

การจำลองค่าเริ่มต้นการเกิดเพอร์คอเรชันของวัสดุแกรฟีนนาโนคอมโพสิต



บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี ภาควิชาวิศวกรรมเคมี

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2560

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

SIMULATION OF THE PERCOLATION THRESHOLD OF GRAPHENE NANOCOMPOSITES



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Chemical Engineering

Department of Chemical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2017

Copyright of Chulalongkorn University



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

อนุพงศ์ ชันธิกุล : การจำลองค่าเริ่มต้นการเกิดเพอร์คอเรชันของวัสดุแกรฟีนนาโนคอมโพสิต (SIMULATION OF THE PERCOLATION THRESHOLD OF GRAPHENE NANOCOMPOSITES) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ดร. วรวิญญู แต่ไพสิฐพงษ์, หน้า.

วัสดุพอลิเมอร์เป็นที่นิยมนำมาใช้งานเนื่องจากสามารถใช้งานได้หลากหลาย แต่หนึ่งในข้อจำกัดของวัสดุพอลิเมอร์คือไม่สามารถนำไฟฟ้าได้ การเติมสารเติมแต่งที่สามารถนำไฟฟ้าได้ลงไป ในเนื้อพอลิเมอร์ถึงจุดที่เรียกว่าเพอร์คอเรชันจะทำให้พอลิเมอร์นั้นสามารถนำไฟฟ้าได้ ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อทำนายจุดเพอร์คอเรชัน โดยเปรียบเทียบแบบจำลอง 3 แบบได้แก่ แบบจำลองแกนอ่อน แบบจำลองแกนแข็ง และแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน ผลการคำนวณได้ว่าแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อนจะทำนายจุดเพอร์คอเรชันได้ใกล้เคียงกับค่าจากการทดลองมากกว่าแบบจำลองอื่น เพราะแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อนมีความคล้ายคลึงกับวัสดุจริงมากที่สุด โดยในส่วนของเปลือกอ่อนเป็นบริเวณเกิดปรากฏการณ์การกระโดดของอิเล็กตรอนซึ่งเกิดในวัสดุจริงระหว่างสารเติมแต่งได้ง่ายขึ้น นอกจากนี้การคำนวณจะแม่นยำมากขึ้นเมื่อเพิ่มขนาดปริมาตรตัวแทนในแบบจำลองและเมื่อเพิ่มจำนวนครั้งของการเฉลี่ยผลลัพธ์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภาควิชา วิศวกรรมเคมี

สาขาวิชา วิศวกรรมเคมี

ปีการศึกษา 2560

ลายมือชื่อนิสิต

ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก

5770481721 : MAJOR CHEMICAL ENGINEERING

KEYWORDS: PERCOLATION / GRAPHENE NANOCOMPOSITE / MODEL

ANUPHONG KANTIKUL: SIMULATION OF THE PERCOLATION THRESHOLD OF GRAPHENE NANOCOMPOSITES. ADVISOR: VARUN TAEPASITPHONGSE, Ph.D., pp.

The polymeric materials are popular in many applications but one limitation of polymers is that they cannot conduct electricity. Adding electrical conducting additive into the polymer matrix at the percolation point makes the polymer to become an electrical conductive material. In this study, the mathematical model to predict this percolation threshold was presented. Three models consisting of Soft-core model, Hard-core model and Hard-core Soft-shell model were compared. Calculation results indicated that the Hard-core Soft-shell model provided the percolation threshold better than other models. This was because the Hard-core Soft-shell model was similar to the real material due to allowed the soft-shell part simulated electron hopping and the tunneling in the actual material which allowed easy connection between additives. Additionally, the simulation result was more accurate when the bigger representative volume was used and more simulated results were averaged.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

Department: Chemical Engineering Student's Signature

Field of Study: Chemical Engineering Advisor's Signature

Academic Year: 2017

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ดร.วรัญ แต่ไพสิฐพงษ์ เป็นอย่างสูงสำหรับความดูแลเอาใจใส่ ตลอดระยะเวลาในการศึกษาระดับปริญญาโทมาหาบัณฑิต รวมถึงการให้คำปรึกษาและคำแนะนำที่ดีในการทำวิจัย ตลอดจนการตรวจทานและแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงเป็นอย่างดี

ขอขอบคุณคณะกรรมการการสอบวิทยานิพนธ์ประกอบด้วย ศ. ดร. ไพศาล กิตติศุภกร ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และ รศ. ดร. กษิติศ หนูทอง กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ จากภาควิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และสุดท้าย รศ. ดร. สมศักดิ์ วรมงคลชัย กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย จากภาควิชาเคมี คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง สำหรับคำแนะนำจนทำให้วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วง

นอกจากนี้ ขอขอบคุณพี่ ๆ เพื่อน ๆ ทุกคนในห้องปฏิบัติการวิจัยวิศวกรรมพอลิเมอร์ ภาควิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สำหรับความช่วยเหลือ คำแนะนำ และกำลังใจตลอดระยะเวลาการทำวิจัย

สุดท้ายนี้ ขอขอบสมาชิกทุกคนในครอบครัว สำหรับกำลังใจและการสนับสนุนอย่างเต็มที่ในการศึกษาปริญญาโทมาหาบัณฑิต

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2. วัตถุประสงค์ของงานวิจัย.....	3
1.3. ขอบเขตของงานวิจัย	3
1.4. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	4
บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	5
2.1 การนำไฟฟ้า.....	5
2.2 พอลิเมอร์ (Polymer).....	5
2.3 วัสดุพอลิเมอร์คอมโพสิต (Polymer Composites).....	6
2.4 วัสดุพอลิเมอร์คอมโพสิตนำไฟฟ้า (Conducting Polymer Composites).....	6
2.5 แกรไฟท์และแกรฟีน (Graphite and Graphene).....	6
2.6 เพอร์คอเรชันและสภาพการนำไฟฟ้า (Percolation and Conductivity).....	7
2.7 อิเล็กตรอนฮอปปีงและทันเนลลิง (Electron Hopping and Tunneling).....	8
2.8 แบบจำลอง (Model).....	9
2.9 เวกเตอร์ (Vector)	10
2.10 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Methods)	11
2.11 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	14
บทที่ 3 ขั้นตอนการสร้างแบบจำลอง.....	31

3.1 วัสดุนาโนคอมโพสิต.....	31
3.2 นิยามของตัวแปรในแบบจำลอง.....	32
3.3 เงื่อนไขการเชื่อมต่อในแบบจำลองชนิดต่างๆ.....	46
3.4 ขั้นตอนการหาจุดเพอร์คอเรชัน (Percolation Threshold).....	50
3.5 แกรฟีนนาโนคอมโพสิต (Graphene Nanocomposite).....	56
บทที่ 4 ผลและการวิเคราะห์ผลงานวิจัย.....	58
4.1 การพิสูจน์แนวคิดและสมการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในแบบจำลอง.....	58
4.2 ผลและการวิเคราะห์ผลเปรียบเทียบแบบจำลองชนิดต่างๆ.....	65
4.3 ผลของจำนวนครั้งต่อผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ.....	67
4.4 ผลของขนาดปริมาตรตัวแทน (Representative Volume).....	71
4.5 ผลของการจำลองเปรียบเทียบกับผลการทดลอง.....	72
บทที่ 5 สรุปผลงานวิจัย.....	75
รายการอ้างอิง.....	76
ภาคผนวก.....	78
ภาคผนวก ก. ผลของแบบจำลอง.....	79
ภาคผนวก ข. ชุดคำสั่งสำหรับดำเนินการในโปรแกรม MATLAB.....	200
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	240

สารบัญตาราง

ตารางที่ 1.1 พอลิเมอร์ที่นำไฟฟ้าได้ด้วยตัวเอง (Conjugate Polymers)	1
ตารางที่ 4.1 ผลการคำนวณจากแบบจำลองแต่ละชนิด	65
ตารางที่ 4.2 จำนวนผลของแบบจำลองแบบแกนแข็งเปลือกอ่อน.....	67
ตารางที่ 4.3 ผลของการเฉลี่ย 3 ครั้งของแบบจำลองแบบแกนแข็งเปลือกอ่อน	68
ตารางที่ 4.4 ผลของการเฉลี่ย 6 ครั้งของแบบจำลองแบบแกนแข็งเปลือกอ่อน	69
ตารางที่ 4.5 ผลของการเฉลี่ย 9 ครั้งของแบบจำลองแบบแกนแข็งเปลือกอ่อน	70
ตารางที่ 4.6 ผลของปริมาตรตัวแทนต่อความแม่นยำของผลลัพธ์ของแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน	71
ตารางที่ 4.7 ผลการคำนวณเปรียบเทียบกับข้อมูลจาก Hongliang Hu	73
ตารางที่ 4.8 ผลการคำนวณเปรียบเทียบกับข้อมูลจาก Mitra Yoonessi	73
ตาราง ก.1 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการด้วยแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 1	81
ตาราง ก.2 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการด้วยแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 2	84
ตาราง ก.3 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการด้วยแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 3	87
ตาราง ก.4 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการด้วยแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อนครั้งที่ 1	90
ตาราง ก.5 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการด้วยแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อนครั้งที่ 2	93
ตาราง ก.6 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการด้วยแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อนครั้งที่ 3	96
ตาราง ก.7 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 3 ครั้ง ครั้งที่ 1	99
ตาราง ก.8 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 3 ครั้ง ครั้งที่ 2	102
ตาราง ก.9 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 3 ครั้ง ครั้งที่ 3	105
ตาราง ก.10 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 1	108
ตาราง ก.11 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 2	111
ตาราง ก.12 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 3	114
ตาราง ก.13 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 4	117

สารบัญรูปภาพ

รูปที่ 1.1 ค่าการนำไฟฟ้าเมื่อเทียบกับร้อยละโดยปริมาตรของคาร์บอนนาโนทิวบ์ในเนื้อเมทริกซ์ Polydimethylsiloxane	2
รูปที่ 2.1 โครงสร้างโมเลกุลของแกรไฟต์	7
รูปที่ 2.2 คาร์บอนนาโนทิวบ์ที่เชื่อมต่อกันโดยมีระยะห่าง dkp ที่ทำให้เกิดปรากฏการณ์ Electron Hopping และ Tunneling	9
รูปที่ 2.3 ทิศทางของผลคูณเชิงเวกเตอร์.....	11
รูปที่ 2.4 ลักษณะของขอบเขตเงื่อนไขของแบบจำลองแกนอ่อน (Soft-core Model)	15
รูปที่ 2.5 รูปตัวอย่างของการสร้างแบบจำลองการเกิดเพอร์คอเรชันของ a) วงกลมที่ขนาดเท่ากัน และ b) วงกลมที่ขนาดต่างกัน	16
รูปที่ 2.6 กราฟพิกัดตัวอย่างของการสร้างแบบจำลองการเกิดเพอร์คอเรชันของ a) ทรงกลมที่ขนาดเท่ากันและ b) ทรงกลมที่ขนาดต่างกัน	17
รูปที่ 2.7 แบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-Core Soft-Shell Model) ของวงกลมและทรงกลม	18
รูปที่ 2.8 กราฟพิกัดตัวอย่างของการสร้างแบบจำลองการเกิดเพอร์คอเรชันแบบแกนแข็งเปลือกอ่อนของ a) วงกลมที่ขนาดเท่ากัน และ b) วงกลมที่ขนาดต่างกัน	18
รูปที่ 2.9 กราฟพิกัดตัวอย่างของการสร้างแบบจำลองการเกิดเพอร์คอเรชันแบบแกนแข็งและเปลือกอ่อนของ a) ทรงกลมที่ขนาดเท่ากัน และ b) ทรงกลมที่ขนาดต่างกัน	19
รูปที่ 2.10 รูปทรงของทรงกระบอกปลายโค้ง	20
รูปที่ 2.11 การกำหนดทิศทางการจัดเรียงตัวของทรงกระบอกปลายโค้ง	20
รูปที่ 2.12 แสดงรูปแบบการสัมผัสกันระหว่างทรงกระบอกปลายโค้ง : a) ด้านข้างต่อด้านข้าง , b) ด้านข้างต่อปลายและ c) ปลายต่อปลาย	21
รูปที่ 2.13 การสัมผัสกันแบบด้านข้างต่อด้านข้าง	22
รูปที่ 2.14 การสัมผัสกันแบบด้านข้างต่อปลาย	24
รูปที่ 2.15 การสัมผัสกันแบบปลายต่อปลาย	25

รูปที่ 2.16 แสดงปริมาตรโดยรอบของทรงกระบอกปลายโค้ง	26
รูปที่ 2.17 แบบจำลองเพอร์คอเรชันของทรงกระบอกปลายโค้ง	27
รูปที่ 2.18 รูปร่างของทรงกระบอกปลายโค้งในแบบจำลองแบบแกนแข็งและเปลือกอ่อน	27
รูปที่ 2.19 ค่าการนำไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้นที่จุดเพอร์คอเรชันจากงานวิจัยของ Bingjie Wang	28
รูปที่ 2.20 ค่าการนำไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้นที่จุดเพอร์คอเรชันจากงานวิจัยของ Hongliang Hu	29
รูปที่ 2.21 ค่าการนำไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้นที่จุดเพอร์คอเรชันจากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi	30
รูปที่ 3.1 ปริมาตรตัวแทนที่เป็นตัวแทนของเนื้อวัสดุพอลิเมอร์นาโนคอมโพสิต	32
รูปที่ 3.2 แผ่นวงกลมและเวกเตอร์	32
รูปที่ 3.3 ทิศทางของผลคูณเชิงเวกเตอร์	34
รูปที่ 3.4 ลักษณะของแผ่นวงกลมทั้งสองในกรณีที่ 1	35
รูปที่ 3.5 ลักษณะของแผ่นวงกลมทั้งสองในกรณีที่ 2	35
รูปที่ 3.6 ลักษณะของแผ่นวงกลมทั้งสองในกรณีที่ 3	36
รูปที่ 3.7 ลักษณะของแผ่นวงกลมทั้งสองในกรณีที่ 4	36
รูปที่ 3.8 ลักษณะของแผ่นวงกลมทั้งสองในกรณีที่ 5	37
รูปที่ 3.9 ลักษณะของแผ่นวงกลมทั้งสองในกรณีที่ 6	37
รูปที่ 3.10 แสดงตำแหน่งของจุด P1 และ P2	38
รูปที่ 3.11 ตำแหน่งต่าง ๆ ที่ใช้ในการตรวจสอบความสัมพันธ์ของแผ่นวงกลมในแบบจำลองแกนอ่อน (Soft-core model) และแบบจำลองแกนแข็ง (Hard-core model)	46
รูปที่ 3.12 ตำแหน่งต่าง ๆ ที่ใช้ในการตรวจสอบความสัมพันธ์ของแผ่นวงกลมในแบบจำลองแกนแข็ง เปลือกอ่อน (Hard-core Soft-shell model)	49
รูปที่ 3.13 ขั้นตอนการหาจุดเพอร์คอเรชันของแบบจำลองแกนอ่อน (Soft-core model)	53
รูปที่ 3.14 ขั้นตอนที่ 1 ของการหาจุดเพอร์คอเรชันของแบบจำลองแกนแข็ง (Hard-core model)	54
รูปที่ 3.15 ขั้นตอนที่ 2 ของการหาจุดเพอร์คอเรชันของแบบจำลองแกนแข็ง (Hard-core model)	54

รูปที่ 3.16	ขั้นตอนที่ 1 ของการหาจุดเพอร์คอเรชันของแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-core Soft-shell model).....	55
รูปที่ 3.17	ขั้นตอนที่ 2 ของการหาจุดเพอร์คอเรชันของแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-core Soft-shell model).....	56
รูปที่ 3.18	ลักษณะของแผ่นแกรฟีนในวัสดุคอมโพสิต	57
รูปที่ 4.1	แผ่นวงกลมสองแผ่นในระนาบ x-y ที่ใช้ในการทดสอบชุดสมการครั้งที่ 1	58
รูปที่ 4.2	แผ่นวงกลมสองแผ่นในระนาบ x-z ที่ใช้ในการทดสอบชุดสมการครั้งที่ 1	59
รูปที่ 4.3	แสดงผลการคำนวณในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ของการหาค่า P1 , P2 และ ความสัมพันธ์ของแผ่นวงกลม A และ B ครั้งที่ 1	60
รูปที่ 4.4	แผ่นวงกลมสองแผ่นในระนาบ x-y ที่ใช้ในการทดสอบชุดสมการครั้งที่ 2	61
รูปที่ 4.5	แผ่นวงกลมสองแผ่นในระนาบ x-z ที่ใช้ในการทดสอบชุดสมการครั้งที่ 2	61
รูปที่ 4.6	แสดงผลการคำนวณในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ของการหาค่า P1 , P2 และ ความสัมพันธ์ของแผ่นวงกลม A และ B ครั้งที่ 2	62
รูปที่ 4.7	แผ่นวงกลมในระนาบ x-y ที่ใช้ทดสอบชุดคำสั่ง loop.....	63
รูปที่ 4.8	แผ่นวงกลมในระนาบ x-z ที่ใช้ทดสอบชุดคำสั่ง loop.....	63
รูปที่ 4.9	ผลการดำเนินการทดสอบชุดคำสั่ง loop ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์.....	64
รูปที่ 4.10	แผนภูมิแท่งความคลาดเคลื่อนต่อจำนวนครั้งของการเฉลี่ย	70
รูปที่ 4.11	แผนภูมิแท่งแสดงผลของปริมาตรตัวแทนต่อความคลาดเคลื่อนของผลลัพธ์	72
รูปที่ ก.1	เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 1	82
รูปที่ ก.2	เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 1	83
รูปที่ ก.3	เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 1	83
รูปที่ ก.4	เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 2	85
รูปที่ ก.5	เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 2	85
รูปที่ ก.6	เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 2	86
รูปที่ ก.7	เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 3	88

รูปที่ ก.94 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y จากงานวิจัยของ Hongliang Hu ครั้งที่ 2.....	185
รูปที่ ก.95 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z จากงานวิจัยของ Hongliang Hu ครั้งที่ 2.....	186
รูปที่ ก.96 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z จากงานวิจัยของ Hongliang Hu ครั้งที่ 2.....	186
รูปที่ ก.97 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y จากงานวิจัยของ Hongliang Hu ครั้งที่ 3.....	189
รูปที่ ก.98 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z จากงานวิจัยของ Hongliang Hu ครั้งที่ 3.....	189
รูปที่ ก.99 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z จากงานวิจัยของ Hongliang Hu ครั้งที่ 3.....	190
รูปที่ ก.100 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y จากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi ครั้งที่ 1	192
รูปที่ ก.101 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z จากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi ครั้งที่ 1	193
รูปที่ ก.102 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z จากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi ครั้งที่ 1	193
รูปที่ ก.103 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y จากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi ครั้งที่ 2	195
รูปที่ ก.104 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z จากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi ครั้งที่ 2	196
รูปที่ ก.105 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z จากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi ครั้งที่ 2	196
รูปที่ ก.106 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y จากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi ครั้งที่ 3	198

รูปที่ ก.107 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z จากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi
ครั้งที่ 3 199

รูปที่ ก.108 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z จากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi
ครั้งที่ 3 199



บทที่ 1

บทนำ

1.1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันวัสดุพอลิเมอร์เป็นที่นิยมนำมาใช้งานในหลาย ๆ ด้านเนื่องจากข้อดีของวัสดุพอลิเมอร์คือ มีน้ำหนักเบา รับแรงได้ดี ทนทานต่อการกัดกร่อนได้ดี และขึ้นรูปได้ง่ายกว่าวัสดุประเภทอื่น ๆ แต่ข้อจำกัดหนึ่งของวัสดุพอลิเมอร์ทั่วไปที่ใช้งานกันอยู่ในปัจจุบันคือไม่สามารถนำไฟฟ้าได้หรือนำได้ไม่ดีเท่ากับวัสดุประเภทโลหะ

วัสดุพอลิเมอร์ที่สามารถนำไฟฟ้าได้นั้น แบ่งออกเป็น พอลิเมอร์ที่สามารถนำไฟฟ้าได้ด้วยตัวพอลิเมอร์เองดังแสดงในตารางที่ 1.1 และพอลิเมอร์ที่มีการเติมสารเติมแต่งแล้วทำให้เกิดการนำไฟฟ้าได้

ตารางที่ 1.1 พอลิเมอร์ที่นำไฟฟ้าได้ด้วยตัวเอง (Conjugate Polymers) [1]

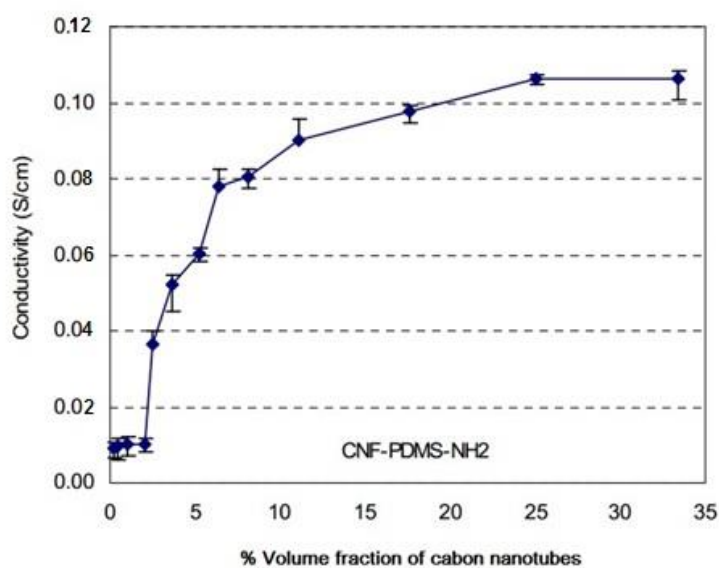
The main chain contains	Heteroatoms present		
	No heteroatom	Nitrogen-containing	Sulfur-containing
Aromatic cycles	poly(fluorene)s	poly(pyrrole)s (PPY)	poly(thiophene)s (PT)
	polyphenylenes	polycarbazoles	poly(3,4-ethylenedioxythiophene) (PEDOT)
	polypyrenes	polyindoles	poly(p-phenylene sulfide) (PPS)
	polyazulenes	polyazepines	
	polynaphthalenes	polyanilines (PANI)	
Double bonds	poly(acetylene)s (PAC)		
Aromatic cycles and double bonds	poly(p-phenylene vinylene) (PPV)		

พอลิเมอร์ที่สามารถนำไฟฟ้าได้ด้วยตัวเองนั้น เกิดจากการที่โมเลกุลมีพันธะคู่สลับกับพันธะเดี่ยว ทำให้อิเล็กตรอนสามารถที่จะเคลื่อนที่ได้ในสายโซ่โมเลกุล

วัสดุพอลิเมอร์ที่ไม่สามารถนำไฟฟ้าได้เองนั้น เมื่อมีการเติมสารเติมแต่งที่สามารถนำไฟฟ้าได้ เช่น ผงโลหะ แกรฟีน คาร์บอนแบล็ก และคาร์บอนนาโนทิวบ์ เป็นต้น ก็จะทำให้วัสดุคอมโพสิตนี้สามารถนำไฟฟ้าได้

วัสดุคอมโพสิตที่สามารถนำไฟฟ้าได้นี้ถูกนำไปใช้งานที่หลากหลาย เช่น อิเล็กโทรด (Electrode) สารสร้างความร้อนแบบต้านทาน (Resistance Heating) และเซ็นเซอร์ (Sensor) เป็นต้น ในปัจจุบันมีความสนใจนำวัสดุคอมโพสิตที่สามารถนำไฟฟ้าได้นี้ไปใช้งานเพิ่มขึ้นเนื่องจากวัสดุคอมโพสิตมีความหนาแน่นต่ำ ทนต่อสารเคมีได้ดี และสามารถขึ้นรูปได้ง่ายกว่าวัสดุประเภทอื่น

การนำไฟฟ้าของวัสดุคอมโพสิตนั้นจะขึ้นอยู่กับปริมาณของสารเติมแต่งที่สามารถนำไฟฟ้าได้ที่เติมลงไป โดยการเติมสารเติมแต่งในปริมาณน้อย ๆ จะยังไม่ทำให้เกิดการนำไฟฟ้าขึ้น แต่เมื่อเติมไปในปริมาณที่เหมาะสมค่าหนึ่งจะทำให้เกิดการนำไฟฟ้าเพิ่มขึ้นเป็นอย่างมาก จุดนี้เรียกว่า เพอร์คอเรชันเทรตโฮล (percolation threshold) ดังในรูปที่ 1.1 จะเห็นได้ว่าเมื่อปริมาณของคาร์บอนนาโนทิวบ์นั้นมีปริมาณน้อยกว่าร้อยละ 2 โดยปริมาตร ค่าการนำไฟฟ้าของวัสดุคอมโพสิตจะมีค่าน้อยมาก และแทบจะไม่มีเปลี่ยนแปลงเลย แต่เมื่อปริมาณของคาร์บอนนาโนทิวบ์นั้นมีมากกว่าร้อยละ 2 โดยปริมาตรจะเห็นว่าการนำไฟฟ้าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วและเพิ่มสูงขึ้นเรื่อย ๆ จนเริ่มเข้าสู่ค่าคงที่เมื่อปริมาณของคาร์บอนนาโนทิวบ์มีมากกว่าร้อยละ 25 โดยปริมาตร [2]



รูปที่ 1.1 ค่าการนำไฟฟ้าเมื่อเทียบกับร้อยละโดยปริมาตรของคาร์บอนนาโนทิวบ์ในเนื้อเมทริกซ์ Polydimethylsiloxane [2]

แนวทางในการพัฒนาวัสดุพอลิเมอร์คอมโพสิตที่สามารถนำไฟฟ้าได้นั้น สามารถแบ่งออกเป็นสองแบบคือ (1) การทดลอง และ (2) การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การทดลองจะเป็นการทำชิ้นงานตัวอย่างโดยมีการเติมสารเติมแต่งที่สามารถนำไฟฟ้าได้ในปริมาณที่แตกต่างกันแล้วนำชิ้นงานตัวอย่างไปวัดค่าการนำไฟฟ้า ซึ่งข้อดีของการทำการทดลองก็คือจะได้ค่าที่เป็นจริงถูกต้องแม่นยำ แต่ข้อดีของการทำการทดลองคือต้องเสียเวลาและค่าใช้จ่ายจำนวนมาก ขณะที่การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อทำนายค่านั้นเป็นการอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยในการทำนายผล ซึ่งข้อดีของการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ก็คือมีค่าใช้จ่ายที่น้อยและประหยัดเวลากว่าทำการทดลอง แต่ข้อดีก็คือมีความแม่นยำที่น้อยกว่าการทดลอง

งานวิจัยนี้ได้ศึกษาการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบสามมิติ โดยสมมติให้แผ่นแกรฟีนมีลักษณะเป็นแผ่นวงกลมบาง ๆ ถูกบรรจุอยู่ในปริมาตรตัวแทนที่รูปทรงลูกบาศก์ซึ่งเป็นตัวแทนของเนื้อพอลิเมอร์ แบบจำลองที่ใช้จะมี 3 ชนิด ประกอบด้วย คือ แบบจำลองแกนอ่อน (Soft-core model) แบบจำลองแกนแข็ง (Hard-core model) และแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-core Soft-shell model)

1.2. วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับจำลองค่าเริ่มต้นการเกิดเพอร์คอเรชันของวัสดุพอลิเมอร์คอมโพสิตที่มีแกรฟีนเป็นสารเติมที่ทำให้วัสดุนำไฟฟ้าได้

1.3. ขอบเขตของงานวิจัย

- 1.3.1 รูปทรงของแผ่นแกรฟีนถูกสมมติให้มีลักษณะเป็นแผ่นวงกลมซึ่งความหนาของแกรฟีนเมื่อเทียบกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางมีค่าน้อยมาก จึงสมมติว่าไม่มีความหนาของแผ่น
- 1.3.2 คำนวณค่าความเข้มข้นหรือปริมาณของแกรฟีนที่เติมลงไปในวัสดุพอลิเมอร์นาโนคอมโพสิตแล้วทำให้เกิดเพอร์คอเรชัน (Percolation) โดยโปรแกรม MATLAB
- 1.3.3 ศึกษาผลของขนาดของปริมาตรตัวแทนต่อความแม่นยำของแบบจำลอง
- 1.3.4 ศึกษาผลของชนิดของแบบจำลองทั้งสามแบบคือ แบบจำลองแกนอ่อน (Soft-core model) แบบจำลองแกนแข็ง (Hard-core model) และแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-core Soft-shell model)

1.4. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1.4.1. เข้าใจวิธีการจำลองค่าเริ่มต้นการเกิดเพอร์คอเรชันของวัสดุพอลิเมอร์นาโนคอมโพสิตที่มีแกรฟีนเป็นสารเติม
- 1.4.2. เข้าใจผลของปริมาณหรือความเข้มข้นของแกรฟีน (Graphene) ที่เติมลงไปวัสดุพอลิเมอร์นาโนคอมโพสิตที่มีต่อการนำไฟฟ้าของวัสดุ
- 1.4.3. สามารถช่วยออกแบบการทดลองหาวัสดุพอลิเมอร์คอมโพสิตที่นำไฟฟ้าได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น ช่วยลดเวลาและค่าใช้จ่ายในการทดลอง



บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 การนำไฟฟ้า

ความต้านทานการนำไฟฟ้า ($R = \text{electrical resistance ; ohm}$) ของชิ้นส่วนวงจรไฟฟ้าคือ อัตราส่วนของความต่างศักย์ไฟฟ้า ($V = \text{voltage ; Volt}$) กับกระแสไฟฟ้า ($I = \text{electric current ; ampere}$)

$$R = \frac{V}{I} \quad (2.1)$$

วัสดุทุกชนิดจะประพฤติตัวตามกฎของโอห์ม (Ohm's law) [3] ความต้านทานการนำไฟฟ้าสามารถอธิบายในรูปของความต้านทาน ($\rho = \text{resistivity ; ohm}\cdot\text{m}$) ซึ่งเป็นสมบัติเฉพาะของวัสดุได้ ดังสมการ

$$\rho = \frac{RA_s}{l} \quad (2.2)$$

เมื่อ l คือความยาวของวัสดุ และ A_s คือพื้นที่หน้าตัดของวัสดุ ในทิศทางกระแสไฟฟ้าตามความยาวของวัสดุ

ค่าการนำไฟฟ้า (electric conductance ; Siemens) คือเศษส่วนกลับของความต้านทานการนำไฟฟ้า

$$G = \frac{1}{R} \quad (2.3)$$

ในลักษณะเดียวกันเศษส่วนกลับของความต้านทานจะเรียกว่าสภาพการนำไฟฟ้า (electrical conductivity) ซึ่งใช้วัดความสามารถในการนำไฟฟ้าของวัสดุ

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (2.4)$$

2.2 พอลิเมอร์ (Polymer)

พอลิเมอร์คือสารที่มีโมเลกุลขนาดใหญ่ที่เกิดจากการทำปฏิกิริยากันของโมเลกุลขนาดเล็กที่เรียกว่ามอนอเมอร์ (monomer) ที่เหมือนกันหรือแตกต่างกันมาประกอบรวมกัน โดยเรียกปฏิกิริยานี้ว่าพอลิเมอร์ไรเซชัน (polymerization) พอลิเมอร์สามารถถูกแบ่งตามประเภทโครงสร้างออกได้เป็น 3 รูปแบบ คือ 1. พอลิเมอร์แบบเส้น (chain length polymer) 2. พอลิเมอร์แบบกิ่ง (branched polymer) 3. พอลิเมอร์แบบร่างแห (cross linking polymer) [4]

2.3 วัสดุพอลิเมอร์คอมโพสิต (Polymer Composites)

วัสดุพอลิเมอร์คอมโพสิตคือวัสดุที่ประกอบไปด้วยวัสดุมากกว่า 2 ชนิดขึ้นไป โดยวัสดุประเภทแรกคือพอลิเมอร์ที่ทำหน้าที่เป็นเนื้อวัสดุหลัก (Matrix) [5] เช่น พอลิเอทิลีน (Polyethylene) พอลิเมทิลเมทาไครเลต (Poly(methyl methacrylate)) และพอลิไวนิลคลอไรด์ (Poly(vinyl chloride)) เป็นต้น สำหรับวัสดุประเภทที่สองคือสารเติมแต่ง (Additive) ที่ถูกเติมลงไปให้กระจายอยู่ในเนื้อพอลิเมอร์เพื่อปรับปรุงคุณสมบัติของวัสดุให้เป็นไปตามที่ต้องการ สารเติมแต่งมีหลายประเภท เช่น ฟิลเลอร์ (Filler) ทำหน้าที่เพิ่มความแข็งแรงและลดต้นทุนในการผลิต สารเพิ่มความทนกระแทก (Impact modifiers) ทำหน้าที่เพิ่มความทนทานต่อแรงกระแทก และพลาสติกไซเซอร์ (Plasticizers) ทำหน้าที่เพิ่มความอ่อนตัวและลดความเปราะของพอลิเมอร์ เป็นต้น

2.4 วัสดุพอลิเมอร์คอมโพสิตนำไฟฟ้า (Conducting Polymer Composites)

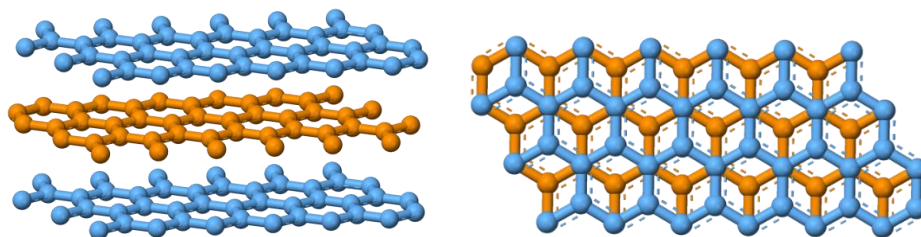
วัสดุพอลิเมอร์คอมโพสิตนำไฟฟ้าคือวัสดุที่ประกอบไปด้วยเนื้อวัสดุหลัก (Matrix) ที่เป็นวัสดุพอลิเมอร์ที่ไม่สามารถนำไฟฟ้าได้ เช่น พอลิเอทิลีน (Polyethylene) พอลิเมทิลเมทาไครเลต (Poly(methyl methacrylate)) และพอลิไวนิลคลอไรด์ (Poly(vinyl chloride)) เป็นต้น และสารเติมแต่ง (Additive) ที่สามารถนำไฟฟ้าได้ เช่น ผงโลหะ แกรไฟท์ แกรฟีน คาร์บอนแบล็ค และคาร์บอนนาโนทิวบ์ เป็นต้น

การนำไฟฟ้าของวัสดุพอลิเมอร์คอมโพสิตนำไฟฟ้านี้จะเกิดขึ้นเมื่อสารเติมแต่งที่นำไฟฟ้าได้ที่ถูกใส่ลงไปในนั้นเชื่อมต่อหรือสัมผัสกันเป็นเส้นทางให้กระแสไฟฟ้าสามารถไหลผ่านวัสดุได้ โดยความสามารถในการนำไฟฟ้าของวัสดุนั้นจะขึ้นอยู่กับปริมาณหรือความเข้มข้นของสารเติมแต่ง สำหรับช่วงที่ความเข้มข้นของสารเติมแตงน้อย ๆ ไม่เพียงพอให้เกิดการเชื่อมต่อทั่วทั้งเนื้อวัสดุนั้น ค่าการนำไฟฟ้าของวัสดุคอมโพสิตจะมีค่าใกล้เคียงกับค่าการนำไฟฟ้าของเนื้อพอลิเมอร์ แต่เมื่อความเข้มข้นของสารเติมแตงมีค่ามากเพียงพอให้เกิดการเชื่อมต่อของสารเติมแตงทั่วทั้งเนื้อวัสดุได้หรือเรียกว่าเพอร์คอเรชันเทรตโฮล (percolation threshold) ค่าการนำไฟฟ้าของวัสดุคอมโพสิตจะเพิ่มขึ้นเป็นอย่างมาก หลังจากนั้นเมื่อความเข้มข้นของสารเติมแตงเพิ่มขึ้นอีก ค่าการนำไฟฟ้าของวัสดุพอลิเมอร์คอมโพสิตก็จะมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ

2.5 แกรไฟท์และแกรฟีน (Graphite and Graphene)

แกรไฟท์ (Graphite) เป็นอัญรูปหนึ่งของธาตุคาร์บอน เป็นแร่ที่มีลักษณะเป็นของแข็ง มีรูปผลึก 6 หน้า (hexagonal) และจัดเรียงตัวแบบเบตาหรือรูปผลึกขนมเปียกปูน (rhombohedral) เป็นแผ่นบาง ๆ ทึบแสง อ่อนนุ่ม มีสีเทาเข้มถึงสีดำ เนื้ออ่อน มีความสามารถในการนำความร้อนและ

ไฟฟ้าได้ดี เพราะการจัดเรียงตัวของอิเล็กตรอนแต่ละระนาบ โดยอิเล็กตรอนวงนอกสุดสามารถเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระ จึงสามารถนำไฟฟ้าได้ แต่อย่างไรก็ตามแร่แกรไฟต์นำไฟฟ้าได้ระนาบเดียวเท่านั้น แกรไฟท์ถูกนำไปในใช้งานหลากหลาย เช่น ทำไส้ดินสอ เบ้าหลอมโลหะ การทำเป็นขั้วไฟฟ้า ใส่อ่านไฟฉาย ใสไฟอาร์ค ช่วยควบคุมจำนวนอนุภาคนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ เป็นต้น [6]



รูปที่ 2.1 โครงสร้างโมเลกุลของแกรไฟต์ [7]

แกรฟีน (Graphene) เป็นรูปแบบหนึ่งของผลึกคาร์บอนอะตอม แบบเดียวกับเพชร , แกรไฟท์ และคาร์บอนนาโนทิวบ์ โดยที่อะตอมของคาร์บอนจะเรียงตัวในรูปแบบหกเหลี่ยมเหมือนกับแกรไฟท์ หรืออธิบายได้ว่า แกรฟีนคือชั้นของแร่แกรไฟต์ความหนาเพียงหนึ่งอะตอมของที่ซ้อนเป็นชั้นๆ แกรฟีนนั้นมีความแข็งแรงมาก น้ำหนักเบา มีความโปร่งใส และเป็นตัวนำความร้อนและไฟฟ้าที่ดี เหมือนกับแกรไฟต์ จากผลการทดลองการวัดการส่งผ่านของอิเล็กตรอนแสดงให้เห็นว่า แกรฟีนมีความสามารถในการส่งผ่านอิเล็กตรอนที่สูงอย่างมาก [6]

2.6 เพอร์คอเรชันและสภาพการนำไฟฟ้า (Percolation and Conductivity)

กลุ่มก้อนของอนุภาคที่นำไฟฟ้าได้ในเนื้อของวัสดุที่เป็นฉนวนนั้นจะมีบทบาทสำคัญในวัสดุจำพวกคอมโพสิตที่มีทั้งส่วนที่นำไฟฟ้าและส่วนที่เป็นฉนวนอยู่ด้วยกัน (conductor – insulator transition composite)

ค่าการนำไฟฟ้าของวัสดุคอมโพสิตจะขึ้นอยู่กับปริมาณของสารเติมแต่งที่นำไฟฟ้าที่เติมลงไป ในเนื้อวัสดุหลัก ที่ปริมาณสารเติมแต่งน้อย ๆ ค่าการนำไฟฟ้าของวัสดุคอมโพสิตจะเกือบเท่ากับค่าการนำไฟฟ้าของเนื้อพอลิเมอร์ เมื่อเติมสารเติมแต่งเพิ่มลงไปทีละน้อย ค่าการนำไฟฟ้าของวัสดุคอมโพสิตนั้นจะเพิ่มขึ้นน้อยมาก แต่เมื่อเติมไปถึงจุดเพอร์คอเรชันเทรตโซล (percolation threshold) คือปริมาณของสารเติมแต่งเพียงพอที่จะเริ่มเกิดการเชื่อมต่อกันเป็นเครือข่ายตลอดทั้งวัสดุพอลิเมอร์คอมโพสิต ที่จุดนี้ค่าการนำไฟฟ้าของวัสดุคอมโพสิตจะเพิ่มขึ้นอย่างมาก หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่าเพอร์คอเรชันเทรตโซล คือปริมาณของสารเติมแต่งที่น้อยที่สุดที่ทำให้เกิดการก่อตัวของเส้นทางการนำ

ไฟฟ้าอย่างต่อเนื่องตลอดทั้งเนื้อของวัสดุ และเมื่อเติมสารเติมแต่งเพิ่มลงไปอีกเกินค่าเพอร์คอเรชัน
เทรตโซล ค่าการนำไฟฟ้าของวัสดุคอมโพสิตนั้นจะเพิ่มขึ้นจนเข้าใกล้ค่าการนำไฟฟ้าของสารเติมแต่ง

สภาพการนำไฟฟ้าของวัสดุคอมโพสิตที่เติมสารเติมแต่งที่สามารถนำไฟฟ้าได้นั้นจะมีความสัมพันธ์กับปริมาณสารเติมแต่งที่เติมเข้าไปดังสมการ [2]

$$\sigma = A(\phi_F - \phi_C)^t \quad (2.5)$$

σ คือ สภาพการนำไฟฟ้า (electrical conductivity) ของวัสดุคอมโพสิต

ϕ_F คือ เศษส่วนเชิงปริมาตรของสารเติมแต่ง

ϕ_C คือ เศษส่วนเชิงปริมาตรของสารเติมแต่งที่ตำแหน่งเพอร์คอเรชันเทรตโซล

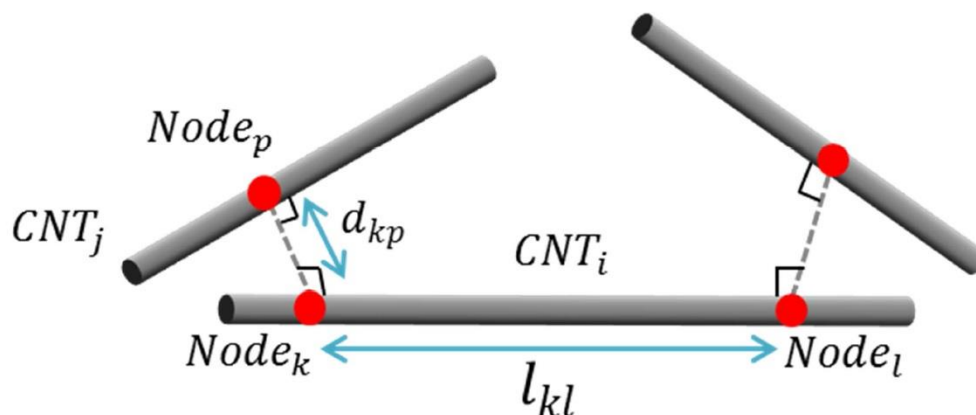
A คือ ค่าคงที่ซึ่งตามทฤษฎีควมมีค่าเท่ากับค่าสภาพการนำไฟฟ้า (electrical conductivity) ของสารเติมแต่ง

t คือ critical exponent

2.7 อิเล็กตรอนฮอปปีงและทันเนลิ่ง (Electron Hopping and Tunneling)

ภายในวัสดุคอมโพสิตที่นำไฟฟ้าได้จะประกอบไปด้วยเครือข่ายการนำไฟฟ้าและภูมิภาคที่เป็นฉนวนจำนวนมาก ความต้านทานการนำไฟฟ้าและสภาพการนำไฟฟ้าของวัสดุคอมโพสิตนั้นจะขึ้นอยู่กับเครือข่ายการนำไฟฟ้าและความสามารถในการเกิดปรากฏการณ์ฮอปปีงและทันเนลิ่ง [8]

ปรากฏการณ์ฮอปปีงและทันเนลิ่งเป็นคุณสมบัติการประพุดิตัวเป็นคลื่นของอิเล็กตรอน ทำให้อิเล็กตรอนสามารถเคลื่อนที่ข้ามหรือทะลุผ่านสิ่งกีดขวางที่เป็นฉนวนได้ ซึ่งปกติแล้วอิเล็กตรอนไม่สามารถข้ามผ่านไปได้ โดยที่สิ่งกีดขวางนั้นต้องมีความบางมาก จนคลื่นของอิเล็กตรอนบางส่วนสามารถข้ามหรือทะลุผ่านออกไปยังอีกฝั่งหนึ่งของสิ่งกีดขวางได้ ยกตัวอย่างเช่นการเกิดปรากฏการณ์ฮอปปีงและทันเนลิ่งของคาร์บอนนาโนทิวบ์ในวัสดุคอมโพสิตดังแสดงในรูปที่ 2.2 ที่คาร์บอนนาโนทิวบ์จะอยู่ในระยะห่าง d_{kp} ซึ่งเป็นระยะห่างที่สามารถเกิดฮอปปีงและทันเนลิ่งได้ [9]



รูปที่ 2.2 คาร์บอนนาโนทิวบ์ที่เชื่อมต่อกันโดยมีระยะห่าง d_{kp} ที่ทำให้เกิดปรากฏการณ์ Electron Hopping และ Tunneling [9]

2.8 แบบจำลอง (Model)

การสร้างแบบจำลองและการจำลอง คือการนำลักษณะทางกายภาพ ทางคณิตศาสตร์หรือการตรรกะอื่น ๆ ของปรากฏการณ์ กระบวนการหรือระบบมาใช้เป็นพื้นฐานของการจำลอง [10] ซึ่งสามารถช่วยให้เข้าใจพฤติกรรมของระบบได้โดยไม่ต้องทดสอบหรือทดลองระบบจริง ทำให้สามารถที่จะลดค่าใช้จ่ายและเวลาในการทดสอบหรือการทดลองลง

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาปรากฏการณ์ในวัสดุคาร์บอนนาโนคอมโพสิต ซึ่งเป็นการแปลงลักษณะทางกายภาพของสารเติมแต่งที่อยู่ในวัสดุคาร์บอนนาโนคอมโพสิตให้อยู่ในรูปความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้บอกทั้งขนาด ทิศทาง และความสัมพันธ์ของสารเติมแต่งในระบบ ซึ่งชนิดของแบบจำลองที่ใช้ในงานวิจัยนี้นั้นจะประกอบไปด้วยแบบจำลอง 3 ชนิดได้แก่

1. แบบจำลองแกนอ่อน (Soft-core Model) มีสมมติฐานว่าสารเติมแต่งนั้นสามารถที่จะเกิดการรวมกันและซ้อนทับกันได้ของสารเติมแต่งขณะเติมลงในเนื้อวัสดุ การเชื่อมต่อกันของสารเติมแต่งจะเกิดเมื่อมีการสัมผัสกันหรือรวมกันของสารเติมแต่ง [2]
2. แบบจำลองแกนแข็ง (Hard-core Model) มีสมมติฐานว่าสารเติมแต่งนั้นเป็นวัสดุที่ไม่สามารถเกิดการรวมกันและซ้อนทับกันของสารเติมแต่งขณะเติมลงในเนื้อวัสดุ การเชื่อมต่อกันของสารเติมแต่งจะเกิดเมื่อมีการสัมผัสกันของสารเติมแต่งเท่านั้น [2]
3. แบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-core Soft-core Model) มีสมมติฐานว่าสารเติมแต่งนั้นเป็นวัสดุที่ไม่สามารถเกิดการรวมกันและซ้อนทับกันของสารเติมแต่งขณะเติมลงในเนื้อวัสดุ การเชื่อมต่อกันของสารเติมแต่งจะเกิดเมื่อมีการสัมผัสกันของสารเติมแต่งและอยู่ในระยะที่เกิดการกระโดดของอิเล็กตรอนได้ [2]

2.9 เวกเตอร์ (Vector)

เวกเตอร์คือปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทางเช่น แรง (Force) และความเร็ว (Velocity) ยกตัวอย่างเช่น เวกเตอร์ \vec{AB} จะมีจุดเริ่มต้นที่จุด A พิกัดคือ (x_1, y_1, z_1) สิ้นสุดที่จุด B พิกัดคือ (x_2, y_2, z_2) มีทิศทางตามลูกศรและขนาดของเวกเตอร์จะแสดงด้วยสัญลักษณ์ $|\vec{AB}|$ [11]

2.9.1 เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ

เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิตินั้น จะมีการเขียนสัญลักษณ์อยู่ในรูปเวกเตอร์ทิศทางย่อย \vec{i}, \vec{j} และ \vec{k} เช่น $\vec{AB} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}$ หรือเขียนให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์

$$\vec{AB} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix}$$

2.9.2 ขนาดเวกเตอร์ในระบบ 3 มิติ

ในเชิงสัญลักษณ์ขนาดของเวกเตอร์ก็คือความยาวของลูกศร ยกตัวอย่างเช่นขนาดของเวกเตอร์ \vec{AB} จะมีขนาดเท่ากับ $|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

2.9.3 เวกเตอร์หนึ่งหน่วย (Unit vector)

เวกเตอร์หนึ่งหน่วยคือเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับหนึ่งหน่วยแต่มีทิศทางเดิมโดยสามารถหาได้จากการหารเวกเตอร์ด้วยขนาดของเวกเตอร์นั้น ๆ [11] ยกตัวอย่างเช่นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของ \vec{AB} จะเท่ากับ $\frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|}$ โดยเมื่อต้องการหาเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่เขียนในรูปสัญลักษณ์ของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติจะสามารถคำนวณได้ดังสมการ

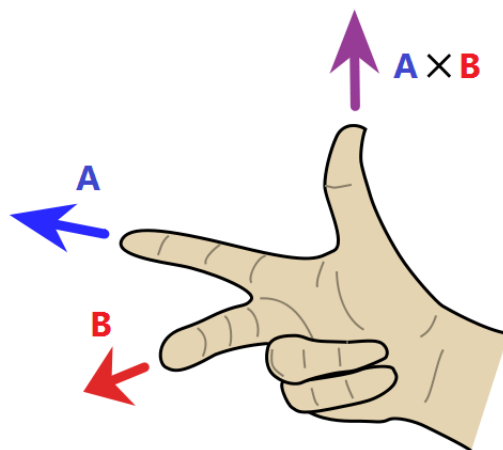
$$\frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} = \frac{(x_2 - x_1)\vec{i}}{|\vec{AB}|} + \frac{(y_2 - y_1)\vec{j}}{|\vec{AB}|} + \frac{(z_2 - z_1)\vec{k}}{|\vec{AB}|} \quad (2.6)$$

2.9.4 ผลคูณเชิงสเกลาร์ (dot product) ของเวกเตอร์

ผลคูณเชิงสเกลาร์ให้ผลเป็นปริมาณสเกลาร์ที่มีแต่ขนาด ผลคูณเชิงสเกลาร์นี้จะช่วยให้สามารถคำนวณหามุมที่เวกเตอร์ทั้งสองกระทำต่อกันได้ ตัวอย่างเช่น $\vec{A} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ และ $\vec{B} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$ ผลคูณเชิงสเกลาร์ของ \vec{A} กับ \vec{B} คือ $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta$ และ $\vec{A} \cdot \vec{B} = (au) + (bv) + (cw)$ [11]

2.9.5 ผลคูณเชิงเวกเตอร์ (cross product) ของเวกเตอร์

ผลคูณเชิงเวกเตอร์ให้ผลเป็นเวกเตอร์ที่มีทั้งขนาดและทิศทาง โดยเวกเตอร์ผลลัพธ์ที่ได้นี้จะตั้งฉากกับทั้งสองเวกเตอร์ที่นำมาคูณเชิงเวกเตอร์ โดยทิศทางของเวกเตอร์ผลลัพธ์นี้จะขึ้นอยู่กับกฎมือขวา ดังแสดงดังรูปที่ 2.3 ตัวอย่างเช่น กำหนดให้ $\vec{A} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ และ $\vec{B} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$ ผลคูณเชิงเวกเตอร์ของ \vec{A} กับ \vec{B} คือ $\vec{A} \times \vec{B} = (bw - cv)\vec{i} + (cu - aw)\vec{j} + (av - bu)\vec{k}$ [11]



รูปที่ 2.3 ทิศทางของผลคูณเชิงเวกเตอร์

2.10 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Methods)

ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขคือระเบียบวิธีการทางเลขคณิต (arithmetic operations) ย่อย ๆ ที่ประกอบขึ้นเป็นขั้นตอนเพื่อนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆ โดยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขนั้นจะมีหลายรูปแบบ แต่ละรูปแบบก็จะเหมาะสมกับการนำไปใช้วิเคราะห์ปัญหาแตกต่างกัน [12]

ปัญหาในทางวิศวกรรมศาสตร์และวิทยาศาสตร์โดยทั่วไปมักจะประกอบไปด้วยสมการย่อย ๆ และหลายตัวแปร ซึ่งหลายครั้งมักเป็นระบบสมการไม่เชิงเส้น (Nonlinear equation) โดยระเบียบวิธีที่ใช้แก้ระบบสมการไม่เชิงเส้นก็ประกอบด้วย ระเบียบวิธีการทำซ้ำโดยตรง (direct iteration) และ ระเบียบวิธีการทำซ้ำของนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson iteration) [12]

ระบบสมการไม่เชิงเส้นจะประกอบไปด้วยสมการจำนวน n สมการ โดยมีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า หรือที่ต้องการหา n ตัวแปร คือ x_1, x_2, \dots, x_n ซึ่งจะจัดสมการต่าง ๆ ให้อยู่ในรูปฟังก์ชันที่เท่ากับศูนย์ดังนี้

$$\begin{aligned}
 f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\
 f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\
 &\vdots \\
 f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

โดยที่ f_n คือ ฟังก์ชัน f ที่ n ใดๆ

2.10.1 ระเบียบวิธีการทำซ้ำโดยตรง (direct iteration)

ทำการจัดรูปแบบสมการใหม่ให้อยู่ในรูปแบบของการทำซ้ำดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
 x_1^{k+1} &= g_1(x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k) \\
 x_2^{k+1} &= g_2(x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k) \\
 &\vdots \\
 x_n^{k+1} &= g_n(x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k)
 \end{aligned}
 \tag{2.8}$$

โดยที่ g_n คือ ฟังก์ชัน g ที่ n ใดๆ

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดค่าเริ่มต้นเป็น $x_i^k, i = 1, 2, \dots, n$

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณ $x_i^{k+1}, i = 1, 2, \dots, n$ จากสมการที่ 2.8

ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบผลลัพธ์ทุก ๆ ค่าของ x_i ที่ได้ว่าค่าลู่อ้างถึงเกณฑ์ที่กำหนดไว้แล้วหรือไม่กล่าวคือ

$$\left| \frac{x_i^{k+1} - x_i^k}{x_i^k} \right| \leq \epsilon \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{2.9}$$

เมื่อ ϵ คือค่าผลต่างที่สามารถรับได้

หากผลลัพธ์ยังไม่เข้าสู่เกณฑ์ที่กำหนดไว้ก็ทำซ้ำตั้งแต่ขั้นตอนที่ 2 จนค่าถึงเกณฑ์ที่กำหนดไว้

2.10.2 ระเบียบวิธีการทำซ้ำของนิวตันราฟสัน (Newton-Raphson iteration)

สำหรับการแก้ระบบสมการแบบไม่เชิงเส้นที่ประกอบไปด้วย n สมการโดยมีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าหรือที่ต้องการหา n ตัวแปร จะจัดระบบสมการให้อยู่ในรูปแบบดังนี้

$$[J][\Delta x] = -[f] \tag{2.10}$$

โดย $[J]$ คือ ยาโคเบียนเมทริกซ์ (Jacobian matrix)

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

$[\Delta x]$ คือ เวกเตอร์การเปลี่ยนแปลงของแต่ละตัวแปรที่เกิดจากการทำซ้ำแต่ละครั้ง และ $[f]$ คือ เวกเตอร์ของสมการที่ถูกจัดให้อยู่ในรูปฟังก์ชันที่เท่ากับศูนย์ดังนี้

$$[\Delta x] = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} \quad [f] = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}$$

เมื่อ

$$f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

$$f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

\vdots

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดค่าเริ่มต้นเป็น $x_i^k, i = 1, 2, \dots, n$ และ ทำการแก้ระบบสมการ

$$[J]^k [\Delta x]^{k+1} = -[f]^k \quad (2.11)$$

โดยที่ k แทนการทำซ้ำครั้งที่ k

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณค่าผลลัพธ์ใหม่จาก

$$[x]^{k+1} = [x]^k + [\Delta x]^{k+1} \quad (2.12)$$

เมื่อ

$$[x]^{k+1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}^{k+1} \quad \text{และ} \quad [x]^k = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}^k$$

ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้เห็นว่าลู่เข้าถึงเกณฑ์ที่ต้องการหรือไม่ดังสมการ (2.9) ถ้ายังไม่ถึงเกณฑ์ที่กำหนดไว้ให้ทำซ้ำตั้งแต่ขั้นตอนที่ 2 ไปเรื่อยจนถึงเกณฑ์ที่กำหนด

2.11 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.11.1 แบบจำลองวงกลมและทรงกลม

การจำลองเพอร์คอเรชัน (Percolation) ของวงกลมและทรงกลมทั้งที่มีรัศมีเท่ากันและรัศมีที่แตกต่างกัน โดยวงกลมและทรงกลมจะกำหนดขนาดรัศมีเท่ากับ R โดยจะใช้แบบจำลองที่แตกต่างกันสองแบบจำลอง

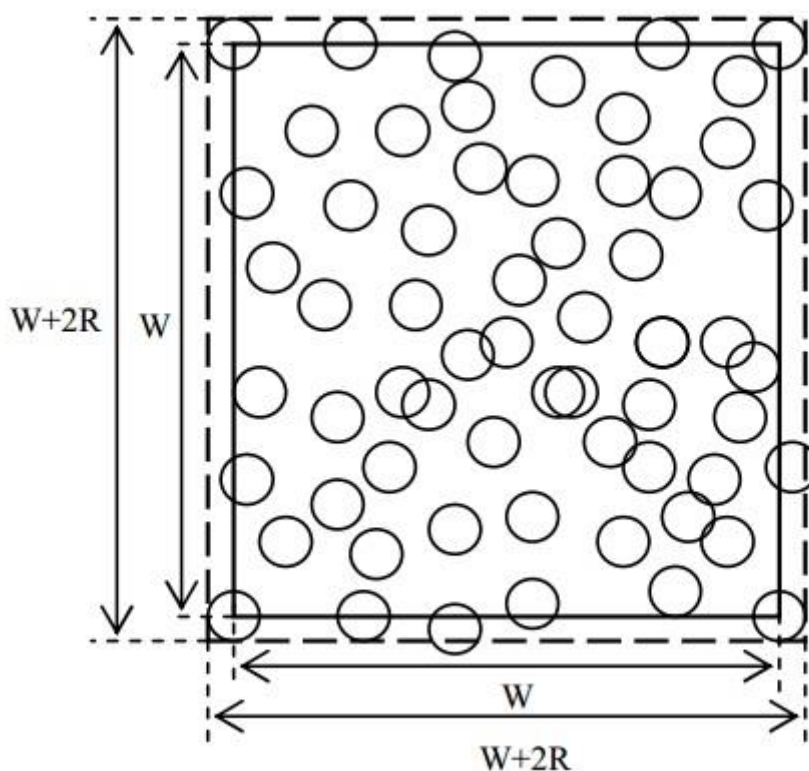
2.11.1.1 แบบจำลองแกนอ่อน (Soft-Core Modeling)

