอง

ในการวิเคราะห์หาขนาดของเอลิเมนต์ที่มีเหมาะสมที่ใช้ในการศึกษาหรือเรียกว่า การวิเคราะห์ความอ่อนไหวของการแบ่งเอลิเมนต์ (mesh sensitivity analysis) โดยที่คำตอบที่ได้ควรมีความสมดุลกันระหว่างความถูกต้อง เวลาที่ใช้ในการคำนวณและปริมาณของหน่วยความจำที่ใช้ในการวิเคราะห์ แบบจำลองที่ใช้คือแบบจำลองปัญหาแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างเดียวรับแรงดึง โดยที่ขนาดและรูปร่างของแบบจำลองที่ใช้จะมีค่าเท่ากันทั้งหมด ตารางที่ 4.1 แสดงผลการวิเคราะห์ขนาดที่เหมาะสมของเอลิเมนต์ พบว่าที่ขนาดของเอลิเมนต์มีค่าเท่ากับ 0.5 mm  $K_I$  จะมีค่าที่เปลี่ยนแปลงไปเล็กน้อย แต่จำนวนของจุดต่อและเอลิเมนต์มีค่าลดลงอย่างมากเมื่อเทียบกับแบบจำลองที่มีขนาดของเอลิเมนต์เท่ากับ 0.125 และ 0.25 mm ดังนั้นในการศึกษาการเติบโตของรอยร้าวภายใต้โหมดผสมจะใช้ขนาดของเอลิเมนต์เท่ากับ 0.5 mm

ตารางที่ 4.1 ผลการวิเคราะห์ขนาดที่เหมาะสมของเอลิเมนต์ที่ใช้ในแบบจำลอง

Element size (mm)	$K_I (MPa\sqrt{mm})$	Number of nodes	Number of elements
0.125	229.38	1,460,603	1,390,148
0.25	231.19	213,539	193,988
0.5	231.75	35,207	29,348
0.75	234.22	13,013	10,032
1	238.45	6,941	4,988
1.5	245.17	2,909	1,850

## 4.2 ปัญหาแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวตรงกลางรับแรงดึง

แผ่นเหล็กภายใต้แรงดึงมีขนาด ความกว้าง 20 mm ความยาว 60 mm ความหนา 1 mm ภายใต้หน่วยแรงดึง 50 MPa ดังแสดงในรูป 4.1(ก) โดยที่ รอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 2 mm ค่า  $c = 1.43 \times 10^{-11}$ ,  $m = 2.75$  และในรูปที่ 4.1(ข) แสดงแบบจำลองที่ใช้ในการวิเคราะห์แผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวตรงกลางภายใต้หน่วยแรงดึง โดยผิวด้านบนจะถูกกระทำด้วยหน่วยแรงดึง สำหรับเงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions) จะยึดการเคลื่อนที่ทั้งในแกน x และ y ที่ผิวด้านล่าง และยึดการเคลื่อนที่ในแนวแกน z ที่ขอบด้านซ้ายของแบบจำลอง เอลิเมนต์ที่ใช้มีขนาดเท่ากับ 0.5 mm และมีจำนวนของเอลิเมนต์เท่ากับ 24,200

ในกรณีนี้จะศึกษา SIF และอายุความล้าที่ได้จากวิธี XFEM เปรียบเทียบกับ Tada และคณะ (2000) [44] โดยที่ค่า SIF ของ Tada และคณะเป็นไปตามสมการที่ 4.1

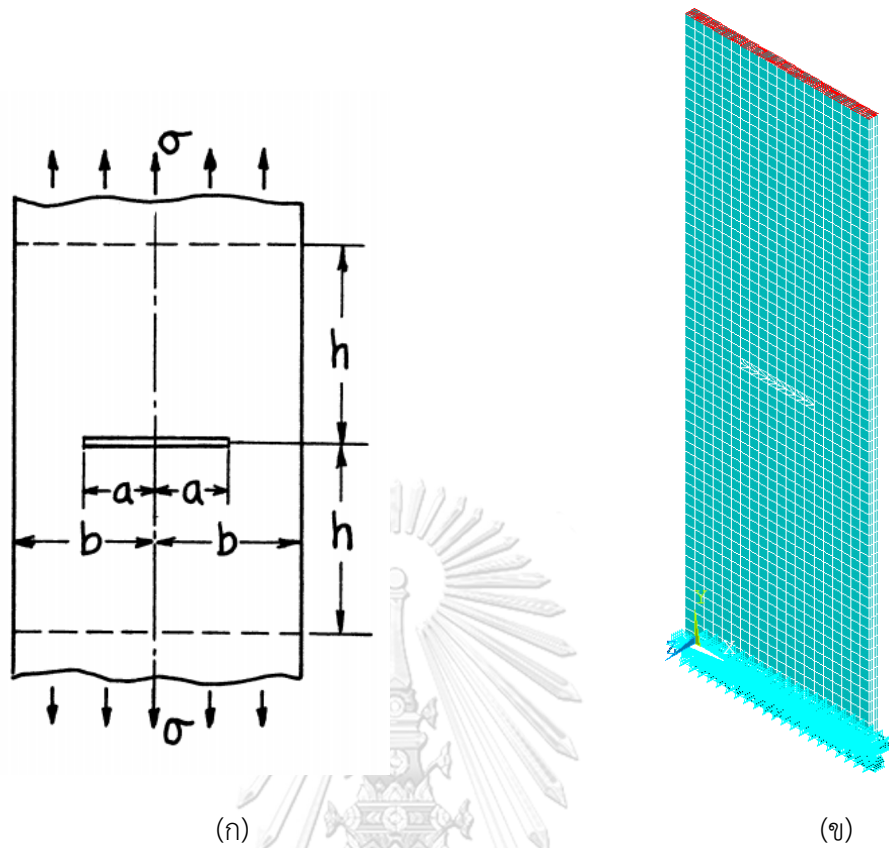
$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} F(a/b) \quad 4.1$$

เมื่อ  $F(a/b)$  คือค่าตัวประกอบความถูกต้องดังแสดงในสมการที่ 4.2

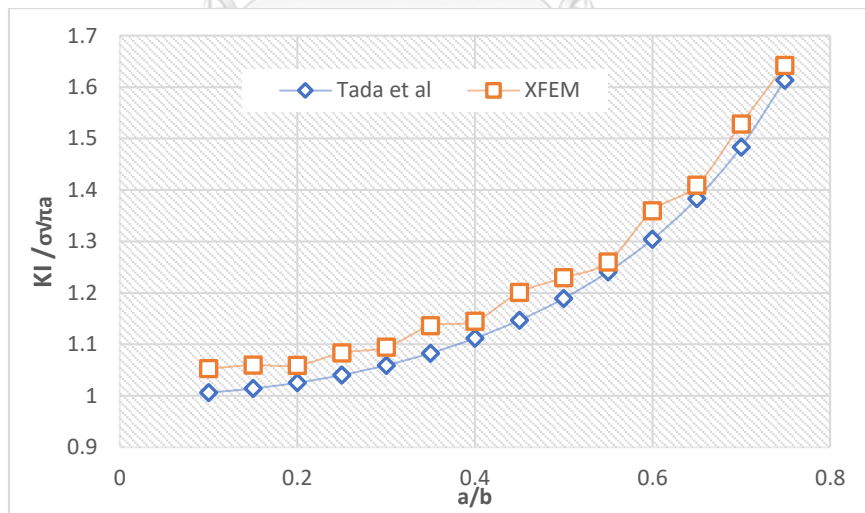
$$F(a/b) = \sqrt{\sec \frac{\pi a}{2b}} \quad 4.2$$

ในการคำนวณอายุความล้าได้ใช้กฎของปารีสโดยวิธีอินทิเกรต ดังแสดงในสมการที่ 4.3

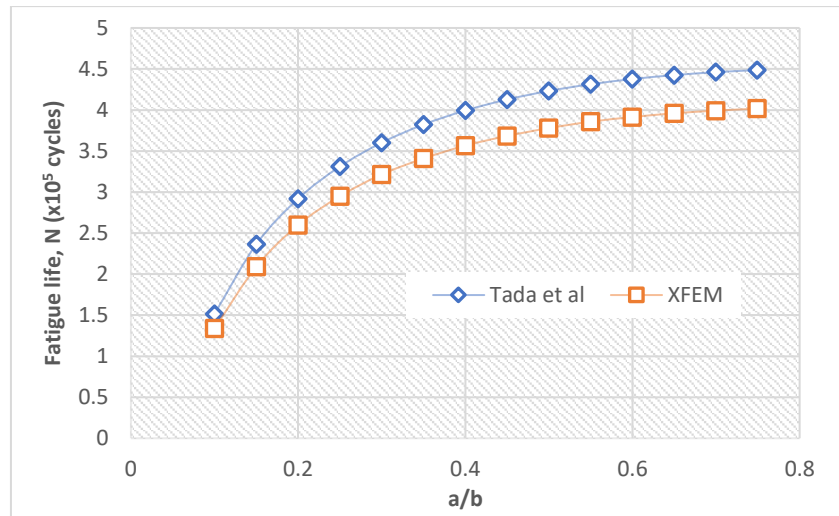
$$N = \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{C(\Delta K)^n} \approx \sum_{a_0}^{a_f} \frac{\Delta a}{C(\Delta K)^n} \quad 4.3$$



รูปที่ 4.1 พิกัดและสัญลักษณ์ของแบบจำลองของรอยร้าวตรงกลางแผ่นเหล็ก [44]



รูปที่ 4.2 ค่า SIF ด้วยจากวิธี XFEM กับ Tada และคณะ [44]



รูปที่ 4.3 อายุความล้าจากวิธี XFEM กับ Tada และคณะ [44]

รูปที่ 4.2 แสดงการค่า  $K_I$  ที่ได้จากวิธี XFEM เปรียบเทียบกับสมการที่ 4.1 ของ Tada และคณะ [44] ที่ความยาวรอยร้าวต่างๆ แสดงให้เห็นว่าค่า  $K_I$  ที่ได้มีความใกล้เคียงกันโดยที่มีความแตกต่างกันไม่เกิน 5% และรูปที่ 4.3 แสดงการเปรียบเทียบอายุความล้าที่ได้จากแบบจำลอง XFEM เปรียบเทียบกับสมการที่ 4.3 ของ Tada และคณะ [44] โดยที่ค่าอายุความล้าที่ได้จากสมการที่ 4.3 จะมีค่าอายุความล้าที่มากกว่าเนื่องจากว่าค่า  $K_I$  ที่ได้จากวิธี XFEM มีค่ามากกว่าค่าที่ได้จากสมการที่ 4.1 ส่งผลให้อายุความล้าคลาดเคลื่อนเท่ากับ 12%

#### 4.3 ปัญหาแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างเดียวรับแรงดึงหรือแรงดัด

รูปที่ 4.4ก และ 4.4ข แสดงแบบจำลองแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างเดียวรับแรงดึงและแรงดัด ตามลำดับ แบบจำลองที่รับแรงดึงมีขนาดกว้าง 40 mm ยาว 80 mm และหนา 3 mm และแบบจำลองที่รับแรงดัดมีขนาด กว้าง 40 mm ยาว 160 mm และหนา 3 mm โดยนำผลที่ได้จากการทดลองเปรียบเทียบกับค่า SIF ในสมการที่ 4.4 4.5 และ 4.6 โดยอ้างอิงจาก [44] และหาค่าอายุความล้าโดยใช้สมการที่ 4.3 โดยสมการที่ 4.6 เป็นสมการตัวคูณความถูกต้องของแผ่นเหล็กภายใต้หน่วยแรงดึงและสมการที่ 4.7 เป็นสมการตัวคูณความถูกต้องของแผ่นเหล็กภายใต้หน่วยแรงดัด

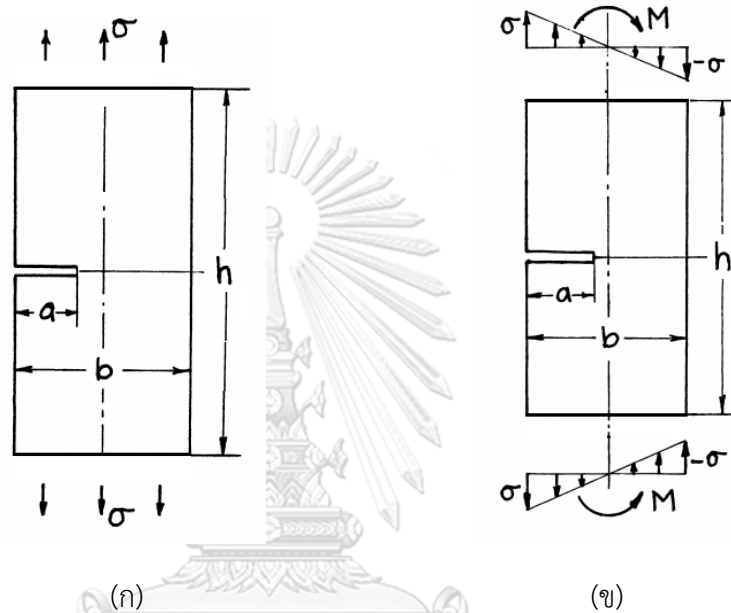
$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} F(a/b)$$

4.4

เมื่อ

$$F(a/b) = \sqrt{\frac{2b}{\pi a} \tan \frac{\pi a}{2b}} \frac{0.752 + 2.02(a/b) + 0.37 \left(1 - \sin \frac{\pi a}{2b}\right)^3}{\cos \frac{\pi a}{2b}} \quad \text{สำหรับหน่วยแรงดึง} \quad 4.5$$

$$F(a/b) = \sqrt{\frac{2b}{\pi a} \tan \frac{\pi a}{2b}} \frac{0.923 + 0.199 \left(1 - \sin \frac{\pi a}{2b}\right)^4}{\cos \frac{\pi a}{2b}} \quad \text{สำหรับหน่วยแรงดัด} \quad 4.6$$

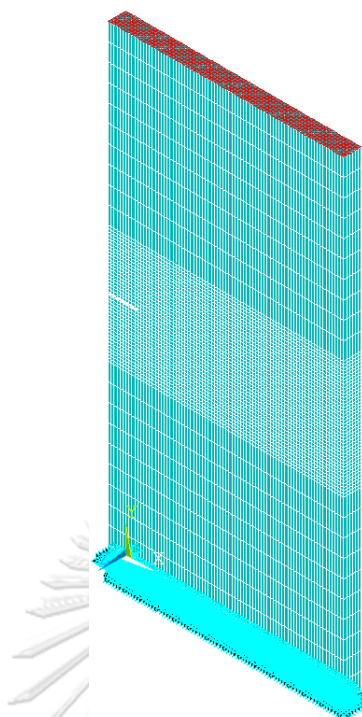


รูปที่ 4.4 แบบจำลองแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างเดียวภายใต้ (ก) แรงดึง (ข) แรงดัด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย [44]

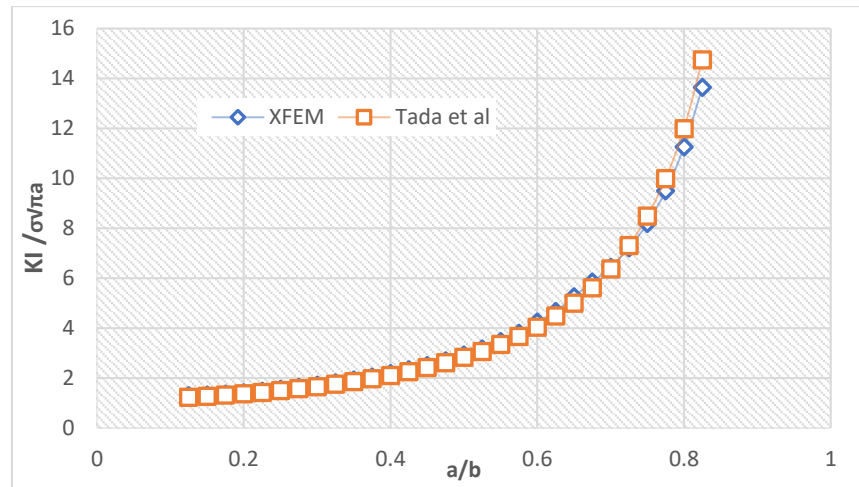
CHULALONGKORN UNIVERSITY

แบบจำลอง FEM ของแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างเดียวรับแรงดึงหรือแรงดัด โดยแบบจำลองมีขนาดของเอลิเมนต์เท่ากับ 0.5 และ 3 mm จำนวนเอลิเมนต์ของแบบจำลองรับหน่วยแรงดึงและรับหน่วยแรงดัดเท่ากับ 29,300 และ 58,100 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 4.5 คุณสมบัติของเหล็กที่ใช้ในแบบจำลองประกอบด้วย โมดูลัสยืดหยุ่นเท่ากับ 213 GPa และอัตราส่วนปัวซองเท่ากับ 0.3 สำหรับเงื่อนไขขอบเขตจะยึดการเคลื่อนที่ทั้งในแกน x และ y ที่ผิวด้านล่าง และยึดการเคลื่อนที่ในแนวแกน z ที่ขอบด้านซ้ายของแบบจำลอง และมีหน่วยแรงกระทำที่ผิวบนของแบบจำลองคือ หน่วยแรงดึงหรือแรงดัด

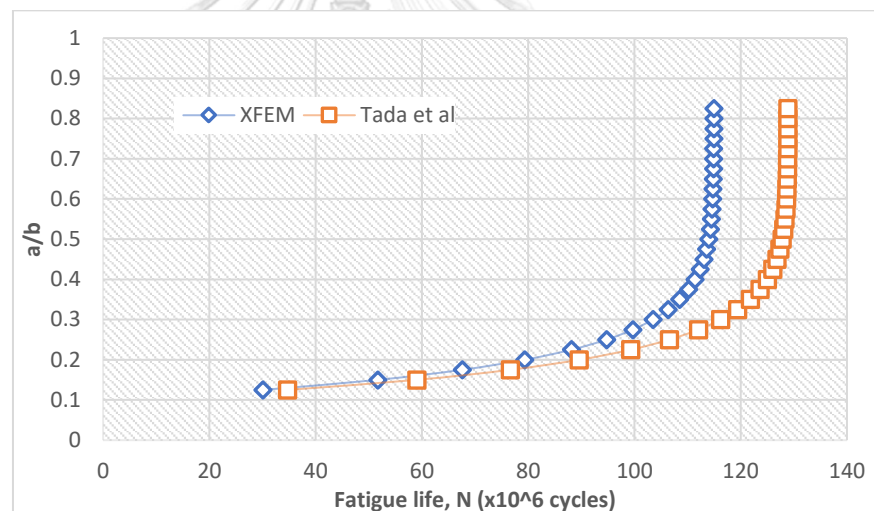


รูปที่ 4.5 แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษา

สำหรับแผ่นเหล็กรับแรงดึงในรูปที่ 4.4 (ก) กำหนดให้ของหน่วยแรงดึงมีค่าเท่ากับ 10 MPa และมีความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 5 mm รูปที่ 4.6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ใน โหมดที่ 1 และความยาวรอยร้าว และรูปที่ 4.7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้ากับความยาวรอยร้าว พบว่า แบบจำลองการวิเคราะห์สามารถทำนายพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวล้าของแผ่นเหล็กได้ใกล้เคียงกับสมการของ Tada และคณะ [44] โดยค่าคลาดเคลื่อนของ  $\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ระหว่างแบบจำลองและสมการของ Tada และคณะเท่ากับ 3.9% และค่าคลาดเคลื่อนของอายุความล้าจากแบบจำลองเทียบกับสมการที่ 4.3 เท่ากับ 10.8%



รูปที่ 4.6 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  กับค่าความยาวของรอยร้าวจากแบบจำลองภายใต้แรงดึง

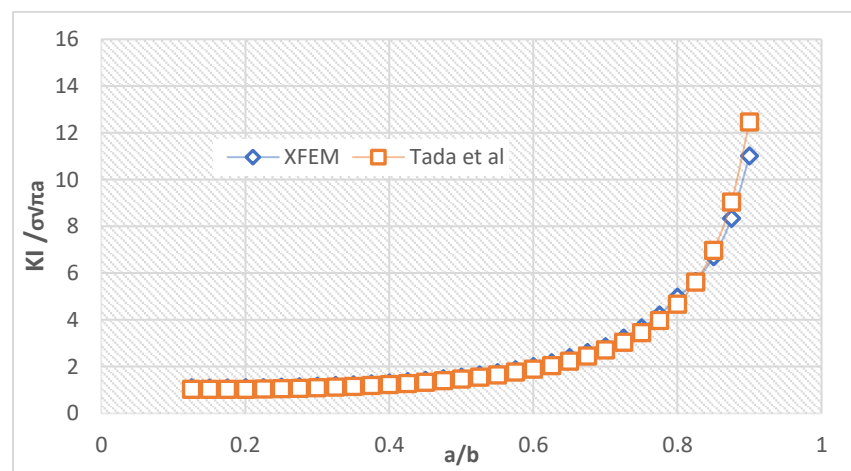


รูปที่ 4.7 ความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้ากับความยาวรอยร้าวจากแบบจำลองภายใต้แรงดึง

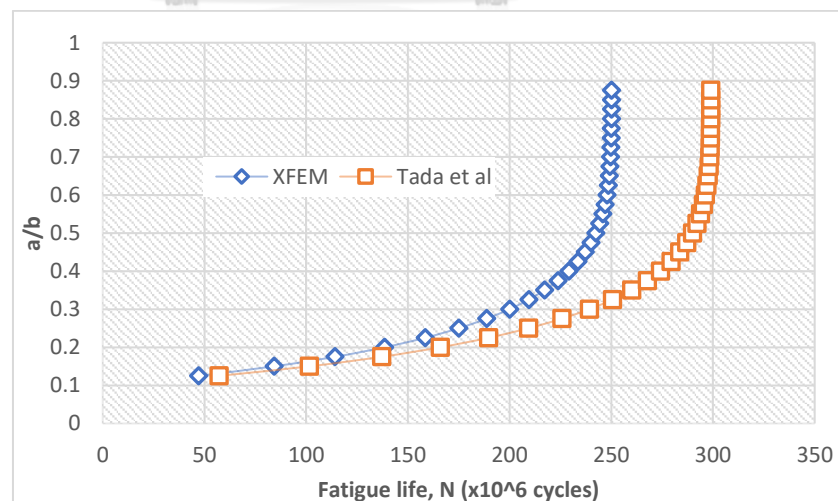
สำหรับแผ่นเหล็กรับแรงดัดในรูปที่ 4.4 (ข) กำหนดให้ของหน่วยแรงดัดสูงสุดมีค่าเท่ากับ 10 MPa และมีความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 5 mm รูปที่ 4.8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  กับความยาวรอยร้าว และรูปที่ 4.9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้ากับความยาวรอยร้าว พบว่า แบบจำลองการวิเคราะห์สามารถทำนายพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวล้าของแผ่นเหล็กได้ใกล้เคียงกับสมการของ Tada และคณะ [44] โดยค่าคลาดเคลื่อนของ  $\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ระหว่างแบบจำลอง

และสมการของ Tada และคณะเท่ากับ 6.0% และค่าคลาดเคลื่อนของอายุความล้าจากแบบจำลองเทียบกับสมการที่ 4.3 เท่ากับ 16.5 %

สังเกตได้ว่าค่าคลาดเคลื่อนของอายุความล้ามีค่าค่อนข้างสูงเกิดจากการที่ค่าคลาดเคลื่อนของค่า  $\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ที่เมื่อนำไปหาค่าอายุความล้าแล้ว ค่าคลาดเคลื่อนที่มีจากเดิมจะยกกำลังมากขึ้นทำให้ค่าคลาดเคลื่อนของอายุความล้ามีค่าค่อนข้างสูง จากการศึกษาค่าอายุความล้าที่ได้จาก XFEM มีค่าน้อยกว่าในคู่มือของ Tada และคณะทั้ง 2 กรณี ซึ่งอาจจะถือได้ว่าเป็นค่าที่เผื่อไว้เพื่อความปลอดภัย



รูปที่ 4.8 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  กับความยาวของรอยร้าวจากแบบจำลองภายใต้แรงดัด



รูปที่ 4.9 ความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้ากับความยาวรอยร้าวจากแบบจำลองภายใต้แรง

ดัด



#### 4.4 ปัญหาแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวเอียงรับแรงดึง

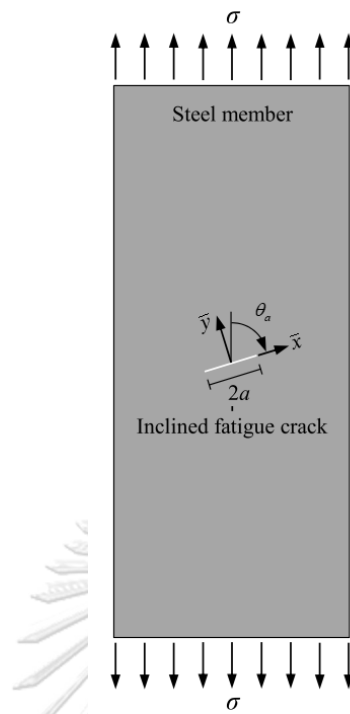
รูปที่ 4.10 แสดงแบบจำลองแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวเอียงรับแรงดึงในการศึกษาค่า SIF สำหรับรอยร้าวภายใต้สภาวะโหมดผสม (โหมด 1 และ 2) แบบจำลองแผ่นเหล็กมีขนาดกว้าง 20 mm ยาว 200 mm และหนา 6 mm ภายใต้หน่วยแรงดึง 250 MPa มีความยาวรอยร้าวเริ่มต้น  $2a$  เท่ากับ 5 และ 10 mm. ตามลำดับ และรอยร้าวจะมุมกับแกน  $y$  เท่ากับ 15 25 35 45 55 65 75 และ 85 องศา ตามลำดับ แบบจำลอง XFEM มีขนาดของเอลิเมนต์เท่ากับ 0.4 และ 2 mm โดยมีจำนวนของเอลิเมนต์ทั้งหมดเท่ากับ 150,750 มีเงื่อนไขขอบเขตดังแสดงในรูปที่ 4.11 ผิวด้านล่างจะยึดการเคลื่อนที่ทั้งในแกน  $x$  และ  $y$  ที่ผิวด้านล่าง และยึดการเคลื่อนที่ในแนวแกน  $z$  ที่ขอบด้านซ้ายของแบบจำลอง และมีหน่วยแรงดึงกระทำที่ผิวบนของแบบจำลอง จากนั้นจะหาค่า SIF ของโหมด 1 และ 2 ด้วยวิธี XFEM เปรียบเทียบค่าของ Hosseini และคณะ [45] ดังแสดงในสมการที่ 4.7 และ 4.8 ผลลัพธ์แสดงในรูปที่ 4.12 ถึง 4.15

$$\Delta K_I = \Delta \sigma \sin^2 \theta f(a, w) \quad 4.7$$

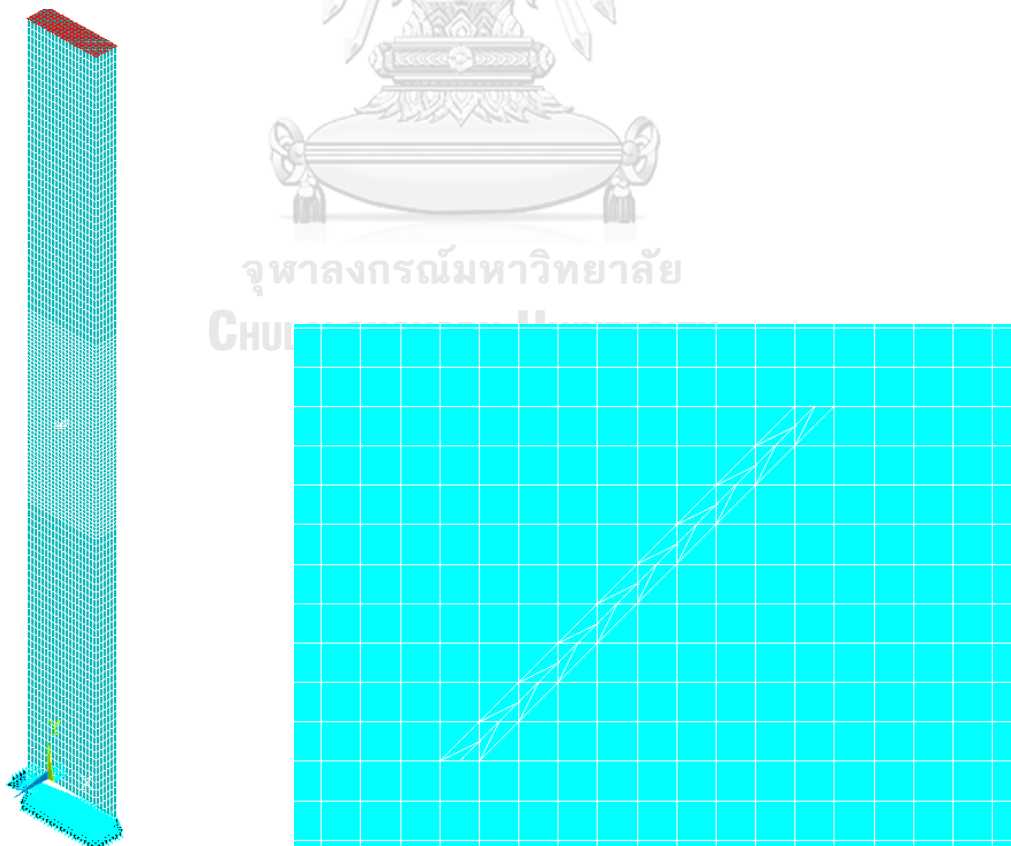
$$\Delta K_{II} = \Delta \sigma \sin \theta \cos \theta f(a, w) \quad 4.8$$

เมื่อ  $F(a/w)$  คือค่าตัวประกอบความถูกต้องดังแสดงในสมการที่ 4.5

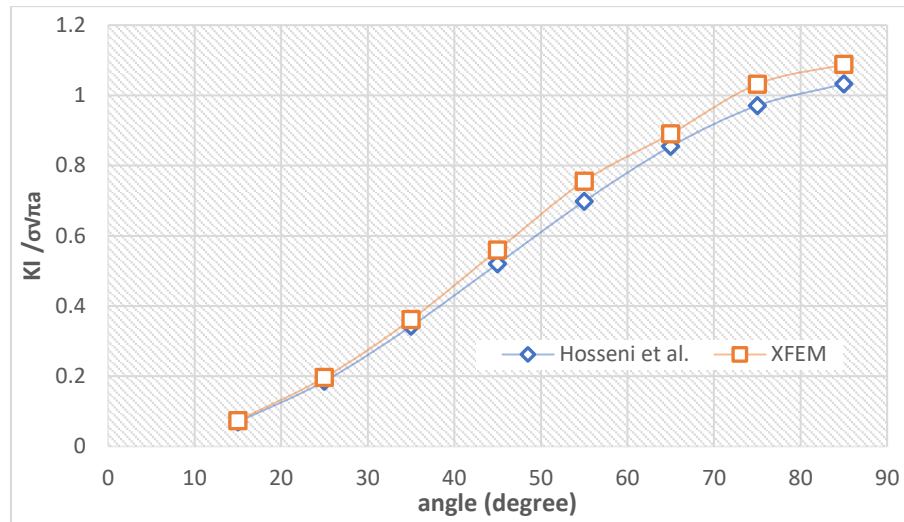
$$f(a, w) = \sqrt{\pi a \sec \frac{\pi a}{w}} \quad 4.9$$



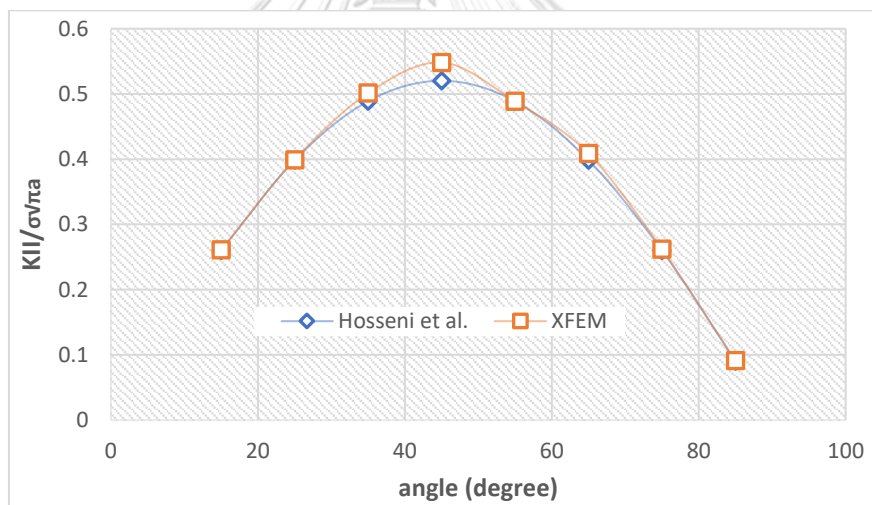
รูปที่ 4.10 แบบจำลองแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวเอียงภายใต้แรงดึง (โหมด 1 และ 2 ร่วมกัน) [45]



รูปที่ 4.11 แบบจำลองแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวเอียงภายใต้หน่วยแรงดึง

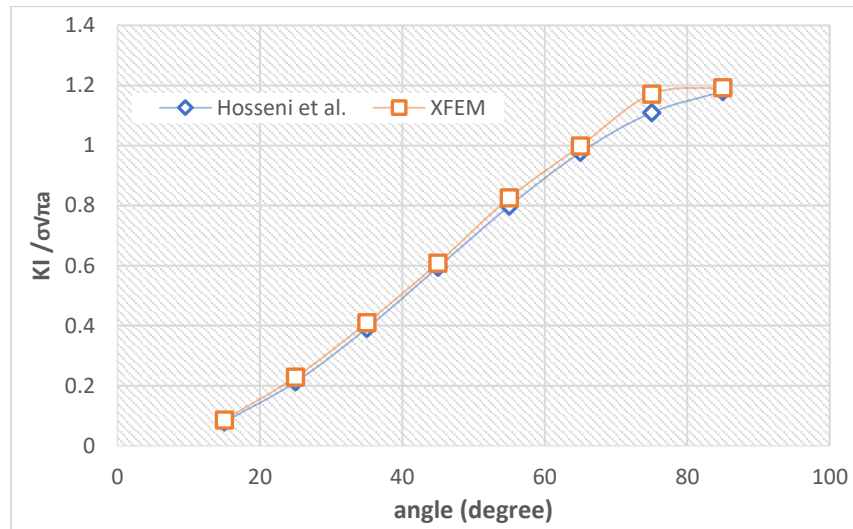


รูปที่ 4.12 การเปรียบเทียบค่า  $\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ที่  $a = 2.5$  mm ด้วยจากวิธี XFEM กับ Hosseini และคณะ [45]

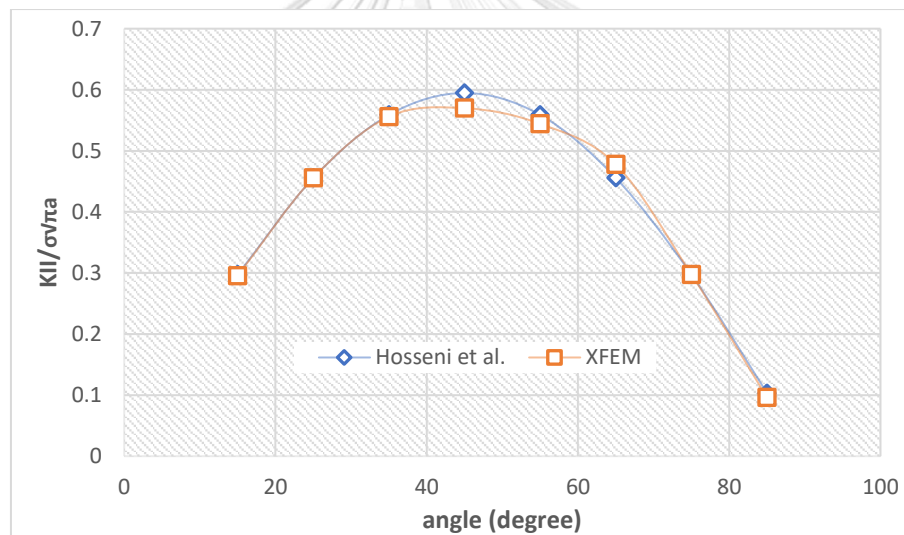


รูปที่ 4.13 การเปรียบเทียบค่า  $\frac{K_{II}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ที่  $a = 2.5$  mm ด้วยจากวิธี XFEM กับ Hosseini และคณะ [45]

จากรูปที่ 4.12 และ 4.13 แสดงให้เห็นว่าที่ครึ่งความยาวรอยร้าวเท่ากับ 2.5 mm ค่า SIF ของทั้งโหมด 1 และ 2 มีค่าความแตกต่างกันไม่เกิน 7.5%



รูปที่ 4.14 การเปรียบเทียบค่า  $\frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ที่  $a=5$  ด้วยจากวิธี XFEM กับ Hosseini และคณะ [45]



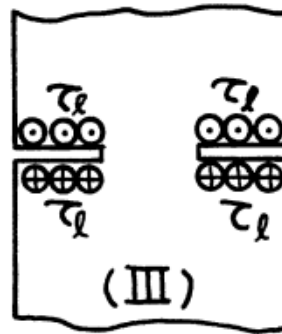
รูปที่ 4.15 การเปรียบเทียบค่า  $\frac{K_{II}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ที่  $a=5$  ด้วยจากวิธี XFEM กับ Hosseini และคณะ [45]

จากรูปที่ 4.14 และ 4.15 แสดงให้เห็นว่าที่ครึ่งความยาวรอยร้าวเท่ากับ 5 mm ค่า SIF ของ ทั้งโหมด 1 และโหมด 2 มีค่าความแตกต่างกันไม่เกิน 7% จากรูปที่ 4.12 ถึง 4.15 จึงสรุปได้ว่าแบบจำลอง XFEM โดยที่รอยร้าวทำมุมกับแกน  $y$  ทำให้มีค่า SIF ทั้งโหมด 1 และ 2 ซึ่งที่ได้มีความใกล้เคียงกับผลของ Hosseini และคณะ [45]

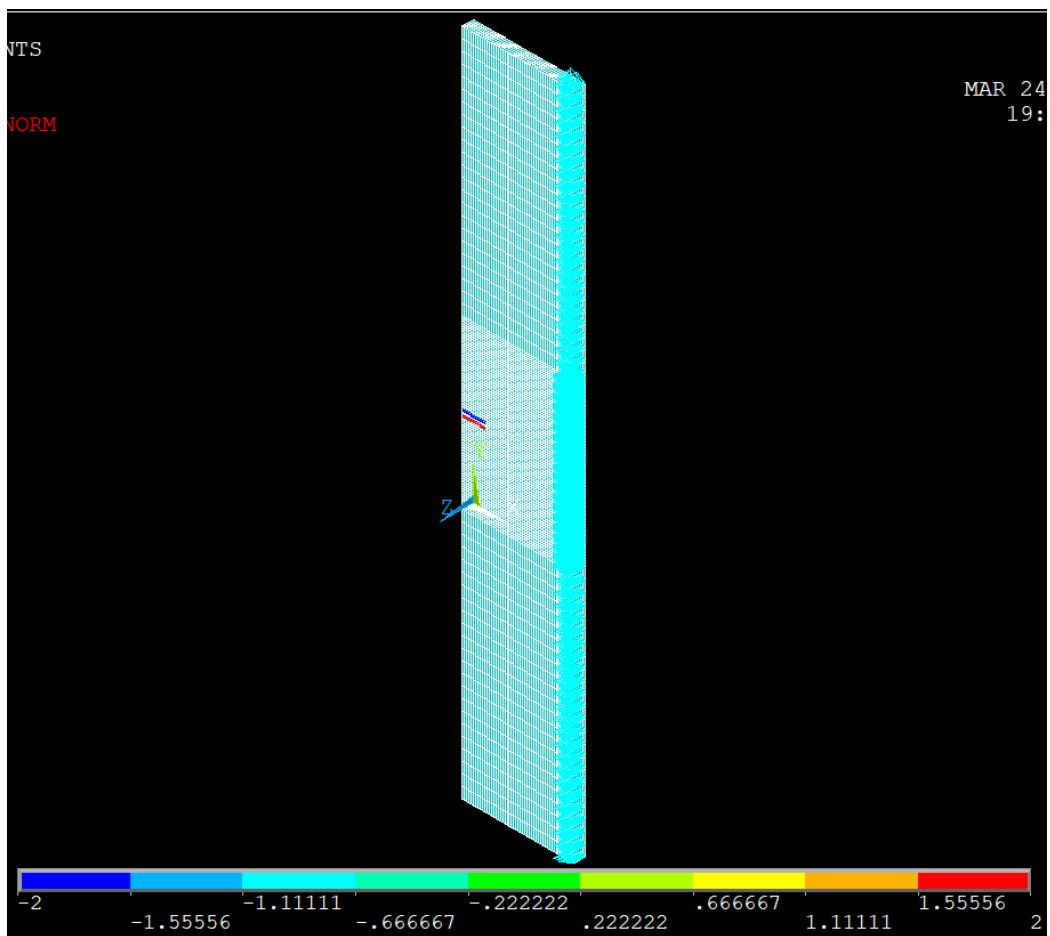
#### 4.5 ปัญหาแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวที่ขอบข้างรับแรงเฉือนนอกระนาบ