การจำลองจะเริ่มจากการเพิ่มวงกลมแบบสุ่มลงในสี่เหลี่ยมจัตุรัสพื้นที่หนึ่งหน่วย หลังจากนั้นเพิ่มวงกลมลงไปเรื่อย ๆ ถ้ามีวงกลมใด ๆ ที่เพิ่มลงไปไปตัดกับวงกลมที่มีอยู่ โดยจำนวนของการสัมผัสจะขึ้นอยู่กับความหนาแน่นของวงกลมในหนึ่งหน่วยพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังแสดงในรูปที่ 2.4

การเชื่อมต่อสามารถหาได้จากระยะทางที่น้อยที่สุดระหว่างจุดศูนย์กลางของวงกลมแต่ละคู่จากสมการนี้

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (2.13)$$

และผลจะถูกบันทึกในรูปเมทริกซ์ $M_{n \times n}$ เมื่อ n คือจำนวนของวงกลม ถ้าระยะห่างระหว่างวงกลม i และ j เท่ากับหรือน้อยกว่ารัศมีของวงกลม วงกลมทั้งสองวงจะสัมผัสกัน และให้กำหนดค่าของ $m(i,j)$ และ $m(j,i)$ ให้มีค่าเท่ากับ 1 เงื่อนไขขอบเขตให้มีการกำหนดขนาดเท่ากับหนึ่งยูนิตเซลล์ (Unit cell) ดังแสดงในรูปที่ 2.4 สำหรับบางวงกลมพบว่าจะมีบางส่วนยื่นออกนอกขอบเขตที่กำหนด โปรแกรมคอมพิวเตอร์จะสร้างวงกลมที่คล้าย ๆ กันในด้านหรือมุมตรงข้ามเพื่อให้ส่วนของวงกลมที่อยู่ภายในขอบเขตก็นับเป็นวงกลมที่สมบูรณ์ วงกลมจะถูกเพิ่มลงไปเรื่อยจนวงกลมที่สัมผัสกันจะรวมตัวกันกลายเป็นกลุ่มก้อนจนถึงขั้นตอนที่กลุ่มก้อนของวงกลมเชื่อมต่อและขยายตัวไปทั่วทั้งขอบเขตพื้นที่ที่กำหนดจากด้านหนึ่งไปสู่ด้านตรงข้าม จะเรียกระบบขณะนี้ว่าเพอร์คอเรชัน (Percolation) และจะหยุดการจำลองที่จุดนี้พร้อมทั้งบันทึกข้อมูลจำนวนของวงกลม

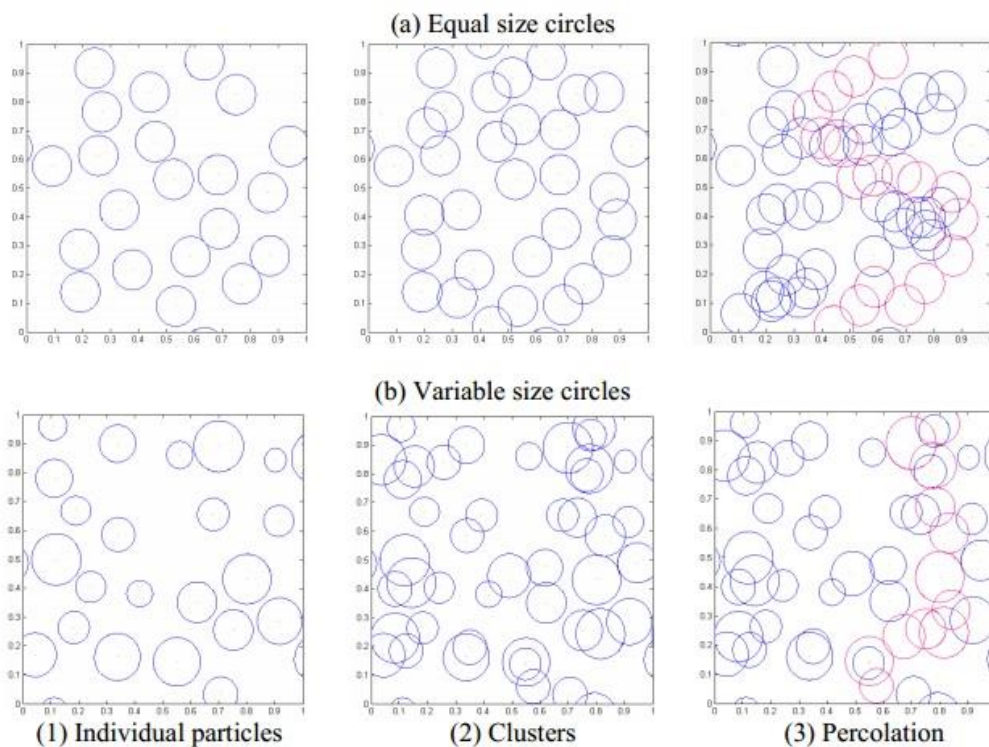


รูปที่ 2.4 ลักษณะของขอบเขตเงื่อนไขของแบบจำลองแกนอ่อน (Soft-core Model) [2]

หลังจากนั้นเริ่มคำนวณแบบเดิมซ้ำๆ หลายครั้งเพื่อคำนวณค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของจำนวนวงกลมที่ต้องการเพื่อให้ระบบอยู่ในภาวะเพอร์คอเรชัน (Percolation) การคำนวณเพอร์คอเรชันเทรตโวล (Percolation threshold) จะถูกดำเนินการภายใต้ขอบเขตที่กำหนด โดยขนาดของยูนิตเซลล์ (Unit cell) นั้นจะมีผลกระทบต่อผลการคำนวณ ดังนั้นเพื่อประเมินผลของขนาดของยูนิตเซลล์ต่อการเกิดเพอร์คอเรชันเทรต จะทำซ้ำการจำลองโดยเพิ่มขนาดยูนิตเซลล์ กำหนดให้ขนาดของรัศมีวงกลมนั้นเหมือนเดิม

ในความเป็นจริงขนาดของอนุภาคที่เพิ่มลงไปจะมีขนาดไม่เท่ากัน ดังนั้นจะทำการจำลองเพื่อศึกษาผลของขนาดของวงกลมที่มีรัศมีไม่เท่ากัน โดยขั้นตอนในการจำลองนั้นจะเหมือนเดิม เพียงแต่เพิ่มการสุ่มขนาดลงไปในการสุ่มการรัศมีของวงกลม

ในการสร้างแบบจำลองนี้ใช้โปรแกรม MATLAB ในการดำเนินการ ดังแสดงในรูปที่ 2.5 ซึ่งแสดงการเพิ่มจำนวนของวงกลมลงในยูนิตเซลล์จนถึงการเกิดเพอร์คอเรชัน (Percolation)

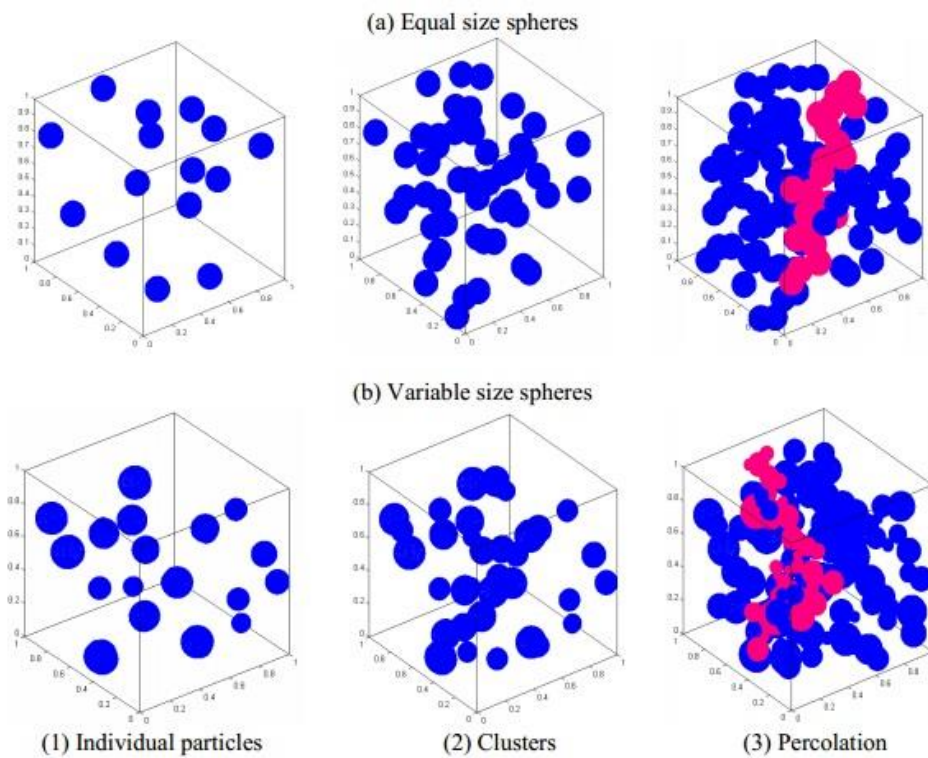


รูปที่ 2.5 รูปตัวอย่างของการสร้างแบบจำลองการเกิดเพอร์คอเรชันของ a) วงกลมที่ขนาดเท่ากัน และ b) วงกลมที่ขนาดต่างกัน [2]

แนวความคิดเดียวกันนี้สามารถนำไปใช้ในการจำลองกับวัสดุทรงกลมได้ โดยการเพิ่มจำนวนทรงกลมลงในกล่องลูกบาศก์จนกระทั่งเกิดเป็นกลุ่มก้อน แล้วกลุ่มก้อนก็ขยายเพิ่มจนมาเชื่อมต่อกันจากด้านหนึ่งของลูกบาศก์ไปยังอีกด้านหนึ่งก็จะเกิดเพอร์คอเรชันขึ้น การเชื่อมต่อกันสามารถหา ระยะห่าง d_{ij} ระหว่างจะศูนย์กลางของทรงกลม i และ j จากสมการ

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} \quad (2.14)$$

รูปที่ 2.6 แสดงตัวอย่างการก่อตัวของ การเกิดเพอร์คอเรชันของทรงกลมทั้งแบบที่มีขนาดรัศมีเท่ากันและแตกต่างกัน

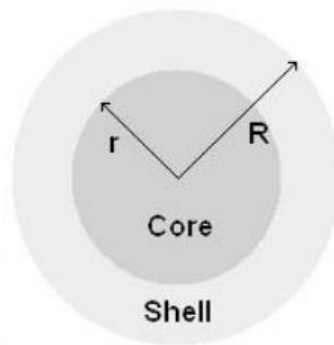


รูปที่ 2.6 กราฟพิกัดตัวอย่างของการสร้างแบบจำลองการเกิดเพอร์คอเรชันของ a) ทรงกลมที่ขนาดเท่ากันและ b) ทรงกลมที่ขนาดต่างกัน [2]

2.11.1.2 แบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-Core Soft-Shell Model)

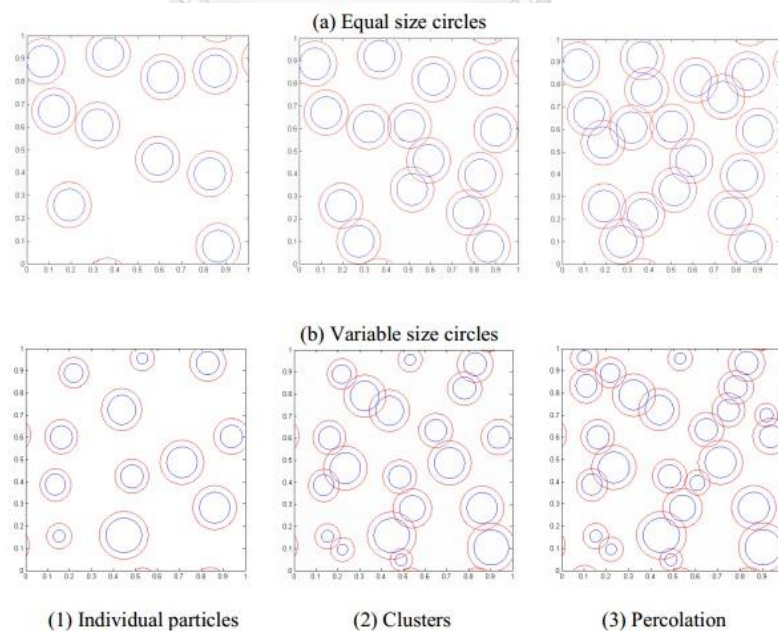
องค์ประกอบของอนุภาคที่ใช้ในพอลิเมอร์นาโนคอมโพสิตอาจถูกสมมติให้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ แกนแข็ง (Hard-Core) และเปลือกอ่อน (Soft-Shell) ส่วนของแกนแข็ง (Hard-Core) คือส่วนที่เป็นตัวแทนของเส้นใยหรืออนุภาค ส่วนเปลือกอ่อน (Soft-Shell) คือส่วนภายนอกของเส้นใยหรืออนุภาคที่สมมติขึ้นเพื่อแสดงขอบเขตระยะห่างที่สามารถเกิดทันเนลลิง (Tunneling) ของอนุภาคที่อยู่ใกล้กันได้ โดยเมื่อเปลือกอ่อน (Soft-Shell) ของแต่ละอนุภาคเกิดซ้อนทับหรือสัมผัสกันก็สามารถเกิดการนำไฟฟ้าได้ซึ่งจะถือว่าอนุภาคเชื่อมต่อกัน

ลักษณะของวงกลมหรือทรงกลมแบบสุ่มซึ่งแกนแข็ง (Hard-Core) มีรัศมี r และ ความหนาของเปลือกอ่อน (Soft-Shell) เท่ากับ $R-r$ แสดงได้ดังรูปที่ 2.7



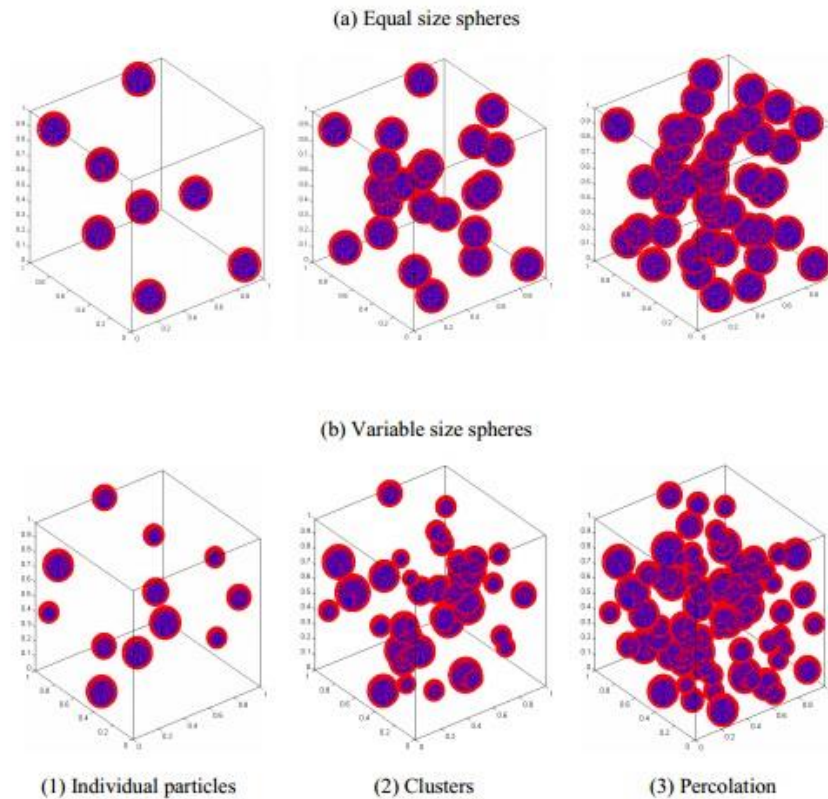
รูปที่ 2.7 แบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-Core Soft-Shell Model) ของวงกลมและทรงกลม [2]

เนื่องจากแกนแข็ง (Hard-Core) นั้นสามารถสัมผัสกันได้แต่ไม่สามารถซ้อนหรือทะลุผ่านกันได้ ดังนั้นวงกลมหรือทรงกลมที่ถูกสร้างขึ้นที่เมื่อส่วนของแกนแข็ง (Hard-Core) นั้นทะลุผ่านกันจะไม่ถูกนำมาใช้ในการคำนวณ โดยตำแหน่งของอนุภาคที่ถูกสร้างขึ้นมานั้นจะถูกตรวจสอบการเชื่อมต่อกันโดยวัตถุทั้งสองจะเชื่อมต่อกันถ้าระยะห่างระหว่างศูนย์กลางของอนุภาคจะต้องมากกว่า $2r$ และน้อยกว่าหรือเท่ากับ $2R$ กระบวนการการสร้างกลุ่มก้อนแบบแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-Core Soft-Shell Model) ทั้งกรณีที่มีเท่ากันและไม่เท่ากันโดยใช้โปรแกรม MATLAB สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 กราฟพิกัดตัวอย่างของการสร้างแบบจำลองการเกิดเพอร์คอเรชันแบบแกนแข็งเปลือกอ่อน ของ a) วงกลมที่ขนาดเท่ากัน และ b) วงกลมที่ขนาดต่างกัน [2]

ในกระบวนการสร้างแบบจำลองเพอร์คอเรชัน (Percolation) ของระบบทรงกลมโดยใช้แนวคิดแกนแข็ง (Hard-Core) กับเปลือกอ่อน (Soft-Shell) ทั้งกรณีที่รัศมีเท่ากันและรัศมีไม่เท่ากันก็จะมีกระบวนการที่เหมือน ๆ กัน ดังแสดงในรูปที่ 2.9



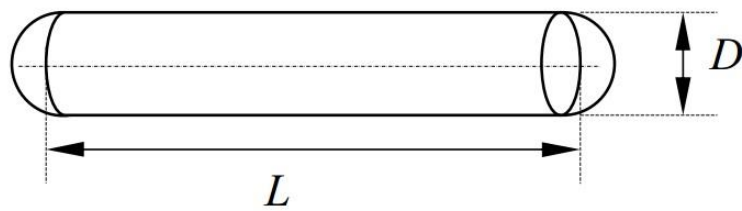
รูปที่ 2.9 กราฟพิกัดตัวอย่างของการสร้างแบบจำลองการเกิดเพอร์คอเรชันแบบแกนแข็งและเปลือกอ่อนของ a) ทรงกลมที่ขนาดเท่ากัน และ b) ทรงกลมที่ขนาดต่างกัน [2]

2.11.2 แบบจำลองทรงกระบอกปลายโค้ง

วิธีการที่คล้ายกันถูกนำมาใช้ในการจำลองเพอร์คอเรชัน (Percolation) ในระบบของเส้นใยที่มีลักษณะเป็นทรงกระบอกปลายโค้ง (Spherocylinder)

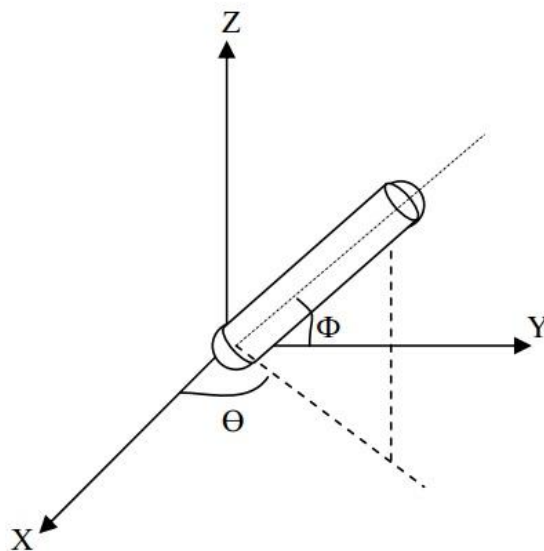
2.11.2.1 รูปทรงเรขาคณิตและการสร้างแบบจำลอง (Geometry and Modeling)

ทรงกระบอกปลายโค้ง (Spherocylinder) คือทรงกระบอกที่ปลายทั้งสองด้านเป็นครึ่งทรงกลม ดังแสดงในรูปที่ 2.10 ตัวแปรทางเรขาคณิตที่สำคัญของทรงกระบอกปลายโค้ง คือ อัตราส่วนระหว่างความยาว (L) ต่อเส้นผ่านศูนย์กลาง (D) หรือที่เรียกว่าอัตราส่วนลักษณะ (Aspect ratio)



รูปที่ 2.10 รูปทรงของทรงกระบอกปลายโค้ง [2]

การกำหนดทิศทาง (orientation) ของทรงกระบอกปลายโค้งจะระบุโดยมุมสองมุมดังแสดงในรูปที่ 2.11 โดยที่ θ คือมุมแนวราบ (azimuthal angle) และ ϕ คือมุมเชิงขั้ว (polar angle) ซึ่งกำหนดขอบเขตของช่วงไว้ที่ $(0, 2\pi * \text{rand})$ และ $\frac{\pi}{2} - \arccos(1 - 2 * \text{rand})$ ตามลำดับลงในโปรแกรม MATLAB

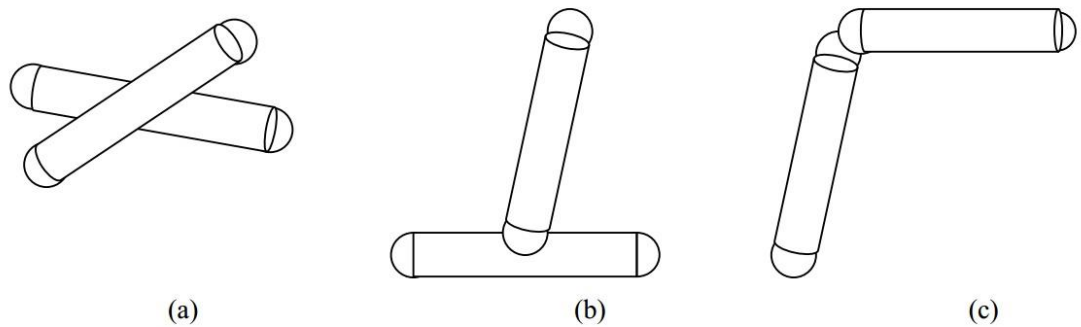


รูปที่ 2.11 การกำหนดทิศทางการจัดเรียงตัวของทรงกระบอกปลายโค้ง [2]

2.11.2.2 การตัดกันของทรงกระบอกปลายโค้ง

ความน่าจะเป็นในการสร้างโครงข่ายของทรงกระบอกปลายโค้งที่ตัดกันนั้น อย่างแรกเราต้องคำนึงถึงทิศทางของการกระจายตัวและลักษณะรูปทรงของทรงกระบอกปลายโค้ง การตรวจสอบโอกาสที่ทรงกระบอกปลายโค้งสองอันจะตัดกันนั้นจะใช้การประมาณจากความน่าจะเป็นของหลาย ๆ กลุ่มก้อนทรงกระบอกโค้งที่ตัดกัน

การตัดกันของทรงกระบอกปลายโค้งสองอันที่แตกต่างกันนั้นโดยทั่วไปจะแบ่งออกเป็น 3 รูปแบบ ดังแสดงในรูปที่ 2.12



รูปที่ 2.12 แสดงรูปแบบการสัมผัสกันระหว่างทรงกระบอกปลายโค้ง : a) ด้านข้างต่อด้านข้าง , b) ด้านข้างต่อปลายและ c) ปลายต่อปลาย [2]

การตัดกันของทรงกระบอกปลายโค้งทั้ง 3 รูปแบบนั้นก็จะมีลักษณะสมการที่ใช้ที่แตกต่างกัน โดยเราจะใช้สัญลักษณ์ R_1 และ R_2 แสดงถึงรัศมีของทรงกระบอกปลายโค้ง P_1 และ P_2 ระบุจุดศูนย์กลางของครึ่งทรงกลมของหนึ่งทรงกระบอกปลายโค้ง และ P_3 และ P_4 แสดงถึงจุดศูนย์กลางของครึ่งทรงกลมของทรงกระบอกปลายโค้งที่สอง

1. การตัดกันแบบด้านข้างต่อด้านข้าง (side-to-side) ก็คือการตัดกันของแกนของทรงกระบอกดังแสดงในรูปที่ 2.13 โดยจะใช้วิธีในการหาระยะห่างที่สั้นที่สุดของเส้นทั้งสอง โดยกำหนดให้เส้น L_1 ผ่านจุด P_1 และ P_2

$$\frac{x-x_{P1}}{x_{P2}-x_{P1}} = \frac{y-y_{P1}}{y_{P2}-y_{P1}} = \frac{z-z_{P1}}{z_{P2}-z_{P1}} \quad (2.15)$$

หรือ

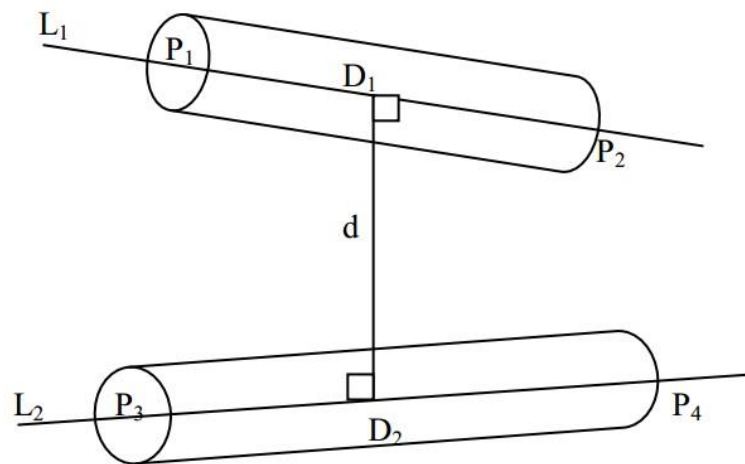
$$\frac{x-x_{P1}}{d_1} = \frac{y-y_{P1}}{e_1} = \frac{z-z_{P1}}{f_1} \quad (2.16)$$

และเส้น L_2 ผ่านจุด P_3 และ P_4

$$\frac{x-x_{P3}}{x_{P4}-x_{P3}} = \frac{y-y_{P3}}{y_{P4}-y_{P3}} = \frac{z-z_{P3}}{z_{P4}-z_{P3}} \quad (2.17)$$

หรือ

$$\frac{x-x_{P3}}{d_2} = \frac{y-y_{P3}}{e_2} = \frac{z-z_{P3}}{f_2} \quad (2.18)$$



รูปที่ 2.13 การสัมผัสกันแบบด้านข้างต่อด้านข้าง [2]

เวกเตอร์ตั้งฉาก (perpendicular vector) นั้นจะได้จากผลคูณเชิงเวกเตอร์ (vector product)

$$V_1^p = \begin{vmatrix} i & j & k \\ d_1 & e_1 & f_1 \\ d_2 & e_2 & f_2 \end{vmatrix} = (e_1 f_2 - e_2 f_1)i - (d_1 f_2 - d_2 f_1)j + (d_1 e_2 - d_2 e_1)k \quad (2.19)$$

และสามารถเขียนในรูปของเวกเตอร์หนึ่งหน่วย (unit vector)

$$V_1^p = \frac{[(e_1 f_2 - e_2 f_1), (d_1 f_2 - d_2 f_1), (d_1 e_2 - d_2 e_1)]}{\sqrt{(e_1 f_2 - e_2 f_1)^2 + (d_1 f_2 - d_2 f_1)^2 + (d_1 e_2 - d_2 e_1)^2}} \quad (2.20)$$

เวกเตอร์ที่เชื่อมระหว่างจุด P_1 บนเส้น L_1 กับจุด P_3 บนเส้น L_2 คือ

$$V_2^p = [(x_{P3} - x_{P1}), (y_{P3} - y_{P1}), (z_{P3} - z_{P1})] \quad (2.21)$$

เมื่อสังเกตจะพบว่าผลคูณเชิงสเกลาร์ของเวกเตอร์นี้จะตั้งฉากกับเวกเตอร์หนึ่งหน่วย V_1^p นั้น มีค่าเท่ากับระยะห่างระหว่างเส้นทั้งสอง

$$\begin{aligned} d &= V_2^p \cdot V_1^p \\ &= \frac{(x_{P3} - x_{P1})(e_1 f_2 - e_2 f_1) - (y_{P3} - y_{P1})(d_1 f_2 - d_2 f_1) + (z_{P3} - z_{P1})(d_1 e_2 - d_2 e_1)}{\sqrt{(e_1 f_2 - e_2 f_1)^2 + (d_1 f_2 - d_2 f_1)^2 + (d_1 e_2 - d_2 e_1)^2}} \end{aligned} \quad (2.22)$$

เพื่อหาจุดที่อยู่ใกล้ที่สุดเราสามารถเขียนสมการเวกเตอร์สำหรับเส้น L_1 และ L_2 สำหรับ

เส้น L_1

$$\begin{cases} \frac{x-x_{P1}}{x_{P2}-x_{P1}} = s_1 \rightarrow x = x_{P1} + s_1(x_{P2} - x_{P1}) \\ \frac{y-y_{P1}}{y_{P2}-y_{P1}} = s_1 \rightarrow y = y_{P1} + s_1(y_{P2} - y_{P1}) \\ \frac{z-z_{P1}}{z_{P2}-z_{P1}} = s_1 \rightarrow z = z_{P1} + s_1(z_{P2} - z_{P1}) \end{cases} \quad (2.23)$$

สำหรับความสัมพันธ์เดียวกันนี้จะใช้สำหรับเส้น L_2

$$\begin{cases} \frac{x-x_{P3}}{x_{P4}-x_{P3}} = s_2 \rightarrow x = x_{P3} + s_2(x_{P4} - x_{P3}) \\ \frac{y-y_{P3}}{y_{P4}-y_{P3}} = s_2 \rightarrow y = y_{P3} + s_2(y_{P4} - y_{P3}) \\ \frac{z-z_{P3}}{z_{P4}-z_{P3}} = s_2 \rightarrow z = z_{P3} + s_2(z_{P4} - z_{P3}) \end{cases} \quad (2.24)$$

เส้นเชื่อมระหว่างจุดใด ๆ บนเส้น L_1 กับจุดใด ๆ บนเส้น L_2 มีเวกเตอร์คือ

$$V_3^\rho = \begin{Bmatrix} [x_{P3} + s_2(x_{P4} - x_{P3})] - [x_{P1} + s_1(x_{P2} - x_{P1})] \\ [y_{P3} + s_2(y_{P4} - y_{P3})] - [y_{P1} + s_1(y_{P2} - y_{P1})] \\ [z_{P3} + s_2(z_{P4} - z_{P3})] - [z_{P1} + s_1(z_{P2} - z_{P1})] \end{Bmatrix} \quad (2.25)$$

เมื่อ $V_3^\rho \parallel V_1^\rho$ แสดงในรูปอย่างง่ายคือ

$$\begin{aligned} & \frac{[x_{P3} + s_2(x_{P4} - x_{P3})] - [x_{P1} + s_1(x_{P2} - x_{P1})]}{e_1 f_2 - e_2 f_1} \\ &= \frac{[y_{P3} + s_2(y_{P4} - y_{P3})] - [y_{P1} + s_1(y_{P2} - y_{P1})]}{d_1 f_2 - d_2 f_1} \\ &= \frac{[z_{P3} + s_2(z_{P4} - z_{P3})] - [z_{P1} + s_1(z_{P2} - z_{P1})]}{d_1 e_2 - d_2 e_1} \end{aligned} \quad (2.26)$$

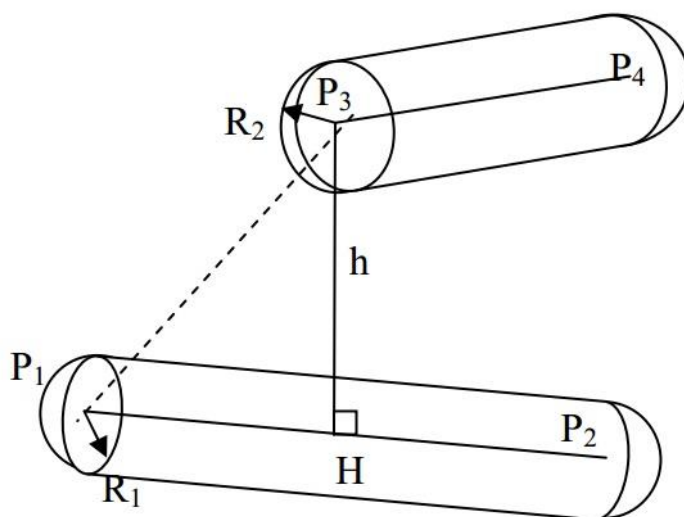
สมการเหล่านี้จะใช้ในการหา S_1 และ S_2 วิธีในการหาจุด D_1 และ D_2 ที่ใกล้กันที่สุดคือ

$$\begin{cases} x_{D1} = x_{P1} + s_1(x_{P2} - x_{P1}) \\ y_{D1} = y_{P1} + s_1(y_{P2} - y_{P1}) \\ z_{D1} = z_{P1} + s_1(z_{P2} - z_{P1}) \end{cases} \quad (2.27)$$

$$\begin{cases} x_{D2} = x_{P3} + s_2(x_{P4} - x_{P3}) \\ y_{D2} = y_{P3} + s_2(y_{P4} - y_{P3}) \\ z_{D2} = z_{P3} + s_2(z_{P4} - z_{P3}) \end{cases} \quad (2.28)$$

ข้อสังเกตหลักคือเมื่อสองทรงกระบอกปลายโค้งนั้นตัดกันที่ด้านข้าง ระยะห่างระหว่างศูนย์กลางของแกนทั้งสองจะน้อยกว่า $R_1 + R_2$ และจุดทั้งสองจะอยู่บนเส้นตรงที่สั้นที่สุดที่ผ่านแกนทั้งสอง

2. ตัดกันแบบด้านข้างต่อปลาย (side-to-end) หมายถึงส่วนของครึ่งทรงกลมที่ปลายด้านหนึ่งของวัตถุจะติดกับด้านข้างบริเวณทรงกระบอกของอีกวัตถุหนึ่ง กำหนดให้ h คือระยะทางตั้งฉากระหว่างจุดศูนย์กลางของครึ่งทรงกลมกับแกนของทรงกระบอกปลายโค้งอื่น และ H คือจุดตัดระหว่างเส้นตั้งฉากและแกนดังแสดงในรูปที่ 2.14



รูปที่ 2.14 การสัมผัสกันแบบด้านข้างต่อปลาย [2]

จุด P_1 และ P_3 จะเชื่อมต่อกันผ่านเส้นตรงและเกิดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จากทฤษฎีพีทาโกรัสจะได้ว่า

$$|\overrightarrow{P_3H}|^2 = |\overrightarrow{P_1P_3}|^2 - |\overrightarrow{P_1H}|^2 \quad (2.29)$$

$\overrightarrow{P_1P_3}$ คือ เวกเตอร์ที่ผ่านจุด P_1 และ P_3 โดยขนาดของเวกเตอร์สามารถคำนวณได้จาก

$$|\overrightarrow{P_1P_3}|^2 = (x_{P_3} - x_{P_1})^2 + (y_{P_3} - y_{P_1})^2 + (z_{P_3} - z_{P_1})^2 \quad (2.30)$$

$\overrightarrow{P_1H}$ คือ ภาพฉายของ $\overrightarrow{P_1P_3}$ บน $\overrightarrow{P_1P_2}$ โดยมีค่าเท่ากับ

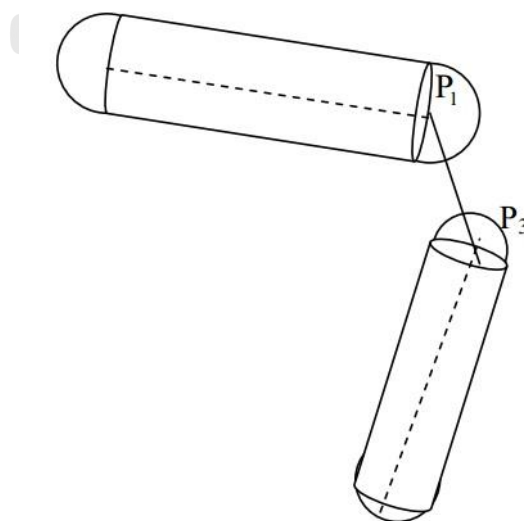
$$\overrightarrow{P_1H} = \left(\frac{\overrightarrow{P_1P_3} \cdot \overrightarrow{P_1P_2}}{|\overrightarrow{P_1P_2}|^2} \right) \overrightarrow{P_1P_2} \quad (2.31)$$

เมื่อรู้ค่า $|\overrightarrow{P_1P_3}|$ และ $|\overrightarrow{P_1H}|$ เราสามารถหาค่า $|\overrightarrow{P_3H}|$ ได้ ดังนั้น ระยะทาง h จะหาได้จาก

$$h = |\overrightarrow{P_3H}| = \sqrt{(x_H - x_{P_3})^2 + (y_H - y_{P_3})^2 + (z_H - z_{P_3})^2} \quad (2.32)$$

โดย h จะมีเงื่อนไขอยู่ภายใต้สมการ $h \leq R_1 + R_2$ จึงจะทำให้เกิดการตัดกัน

3. การตัดกันแบบปลายต่อปลาย (end-to-end) ก็คือการชนกันของครึ่งทรงกลมส่วนปลายของทรงกระบอกปลายโค้ง (Spherocylinders) ดังแสดงในรูปที่ 2.15



รูปที่ 2.15 การสัมผัสกันแบบปลายต่อปลาย [2]

ระยะทางระหว่างจุดศูนย์กลางของทรงกลมที่ปลายของทรงกระบอกปลายโค้งที่สัมผัสกันนั้น จะมีค่าน้อยกว่า $R_1 + R_2$

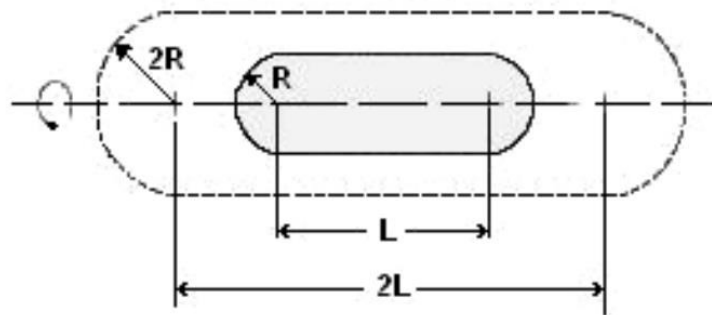
2.11.2.3 ปริมาตรโดยรอบของทรงกระบอกปลายโค้ง

สำหรับวัตถุนั้น Balberg et al. ได้คำนวณพื้นที่โดยรอบและปริมาตรโดยรอบของวัตถุที่มีลักษณะเป็นแท่งขนาดต่าง ๆ โดยแท่งที่มีลักษณะเป็นทรงกระบอกนั้นปริมาตรโดยรอบ (excluded volume) ดังรูปที่ 2.16 จะสามารถหาได้จากสมการ

$$V_{\text{ex}} = \frac{32\pi}{3} R^3 \left[1 + \frac{3}{4} \left(\frac{L}{R} \right) + \frac{3}{8\pi} \left(\frac{L}{R} \right)^2 \langle \sin \gamma \rangle \right] \quad (2.33)$$

เมื่อ γ คือมุมระหว่างแท่งทั้งสองและ $\langle \sin \gamma \rangle$ คือค่าเฉลี่ยของ $\sin \gamma$ ในกรณีที่เป็นการกระจายตัวแบบสุ่มที่เท่ากันในทุกทิศทาง (random isotropic distribution) $\gamma = \frac{\pi}{4}$, $\langle \sin \gamma \rangle = 1$ ฉะนั้นจะได้สมการเป็น

$$V_{\text{ex}} = \frac{32\pi}{3} R^3 \left[1 + \frac{3}{4} \left(\frac{L}{R} \right) + \frac{3}{8\pi} \left(\frac{L}{R} \right)^2 \right] \quad (2.34)$$

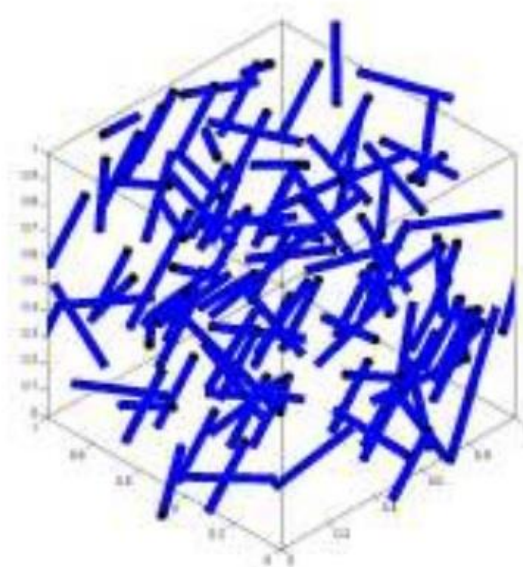


รูปที่ 2.16 แสดงปริมาตรโดยรอบของทรงกระบอกปลายโค้ง [2]

2.11.2.4 แบบจำลองแกนอ่อน (Soft-Core Modeling)

ขั้นตอนในการจำลองเพอร์คอเรชัน (Percolation) ของทรงกระบอกปลายโค้งนี้จะคล้ายกับที่ใช้ในทรงกลม โดยการใส่ทรงกระบอกปลายโค้งที่มีอัตราส่วน (Aspect ratio) ที่แตกต่างกันลงในหนึ่งหน่วยลูกบาศก์ (unit cube) แบบสุ่ม มีการค้นหาชุดค่าสังเกตที่เกิดจากการตัดกันของทรงกระบอกปลายโค้งที่ถูกเพิ่มลงไปใหม่และค้นหาชุดค่าสังเกตเมื่อทรงกระบอกปลายโค้งที่ถูกเพิ่มลงไปนั้นข้ามขอบเขตของหนึ่งหน่วยลูกบาศก์ (unit cube) ในท้ายที่สุดกลุ่มก้อนเพอร์คอเรชันจะถูกสร้างขึ้นซึ่งมี

การเชื่อมต่อข้ามไปยังด้านตรงข้ามของลูกบาศก์ แต่ถ้ายังไม่เกิดเพอร์คอเรชัน (percolation) ก็ยังคงต้องเพิ่มจำนวนของทรงกระบอกปลายโค้งลงไปเรื่อยๆจนกระทั่งเกิดเพอร์คอเรชัน (percolation) การจำลองจะถึงทำซ้ำหลายๆครั้งเพื่อเอาผลที่ได้มาหาค่าความเข้มข้นเฉลี่ย ในการทำแบบจำลองจะต้องทำการศึกษาผลของขนาดขอบเขตของระบบที่ใช้สำหรับแต่ละอัตราส่วน (Aspect ratio) และผลของการจัดวางตำแหน่งทิศทางของทรงกระบอกปลายโค้ง ดังแสดงในรูปที่ 2.17

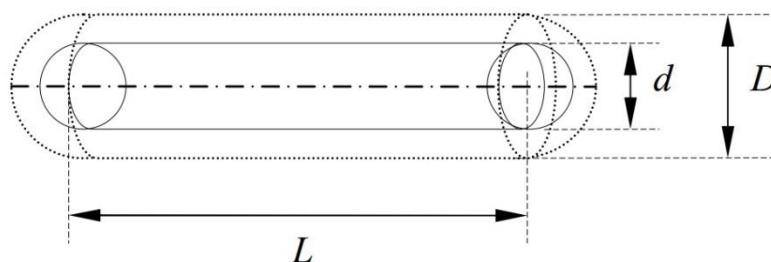


รูปที่ 2.17 แบบจำลองเพอร์คอเรชันของทรงกระบอกปลายโค้ง [2]

2.11.2.5 แบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-Core Soft-Shell Model)

เส้นใยที่สามารถนำไฟฟ้าได้นั้นจะสมมติให้มีเปลือกอ่อน (soft-shell) ห่อหุ้มอยู่ดังในรูปที่

2.18 ความหนา $\frac{D-d}{2}$ ของเปลือกที่ห่อหุ้มอยู่นี้แสดงถึงขอบเขตของการเชื่อมต่อที่สามารถส่งผ่านอิเล็กตรอนระหว่างเส้นใยได้โดยจะขึ้นอยู่กับความหนาและสมบัติความเป็นฉนวนของเนื้อพอลิเมอร์ที่ห่อหุ้มอยู่



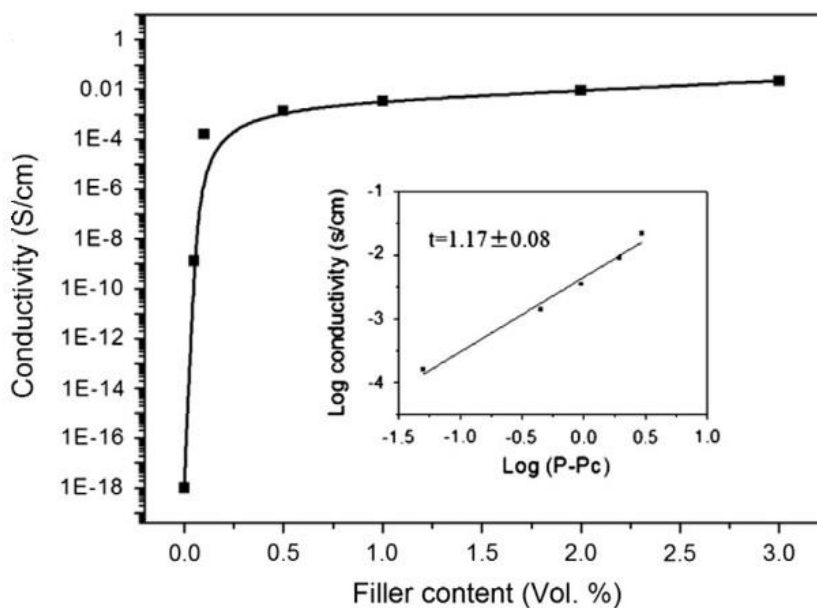
รูปที่ 2.18 รูปร่างของทรงกระบอกปลายโค้งในแบบจำลองแบบแกนแข็งและเปลือกอ่อน [2]

ในการสร้างแบบจำลองนี้ก็มีขั้นตอนเหมือนกับทรงกลมที่กล่าวไว้ข้างต้นแต่มีการเพิ่มเงื่อนไขต่างๆและชุดคำสั่งเพิ่มเติมเข้าไปในชุดคำสั่งเดิม

2.11.3 การทดลองที่เกี่ยวข้อง

2.11.3.1 งานวิจัยของ Bingjie Wang

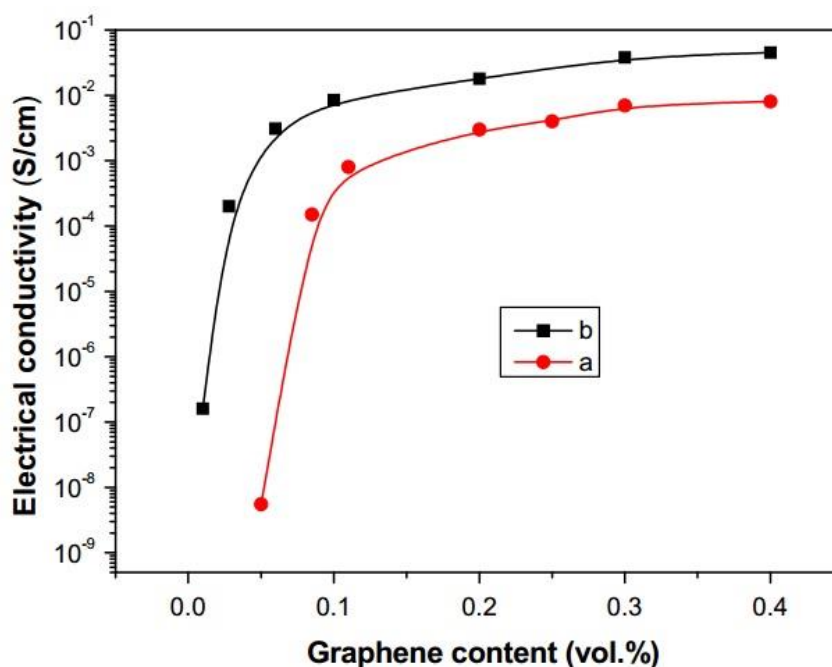
ในการศึกษาโฟลีโอทีลีนแกรฟีนคอมโพสิต (Ultrahigh molecular weight polyethylene (UHMWPE)/graphene nanosheets composites) จะถูกเตรียมขึ้นจากวิธีการดูดซับด้วยไฟฟ้าสถิตย์ (Electrostatic adsorption method) โดยการสร้างไฟฟ้าสถิตย์ให้เกิดขึ้นที่ผิวของผงพอลีโอทีลีนจากการให้แรงเชิงกลที่ความเร็วสูงเพื่อให้เกิดการเสียดสีกันสร้างเป็นไฟฟ้าสถิตย์ก่อนที่จะทำการผสมแกรฟีนลงไปเพื่อให้เกิดการเกาะตัวของแกรฟีนที่ผิวของพอลีโอทีลีน การเตรียมพอลีโอทีลีนแกรฟีนคอมโพสิตด้วยวิธีนี้จะได้รับการกระจายตัวที่ดีของแกรฟีน จึงทำให้เกิดเพอร์คอเรชันได้เมื่อใส่แกรฟีนลงไปปริมาณน้อย ๆ [13] ดังจะเห็นได้จากรูปที่ 2.19



รูปที่ 2.19 ค่าการนำไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้นที่จุดเพอร์คอเรชันจากงานวิจัยของ Bingjie Wang [13]

2.11.3.2 งานวิจัยของ Hongliang Hu

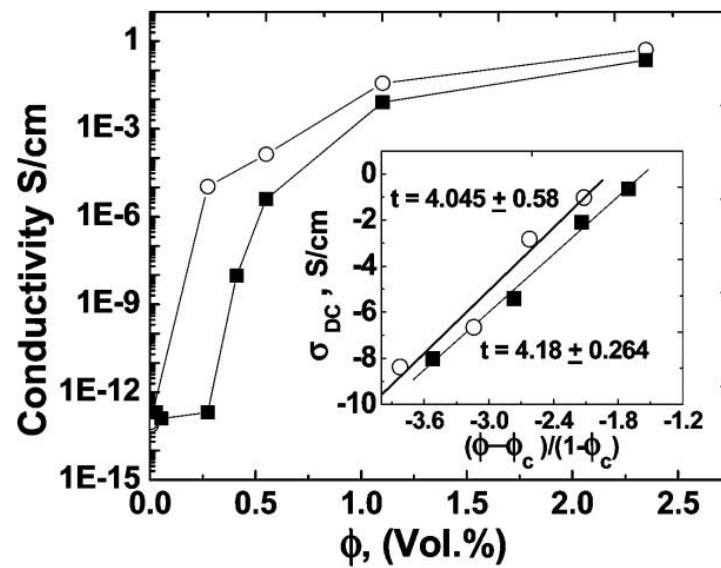
ในการศึกษานี้ในการศึกษานี้พอลิเอทิลีนแกรฟีนคอมโพสิต (Ultrahigh molecular weight polyethylene (UHMWPE)/graphene nanosheets composites) จะถูกเตรียมขึ้นจากวิธีการใช้น้ำและเอทานอลเป็นสารละลายช่วยในการกระจาย (Water/ ethanol solvent-assisted dispersion) โดยการเตรียมแกรฟีนในละลายอยู่ในสารละลายเอทานอลและน้ำจากนั้นจึงเติมผงพอลิเอทิลีนลงไปก่อนที่จะทำการระเหยสารละลายเอทานอลและน้ำออก การเตรียมพอลิเอทิลีนแกรฟีนคอมโพสิตด้วยวิธีนี้จะได้รับการกระจายตัวที่ดีของแกรฟีน จึงทำให้เกิดเพอร์คอเรชันได้เมื่อใส่แกรฟีนลงไปปริมาณน้อย ๆ [14] ดังจะเห็นได้จากรูปที่ 2.20



รูปที่ 2.20 ค่าการนำไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้นที่จุดเพอร์คอเรชันจากงานวิจัยของ Hongliang Hu [14]

2.11.3.2 งานวิจัยของ Mitra Yoonessi

ในการศึกษานี้ในการศึกษานี้โพลีคาร์บอเนตแกรฟีนคอมโพสิต (Graphene nanosheet-bisphenol A polycarbonate nanocomposites) จะถูกเตรียมขึ้นจากวิธีการผสมอิมัลชัน (Emulsion mixing methods) โดยจะทำการศึกษาเปรียบเทียบกับวิธีการใช้สารละลายช่วยในการผสม (Solution blending methods) พบว่าวิธีการผสมอิมัลชัน (Emulsion mixing methods) จะให้การกระจายตัวที่ดีกว่า [15] ดังแสดงในรูปที่ 2.20 ซึ่งวิธีนี้จะให้ค่าเพอร์คอเรชันที่ต่ำกว่า



รูปที่ 2.21 ค่าการนำไฟฟ้าที่เพิ่มขึ้นที่จุดเพอร์คอเรชันจากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi [15]

บทที่ 3

ขั้นตอนการสร้างแบบจำลอง

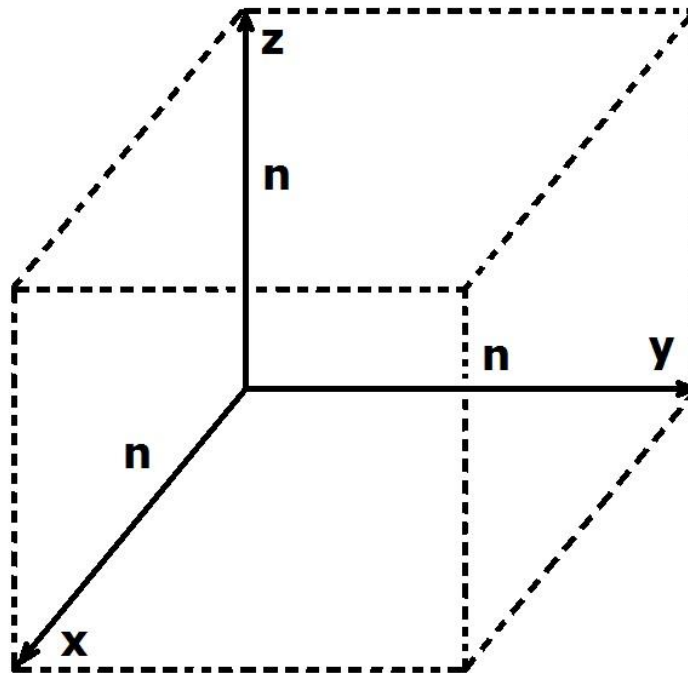
3.1 วัสดุนาโนคอมโพสิต

3.1.1 ลักษณะทางกายภาพของสารเติมแต่งที่ใช้ในแบบจำลอง

ในงานวิจัยนี้สารเติมแต่งที่ใช้ในการจำลองจะกำหนดลักษณะเป็นแผ่นวงกลมที่ไม่มีความหนาให้เป็นตัวแทนของสารเติมแต่งในวัสดุนาโนคอมโพสิตจริง เนื่องจากแผ่นวงกลมนั้นเป็นรูปร่างพื้นฐานที่ง่ายต่อการนำมาวิเคราะห์

3.1.2 ปริมาตรตัวแทน (representative volume)

ในวัสดุพอลิเมอร์นาโนคอมโพสิต อนุภาคสารเติมแต่งขนาดนาโนจะแทรกตัวอยู่ในเนื้อพอลิเมอร์ (matrix polymer) ขนาดของสารเติมแต่งขนาดนาโนนั้นจะมีขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับขนาดของชิ้นงาน การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นั้นจะต้องมีส่วนที่แทนเนื้อพอลิเมอร์ในวัสดุจริง โดยทั่วไปกำหนดให้เป็นปริมาตรลูกบาศก์ขนาด $n \times n \times n$ หน่วย ซึ่งหน่วยในที่นี้เป็นหน่วยที่สมมติขึ้นมา ใช้ในระบบโดยอ้างอิงกับขนาดของสารเติมแต่งขนาดนาโนที่จะถูกเติมเข้าไปในเนื้อพอลิเมอร์ หลังจากนั้นจะคำนวณหาร้อยละโดยปริมาตรที่น้อยที่สุดของสารเติมแต่งขนาดนาโนที่ต้องใช้เพื่อให้เกิดโครงข่ายการนำไฟฟ้าในวัสดุคอมโพสิตได้ (percolation threshold) แล้วนำค่าที่ได้ไปเทียบกับวัสดุจริง เพื่อที่จะศึกษาผลของขนาดของปริมาตรตัวแทนที่ใช้ในแบบจำลองต่อค่าเพอร์คอเรชัน (percolation) ที่ได้และเพื่อนำมาใช้เปรียบเทียบกับวัสดุจริง

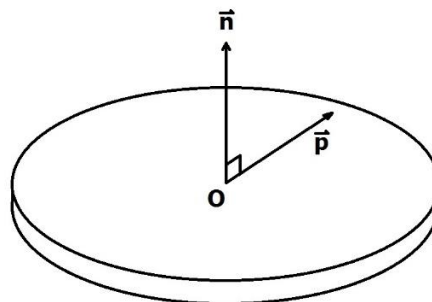


รูปที่ 3.1 ปริมาตรตัวแทนที่เป็นตัวแทนของเนื้อวัสดุพอลิเมอร์นาโนคอมโพสิต

เพื่อให้ได้ผลการคำนวณสอดคล้องกับวัสดุจริงมากที่สุดต้องไม่กำหนดให้ปริมาตรตัวแทนมีขนาดเล็กมากเกินไปแต่ไม่ควรมีขนาดใหญ่เกินไปเพราะจะใช้เวลาในการคำนวณมากเกินไปความจำเป็นดังนั้นในงานวิจัยนี้ได้มีการศึกษาถึงผลของขนาดปริมาตรตัวแทนต่อความแม่นยำของค่าเพอร์คอเรชัน (percolation) ที่คำนวณได้

3.2 นิยามของตัวแปรในแบบจำลอง

ในงานวิจัยนี้ได้มีการกำหนดรูปร่างที่แน่นอนของสารเติมแต่ง โดยจะกำหนดให้มีลักษณะเป็นแผ่นวงกลมแต่ไม่มีความหนา



รูปที่ 3.2 แผ่นวงกลมและเวกเตอร์

3.2.1 จุดศูนย์กลางของแผ่นวงกลม

$$O_i = (O_{xi}, O_{yi}, O_{zi})$$

O_i คือจุดศูนย์กลางของแผ่นวงกลมซึ่งมีพิกัด O_{xi} , O_{yi} และ O_{zi} สารเติมแต่งแต่ละแผ่นจะถูกกำหนดค่าพิกัดโดยการสุ่มจากฟังก์ชัน random number ในโปรแกรม MATLAB เพื่อให้สารเติมแต่งมีการกระจายตัวได้ทุกรูปแบบสอดคล้องกับวัสดุจริงโดยที่ $O_{xi}, O_{yi}, O_{zi} \geq 0$ เพราะในปริมาตรตัวแทน (Representative volume) จะกำหนดให้พิกัดเป็นบวกเสมอ

3.2.2 เวกเตอร์แนวฉาก (normal vector)