ผลจากการวิเคราะห์แบบจำลอง XFEM จะถูกเปรียบเทียบกับ Tada และคณะ [44] ซึ่งเป็นแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวด้านข้างภายใต้หน่วยแรงเฉือนนอกระนาบดังที่แสดงในรูปที่ 4.16(ก) ในส่วนของแบบจำลองจะเป็นแบบครึ่งโมเดล โดยที่มีความกว้างแค่ครึ่งเดียวและเงื่อนไขขอบเขตแบบสมมาตรที่ครึ่งความกว้าง ส่วนของหน่วยแรงกระทำที่บริเวณผิวบนและผิวล่างของรอยร้าว มีขนาดของเอลิเมนต์เท่ากับ 0.2 และ 1 mm โดยมีจำนวนของเอลิเมนต์ทั้งหมดเท่ากับ 30,256 ดังแสดงในรูปที่ 4.16(ข) โดยแบบจำลองมีขนาดความกว้างเท่ากับ 20 mm ความยาวเท่ากับ 60 mm และมีความหนาเท่ากับ 1 mm ภายใต้หน่วยแรงเฉือนนอกระนาบ 2 MPa โดยที่จะหาค่า SIF ทุก ๆ ค่า  $a/b = 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$  และ  $0.9$  ตามลำดับ ซึ่งได้ผลลัพธ์ดังแสดงในตารางที่ 4.2

$$K_{III} = \tau_c \sqrt{\pi a} \sqrt{\frac{2b}{\pi a} \tan \frac{\pi a}{2b}} \quad 4.10$$



(ก)



(ข)

รูปที่ 4.16 ลักษณะของแบบจำลองและทิศทางของหน่วยแรง [44]

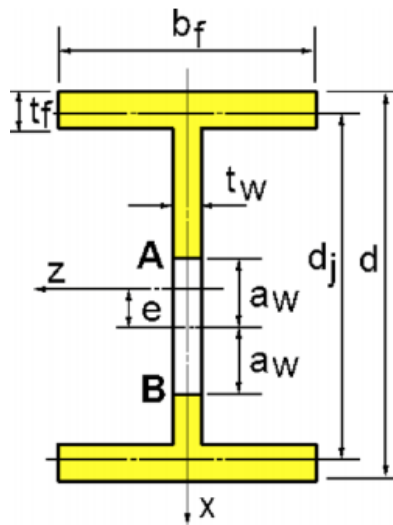
ตารางที่ 4.2 ค่า SIF ในโหมดที่ 3 ของแบบจำลอง XFEM เมื่อเปรียบเทียบกับของ Tada และคณะ [44]

a (mm)	a/b	Stress intensity factor, $K_{III}$ (MPa mm <sup>0.5</sup> )		% Diff
		Tada et al (2000)	XFEM	
2	0.2	5.098	5.029	1.4
3	0.3	6.385	6.643	4.0
4	0.4	7.624	7.627	0.0
5	0.5	8.944	8.771	1.9
6	0.6	10.493	10.454	0.4
7	0.7	12.53	12.568	0.3
8	0.8	15.691	15.204	3.1
9	0.9	22.474	23.626	5.1

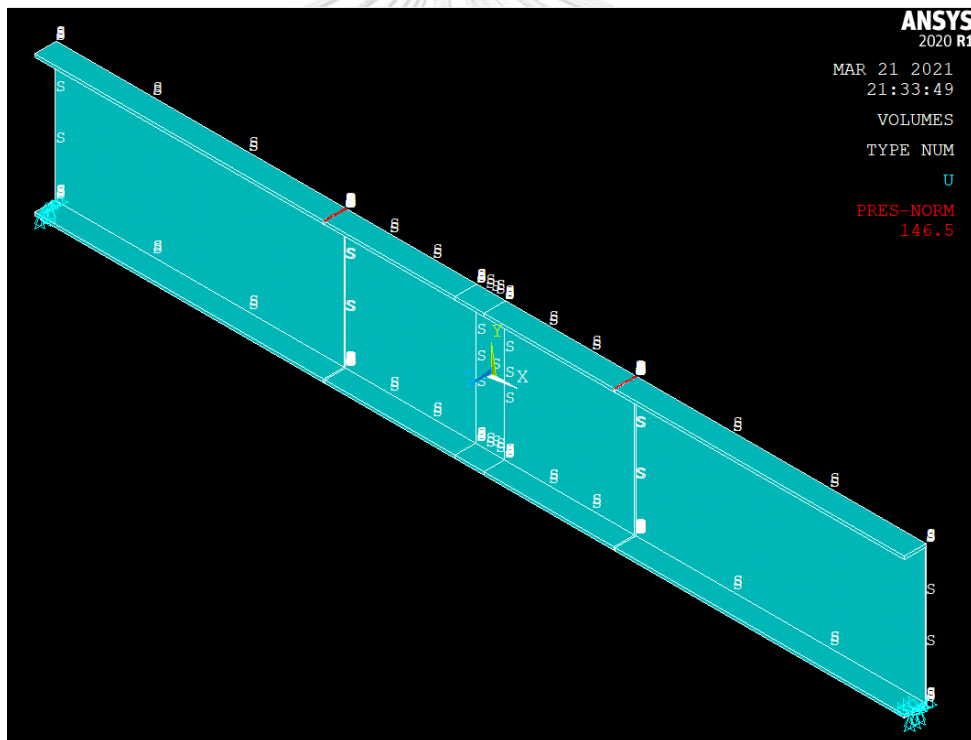
จากตารางที่ 4.2 จะแสดงให้เห็นว่าค่า SIF ในโหมดที่ 3 ของแบบจำลอง XFEM เมื่อเปรียบเทียบกับของ Tada และคณะ [44] มีค่าความแตกต่างกันไม่เกิน 6%

#### 4.6 ปัญหาการรบกวนที่มีรอยร้าวในแผ่นเอวรับแรงดัด

คานเหล็กรูปตัวไอ W1000x222 ยาว 6 m ขนาดหน้าตัด กว้าง 300 mm ลึก 949.2 mm และความหนา แผ่นปีกเท่ากับ 21.1 mm ความหนาแผ่นเอวเท่ากับ 16 mm ดังแสดงในรูปที่ 4.17 โดยที่มีค่าความเยื้องศูนย์กลางของรอยร้าวเท่ากับ 0.5 0.6 0.7 0.8 และค่า  $\lambda_w = 0.2 0.4 0.6 0.8$  ตามลำดับ รูปที่ 4.18 แสดงแบบจำลอง XFEM ที่ใช้ในการวิเคราะห์โดยที่แบบจำลองเป็นแบบครึ่งโมเดล มีขนาดของเอลิเมนต์เท่ากับ 2 และ 20 mm โดยมีจำนวนของเอลิเมนต์ทั้งหมดเท่ากับ 746,738 ซึ่งมีเงื่อนไขขอบเขตแบบสมมาตรที่บริเวณกึ่งกลางความกว้างของคานรูปตัวไอและที่ปลายล่างขวาของแบบจำลองจะยึดการเคลื่อนที่ทั้ง 3 แกน ส่วนของปลายล่างซ้ายจะยึดการเคลื่อนที่ในแนวแกน Y และแกน Z โดยให้แรงกระทำที่ผิวด้านบนของคาน



รูปที่ 4.17 คานรูปตัวไอที่มีรอยร้าวบริเวณเอวของคาน [46]



รูปที่ 4.18 แบบจำลองคานที่มีรอยร้าวที่แผ่นเอวของคาน

ตารางที่ 4.3 แสดงผลลัพธ์ของค่า SIF ที่ปลายรอยร้าวด้านบนและปลายรอยร้าวด้านล่าง โดยได้เปรียบเทียบกับกันระหว่าง XFEM และผลลัพธ์ของ Albrecht และคณะ [46] แสดงให้เห็นว่าค่าความแตกต่างระหว่างทั้งสองวิธีมีค่าต่ำกว่า 7%



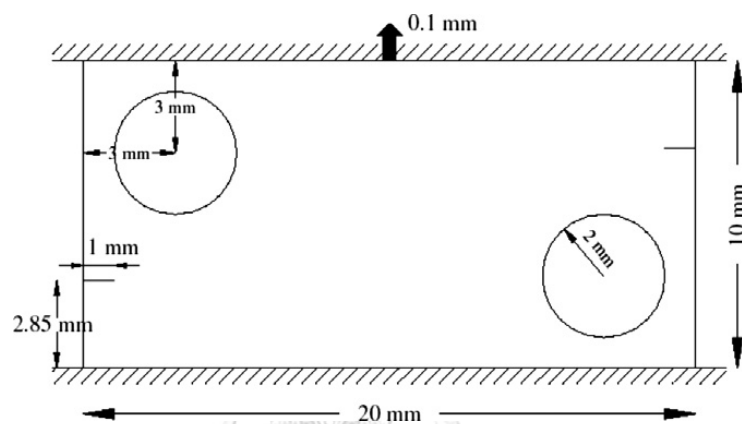
ตารางที่ 4.3 ค่า SIF ที่เปรียบเทียบกันระหว่าง XFEM และผลลัพธ์ของ Albrecht และคณะ [46]

$\epsilon$	$\lambda_w$	Upper tip			Lower tip		
		$K_I$ XFEM	$K_I$ (Albrecht และคณะ, 2008)	%Diff	$K_I$ XFEM	$K_I$ (Albrecht และคณะ, 2008)	%Diff
0.5	0.2	568.57	554.96	2.5	708.86	680.78	4.1
	0.4	719.14	704.00	2.2	1085.6	1053.80	3.0
	0.6	764.36	761.09	0.4	1450.6	1386.98	4.6
	0.8	764.7	759.59	0.7	1753.1	1695.28	3.4
0.6	0.2	638.39	615.67	3.7	740.86	706.59	4.9
	0.4	836.3	812.42	2.9	1115.9	1061.75	5.1
	0.6	947.02	921.03	2.8	1438.5	1359.10	5.8
	0.8	1000.8	975.08	2.6	1667.7	1616.59	3.2
0.7	0.2	672.42	635.88	5.8	736.04	695.71	5.8
	0.4	898.02	860.18	4.4	1070.8	1020.49	4.9
	0.6	1041.4	1002.77	3.9	1337	1275.57	4.8
	0.8	1156.5	1096.01	5.5	1521.8	1480.56	2.8
0.8	0.2	641.97	602.53	6.6	676.02	635.81	6.3
	0.4	876.46	828.85	5.7	963.44	913.86	5.4
	0.6	1028.5	983.83	4.5	1176.5	1118.63	5.2
	0.8	1141.8	1096.62	4.1	1292.3	1269.50	1.8

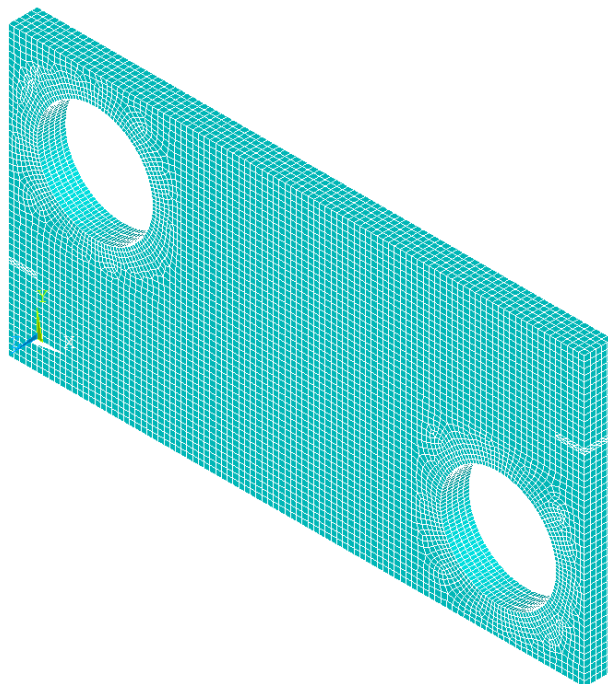
#### 4.7 การตรวจสอบความเหมาะสมของ XFEM ในการวิเคราะห์ทิศทางการเติบโตของรอยร้าว

Bouchard และคณะ [5] ได้ศึกษาการเติบโตของรอยร้าวภายใต้เงื่อนไขของโหมด 1 และ 2 ซึ่งใช้เกณฑ์การเติบโตของรอยร้าวที่แตกต่างกัน ดังนี้ 1. MTS (MCSC) 2. MSEDc 3. MSERRC ผลที่ได้จากการศึกษาของ Bouchard และคณะ [5] แสดงให้เห็นว่าวิธี MSEDc นั้นมีความอ่อนไหวกับการแบ่งเอลิเมนต์ ในขณะที่อีกสองวิธีให้ค่าที่ถูกต้องโดยที่ไม่ขึ้นกับการแบ่งเอลิเมนต์ และจากการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณทั้งสามวิธีแสดงให้เห็นว่าวิธี MSEDc นั้นใช้เวลาในการวิเคราะห์มากที่สุดและที่เหลืออีกสองวิธีนั้นใช้เวลาในการคำนวณที่ใกล้เคียงกัน ในการทำนายทิศทางการเติบโต

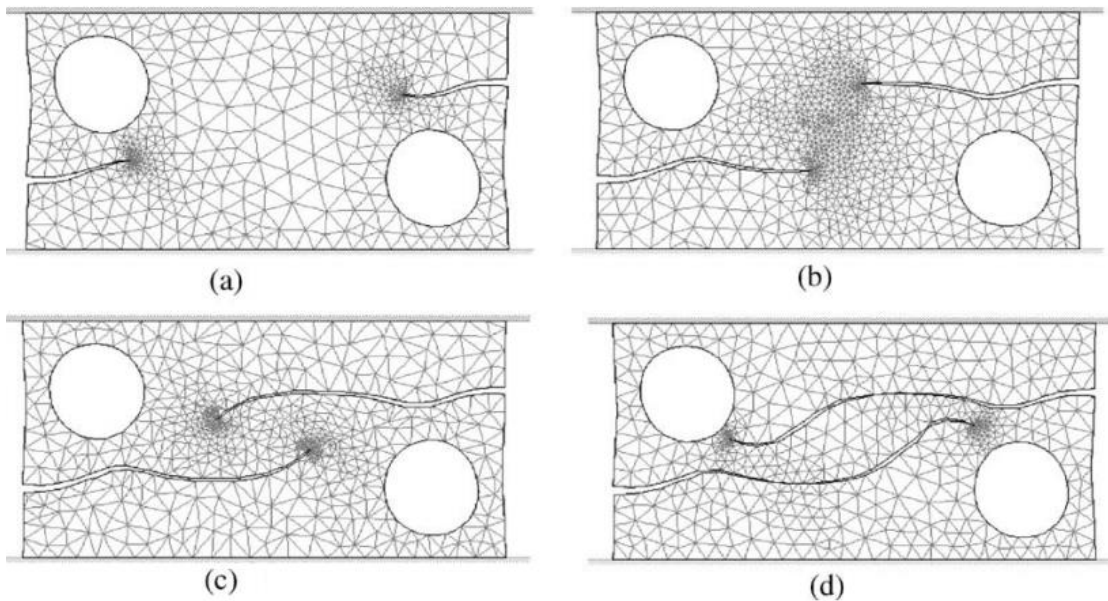
ของรอยร้าวโดยมีขนาดของแบบจำลองดังที่แสดงในรูปที่ 4.19 โดยมีการเคลื่อนที่ที่ค้ำขึ้นที่ผิวบนของแบบจำลองขนาด 0.1 mm และผิวล่างของแบบจำลองเป็นแบบยึดแน่น รูปที่ 4.20 แสดงแบบจำลอง XFEM ที่ใช้ในการศึกษาทิศทางการเติบโตของรอยร้าว มีขนาดของเอลิเมนต์เท่ากับ 0.2 mm โดยมีจำนวนของเอลิเมนต์ทั้งหมดเท่ากับ 25,905 ค่ามอดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุเท่ากับ 98 GPa และอัตราส่วนปัวซองเท่ากับ 0.3 ในการวิจัยนี้จึงได้นำผลการทดลองของ Bouchard และคณะ [5] มาเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลอง XFEM โดยใช้เกณฑ์การเติบโตของรอยร้าวแบบ MTS ดังแสดงในรูปที่ 4.17 และ 4.18 ตามลำดับ



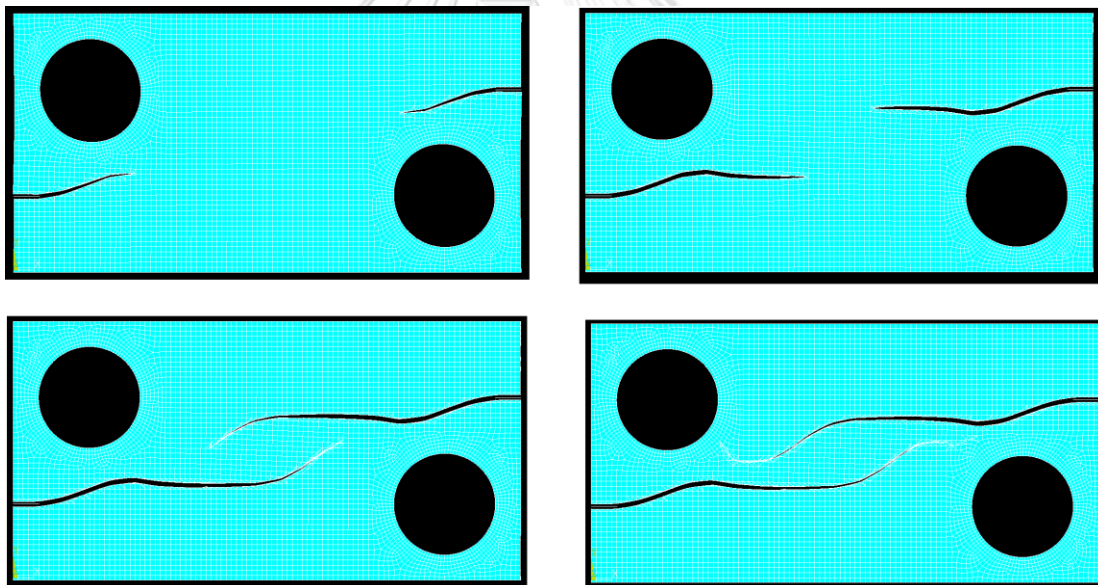
รูปที่ 4.19 ขนาดและเงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลอง [5]



รูปที่ 4.20 แบบจำลองแผ่นเหล็กที่ประกอบไปด้วย 2 รูเจาะและ 2 รอยร้าวเริ่มต้น



รูปที่ 4.21 ทิศทางการเติบโตของรอยร้าวจากการทดลองของ Bouchard และคณะ [5]



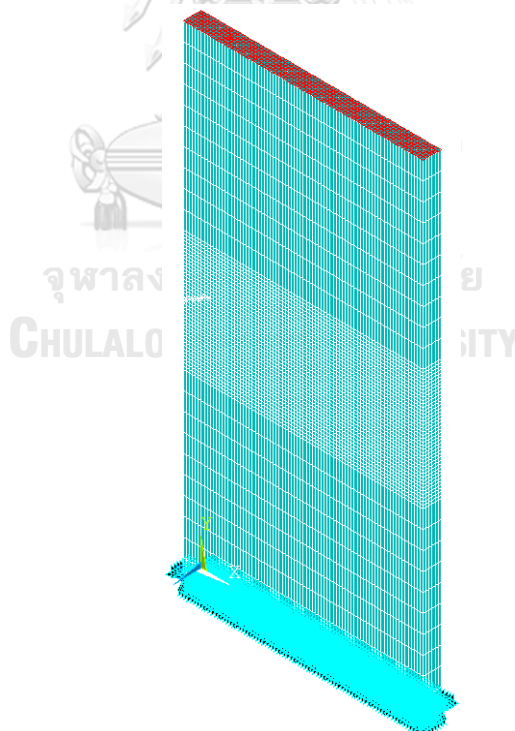
รูปที่ 4.22 ทิศทางการเติบโตของรอยร้าวจากแบบจำลอง XFEM

จากรูปที่ 4.21 และรูปที่ 4.22 แสดงให้เห็นว่าทิศทางการเติบโตของรอยร้าวที่ได้จากแบบจำลอง XFEM มีความใกล้เคียงกับผลที่ได้จากการทดลองของ Bouchard และคณะ [5] และจากการทดสอบต่าง ๆ ในขณะนี้แสดงให้เห็นว่า XFEM มีความถูกต้องแม่นยำในการคำนวณหาค่า SIF ในโหมดต่างๆ และสามารถที่จะทำนายทิศทางการเติบโตของรอยร้าวได้อย่างถูกต้องสำหรับชิ้นส่วนโครงสร้างที่เป็นเหล็ก

## บทที่ 5

### การศึกษาผลกระทบของตัวแปรต่อแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวที่ขอบภายใต้แรงกระทำแบบ โหมดผสม

แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของแผ่นเหล็กที่สร้างขึ้นเป็นแบบจำลอง 3 มิติ ในโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ ANSYS โดยเลือกใช้เอลิเมนต์ solid185 ซึ่งเป็นเอลิเมนต์แบบ 3D solid ที่มีจุดเชื่อมต่อ 8 จุด แต่ละจุดเชื่อมต่อมีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ 3 โดยแบบจำลองมีขนาดของเอลิเมนต์เท่ากับ 0.5 และ 3 mm จำนวนเอลิเมนต์ของแบบจำลองรับหน่วยแรงดึงและรับหน่วยแรงดัดมีค่าเท่ากับ 29,300 และ 58,100 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 5.1 คุณสมบัติของเหล็กที่ใช้ในแบบจำลองประกอบด้วย โมดูลัสยืดหยุ่น (modulus of elasticity) เท่ากับ 213 GPa และอัตราส่วนปัวซองเท่ากับ 0.3 สำหรับเงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions) จะยึดการเคลื่อนที่ทั้งในแกน x และ y ที่ผิวด้านล่าง และยึดการเคลื่อนที่ในแนวแกน z ที่ขอบด้านซ้ายของแบบจำลอง และมีหน่วยแรงกระทำที่ผิวบนของแบบจำลอง คือ หน่วยแรงดึงหรือแรงดัดกระทำร่วมกับหน่วยแรงเฉือน

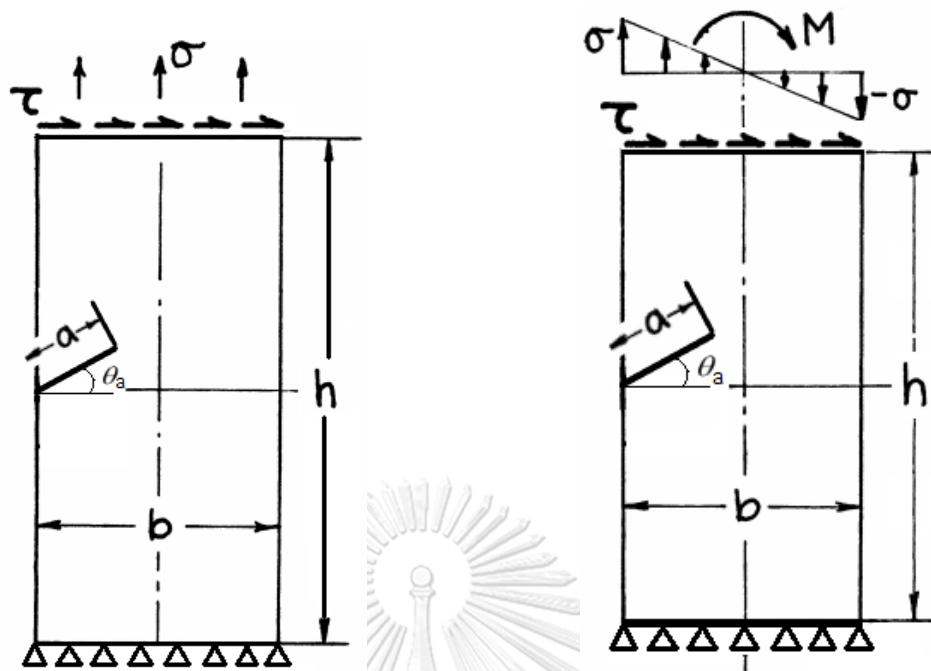


รูปที่ 5.1 แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษา

การวิเคราะห์ค่า SIF จะใช้วิธี interaction integral โดยใช้ผลของค่าหน่วยแรงและการเปลี่ยนตำแหน่งที่บริเวณใกล้กับปลายรอยร้าวจากแบบจำลอง และค่าอายุความล้าของแผ่นเหล็กสามารถประมาณได้โดยใช้กฎของปารีส การศึกษานี้ได้กำหนดให้ค่า  $C = 3.98 \times 10^{-13} (mm / cycle) / (MPa\sqrt{mm})$   $m = 2.88$  [47] เนื่องจากแผ่นเหล็กถูกกระทำภายใต้แรงกระทำแอมพลิฟิเคชันที่โดยที่อัตราส่วนหน่วยแรง ( $R$ ) เท่ากับศูนย์ ค่า  $\Delta K_{eq}$  จึงเท่ากับค่า  $K_{eq}$  จุดหยุดของการวิเคราะห์ที่ใช้เกณฑ์การแตกหักโดยสมมติให้ความต้านทานการแตกหัก (fracture toughness) ของเหล็ก  $K_c = 4,170 MPa\sqrt{mm}$  [48]

การศึกษาผลกระทบของตัวแปรที่มีต่อ SIF และอายุความล้าประกอบไปด้วย 1. การศึกษาผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น 2. การศึกษาผลกระทบของอัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดึง หน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดัด 3. การศึกษาผลกระทบของความยาวรอยร้าวเริ่มต้นและ 4. การศึกษาผลกระทบของการเสริมความแข็งแรงโดยการเสริมแผ่นเหล็ก

ในการศึกษาผลกระทบของตัวแปรของแผ่นเหล็กภายใต้หน่วยแรงดึงร่วมกับหน่วยแรงเฉือนและแผ่นเหล็กภายใต้หน่วยแรงดัดร่วมกับหน่วยแรงเฉือนดังแสดงในรูปที่ 5.2ก และ 5.2ข โดยที่แผ่นเหล็กภายใต้หน่วยแรงดึงร่วมกับหน่วยแรงเฉือนมีขนาดความกว้างเท่ากับ 40 mm ยาว 80 mm และหนา 3 mm และแผ่นเหล็กภายใต้หน่วยแรงดัดร่วมกับหน่วยแรงเฉือนมีขนาดความกว้างเท่ากับ 40 mm ยาว 160 mm และหนา 3 mm ซึ่งได้ตรวจสอบความเหมาะสมของขนาดชิ้นส่วนกับ Tada และคณะ [44]



(ก) แรงดึงกระทำร่วมกับแรงเฉือน

(ข) แรงดัดกระทำร่วมกับแรงเฉือน

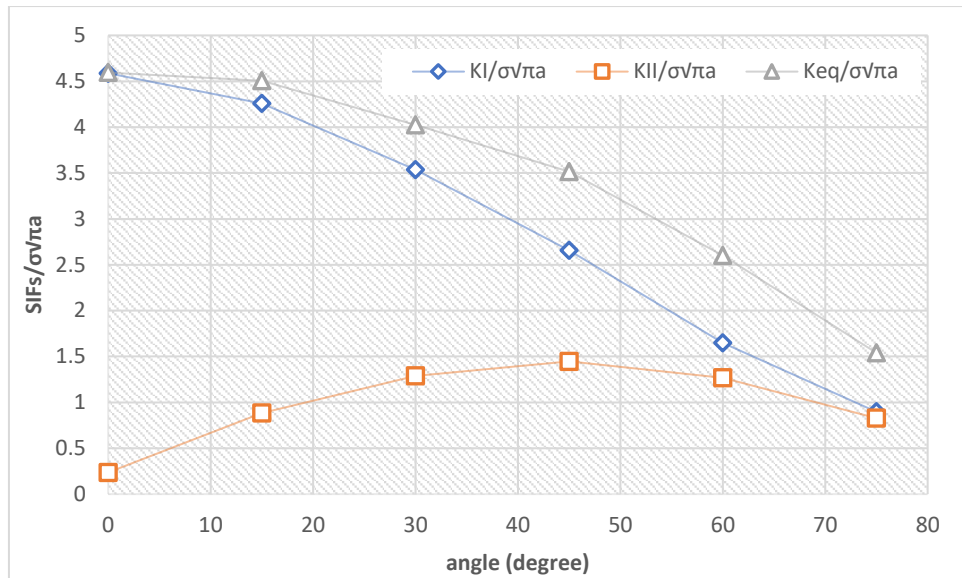
รูปที่ 5.2 แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาผลกระทบของตัวแปรสำหรับแผ่นเหล็กภายใต้แรงกระทำแบบ โหมดผสม [44]

### 5.1 ผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น

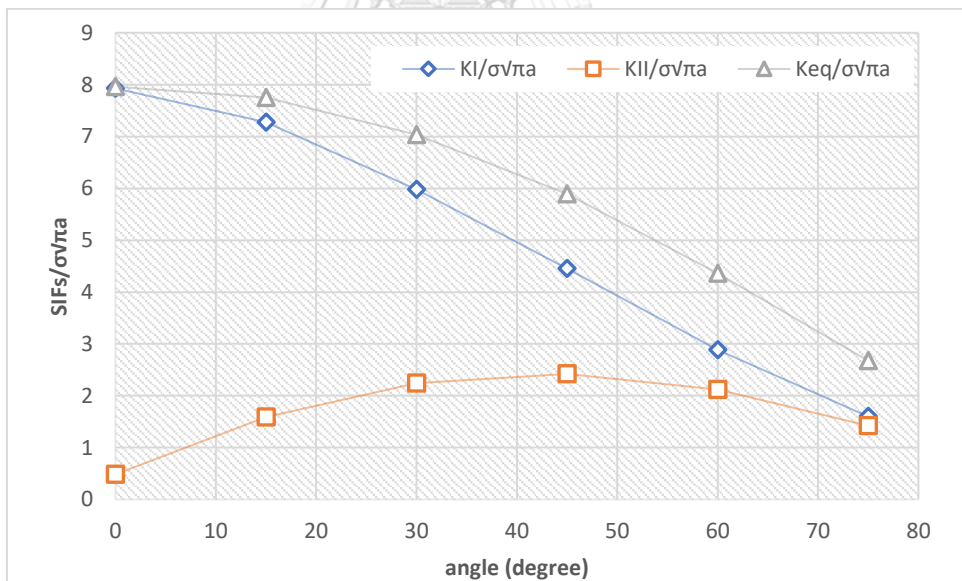
ในการศึกษาผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่ออายุความล้าและพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าว โดยที่หน่วยแรงดึงที่กระทำมีค่าเท่ากับ 10 MPa หน่วยแรงเฉือนมีค่าเท่ากับ 5 และ 10 MPa โดยที่มีค่าอัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดึง ( $\tau/\sigma_{t,max}$ ) เท่ากับ 0.5 และ 1.0 ตามลำดับ ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 5 mm และ มุมที่รอยร้าวเริ่มต้นกระทำกับแนวแกน x มีค่าเท่ากับ 0 15 30 45 60 และ 75 องศาตามลำดับ

รูปที่ 5.3 (ก) และรูปที่ 5.3 (ข) แสดงผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่อ  $K_I$   $K_{II}$  และ  $K_{eq}$  สำหรับรอยร้าวเริ่มต้นขนาด 5 mm ภายใต้หน่วยแรงดึงกระทำร่วมกับหน่วยแรงเฉือน โดยที่รูปที่ 5.3 (ก) และรูปที่ 5.3 (ข) มีค่าอัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดึง ( $\tau/\sigma_{t,max}$ ) เท่ากับ 0.5 และ 1.0 ตามลำดับ พบว่า  $K_I$  และ  $K_{eq}$  มีค่าสูงสุดเมื่อรอยร้าวตั้งฉากกับหน่วยแรงกระทำ (มุมเอียงเท่ากับ 0 องศา) และลดลงเมื่อมุมเอียงของรอยร้าวมากขึ้น ในขณะที่  $K_{II}$  มีค่าสูงขึ้นในช่วง  $0 < \theta \leq 45$  โดยมีค่าสูงสุดที่มุมเอียงเท่ากับ 45 องศา จากนั้นจะลดลงเมื่อมุมเอียงมากขึ้น

ซึ่งทำให้  $K_{eq}$  ลดลงอย่างมากในช่วง  $45 < \theta \leq 90$  รายละเอียดของผลที่ได้จากการศึกษาแสดงในภาคผนวก ข



(ก) อัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดึงเท่ากับ 0.5

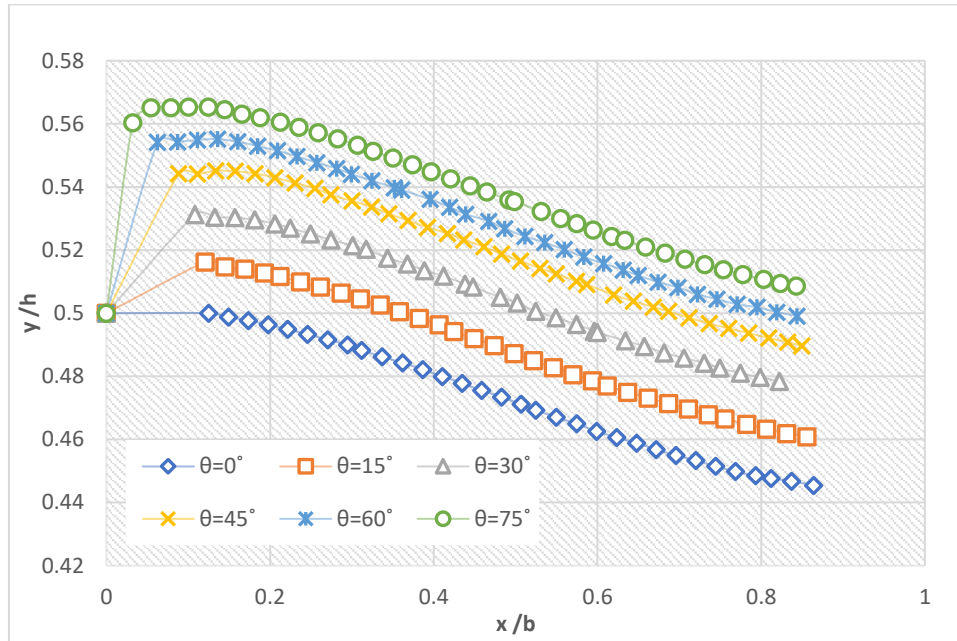


(ข) อัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดึงเท่ากับ 1.0

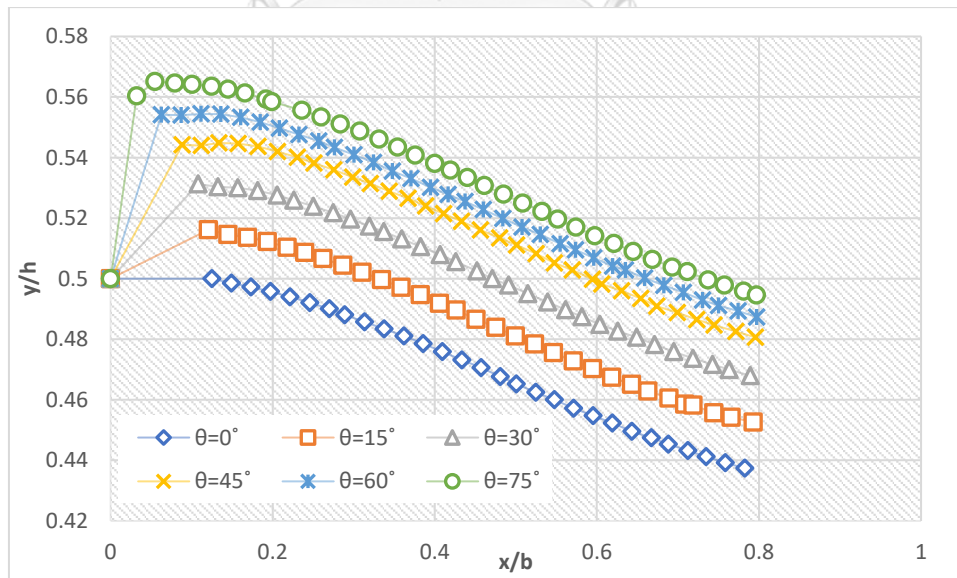
รูปที่ 5.3 ผลกระทบของมุมเอียงของความยาวรอยร้าวเริ่มต้นต่อค่า  $K_I$   $K_{II}$  และ  $K_{eq}$

รูปที่ 5.4 แสดงผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่อวิธีรอยร้าวล้ำพบว่า ค่าความชันของวิถีของรอยร้าวจะมีค่าเป็นลบทำให้ทิศทางของรอยร้าวเบี่ยงลงเมื่อเทียบกับแนวราบใน

ทุกกรณีของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น ในขณะที่ค่า  $K_{eq}$  แตกต่างกันเนื่องจากตำแหน่งของปลายรอยร้าวเริ่มต้นแตกต่างกัน โดยมีค่าสูงสุดในกรณีมุมเอียง 0 องศา (รอยร้าวเริ่มต้นอยู่ในกับแนวราบ) และต่ำที่สุดในกรณีมุมเอียง 75 องศา



(ก) อัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดึงเท่ากับ 0.5

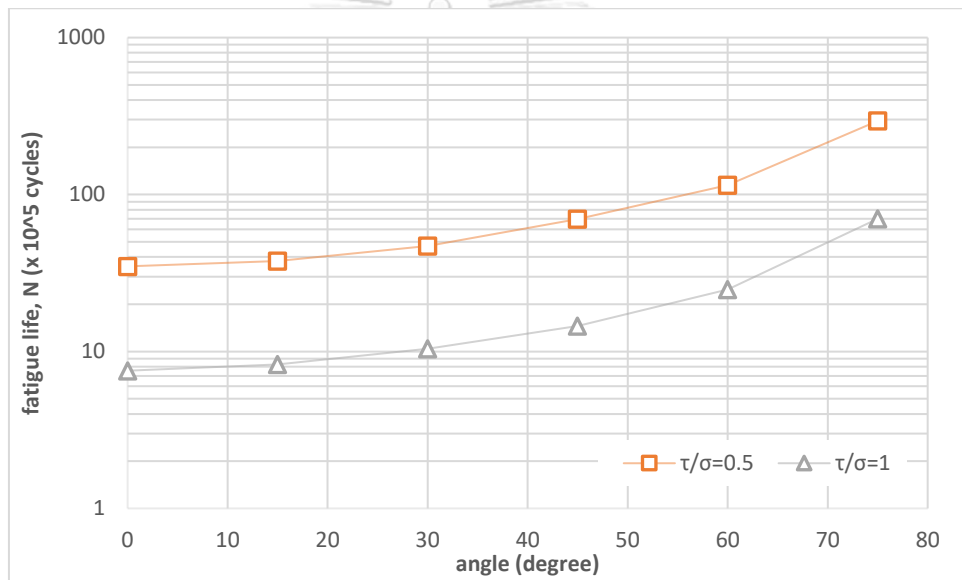


(ข) อัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดึงเท่ากับ 1.0

รูปที่ 5.4 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองในการศึกษาผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น



รูปที่ 5.5 (ก) แสดงผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่ออายุความล้าพบว่า อายุความล้ามีค่าสูงขึ้นเมื่อมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นเพิ่มขึ้นเนื่องจากค่า  $K_{eq}$  มีค่าลดลง โดยอายุความล้ามีค่าต่ำที่สุดในกรณีรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 0 องศา (อยู่ในแนวราบ) และมีค่าสูงสุดในกรณีที่รอยร้าวเริ่มต้นทำมุมเอียงเท่ากับ 75 องศา อัตราส่วนระหว่างอายุความล้าในกรณีค่ามุมเอียงต่าง ๆ กับกรณีรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 0 องศา คือ 1.080 (15 องศา) 1.346 (30 องศา) 2.000 (45 องศา) 3.288 (60 องศา) และ 8.439 (75 องศา) สำหรับค่าอัตราส่วนหน่วยแรงดึงต่อหน่วยแรงเฉือนเท่ากับ 0.5 และ 1.098 (15 องศา) 1.382 (30 องศา) 1.929 (45 องศา) 3.285 (60 องศา) และ 9.284 (75 องศา) สำหรับค่าอัตราส่วนหน่วยแรงดึงต่อหน่วยแรงเฉือนเท่ากับ 1.0 โดยสังเกตพบว่า อายุความล้าจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเมื่อมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นมากกว่า 45 องศา

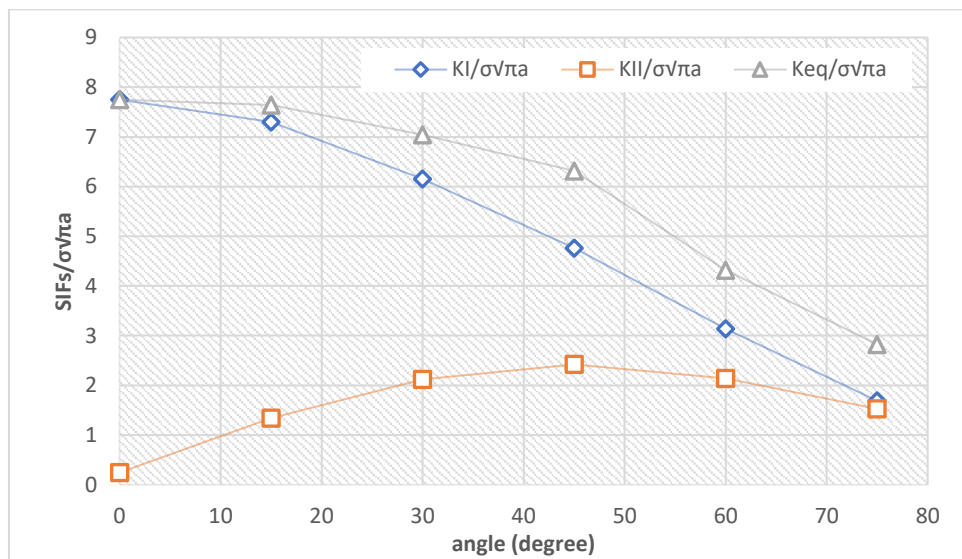


รูปที่ 5.5 ความสัมพันธ์ระหว่างมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นและอายุความล้าภายใต้หน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดึง

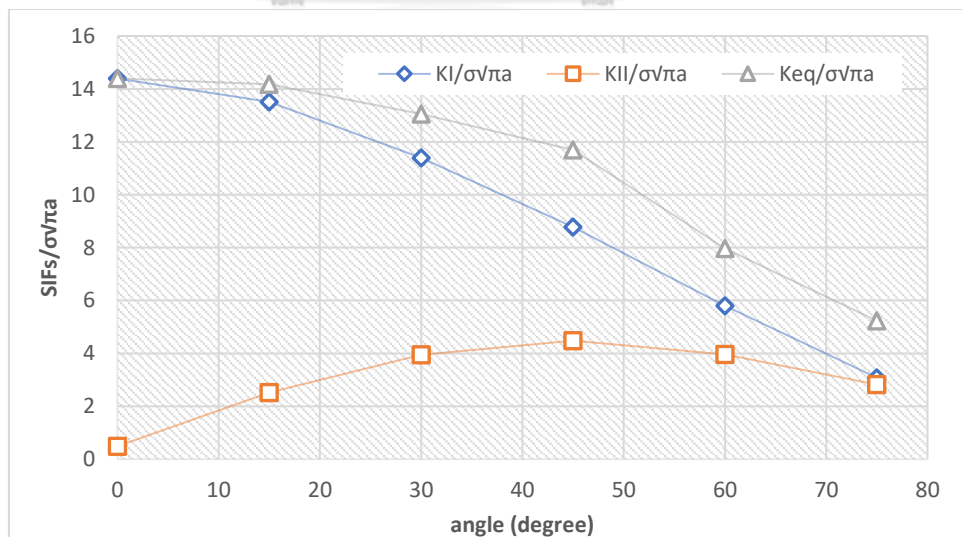
ในการศึกษาผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่ออายุความล้าและพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวล้า โดยที่หน่วยแรงดัดสูงสุดที่กระทำมีค่าเท่ากับ 10 MPa หน่วยแรงเฉือนมีค่าเท่ากับ 5 และ 10 MPa, ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นมีเท่ากับ 5 mm และ มุมที่รอยร้าวเริ่มต้นกระทำกับแนวแกน  $x$  มีค่าเท่ากับ 0 15 30 45 60 และ 75 องศาตามลำดับ

รูปที่ 5.6 (ก) และรูปที่ 5.6 (ข) แสดงผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่อ  $K_I$   $K_{II}$  และ  $K_{eq}$  สำหรับรอยร้าวเริ่มต้นขนาด 5 mm ภายใต้หน่วยแรงดัดกระทำร่วมกับหน่วยแรงเฉือน โดยที่

รูปที่ 5.6 (ก) และรูปที่ 5.6 (ข) มีค่าอัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดัด ( $\tau/\sigma_{b,max}$ ) เท่ากับ 0.5 และ 1.0 ตามลำดับ พบว่า  $K_I$  และ  $K_{eq}$  มีค่าสูงสุดเมื่อรอยร้าวตั้งฉากกับหน่วยแรงกระทำ (มุมเอียงเท่ากับ 0 องศา) และลดลงเมื่อมุมเอียงของรอยร้าวมากขึ้น ในขณะที่  $K_{II}$  มีค่าสูงขึ้นในช่วง  $0 < \theta \leq 45$  โดยมีค่าสูงสุดที่มุมเอียงเท่ากับ 45 องศา จากนั้นจะลดลงเมื่อมุมเอียงมากขึ้น ซึ่งทำให้  $K_{eq}$  ลดลงอย่างมีนัยสำคัญในช่วง  $45 < \theta \leq 90$  เช่นเดียวกับกรณีรับแรงดึง ผลที่ได้จากการศึกษาจะแสดงในภาคผนวก ข



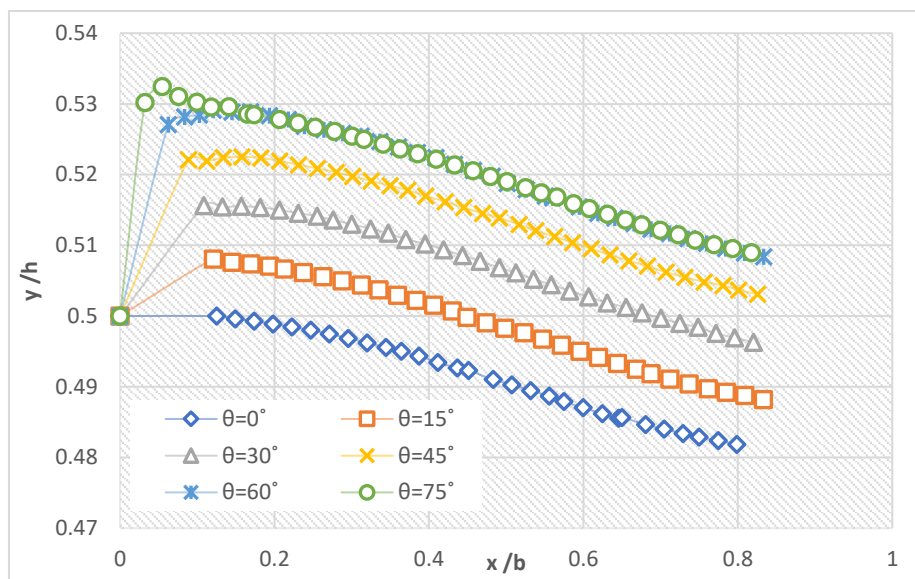
(ก) อัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดัดเท่ากับ 0.5



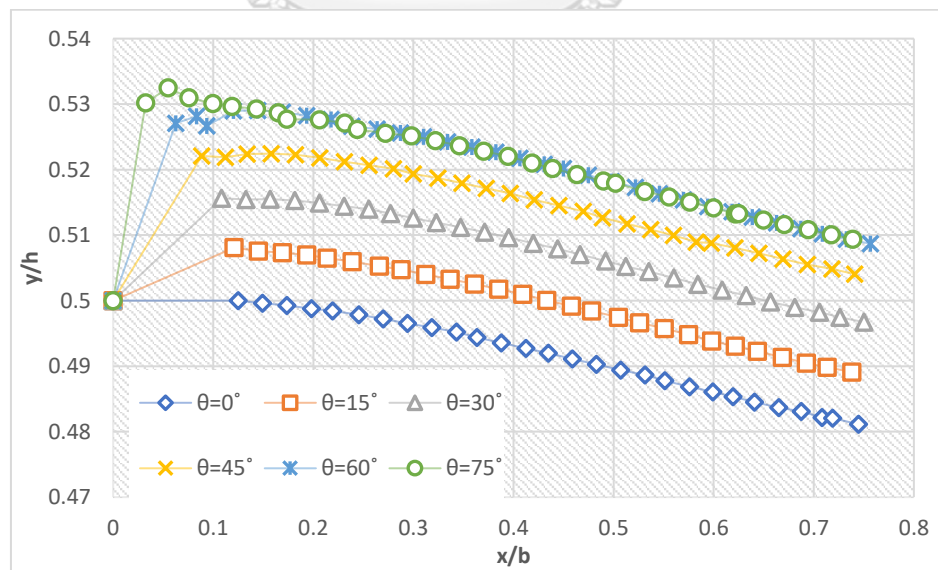
(ข) อัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดัดเท่ากับ 1.0

รูปที่ 5.6 ผลกระทบของมุมเอียงของความยาวรอยร้าวเริ่มต้นต่อค่า  $K_I$   $K_{II}$  และ  $K_{eq}$

รูปที่ 5.7 แสดงผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่อวิถีรอยร้าวล้าพบว่า ค่าความชันของวิถีของรอยร้าวจะมีค่าเป็นลบทำให้ทิศทางของรอยร้าวเบี่ยงลงเมื่อเทียบกับแนวราบในทุกกรณีของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น ในขณะที่ค่า  $K_{eq}$  แตกต่างกันเนื่องจากตำแหน่งของปลายรอยร้าวเริ่มต้นแตกต่างกัน โดยมีค่าสูงสุดในกรณีมุมเอียง 0 องศา (รอยร้าวเริ่มต้นอยู่ในกับแนวราบ) และต่ำที่สุดในกรณีมุมเอียง 75 องศา



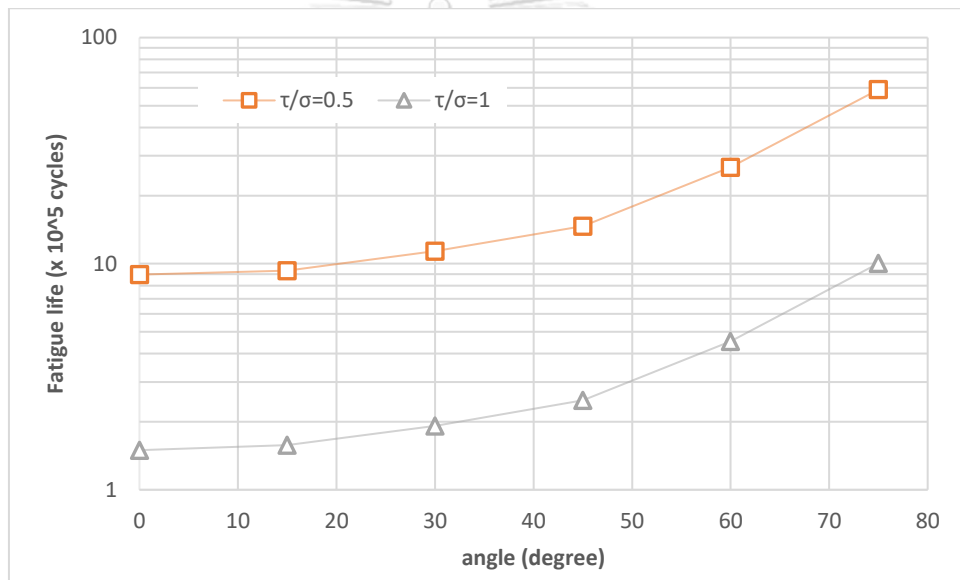
(ก) อัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดัดเท่ากับ 0.5



(ข) อัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดัดเท่ากับ 1.0

รูปที่ 5.7 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองในการศึกษาผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น

รูปที่ 5.8 แสดงผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่ออายุความล้าพบว่า อายุความล้ามีค่าสูงขึ้นเมื่อมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นเพิ่มขึ้นเนื่องจากค่า  $K_{eq}$  มีค่าลดลง โดยอายุความล้าจะมีค่าต่ำที่สุดในกรณีรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 0 องศา (อยู่ในแนวราบ) และมีค่าสูงที่สุดในกรณีที่รอยร้าวเริ่มต้นทำมุมเอียงเท่ากับ 75 องศา อัตราส่วนระหว่างอายุความล้าในกรณีค่ามุมเอียงต่าง ๆ กับกรณีรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 0 องศา คือ 1.042 (15 องศา) 1.268 (30 องศา) 1.640 (45 องศา) 2.980 (60 องศา) และ 6.580 (75 องศา) สำหรับค่าอัตราส่วนหน่วยแรงดึงต่อหน่วยแรงเฉือนเท่ากับ 0.5 และ 1.053 (15 องศา) 1.281 (30 องศา) 1.661 (45 องศา) 3.025 (60 องศา) และ 6.705 (75 องศา) สำหรับค่าอัตราส่วนหน่วยแรงดึงต่อหน่วยแรงเฉือนเท่ากับ 1.0 โดยสังเกตพบว่า อายุความล้าจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเมื่อมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นมากกว่า 45 องศา

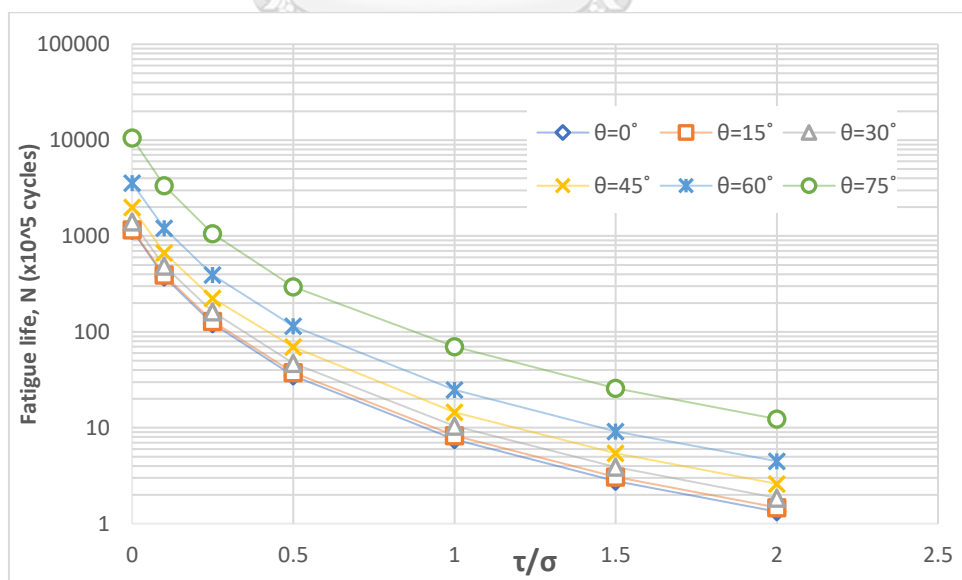


รูปที่ 5.8 ความสัมพันธ์ระหว่างมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นและอายุความล้าภายใต้หน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดัด

## 5.2 ผลกระทบของอัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดึง หน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดึง

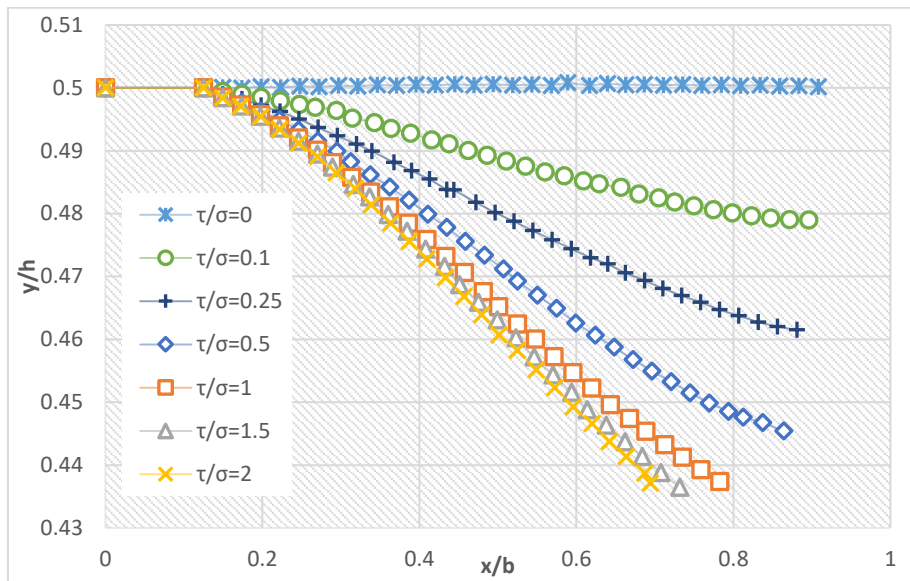
ในการศึกษาผลกระทบของอัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดึงต่ออายุความล้าและพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวล้า โดยที่ความยาวรอยร้าวเริ่มต้น,  $a_i$  เท่ากับ 5 mm และทำมุม 0 15 30 45 60 และ 75 องศา กับแนวราบ ในการศึกษาจะให้ค่าหน่วยแรงดึงมีค่าเท่ากับ 10 MPa และให้หน่วยแรงเฉือนมีค่าเพิ่มขึ้น โดยที่  $\tau / \sigma_{t,max}$  มีค่าเท่ากับ 0 0.1 0.25 0.5 1.0 1.5 และ 2.0 ตามลำดับ

รูปที่ 5.9 แสดงผลกระทบของอัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดึงพบว่า อายุความล้ามีค่าลดลงเมื่ออัตราส่วนของหน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดึงมีค่ามากขึ้น โดยอายุความล้าจะมีค่ามากที่สุดที่  $\tau / \sigma_{t,max}$  มีค่าเท่ากับ 0 และมีค่าน้อยสุดเมื่อ  $\tau / \sigma_{t,max}$  มีค่าเท่ากับ 2 โดยได้เปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์การลดลงของอายุความล้าในกรณีของ  $\tau / \sigma_{t,max}$  เท่ากับ 0.1, 0.25 และ 0.5 เทียบกับกรณี  $\tau / \sigma_{t,max} = 0$  คือ 66.6% ( $\tau / \sigma_{t,max} = 0.1$ ) 89% ( $\tau / \sigma_{t,max} = 0.25$ ) และ 96.8% ( $\tau / \sigma_{t,max} = 0.5$ ) อีกทั้งได้เปรียบเทียบได้เปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์การลดลงของอายุความล้าในกรณีของ  $\tau / \sigma_{t,max}$  เท่ากับ 1.0, 1.5 และ 2.0 เทียบกับกรณี  $\tau / \sigma_{t,max} = 0.5$  คือ 78% ( $\tau / \sigma_{t,max} = 1.0$ ) 92% ( $\tau / \sigma_{t,max} = 1.5$ ) และ 96% ( $\tau / \sigma_{t,max} = 2.0$ ) ผลที่ได้จากการศึกษาแสดงในภาคผนวก ค

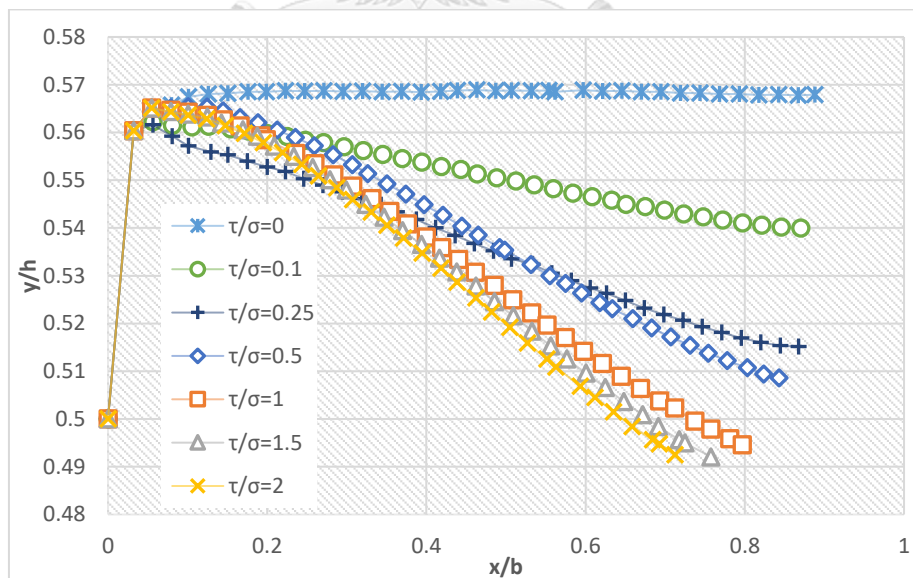


รูปที่ 5.9 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\tau / \sigma_{t,max}$  และอายุความล้า

รูปที่ 5.10 แสดงวิถีรอยร้าวล้าเนื่องจากผลกระทบของอัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดึง ที่มุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 0 และ 75 องศา พบว่าวิถีของรอยร้าวล้ามีค่าใกล้เคียงกัน แต่เมื่อค่า  $\tau/\sigma_{r,max}$  เพิ่มขึ้นวิถีของรอยร้าวจะมีความชันมากขึ้น เนื่องจากค่า SIF ในโหมดที่ 2 มีค่ามากขึ้น



(ก) มุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 0 องศา

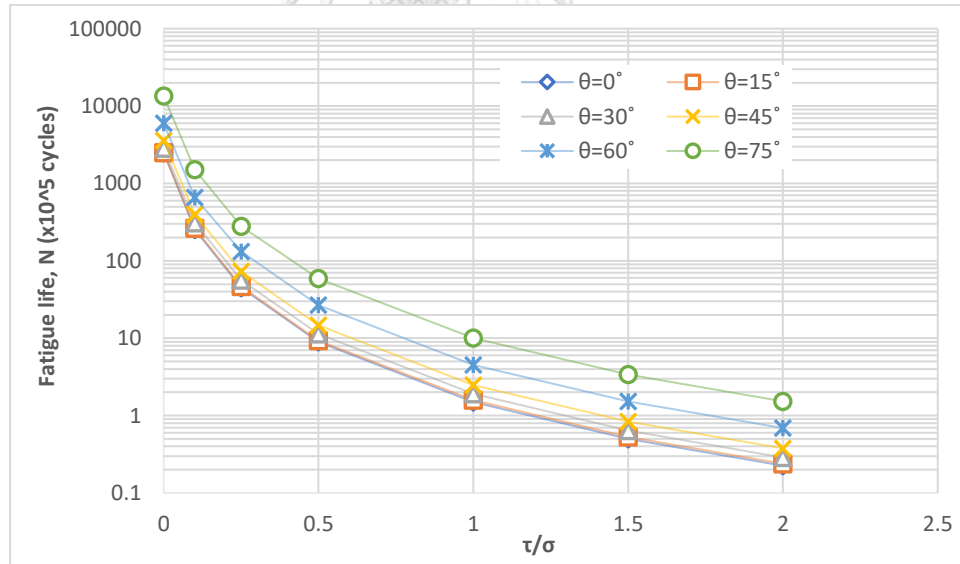


(ข) มุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 75 องศา

รูปที่ 5.10 วิถีรอยร้าวล้าของแบบจำลองในการศึกษาผลกระทบของอัตราส่วนหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดึง

ในการศึกษาผลกระทบของอัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดัดต่ออายุความล้าและพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวล้า โดยที่ความยาวรอยร้าวเริ่มต้น,  $a_i$  เท่ากับ 5 mm และทำมุม 0 15 30 45 60 และ 75 องศากับแนวราบ ในการศึกษานี้จะให้ค่าหน่วยแรงดัดมีค่าเท่ากับ 10 MPa และให้หน่วยแรงเฉือนมีค่าเพิ่มขึ้น โดยที่  $\tau/\sigma_{b,max}$  มีค่าเท่ากับ 0 0.1 0.25 0.5 1.0 1.5 และ 2.0 ตามลำดับ

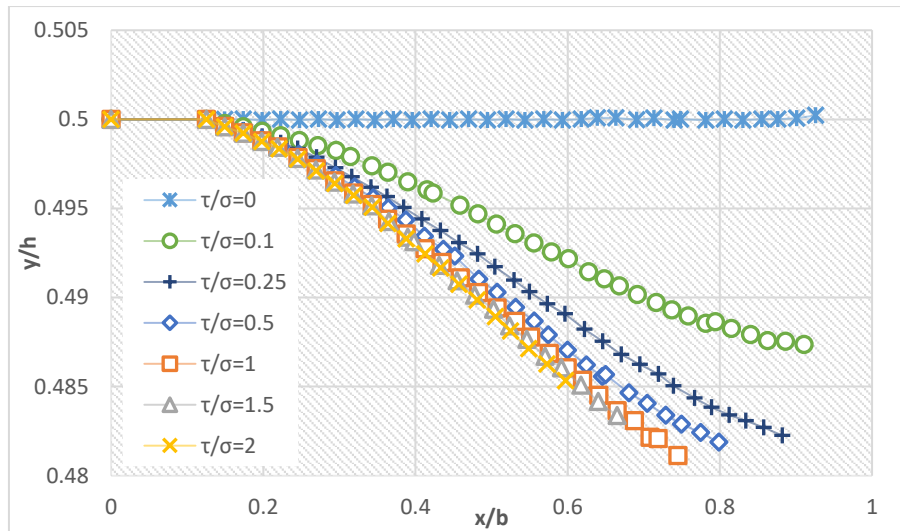
รูปที่ 5.11 แสดงผลกระทบของอัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดัดพบว่าอายุความล้ามีค่าลดลงเมื่อ  $\tau/\sigma_{b,max}$  มีค่ามากขึ้น โดยอายุความล้าจะมีค่ามากที่สุดที่  $\tau/\sigma_{b,max}$  มีค่าเท่ากับ 0 และมีค่าน้อยสุดเมื่อ  $\tau/\sigma_{b,max}$  มีค่าเท่ากับ 2 โดยได้เปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์การลดลงของอายุความล้าในกรณีของ  $\tau/\sigma_{b,max}$  เท่ากับ 0.1 0.25 และ 0.5 เทียบกับ  $\tau/\sigma_{b,max}$  เท่ากับ 0 คือ 89.2% ( $\tau/\sigma_{b,max}=0.1$ ) 98% ( $\tau/\sigma_{b,max}=0.25$ ) และ 99.6% ( $\tau/\sigma_{b,max}=0.5$ ) อีกทั้งได้เปรียบเทียบได้เปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์การลดลงของอายุความล้าในกรณีของ  $\tau/\sigma_{b,max}$  เท่ากับ 1.0 1.5 และ 2.0 เทียบกับกรณี  $\tau/\sigma_{b,max}=0.5$  คือ 83% ( $\tau/\sigma_{b,max}=1.0$ ) 94.3% ( $\tau/\sigma_{b,max}=1.5$ ) และ 97.4% ( $\tau/\sigma_{b,max}=2.0$ ) ผลที่ได้จากการศึกษาจะแสดงในภาคผนวก ค



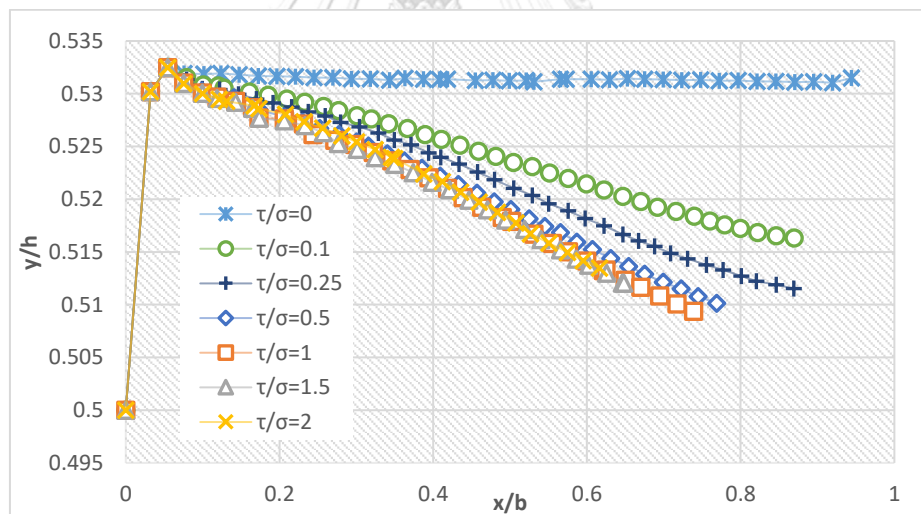
รูปที่ 5.11 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\tau/\sigma_{b,max}$  และอายุความล้า

รูปที่ 5.12 แสดงวิถีรอยร้าวล้าเนื่องจากผลกระทบของอัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดัด ที่มุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 0 และ 75 องศา พบว่าวิถีของรอยร้าวล้ามีค่าใกล้เคียงกัน แต่เมื่อค่า  $\tau/\sigma_{b,max}$  เพิ่มขึ้นวิถีของรอยร้าวจะมีความชันเป็นลบมากขึ้น เนื่องจากค่า SIF

ในโหมดที่ 2 มีค่ามากขึ้น ซึ่งผลลัพธ์ไปในทิศทางเดียวกับแบบจำลองหน่วยแรงดัดกระทำร่วมกับหน่วยแรงเฉือน



(ก) มุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 0 องศา



(ข) มุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 75 องศา

รูปที่ 5.12 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองในการศึกษาผลกระทบของอัตราส่วนหน่วยแรงเฉือนต่อหน่วยแรงดัด

ผลการจากศึกษาจากทั้งสองกรณีแสดงให้เห็นว่าหน่วยแรงเฉือนส่งผลกระทบต่อตรงอย่างมากกับอายุความล้าและวิธีรอยร้าว โดยที่ชิ้นส่วนที่รับหน่วยแรงดัดจะได้รับผลกระทบจากการเพิ่มขึ้น

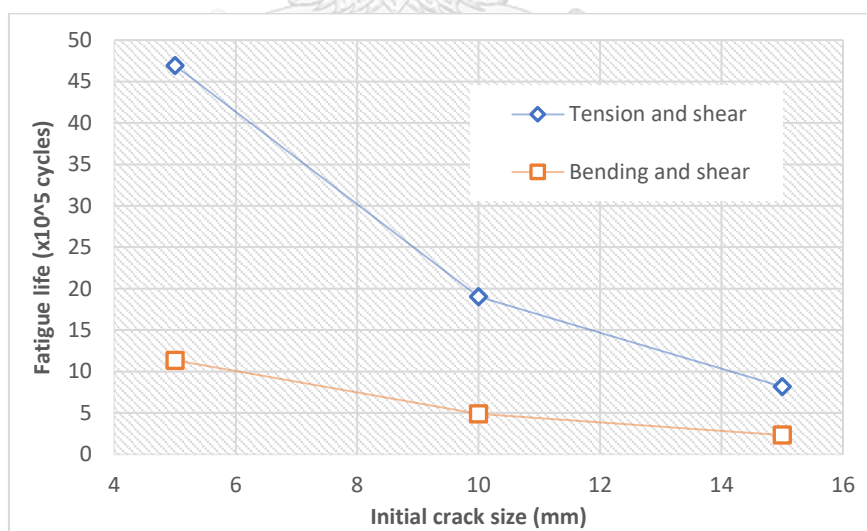


ของหน่วยแรงเฉือนที่มีต่ออายุความล้ามากกว่าชิ้นส่วนที่รับหน่วยแรงดึง แต่วิถีรอยร้าวของชิ้นส่วนที่รับหน่วยแรงดัดจะมีการเปลี่ยนแปลงที่น้อยกว่าเมื่อเทียบกับชิ้นส่วนรับหน่วยแรงดึง

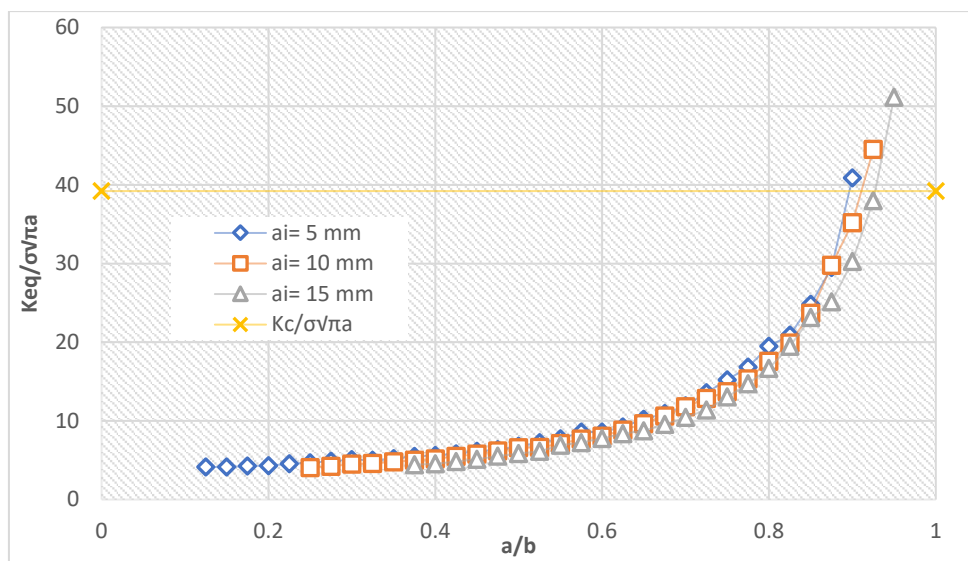
### 5.3 ผลกระทบของความยาวรอยร้าวเริ่มต้น

ในการศึกษาผลกระทบของความยาวรอยร้าวเริ่มต้นต่ออายุความล้าและพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวล้า โดยที่แบบจำลองแผ่นเหล็กรับหน่วยแรงดึงที่กระทำมีค่าเท่ากับ 10 MPa หน่วยแรงเฉือนมีค่าเท่ากับ 5 MPa ความยาวรอยร้าวเริ่มต้น ( $a_i$ ) เท่ากับ 5 10 และ 15 mm ตามลำดับ โดยทำมุม 30 องศากับแนวราบ

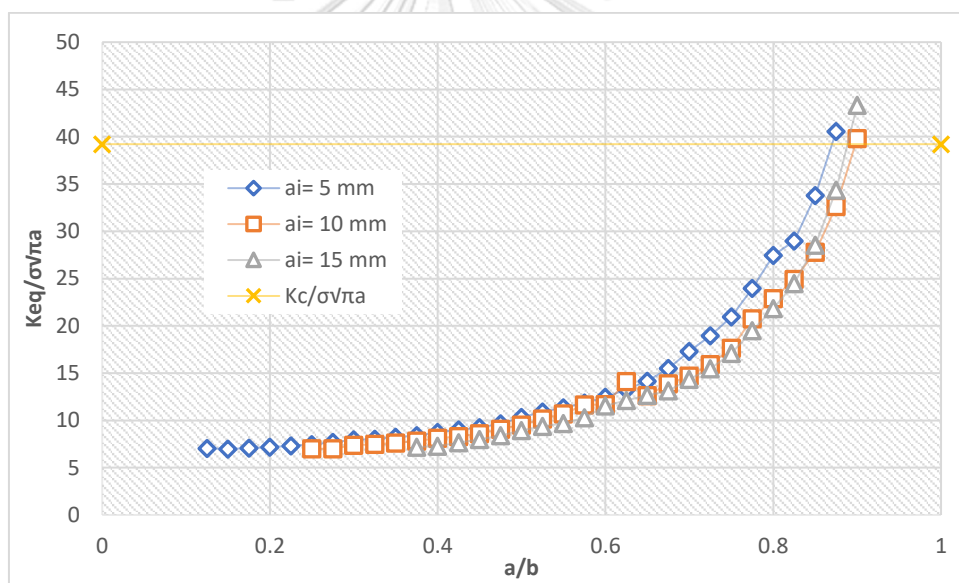
รูปที่ 5.13 แสดงผลกระทบของความยาวรอยร้าวเริ่มต้นต่ออายุความล้าพบว่า อายุความล้าจะมีค่าลดลงเมื่อความยาวรอยร้าวเริ่มต้นมีค่ามากขึ้น ซึ่งจะส่งผลกระทบต่อค่า  $K_{eq}$  โดยตรงโดยเมื่อความยาวรอยร้าวเริ่มต้นมีค่ามากขึ้นจะทำให้  $K_{eq}$  มีค่ามากขึ้นไปด้วยดังแสดงในรูปที่ 5.14 โดยเป็นไปในทิศทางเดียวกับค่าอายุความล้าของแผ่นเหล็กมีค่าลดลงเมื่อความยาวรอยร้าวเริ่มต้นมากขึ้น จากผลการศึกษาผลกระทบของความยาวรอยร้าวเริ่มต้นกับอายุความล้าและพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวล้าทั้งในแบบจำลองภายใต้หน่วยแรงเฉือนร่วมกับหน่วยแรงดึงและแบบจำลองหน่วยแรงเฉือนร่วมกับหน่วยแรงดัดไปให้ผลลัพธ์สอดคล้องไปในทิศทางเดียวกัน



รูปที่ 5.13 ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวรอยร้าวเริ่มต้นกับอายุความล้า



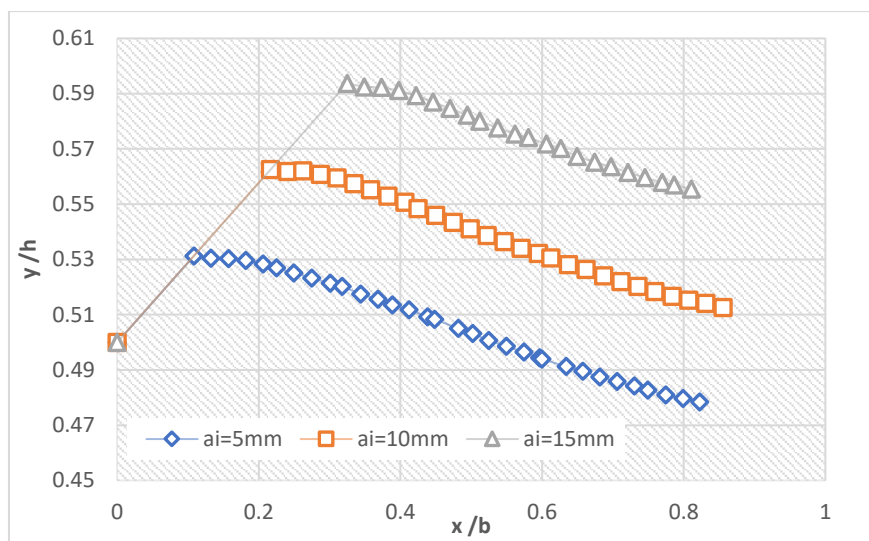
(ก) หน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดึง



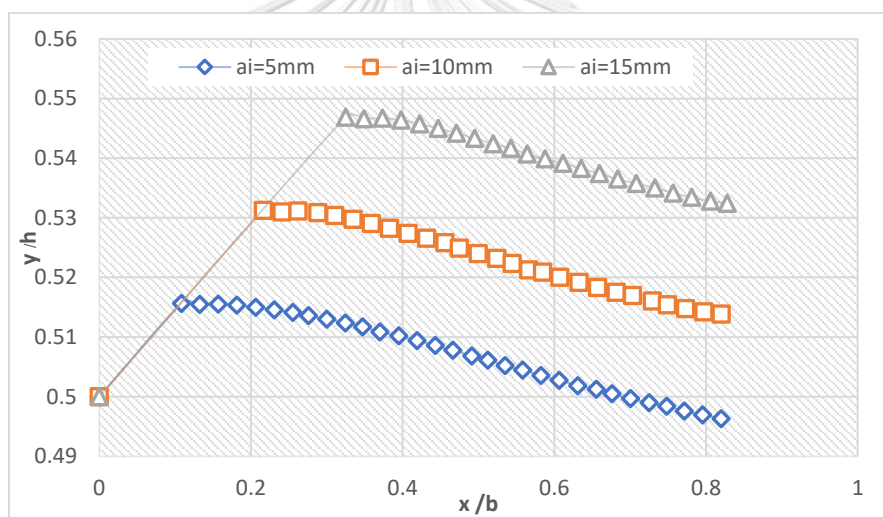
(ข) หน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดัด

รูปที่ 5.14 การแปรผันของ  $K_{eq}$  กับความยาวรอยร้าวที่เกิดจากผลกระทบของความยาวรอยร้าวเริ่มต้น

รูปที่ 5.15 แสดงวิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองทั้ง 3 แบบของความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 5 10 และ 15 mm ตามลำดับโดยพบว่าความยาวรอยร้าวเริ่มต้นที่แตกต่างกันทำให้ตำแหน่งของปลายรอยร้าวไม่ได้อยู่ที่ตำแหน่งเดียวกันจึงส่งผลกระทบต่อค่า  $K_{eq}$  ในตอนเริ่มต้น โดยที่ค่า  $K_{eq}$  จะมีค่าน้อยที่สุดในแบบจำลองที่รอยร้าวเริ่มต้นมีขนาด 5 mm และจะมีค่ามากที่สุดที่ 15 mm



(ก) หน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดิ่ง



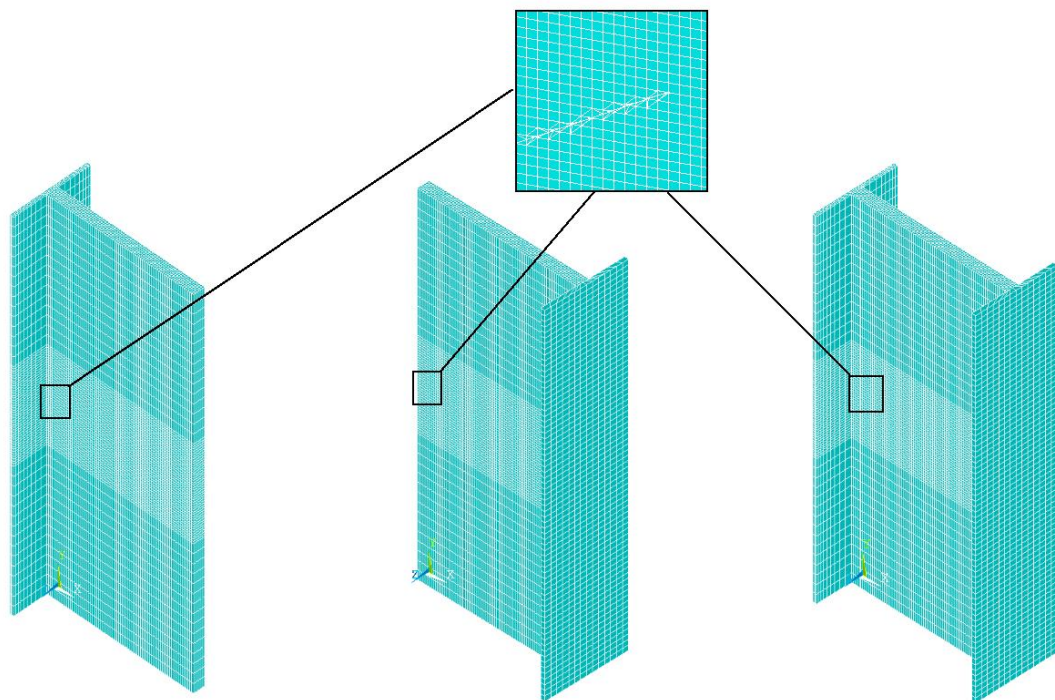
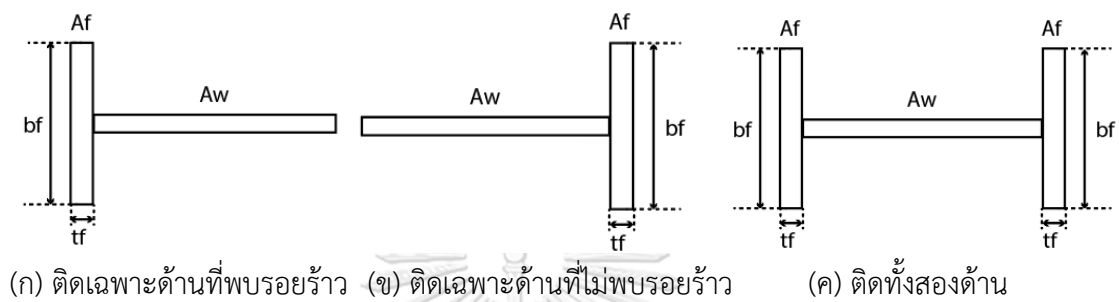
(ข) หน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดัด

รูปที่ 5.15 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองทั้ง 3 ความยาวรอยร้าวเริ่มต้น

#### 5.4 ผลกระทบของการเสริมโดยการเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบ

ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบด้านข้างโดยที่ได้แบ่งการศึกษาออกเป็น 3 กรณี คือ การเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบด้านที่พบรอยร้าว การเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบด้านที่ไม่พบรอยร้าว การเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบทั้งสองด้าน โดยที่ลักษณะของแบบจำลองดังแสดงในรูปที่ 5.16 โดยที่ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นมีค่าเท่ากับ 5 mm และทำมุม 30 องศากับแนวราบและมีรอยร้าวเริ่มต้นขนาด

0.1 mm ในแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างที่มีการเสริมที่ขอบด้านซ้าย ค่า  $A_w$  มีค่าเท่ากับ  $120 \text{ mm}^2$  และค่าหน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างแต่ละแผ่น ( $A_f$ ) มีค่าเท่ากับ 12 15 21 และ  $24 \text{ mm}^2$  โดยได้แบ่งการศึกษาออกเป็น 2 กรณีคือ 1.ชิ้นส่วนที่รับเฉพาะหน่วยแรงดึงและหน่วยแรงดัดโดยที่มีค่าหน่วยแรงเท่ากับ 100 MPa 2.ชิ้นส่วนที่รับหน่วยแรงดึงหรือหน่วยแรงดัดมีค่าเท่ากับ 10 MPa กระทำร่วมกับหน่วยแรงเฉือนมีค่าเท่ากับ 20 MPa



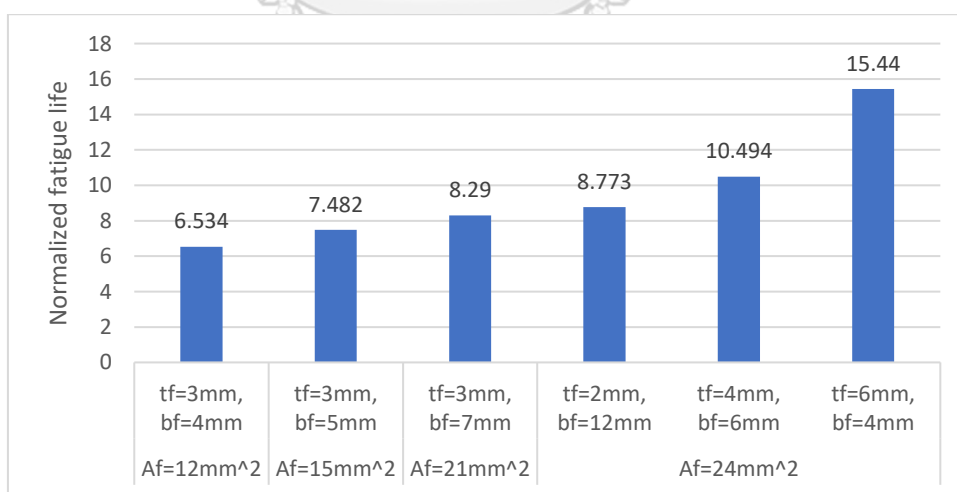
(ง) ติดเฉพาะขอบด้านที่พบรอยร้าว (จ) ติดเฉพาะขอบด้านที่ไม่พบรอยร้าว (ฉ) ติดทั้งสองด้าน

รูปที่ 5.16 รูปแบบของการซ่อมแซมโดยการติดแผ่นเหล็กด้านข้างในการศึกษา

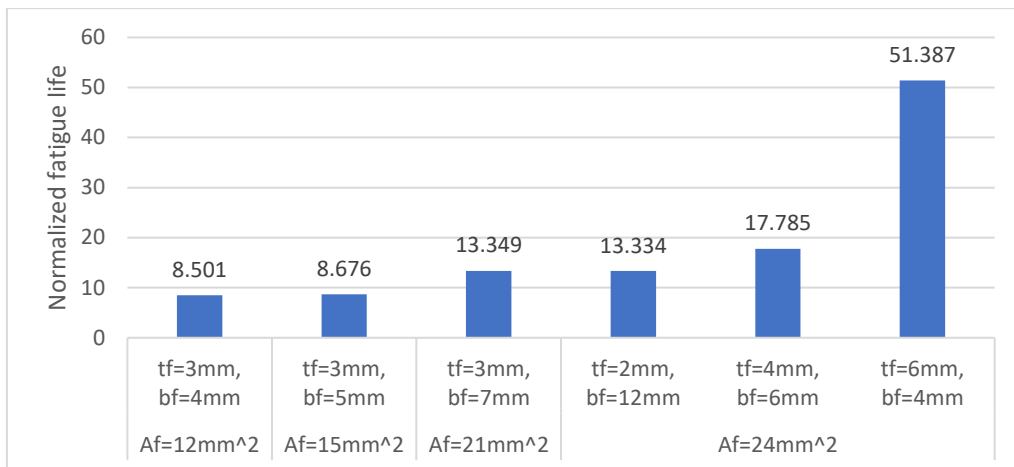
#### 5.4.1 ผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กกรณีรับแรงดึงหรือแรงดัด

ในการการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กของชิ้นส่วนที่รับเฉพาะหน่วยแรงดึงหรือหน่วยแรงดัดจะศึกษาในกรณีการติดแผ่นเหล็กเสริมเฉพาะขอบด้านที่พบรอยร้าว ติดเฉพาะขอบด้านที่ไม่พบรอยร้าวและติดแผ่นเหล็กเสริมที่ขอบทั้งสองด้าน ดังแสดงในรูปที่ 5.16 (ก) รูปที่ 5.16 (ข) และรูปที่ 5.16 (ค) ตามลำดับ ค่าอายุความล้าที่ได้อยู่ในรูปของตัวแปรไร้หน่วยโดยการนำค่าอายุความล้าที่ได้มาเปรียบเทียบกับอายุความล้าของแผ่นเหล็กที่ไม่ได้มีการติดแผ่นเหล็กเสริม ซึ่งถูกกระทำภายใต้หน่วยแรงดึงหรือหน่วยแรงดัด โดยที่ค่าอายุความล้าของแผ่นเหล็กภายใต้หน่วยแรงดึงมีค่าเท่ากับ 183,500 รอบและอายุความล้าของแผ่นเหล็กภายใต้หน่วยแรงดัดมีค่าเท่ากับ 375,500 รอบ

รูปที่ 5.17 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้าและขนาดพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างที่เสริมเฉพาะขอบด้านที่พบรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงดึง ดังแสดงในรูปที่ 5.17 (ก) และภายใต้หน่วยแรงดัด ดังแสดงในรูปที่ 5.17 (ข) ผลที่ได้แสดงให้เห็นว่าเมื่อเพิ่มขนาดของพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างจะทำให้อายุความล้ามีค่ามากขึ้น และเมื่อพิจารณาที่  $A_f = 24 \text{ mm}^2$  อายุความล้าของชิ้นส่วนที่แผ่นเหล็กเสริมมีขนาดความหนาเท่ากับ 6 mm จะมีค่าอายุความล้ามากกว่าแผ่นเหล็กเสริมมีขนาดความหนาเท่ากับ 4 และ 2 mm ตามลำดับ แสดงให้เห็นว่าความหนาของแผ่นเหล็กเสริมมีค่ามากขึ้นจะส่งผลให้อายุความล้ามีค่ามากขึ้นไปด้วย



(ก) หน่วยแรงดึง

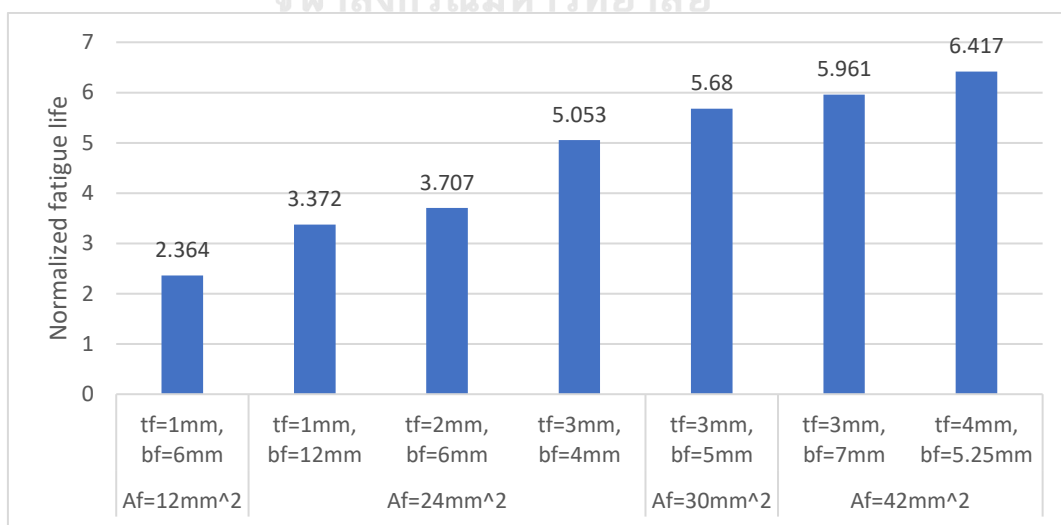


(ข) หน่วยแรงตัด

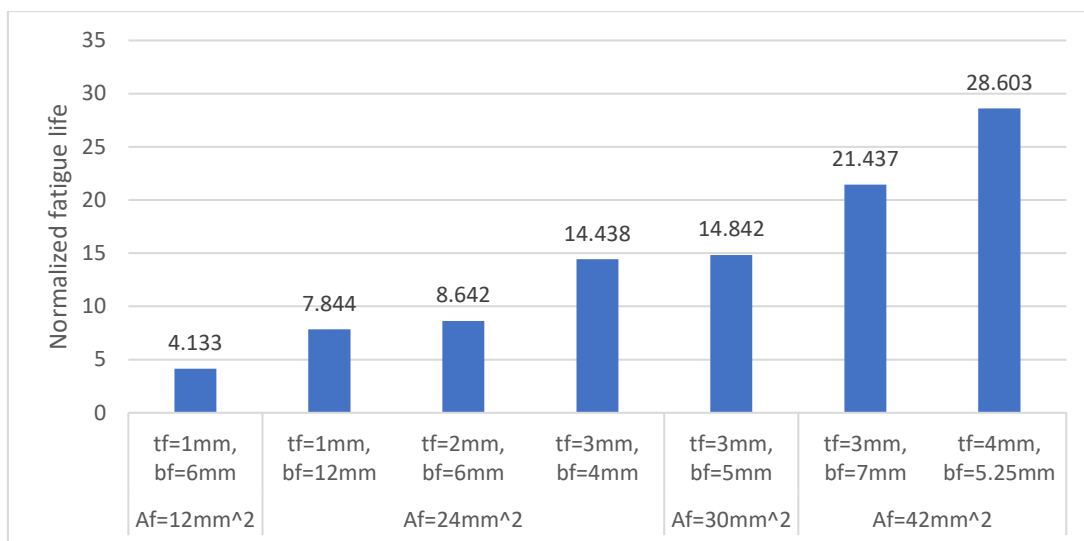
รูปที่ 5.17 ความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้าและขนาดพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างที่เสริมเฉพาะขอบด้านที่พบรอยร้าว

รูปที่ 5.18 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้าและขนาดของพื้นที่หน้าของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างที่เสริมที่ขอบทั้งสองด้านภายใต้หน่วยแรงดึงแสดงในรูปที่ 5.18 (ก) และภายใต้หน่วยแรงดัดแสดงในรูปที่ 5.18 (ข) ผลที่ได้แสดงให้เห็นว่าเมื่อเพิ่มขนาดของพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างจะทำให้อายุความล้ามีค่ามากขึ้น เมื่อพิจารณาที่  $A_f$  มีค่าด้านละ 24 mm<sup>2</sup> จะสังเกตได้ว่าแผ่นเหล็กเสริมมีความหนา 3 mm จะมีอายุความล้ามากที่สุดและรองลงมาคือแผ่นเหล็กเสริมมีความหนา 2 mm และ 1 mm ตามลำดับ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



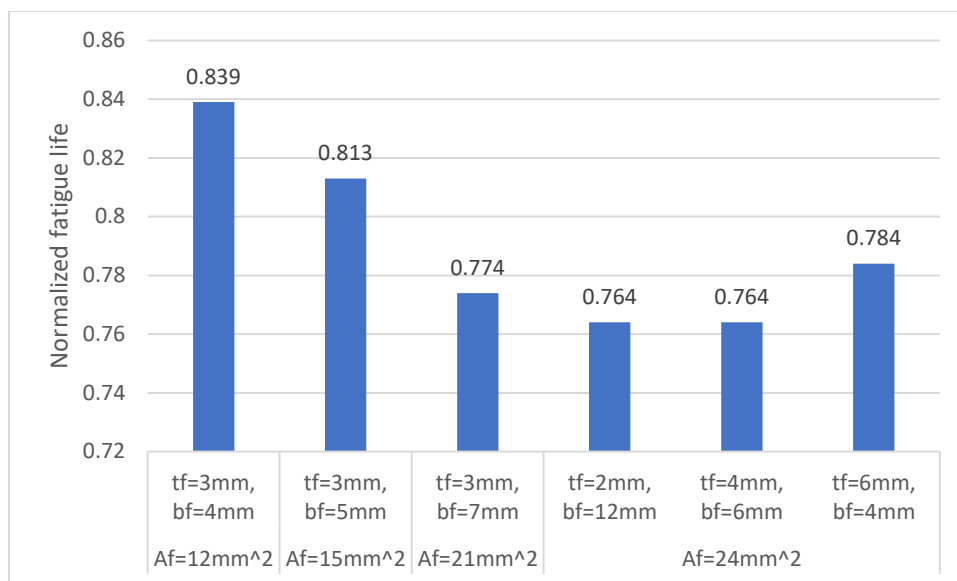
(ก) หน่วยแรงดึง



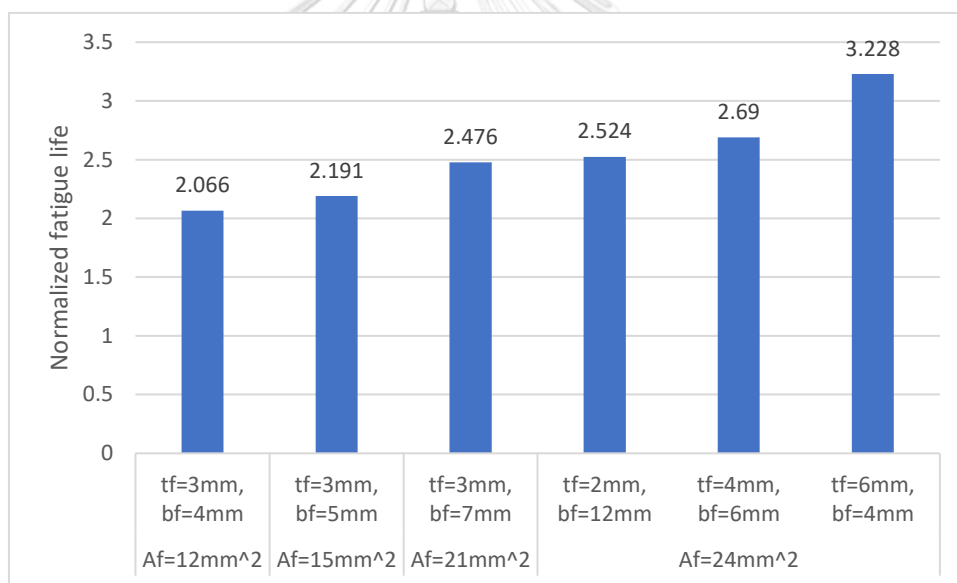
(ข) หน่วยแรงดัด

รูปที่ 5.18 ความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้าและขนาดของพื้นที่หน้าของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างที่เสริมที่ขอบทั้งสองด้าน

รูปที่ 5.19 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้าและขนาดของพื้นที่หน้าของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างเฉพาะขอบด้านที่ไม่พบรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงดึงแสดงในรูปที่ 5.19 (ก) ผลที่ได้แสดงให้เห็นว่าเมื่อเพิ่มขนาดของพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างจะทำให้อายุความล้ามีค่าลดลงเนื่องจากจุดแกนสะเทินของหน้าตัดมีการเปลี่ยนตำแหน่งเข้าไปใกล้กับด้านที่ไม่พบรอยร้าว จึงทำให้เกิดโมเมนต์ดัดเพิ่มขึ้น อีกทั้งเมื่อเพิ่มขนาดของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างจะทำให้อายุความล้ามีค่าลดลงมากขึ้น รูปที่ 5.19 (ข) แสดงภายใต้หน่วยแรงดัดผลที่ได้แสดงให้เห็นว่าเมื่อเพิ่มขนาดของพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างจะทำให้อายุความล้ามีค่ามากขึ้น เมื่อพิจารณาที่  $A_f$  มีค่าตั้งแต่  $24 \text{ mm}^2$  จะสังเกตได้ว่าแผ่นเหล็กเสริมมีความหนา 6 mm จะมีอายุความล้ามากที่สุดและรองลงมาคือแผ่นเหล็กเสริมมีความหนา 4 mm และ 2 mm ตามลำดับ สังเกตได้ว่าทั้งการเสริมเหล็กเฉพาะขอบด้านที่พบรอยร้าวและการเสริมเหล็กด้านข้างทั้งสองด้านจะมีผลลัพธ์ไปในทิศทางเดียวกัน ทั้งภายใต้หน่วยแรงดึงและภายใต้หน่วยแรงดัด ในส่วนของการเสริมแผ่นเหล็กเฉพาะขอบด้านที่ไม่พบรอยร้าว ภายใต้หน่วยแรงดึงจะทำให้อายุความล้ามีค่าลดลง



(ก) หน่วยแรงดึง



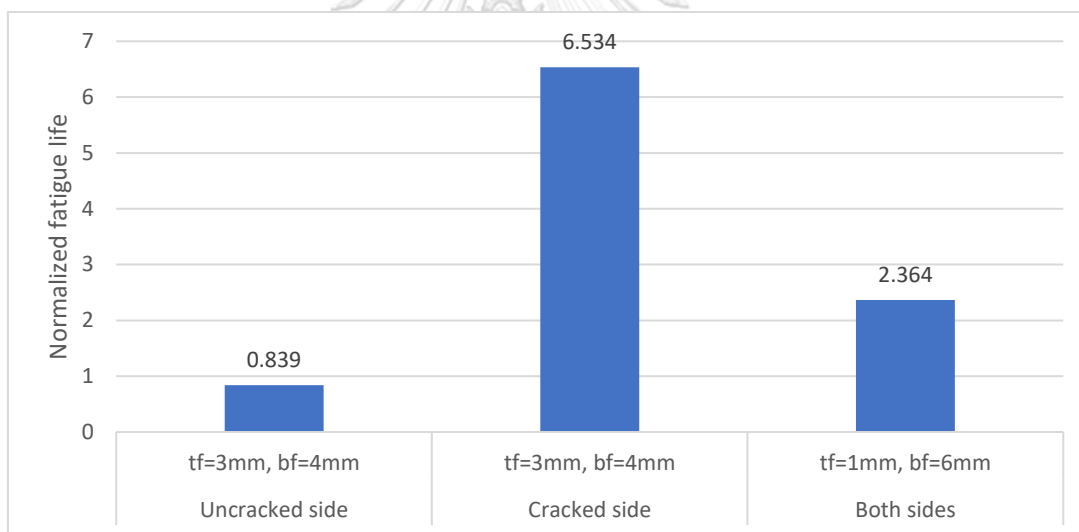
(ข) หน่วยแรงดัด

รูปที่ 5.19 ความสัมพันธ์ระหว่างอายุความล้าและขนาดพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างที่เสริมเฉพาะขอบด้านที่ไม่พบรอยร้าว

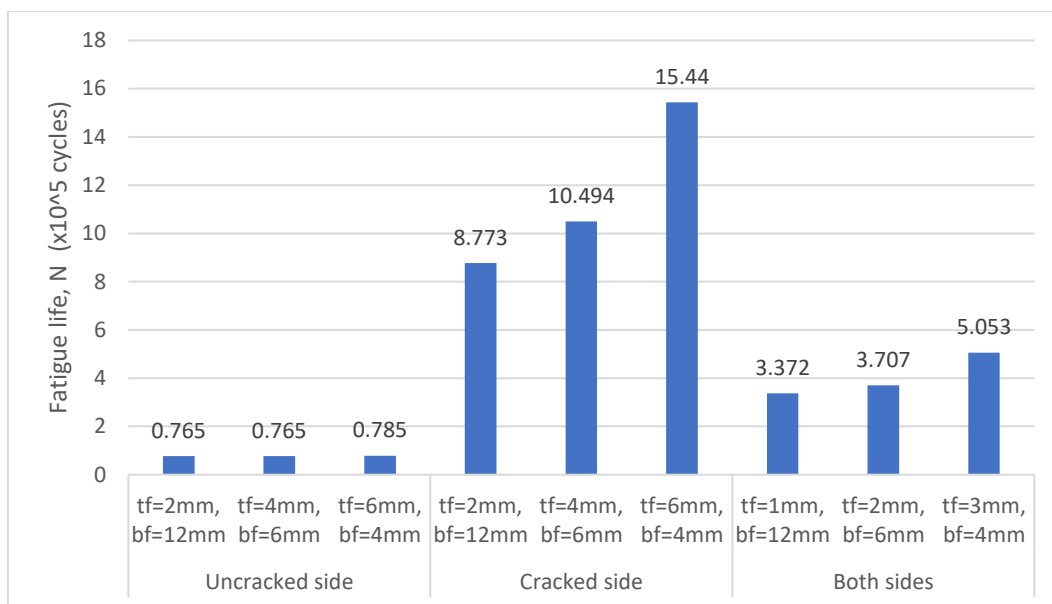
รูปที่ 5.20 และรูปที่ 5.21 แสดงการเปรียบเทียบอายุความล้าของการเสริมแผ่นเหล็กเฉพาะขอบด้านที่พบรอยร้าวกับอายุความล้าของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างทั้งสองด้าน โดยที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างมีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ 12 และ 24 mm<sup>2</sup> รูปที่ 5.20 แสดงให้เห็นว่าภายใต้หน่วยแรงดึง ที่พื้นที่หน้าตัดเหล็กเสริมด้านข้างมีค่าเท่ากับ 12 mm<sup>2</sup> การติดตั้งเหล็กเสริมด้านข้าง



เฉพาะขอบด้านที่พบรอยร้าวมีอายุความล้ามากกว่าการตีแผ่เหล็กทั้งสองด้าน 2.76 เท่า และที่พื้นที่หน้าตัดเท่ากับ  $24 \text{ mm}^2$  พิจารณาค่าอายุความล้าของการเสริมเหล็กเฉพาะขอบด้านที่พบรอยร้าว ที่มีขนาด  $t_f = 6 \text{ mm}$  และ  $b_f = 4 \text{ mm}$  กับค่าอายุความล้าของการเสริมเหล็กที่ขอบทั้งสองด้าน ที่มีขนาด  $t_f = 3 \text{ mm}$  และ  $b_f = 4 \text{ mm}$  แสดงให้เห็นว่าค่าความล้าของการเสริมเหล็กเฉพาะขอบด้านที่พบรอยร้าวมีค่ามากกว่าการเสริมแผ่นเหล็กทั้งสองด้าน 3.06 เท่า และรูปที่ 5.21 แสดงอายุความล้าของการเสริมแผ่นเหล็กภายใต้หน่วยแรงดัด ซึ่งเปรียบเทียบแบบเดียวกันที่พื้นที่หน้าตัดเหล็กเสริมด้านข้างมีค่า  $12 \text{ mm}^2$  อายุความล้าของการเสริมเฉพาะขอบด้านที่พบรอยร้าวมีค่ามากกว่าการเสริมทั้งสองด้าน 2.06 เท่า และที่พื้นที่หน้าตัด  $24 \text{ mm}^2$  มีค่ามากกว่า 3.56 เท่า จากการเปรียบเทียบทั้งภายใต้หน่วยแรงดึงและหน่วยแรงดัดแสดงให้เห็นว่า การเสริมแผ่นเหล็กเฉพาะขอบด้านที่พบรอยร้าวจะมีประสิทธิภาพและความคุ้มค่ามากกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับการเสริมแผ่นเหล็กทั้งสองด้านในขนาดของพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมที่เท่ากัน

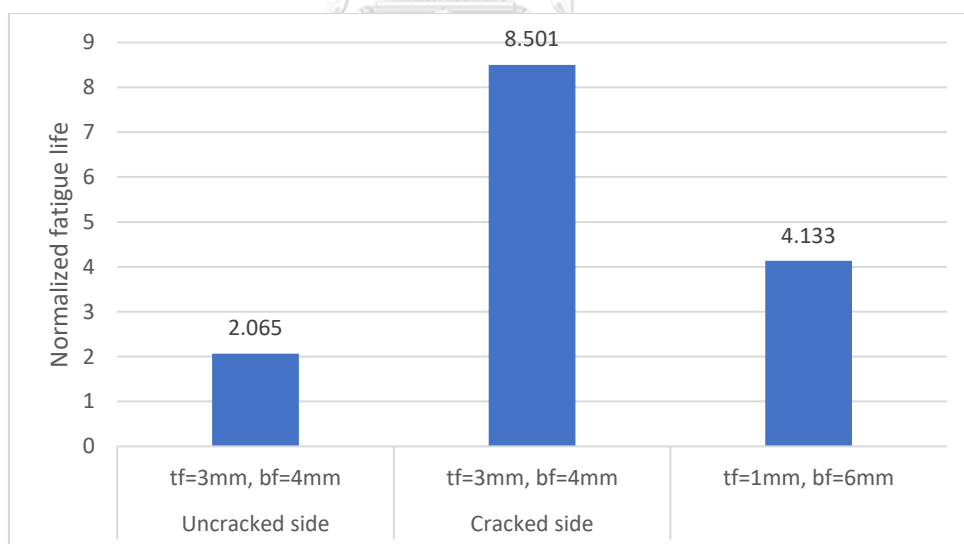


(ก) พื้นที่หน้าตัดแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างเท่ากับ  $12 \text{ mm}^2$

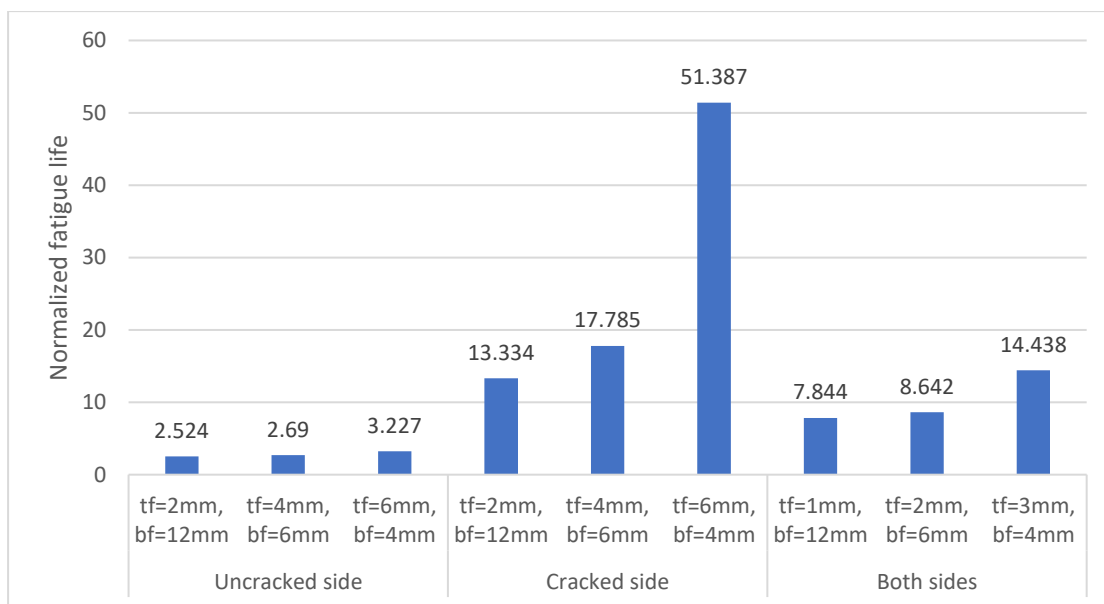


(ข) พื้นที่หน้าตัดแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างเท่ากับ 24 mm<sup>2</sup>

รูปที่ 5.20 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของรูปแบบการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างภายใต้หน่วยแรงดึง



(ก) พื้นที่หน้าตัดแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างเท่ากับ 12 mm<sup>2</sup>

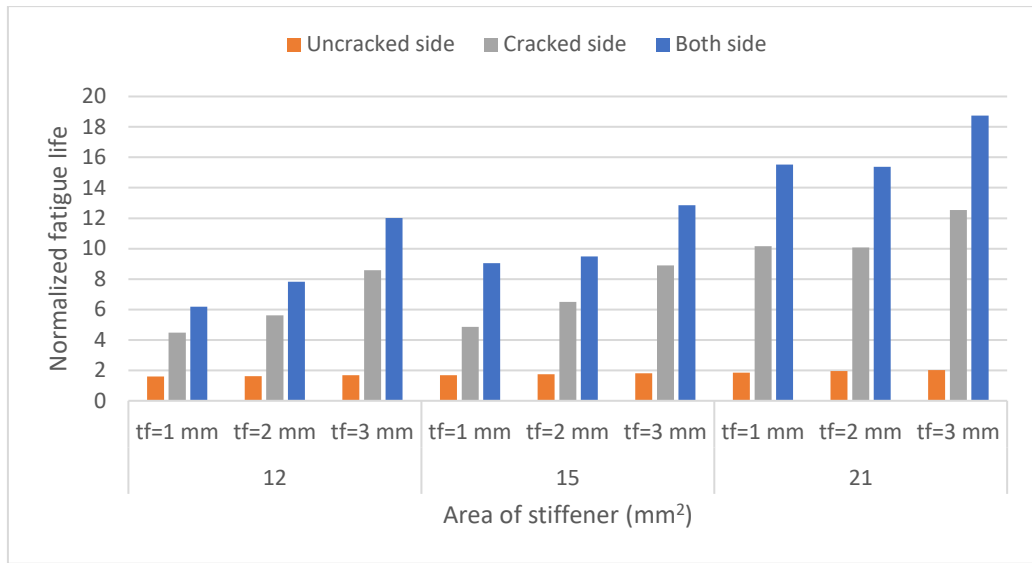


(ข) พื้นที่หน้าตัดแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างเท่ากับ  $24 \text{ mm}^2$

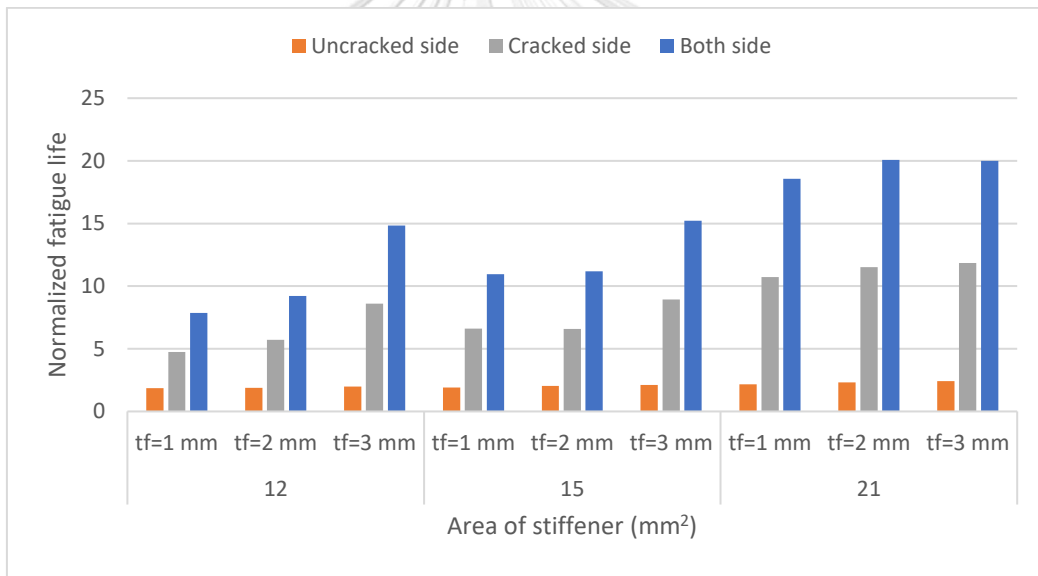
รูปที่ 5.21 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของรูปแบบการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างภายใต้หน่วยแรงคด

#### 5.4.2 ผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กกรณีรับแรงดึงหรือแรงคดร่วมกับแรงเฉือน

ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมความแข็งแรงของชิ้นส่วนที่รับหน่วยแรงดึงหรือหน่วยแรงคดกระทำร่วมกับหน่วยแรงเฉือน โดยจะศึกษาผลกระทบของรูปแบบการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างทั้ง 3 แบบ ดังที่แสดงในรูปที่ 5.16 ผลกระทบของขนาดพื้นที่หน้าตัดแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างและผลกระทบของความหนาของแผ่นเหล็กเสริม ค่าอายุความล้าที่แสดงอยู่ในรูปของตัวแปรไร้หน่วยโดยการนำค่าอายุความล้าที่ได้มาเปรียบเทียบกับอายุความล้าของแผ่นเหล็กที่ไม่ได้มีการติดแผ่นเหล็กเสริม ซึ่งถูกกระทำภายใต้โหมดผสมโดยมีค่า  $\tau/\sigma$  เท่ากับ 2 โดยที่ค่าอายุความล้าของแผ่นเหล็กภายใต้หน่วยแรงเฉือนกระทำร่วมกับหน่วยแรงดึงมีค่าเท่ากับ 185,200 รอบและอายุความล้าของแผ่นเหล็กภายใต้หน่วยแรงเฉือนกระทำร่วมกับหน่วยแรงคดมีค่าเท่ากับ 28,710 รอบ ผลที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 5.22



(ก) หน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดึง



(ข) หน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดัด

รูปที่ 5.22 การเปรียบเทียบอายุความล้าของรูปแบบการซ่อมแซมทั้ง 3 แบบ

ตารางที่ 5.1 อายุความล้าของแบบจำลองที่เสริมด้วยแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างทั้ง 3 แบบ ภายใต้หน่วยแรงเฉือนร่วมกับหน่วยแรงดึง

$A_f$ (mm <sup>2</sup> )	$t_f$ (mm <sup>2</sup> )	Fatigue life ( $\times 10^5$ cycles)		
		Both sides	Uncracked side	Cracked side
12	1	11.434	2.944	8.304
	2	14.486	2.992	10.412
	3	22.228	3.111	15.891
15	1	16.743	3.113	9.017
	2	17.575	3.212	12.033
	3	23.795	3.334	16.489
21	2	28.492	3.604	18.664
	3	34.706	3.732	23.216
	4	40.491	3.848	26.445

ตารางที่ 5.2 อายุความล้าของแบบจำลองที่เสริมด้วยแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างทั้ง 3 แบบ ภายใต้หน่วยแรงเฉือนร่วมกับหน่วยแรงดัด

$A_f$ (mm <sup>2</sup> )	$t_f$ (mm <sup>2</sup> )	Fatigue life ( $\times 10^5$ cycles)		
		Both sides	Uncracked side	Cracked side
12	1	2.257	0.536	1.36
	2	2.648	0.543	1.638
	3	4.257	0.572	2.472
15	1	3.145	0.545	1.901
	2	3.211	0.584	1.89
	3	4.367	0.604	2.567
21	2	5.743	0.662	3.309
	3	5.763	0.692	3.402
	4	8.407	0.719	4.666

จากตารางที่ 5.1 และ 5.2 แสดงผลที่ได้จากการติดแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างที่ส่งผลกับอายุ ความล้าพิจารณาออกเป็นประเด็นได้ดังนี้

ผลกระทบของความหนาของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้าง

เมื่อพิจารณาการติดแผ่นเหล็กเสริมเฉพาะขอบด้านที่พบรอยร้าวและการติดที่ขอบทั้งสอง ด้าน ความหนาของแผ่นเหล็กมีผลกระทบโดยตรงกับอายุความล้า จากตารางเมื่อพิจารณาอายุความ ล้าของแบบจำลองที่ทุกค่าของ  $A_f$  ทั้งในแบบจำลองหน่วยเฉือนกระทำร่วมกับหน่วยแรงดึงและ หน่วยแรงดัดจะแสดงให้เห็นว่าที่ขนาด  $A_f$  เดียวกันแต่ความหนาที่แตกต่างกัน แบบจำลองที่มีความ หนามากกว่าจะมีอายุความล้าที่มากกว่า อีกทั้งเมื่อลองเปรียบเทียบอายุความล้าของแบบจำลองเสริม เฉพาะขอบด้านที่พบรอยร้าวโดยที่  $A_f = 12 \text{ mm}^2$  ( $t_f = 3 \text{ mm}$   $b_f = 4 \text{ mm}$ ) มีอายุความล้ามากกว่า  $A_f = 15 \text{ mm}^2$  ( $t_f = 1 \text{ mm}$   $b_f = 15 \text{ mm}$ ) และ  $A_f = 15 \text{ mm}^2$  ( $t_f = 2 \text{ mm}$   $b_f = 7.5 \text{ mm}$ ) อยู่ 1.17 และ 1.13 เท่าตามลำดับ ในรูปแบบการเสริมแผ่นเหล็กที่ติดทั้งสองข้างก็มีผลลัพธ์ที่เป็นไปใน ทิศทางเดียวกัน แต่ในกรณีการติดเฉพาะขอบด้านที่ไม่พบรอยร้าวจากตารางแสดงให้เห็นว่าความหนา มีผลกระทบเพียงเล็กน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับกรณีการติดแผ่นเหล็กเสริมอีกทั้ง 2 รูปแบบ

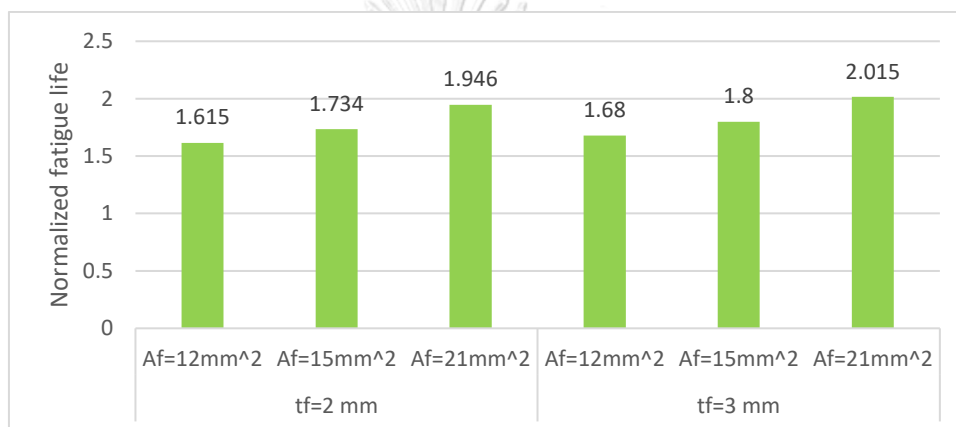
ผลกระทบของพื้นที่หน้าตัด

จากรูปที่ 5.23 และ รูปที่ 5.24 แสดงผลกระทบการเพิ่มขึ้นของขนาดหน้าตัดเหล็กเสริม ด้านข้าง แสดงให้เห็นว่าเมื่อได้เปรียบเทียบ  $A_f$  ใดๆ โดยที่ได้กำหนดการเปรียบเทียบที่ขนาดความ หนาของแผ่นเหล็กเสริมข้างที่มีขนาดเดียวกันที่ 2 และ 3 mm ผลลัพธ์ที่ได้แสดงให้เห็นว่าเมื่อ  $A_f$  มี ค่าเพิ่มขึ้นจะส่งผลกับอายุความล้าให้มามีค่ามากขึ้น ซึ่งจะเป็นไปในแนวเดียวกันทั้ง 3 รูปแบบการติด แผ่นเหล็กเสริมด้านข้าง ในรูปที่ 5.23 (ก) แสดงผลกระทบการเพิ่มขึ้นของพื้นที่หน้าตัดกับอายุความ ล้า ซึ่งสามารถเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์การเพิ่มขึ้นของอายุความล้าที่เสริมแผ่นเหล็กเฉพาะขอบด้านที่ ไม่พบรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดึงของ  $t_f = 2 \text{ mm}$  ที่  $A_f = 15$  และ  $21 \text{ mm}^2$  โดยเทียบกับ  $A_f = 12 \text{ mm}^2$  คือ 7.3 % ( $A_f = 15 \text{ mm}^2$ ) และ 20.4% ( $A_f = 21 \text{ mm}^2$ ) ในกรณี ของ  $t_f = 3 \text{ mm}$  ที่  $A_f = 15$  และ  $21 \text{ mm}^2$  โดยเทียบกับ  $A_f = 12 \text{ mm}^2$  คือ 7.1% ( $A_f = 15 \text{ mm}^2$ ) และ 20% ( $A_f = 21 \text{ mm}^2$ )