\vec{n}_i คือเวกเตอร์แนวฉาก (normal vector) ของแผ่นวงกลมที่จะตั้งฉากกับระนาบของแผ่นวงกลม

$$\vec{n}_i = A_i \vec{i} + B_i \vec{j} + C_i \vec{k}$$

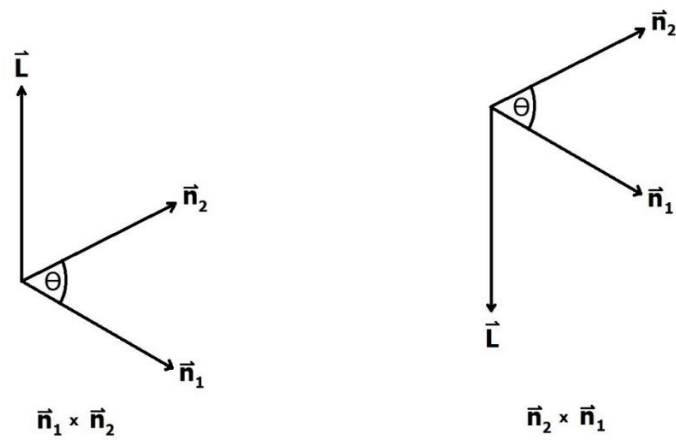
A_i, B_i และ C_i จะถูกกำหนดค่าโดยการสุ่มค่าด้วยฟังก์ชัน random number ในโปรแกรม MATLAB เพื่อให้ทิศทางของระนาบสารเติมแต่งมีความหลากหลายสอดคล้องกับในวัสดุจริง โดยที่ $C_i \geq 0$ เพื่อให้ทิศทางของเวกเตอร์แนวฉากนี้ชี้ขึ้นเสมอ

3.2.3 เวกเตอร์ตั้งฉาก (Perpendicular vector)

\vec{p} คือเวกเตอร์ตั้งฉาก (perpendicular vector) ของเวกเตอร์แนวฉาก \vec{n}_i โดยเวกเตอร์ตั้งฉากนี้จะถูกนำมาใช้ในขั้นตอนการหาระยะห่างระหว่างแผ่นวงกลมสองแผ่น ซึ่งสามารถที่จะหาขนาดทิศทาง และตำแหน่งของเวกเตอร์ตั้งฉากของแผ่นวงกลมทั้งสองที่ต้องการตรวจสอบได้จากเวกเตอร์ระนาบพื้นผิว

3.2.4 เวกเตอร์ระนาบพื้นผิว

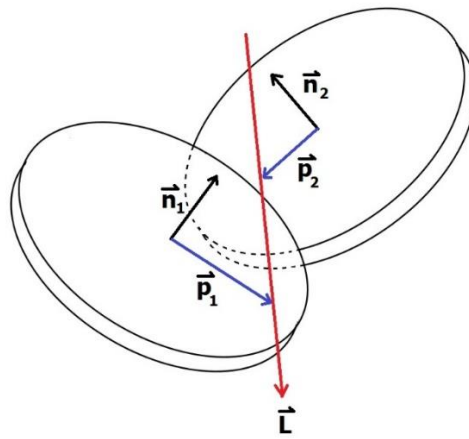
\vec{L} คือเวกเตอร์ระนาบพื้นผิว [8] ที่สามารถคำนวณได้จากผลคูณเชิงเวกเตอร์ของเวกเตอร์แนวฉากของแผ่นวงกลมที่ 1 (\vec{n}_1) กับเวกเตอร์แนวฉากของแผ่นวงกลมที่ 2 (\vec{n}_2) แต่จากนิยามของผลคูณเชิงเวกเตอร์นั้นลำดับก่อนหลังในการคูณมีผลต่อทิศทางของเวกเตอร์ลัพธ์ที่ได้ดังแสดงดังรูปที่ 3.3 ดังนั้นจึงได้กำหนดให้ $\vec{L} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2$ เพื่อลดความสับสนที่อาจจะเกิดขึ้น



รูปที่ 3.3 ทิศทางของผลคูณเชิงเวกเตอร์

ทิศทางเวกเตอร์ตั้งฉาก \vec{p} ของทั้งสองแผ่นวงกลมนี้จะขึ้นอยู่กับตำแหน่งและทิศทางของระนาบแผ่นวงกลมทั้งสอง กล่าวคือลักษณะทิศทาง และตำแหน่งของแผ่นวงกลมสองแผ่นจะมีผลต่อการกำหนดรูปแบบของสมการที่ใช้ โดยสามารถที่จะแบ่งรูปแบบการคำนวณหาเวกเตอร์ตั้งฉากทั้งสองออกเป็น 6 กรณีตามลักษณะทิศทาง และตำแหน่ง ดังรูปที่ 3.4 ถึงรูปที่ 3.9

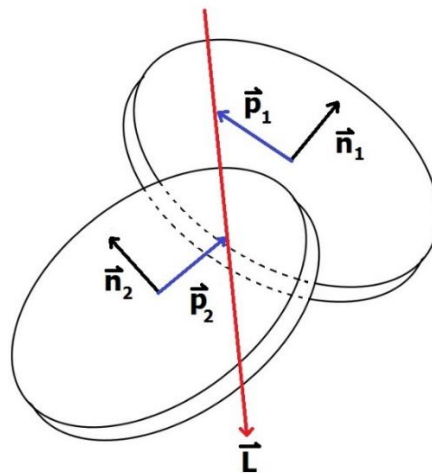
กรณีที่ 1



รูปที่ 3.4 ลักษณะของแผ่นวงกลมทั้งสองในกรณีที่ 1

$$\vec{p}_1 = \vec{n}_1 \times \vec{L} \quad \vec{p}_2 = \vec{L} \times \vec{n}_2$$

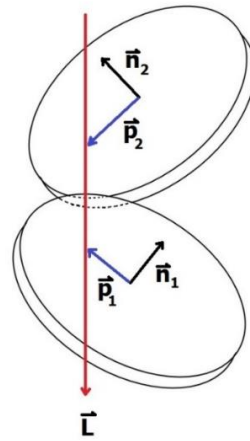
กรณีที่ 2



รูปที่ 3.5 ลักษณะของแผ่นวงกลมทั้งสองในกรณีที่ 2

$$\vec{p}_1 = \vec{L} \times \vec{n}_1 \quad \vec{p}_2 = \vec{n}_2 \times \vec{L}$$

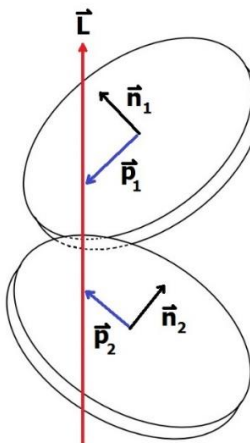
กรณีที่ 3



รูปที่ 3.6 ลักษณะของแผ่นวงกลมทั้งสองในกรณีที่ 3

$$\vec{p}_1 = \vec{L} \times \vec{n}_1 \quad \vec{p}_2 = \vec{L} \times \vec{n}_2$$

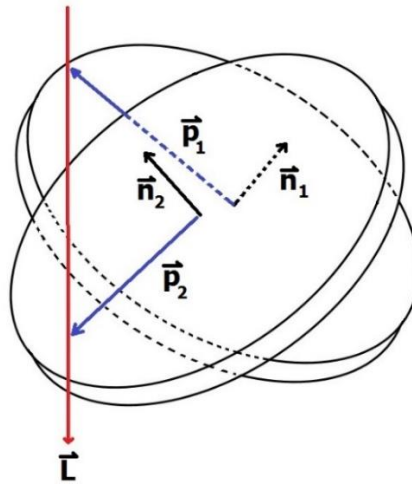
กรณีที่ 4



รูปที่ 3.7 ลักษณะของแผ่นวงกลมทั้งสองในกรณีที่ 4

$$\vec{p}_1 = \vec{n}_1 \times \vec{L} \quad \vec{p}_2 = \vec{n}_2 \times \vec{L}$$

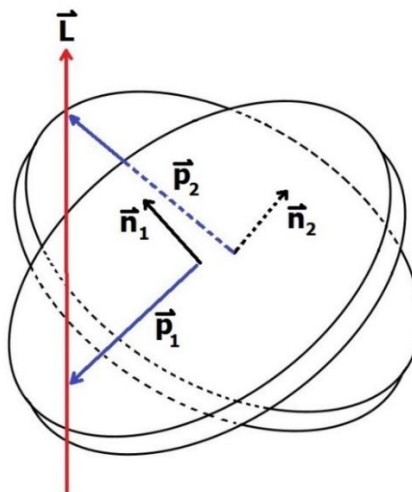
กรณีที่ 5



รูปที่ 3.8 ลักษณะของแผ่นวงกลมทั้งสองในกรณีที่ 5

$$\vec{p}_1 = \vec{L} \times \vec{n}_1 \quad \vec{p}_2 = \vec{L} \times \vec{n}_2$$

กรณีที่ 6

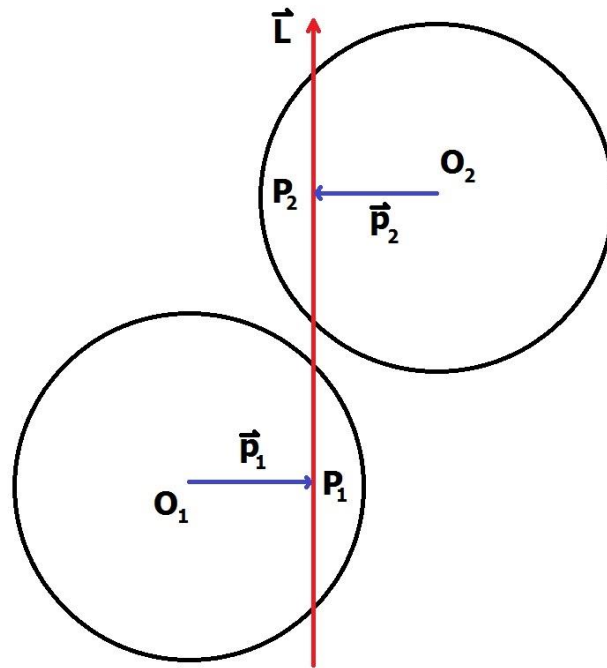


รูปที่ 3.9 ลักษณะของแผ่นวงกลมทั้งสองในกรณีที่ 6

$$\vec{p}_1 = \vec{n}_1 \times \vec{L} \quad \vec{p}_2 = \vec{n}_2 \times \vec{L}$$

กำหนดให้จุด P_i คือจุดตัดระหว่างเวกเตอร์ระนาบพื้นผิวกับเวกเตอร์ตั้งฉากของแผ่นวงกลม ซึ่งจะมีพิกัดคือ (U_i, V_i, W_i) โดยที่ \vec{P}_i คือเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่จุดศูนย์กลางของแผ่นวงกลม O_i ถึงจุด P_i

2.3.2 การคำนวณหาจุด P_1 และ P_2



รูปที่ 3.10 แสดงตำแหน่งของจุด P_1 และ P_2

แผ่นวงกลมที่ 1

$$a_1\vec{i} + b_1\vec{j} + c_1\vec{k} = \frac{\vec{p}_1}{|\vec{p}_1|} = \frac{\vec{O_1P_1}}{|O_1P_1|}$$

$$a_1\vec{i} + b_1\vec{j} + c_1\vec{k} = \frac{(U_1 - O_{x1})\vec{i} + (V_1 - O_{y1})\vec{j} + (W_1 - O_{z1})\vec{k}}{\sqrt{(U_1 - O_{x1})^2 + (V_1 - O_{y1})^2 + (W_1 - O_{z1})^2}}$$

$$a_1 = \frac{(U_1 - O_{x1})}{\sqrt{(U_1 - O_{x1})^2 + (V_1 - O_{y1})^2 + (W_1 - O_{z1})^2}} \quad (3.1)$$

$$b_1 = \frac{(V_1 - O_{y1})}{\sqrt{(U_1 - O_{x1})^2 + (V_1 - O_{y1})^2 + (W_1 - O_{z1})^2}} \quad (3.2)$$

$$c_1 = \frac{(W_1 - O_{z1})}{\sqrt{(U_1 - O_{x1})^2 + (V_1 - O_{y1})^2 + (W_1 - O_{z1})^2}} \quad (3.3)$$

ผ่านวงกลมที่ 2

$$a_2\vec{i} + b_2\vec{j} + c_2\vec{k} = \frac{\vec{p}_2}{|\vec{p}_2|} = \frac{\overline{O_2P_2}}{|\overline{O_2P_2}|}$$

$$a_2\vec{i} + b_2\vec{j} + c_2\vec{k} = \frac{(U_2 - O_{x2})\vec{i} + (V_2 - O_{y2})\vec{j} + (W_2 - O_{z2})\vec{k}}{\sqrt{(U_2 - O_{x2})^2 + (V_2 - O_{y2})^2 + (W_2 - O_{z2})^2}}$$

$$a_2 = \frac{(U_2 - O_{x2})}{\sqrt{(U_2 - O_{x2})^2 + (V_2 - O_{y2})^2 + (W_2 - O_{z2})^2}} \quad (3.4)$$

$$b_2 = \frac{(V_2 - O_{y2})}{\sqrt{(U_2 - O_{x2})^2 + (V_2 - O_{y2})^2 + (W_2 - O_{z2})^2}} \quad (3.5)$$

$$c_2 = \frac{(W_2 - O_{z2})}{\sqrt{(U_2 - O_{x2})^2 + (V_2 - O_{y2})^2 + (W_2 - O_{z2})^2}} \quad (3.6)$$

สำหรับกรณีที่ 1 กรณีที่ 3 และกรณีที่ 4

$$L_x\vec{i} + L_y\vec{j} + L_z\vec{k} = \frac{\vec{L}}{|\vec{L}|} = \frac{\overline{P_2P_1}}{|\overline{P_2P_1}|}$$

$$L_x\vec{i} + L_y\vec{j} + L_z\vec{k} = \frac{(U_1 - U_2)\vec{i} + (V_1 - V_2)\vec{j} + (W_1 - W_2)\vec{k}}{\sqrt{(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2}}$$

$$L_x = \frac{(U_1 - U_2)}{\sqrt{(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2}} \quad (3.7\eta)$$

$$L_y = \frac{(V_1 - V_2)}{\sqrt{(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2}} \quad (3.8\eta)$$

$$L_z = \frac{(W_1 - W_2)}{\sqrt{(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2}} \quad (3.9\eta)$$

สำหรับกรณีที่ 2 กรณีที่ 5 และกรณีที่ 6

$$\frac{\vec{L}}{|\vec{L}|} = \frac{\overline{P_1 P_2}}{|\overline{P_1 P_2}|}$$

$$L_x \vec{i} + L_y \vec{j} + L_z \vec{k} = \frac{(U_2 - U_1)\vec{i} + (V_2 - V_1)\vec{j} + (W_2 - W_1)\vec{k}}{\sqrt{(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2}}$$

$$L_x = \frac{(U_2 - U_1)}{\sqrt{(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2}} \quad (3.7ข)$$

$$L_y = \frac{(V_2 - V_1)}{\sqrt{(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2}} \quad (3.8ข)$$

$$L_z = \frac{(W_2 - W_1)}{\sqrt{(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2}} \quad (3.9ข)$$

แก้สมการที่ 3.1 ถึง 3.6 และ 3.7ก ถึง 3.9ก สำหรับกรณีที่ 1 กรณีที่ 3 และกรณีที่ 4 แก้สมการที่ 3.1 ถึง 3.6 และ 3.7ข ถึง 3.9ข สำหรับกรณีที่ 2 กรณีที่ 5 และกรณีที่ 6 โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ประยุกต์จากระเบียบวิธีของ Newton-Raphson เพื่อคำนวณหาพิกัดของจุด P_1 และ P_2 โดยเมทริกจาคอบีเนียน (Jacobian matrix) จะมีขนาด $[9 \times 6]$ โดย f_i ฟังก์ชันจะได้อาจจากการจัดรูปสมการที่ 3.1 ถึง 3.9 ให้เท่ากับ 0

$$\text{Jacobian matrix [J]} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial U_1} & \frac{\partial f_1}{\partial V_1} & \frac{\partial f_1}{\partial W_1} & \frac{\partial f_1}{\partial U_2} & \frac{\partial f_1}{\partial V_2} & \frac{\partial f_1}{\partial W_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial U_1} & \frac{\partial f_2}{\partial V_1} & \frac{\partial f_2}{\partial W_1} & \frac{\partial f_2}{\partial U_2} & \frac{\partial f_2}{\partial V_2} & \frac{\partial f_2}{\partial W_2} \\ \frac{\partial f_3}{\partial U_1} & \frac{\partial f_3}{\partial V_1} & \frac{\partial f_3}{\partial W_1} & \frac{\partial f_3}{\partial U_2} & \frac{\partial f_3}{\partial V_2} & \frac{\partial f_3}{\partial W_2} \\ \frac{\partial f_4}{\partial U_1} & \frac{\partial f_4}{\partial V_1} & \frac{\partial f_4}{\partial W_1} & \frac{\partial f_4}{\partial U_2} & \frac{\partial f_4}{\partial V_2} & \frac{\partial f_4}{\partial W_2} \\ \frac{\partial f_5}{\partial U_1} & \frac{\partial f_5}{\partial V_1} & \frac{\partial f_5}{\partial W_1} & \frac{\partial f_5}{\partial U_2} & \frac{\partial f_5}{\partial V_2} & \frac{\partial f_5}{\partial W_2} \\ \frac{\partial f_6}{\partial U_1} & \frac{\partial f_6}{\partial V_1} & \frac{\partial f_6}{\partial W_1} & \frac{\partial f_6}{\partial U_2} & \frac{\partial f_6}{\partial V_2} & \frac{\partial f_6}{\partial W_2} \\ \frac{\partial f_7}{\partial U_1} & \frac{\partial f_7}{\partial V_1} & \frac{\partial f_7}{\partial W_1} & \frac{\partial f_7}{\partial U_2} & \frac{\partial f_7}{\partial V_2} & \frac{\partial f_7}{\partial W_2} \\ \frac{\partial f_8}{\partial U_1} & \frac{\partial f_8}{\partial V_1} & \frac{\partial f_8}{\partial W_1} & \frac{\partial f_8}{\partial U_2} & \frac{\partial f_8}{\partial V_2} & \frac{\partial f_8}{\partial W_2} \\ \frac{\partial f_9}{\partial U_1} & \frac{\partial f_9}{\partial V_1} & \frac{\partial f_9}{\partial W_1} & \frac{\partial f_9}{\partial U_2} & \frac{\partial f_9}{\partial V_2} & \frac{\partial f_9}{\partial W_2} \end{bmatrix}$$

เมทริก $[\Delta x]$ คือเมทริกผลต่างของค่าใหม่ทีคำนวณได้กับค่าก่อนหน้า และเมทริก $[f]$ คือ เมทริกของฟังก์ชันที่เกิดจากการจัดรูปสมการที่ 3.1 ถึง 3.9 ให้เท่ากับ 0

$$[\Delta x] = \begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta V_1 \\ \Delta W_1 \\ \Delta U_2 \\ \Delta V_2 \\ \Delta W_2 \end{bmatrix} \quad [f] = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \\ f_7 \\ f_8 \\ f_9 \end{bmatrix}$$

จากสมการที่ 2.11 กับสมการที่ 2.12

$$[J]^k [\Delta x]^{k+1} = -[f]^k \quad (2.11)$$

$$[x]^{k+1} = [x]^k + [\Delta x]^{k+1} \quad (2.12)$$

การคำนวณจะเป็นการคำนวณสมการที่ 2.11 กับสมการที่ 2.12 ซ้ำจนกว่าค่าผลต่างที่ได้นั้นจะมีค่าน้อยกว่าค่าที่กำหนด

จากสมการที่ 3.1 ถึง 3.9 ถูกจัดรูปใหม่ให้อยู่ในรูปฟังก์ชันที่เท่ากับศูนย์ดังนี้

$$f_1 = a_1 \sqrt{(U_1 - O_{x1})^2 + (V_1 - O_{y1})^2 + (W_1 - O_{z1})^2} - (U_1 - O_{x1}) = 0$$

$$f_2 = b_1 \sqrt{(U_1 - O_{x1})^2 + (V_1 - O_{y1})^2 + (W_1 - O_{z1})^2} - (V_1 - O_{y1}) = 0$$

$$f_3 = c_1 \sqrt{(U_1 - O_{x1})^2 + (V_1 - O_{y1})^2 + (W_1 - O_{z1})^2} - (W_1 - O_{z1}) = 0$$

$$f_4 = a_2 \sqrt{(U_2 - O_{x2})^2 + (V_2 - O_{y2})^2 + (W_2 - O_{z2})^2} - (U_2 - O_{x2}) = 0$$

$$f_5 = b_2 \sqrt{(U_2 - O_{x2})^2 + (V_2 - O_{y2})^2 + (W_2 - O_{z2})^2} - (V_2 - O_{y2}) = 0$$

$$f_6 = c_2 \sqrt{(U_2 - O_{x2})^2 + (V_2 - O_{y2})^2 + (W_2 - O_{z2})^2} - (W_2 - O_{z2}) = 0$$

สำหรับกรณีที่ 1 กรณีที่ 3 และกรณีที่ 4

$$f_7 = L_x \sqrt{(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2} - (U_1 - U_2) = 0$$

$$f_8 = L_y \sqrt{(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2} - (V_1 - V_2) = 0$$

$$f_9 = L_z \sqrt{(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2} - (W_1 - W_2) = 0$$

สำหรับกรณีที่ 2 กรณีที่ 5 และกรณีที่ 6

$$\begin{aligned} f_7 &= L_x \sqrt{(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2} - (U_2 - U_1) = 0 \\ f_8 &= L_y \sqrt{(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2} - (V_2 - V_1) = 0 \\ f_9 &= L_z \sqrt{(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2} - (W_2 - W_1) = 0 \end{aligned}$$

นำสมการที่จัดรูปใหม่ทำเป็นสมการเชิงอนุพันธ์เทียบกับตัวแปรต่าง ๆ ที่ต้องการหาค่าดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial U_1} &= a_1 \left[(U_1 - O_{x1})^2 + (V_1 - O_{y1})^2 + (W_1 - O_{z1})^2 \right]^{-0.5} (U_1 - O_{x1}) - 1 \\ \frac{\partial f_1}{\partial V_1} &= a_1 \left[(U_1 - O_{x1})^2 + (V_1 - O_{y1})^2 + (W_1 - O_{z1})^2 \right]^{-0.5} (V_1 - O_{y1}) \\ \frac{\partial f_1}{\partial W_1} &= a_1 \left[(U_1 - O_{x1})^2 + (V_1 - O_{y1})^2 + (W_1 - O_{z1})^2 \right]^{-0.5} (W_1 - O_{z1}) \\ \frac{\partial f_1}{\partial U_2} &= 0 \\ \frac{\partial f_1}{\partial V_2} &= 0 \\ \frac{\partial f_1}{\partial W_2} &= 0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial U_1} &= b_1 \left[(U_1 - O_{x1})^2 + (V_1 - O_{y1})^2 + (W_1 - O_{z1})^2 \right]^{-0.5} (U_1 - O_{x1}) \\ \frac{\partial f_2}{\partial V_1} &= b_1 \left[(U_1 - O_{x1})^2 + (V_1 - O_{y1})^2 + (W_1 - O_{z1})^2 \right]^{-0.5} (V_1 - O_{y1}) - 1 \\ \frac{\partial f_2}{\partial W_1} &= b_1 \left[(U_1 - O_{x1})^2 + (V_1 - O_{y1})^2 + (W_1 - O_{z1})^2 \right]^{-0.5} (W_1 - O_{z1}) \\ \frac{\partial f_2}{\partial U_2} &= 0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial V_2} &= 0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial W_2} &= 0 \\ \frac{\partial f_3}{\partial U_1} &= c_1 \left[(U_1 - O_{x1})^2 + (V_1 - O_{y1})^2 + (W_1 - O_{z1})^2 \right]^{-0.5} (U_1 - O_{x1}) \\ \frac{\partial f_3}{\partial V_1} &= c_1 \left[(U_1 - O_{x1})^2 + (V_1 - O_{y1})^2 + (W_1 - O_{z1})^2 \right]^{-0.5} (V_1 - O_{y1}) \\ \frac{\partial f_3}{\partial W_1} &= c_1 \left[(U_1 - O_{x1})^2 + (V_1 - O_{y1})^2 + (W_1 - O_{z1})^2 \right]^{-0.5} (W_1 - O_{z1}) - 1 \\ \frac{\partial f_3}{\partial U_2} &= 0 \\ \frac{\partial f_3}{\partial V_2} &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial W_2} = 0$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial U_1} = 0$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial V_1} = 0$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial W_1} = 0$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial U_2} = a_2 \left[(U_2 - O_{x2})^2 + (V_2 - O_{y2})^2 + (W_2 - O_{z2})^2 \right]^{-0.5} (U_2 - O_{x2}) - 1$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial V_2} = a_2 \left[(U_2 - O_{x2})^2 + (V_2 - O_{y2})^2 + (W_2 - O_{z2})^2 \right]^{-0.5} (V_2 - O_{y2})$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial W_2} = a_2 \left[(U_2 - O_{x2})^2 + (V_2 - O_{y2})^2 + (W_2 - O_{z2})^2 \right]^{-0.5} (W_2 - O_{z2})$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial U_1} = 0$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial V_1} = 0$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial W_1} = 0$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial U_2} = b_2 \left[(U_2 - O_{x2})^2 + (V_2 - O_{y2})^2 + (W_2 - O_{z2})^2 \right]^{-0.5} (U_2 - O_{x2})$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial V_2} = b_2 \left[(U_2 - O_{x2})^2 + (V_2 - O_{y2})^2 + (W_2 - O_{z2})^2 \right]^{-0.5} (V_2 - O_{y2}) - 1$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial W_2} = b_2 \left[(U_2 - O_{x2})^2 + (V_2 - O_{y2})^2 + (W_2 - O_{z2})^2 \right]^{-0.5} (W_2 - O_{z2})$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial U_1} = 0$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial V_1} = 0$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial W_1} = 0$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial U_2} = c_2 \left[(U_2 - O_{x2})^2 + (V_2 - O_{y2})^2 + (W_2 - O_{z2})^2 \right]^{-0.5} (U_2 - O_{x2})$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial V_2} = c_2 \left[(U_2 - O_{x2})^2 + (V_2 - O_{y2})^2 + (W_2 - O_{z2})^2 \right]^{-0.5} (V_2 - O_{y2})$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial W_2} = c_2 \left[(U_2 - O_{x2})^2 + (V_2 - O_{y2})^2 + (W_2 - O_{z2})^2 \right]^{-0.5} (W_2 - O_{z2}) - 1$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial U_1} = L_x \left[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2 \right]^{-0.5} (U_1 - U_2) - 1$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial V_1} = L_x \left[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2 \right]^{-0.5} (V_1 - V_2)$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial W_1} = L_x \left[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2 \right]^{-0.5} (W_1 - W_2)$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial U_2} = L_x \left[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2 \right]^{-0.5} (U_1 - U_2)$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial V_2} = L_x \left[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2 \right]^{-0.5} (V_1 - V_2)$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial W_2} = L_x \left[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2 \right]^{-0.5} (W_1 - W_2)$$

สำหรับกรณีที่ 1 กรณีที่ 3 และกรณีที่ 4

$$\frac{\partial f_7}{\partial U_1} = L_x \left[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2 \right]^{-0.5} (U_1 - U_2) - 1$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial V_1} = L_x \left[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2 \right]^{-0.5} (V_1 - V_2)$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial W_1} = L_x \left[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2 \right]^{-0.5} (W_1 - W_2)$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial U_2} = L_x \left[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2 \right]^{-0.5} (U_1 - U_2)$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial V_2} = L_x \left[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2 \right]^{-0.5} (V_1 - V_2)$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial W_2} = L_x \left[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2 \right]^{-0.5} (W_1 - W_2)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_7}{\partial W_1} &= L_x[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2]^{-0.5}(W_1 - W_2) \\
\frac{\partial f_7}{\partial U_2} &= L_x[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2]^{-0.5}(U_2 - U_1) + 1 \\
\frac{\partial f_7}{\partial V_2} &= L_x[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2]^{-0.5}(V_2 - V_1) \\
\frac{\partial f_7}{\partial W_2} &= L_x[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2]^{-0.5}(W_2 - W_1) \\
\frac{\partial f_8}{\partial U_1} &= L_y[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2]^{-0.5}(U_1 - U_2) \\
\frac{\partial f_8}{\partial V_1} &= L_y[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2]^{-0.5}(V_1 - V_2) - 1 \\
\frac{\partial f_8}{\partial W_1} &= L_y[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2]^{-0.5}(W_1 - W_2) \\
\frac{\partial f_8}{\partial U_2} &= L_y[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2]^{-0.5}(U_2 - U_1) \\
\frac{\partial f_8}{\partial V_2} &= L_y[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2]^{-0.5}(V_2 - V_1) + 1 \\
\frac{\partial f_8}{\partial W_2} &= L_y[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2]^{-0.5}(W_2 - W_1) \\
\frac{\partial f_9}{\partial U_1} &= L_z[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2]^{-0.5}(U_1 - U_2) \\
\frac{\partial f_9}{\partial V_1} &= L_z[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2]^{-0.5}(V_1 - V_2) \\
\frac{\partial f_9}{\partial W_1} &= L_z[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2]^{-0.5}(W_1 - W_2) - 1 \\
\frac{\partial f_9}{\partial U_2} &= L_z[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2]^{-0.5}(U_2 - U_1) \\
\frac{\partial f_9}{\partial V_2} &= L_z[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2]^{-0.5}(V_2 - V_1) \\
\frac{\partial f_9}{\partial W_2} &= L_z[(U_1 - U_2)^2 + (V_1 - V_2)^2 + (W_1 - W_2)^2]^{-0.5}(W_2 - W_1) + 1
\end{aligned}$$

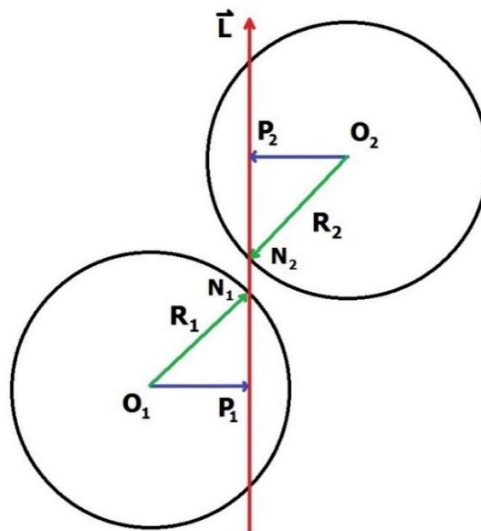
สำหรับกรณีที่ 2 กรณีที่ 5 และกรณีที่ 6

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_7}{\partial U_1} &= L_x[(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2]^{-0.5}(U_1 - U_2) + 1 \\
\frac{\partial f_7}{\partial V_1} &= L_x[(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2]^{-0.5}(V_1 - V_2) \\
\frac{\partial f_7}{\partial W_1} &= L_x[(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2]^{-0.5}(W_1 - W_2) \\
\frac{\partial f_7}{\partial U_2} &= L_x[(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2]^{-0.5}(U_2 - U_1) - 1 \\
\frac{\partial f_7}{\partial V_2} &= L_x[(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2]^{-0.5}(V_2 - V_1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f_7}{\partial W_2} &= L_x[(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2]^{-0.5}(W_2 - W_1) \\
\frac{\partial f_8}{\partial U_1} &= L_y[(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2]^{-0.5}(U_1 - U_2) \\
\frac{\partial f_8}{\partial V_1} &= L_y[(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2]^{-0.5}(V_1 - V_2) + 1 \\
\frac{\partial f_8}{\partial W_1} &= L_y[(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2]^{-0.5}(W_1 - W_2) \\
\frac{\partial f_8}{\partial U_2} &= L_y[(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2]^{-0.5}(U_2 - U_1) \\
\frac{\partial f_8}{\partial V_2} &= L_y[(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2]^{-0.5}(V_2 - V_1) - 1 \\
\frac{\partial f_8}{\partial W_2} &= L_y[(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2]^{-0.5}(W_2 - W_1) \\
\frac{\partial f_9}{\partial U_1} &= L_z[(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2]^{-0.5}(U_1 - U_2) \\
\frac{\partial f_9}{\partial V_1} &= L_z[(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2]^{-0.5}(V_1 - V_2) \\
\frac{\partial f_9}{\partial W_1} &= L_z[(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2]^{-0.5}(W_1 - W_2) + 1 \\
\frac{\partial f_9}{\partial U_2} &= L_z[(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2]^{-0.5}(U_2 - U_1) \\
\frac{\partial f_9}{\partial V_2} &= L_z[(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2]^{-0.5}(V_2 - V_1) \\
\frac{\partial f_9}{\partial W_2} &= L_z[(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2]^{-0.5}(W_2 - W_1) - 1
\end{aligned}$$

3.3 เงื่อนไขการเชื่อมต่อในแบบจำลองชนิดต่างๆ

แบบจำลองที่นำมาใช้นี้จะประกอบด้วย แบบจำลองแกนอ่อน (Soft-core model), แบบจำลองแกนแข็ง (Hard-core model) และแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-core Soft-shell model) โดยเป็นรูปแบบการเชื่อมต่อกันของแผ่นวงกลมต่าง ๆ ที่จะมีเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันในการตรวจสอบการเชื่อมต่อของแผ่นวงกลม



รูปที่ 3.11 ตำแหน่งต่าง ๆ ที่ใช้ในการตรวจสอบความสัมพันธ์ของแผ่นวงกลมในแบบจำลองแกนอ่อน (Soft-core model) และแบบจำลองแกนแข็ง (Hard-core model)

3.3.1 แบบจำลองแกนอ่อน (Soft-core model)

แบบจำลองนี้มีสมมติฐานว่าแผ่นวงกลมที่สามารถจะซ้อนทับกันได้ ดังนั้นการเชื่อมต่อกันของแผ่นวงกลมสองแผ่นจะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อเกิดการชนกัน หรือซ้อนทับกันของแผ่นวงกลมทั้งสอง ซึ่งเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ของแบบจำลองนี้จะประกอบไปด้วยสมการดังนี้

แผ่นวงกลมที่ 1

$$R_1^2 = |\overline{O_1P_1}|^2 + |\overline{P_1N_1}|^2$$

$$|\overline{P_1N_1}| = \sqrt{R_1^2 - |\overline{O_1P_1}|^2} \quad \text{เมื่อ } |\overline{O_1P_1}| \leq R_1 \quad (3.10)$$

$$\text{เมื่อ } |\overline{O_1P_1}| = \sqrt{(U_1 - O_{x1})^2 + (V_1 - O_{y1})^2 + (W_1 - O_{z1})^2} \quad \text{และ}$$

R_1 คือ รัศมีของแผ่นวงกลมที่ 1

แผ่นวงกลมที่ 2

$$R_2^2 = |\overrightarrow{O_2P_2}|^2 + |\overrightarrow{P_2N_2}|^2$$

$$|\overrightarrow{P_2N_2}| = \sqrt{R_2^2 - |\overrightarrow{O_2P_2}|^2} \text{ เมื่อ } |\overrightarrow{O_2P_2}| \leq R_2 \quad (3.11)$$

$$\text{เมื่อ } |\overrightarrow{O_2P_2}| = \sqrt{(U_2 - O_{x2})^2 + (V_2 - O_{y2})^2 + (W_2 - O_{z2})^2} \quad \text{และ}$$

R_2 คือ รัศมีของแผ่นวงกลมที่ 2

โดยที่

$$\text{เชื่อมต่อเมื่อ } |\overrightarrow{P_1P_2}| \leq |\overrightarrow{P_1N_1}| + |\overrightarrow{P_2N_2}| \quad (3.12)$$

$$\text{ไม่เชื่อมต่อเมื่อ } |\overrightarrow{P_1P_2}| > |\overrightarrow{P_1N_1}| + |\overrightarrow{P_2N_2}| \quad (3.13)$$

$$\text{เมื่อ } |\overrightarrow{P_1P_2}| = \sqrt{(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2}$$

3.3.2 แบบจำลองแกนแข็ง (Hard-core model)

แบบจำลองนี้มีสมมติฐานว่าแผ่นวงกลม ที่ไม่สามารถที่จะซ้อนทับหรือเข้าไปอยู่ในพื้นที่ของแผ่นวงกลมอื่นได้ ดังนั้นการเชื่อมต่อกันของแผ่นวงกลมสองแผ่นจะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อเกิดการชนของแผ่นวงกลมทั้งสอง ซึ่งเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ของแบบจำลองนี้จะประกอบไปด้วยสมการดังนี้

แผ่นวงกลมที่ 1

$$R_1^2 = |\overrightarrow{O_1P_1}|^2 + |\overrightarrow{P_1N_1}|^2$$

$$|\overrightarrow{P_1N_1}| = \sqrt{R_1^2 - |\overrightarrow{O_1P_1}|^2} \text{ เมื่อ } |\overrightarrow{O_1P_1}| \leq R_1 \quad (3.10)$$

$$\text{เมื่อ } |\overrightarrow{O_1P_1}| = \sqrt{(U_1 - O_{x1})^2 + (V_1 - O_{y1})^2 + (W_1 - O_{z1})^2} \quad \text{และ}$$

R_1 คือ รัศมีของแผ่นวงกลมที่ 1

แผ่นวงกลมที่ 2

$$R_2^2 = |\overrightarrow{O_2P_2}|^2 + |\overrightarrow{P_2N_2}|^2$$

$$|\overrightarrow{P_2N_2}| = \sqrt{R_2^2 - |\overrightarrow{O_2P_2}|^2} \quad \text{เมื่อ } |\overrightarrow{O_2P_2}| \leq R_2 \quad (3.11)$$

$$\text{เมื่อ } |\overrightarrow{O_2P_2}| = \sqrt{(U_2 - O_{x2})^2 + (V_2 - O_{y2})^2 + (W_2 - O_{z2})^2} \quad \text{และ}$$

R_2 คือ รัศมีของแผ่นวงกลมที่ 2

โดยที่

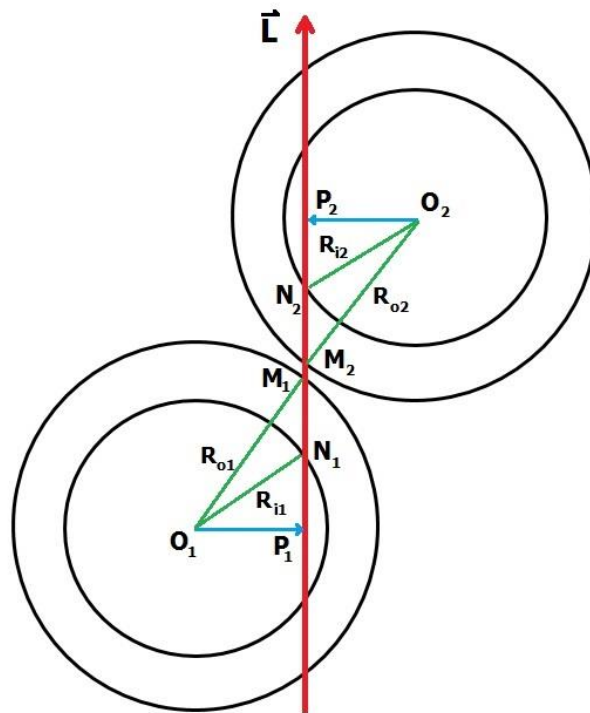
$$\text{เชื่อมต่อเมื่อ } |\overrightarrow{P_1P_2}| = |\overrightarrow{P_1N_1}| + |\overrightarrow{P_2N_2}| \quad (3.14)$$

$$\text{ไม่เชื่อมต่อเมื่อ } |\overrightarrow{P_1P_2}| \neq |\overrightarrow{P_1N_1}| + |\overrightarrow{P_2N_2}| \quad (3.15)$$

$$\text{เมื่อ } |\overrightarrow{P_1P_2}| = \sqrt{(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2}$$

3.3.3 แบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-core Soft-shell model)

แบบจำลองนี้มีสมมติฐานว่าแผ่นวงกลมมีแกนเป็นวัสดุแข็งที่ไม่สามารถที่จะซ้อนทับหรือเข้าไปอยู่ในพื้นที่ของแผ่นวงกลมอื่นได้ แต่มีเปลือกอ่อนซึ่งแสดงถึงขอบเขตที่สามารถซ้อนทับกันได้โดยในส่วนของเปลือกนั้นจะเป็นตัวแทนขอบเขตก็สามารถเกิดการกระโดดของอิเล็กตรอน (tunneling) ได้ ดังนั้นการเชื่อมต่อกันของแผ่นวงกลมสองแผ่นจะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อเกิดการชนของแผ่นวงกลมทั้งสอง หรือมีการซ้อนทับในขอบเขตที่กำหนด ซึ่งเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ของแบบจำลองนี้จะประกอบไปด้วยสมการดังนี้



รูปที่ 3.12 ตำแหน่งต่าง ๆ ที่ใช้ในการตรวจสอบความสัมพันธ์ของแผ่นวงกลมในแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-core Soft-shell model)

แผ่นวงกลมที่ 1

$$R_{i1}^2 = |\overrightarrow{O_1P_1}|^2 + |\overrightarrow{P_1N_1}|^2$$

$$|\overrightarrow{P_1N_1}| = \sqrt{R_{i1}^2 - |\overrightarrow{O_1P_1}|^2} \quad (3.10)$$

$$R_{o1}^2 = |\overrightarrow{O_1P_1}|^2 + |\overrightarrow{P_1M_1}|^2$$

$$|\overrightarrow{P_1M_1}| = \sqrt{R_{o1}^2 - |\overrightarrow{O_1P_1}|^2} \quad (3.16)$$

$$\text{เมื่อ } |\overrightarrow{O_1P_1}| = \sqrt{(U_1 - O_{x1})^2 + (V_1 - O_{y1})^2 + (W_1 - O_{z1})^2}$$

R_{i1} คือ รัศมีภายในของแผ่นวงกลมที่ 1 และ R_{o1} คือ รัศมีภายนอกของแผ่นวงกลมที่ 1
แผ่นวงกลมที่ 2

$$R_{i2}^2 = |\overrightarrow{O_2P_2}|^2 + |\overrightarrow{P_2N_2}|^2$$

$$|\overrightarrow{P_2N_2}| = \sqrt{R_{i2}^2 - |\overrightarrow{O_2P_2}|^2} \quad (3.11)$$

$$R_{o2}^2 = |\overrightarrow{O_2P_2}|^2 + |\overrightarrow{P_2M_2}|^2$$

$$|\overline{P_2 M_2}| = \sqrt{R_{O_2}^2 - |\overline{O_2 P_2}|^2} \quad (3.17)$$

$$\text{เมื่อ } |\overline{O_2 P_2}| = \sqrt{(U_2 - O_{x2})^2 + (V_2 - O_{y2})^2 + (W_2 - O_{z2})^2}$$

R_{i2} คือ รัศมีภายในของแผ่นวงกลมที่ 2 และ R_{O_2} คือ รัศมีภายนอกของแผ่นวงกลมที่ 2 โดยที่

$$\text{เชื่อมต่อเมื่อ } |\overline{P_1 P_2}| \leq |\overline{P_1 M_1}| + |\overline{P_2 M_2}| \quad (3.18)$$

$$|\overline{P_1 P_2}| \geq |\overline{P_1 N_1}| + |\overline{P_2 N_2}|$$

$$\text{ไม่เชื่อมต่อเมื่อ } |\overline{P_1 P_2}| > |\overline{P_1 M_1}| + |\overline{P_2 M_2}| \quad (3.19)$$

$$|\overline{P_1 P_2}| < |\overline{P_1 N_1}| + |\overline{P_2 N_2}|$$

$$\text{เมื่อ } |\overline{P_1 P_2}| = \sqrt{(U_2 - U_1)^2 + (V_2 - V_1)^2 + (W_2 - W_1)^2}$$

3.4 ขั้นตอนการหาจุดเพอร์คอเรชัน (Percolation Threshold)

ปริมาณของแผ่นวงกลมที่น้อยที่สุดทำให้เกิดการเชื่อมต่อของสารเติมแต่งในปริมาตรตัวแทน จากด้านหนึ่งสู่อีกด้านหนึ่งที่อยู่ตรงกันข้ามแล้วทำให้เกิดการนำไฟฟ้าได้เรียกว่าปรากฏการณ์เพอร์คอเรชัน (Percolation threshold) ปริมาณนี้ซึ่งจะถูกคำนวณออกมาในรูปแบบร้อยละโดยปริมาตร (Vol%) โดยขั้นตอนการคำนวณจะทำการใส่แผ่นวงกลมที่ละแผ่นลงไปปริมาตรตัวแทนซึ่งเปรียบเสมือนแผ่นแกรฟีนที่ถูกใส่ลงไปเนื้อพอลิเมอร์ แล้วจะทำการตรวจสอบการเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมแต่ละแผ่นโดยใช้แบบจำลองแบบต่าง ๆ ดังที่กล่าวมาแล้ว จนกระทั่งเกิดการเชื่อมต่อจากด้านหนึ่งสู่อีกด้านตรงข้ามของปริมาตรตัวแทน ซึ่งถือว่าจุดจุดเพอร์คอเรชัน โดยใช้โปรแกรมที่เขียนขึ้นภายใต้โปรแกรม MATLAB [16] ในการคำนวณ

3.4.1 แผ่นวงกลมในปริมาตรตัวแทน

ขนาดของปริมาตรตัวแทน ตำแหน่งจุดศูนย์กลางของแผ่นวงกลม ทิศทางของแผ่นวงกลม และรัศมีของแผ่นวงกลมที่ถูกกำหนดจากการสุ่ม โดยจะเก็บข้อมูลไว้ในชุดข้อมูลเดียวกันโดยใช้คำสั่ง `di=[n*rand(1,1) n*rand(1,1) n*rand(1,1) randi([-100 100]) randi([-100 100]) randi([0 100]) Ri Ro];`

แผ่นวงกลม i จะถูกบรรจุลงในปริมาตรตัวแทนขนาด $n \times n \times n$ ตำแหน่งจุดศูนย์กลางจะถูกสุ่มโดยคำสั่ง $n * \text{rand}(1,1)$ ทิศทางของเวกเตอร์แนวฉาก (Normal vector) ของแผ่นวงกลมนี้จะถูกสุ่มโดยคำสั่ง $\text{randi}([-100 100])$ โดยแบบจำลองนี้จะเป็นแบบจำลองสามมิติข้อมูลตำแหน่งและทิศทางจึงต้องมีข้อมูลสามค่าดังที่แสดงในชุดคำสั่ง และรัศมีของแผ่นวงกลมนั้นจะถูกบรรจุอยู่อันดับสุดท้ายของชุดคำสั่งโดยสามารถที่จะกำหนดค่ารัศมีให้แผ่นวงกลมได้เลยหรือในกรณีที่แผ่นวงกลมมีหลายขนาดก็สามารถทำการสุ่มค่าในช่วงที่ต้องการได้เช่นกัน โดยที่แบบจำลองแกนอ่อนและแบบจำลองแกนแข็งนั้นจะมีค่ารัศมีหนึ่งค่า ส่วนแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อนนั้นจะมีรัศมีแกนแข็ง R_i และรัศมีของเปลือกอ่อน R_o โดยชุดข้อมูลนี้เมื่อผ่านเงื่อนไขต่าง ๆ ดังที่จะกล่าวหลังจากนี้นั้นจะถูกเก็บอยู่ในฐานข้อมูลรวม (cell arrays) เพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป โดยการสร้างชุดข้อมูลของแผ่นวงกลมนั้นจะขึ้นอยู่กับแบบจำลองที่ใช้ซึ่งจะกล่าวต่อไปในส่วนของวิธีการหาจุดเพอร์คอเรชัน

3.4.2 ชุดคำสั่ง

สมการทางคณิตศาสตร์และเงื่อนไขทางตรรกศาสตร์ต่าง ๆ ที่ได้กล่าวไปในหัวข้อที่ 3 นั้นถูกนำมาเขียนเป็นชุดคำสั่งต่าง ๆ ทางคอมพิวเตอร์ในโปรแกรม MATLAB เพื่อความสะดวกและรวดเร็วในการใช้งาน โดยที่รายละเอียดของชุดคำสั่งจะรวบรวมไว้ในภาคผนวก ข

3.4.2.1 ชุดคำสั่ง loop

ชุดคำสั่งนี้จะทำหน้าที่ในการตรวจสอบว่าแผ่นวงกลมที่ถูกเพิ่มลงไปนั้นจะเชื่อมต่อ ไม่เชื่อมต่อ หรือซ้อนทับกับแผ่นวงกลมแผ่นใดแผ่นหนึ่งของแผ่นวงกลมอื่น ๆ ทุกแผ่นที่ถูกบรรจุไว้ก่อนหน้าในปริมาตรตัวแทนหรือไม่ ซึ่งถ้ามีการซ้อนทับกับแผ่นใดแผ่นหนึ่ง ชุดคำสั่งจะหยุดการตรวจสอบกับแผ่นอื่น ๆ ในระบบ โดยการใช้งานชุดคำสั่งนี้คือ $\text{loop}(di, N, d)$ เมื่อ di คือชื่อของแผ่นวงกลมใหม่ที่ถูกสร้างขึ้น และต้องการตรวจสอบ N คือจำนวนของแผ่นวงกลมที่ถูกบรรจุอยู่ก่อนแล้วในปริมาตรตัวแทนซึ่งข้อมูลจะถูกเก็บอยู่ในฐานข้อมูลรวม (cell arrays) และ d คือชื่อของฐานข้อมูลรวม (cell arrays) ที่เก็บรวบรวมข้อมูลของแผ่นวงกลมที่ผ่านเงื่อนไขต่าง ๆ แล้ว

3.4.2.2 ชุดคำสั่ง connected

ชุดคำสั่งนี้จะทำหน้าที่ในการค้นหาตำแหน่งและทิศทางของแผ่นวงกลมที่เชื่อมต่อกับแผ่นวงกลมที่ต้องการ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือสร้างข้อมูลของแผ่นวงกลมที่จะเชื่อมต่อพอดีกับแผ่นวงกลมที่ต้องการ โดยการใช้งานชุดคำสั่งนี้คือ $\text{connected}(di)$ เมื่อ di คือชื่อของแผ่นวงกลมที่

ต้องการหาแผ่นวงกลมอื่นมาเชื่อมต่อ (หมายเหตุ ชุดคำสั่ง connected นี้ใช้เฉพาะในแบบจำลอง Hard-core Model และ Hard-core Soft-shell Model)

3.4.2.3 ชุดคำสั่ง softcore

ชุดคำสั่งนี้จะใช้เฉพาะแบบจำลองแกนอ่อน (Soft-core model) เป็นชุดคำสั่งที่ใช้ในการตรวจสอบการซ้อนทับกับแผ่นวงกลมอื่น ๆ ทั้งหมดที่ถูกบรรจุอยู่ในปริมาตรตัวแทน ซึ่งข้อมูลจะถูกเก็บอยู่ในฐานข้อมูลรวม โดยการใช้งานชุดคำสั่งนี้คือ softcore (d_i , N , d) เมื่อ d_i คือ ชื่อของแผ่นวงกลมใหม่ที่ถูกสร้างขึ้นและต้องการตรวจสอบ, N คือ จำนวนของแผ่นวงกลมที่ถูกบรรจุอยู่ก่อนแล้วในปริมาตรตัวแทน ซึ่งข้อมูลจะถูกเก็บอยู่ในฐานข้อมูลรวม (cell arrays) และ d คือ ชื่อของฐานข้อมูลรวม (cell arrays)

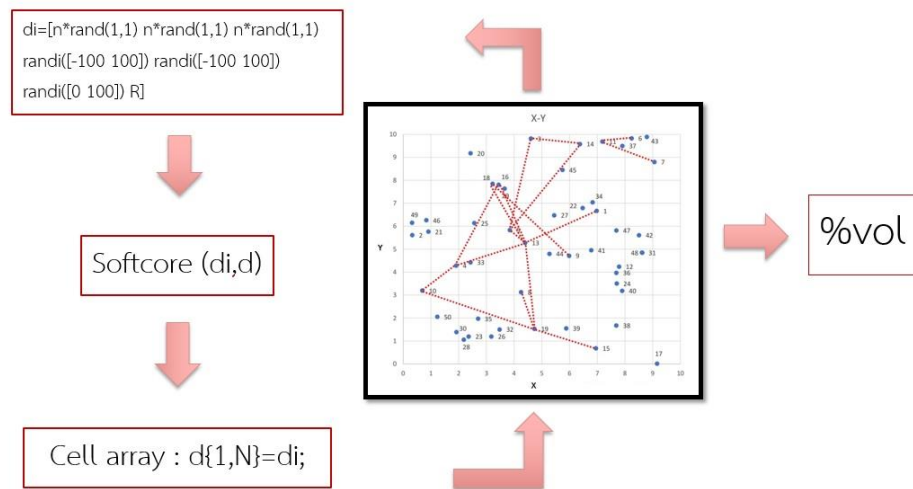
3.4.3 วิธีการหาจุดเพอร์คอเรชัน

แต่ละแบบจำลองมีวิธีการหาจุดเพอร์คอเรชันที่ต่างกันอย่างสิ้นเชิงเนื่องจากสมมติฐานของแต่ละแบบจำลองนั้นแตกต่างกันดังนี้

3.4.3.1 แบบจำลองแกนอ่อน (Soft-core model)

สมมติฐานของแบบจำลองนี้คือแผ่นของวัสดุเติมแต่งจะเชื่อมต่อกันไม่ว่าจะเกิดจากการสัมผัสกันของแผ่นวงกลมหรือซ้อนทับกันก็ตาม การสร้างแผ่นวงกลมในแบบจำลองนี้จะใช้รูปแบบคำสั่งคือ $d_i = [n * \text{rand}(1,1) \ n * \text{rand}(1,1) \ n * \text{rand}(1,1) \ \text{randi}([-100 \ 100]) \ \text{randi}([-100 \ 100]) \ \text{randi}([0 \ 100]) \ R_i]$; ซึ่งจะไม่มีขนาดของรัศมีวงนอกมีแค่เพียงขนาดรัศมีของแผ่นวงกลมเท่านั้น โดยถ้าต้องการที่จะสุ่มขนาดของรัศมีที่มีการกำหนดเป็นช่วงนั้นก็ให้พิมพ์คำสั่ง $\text{randi}([A \ B])$ ลงไปแทน R_i โดยที่ A คือขนาดรัศมีที่เล็กที่สุด และ B คือขนาดรัศมีที่ใหญ่ที่สุด

การจำลองเพอร์คอเรชันจะเริ่มจากการสร้างแผ่นวงกลมลงในปริมาตรตัวแทนทีละหนึ่งแผ่น ทุกครั้งที่เพิ่มแผ่นวงกลมลงในปริมาตรตัวแทนก็จะต้องทำการตรวจสอบความสัมพันธ์กับแผ่นอื่น ๆ ที่มีอยู่ก่อนหน้าโดยใช้ชุดคำสั่ง softcore ก็จะทำให้ทราบว่าแผ่นวงกลมนั้น ๆ จะมีการเชื่อมต่อเกิดขึ้นหรือไม่ แล้วก็จะมีการสร้างแผ่นวงกลมใหม่ลงไปปริมาตรตัวแทนแล้วทำการตรวจสอบไปเรื่อย ๆ เมื่อมีการเชื่อมต่อเกิดขึ้นก็จะทำการเก็บข้อมูลไปเรื่อย ๆ ว่ามีแผ่นวงกลมใดบ้างที่เชื่อมต่อกัน เมื่อการเชื่อมต่อเกิดขึ้นไปเรื่อย ๆ จนถึงจุดที่การเชื่อมต่อนี้เชื่อมระหว่างด้านใดด้านหนึ่งของปริมาตรตัวแทนไปสู่ด้านตรงข้ามก็จะเกิดเพอร์คอเรชันขึ้นและจบการคำนวณ โดยขั้นตอนต่างๆจะแสดงในรูปแบบที่ 3.13

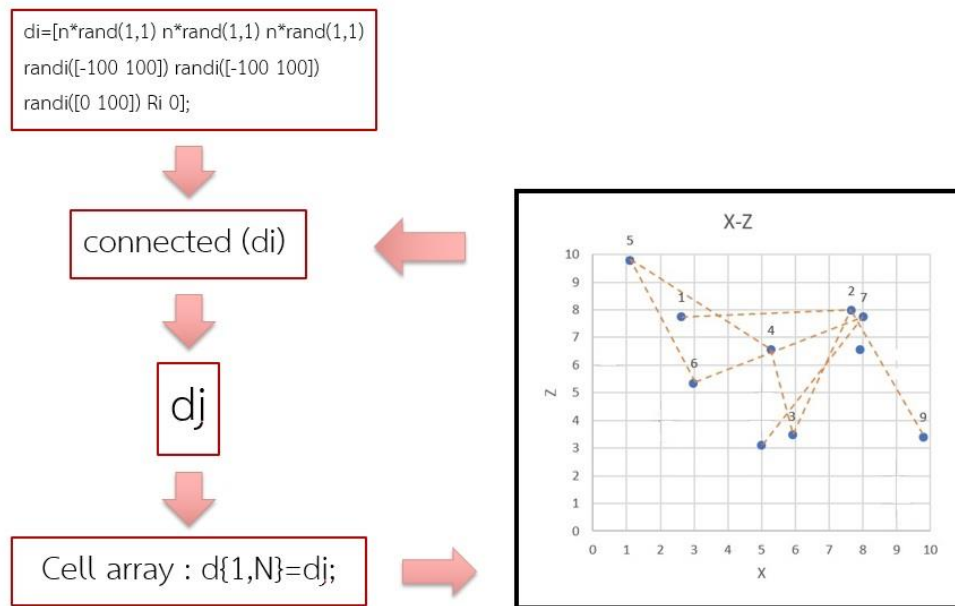


รูปที่ 3.13 ขั้นตอนการหาจุดเพอร์คอเรชันของแบบจำลองแกนอ่อน (Soft-core model)

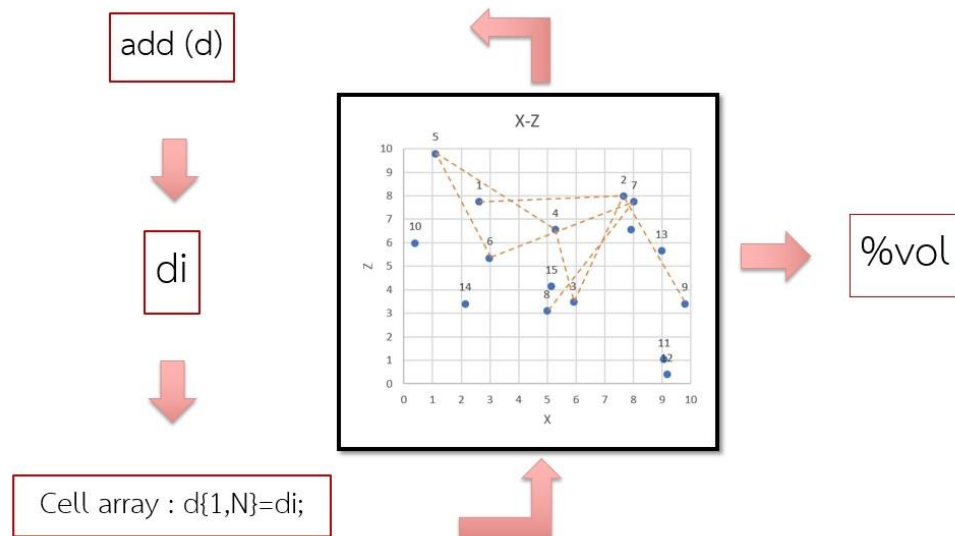
3.4.3.2 แบบจำลองแกนแข็ง (Hard-core model)