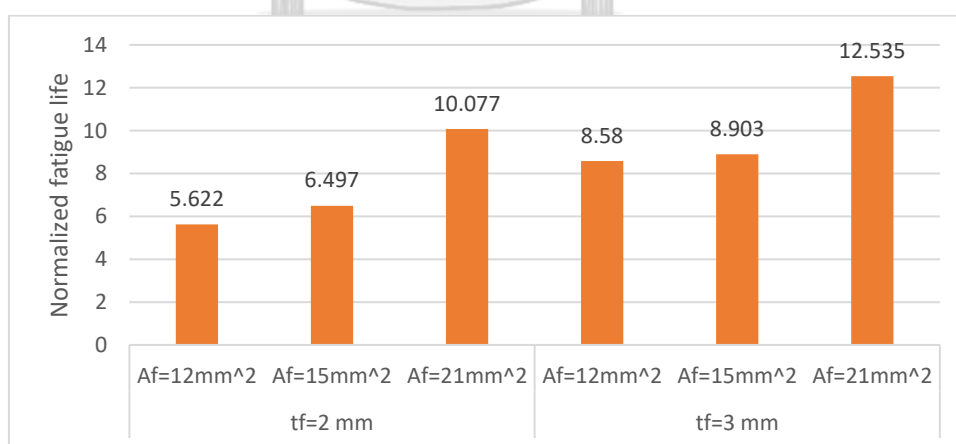
รูปที่ 5.23(ข) แสดงผลกระทบการเพิ่มขึ้นของพื้นที่หน้าตัดกับอายุความล้า ซึ่งสามารถ เปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์การเพิ่มขึ้นของอายุความล้าที่เสริมแผ่นเหล็กเฉพาะขอบด้านที่พบรอยร้าวภายใต้ หน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดึงของ  $t_f = 2 \text{ mm}$  ที่  $A_f = 15$  และ  $21 \text{ mm}^2$  โดยเทียบกับ  $A_f = 12$

mm<sup>2</sup> คือ 15.6 % ( $A_f = 15 \text{ mm}^2$ ) และ 79.3 % ( $A_f = 21 \text{ mm}^2$ ) ในกรณีของ  $t_f = 3 \text{ mm}$  ที่  $A_f = 15$  และ  $21 \text{ mm}^2$  โดยเทียบกับ  $A_f = 12 \text{ mm}^2$  คือ 3.7 % ( $A_f = 15 \text{ mm}^2$ ) และ 46.1 % ( $A_f = 21 \text{ mm}^2$ )

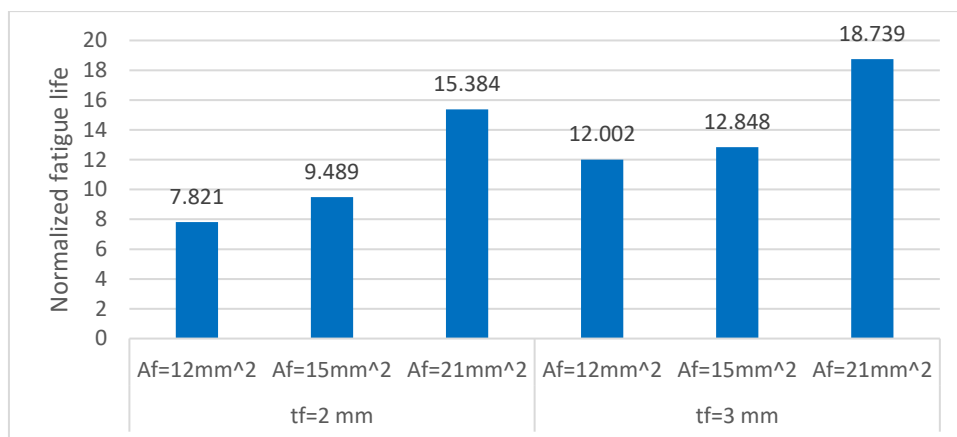
รูปที่ 5.23(ค) แสดงผลกระทบการเพิ่มขึ้นของพื้นที่หน้าตัดกับอายุความล้า ซึ่งสามารถเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์การเพิ่มขึ้นของอายุความล้าที่เสริมแผ่นเหล็กเฉพาะที่ขอบทั้งสองด้านภายใต้หน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดึงของ  $t_f = 2 \text{ mm}$  ที่  $A_f = 15$  และ  $21 \text{ mm}^2$  โดยเทียบกับ  $A_f = 12 \text{ mm}^2$  คือ 21.3 % ( $A_f = 15 \text{ mm}^2$ ) และ 96.6 % ( $A_f = 21 \text{ mm}^2$ ) ในกรณีของ  $t_f = 3 \text{ mm}$  ที่  $A_f = 15$  และ  $21 \text{ mm}^2$  โดยเทียบกับ  $A_f = 12 \text{ mm}^2$  คือ 7.0 % ( $A_f = 15 \text{ mm}^2$ ) และ 56.1 % ( $A_f = 21 \text{ mm}^2$ )



(ก) การเสริมแผ่นเหล็กเฉพาะขอบด้านที่ไม่พบรอยร้าว



(ข) การเสริมแผ่นเหล็กเฉพาะขอบด้านที่พบรอยร้าว



(ค) การเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบทั้งสองด้าน

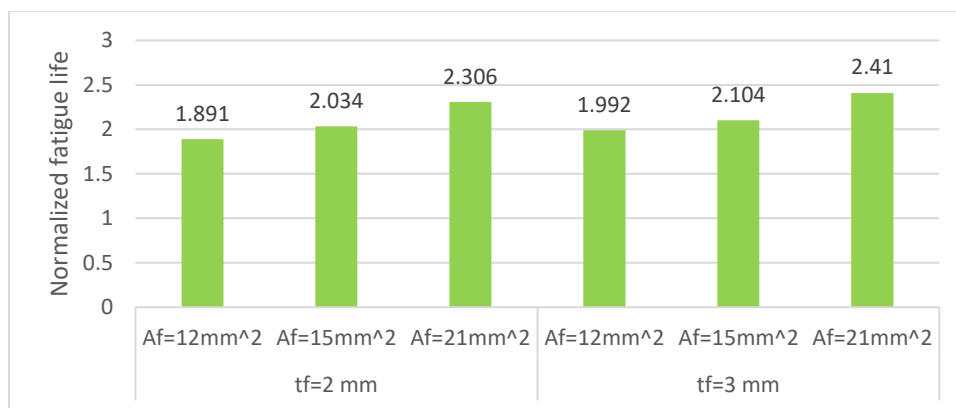
รูปที่ 5.23 ผลกระทบของขนาดพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างภายใต้หน่วยแรงเฉือนกระทำร่วมกับหน่วยแรงดึง

รูปที่ 5.24(ก) แสดงผลกระทบการเพิ่มขึ้นของพื้นที่หน้าตัดกับอายุความล้า ซึ่งสามารถเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์การเพิ่มขึ้นของอายุความล้าที่เสริมแผ่นเหล็กเฉพาะขอบด้านที่ไม่พบรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดึงของ  $t_f = 2$  mm ที่  $A_f = 15$  และ 21 mm<sup>2</sup> โดยเทียบกับ  $A_f = 12$  mm<sup>2</sup> คือ 7.6 % ( $A_f = 15$  mm<sup>2</sup>) และ 21.9 % ( $A_f = 21$  mm<sup>2</sup>) ในกรณีของ  $t_f = 3$  mm ที่  $A_f = 15$  และ 21 mm<sup>2</sup> โดยเทียบกับ  $A_f = 12$  mm<sup>2</sup> คือ 5.6% ( $A_f = 15$  mm<sup>2</sup>) และ 21 % ( $A_f = 21$  mm<sup>2</sup>)

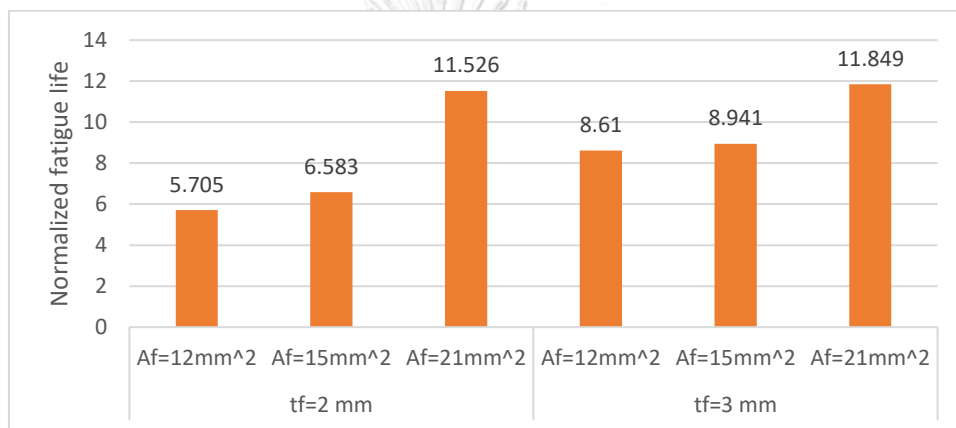
รูปที่ 5.24(ข) แสดงผลกระทบการเพิ่มขึ้นของพื้นที่หน้าตัดกับอายุความล้า ซึ่งสามารถเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์การเพิ่มขึ้นของอายุความล้าที่เสริมแผ่นเหล็กเฉพาะขอบด้านที่พบรอยร้าวภายใต้หน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดึงของ  $t_f = 2$  mm ที่  $A_f = 15$  และ 21 mm<sup>2</sup> โดยเทียบกับ  $A_f = 12$  mm<sup>2</sup> คือ 15.4 % ( $A_f = 15$  mm<sup>2</sup>) และ 102 % ( $A_f = 21$  mm<sup>2</sup>) ในกรณีของ  $t_f = 3$  mm ที่  $A_f = 15$  และ 21 mm<sup>2</sup> โดยเทียบกับ  $A_f = 12$  mm<sup>2</sup> คือ 3.8% ( $A_f = 15$  mm<sup>2</sup>) และ 37.6 % ( $A_f = 21$  mm<sup>2</sup>)

รูปที่ 5.24(ค) แสดงผลกระทบการเพิ่มขึ้นของพื้นที่หน้าตัดกับอายุความล้า ซึ่งสามารถเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์การเพิ่มขึ้นของอายุความล้าที่เสริมแผ่นเหล็กเฉพาะที่ขอบทั้งสองด้านภายใต้หน่วยแรงเฉือนและหน่วยแรงดึงของ  $t_f = 2$  mm ที่  $A_f = 15$  และ 21 mm<sup>2</sup> โดยเทียบกับ  $A_f = 12$  mm<sup>2</sup> คือ 21.2 % ( $A_f = 15$  mm<sup>2</sup>) และ 35.4 % ( $A_f = 21$  mm<sup>2</sup>) ในกรณีของ  $t_f = 3$  mm ที่  $A_f = 15$  และ 21 mm<sup>2</sup> โดยเทียบกับ  $A_f = 12$  mm<sup>2</sup> คือ 2.5 % ( $A_f = 15$  mm<sup>2</sup>) และ 35.4 % ( $A_f = 21$  mm<sup>2</sup>)

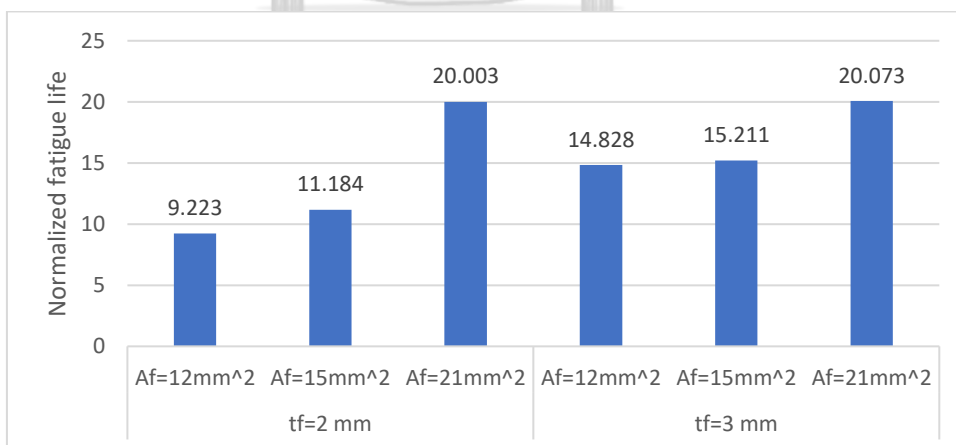




(ก) การเสริมแผ่นเหล็กเฉพาะขอบด้านที่ไม่พบรอยร้าว



(ข) การเสริมแผ่นเหล็กเฉพาะขอบด้านที่พบรอยร้าว

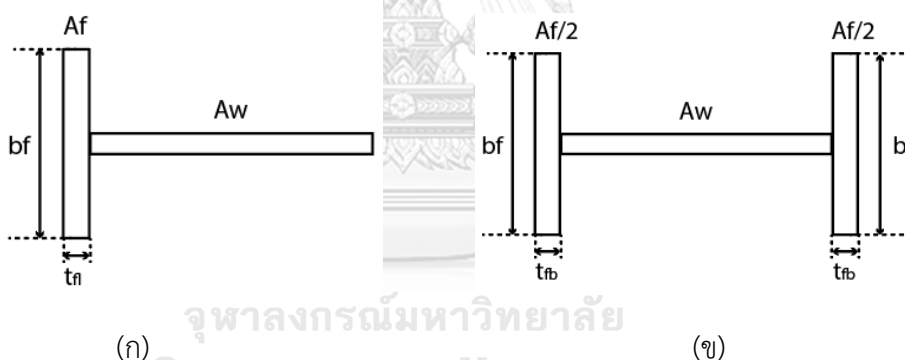


(ค) การเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบทั้งสองด้าน

รูปที่ 5.24 ผลกระทบของขนาดพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างภายใต้หน่วยแรงเฉือนกระทำร่วมกับหน่วยแรงดัด

ผลกระทบของรูปแบบการติดแผ่นเหล็กเสริมด้านข้าง

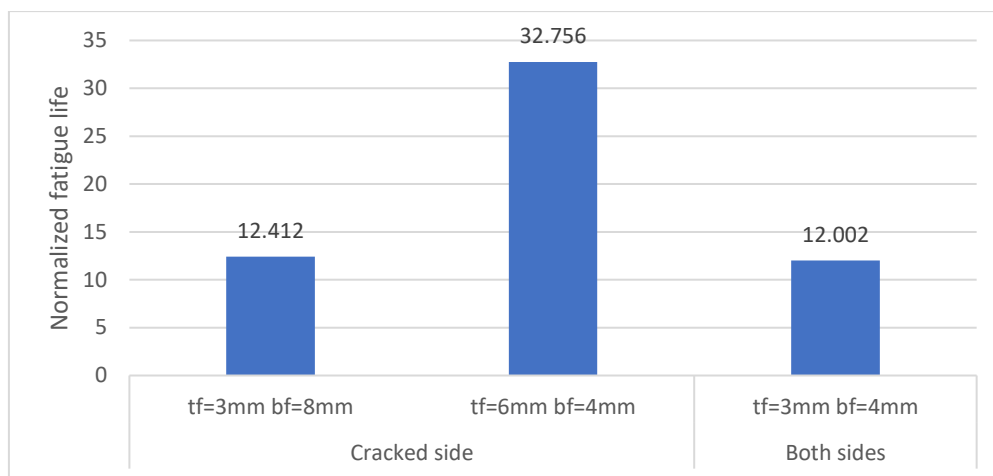
จากรูปที่ 5.25 แสดงรูปแบบการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการติดแผ่นเหล็กเฉพาะด้านที่พบรอยร้าวเทียบกับการติดแผ่นเหล็กที่ขอบทั้งสองด้าน โดยที่ทั้ง 2 รูปแบบมีค่า  $A_f$  เท่ากัน และรูปที่ 5.26 แสดงให้เห็นว่า ถ้าความหนาของแผ่นเหล็กที่ค่าเท่ากัน ค่าอายุความล้าของทั้ง 2 แบบการติดแผ่นเหล็กเสริมจะมีค่าที่ใกล้เคียงกัน แต่เมื่อพิจารณาที่ความหนาของแผ่นเหล็กที่ติดเฉพาะด้านที่พบรอยร้าวมีค่าความหนาเป็น 2 เท่าของ  $t_{fb}$  จะส่งผลให้อายุความล้ามีค่ามากขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ โดยในกรณีของหน่วยแรงเฉือนกระทำร่วมกับหน่วยแรงดึงค่าอายุความล้าของแผ่นเหล็กที่มีการเสริมเฉพาะด้านที่พบรอยร้าวมีค่ามากกว่าอายุความล้าของการเสริมด้วยแผ่นเหล็กทั้งสองด้านเท่ากับ 2.97 เท่าและในกรณีของการกระทำของหน่วยแรงเฉือนกระทำร่วมกับหน่วยแรงดัดอายุความล้าของการเสริมเฉพาะด้านที่พบรอยร้าวมีค่ามากกว่าการเสริมแผ่นเหล็กทั้งสองด้านเท่ากับ 3.46 เท่า จากผลที่ได้สังเกตได้ว่าในปริมาณของขนาดพื้นที่หน้าตัดเหล็กที่เท่ากันการติดแผ่นเหล็กเฉพาะด้านที่พบรอยร้าวจะมีประสิทธิภาพมากกว่าความประหยัดในการซ่อมแซมมากกว่าการติดแผ่นเหล็กทั้งสองด้าน



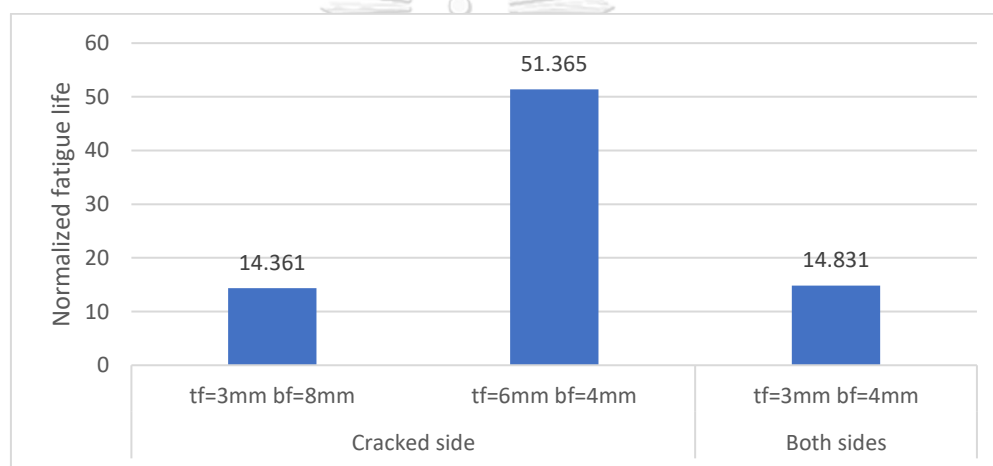
(ก)

(ข)

รูปที่ 5.25 รูปแบบการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างของ (ก) การติดแผ่นเหล็กเฉพาะด้านที่พบรอยร้าวเทียบกับ (ข) การติดแผ่นเหล็กที่ขอบทั้งสองด้าน



(ก) หน่วยแรงเฉือนกระทำร่วมกับหน่วยแรงดึง



(ข) หน่วยแรงเฉือนกระทำร่วมกับหน่วยแรงดัด

รูปที่ 5.26 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของรูปแบบการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างภายใต้โหมดผสม

ผลที่ได้จากการศึกษาการซ่อมแซมด้วยการติดแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างมีผลกระทบโดยตรงกับอายุความล้า โดยแบ่งออกได้เป็น 3 กรณีคือ 1. พื้นที่หน้าตัดแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างมีขนาดใหญ่ขึ้น จะทำให้อายุความล้ามีค่ามากขึ้น 2. ความหนามีผลกระทบโดยตรงกับอายุความล้า ในกรณีที่พื้นที่หน้าตัดมีค่าเท่ากัน แต่แตกต่างกันที่ขนาดความหนาและความกว้าง แบบจำลองที่มีความหนามากกว่า จะมีอายุความล้าที่มากกว่า 3. รูปแบบของการซ่อมแซมโดยเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างจะมีผลอย่างมากกับอายุความล้า โดยที่การเสริมแผ่นเหล็กไว้เฉพาะด้านที่พบรอยร้าวจะส่งผลให้อายุความล้ามีค่าเพิ่มขึ้นอย่างมาก รองลงมาคือการเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบทั้งสองด้านและส่งผลกับอายุความล้าน้อยที่สุดคือการเสริมเฉพาะด้านที่พบรอยร้าว

## บทที่ 6

### สรุปและข้อเสนอแนะ

การศึกษานี้ได้ประยุกต์ใช้วิธี XFEM ในการวิเคราะห์การเติบโตของรอยร้าวลำเนื่องจากแรงกระทำภายใต้โหมดผสมของแผ่นเหล็ก โดยวิธี XFEM สามารถประเมิน SIF อายุความล้าและวิถียรอยร้าวที่เกิดจากผลกระทบของแรงกระทำภายใต้โหมดผสมได้อย่างเหมาะสมและจากการศึกษาผลกระทบของปัจจัยต่างๆต่ออายุความล้าและวิถียรอยร้าวของแผ่นเหล็ก โดยมีข้อสรุปและแนวทางในการซ่อมแซมความเสียหายดังนี้

1. มุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นมีผลต่ออายุความล้าและพฤติกรรมการเติบโตของรอยร้าวลำ โดยที่รอยร้าวลำจะเติบโตได้ยากขึ้นเมื่อมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นที่กระทำกับแกน  $x$  มีค่ามากขึ้น สำหรับ  $\tau/\sigma_t$  และ  $\tau/\sigma_b$  เท่ากับศูนย์ วิถีของรอยร้าวเข้าสู่แนวราบ (โหมด 1) ในทุกกรณีของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น สำหรับ  $\tau/\sigma_t$  และ  $\tau/\sigma_b$  อื่นๆ วิถีของรอยร้าวมีทิศเบี่ยงลง และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นที่เพิ่มขึ้นทำให้อายุความล้ามีค่ามากขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ โดยเฉพาะเมื่อมุมเอียงมากกว่า 45 องศา ทั้งนี้ เนื่องจากการเติบโตของรอยร้าวในช่วงแรกเมื่อ  $45 < \theta \leq 90$  อัตราการเติบโตของรอยร้าวจะลดลง เนื่องจาก  $\Delta K_{eq}$  ( $K_I$  และ  $K_{II}$  ที่ลดลง) ที่ลดลงตามมุมเอียงที่มากขึ้น

2. อัตราส่วนระหว่าง  $\tau/\sigma_t$  หรือ  $\tau/\sigma_b$  มีผลต่อ  $\Delta K_{eq}$  และอายุความล้า โดยพบว่าเมื่ออัตราส่วน  $\tau/\sigma_t$  และ  $\tau/\sigma_b$  มากขึ้น  $\Delta K_{eq}$  มีค่ามากขึ้นส่งผลให้อายุความล้ามีค่าลดลง เมื่อเปรียบเทียบอายุความล้ากับแบบจำลองที่รับเฉพาะแรงดึงและแรงดัดจะเห็นชัดว่าแรงเฉือนที่ร่วมกระทำจะส่งผลกระทบต่ออย่างมากกับอายุความล้า และเมื่อแรงเฉือนมีค่าเพิ่มขึ้นส่งผลให้วิถียรอยร้าวมีทิศทางเบี่ยงลงมากขึ้นเมื่อเทียบกับแนวราบ (วิถียรอยร้าวของแผ่นเหล็กภายใต้โหมด 1) เนื่องจาก  $K_{II}$  มีค่ามากขึ้นทำให้  $\theta_p$  มีค่ามากขึ้นตามไปด้วย สอดคล้องกับ  $\tau/\sigma_t$  และ  $\tau/\sigma_b$  ที่มีค่าสูงขึ้น

3. ขนาดรอยร้าวเริ่มต้นส่งผลกับอายุความล้าโดยแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวเริ่มต้นที่ขนาดเล็กจะมีค่าอายุความล้าที่มากกว่าแผ่นเหล็กที่มีรอยร้าวเริ่มต้นขนาดใหญ่กว่า

4. การซ่อมแซมแผ่นเหล็กที่ตรวจพบรอยร้าวที่ขอบสามารถทำได้ด้วยการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้าง โดยมีประสิทธิภาพดีทั้งในชิ้นส่วนที่รับเฉพาะหน่วยแรงดึง หรือหน่วยแรงดัด (โหมด 1) และชิ้นส่วนที่รับแรงภายใต้หน่วยแรงเฉือนกระทำร่วมกับหน่วยแรงดึง หรือหน่วยแรงเฉือนกระทำร่วมกับหน่วยแรงดัด (โหมดผสม) ซึ่งสามารถสรุปแบ่งได้ออกเป็น 3 กรณีคือ

4.1 ความหนาของแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างมีผลกับอายุความล้าอย่างมีนัยสำคัญ เมื่อรูปแบบการติดเป็นการติดเฉพาะด้านที่พบรอยร้าว (ด้านที่มีรอยร้าวเริ่มต้น) หรือการติดที่ขอบทั้งสองด้านทั้งกรณีรอยร้าวเดิโศภายใต้โศมด 1 หรือโศมดผสม สำหรับ  $A_f = 21 \text{ mm}^2$  โดย  $t_f = 3$  และ  $4 \text{ mm}$  (ภายใต้แรงเฉือนกระทำร่วมกับแรงดึง) อายุความล้ามีค่าเพิ่มขึ้น 24.3 และ 41.7 % เมื่อเทียบกับอายุความล้าที่  $t_f = 2 \text{ mm}$

4.2 ขนาดหน้าตัดเหล็กเสริมด้านข้างเพิ่มขึ้นจะส่งผลให้อายุความล้ามีค่ามากขึ้น ในทุกรูปแบบการติดแผ่นเหล็กเสริมด้านข้าง

4.3 การเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างเฉพาะด้านที่ไม่พบรอยร้าว ในแบบจำลองที่รับเฉพาะหน่วยแรงดึง ไม่เหมาะสมอย่างยิ่ง เพราะจะทำให้อายุความล้ามีค่าลดลง

4.4 รูปแบบการติดแผ่นเหล็กเสริมด้านข้างแสดงให้เห็นว่า การติดเฉพาะด้านที่พบรอยร้าวจะทำให้อายุความล้าเพิ่มขึ้นมากที่สุด รองลงมาคือการเสริมที่ขอบทั้งสองด้านและสุดท้ายคือการติดเฉพาะด้านที่ไม่พบรอยร้าว จะส่งผลให้อายุความล้ามีค่าเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยเมื่อเทียบกับอีกสองรูปแบบ

### ข้อเสนอแนะ

การศึกษานี้เป็นการศึกษาแบบจำลองเชิงตัวเลขของการเดิโศของรอยร้าวล้าภายใต้โศมดผสม ระหว่างโศมด 1 และโศมด 2 ซึ่งภายใต้ข้อจำกัดของการศึกษาครั้งนี้ จึงทำให้งานนี้ยังมีอีกหลายหัวข้อที่จะใช้เป็นการศึกษาเพิ่มเติมต่อไป

- การศึกษาการเดิโศของรอยร้าวภายใต้โศมดผสมโดยที่มีแรงกระทำที่ทำให้เกิดโศมดที่ 3 ร่วมด้วย
- การศึกษาผลกระทบของรูเจาะที่ส่งผลกับค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นและค่าอายุความล้า
- การศึกษาผลกระทบของแผ่นเหล็กภายใต้โศมดผสมที่ประกอบรอยร้าวเริ่มต้นมากกว่าหนึ่งรอยร้าว
- การศึกษาผลกระทบของอายุความล้าที่ซ่อมแซมด้วยการติดแผ่นพอลิเมอร์เสริมเส้นใยคาร์บอน (CFRP)

- การศึกษาผลกระทบของอายุความล่าภายใต้แรงกระทำแบบแอมพลิจูดแบบไม่คงที่



## บรรณานุกรม

1. Maiti, S.K., *Fracture mechanics: fundamentals and applications*. 2015: Cambridge University Press.
2. Souiyah, M., A. Muchtar, and A.K. Ariffin. *On the Crack Propagation Trajectory of Central Cracked Plates under Mixed Mode Loading Conditions*. in *Key Engineering Materials*. 2011. Trans Tech Publ.
3. Nor, K.M., M.N. Ibrahim, and M.A. Choiron, *An overview of fracture mechanics with ANSYS*. Mechanical Engineering, 2018. **10**(5): p. 59-67.
4. Walters, M.C., G.H. Paulino, and R.H. Dodds Jr, *Interaction integral procedures for 3-D curved cracks including surface tractions*. Engineering Fracture Mechanics, 2005. **72**(11): p. 1635-1663.
5. Bouchard, P.-O., F. Bay, and Y. Chastel, *Numerical modelling of crack propagation: automatic remeshing and comparison of different criteria*. Computer methods in applied mechanics and engineering, 2003. **192**(35-36): p. 3887-3908.
6. Hung The, D., *Analysis of distortion-induced fatigue crack at the web gap of i-beam in steel bridges*. 2012, Chulalongkorn University.
7. Aygül, M., et al., *Investigation of distortion-induced fatigue cracked welded details using 3D crack propagation analysis*. International journal of fatigue, 2014. **64**: p. 54-66.
8. Wanchalerm, T., *Numerical simulation for fatigue crack propagation in steel beams with welded transverse stiffeners*. 2015, Chulalongkorn University.
9. Tang, H., S. Chen, and S. Xue. *Numerical Simulation of Fatigue Crack Propagation in Steel Bridge with Welded Stiffeners Subjected to Out-of-plane Loadings*. in *2019 International Conference on Modeling, Simulation, Optimization and Numerical Techniques (SMONT 2019)*. 2019. Atlantis Press.
10. Fageehi, Y.A. and A.M. Alshoaibi, *Numerical simulation of mixed-mode fatigue crack growth for compact tension shear specimen*. Advances in Materials Science and Engineering, 2020. **2020**.

11. Belytschko, T. and T. Black, *Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing*. International journal for numerical methods in engineering, 1999. **45**(5): p. 601-620.
12. Moës, N., J. Dolbow, and T. Belytschko, *A finite element method for crack growth without remeshing*. International journal for numerical methods in engineering, 1999. **46**(1): p. 131-150.
13. Dolbow, J.E., *An extended finite element method with discontinuous enrichment for applied mechanics*. 2000.
14. Giner, E., et al., *Extended finite element method for fretting fatigue crack propagation*. International Journal of Solids and Structures, 2008. **45**(22-23): p. 5675-5687.
15. Vethe, S., *Numerical simulation of fatigue crack growth*. 2012, Institutt for produktutvikling og materialer.
16. Singh, I., et al., *The numerical simulation of fatigue crack growth using extended finite element method*. International Journal of Fatigue, 2012. **36**(1): p. 109-119.
17. Pathak, H., A. Singh, and I.V. Singh, *Fatigue crack growth simulations of 3-D problems using XFEM*. International Journal of Mechanical Sciences, 2013. **76**: p. 112-131.
18. Amiri Rad, A., M. Forouzan, and A. Sadeghi Dolatabadi, *Three-dimensional fatigue crack growth modelling in a helical gear using extended finite element method*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2014. **37**(6): p. 581-591.
19. Zhan, Z., et al., *Continuum damage mechanics combined with the extended finite element method for the total life prediction of a metallic component*. International Journal of Mechanical Sciences, 2017. **124**: p. 48-58.
20. Mahmoud, H.N. and P.A. Miller, *Distortion-induced fatigue crack growth*. Journal of Bridge Engineering, 2016. **21**(2): p. 04015041.
21. Wang, C.-s., et al., *Numerical simulation of distortion-induced fatigue crack growth using extended finite element method*. Structure and Infrastructure Engineering, 2020. **16**(1): p. 106-122.



22. Hedayati, E. and M. Vahedi, *Using extended finite element method for computation of the stress intensity factor, crack growth simulation and predicting fatigue crack growth in a slant-cracked plate of 6061-T651 aluminum*. World Journal of Mechanics, 2014.
23. Sharma, K., S. Bhattacharya, and V. Sonkar, *XFEM simulation on mixed-mode fatigue crack growth of functionally graded materials*. Journal of Mechanical Engineering and Biomechanics, 2016. **1**(1): p. 46-55.
24. Bergara, A., et al., *Fatigue crack propagation in complex stress fields: Experiments and numerical simulations using the Extended Finite Element Method (XFEM)*. International Journal of Fatigue, 2017. **103**: p. 112-121.
25. Dirik, H. and T. Yalçinkaya, *Crack path and life prediction under mixed mode cyclic variable amplitude loading through XFEM*. International Journal of Fatigue, 2018. **114**: p. 34-50.
26. Porter, T.R., *Method of analysis and prediction for variable amplitude fatigue crack growth*. Engineering Fracture Mechanics, 1972. **4**(4): p. 717-736.
27. Ru, Z.-l. and H.-b. Zhao, *Evaluation of mixed-mode stress intensity factors by extended finite element method*. Journal of Central South University, 2013. **20**(5): p. 1420-1425.
28. Aliabadi, M., D. Cartwright, and D. Rooke, *Fracture-mechanics weight-functions by the removal of singular fields using boundary element analysis*. International journal of fracture, 1989. **40**(4): p. 271-284.
29. Grbović, A., et al., *Fatigue crack paths in light aircraft wing spars*. International Journal of Fatigue, 2019. **123**: p. 96-104.
30. Solob, A., et al., *XFEM based analysis of fatigue crack growth in damaged wing-fuselage attachment lug*. Engineering Failure Analysis, 2020. **112**: p. 104516.
31. Đukić, D., et al., *Stress intensity factors numerical calculations for two penny shaped cracks in the elastic solid*. Engineering Failure Analysis, 2020. **112**: p. 104507.
32. Srivastava, A.K., P. Arora, and H. Kumar, *Numerical and experiment fracture modeling for multiple cracks of a finite aluminum plate*. International Journal of Mechanical Sciences, 2016. **110**: p. 1-13.

33. Sharma, K., *Crack interaction studies using XFEM technique*. Journal of Solid Mechanics, 2014. **6**(4): p. 410-421.
34. Grbović, A., et al., *Effect of laser beam welded reinforcement on integral skin panel fatigue life*. Engineering Failure Analysis, 2019. **101**: p. 383-393.
35. Liu, X., Q. Xiao, and B.L. Karihaloo, *XFEM for direct evaluation of mixed mode SIFs in homogeneous and bi-materials*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004. **59**(8): p. 1103-1118.
36. Edke, M.S. and K.-H. Chang, *Shape sensitivity analysis for 2D mixed mode fractures using extended FEM (XFEM) and level set method (LSM)#*. Mechanics based design of structures and machines, 2010. **38**(3): p. 328-347.
37. Matsumoto, T., M. Tanaka, and R. Obara, *Computation of stress intensity factors of interface cracks based on interaction energy release rates and BEM sensitivity analysis*. Engineering Fracture Mechanics, 2000. **65**(6): p. 683-702.
38. Geniaut, S. and E. Galenne, *A simple method for crack growth in mixed mode with X-FEM*. International Journal of Solids and Structures, 2012. **49**(15-16): p. 2094-2106.
39. จีรพงศ์ กสิวิทย์อำนวย, กลศาสตร์การแตกหัก. . 2553, ม.ป.ท.
40. Erdogan, F. and G. Sih, *On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear*. 1963.
41. Khoei, A.R., *Extended finite element method: theory and applications*. 2014: John Wiley & Sons.
42. Stolarska, M., et al., *Modelling crack growth by level sets in the extended finite element method*. International journal for numerical methods in Engineering, 2001. **51**(8): p. 943-960.
43. Shih, C., B. Moran, and T. Nakamura, *Energy release rate along a three-dimensional crack front in a thermally stressed body*. International Journal of fracture, 1986. **30**(2): p. 79-102.
44. Tada, H., P. Paris, and G. Irwin, *The analysis of cracks handbook*. New York: ASME Press, 2000. **2**: p. 1.
45. Hosseini, A., et al., *Mixed mode I/II fatigue crack arrest in steel members using*

- prestressed CFRP reinforcement*. International Journal of Fatigue, 2019. **127**: p. 345-361.
46. Albrecht, P., A. Lenwari, and D. Feng, *Stress intensity factors for structural steel I-beams*. Journal of structural engineering, 2008. **134**(3): p. 421-429.
47. BSI, B.S.I., *Guide to methods for assessing the acceptability of flaws in metallic structures*, in *BS 7910*. 2013: London.
48. Huang, C., T. Chen, and S. Feng, *Finite element analysis of fatigue crack growth in CFRP-repaired four-point bend specimens*. Engineering Structures, 2019. **183**: p. 398-407.