สมมติฐานของแบบจำลองแกนแข็งนี้คือจะเชื่อมต่อกันเมื่อเกิดจากการสัมผัสกันของแผ่นวงกลมโดยที่ไม่ซ้อนทับกัน ซึ่งจะมีความใกล้เคียงกับวัสดุจริง การสร้างแผ่นวงกลมในแบบจำลองนี้จะใช้รูปแบบคำสั่งคือ $d_i = [n \cdot \text{rand}(1,1) \ n \cdot \text{rand}(1,1) \ n \cdot \text{rand}(1,1) \ \text{randi}([-100 \ 100]) \ \text{randi}([-100 \ 100]) \ \text{randi}([0 \ 100]) \ R_i \ 0]$; ซึ่งจะไม่มีขนาดของความหนาแต่เพียงขนาดรัศมีของแผ่นวงกลมเท่านั้น

ด้วยสมมติฐานที่แตกต่างกับการจำลองเพอร์คอเรชันในแบบจำลองแบบแกนแข็งเปลือกอ่อนนี้จะแตกต่างจากในแบบจำลองแกนอ่อน ขั้นตอนที่ 1 จะเริ่มการสร้างส่วนของการเชื่อมต่อขึ้นมาก่อน เมื่อมีการสร้างแผ่นวงกลมลงไปในปริมาตรตัวแทนจะใช้คำสั่ง connected ให้หาแผ่นวงกลมที่เชื่อมต่อกับแผ่นวงกลมที่ระบุ จากนั้นก็หาแผ่นวงกลมที่เชื่อมต่อกับแผ่นวงกลมใหม่ที่ได้จากชุดคำสั่งก่อนหน้า สร้างการเชื่อมต่อไปเรื่อย ๆ จนเกิดการเชื่อมต่อจากด้านหนึ่งของปริมาตรตัวแทนไปยังอีกด้านหนึ่งโดยนำข้อมูลของแผ่นวงกลมมาพล็อตและลากเส้นเชื่อมต่อระหว่างแผ่นวงกลมที่เชื่อมต่อกัน เมื่อได้การเชื่อมต่อแล้ว ขั้นตอนที่ 2 ก็ทำการเพิ่มแผ่นวงกลมลงไปเพิ่มจนไม่สามารถบรรจุเพิ่มได้โดยใช้ชุดคำสั่ง add เพื่อให้ใกล้เคียงในวัสดุจริงที่เกรฟีนไม่สามารถซ้อนทับกันได้ โดยในระหว่างที่มีการเพิ่มแผ่นวงกลมที่มีการเชื่อมต่อลงไปในนั้นก็จะต้องทำการตรวจสอบความสัมพันธ์กับแผ่นวงกลมอื่น ๆ ที่บรรจุอยู่ก่อนแล้วถ้าพบว่าแผ่นวงกลมใหม่นี้เกิดการซ้อนทับกับแผ่นอื่นต้องลบออก โดยขั้นตอนต่าง ๆ จะแสดงในรูปที่ 3.14 และ 3.15



รูปที่ 3.14 ขั้นตอนที่ 1 ของการหาจุดเพอร์คอร์เรชันของแบบจำลองแกนแข็ง (Hard-core model)



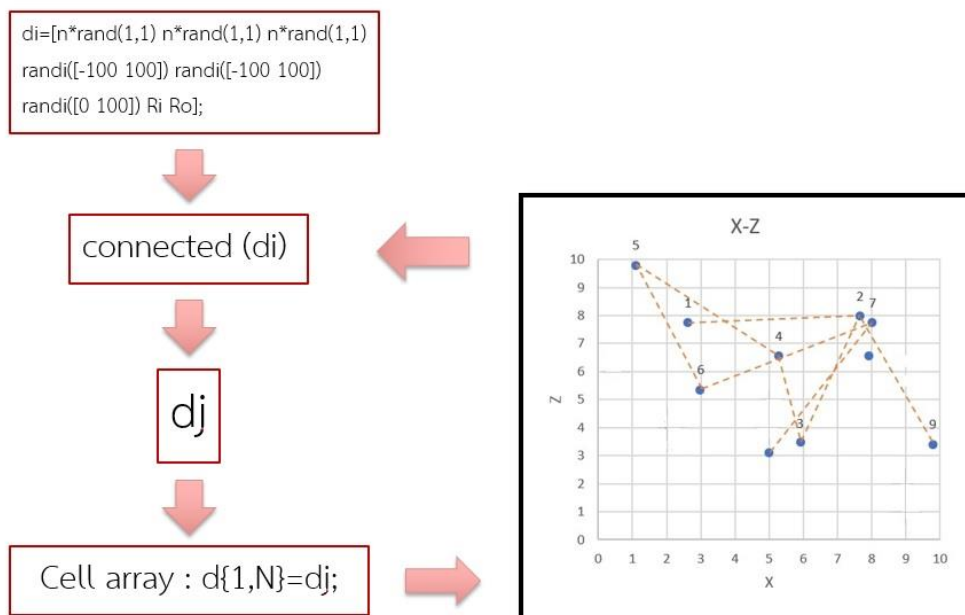
รูปที่ 3.15 ขั้นตอนที่ 2 ของการหาจุดเพอร์คอร์เรชันของแบบจำลองแกนแข็ง (Hard-core model)

3.4.3.3 แบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-core Soft-shell model)

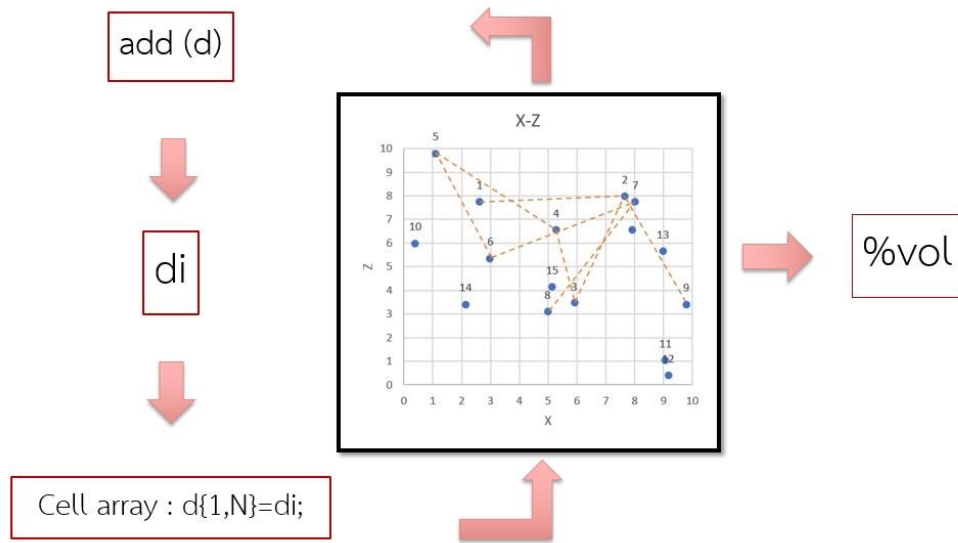
สมมติฐานของแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อนนี้จะเชื่อมต่อกันเมื่อเกิดจากการสัมผัสกันของแผ่นวงกลมหรืออยู่ในระยะห่างที่เหมาะสมที่อิเล็กตรอนสามารถจะเดินทางผ่านได้โดยที่ไม่ชนทับกันของแผ่นวงกลม ซึ่งจะมีความใกล้เคียงกับวัสดุจริง การสร้างแผ่นวงกลมในแบบจำลองนี้จะใช้รูปแบบคำสั่ง คือ $d_i = [n * \text{rand}(1,1) \quad n * \text{rand}(1,1) \quad n * \text{rand}(1,1) \quad \text{randi}([-100 \ 100]) \quad \text{randi}([-100 \ 100])$

randi([0 100]) Ri Ro]; ซึ่งจะมีขนาดของระยะห่างที่เหมาะสม และขนาดรัศมีของแผ่นวงกลมโดยถ้าต้องการที่จะสุ่มขนาดของรัศมีที่มีการกำหนดเป็นช่วงนั้นก็ให้พิมพ์คำสั่ง randi([A B]) ลงไปแทน Ri

ด้วยสมมติฐานที่แตกต่างกันการจำลองเพอร์คอร์เรชันในแบบจำลองแบบแกนแข็งเปลือกอ่อนนี้ใกล้เคียงแบบจำลองแกนแข็งแต่มีการเพิ่มส่วนของเปลือกอ่อน ขั้นตอนที่ 1 จะเริ่มการสร้างส่วนของการเชื่อมต่อขึ้นมาก่อน เมื่อมีการสร้างแผ่นวงกลมลงไปปริมาตรตัวแทนจะใช้คำสั่ง connected ให้หาแผ่นวงกลมที่เชื่อมต่อกับแผ่นวงกลมที่ระบุ จากนั้นก็หาแผ่นวงกลมที่เชื่อมต่อกับแผ่นวงกลมใหม่ที่ได้จากชุดคำสั่งก่อนหน้านี้ สร้างการเชื่อมต่อไปเรื่อย ๆ จนเกิดการเชื่อมต่อจากด้านหนึ่งของปริมาตรตัวแทนไปยังอีกด้านหนึ่ง โดยนำข้อมูลของแผ่นวงกลมมาพล็อตและลากเส้นเชื่อมต่อระหว่างแผ่นวงกลมที่เชื่อมต่อกัน เมื่อได้การเชื่อมต่อแล้ว ขั้นตอนที่ 2 ก็ทำการเพิ่มแผ่นวงกลมลงไปเพิ่มจนไม่สามารถบรรจุเพิ่มได้โดยใช้ชุดคำสั่ง add เพื่อให้ใกล้เคียงในวัสดุจริงที่เกรฟีนไม่สามารถซ้อนทับกันได้ โดยในระหว่างที่มีการเพิ่มแผ่นวงกลมที่มีการเชื่อมต่อลงไปนั้นก็จะต้องทำการตรวจสอบความสัมพันธ์กับแผ่นวงกลมอื่น ๆ ที่บรรจุอยู่ก่อนแล้วถ้าพบว่าแผ่นวงกลมใหม่นี้เกิดการซ้อนทับกับแผ่นอื่นต้องลบออก โดยขั้นตอนต่างๆจะแสดงในรูปที่ 3.16 และ 3.17



รูปที่ 3.16 ขั้นตอนที่ 1 ของการหาจุดเพอร์คอร์เรชันของแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-core Soft-shell model)

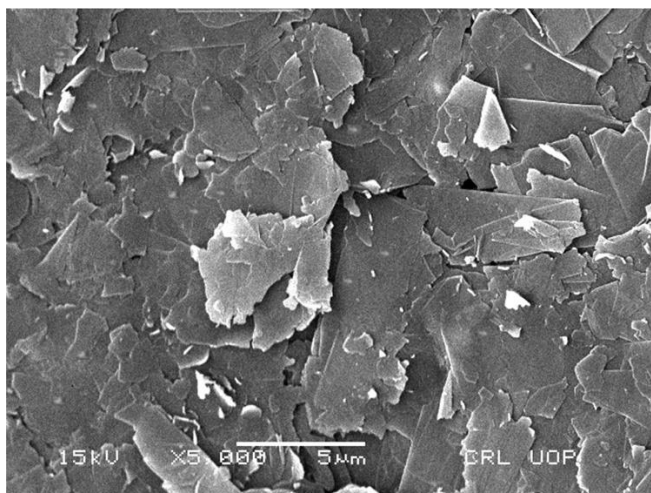


รูปที่ 3.17 ขั้นตอนที่ 2 ของการหาจุดเพอร์คอร์เรชันของแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-core Soft-shell model)

3.5 แกรฟีนนาโนคอมโพสิต (Graphene Nanocomposite)

การจะทดสอบความแม่นยำของแบบจำลองในงานวิจัยนี้จำเป็นต้องศึกษาเกี่ยวกับวัสดุนาโนคอมโพสิตจริงที่ได้จากการทดลอง ซึ่งสารเติมแต่งในวัสดุนาโนคอมโพสิตที่ใช้ในการศึกษาจะต้องมีลักษณะเป็นแผ่นเพื่อให้ใกล้เคียงกับสมมติฐานของแบบจำลองในงานวิจัยนี้ ซึ่งแกรฟีนเป็นสารเติมแต่งที่เหมาะสมเนื่องจากมีลักษณะเป็นแผ่นที่บางมาก ๆ ใกล้เคียงกับสมมติฐานแผ่นวงกลมที่ไม่มีความหนา สามารถหาจุดเพอร์คอร์เรชันได้จากการทดลองผสมแกรฟีนลงไปในพอลิเมอร์ที่ปริมาณต่าง ๆ กันแล้วทำการวัดการนำไฟฟ้า

แกรฟีนนั้นจะแบ่งออกเป็นชนิด ชั้นเดียว (single-layer graphene) และหลายชั้น (multi-layer graphene) ซึ่งจะขึ้นอยู่กับวิธีการสังเคราะห์ ดังนั้นขนาดและความหนาของแกรฟีนก็จะแตกต่างกันไป เช่น graphene nanoplate ชนิด $xGnP^{\text{®}} - M - 15$ [17] ความหนา 7 นาโนเมตร เส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย 5 ไมโครเมตร ความหนาแน่น 2 กรัมต่อมิลลิลิตร และ พื้นที่ผิว 130 ตารางเมตรต่อกรัม โดยแผ่นแกรฟีนนั้นมีรูปร่างที่ไม่แน่นอนดังแสดงดังรูปที่ 3.18



รูปที่ 3.18 ลักษณะของแผ่นแกรฟีนในวัสดุคอมโพสิต [18]



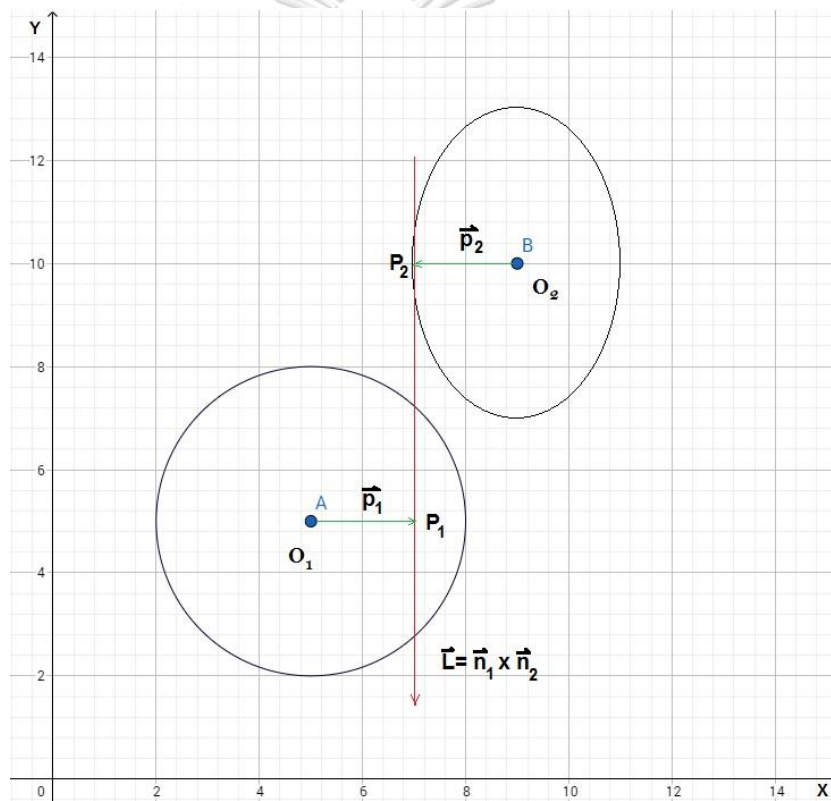
บทที่ 4

ผลและการวิเคราะห์ผลงานวิจัย

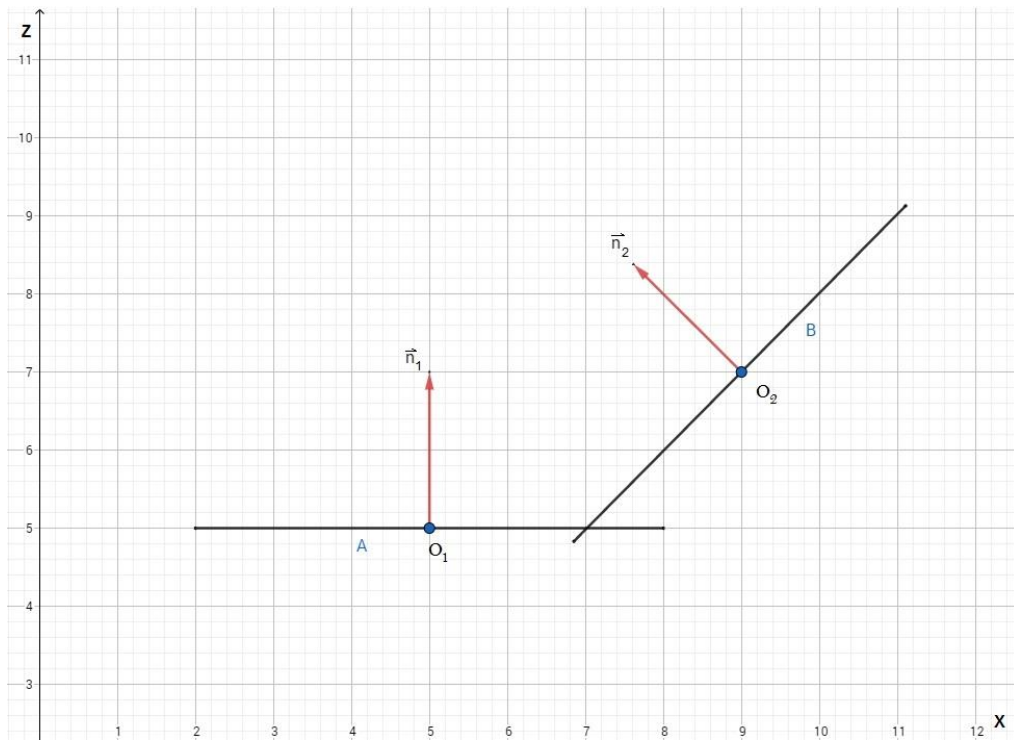
4.1 การพิสูจน์แนวคิดและสมการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในแบบจำลอง

4.1.1 การพิสูจน์จุดสมการที่ใช้ในการหาตำแหน่ง P_1 และ P_2

เพื่อเป็นการพิสูจน์และตรวจสอบว่าสมการในขั้นตอนต่าง ๆ ของแบบจำลองนี้สามารถใช้งานได้ถูกต้องตามแนวคิด กล่าวคือเพื่อพิสูจน์ความถูกต้องของจุดสมการที่ใช้หาว่าแผ่นวงกลมสองแผ่นนั้นจะซ้อนทับ เชื่อมต่อ และไม่เชื่อมต่อกัน การพิสูจน์ทำโดยกำหนดแผ่นวงกลมขึ้นมาสองแผ่นที่ทราบตำแหน่ง ทิศทาง ขนาดและความสัมพันธ์อยู่ก่อนแล้วดังแสดงในรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 แผ่นวงกลมสองแผ่นในระนาบ x-y ที่ใช้ในการทดสอบจุดสมการครั้งที่ 1



รูปที่ 4.2 แผ่นวงกลมสองแผ่นในระนาบ x - z ที่ใช้ในการทดสอบชุดสมการครั้งที่ 1

ตัวแปรสำคัญที่นำไปใช้ในการหาความสัมพันธ์ของแผ่นวงกลมทั้งสองคือตัวแปร P_1 และ P_2 ซึ่งต้องหาค่าที่ถูกต้องออกมาเพื่อความถูกต้องของแบบจำลอง เพื่อพิสูจน์ความถูกต้องนี้จึงได้กำหนดแผ่นวงกลม A และ B ขึ้นมาโดยที่แผ่นวงกลม A จะมีจุดศูนย์กลาง $O_1 = (5, 5, 5)$ มีทิศทาง $\vec{n}_1 = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 2\vec{k}$ และ แผ่นวงกลม B จะมีจุดศูนย์กลาง $O_2 = (9, 10, 7)$ มีทิศทาง $\vec{n}_2 = -1\vec{i} + 0\vec{j} + 1\vec{k}$ แผ่นวงกลมทั้งสองแผ่นมีขนาดรัศมีเท่ากับ 3 เมื่อนำแผ่นวงกลมทั้งสองมาวาดเป็นกราฟดังแสดงในรูปที่ 4.1 และ 4.2 จะทราบว่า $P_1 = (7, 5, 5)$ และ $P_2 = (7, 10, 5)$ โดยแผ่นวงกลมทั้งสองจะไม่ชนกัน เมื่อนำข้อมูลของแผ่นวงกลมทั้งสองมาเขียนให้อยู่ในรูปของคำสั่งในโปรแกรมคอมพิวเตอร์จะได้ $d1=[5\ 5\ 5\ 0\ 0\ 2\ 3\ 0]$ และ $d2=[9\ 10\ 7\ -1\ 0\ 1\ 3\ 0]$ โดยเมื่อเขียนชุดคำสั่งจากสมการที่ได้อธิบายในขั้นตอนของการสร้างแบบจำลองนั้นซึ่งรายละเอียดของคำสั่ง และเงื่อนไขต่างๆของชุดคำสั่งที่ใช้ในคอมพิวเตอร์จะแสดงในภาคผนวก ข. เมื่อดำเนินการใส่ชุดข้อมูลลงในโปรแกรมคอมพิวเตอร์จะได้ผลดังแสดงในรูปที่ 4.3 ซึ่งจะเห็นว่าชุดสมการต่าง ๆ ที่ได้กล่าวมาแล้วนั้นสามารถที่จะใช้งานได้อย่างถูกต้อง โปรแกรมจะคำนวณได้ $P_1 = (7, 5, 5)$ และ $P_2 = (7, 10, 5)$

The screenshot shows the MATLAB R2016a Command Window with the following code and output:

```
>> d1=[5 5 0 0 2 3];
>> d2=[9 10 7 -1 0 1 3];
>> d(1,1)=d1;
>> loop2(d2,1,d);
    1    9.011    10.073    6.661    8.404    5.804    5.922
    2    7.890    10.074    5.363    7.876    5.013    5.186
    3    7.018    10.002    5.003    7.018    5.000    5.002
    4    7.000    10.000    5.000    7.000    5.000    5.000
    5    7.000    10.000    5.000    7.000    5.000    5.000
    1
no connect
>>
```

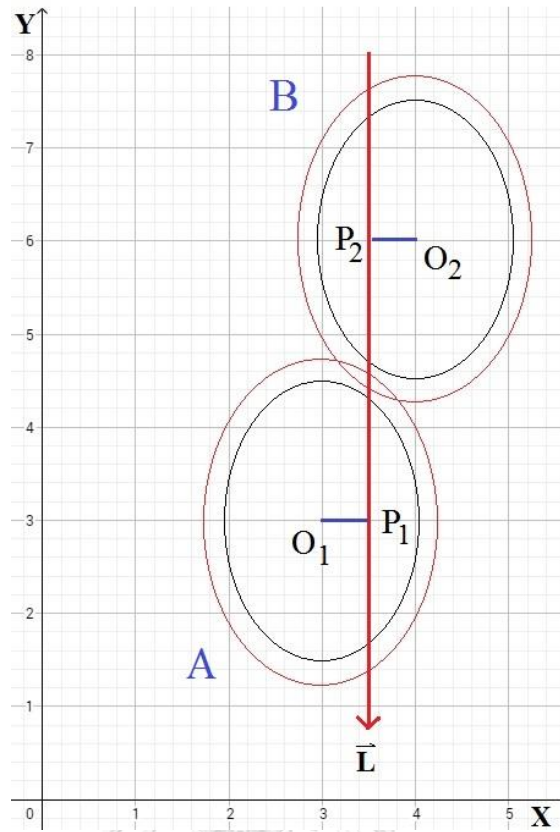
The Workspace window shows the following variables:

Name	Value
ans	[7;10;5;...]
d	1x7 cell
d1	[5,5,0,...
d2	[9,10,7,...

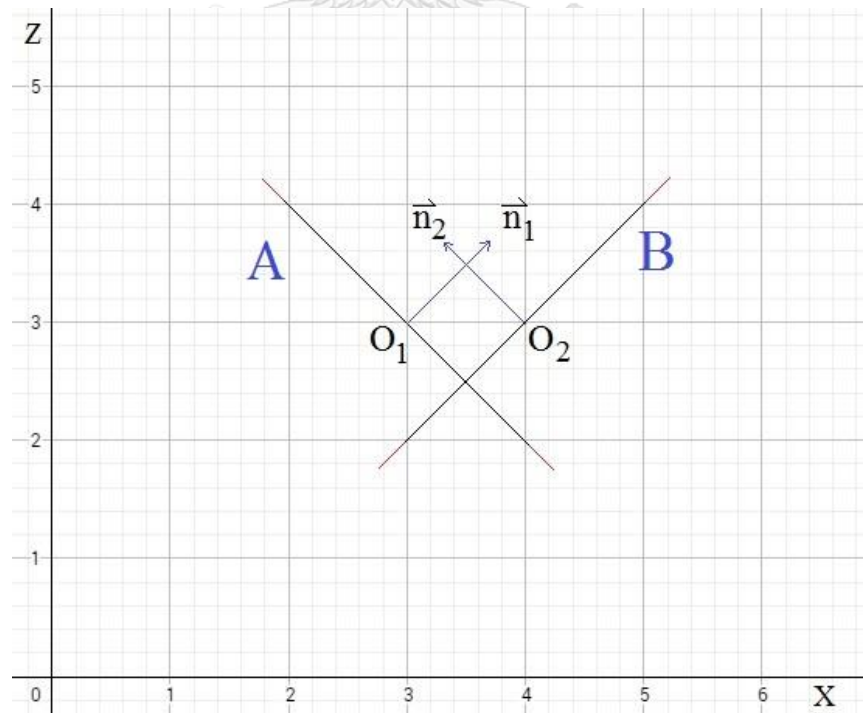
รูปที่ 4.3 แสดงผลการคำนวณในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ของการหาค่า P_1 , P_2 และความสัมพันธ์ของแผ่นวงกลม A และ B ครั้งที่ 1

ค่า P_1 และ P_2 เป็นค่าที่สำคัญที่ต้องนำไปใช้ในแบบจำลองแต่ละชนิด จากรูปที่ 4.3 เมื่อใช้แบบจำลองแบบแกนอ่อน (soft-core model) จะแสดงผลออกมาว่า no connect คือ ไม่มีการเชื่อมต่อ ซึ่งสามารถที่จะใช้งานได้ถูกต้อง

กำหนดแผ่นวงกลม A และ B ขึ้นมาโดยที่แผ่นวงกลม A จะมีจุดศูนย์กลาง $O_1 = (3, 3, 3)$ มีทิศทาง $\vec{n}_1 = 0.5\vec{i} + 0\vec{j} + 0.5\vec{k}$ และ แผ่นวงกลม B จะมีจุดศูนย์กลาง $O_2 = (4, 6, 3)$ มีทิศทาง $\vec{n}_2 = -0.5\vec{i} + 0\vec{j} + 0.5\vec{k}$ แผ่นวงกลมทั้งสองแผ่นมีขนาดรัศมีวงในเท่ากับ 1.5 และรัศมีวงนอกเท่ากับ 1.75 เมื่อนำแผ่นวงกลมทั้งสองมาวาดเป็นกราฟดังแสดงในรูปที่ 4.4 และ 4.5 จะทราบว่า $P_1 = (3.5, 3, 2.5)$ และ $P_2 = (3.5, 6, 2.5)$ โดยแผ่นวงกลมทั้งสองจะซ้อนทับกันที่วงนอก เมื่อนำข้อมูลของแผ่นวงกลมทั้งสองมาเขียนให้อยู่ในรูปของคำสั่งในโปรแกรมคอมพิวเตอร์จะได้ $d1=[3 3 3 0.5 0 0.5 1.5 1.75]$ และ $d2=[4 6 3 -0.5 0 0.5 1.5 1.75]$ โดยเมื่อเขียนชุดคำสั่งจากสมการที่ได้อธิบายในขั้นตอนของการสร้างแบบจำลองนั้นซึ่งรายละเอียดของคำสั่ง และเงื่อนไขต่างๆของชุดคำสั่งที่ใช้ในคอมพิวเตอร์จะแสดงในภาคผนวก ข. เมื่อดำเนินการใส่ชุดข้อมูลลงในโปรแกรมคอมพิวเตอร์จะได้ผลดังแสดงในรูปที่ 4.6 ซึ่งจะเห็นว่าชุดสมการต่าง ๆ ที่ได้กล่าวมาแล้วนั้นสามารถที่จะใช้งานได้ถูกต้อง โปรแกรมจะคำนวณได้ $P_1 = (3.5, 3, 2.5)$ และ $P_2 = (3.5, 6, 2.5)$



รูปที่ 4.4 แผ่นวงกลมสองแผ่นในระนาบ x-y ที่ใช้ในการทดสอบจุดสมการครั้งที่ 2



รูปที่ 4.5 แผ่นวงกลมสองแผ่นในระนาบ x-z ที่ใช้ในการทดสอบจุดสมการครั้งที่ 2

ค่า P_1 และ P_2 เป็นค่าที่สำคัญที่ต้องนำไปใช้ในแบบจำลองแต่ละชนิด จากรูปที่ 4.6 เมื่อใช้แบบจำลองแบบแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-core Soft-shell model) จะแสดงผลออกมาว่า connect คือ การเชื่อมต่อ ซึ่งสามารถที่จะใช้งานได้อย่างถูกต้อง

```

MATLAB R2016a
HOME PLOTS APPS
D:\Master degree\Project\MATLAB\function file
Current Folder
Name
add.m
autoadd.m
cm
c1.m
c2.m
c7.m
c8.m
c31.m
c32.m
c41.m
c42.m
case1.m
case2.m
case31.m
case32.m
case41.m
case42.m
ch.m
conn.m
fcalvel.m
hm
hardcore.m
hardsoft.m
hcm
loop.m
loop1.m
loop2.m
sm
softcore.m

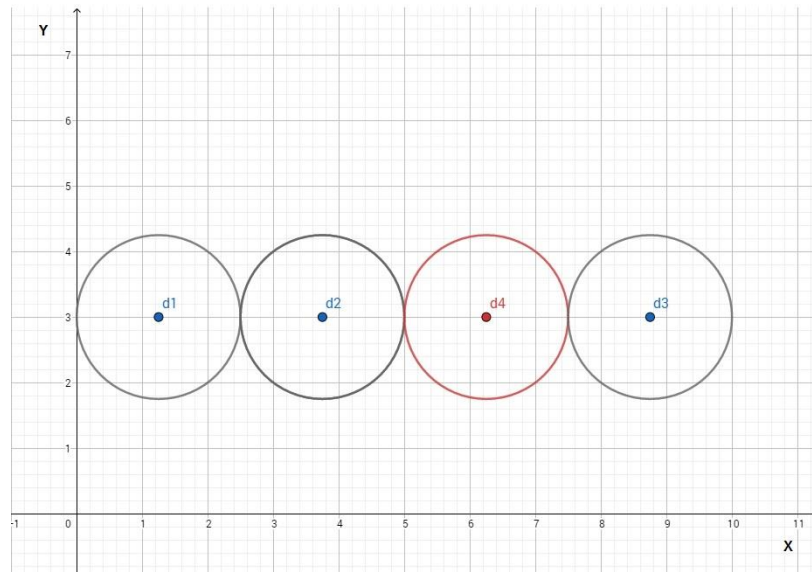
Command Window
>> d1=[3 3 3 0 0.5 0 0.5 1.5 1.75]
d1 =
    3.0000    3.0000    3.0000    0.5000         0    0.5000    1.5000    1.7500
>> d2=[4 6 3 -0.5 0 0.5 1.5 1.75]
d2 =
    4.0000    6.0000    3.0000   -0.5000         0    0.5000    1.5000    1.7500
>> d(1,1)=d1
d =
[1x8 double]
>> loop(d2,d);
    1    3.827    6.104    2.991    3.552    3.078    2.920
    2    3.534    6.065    2.657    3.490    3.010    2.635
    3    3.500    6.001    2.502    3.500    3.000    2.502
    4    3.500    6.000    2.500    3.500    3.000    2.500
    5    3.500    6.000    2.500    3.500    3.000    2.500
    1
connect
%>>
Workspace
Name Value
ans [3.5000...
d [1x1 cell]
d1 [3.3,3.0...
d2 [4,6,3,-0...