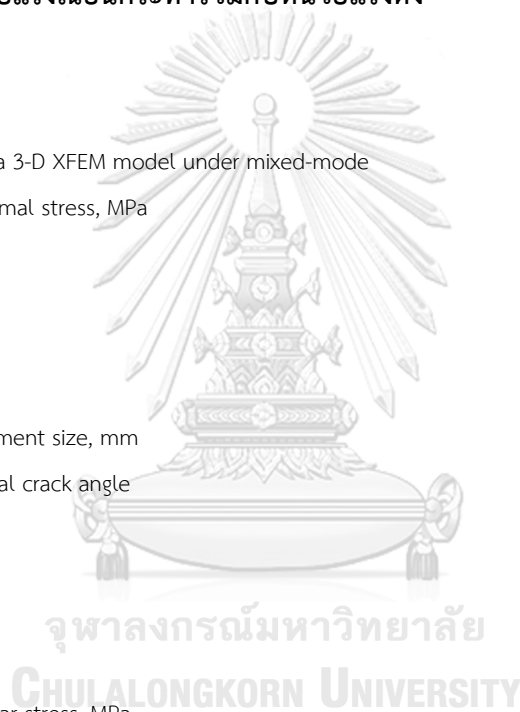
## ภาคผนวก ก

### แบบจำลองการเติบโตของรอยร้าวล้าภายใต้โหมดผสม โดยใช้วิธี XFEM ในโปรแกรม ANSYS

ในงานวิจัยนี้ ได้ใช้โปรแกรม ANSYS V.2020R1 ในการเขียนคำสั่งสำหรับการคำนวณการเติบโตของรอยร้าวล้าภายใต้โหมดผสม โดยที่หน่วยแรงกระทำจะประกอบไปด้วย แบบจำลองหน่วยแรงเฉือนกระทำร่วมกับหน่วยแรงดึงและแบบจำลองหน่วยแรงเฉือนกระทำร่วมกับหน่วยแรงดัด

#### ก.1 แบบจำลองหน่วยแรงเฉือนกระทำร่วมกับหน่วยแรงดึง

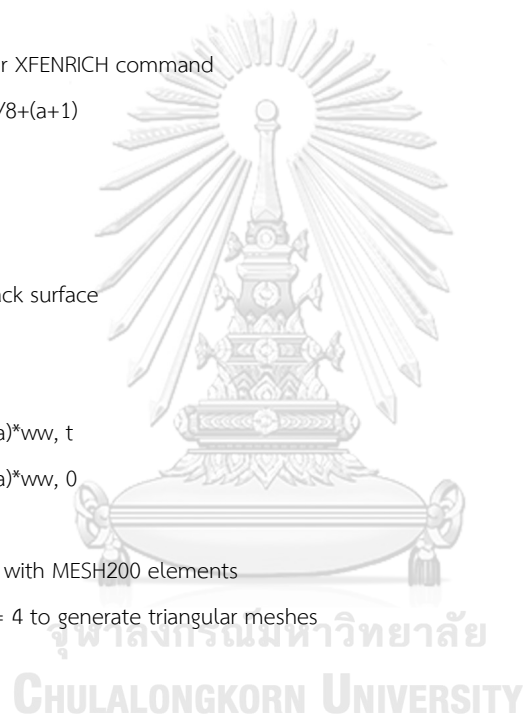
```
/clear
/prep7
/com Plate Fatigue in a 3-D XFEM model under mixed-mode
PRES=10 ! Normal stress, MPa
b=40
h=80
t=3
a=5
ez=0.5 ! element size, mm
oo=0 ! Initial crack angle
PI=ACOS(-1)
aa=PI*oo/180
qq=cos(aa)
ww=sin(aa)
shs=10 ! Shear stress, MPa
hf=shs*(t*b) ! Shear force
! element types
et,1,185
!material definition
mp, ex, 1, 213000 ! Modulus of elasticity
mp, nuxy, 1, 0.3 ! Poisson's ratio
! Paris Law Constants
C = 3.98E-13
M = 2.88
! Fatigue crack growth Law Specification
tb, cgcr, 2, , , PARIS
tbdata, 1, C, M
```



```

! define rectangular block
blc4, -b/2, 0.0, b, h/4, t
VOFFST,4,h*3/8, ,
VOFFST,3,h*3/8, ,
! mesh the volume
type, 1
mat, 1
lesize, 1, , , (h/4)/ez+1
lesize, 2, , , b/ez
lesize, 11, , , t/ez
vmesh, 1
! Element component for XFENRICH command
esel,s,cent,y,h/8-(a+1), h/8+(a+1)
esel,r,cent,x,-b/2,b/2
cm, testcmp, elem
allsel
! define keypoints for crack surface
k, 21, -b/2, h/8, 0
k, 22, -b/2, h/8, t
k, 23, -b/2+(a)*qq, h/8+(a)*ww, t
k, 24, -b/2+(a)*qq, h/8+(a)*ww, 0
a, 21,22,23,24
! mesh the crack surface with MESH200 elements
et, 2, 200, 4 ! keyopt(1) = 4 to generate triangular meshes
type,2
mat, 2
amesh,17
allsel
! define Mesh200 element component defining the crack surface
esel,s,type,,2
cm,m200el,elem
allsel
! mesh200 node component for crack front
lsel, s, line,,31
nsl,,1
cm, m200nd, node
allsel
!define enrichment identification

```



```

xfenrich, ENRICH1, testcmp,,SING,0
allsel
! define LSM values
xfcrkmesh,ENRICH1, m200el, m200nd
allsel
xflist !print crack information
TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM,
ESIZE,3,0,
FLST,5,2,6,ORDE,2
FITEM,5,2
FITEM,5,-3
CM,_Y,VOLU
VSEL, , ,P51X
CM,_Y1,VOLU
CHKMSH,'VOLU'
CMSEL,S,_Y
VSWEEP,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
! b.c. - top face
nsel, s, loc, y, h*3/8+h/4
sf, all, pres, -PRES
allsel
nsel, s, loc, y, h*3/8+h/4
nsel, r, loc, x, 0
nsel, r, loc, z, t/2
F,all,FX,hf
allsel
! b.c. - bottom face
nsel, s, loc, y, -h*3/8
d, all, UY, 0.0, , , , UX
allsel
nsel, s, loc, x, -b/2

```



```

nset, r, loc, y, -h*3/8
d, all, UZ
allsel
Insel, s, loc, x, b/2
Insel, r, loc, y, -h*3/8
ld, all, UZ
lallsel
! Solution Module
/solu
antype,0
time, 3.0
deltim, 0.1, 0.1,0.1
outres,all, all
! Fracture Parameter calculations
CINT, NEW, 1
CINT, CXFE, _XFCKRFREL1
CINT, TYPE, SIFS, 0
CINT, NCON, 8
!CGROW calculations
cgrow, new, 1
cgrow, cid, 1
cgrow, method, xfem
cgrow, fcoption, mtab, 2
!Fatigue related data
CGROW, FCG, METH, LC ! life-cycle method
CGROW, FCG, DAMX, 1 ! maximum crack growth increment
CGROW, FCG, SRAT, 0 ! stress-ratio
kbc, 1 ! loads are stepped for fatigue analysis
solve
finish

```




จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY

## ก.2 แบบจำลองหน่วยแรงเฉือนกระทำร่วมกับหน่วยแรงดัด

```

/clear
/prep7
/com Plate Fatigue in a 3-D XFEM model under mixed-mode
PRES=10 ! Normal stress, MPa
b=40
h=80
t=3
a=5
ez=0.5 ! element size, mm
oo=0 ! Initial crack angle
PI=ACOS(-1)
aa=PI*oo/180
qq=cos(aa)
ww=sin(aa)
shs=10 ! Shear stress, MPa
hf=shs*(t*b) ! Shear force
! element types
et,1,185
!Material definition
mp, ex, 1, 213000 ! Modulus of elasticity
mp, nuxy, 1, 0.3 ! Poisson's ratio
! Paris Law Constants
C = 3.98E-13
M = 2.88
! Fatigue crack growth Law Specification
tb, cgcr, 2, , , PARIS
tbdata, 1, C, M
! define rectangular block
blc4, -b/2, 0.0, b, h/4, t
VOFFST,4,h*3/8, ,
VOFFST,3,h*3/8, ,
! mesh the volume
type, 1
mat, 1

```



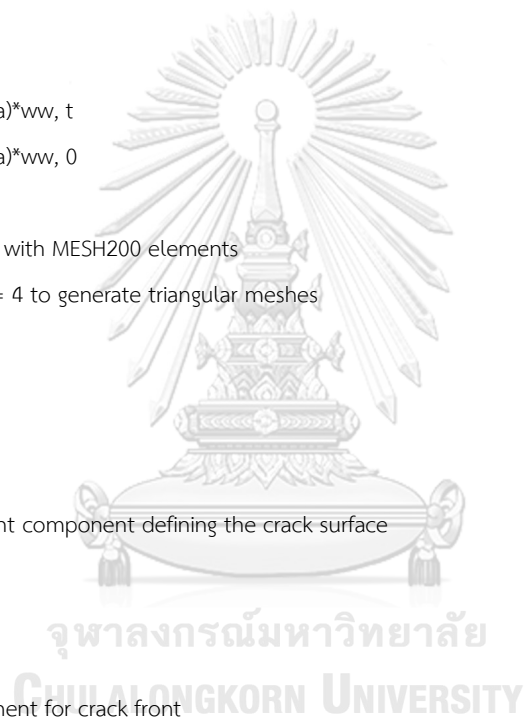
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY



```

lesize, 1, , , (h/4)/ez+1
lesize, 2, , , b/ez
lesize, 11, , , t/ez
vmesh, 1
! Element component for XFENRICH command
esel,s,cent,y,h/8-(a+2), h/8+(a+2)
esel,r,cent,x,-b/2,b/2
cm, testcmp, elem
allsel
! define keypoints for crack surface
k, 21, -b/2, h/8, 0
k, 22, -b/2, h/8, t
k, 23, -b/2+(a)*qq, h/8+(a)*ww, t
k, 24, -b/2+(a)*qq, h/8+(a)*ww, 0
a, 21,22,23,24
! mesh the crack surface with MESH200 elements
et, 2, 200, 4 ! keyopt(1) = 4 to generate triangular meshes
type,2
mat, 2
amesh,17
allsel
! define Mesh200 element component defining the crack surface
esel,s,type,,2
cm,m200el,elem
allsel
! mesh200 node component for crack front
lsel, s, line,,31
nsl,,1
cm, m200nd, node
allsel
!define enrichment identification
xfenrich, ENRICH1, testcmp,,SING,0
allsel
! define LSM values
xfcrkmesh,ENRICH1, m200el, m200nd
allsel
xflist !print crack information
TYPE, 1

```



```

MAT, 1
ESIZE,3,0,
FLST,5,2,6,ORDE,2
FITEM,5,2
FITEM,5,-3
CM,_Y,VOLU
VSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,VOLU
CHKMSH,'VOLU'
CMSEL,S,_Y
VSWEEP,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
*DEL,_FNCNAME
*DEL,_FNCMTID
*DEL,_FNC_C1
*DEL,_FNC_C2
*DEL,_FNCCSYS
*SET,_FNCNAME,'str'
*DIM,_FNC_C1,,1
*DIM,_FNC_C2,,1
*SET,_FNC_C1(1),PRES
*SET,_FNC_C2(1),b
*SET,_FNCCSYS,0
! /INPUT,.\Desktop\ansys xfem fatigue crack growth\bending stress function.func,,1
*DIM,%_FNCNAME%,TABLE,6,5,1,,,,,%_FNCCSYS%
! Begin of equation: (PRES/(b/2))^{X}
*SET,%_FNCNAME%(0,0,1), 0.0, -999
*SET,%_FNCNAME%(2,0,1), 0.0
*SET,%_FNCNAME%(3,0,1), %_FNC_C1(1)%
*SET,%_FNCNAME%(4,0,1), %_FNC_C2(1)%
*SET,%_FNCNAME%(5,0,1), 0.0
*SET,%_FNCNAME%(6,0,1), 0.0
*SET,%_FNCNAME%(0,1,1), 1.0, -1, 0, 2, 0, 0, 18
*SET,%_FNCNAME%(0,2,1), 0.0, -2, 0, 1, 18, 4, -1
*SET,%_FNCNAME%(0,3,1), 0, -1, 0, 1, 17, 4, -2
*SET,%_FNCNAME%(0,4,1), 0.0, -2, 0, 1, -1, 3, 2

```



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

CHULALONGKORN UNIVERSITY

```
*SET,%_FNCNAME%(0,5,1), 0.0, 99, 0, 1, -2, 0, 0
```

```
! End of equation: (PRES/(b/2))*{X}
```

```
!->
```

```
FLST,2,1,5,ORDE,1
```

```
FITEM,2,7
```

```
/GO
```

```
SFA,P51X,1,PRES, %STR%
```

```
allsel
```

```
nset, s, loc, y, h*3/8+h/4
```

```
nset, r, loc, x, 0
```

```
nset, r, loc, z, t/2
```

```
F,all,FX,hf
```

```
allsel
```

```
! b.c. - bottom face
```

```
nset, s, loc, y, -h*3/8
```

```
d, all, UY, 0.0, , , , UX
```

```
allsel
```

```
nset, s, loc, x, -b/2
```

```
nset, r, loc, y, -h*3/8
```

```
d, all, UZ
```

```
allsel
```

```
nset, s, loc, x, b/2
```

```
nset, r, loc, y, -h*3/8
```

```
d, all, UZ
```

```
allsel
```

```
! Solution Module
```

```
/solu
```

```
antype,0
```

```
time, 3.0
```

```
deltim, 0.1, 0.1,0.1
```

```
outr,all, all
```

```
!Fracture Parameter calculations
```

```
CINT, NEW, 1
```

```
CINT, CXFE, _XFCRKFREL1
```

```
CINT, TYPE, SIFS, 0
```

```
CINT, NCON, 8
```

```
!CGROW calculations
```

```
cgrow, new, 1
```



```
cgrow, cid, 1
cgrow, method, xfem
cgrow, fcoption, mtab, 2
!Fatigue related data
CGROW, FCG, METH, LC ! life-cycle method
CGROW, FCG, DAMX, 1 ! maximum crack growth increment
CGROW, FCG, SRAT, 0 ! stress-ratio
kbc, 1 ! loads are stepped for fatigue analysis
solve
finish
```

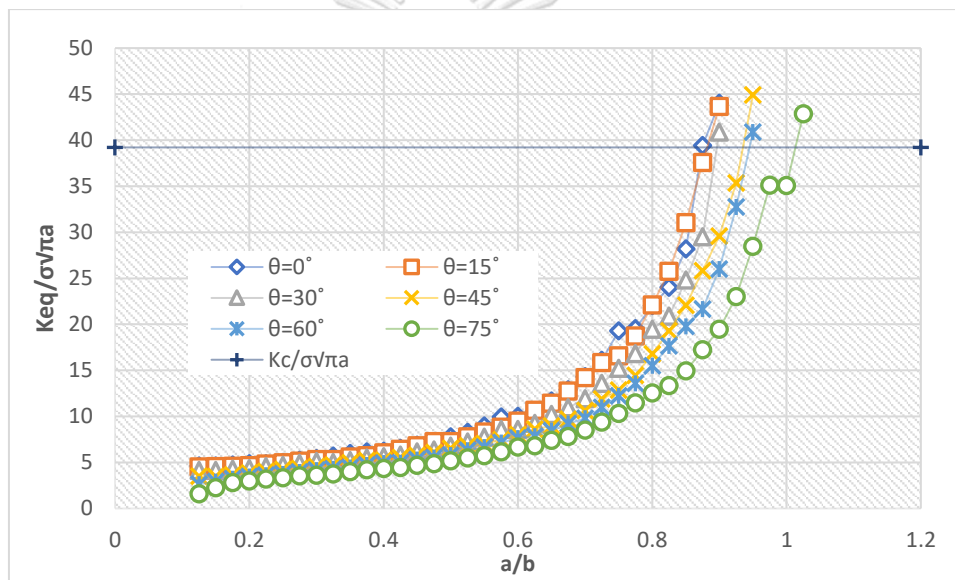


## ภาคผนวก ข

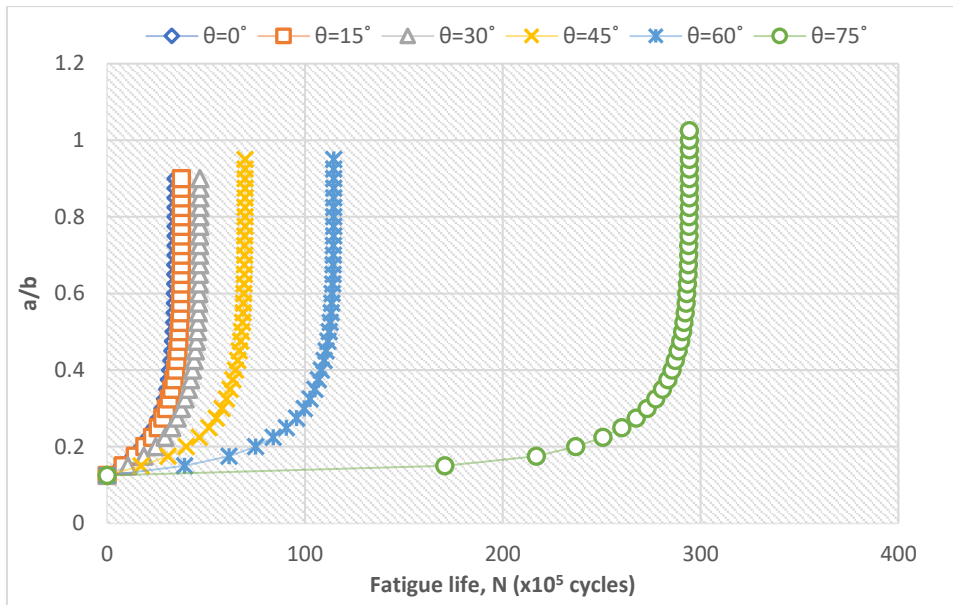
### ผลการศึกษาผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้น

การศึกษาผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่ออายุความล้าของแผ่นเหล็ก โดยที่มีแรงดึงเท่ากับ 10 MPa แรงเฉือนเท่ากับ 5 MPa ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 5 mm และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 0 15 30 45 60 และ 75 องศาตามลำดับ รูปที่ ข.1 แสดงความสัมพันธ์

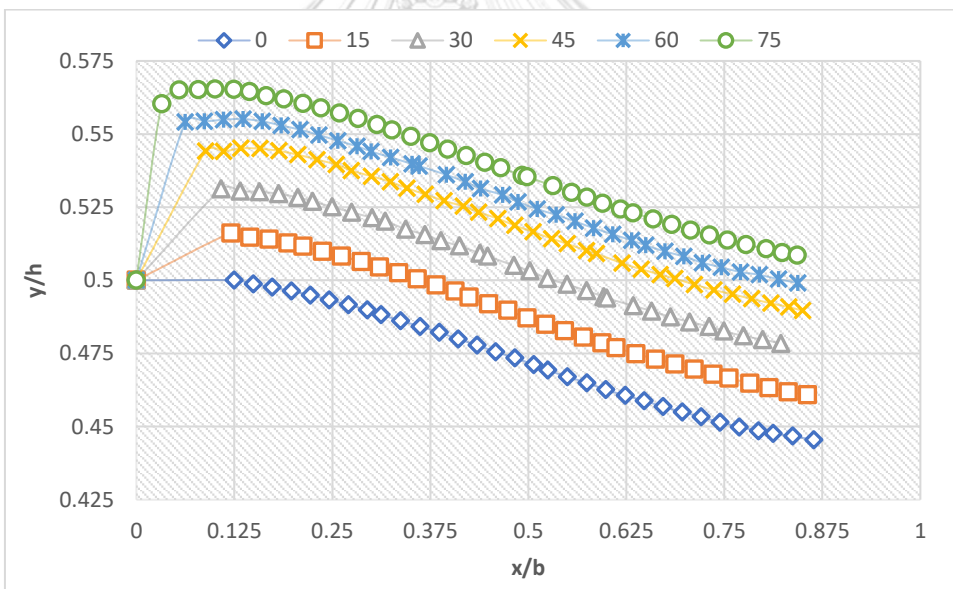
ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  รูปที่ ข.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  และรูปที่ ข.3 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $\tau/\sigma_t = 0.5$



รูปที่ ข.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ที่  $\tau/\sigma_t = 0.5$

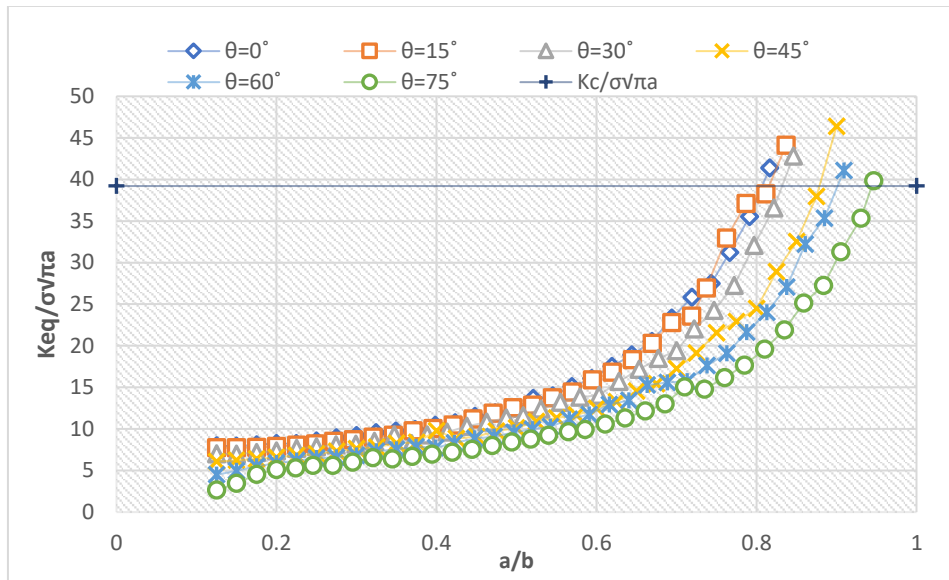


รูปที่ ข.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  ที่  $\tau / \sigma_t = 0.5$

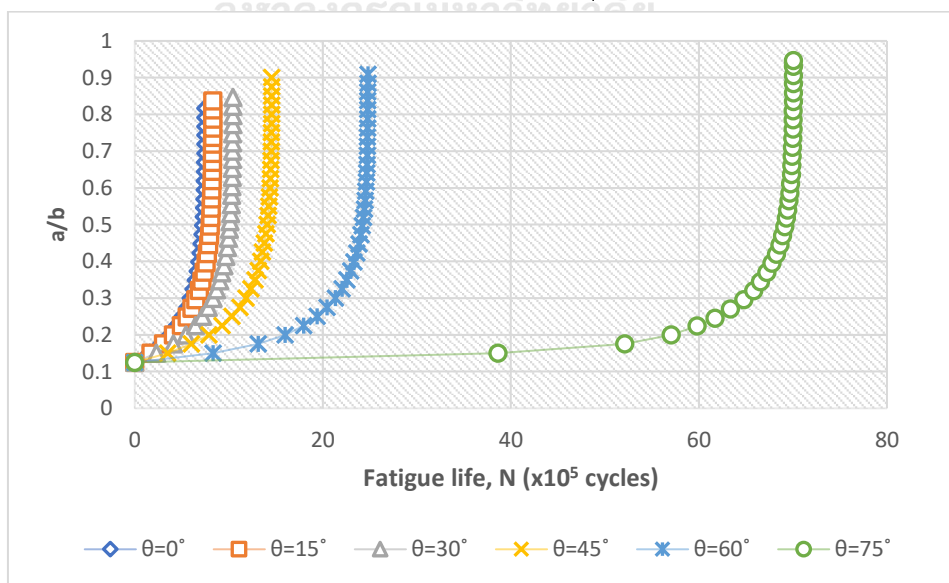


รูปที่ ข.3 วิธีรอยร้าวลำของแบบจำลองที่  $\tau / \sigma_t = 0.5$

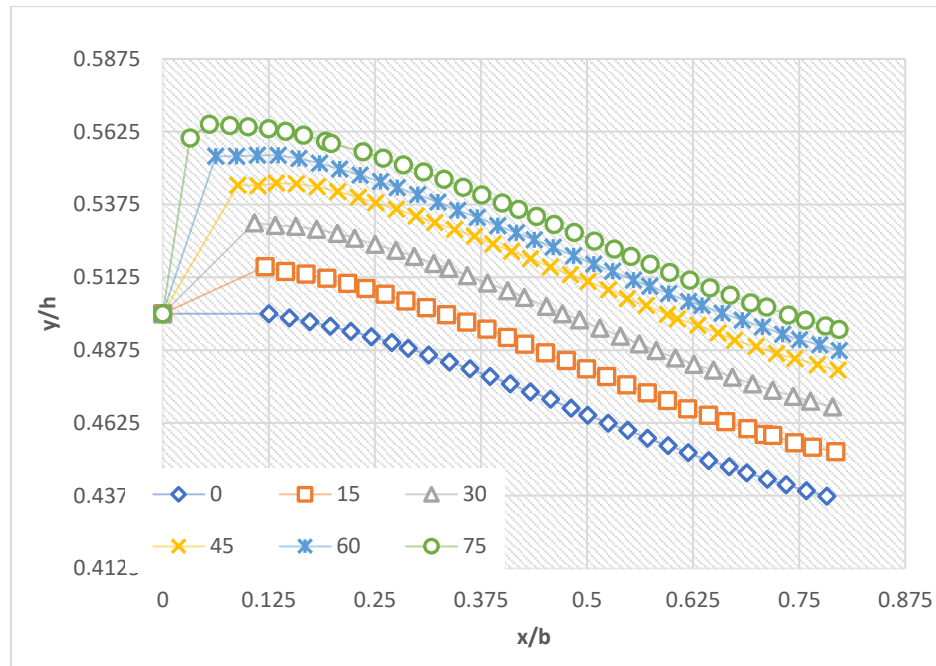
การศึกษาผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่ออายุความล้าของแผ่นเหล็ก โดยที่มีแรงดึงเท่ากับ 10 MPa แรงเฉือนเท่ากับ 10 MPa ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 5 mm และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 0 15 30 45 60 และ 75 องศาตามลำดับ รูปที่ ข.4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  รูปที่ ข.5 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  กับ  $a$  และ รูปที่ ข.6 วิถีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $\tau/\sigma_t = 1.0$



รูปที่ ข.4 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ที่  $\tau/\sigma_t = 1.0$



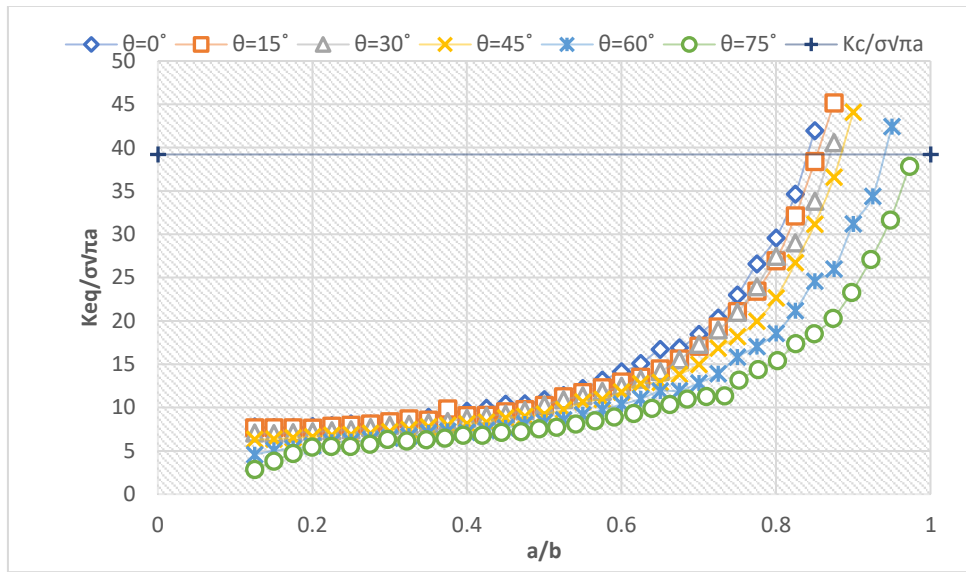
รูปที่ ข.5 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  ที่  $\tau/\sigma_t = 1.0$



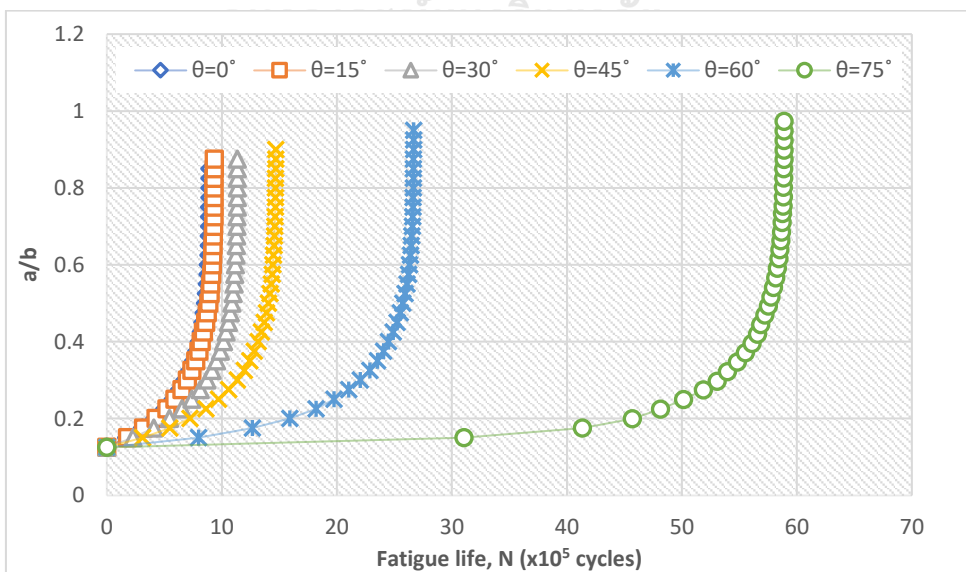
รูปที่ ข.6 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองในการศึกษามุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นที่  $\tau/\sigma_t = 1.0$



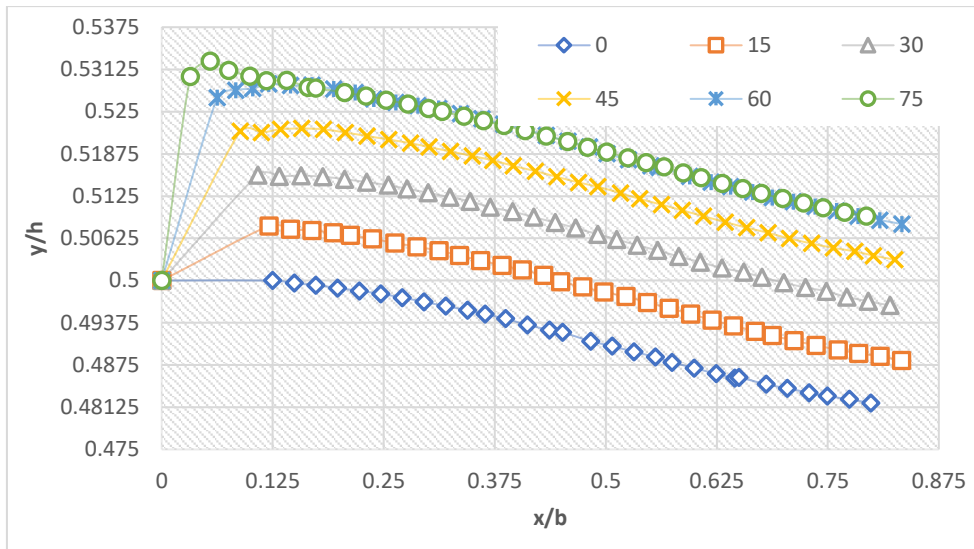
การศึกษาผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่ออายุความล้าของแผ่นเหล็ก โดยที่มีแรงดัดเท่ากับ 10 MPa แรงเฉือนเท่ากับ 5 MPa ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 5 mm และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 0 15 30 45 60 และ 75 องศาตามลำดับ รูปที่ ข.7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  รูปที่ ข.8 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  และรูปที่ ข.9 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $\tau/\sigma_b = 0.5$



รูปที่ ข.7 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ที่  $\tau/\sigma_b = 0.5$



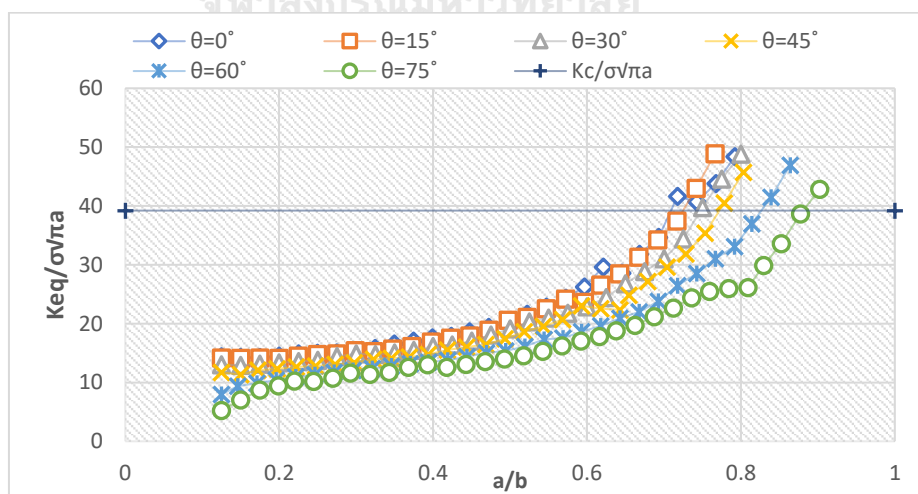
รูปที่ ข.8 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  ที่  $\tau/\sigma_b = 0.5$



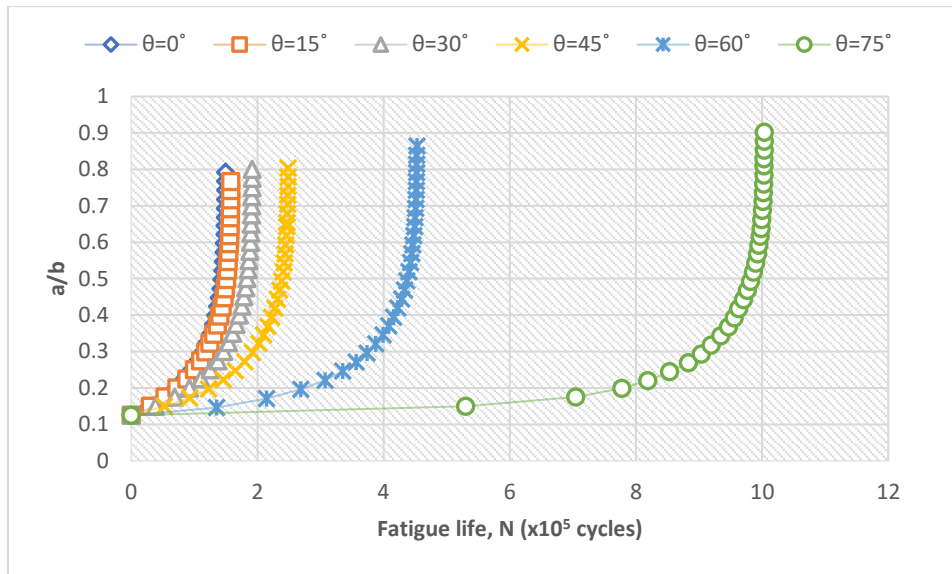
รูปที่ ข.9 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $\tau/\sigma_b = 0.5$

การศึกษาผลกระทบของมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นต่ออายุความล้าของแผ่นเหล็ก โดยที่มีแรงดัดเท่ากับ 10 MPa แรงเฉือนเท่ากับ 10 MPa ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 5 mm และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 0 15 30 45 60 และ 75 องศาตามลำดับ รูปที่ ข.10 แสดง

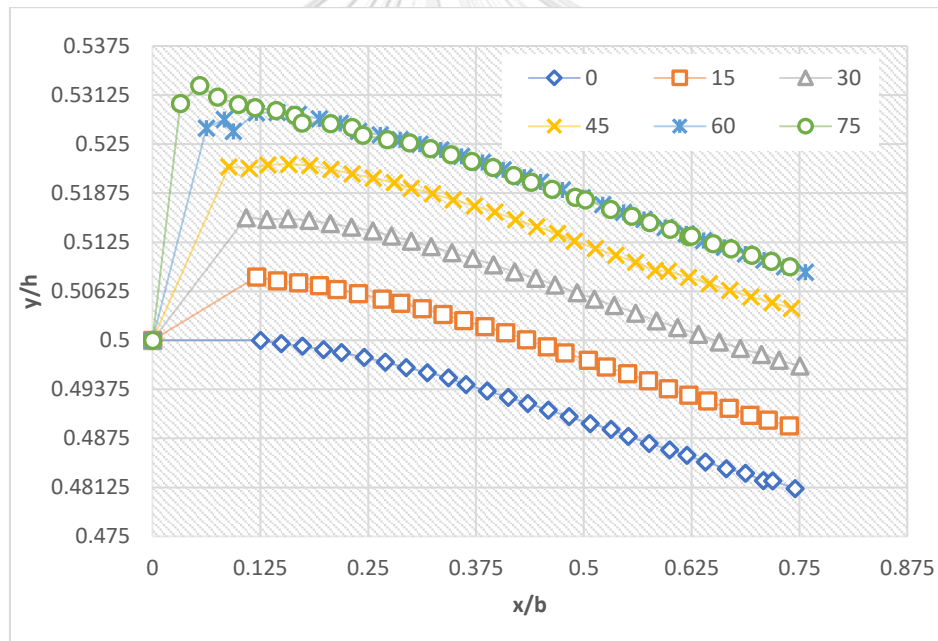
ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  รูปที่ ข.11 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  และรูปที่ ข.12 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $\tau/\sigma_b = 1.0$



รูปที่ ข.10 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ที่  $\tau/\sigma_b = 1.0$



รูปที่ ข.11 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  ที่  $\tau/\sigma_b = 1.0$

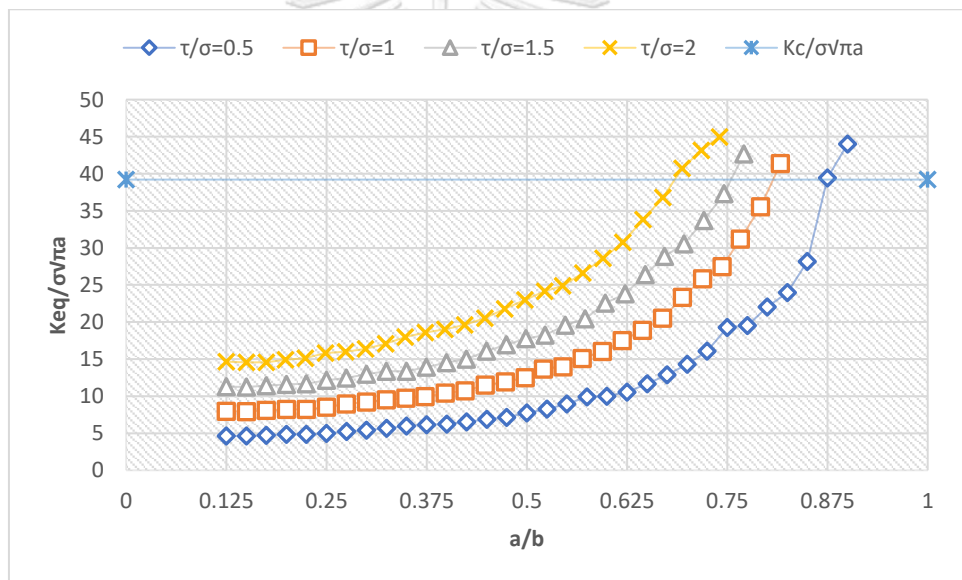


รูปที่ ข.12 วิธีรอยร้าวล้ำของแบบจำลองที่  $\tau/\sigma_b = 1.0$

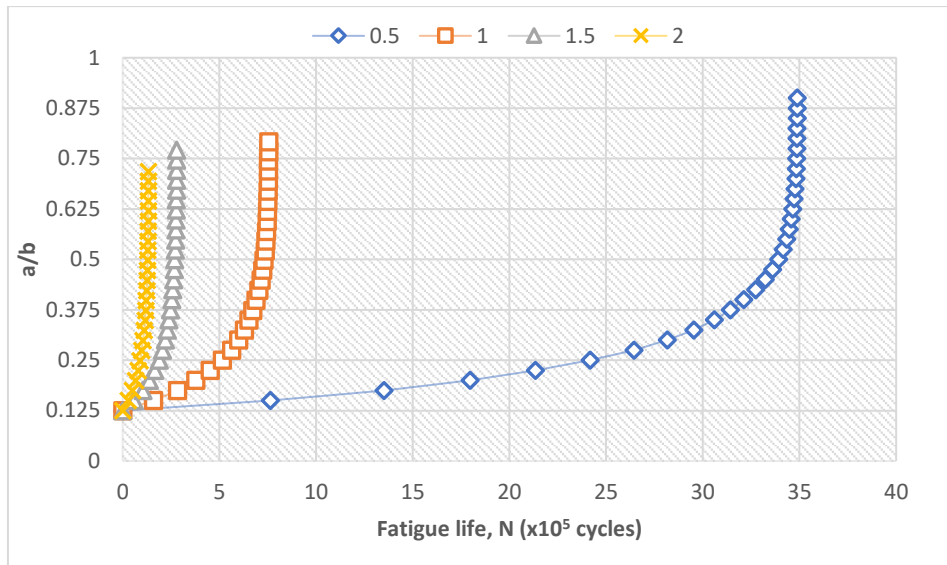
## ภาคผนวก ค

ผลการศึกษาผลกระทบของอัตราส่วนระหว่างแรงเฉือนต่อแรงดึงและแรงเฉือนต่อแรง  
ดัด

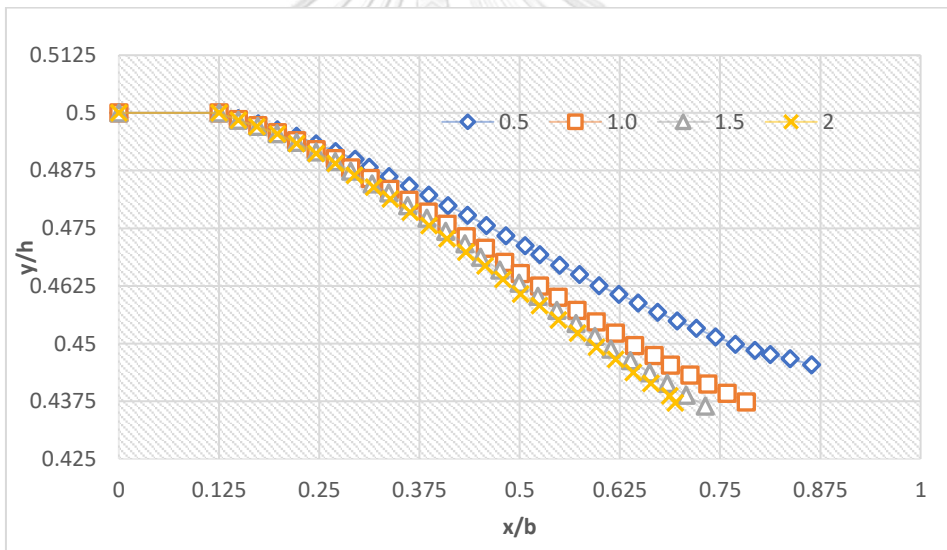
การศึกษาผลกระทบของอัตราส่วนระหว่างแรงดึงต่อแรงเฉือนที่ส่งผลกับอายุความล้าของแผ่นเหล็ก โดยที่  $\tau/\sigma_t = 0.5, 1.0, 1.5$  และ  $2.0$  ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ  $5 \text{ mm}$  และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม  $0$  องศาตามลำดับ รูปที่ ค.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  รูปที่ ค.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  และรูปที่ ค.3 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $\theta_a = 0^\circ$



รูปที่ ค.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ที่  $\theta_a = 0^\circ$

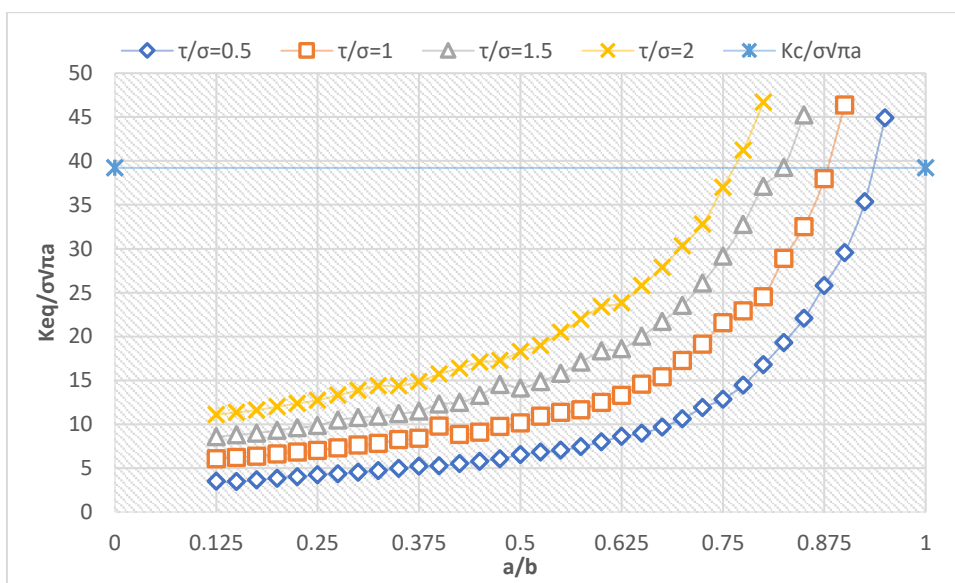


รูปที่ ค.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  ที่  $\theta_a = 0^\circ$

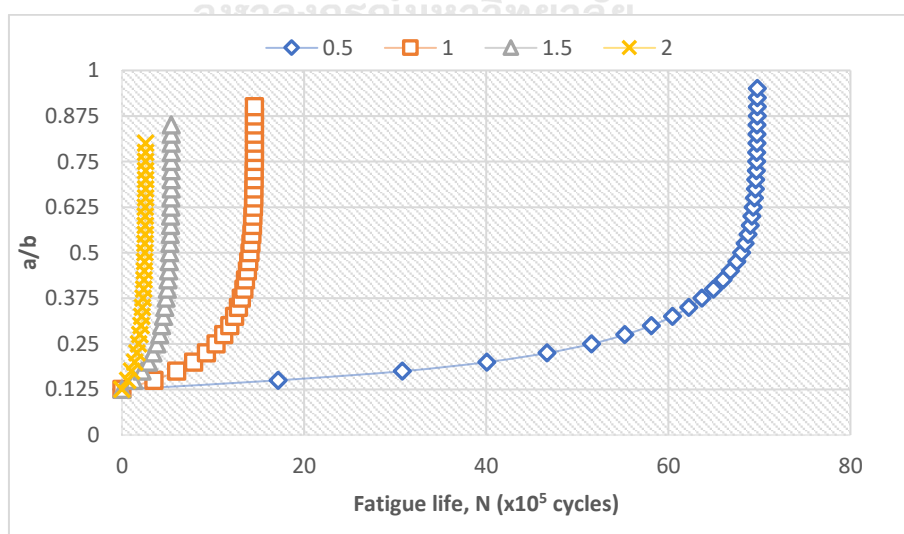


รูปที่ ค.3 วิธีรอยร้าวล้ำของแบบจำลอง ที่  $\theta_a = 0^\circ$

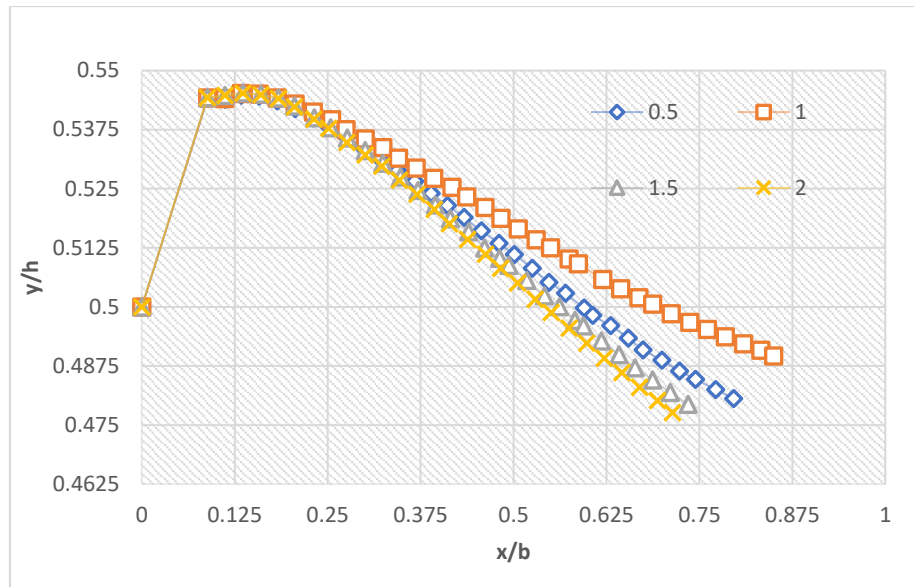
การศึกษาผลกระทบของอัตราส่วนระหว่างแรงดึงต่อแรงเฉือนที่ส่งผลกับอายุความล้าของแผ่นเหล็ก โดยที่  $\tau/\sigma_t = 0.5, 1.0, 1.5$  และ  $2.0$  ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ  $5 \text{ mm}$  และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม  $0$  องศาตามลำดับ รูปที่ ค.4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  รูปที่ ค.5 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  และรูปที่ ค.6 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $\theta_a = 45^\circ$



รูปที่ ค.4 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ที่  $\theta_a = 45^\circ$



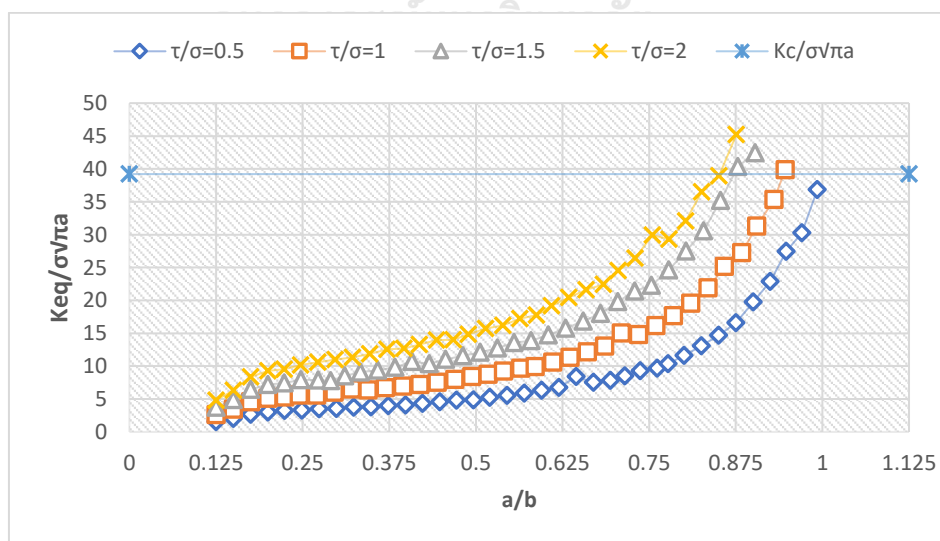
รูปที่ ค.5 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  ที่  $\theta_a = 45^\circ$



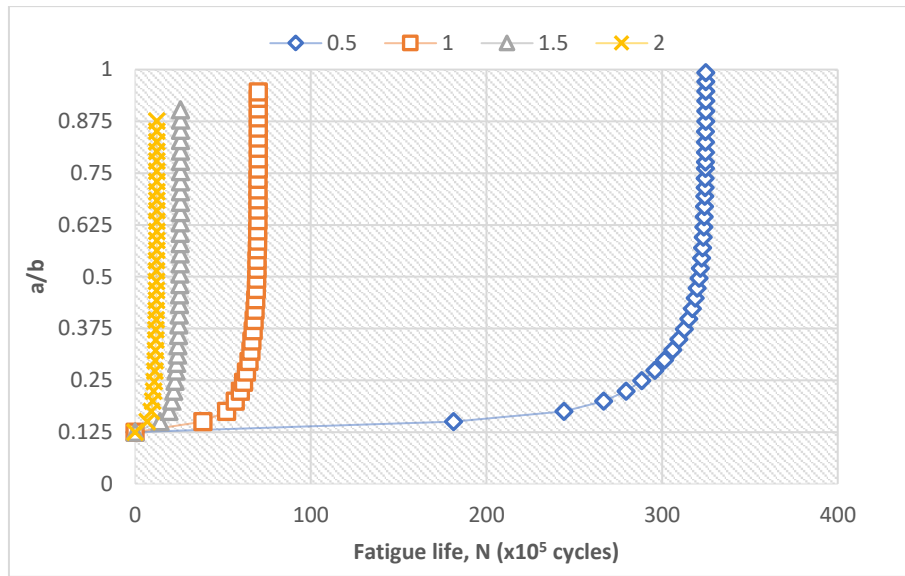
รูปที่ ค.6 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลอง ที่  $\theta_a = 45^\circ$

การศึกษาผลกระทบของอัตราส่วนระหว่างแรงดึงต่อแรงเฉือนที่ส่งผลกับอายุความล้าของแผ่นเหล็ก โดยที่  $\tau / \sigma_t = 0.5, 1.0, 1.5$  และ  $2.0$  ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ  $5 \text{ mm}$  และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม  $0$  องศาตามลำดับ รูปที่ ค.7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ

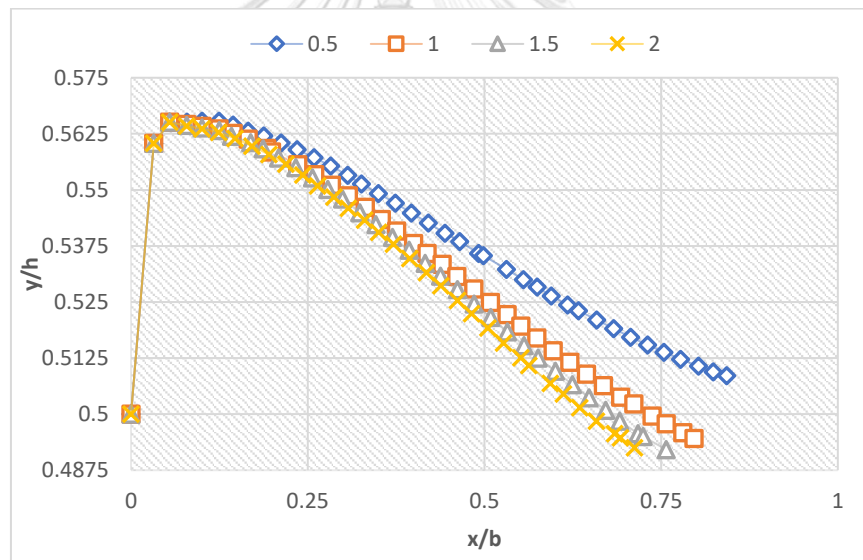
$\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma \sqrt{\pi a}}$  รูปที่ ค.8 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  และรูปที่ ค.9 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $\theta_a = 75^\circ$



รูปที่ ค.7 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma \sqrt{\pi a}}$  ที่  $\theta_a = 75^\circ$



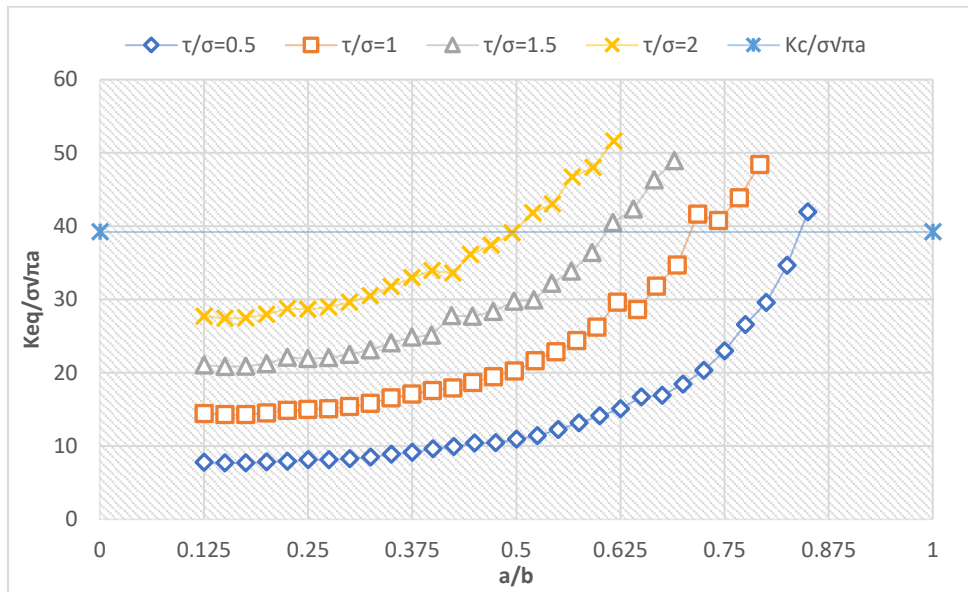
รูปที่ ค.8 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  ที่  $\theta_a = 75^\circ$



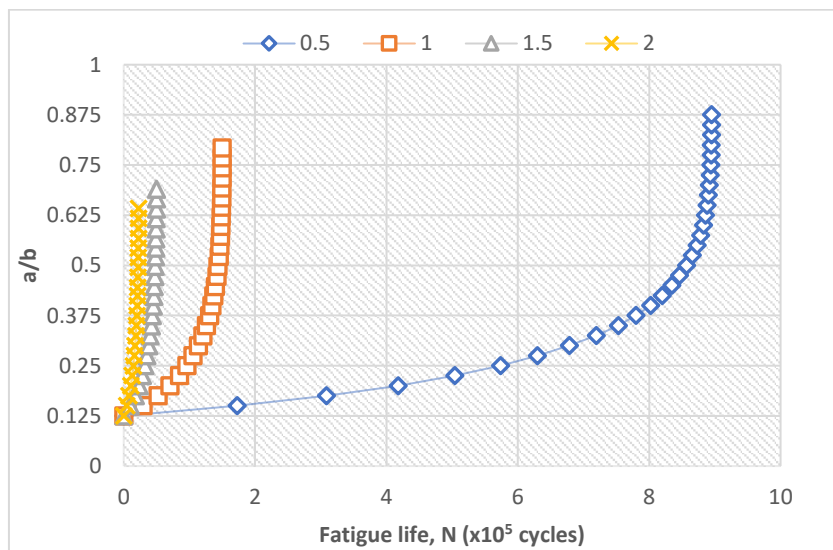
รูปที่ ค.9 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลอง  $\theta_a = 75^\circ$



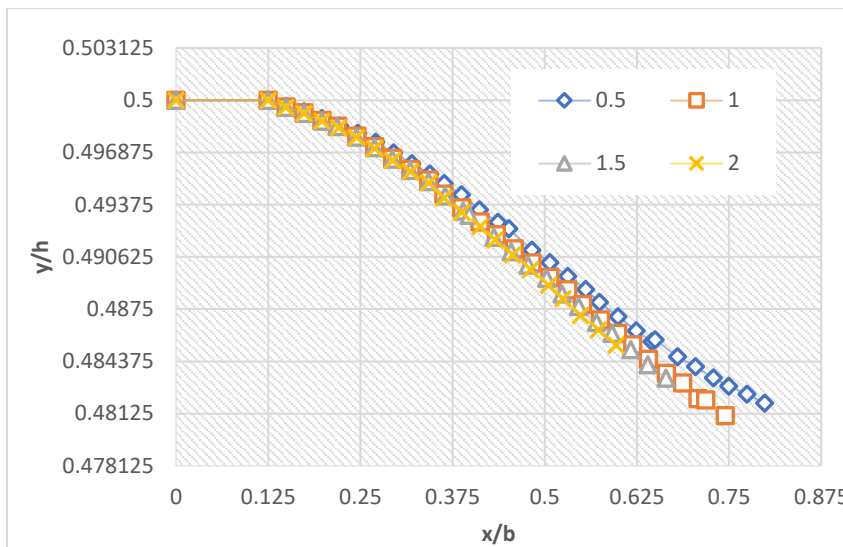
การศึกษามลกระทบของอัตราส่วนระหว่างแรงคดต่อแรงเฉือนที่ส่งผลกับอายุความล้าของแผ่นเหล็ก โดยที่  $\tau/\sigma_b = 0.5, 1.0, 1.5$  และ  $2.0$  ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ  $5 \text{ mm}$  และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม  $0$  องศาตามลำดับ รูปที่ ค.10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  รูปที่ ค.11 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  และรูปที่ ค.12 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $\theta_a = 0^\circ$



รูปที่ ค.10 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ที่  $\theta_a = 0^\circ$

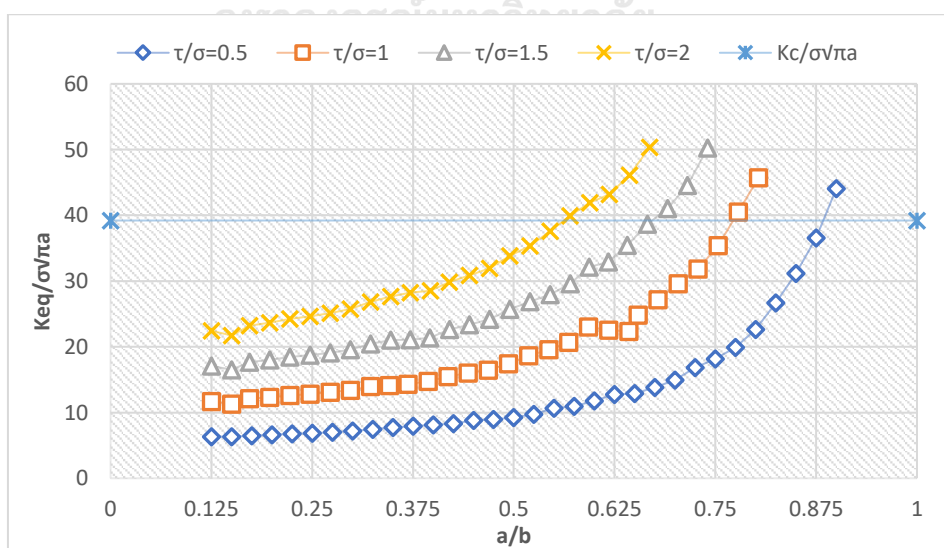


รูปที่ ค.11 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  ที่  $\theta_a = 0^\circ$

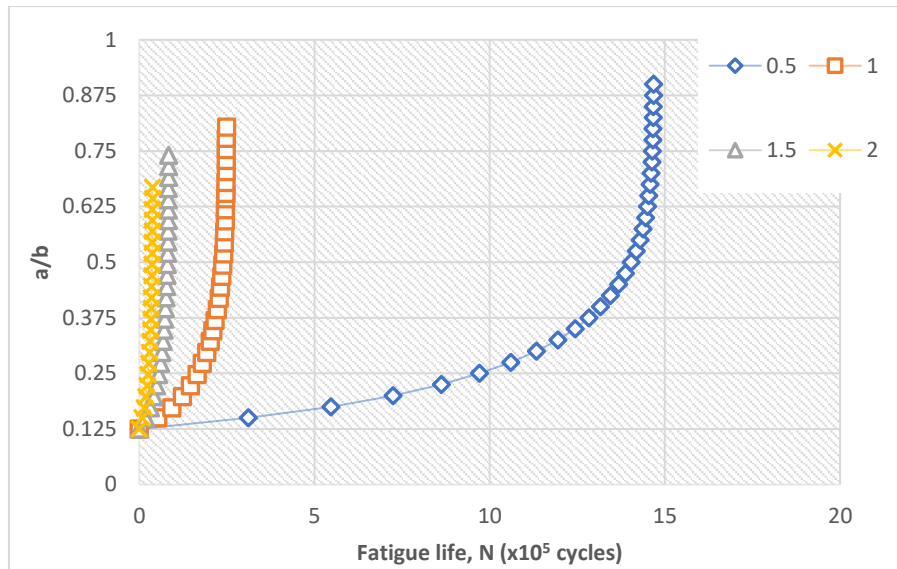


รูปที่ ค.12 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลอง ที่  $\theta_a = 0^\circ$

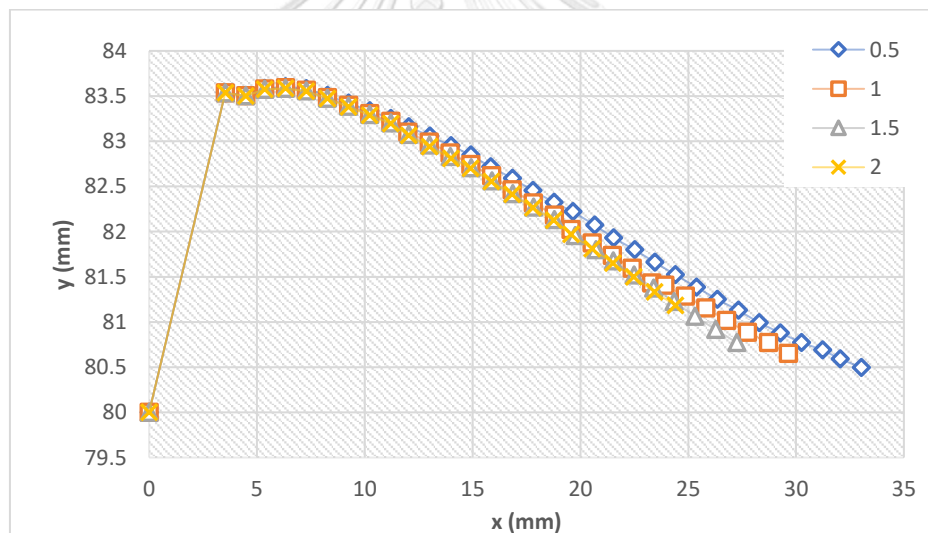
การศึกษาผลกระทบของอัตราส่วนระหว่างแรงคัตต่อแรงเฉือนที่ส่งผลกับอายุความล้าของแผ่นเหล็ก โดยที่  $\tau/\sigma_b = 0.5, 1.0, 1.5$  และ  $2.0$  ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ  $5 \text{ mm}$  และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม  $0$  องศาตามลำดับ รูปที่ ค.13 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  รูปที่ ค.14 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  และรูปที่ ค.15 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $\theta_a = 45^\circ$



รูปที่ ค.13 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ที่  $\theta_a = 45^\circ$

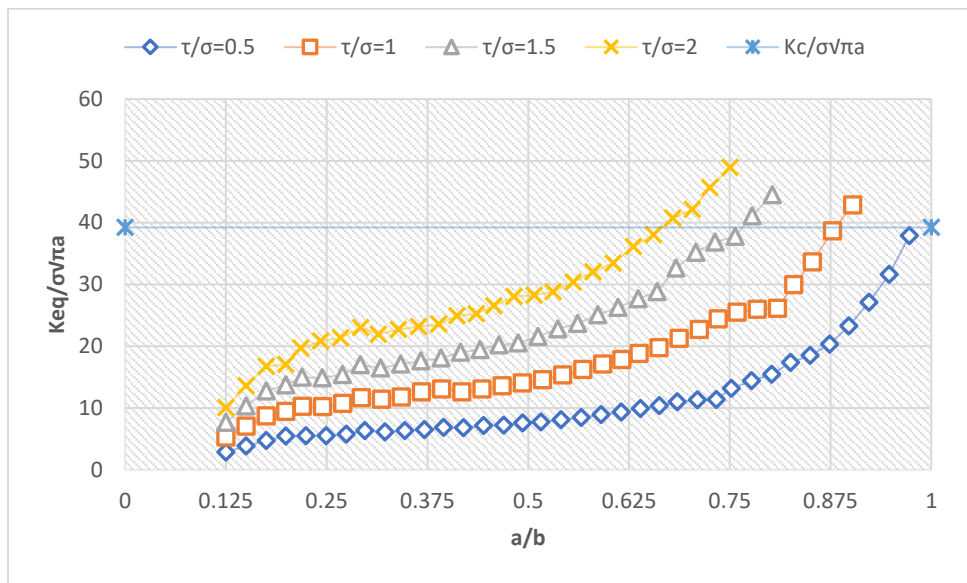


รูปที่ ค.14 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  ที่  $\theta_a = 45^\circ$

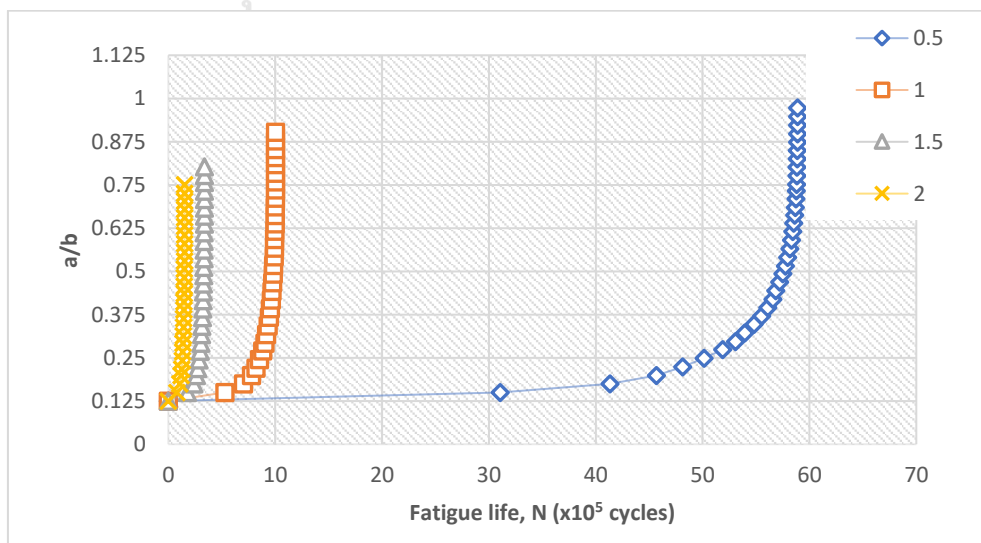


รูปที่ ค.15 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลอง ที่  $\theta_a = 45^\circ$

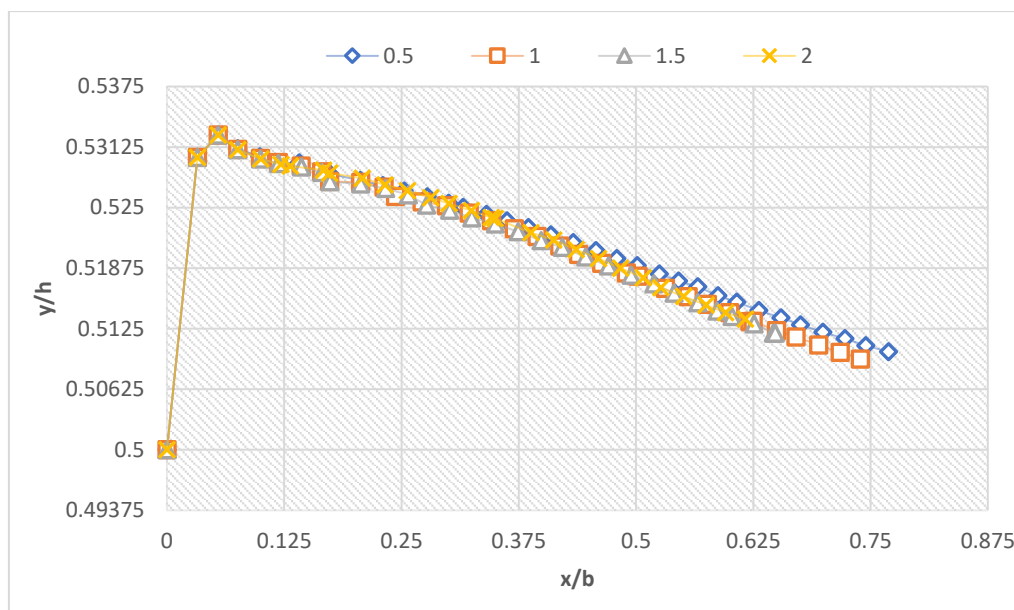
การศึกษามลกระทบของอัตราส่วนระหว่างแรงค้ดต่อแรงเฉือนที่ส่งผลกับอายุความล้าของแผ่นเหล็ก โดยที่  $\tau/\sigma_b = 0.5, 1.0, 1.5$  และ  $2.0$  ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ  $5 \text{ mm}$  และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม  $0$  องศาตามลำดับ รูปที่ ค.16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  รูปที่ ค.17 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  และรูปที่ ค.18 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $\theta_a = 75^\circ$



รูปที่ ค.16 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ที่  $\theta_a = 75^\circ$



รูปที่ ค.17 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  ที่  $\theta_a = 75^\circ$



รูปที่ ค.18 วิธีรอยร้าวลำของแบบจำลองที่  $\theta_u = 75^\circ$



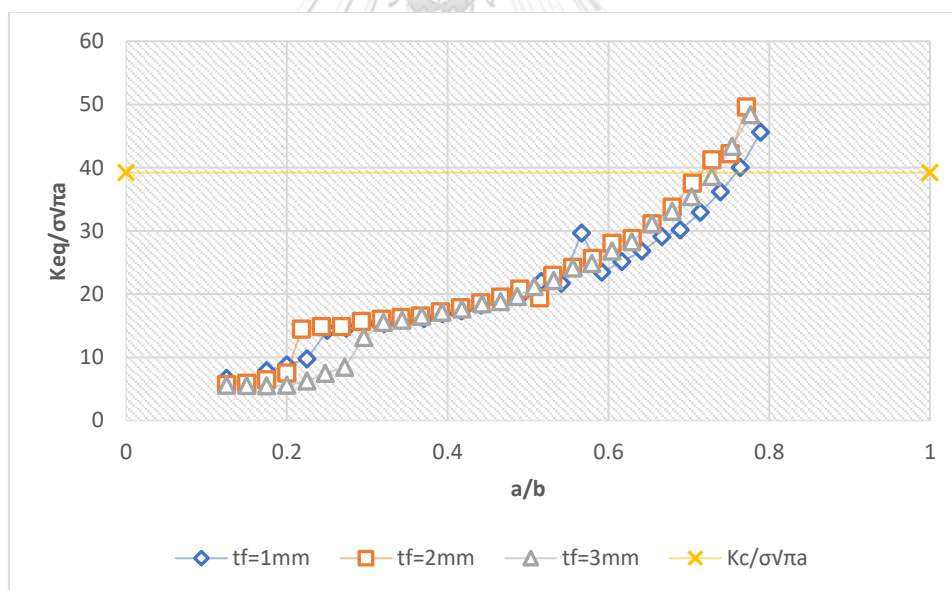
## ภาคผนวก ง

## ผลการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบ

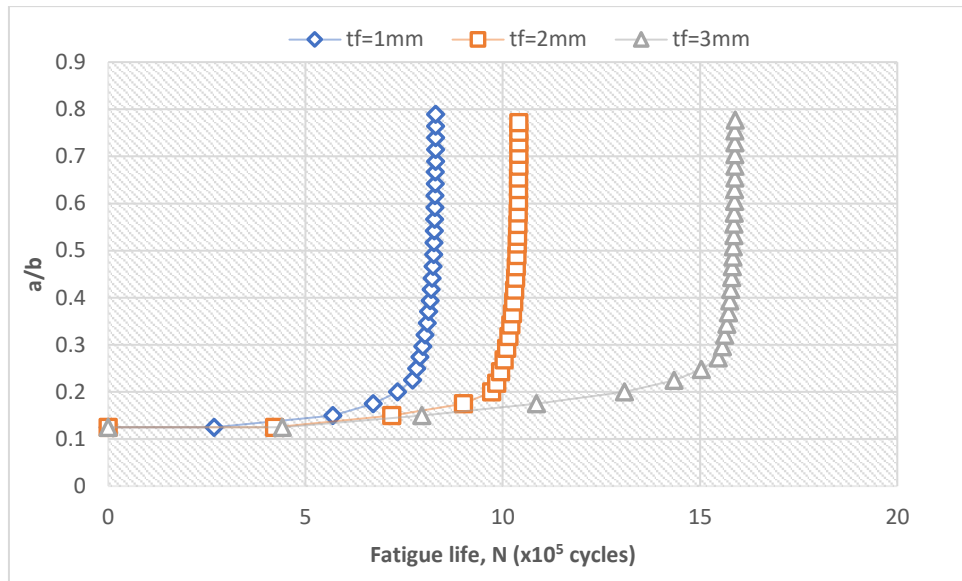
แผ่นเหล็กภายใต้หน่วยแรงเฉือนกระทำร่วมกับหน่วยแรงดึง

ง.1 ค่า  $A_f = 12\text{mm}^2$

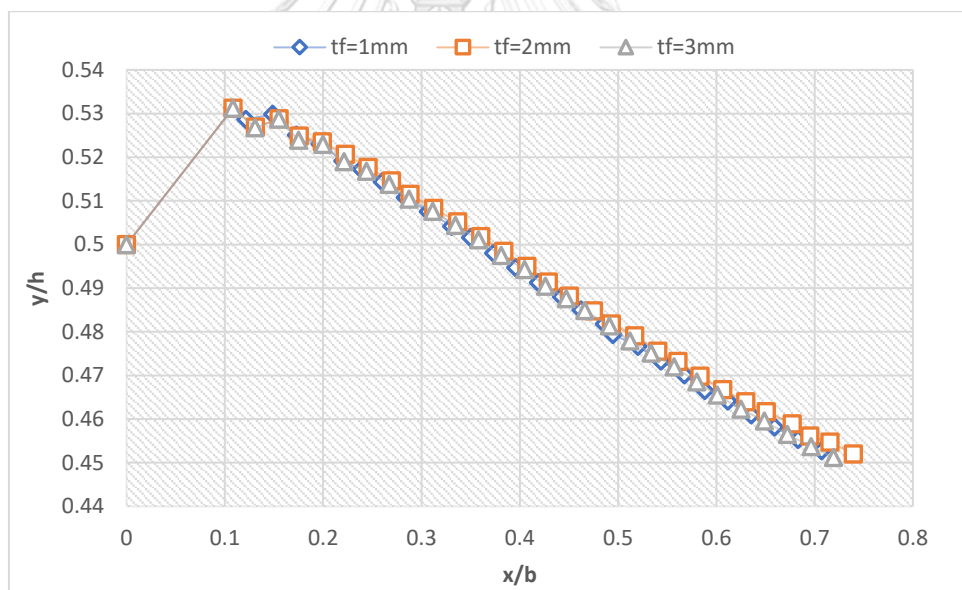
การศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบที่ส่งผลกับอายุความล้าของแผ่นเหล็ก โดยมีแรงดึงเท่ากับ 10 MPa แรงเฉือนเท่ากับ 20 MPa โดยที่  $\tau/\sigma_f = 2.0$  ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 5 mm และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 30 องศาแนวราบ ขนาดพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมมีค่าเท่ากับ  $12\text{mm}^2$  รูปที่ ง.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  รูปที่ ง.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  และรูปที่ ง.3 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $A_f = 12\text{mm}^2$  โดยที่จะเสริมแผ่นเหล็กเฉพาะด้านที่พบรอยร้าว



รูปที่ ง.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างเฉพาะด้านที่พบรอยร้าวโดยที่  $A_f = 12\text{mm}^2$

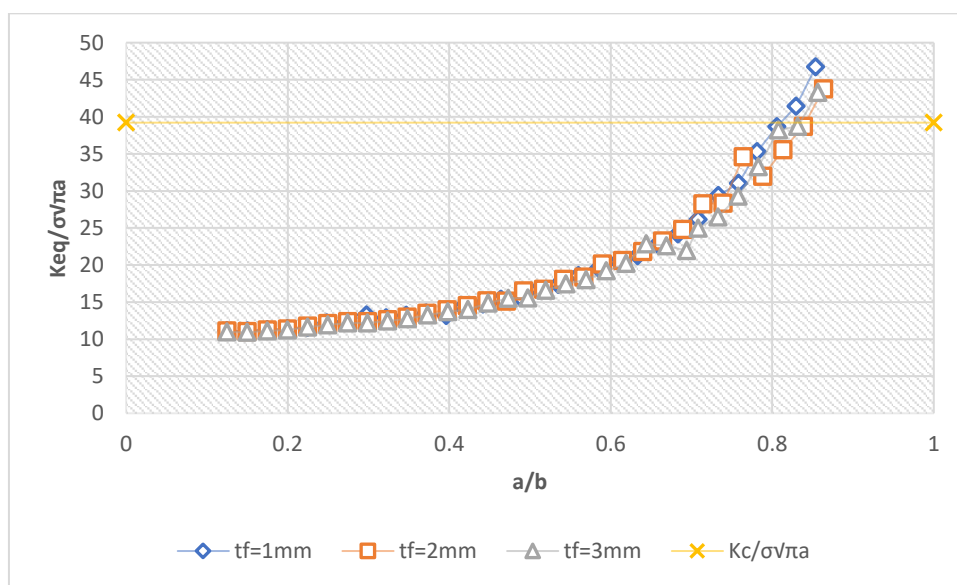


รูปที่ ง.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้าง เฉพาะด้านที่พบรอยร้าวโดยที่  $A_f = 12mm^2$



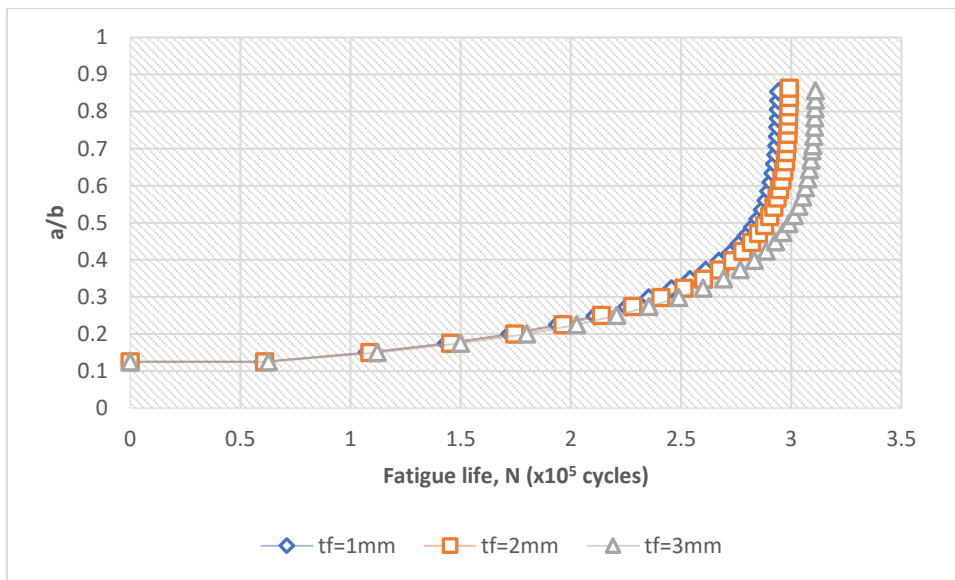
รูปที่ ง.3 วิธีรอยร้าวล้ำของแบบจำลองในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างเฉพาะ ด้านที่พบรอยร้าวโดยที่  $A_f = 12mm^2$

การศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบที่ส่งผลกับอายุความล้าของแผ่นเหล็ก โดยมีแรงดึงเท่ากับ 10 MPa แรงเฉือนเท่ากับ 20 MPa โดยที่  $\tau / \sigma_f = 2.0$  ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 5 mm และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 30 องศาแนวราบ ขนาดพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมมีค่าเท่ากับ  $12 \text{ mm}^2$  รูปที่ ๓.๔ แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  รูปที่ ๓.๕ ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  และรูปที่ ๓.๖ วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $A_f = 12 \text{ mm}^2$  โดยที่จะเสริมแผ่นเหล็กเฉพาะด้านที่ไม่พบรอยร้าว

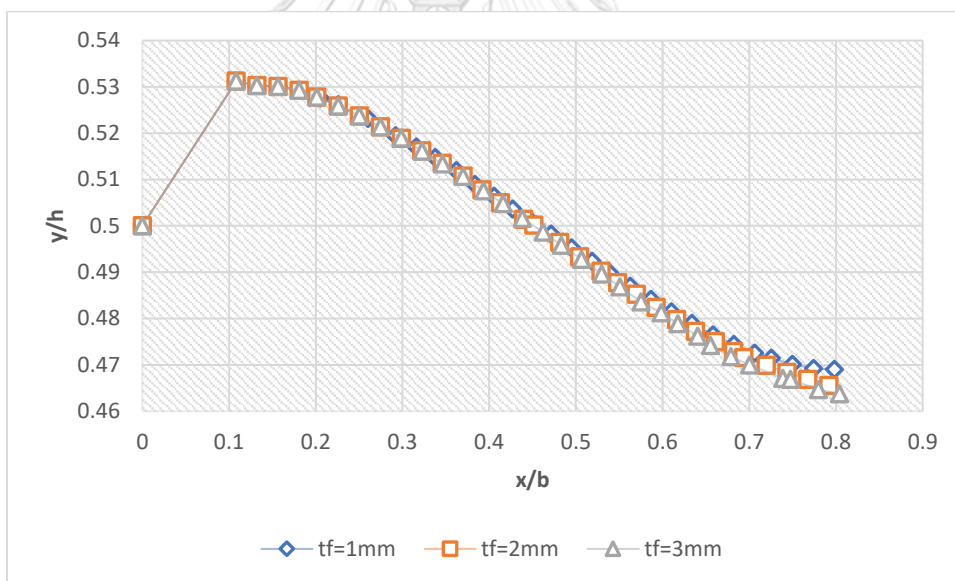


รูปที่ ๓.๔ ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้าง เฉพาะด้านที่ไม่พบรอยร้าวโดยที่  $A_f = 12 \text{ mm}^2$



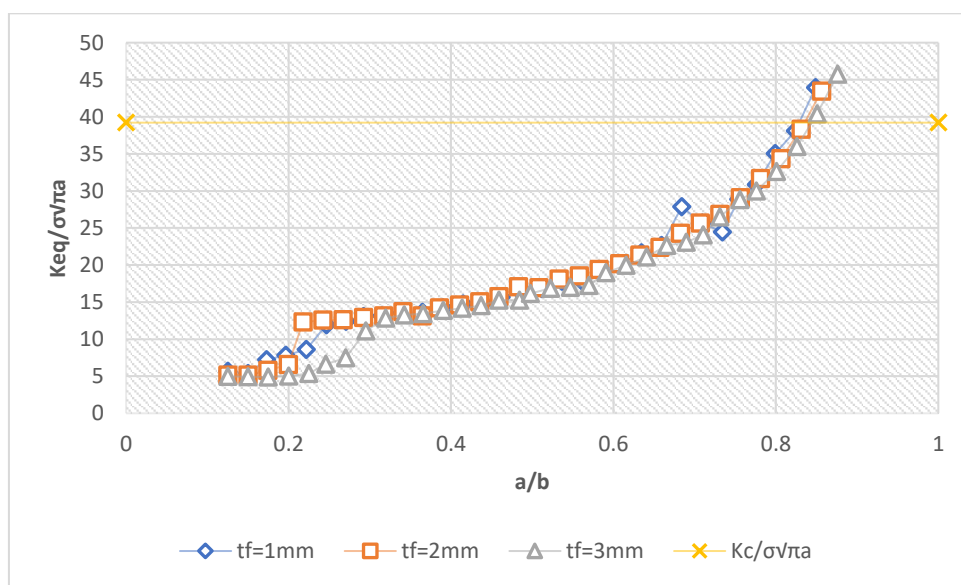


รูปที่ ๕.5 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้าง เฉพาะด้านที่ไม่พบรอยร้าวโดยที่  $A_f = 12\text{mm}^2$

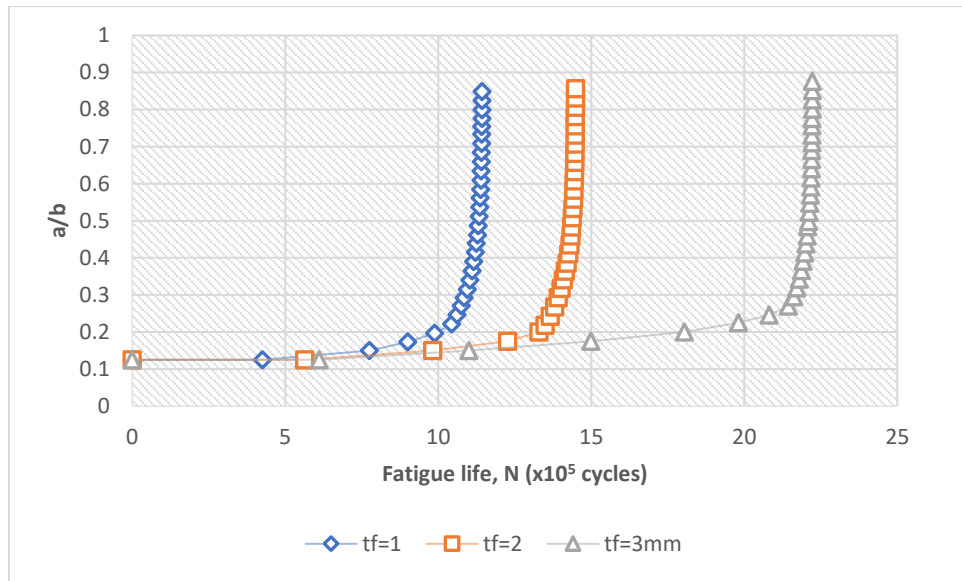


รูปที่ ๕.6 วิธีรอยร้าวล้ำของแบบจำลองในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างเฉพาะ ด้านที่ไม่พบรอยร้าวโดยที่  $A_f = 12\text{mm}^2$

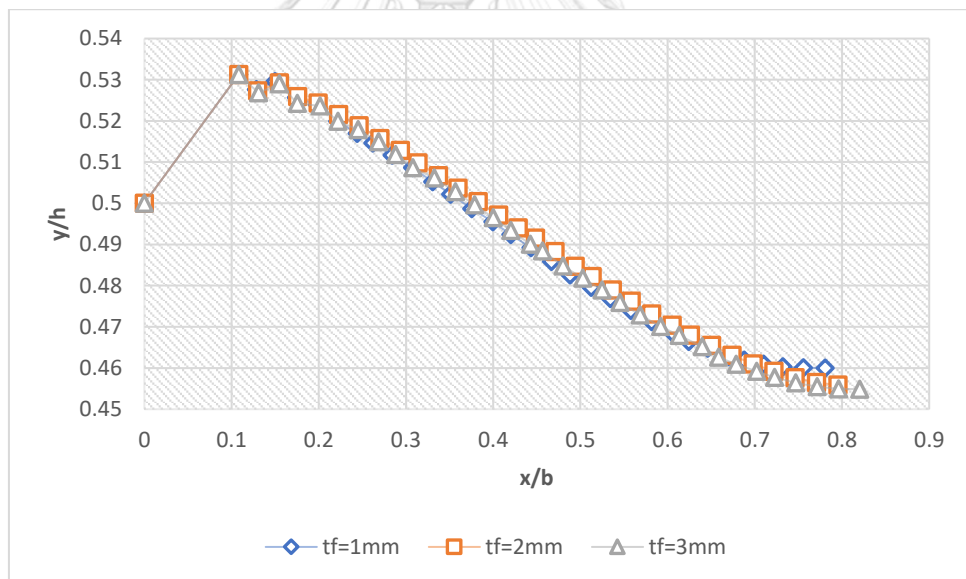
การศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบที่ส่งผลกับอายุความล้าของแผ่นเหล็ก โดยมีแรงดึงเท่ากับ 10 MPa แรงเฉือนเท่ากับ 20 MPa โดยที่  $\tau / \sigma_f = 2.0$  ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 5 mm และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 30 องศาแนวราบ ขนาดพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมมีค่าเท่ากับ 12 mm<sup>2</sup> รูปที่ ๗.7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  รูปที่ ๗.8 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  และรูปที่ ๗.9 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $A_f = 12\text{mm}^2$  โดยที่จะเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบทั้งสองด้าน



รูปที่ ๗.7 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างทั้งสองด้านโดยที่  $A_f = 12\text{mm}^2$



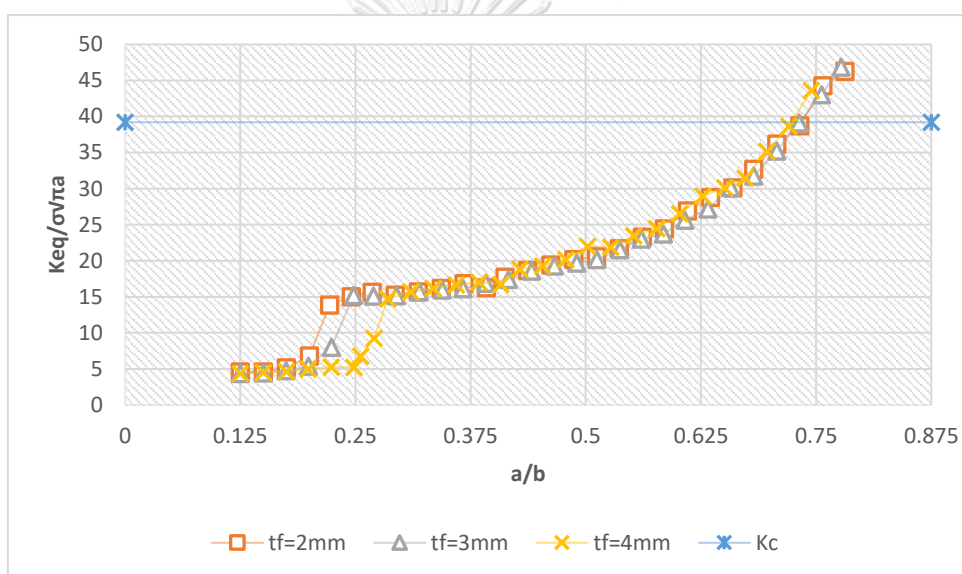
รูปที่ ๘.8 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างทั้งสองด้านโดยที่  $A_f = 12mm^2$



รูปที่ ๘.9 วิธีรอยร้าวลำของแบบจำลองในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างทั้งสองด้านโดยที่  $A_f = 12mm^2$

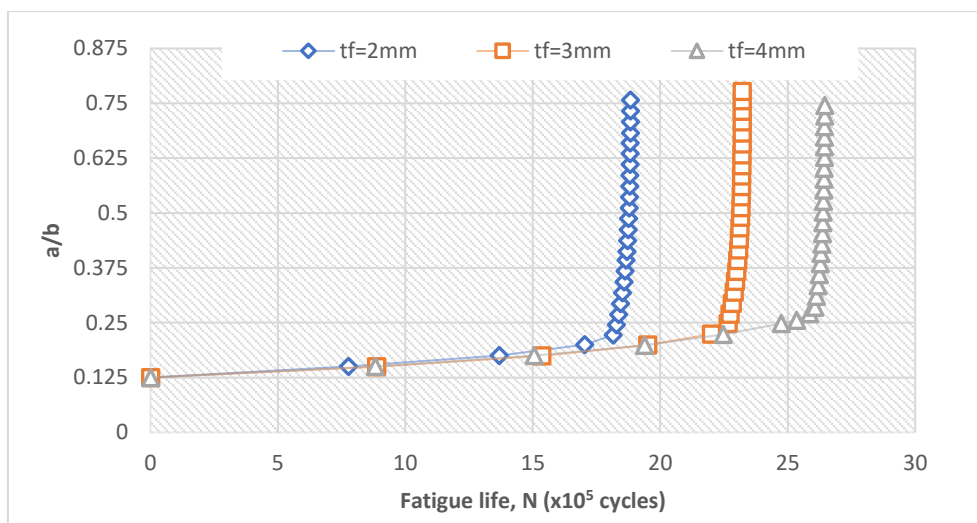
ง.2 ค่า  $A_f = 21\text{mm}^2$

การศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบที่ส่งผลกับอายุความล้าของแผ่นเหล็ก โดยมีแรงดึงเท่ากับ 10 MPa แรงเฉือนเท่ากับ 20 MPa โดยที่  $\tau / \sigma_t = 2.0$  ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 5 mm และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 30 องศาแนวราบ ขนาดพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมมีค่าเท่ากับ  $21\text{mm}^2$  รูปที่ ง.10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  รูปที่ ง.11 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  และรูปที่ ง.12 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $A_f = 21\text{mm}^2$  โดยที่จะเสริมแผ่นเหล็กเฉพาะด้านที่พบรอยร้าว

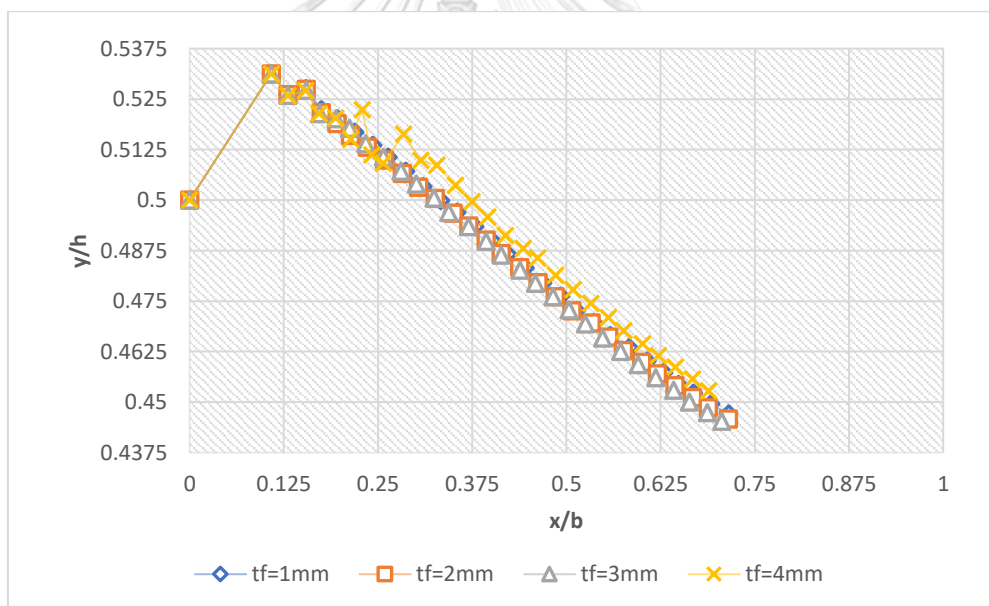


รูปที่ ง.10 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็ก

ด้านข้างเฉพาะด้านที่พบรอยร้าวโดยที่  $A_f = 21\text{mm}^2$

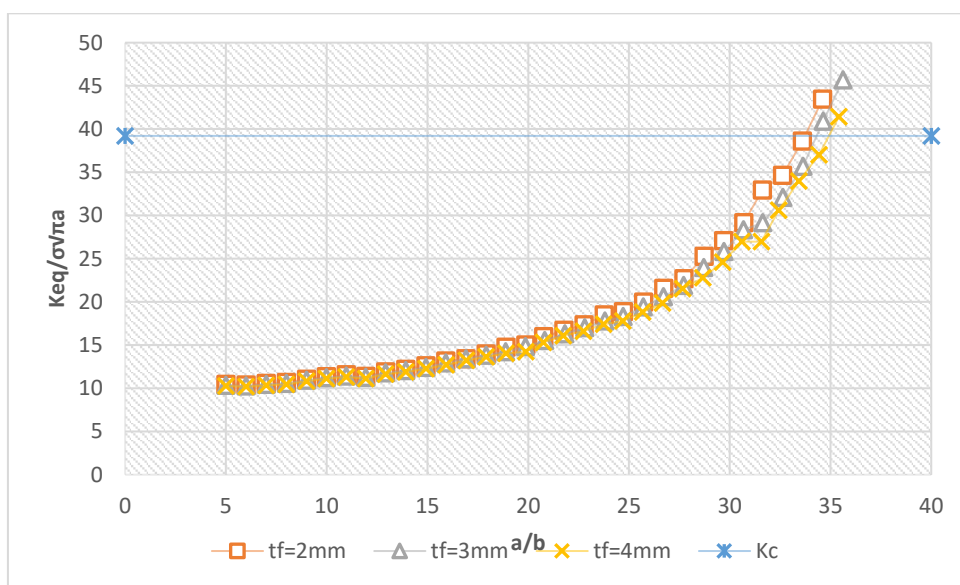


รูปที่ ง.11 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้าง เฉพาะด้านที่พบรอยร้าวโดยที่  $A_f = 21\text{mm}^2$

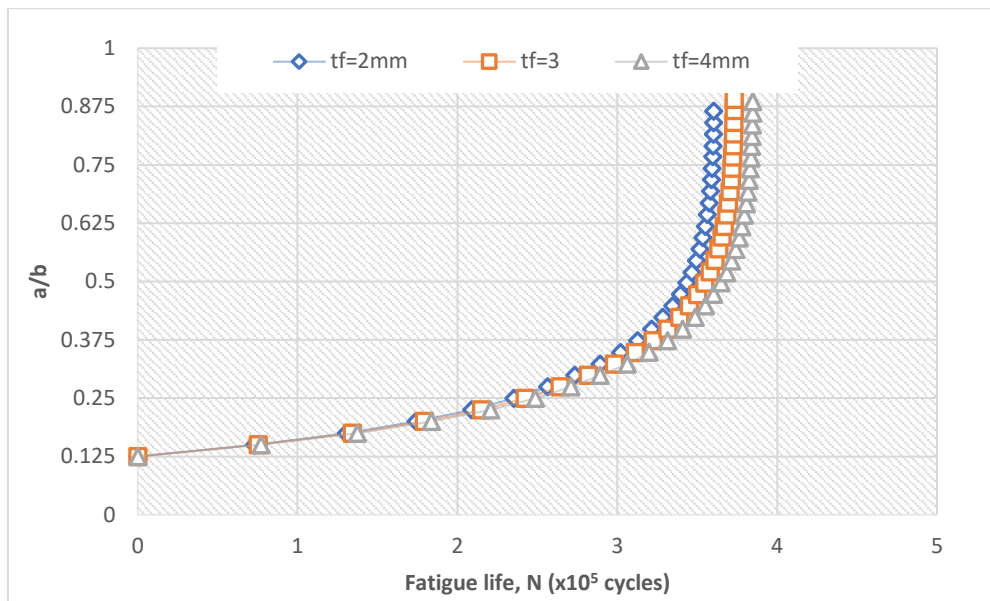


รูปที่ ง.12 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างเฉพาะ ด้านที่พบรอยร้าวโดยที่  $A_f = 21\text{mm}^2$

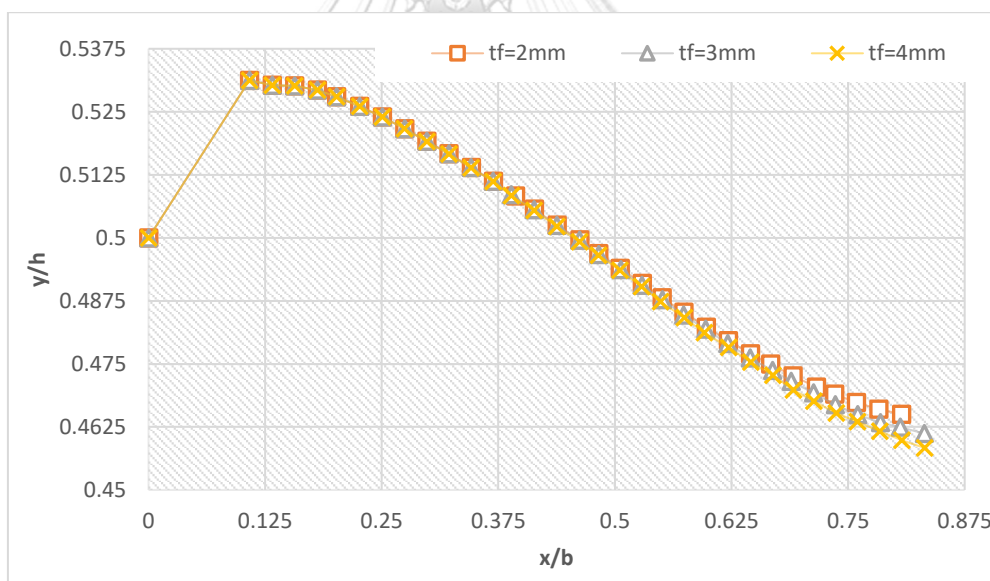
การศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบที่ส่งผลกับอายุความล้าของแผ่นเหล็ก โดยมีแรงดึงเท่ากับ 10 MPa แรงเฉือนเท่ากับ 20 MPa โดยที่  $\tau / \sigma_f = 2.0$  ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 5 mm และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 30 องศาแนวราบ ขนาดพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมมีค่าเท่ากับ 21 mm<sup>2</sup> รูปที่ ง.13 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  รูปที่ ง.14 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  และรูปที่ ง.15 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $A_f = 21\text{mm}^2$  โดยที่จะเสริมแผ่นเหล็กเฉพาะด้านที่ไม่พบรอยร้าว



รูปที่ ง.13 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างเฉพาะด้านที่ไม่พบรอยร้าวโดยที่  $A_f = 21\text{mm}^2$

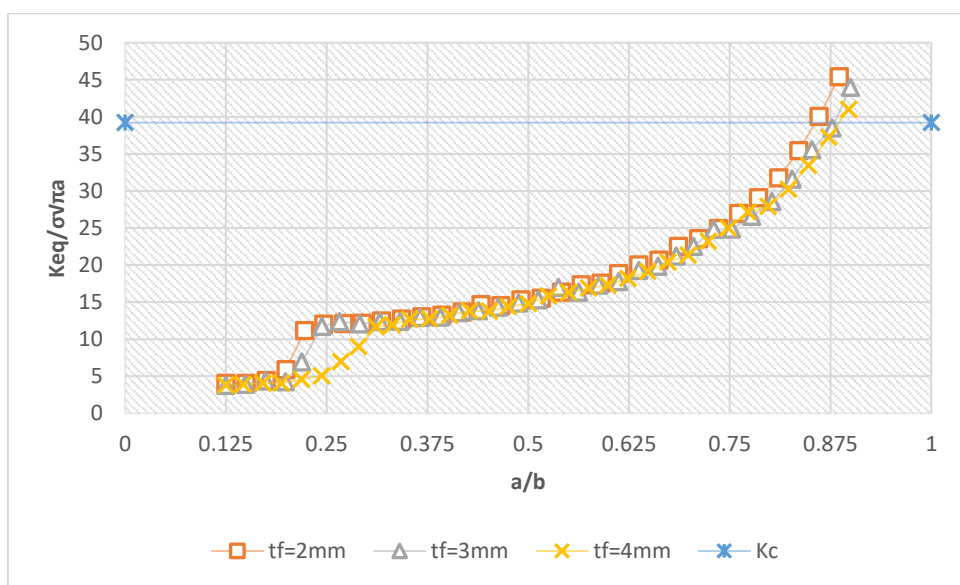


รูปที่ ง.14 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้าง เฉพาะด้านที่ไม่พบรอยร้าวโดยที่  $A_f = 21\text{mm}^2$



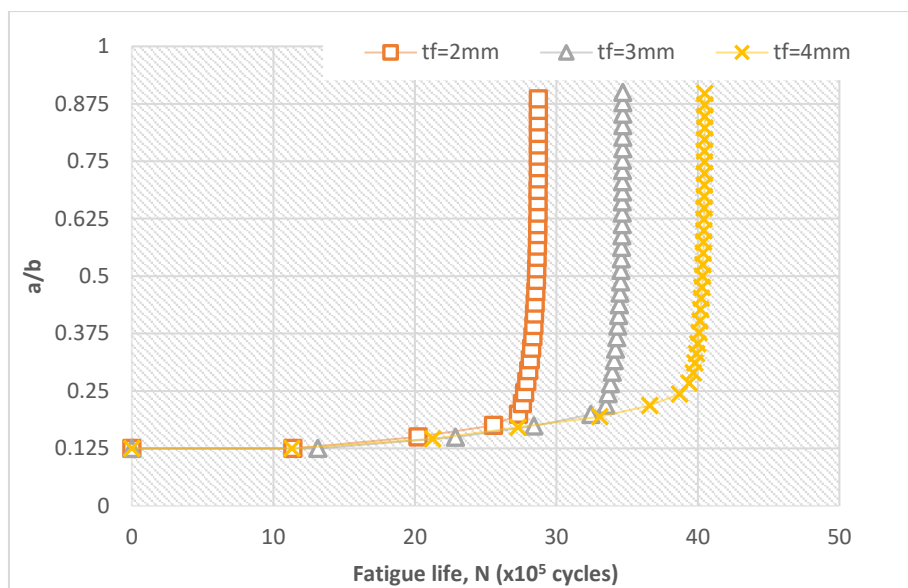
รูปที่ ง.15 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างเฉพาะ ด้านที่ไม่พบรอยร้าวโดยที่  $A_f = 21\text{mm}^2$

การศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบที่ส่งผลกับอายุความล้าของแผ่นเหล็ก โดยมีแรงดึงเท่ากับ 10 MPa แรงเฉือนเท่ากับ 20 MPa โดยที่  $\tau / \sigma_f = 2.0$  ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 5 mm และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 30 องศาแนวราบ ขนาดพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมมีค่าเท่ากับ 21 mm<sup>2</sup> รูปที่ ง.16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  รูปที่ ง.17 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  และรูปที่ ง.18 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $A_f = 21\text{mm}^2$  โดยที่จะเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบทั้งสองด้าน

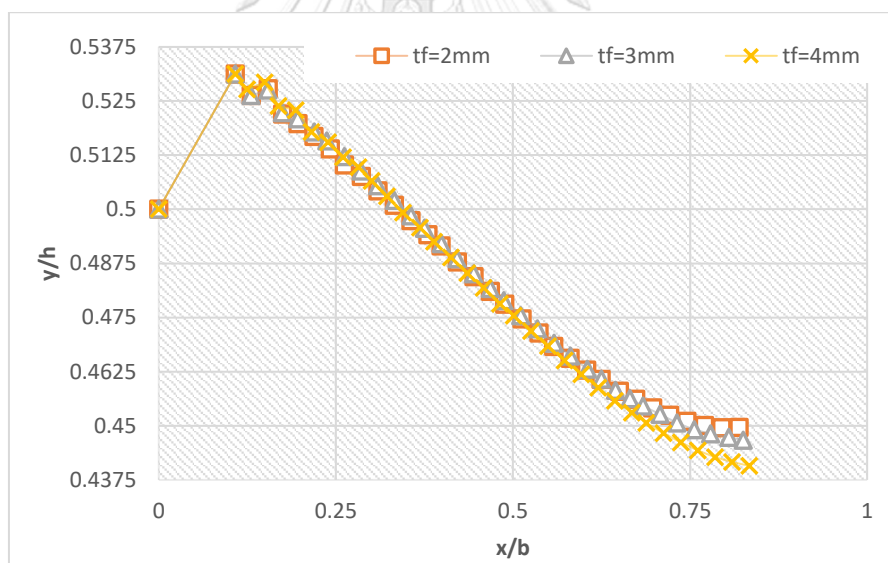


รูปที่ ง.16 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็ก ด้านข้างทั้งสองด้านโดยที่  $A_f = 21\text{mm}^2$





รูปที่ ง.17 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างทั้งสองด้านโดยที่  $A_f = 21mm^2$



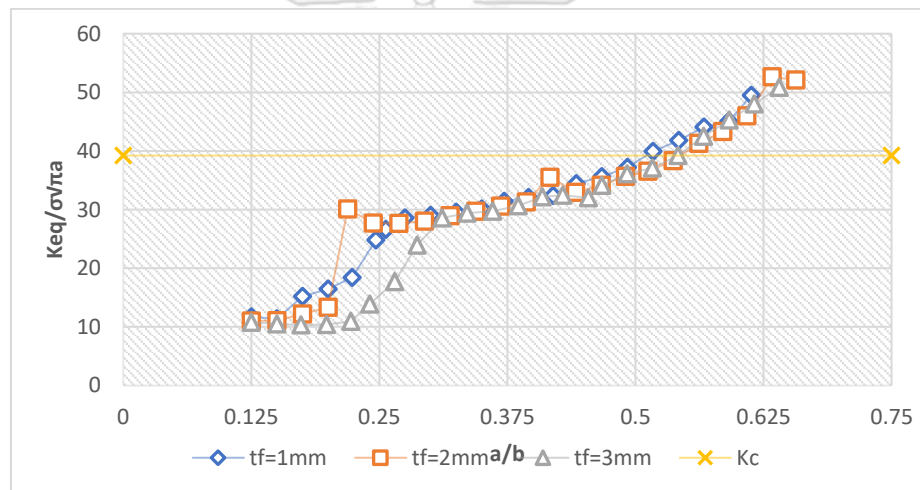
รูปที่ ง.18 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างทั้งสองด้านโดยที่  $A_f = 21mm^2$

แผ่นเหล็กภายใต้หน่วยแรงเฉือนกระทำร่วมกับหน่วยแรงดัด

ง.3 ค่า  $A_f = 12\text{mm}^2$

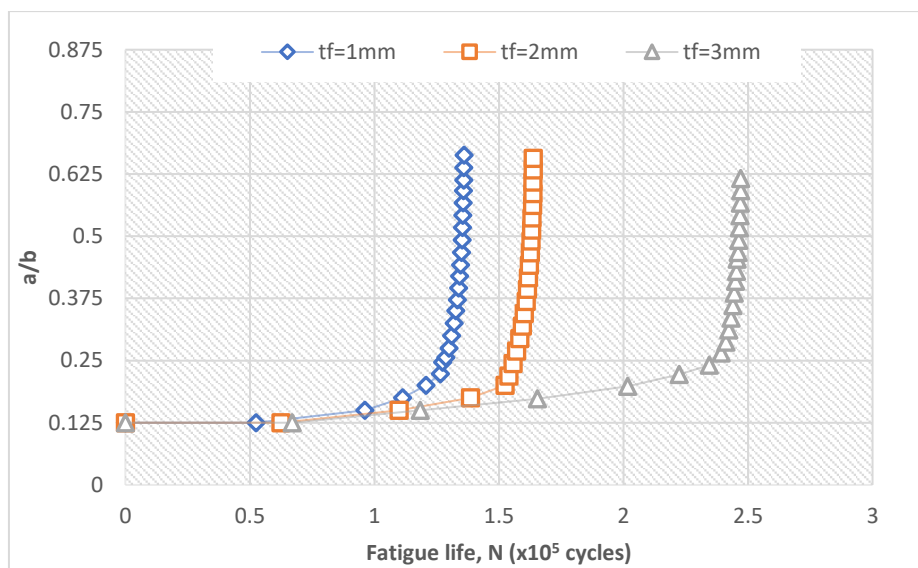
การศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบที่ส่งผลกับอายุความล้าของแผ่นเหล็ก โดยมีแรงดัดเท่ากับ 10 MPa แรงเฉือนเท่ากับ 20 MPa โดยที่  $\tau / \sigma_t = 2.0$  ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 5 mm และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 30 องศาแนวราบ ขนาดพื้นที่หน้าตัดของแผ่น

เหล็กเสริมมีค่าเท่ากับ 12 mm<sup>2</sup> รูปที่ ง.19 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  รูปที่ ง.20 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  และรูปที่ ง.21 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $A_f = 12\text{mm}^2$  โดยที่จะเสริมแผ่นเหล็กเฉพาะด้านที่พบรอยร้าว

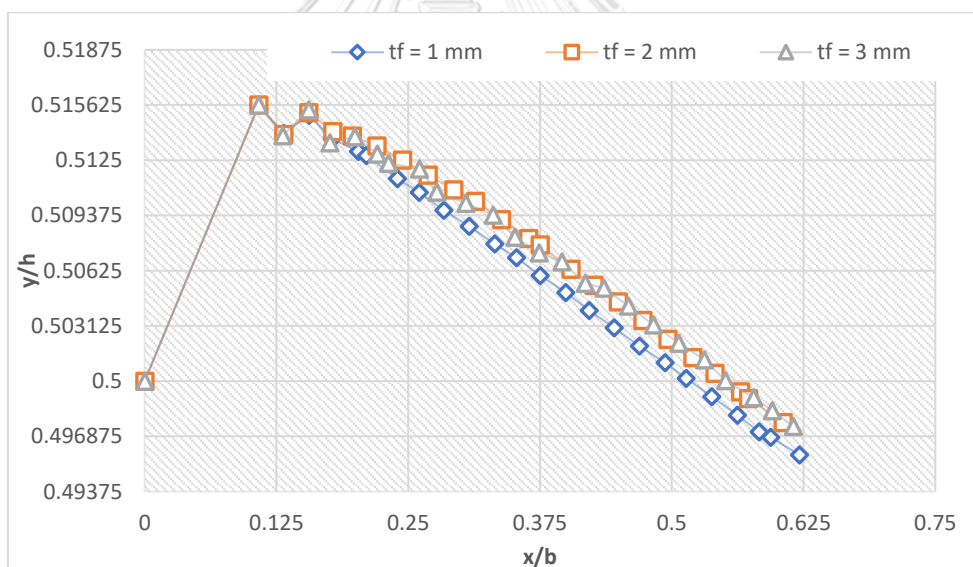


รูปที่ ง.19 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็ก

ด้านข้างเฉพาะด้านที่พบรอยร้าวโดยที่  $A_f = 12\text{mm}^2$

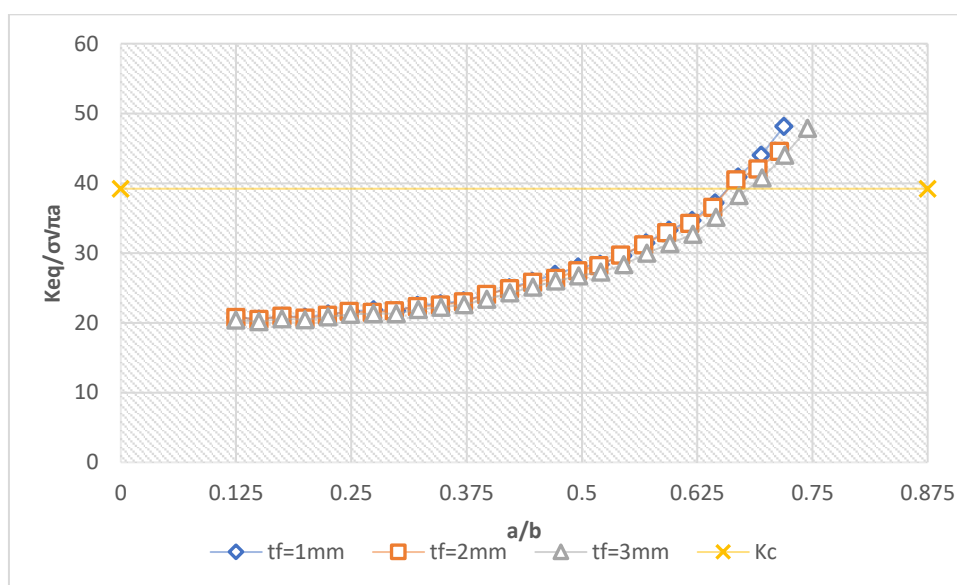


รูปที่ ง.20 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้าง เฉพาะด้านที่พบรอยร้าวโดยที่  $A_f = 12\text{mm}^2$

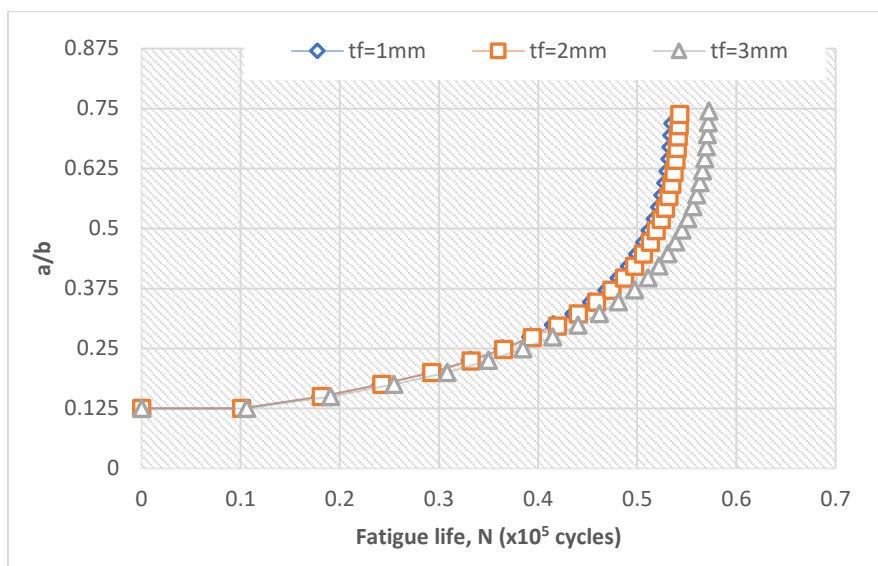


รูปที่ ง.21 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างเฉพาะ ด้านที่พบรอยร้าวโดยที่  $A_f = 12\text{mm}^2$

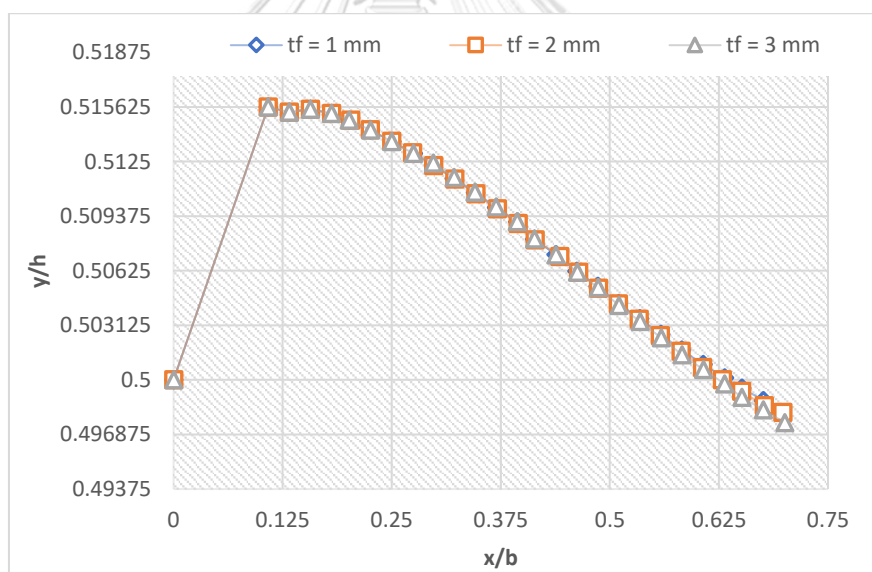
การศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบที่ส่งผลกับอายุความล้าของแผ่นเหล็ก โดยมีแรงดัดเท่ากับ 10 MPa แรงเฉือนเท่ากับ 20 MPa โดยที่  $\tau / \sigma_t = 2.0$  ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 5 mm และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 30 องศาแนวราบ ขนาดพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมมีค่าเท่ากับ 12 mm<sup>2</sup> รูปที่ ง.22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  รูปที่ ง.23 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  และรูปที่ ง.24 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $A_f = 12\text{mm}^2$  โดยที่จะเสริมแผ่นเหล็กเฉพาะด้านที่ไม่พบรอยร้าว



รูปที่ ง.22 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างเฉพาะด้านที่ไม่พบรอยร้าวโดยที่  $A_f = 12\text{mm}^2$

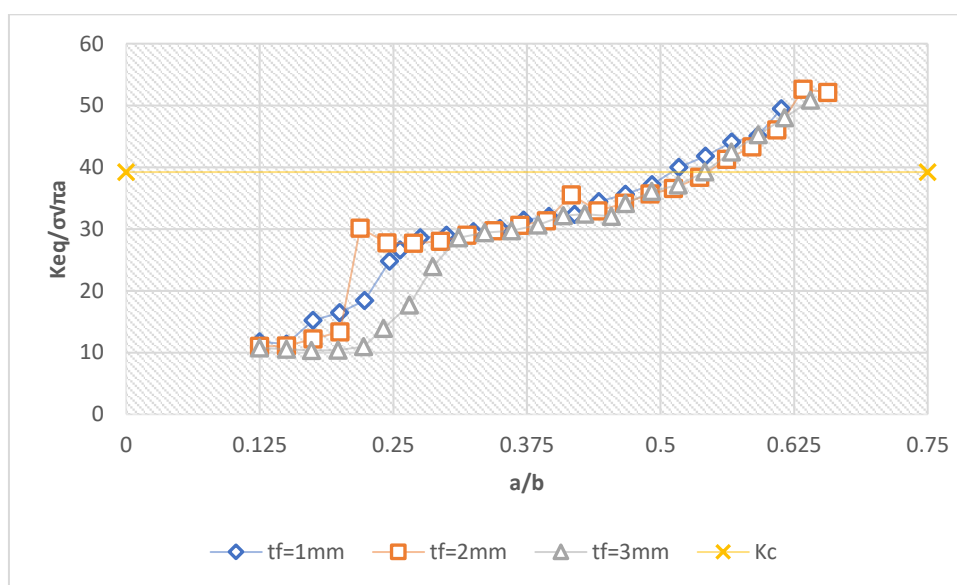


รูปที่ ง.23 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้าง เฉพาะด้านที่ไม่พบรอยร้าวโดยที่  $A_f = 12mm^2$

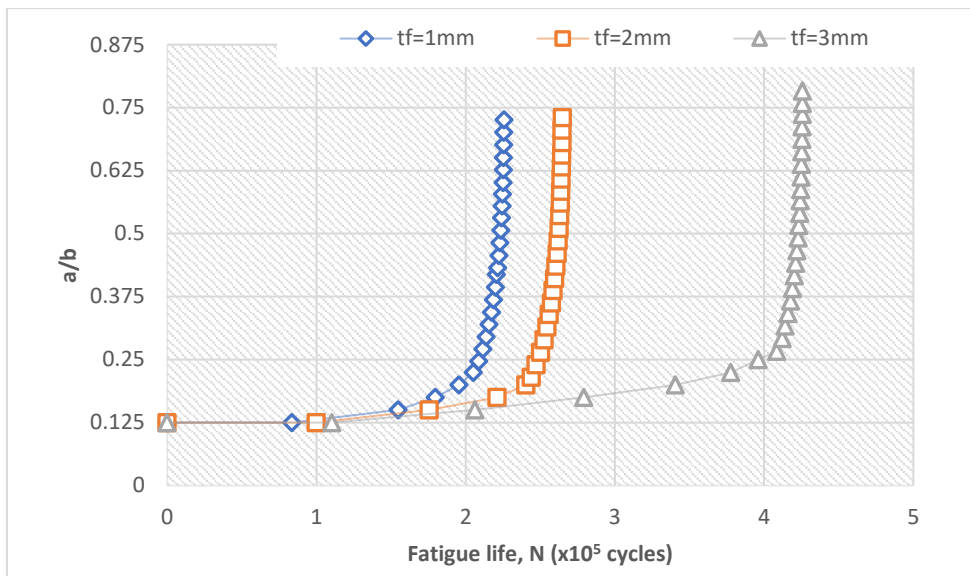


รูปที่ ง.24 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างเฉพาะ ด้านที่ไม่พบรอยร้าวโดยที่  $A_f = 12mm^2$

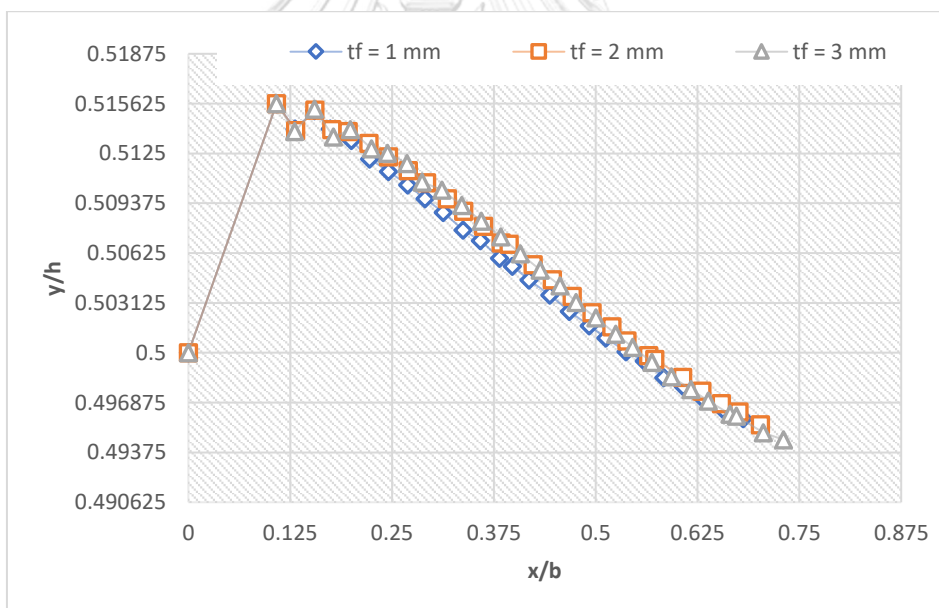
การศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบที่ส่งผลกับอายุความล้าของแผ่นเหล็ก โดยมีแรงดัดเท่ากับ 10 MPa แรงเฉือนเท่ากับ 20 MPa โดยที่  $\tau / \sigma_t = 2.0$  ความยาวรอยร้าวเริ่มต้นเท่ากับ 5 mm และมุมเอียงของรอยร้าวเริ่มต้นทำมุม 30 องศาแนวราบ ขนาดพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเหล็กเสริมมีค่าเท่ากับ 12 mm<sup>2</sup> รูปที่ ๓.25 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  รูปที่ ๓.26 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  และรูปที่ ๓.27 วิธีรอยร้าวล้าของแบบจำลองที่  $A_f = 12\text{mm}^2$  โดยที่จะเสริมแผ่นเหล็กที่ขอบทั้งสองด้าน



รูปที่ ๓.25 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a$  และ  $\frac{\Delta K_{eq}}{\sigma\sqrt{\pi a}}$  ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างทั้งสองด้านโดยที่  $A_f = 12\text{mm}^2$



รูปที่ ง.26 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $N$  และ  $a$  ในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างทั้งสองด้านโดยที่  $A_f = 12mm^2$



รูปที่ ง.27 วิธีร้อยร้าวล้าของแบบจำลองในการศึกษาผลกระทบของการเสริมแผ่นเหล็กด้านข้างทั้งสองด้านโดยที่  $A_f = 12mm^2$

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	นายอรรถสิทธิ์ ชูแสงศรี
วัน เดือน ปี เกิด	6 สิงหาคม 2537
สถานที่เกิด	สุราษฎร์ธานี
วุฒิการศึกษา	ปริญญาตรี คณะวิศวกรรมศาสตร์ ภาควิชาวิศวกรรมโยธา มหาวิทยาลัยขอนแก่น ปริญญาโท คณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิศวกรรมโครงสร้าง ภาควิชา วิศวกรรมโยธา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ที่อยู่ปัจจุบัน	108 ถนนสุขุมวิท 5 ซอยสุขุมวิท 5 ซอย 5 แยก 13 แขวงท่าแร้ง เขตบางเขน กทม. 10220



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
CHULALONGKORN UNIVERSITY