```

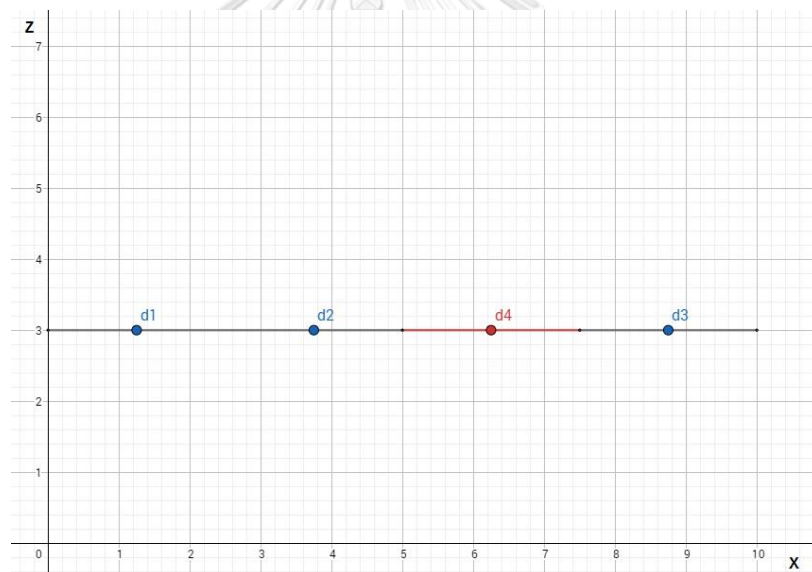
รูปที่ 4.6 แสดงผลการคำนวณในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ของการหาค่า P_1 , P_2 และความสัมพันธ์ของแผ่นวงกลม A และ B ครั้งที่ 2

4.1.2 ข้อจำกัดของชุดสมการที่ใช้ในแบบจำลอง

การตรวจสอบความสัมพันธ์ของแผ่นวงกลมต่าง ๆ ในระบบกับแผ่นวงกลมใหม่ที่ถูกเพิ่มลงไปนั้นเป็นสิ่งที่ต้องกระทำเพื่อไม่ให้เกิดการซ้อนทับกันของแผ่นวงกลมในระบบซึ่งจะส่งผลต่อการจำลองได้ ดังนั้นจึงได้มีการเขียนชุดคำสั่ง loop ขึ้นเพื่อที่จะตรวจสอบความสัมพันธ์และการซ้อนทับกันของแผ่นวงกลมในระบบ โดยที่การทดสอบความถูกต้องของชุดคำสั่งนี้นั้นได้มีการกำหนดแผ่นวงกลมขึ้นมา 4 แผ่นดังนี้ $d1 = [1.25 \ 3 \ 3 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1.25 \ 1]$, $d2 = [3.75 \ 3 \ 3 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1.25 \ 1]$, $d3 = [6.25 \ 3 \ 3 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1.25 \ 1]$ และ $d4 = [8.75 \ 3 \ 3 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1.25 \ 1]$ ดังแสดงในรูปที่ 4.4 และ 4.5



รูปที่ 4.7 แผ่นวงกลมในระนาบ x-y ที่ใช้ทดสอบชุดคำสั่ง loop



รูปที่ 4.8 แผ่นวงกลมในระนาบ x-z ที่ใช้ทดสอบชุดคำสั่ง loop

การทดสอบนี้จะจำลองว่าแผ่นวงกลม d1 d2 และ d3 ถูกบรรจุอยู่ในปริมาตรตัวแทนที่มีขนาด $10 \times 10 \times 10$ จากนั้นเพิ่มแผ่นวงกลม d4 ลงไป ดังแสดงในรูปที่ 4.7 และ 4.8 จะเห็นว่าแผ่น d4 จะเชื่อมต่อกับแผ่น d2 และ d3 แต่ไม่เชื่อมต่อกับ d1 เมื่อทำการทดสอบดำเนินการในโปรแกรมคอมพิวเตอร์พบว่าจะได้การดำเนินการดังแสดงในรูปที่ 4.9


```

>> d1 = [1.25 3 3 0 0 1 1.25 1];
>> d2 = [3.75 3 3 0 0 1 1.25 1];
>> d3 = [6.25 3 3 0 0 1 1.25 1];
>> d(1,1)=d1;
>> d(1,2)=d2;
>> d(1,3)=d3;
>> d4 = [8.75 3 3 0 0 1 1.25 1];
>> loop(d4,d);
> In loop (line 88)
Warning: Rank deficient, rank = 0, tol = NaN.
     1     9.625     3.300     3.300     6.875     3.300     3.300
no connect
> In loop (line 88)
Warning: Rank deficient, rank = 0, tol = NaN.
     1     9.625     3.300     3.300     4.125     3.300     3.300
no connect
> In loop (line 88)
Warning: Rank deficient, rank = 0, tol = NaN.
     1     9.625     3.300     3.300     1.375     3.300     3.300
no connect
>>

```

รูปที่ 4.9 ผลการดำเนินการทดสอบชุดคำสั่ง loop ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์

จากการทดสอบนี้จะเห็นได้ว่าโปรแกรมคอมพิวเตอร์จะแสดงค่าออกมาว่า no connect ทั้งๆที่แผ่นวงกลม d4 จะต้องเชื่อมต่อกับแผ่นวงกลม d2 และ d3 จึงทำให้ทราบว่าชุดสมการนี้มีข้อจำกัดโดยข้อจำกัดนี้เกิดจากการที่แผ่นวงกลมที่ใช้ในการดำเนินการนั้นจะมีทิศทางของระนาบที่เหมือนกันทุกแผ่น จากสมการที่ใช้ในแบบจำลองนี้นั้นจะต้องมีการนำเวกเตอร์ที่บอกทิศทางของแผ่นวงกลมทั้งสองนั้นคือ \vec{n}_1 และ \vec{n}_2 มาคูณเชิงเวกเตอร์กัน ซึ่ง \vec{n}_1 เท่ากับ \vec{n}_2 จะได้ $\vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = 0$ จึงทำให้ขั้นตอนการดำเนินการขั้นต่อไปไม่สามารถดำเนินการได้ถูกต้อง การใช้งานแบบจำลองนี้แผ่นวงกลมจะถูกสุ่มค่าทิศทางจึงทำให้โอกาสที่จะมีแผ่นวงกลมที่มีทิศทางเดียวกันนั้นน้อยมาก จึงไม่มีผลกระทบในการนำสมการชุดนี้มาใช้ในแบบจำลอง แต่เพื่อแก้ข้อจำกัดนี้จึงได้มีการกำหนดเงื่อนไขพิเศษในกรณีนี้ กล่าวคือเมื่อ \vec{n}_1 เท่ากับ \vec{n}_2 แผ่นวงกลมทั้งสองจะมีโอกาสที่จะเชื่อมต่อกันเมื่อระยะห่างของจุดศูนย์กลางของแผ่นวงกลมทั้งสองจะต้องน้อยกว่าหรือเท่ากับขนาดของรัศมีของแผ่นวงกลมทั้งสองรวมกันและเวกเตอร์ที่ผ่านจุดศูนย์กลางของแผ่นวงกลมทั้งสองจะต้องตั้งฉากกับ \vec{n}_1 และ \vec{n}_2 โดยจะเขียนสมการเงื่อนไขพิเศษได้ดังนี้

$$\text{เมื่อ} \quad \vec{n}_1 = \vec{n}_2 \quad (4.1)$$

$$\text{โดยที่} \quad \vec{O} = (O_{x2} - O_{x1})\vec{i} + (O_{y2} - O_{y1})\vec{j} + (O_{z2} - O_{z1})\vec{k} \quad (4.2)$$

$$\text{แล้ว} \quad \vec{n}_1 \cdot \vec{O} = \vec{n}_1 \cdot \vec{O} = 0 \quad (4.3)$$

แบบจำลองแกนอ่อน (Soft-core model)

$$\text{เชื่อมต่อเมื่อ} \quad \sqrt{(O_{x2} - O_{x1})^2 + (O_{y2} - O_{y1})^2 + (O_{z2} - O_{z1})^2} \leq R_1 + R_2 \quad (4.4)$$

แบบจำลองแกนแข็ง (Hard-core model)

$$\text{เชื่อมต่อเมื่อ } \sqrt{(O_{x2} - O_{x1})^2 + (O_{y2} - O_{y1})^2 + (O_{z2} - O_{z1})^2} = R_1 + R_2 \quad (4.5)$$

แบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-core Soft-shell model)

$$\text{เชื่อมต่อเมื่อ } \sqrt{(O_{x2} - O_{x1})^2 + (O_{y2} - O_{y1})^2 + (O_{z2} - O_{z1})^2} \leq R_{o1} + R_{o2} \quad (4.6)$$

$$\sqrt{(O_{x2} - O_{x1})^2 + (O_{y2} - O_{y1})^2 + (O_{z2} - O_{z1})^2} \geq R_{i1} + R_{i2} \quad (4.7)$$

4.2 ผลและการวิเคราะห์ผลเปรียบเทียบแบบจำลองชนิดต่างๆ

การสร้างแบบจำลองนี้ได้ตั้งสมมติฐานของแบบจำลองออกเป็น 3 ชนิดคือ แบบจำลองแกนอ่อน (Soft-core model) แบบจำลองแกนแข็ง (Hard-core model) และแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-core Soft-shell model) โดยทำการคำนวณชนิดละ 3 ครั้งแล้วจึงนำค่าเพอร์คอเรชันที่ได้มาเฉลี่ย ซึ่งได้ผลดังแสดงในตารางที่ 4.1 โดยใช้ข้อมูลการทดลองของ Bingjie Wang [13] มาเป็นค่าตั้งต้นในการเปรียบเทียบกับค่าจากการจำลองจะคำนวณได้ 20.4 แผ่น ซึ่งแสดงการคำนวณไว้ในภาคผนวก ก. และข้อมูลของแผ่นวงกลมต่าง ๆ และการเชื่อมต่อที่ได้จากการดำเนินการด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์แสดงไว้ในภาคผนวก ก.

ตารางที่ 4.1 ผลการคำนวณจากแบบจำลองแต่ละชนิด

ชนิดแบบจำลอง	จำนวนแผ่นวงกลมที่ได้จากการจำลอง		
	แบบจำลองแกนอ่อน	แบบจำลองแกนแข็ง	แบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน
ครั้งที่ 1	33	-	18
ครั้งที่ 2	26	-	24
ครั้งที่ 3	19	-	26
ค่าเฉลี่ย	26	-	22.6
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	7	-	4.16
ค่าจากการทดลอง	20.4	20.4	20.4
ร้อยละความคลาดเคลื่อน	27.4	0	11.1

สมมติฐานของแบบจำลองชนิดแกนอ่อนนั้นแผ่นวงกลมสามารถจะซ้อนทับกันได้ การเชื่อมต่อกันจะเกิดขึ้นเมื่อมีการสัมผัสหรือซ้อนทับกันของแผ่นวงกลม ด้วยสมมติฐานนี้จึงทำให้การคำนวณโดยแบบจำลองชนิดนี้ง่ายกว่าแบบจำลองชนิดอื่น ๆ เพราะสามารถเพิ่มแผ่นวงกลมลงไปในปริมาตรตัวแทนได้โดยไม่ต้องพิจารณาการซ้อนทับกันของแผ่นวงกลม แต่ความคลาดเคลื่อนจะมากกว่าแบบจำลองชนิดอื่น ๆ เนื่องจากแผ่นของแกรไฟีนไม่สามารถที่จะซ้อนทับกันได้ในวัสดุแกรไฟีนนาโนคอมโพสิต

สมมติฐานของแบบจำลองชนิดแกนแข็งนั้นแผ่นวงกลมจะเป็นวัสดุที่ที่ไม่สามารถซ้อนทับกันได้ การเกิดการเชื่อมต่อกันของแผ่นวงกลมจะเกิดขึ้นเมื่อมีการสัมผัสกันพอดีของแผ่นวงกลม ด้วยสมมติฐานนี้แบบจำลองชนิดแกนแข็งจึงใกล้เคียงกับวัสดุจริงที่แผ่นของแกรไฟีนไม่สามารถที่จะซ้อนทับกันได้ แต่การนำมาใช้งานจริงนั้นการคำนวณด้วยแบบจำลองนี้ไม่สามารถนำมาใช้งานได้จริงเนื่องจากที่จะเกิดการเชื่อมต่อกันได้นั้น โปรแกรมคอมพิวเตอร์จะต้องทำการสุ่มทั้งตำแหน่งจุดศูนย์กลางและทิศทางของแผ่นวงกลมทั้งสองให้สัมผัสกันพอดีซึ่งมีความเป็นไปได้้น้อยมากที่จะสุ่มมาได้พอดีซึ่งจะสอดคล้องกับงานวิจัยของ Belashi [2] จึงไม่มีค่าผลการคำนวณ สรุปได้ว่าแบบจำลองชนิดนี้จึงไม่เหมาะสมที่จะนำมาดำเนินการใช้จริงได้

สมมติฐานของแบบจำลองชนิดแกนแข็งเปลือกอ่อนนั้น ส่วนของแกนแข็งจะเป็นตัวแทนของแกรไฟีนซึ่งไม่สามารถถูกซ้อนทับได้ เปลือกอ่อนคือส่วนที่เป็นตัวแทนระยะห่างที่อิเล็กตรอนสามารถกระโดดข้ามได้ซึ่งจะขึ้นอยู่กับตัวกลางชนิดนั้น ๆ โดยในส่วนนี้นั้นสามารถที่จะซ้อนทับกันได้ดังนั้นการเชื่อมต่อกันจะเกิดขึ้นเมื่อเกิดการสัมผัสกันของส่วนแกนแข็งหรืออยู่ในขอบเขตของเปลือกอ่อน ในงานวิจัยนี้เป็นการศึกษาเบื้องต้นจึงได้กำหนดขนาดความหนาของเปลือกอ่อนไว้เท่ากับ 0.2 เท่าของขนาดรัศมีแกนแข็งหรือรัศมีวงนอกเท่ากับ 1.2 เท่าของรัศมีวงใน เนื่องจากการจะหาระยะห่างที่แน่นอนของเปลือกอ่อนนั้นจะต้องทำการศึกษาปรากฏการณ์การกระโดดของอิเล็กตรอนที่เกิดในเนื้อพอลิเมอร์ชนิดต่าง ๆ เป็นตัวกลางให้อิเล็กตรอนผ่านซึ่งมีความยุ่งยากและซับซ้อน จากสมมติฐานของแบบจำลองนี้ซึ่งมีความใกล้เคียงกับวัสดุแกรไฟีนนาโนคอมโพสิต ผลที่ได้จากการดำเนินการจึงมีความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าแบบจำลองชนิดแกนอ่อน ดังแสดงในบทที่ 4.1 ซึ่งมีความคลาดเคลื่อน 11.1% เทียบกับ 27.4% ของแบบแกนอ่อน ในส่วนของการดำเนินการใช้โดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์การสุ่มของโปรแกรมนั้นมีความเป็นไปได้ที่จะเกิดการเชื่อมต่อกันสูงกว่าแบบจำลองชนิดแกนแข็งเพราะมีช่วงของเปลือกอ่อนที่สามารถซ้อนทับกันได้

จากการดำเนินการใช้แบบจำลองทั้ง 3 ชนิดในโปรแกรมคอมพิวเตอร์นั้น แบบจำลองชนิดแกนแข็งเปลือกอ่อนจะมีความแม่นยำมากกว่าแบบจำลองแกนอ่อน ในขณะที่แบบจำลองแกนแข็งไม่มีความสะดวกที่จะนำมาใช้งานได้

4.3 ผลของจำนวนครั้งต่อผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ

การคำนวณหาค่าเพอร์คอเรชันจากแบบจำลองในโปรแกรมคอมพิวเตอร์แต่ละครั้งจะให้ค่าที่แตกต่างกันเพราะขึ้นกับการสุ่มดังนั้นการศึกษาทำโดยทำการคำนวณ 18 ครั้งดังแสดงในตารางที่ 4.2 แล้วสุ่มค่าที่ได้มาเฉลี่ยกัน ดังนั้นเพื่อความแม่นยำจึงต้องศึกษาว่าควรจะมีการดำเนินการกี่ครั้งเพื่อให้ค่าเฉลี่ยของการดำเนินการที่ได้นั้นมีค่าความแม่นยำที่สุดเมื่อเทียบกับผลการทดลองซึ่งผลที่ได้ดังแสดงในตารางที่ 4.3 ถึง 4.5 และรูปที่ 4.10 เมื่อเทียบกับผลการทดลองของ Bingjie Wang [13]

การศึกษานี้ได้ทำการคำนวณแบบจำลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยสถานะเดิมแล้วสุ่มผลลัพธ์มาเฉลี่ย 3 ครั้ง 6 ครั้ง และ 9 ครั้ง ผลที่ได้คือเมื่อเพิ่มจำนวนครั้งของการเฉลี่ยจาก 3 เป็น 6 นั้นความแม่นยำจะเพิ่มขึ้น แต่เมื่อเพิ่มจากเฉลี่ย 6 ครั้งเป็น 9 ครั้งความแม่นยำเพิ่มขึ้นเล็กน้อย แสดงให้เห็นว่าโดยรวมการเพิ่มจำนวนครั้งเพื่อนำมาเฉลี่ยนั้นจะส่งผลให้มีความแม่นยำเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.2 จำนวนผลของแบบจำลองแบบแกนแข็งเปลือกอ่อน

ข้อมูลที่	จำนวนแผ่น	ข้อมูลที่	จำนวนแผ่น
1	18	10	25
2	24	11	24
3	26	12	18
4	16	13	21
5	20	14	19
6	19	15	27
7	22	16	17
8	21	17	21
9	23	18	26

ตารางที่ 4.3 ผลของการเฉลี่ย 3 ครั้งของแบบจำลองแบบแกนแข็งเปลือกก่อน

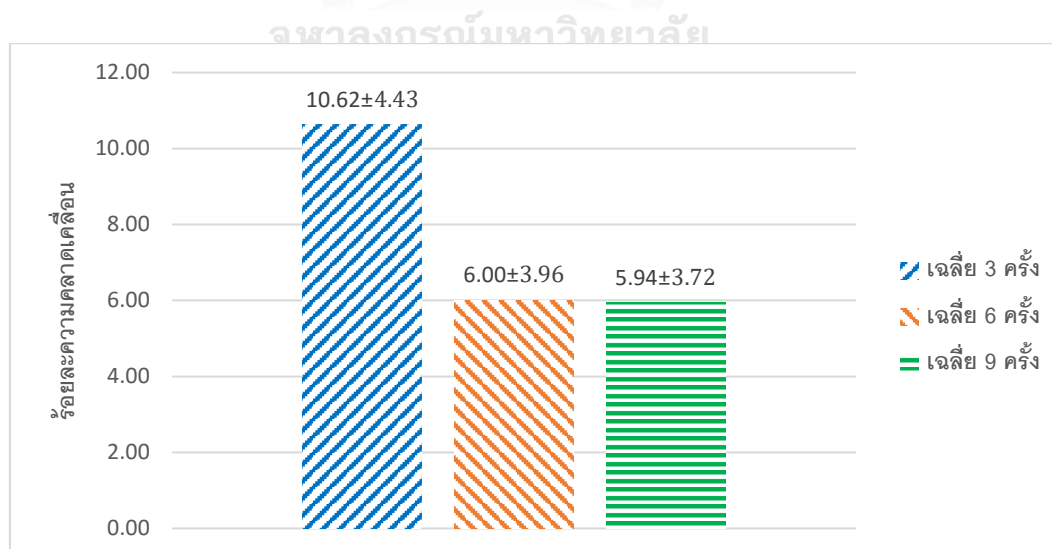
การสุ่มที่	ชุดข้อมูลที่	จำนวนแผ่นเฉลี่ย	ร้อยละความคลาดเคลื่อน
1	1,2,3	22.67	11.11
2	4,5,6	18.33	10.13
3	7,8,9	22.00	7.84
4	10,11,12	22.33	9.48
5	13,14,15	22.33	9.48
6	16,17,18	21.33	4.58
7	1,3,5	21.33	4.58
8	7,9,11	23.00	12.75
9	13,15,17	23.00	12.75
10	2,9,15	24.67	20.92
11	8,11,17	22.00	7.84
12	5,10,18	23.67	16.01
	ค่าเฉลี่ย	22.22	10.62
	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	1.55	4.43
	ค่าจากการทดลอง	20.40	

ตารางที่ 4.4 ผลของการเฉลี่ย 6 ครั้งของแบบจำลองแบบแกนแข็งเปลือกอ่อน

การสุ่มที่	ชุดข้อมูลที่	จำนวนแผ่นเฉลี่ย	ร้อยละความคลาดเคลื่อน
1	1,2,3,4,5,6	20.50	0.49
2	7,8,9,10,11,12	22.17	8.66
3	13,14,15,16,17,18	21.83	7.03
4	1,3,5,7,9,11	22.17	8.66
5	2,4,6,8,10,12	20.50	0.49
6	7,9,11,13,15,17	23.00	12.75
7	8,10,12,14,16,18	21.00	2.94
8	1,2,4,6,9,11	20.67	1.31
9	4,5,7,14,15,18	21.67	6.21
10	2,4,5,8,10,15	22.17	8.66
11	6,7,9,10,11,17	22.33	9.48
12	5,7,8,11,13,17	21.50	5.39
	ค่าเฉลี่ย	21.63	6.00
	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	0.81	3.96
	ค่าจากการทดลอง	20.40	

ตารางที่ 4.5 ผลของการเฉลี่ย 9 ครั้งของแบบจำลองแบบแกนแข็งเปลือกก่อน

การสุ่มที่	ชุดข้อมูลที่	จำนวนแผ่นเฉลี่ย	ร้อยละความคลาดเคลื่อน
1	1,2,3,4,5,6,7,8,9	21.00	2.94
2	10,11,12,13,14,15,16,17,18	22.00	7.84
3	1,3,5,7,9,11,13,15,17	22.44	10.02
4	2,4,6,8,10,12,14,16,18	20.56	0.76
5	1,2,5,6,8,9,11,12,15	21.56	5.66
6	7,8,10,11,13,14,16,17,18	21.78	6.75
7	1,2,4,6,8,10,13,15,18	21.89	7.30
8	3,5,6,7,9,12,14,16,17	20.56	0.76
9	6,7,9,10,13,15,16,17,18	22.33	9.48
10	2,3,4,7,9,10,11,12,13	22.11	8.39
11	1,3,4,5,7,9,10,15,18	22.56	10.57
12	5,7,8,9,11,12,14,16,17	20.56	0.76
	ค่าเฉลี่ย	21.61	5.94
	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	0.76	3.72
	ค่าจากการทดลอง	20.40	



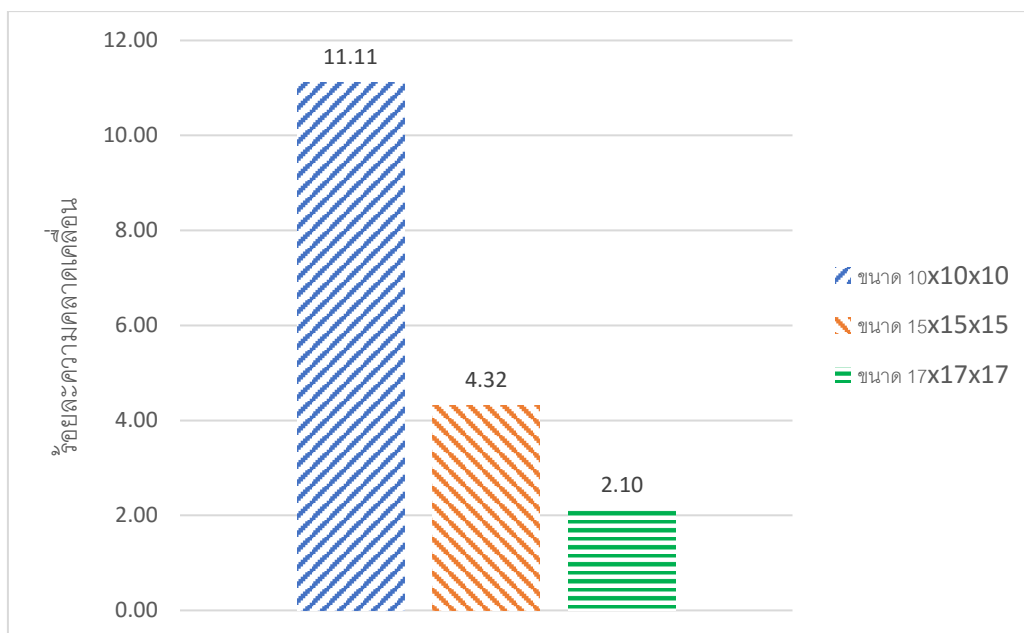
รูปที่ 4.10 แผนภูมิแท่งความคลาดเคลื่อนต่อจำนวนครั้งของการเฉลี่ย

4.4 ผลของขนาดปริมาตรตัวแทน (Representative Volume)

ปริมาตรตัวแทนนั้นเป็นตัวแทนของเนื้อพอลิเมอร์ในวัสดุคอมโพสิต โดยทั่วไปถ้ามีการกระจายตัวของสารเติมแต่งอย่างสม่ำเสมอทั่ววัสดุพอลิเมอร์คอมโพสิต การกำหนดขนาดของปริมาตรตัวแทนจะเป็นเท่าไรก็ได้ แต่ในทางปฏิบัติต้องไม่เล็กหรือใหญ่เกินไป ให้เหมาะกับเวลาที่ใช้ในการคำนวณ แต่ในความเป็นจริงการกระจายอาจไม่สม่ำเสมอตลอดชิ้นงาน ดังนั้นเพื่อให้ผลการคำนวณใกล้เคียงกับผลการทดลองมากที่สุด ดังนั้นขนาดของปริมาตรตัวแทนจึงมีผลต่อความแม่นยำของแบบจำลอง โดยผลของการเปลี่ยนขนาดปริมาตรตัวแทนต่อความแม่นยำแสดงในตารางที่ 4.6 และรูปที่ 4.11

ตารางที่ 4.6 ผลของปริมาตรตัวแทนต่อความแม่นยำของผลลัพธ์ของแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน

ขนาดของปริมาตร ตัวแทน	จำนวนแผ่นวงกลมที่ได้จากการจำลอง		
	ขนาด 10x10x10	ขนาด 15x15x15	ขนาด 17x17x17
ครั้งที่ 1	18	70	97
ครั้งที่ 2	24	73	94
ครั้งที่ 3	26	72	103
ค่าเฉลี่ย	22.6	71.6	98
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	4.16	1.53	4.58
ค่าจากการทดลอง	20.4	68.7	100.1
ร้อยละความ คลาดเคลื่อน	11.1	4.32	2.10



รูปที่ 4.11 แผนภูมิแท่งแสดงผลของปริมาตรตัวแทนต่อความคลาดเคลื่อนของผลลัพธ์

ผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่าเมื่อเพิ่มขนาดของปริมาตรตัวแทนจะได้ความคลาดเคลื่อนจะลดลงเนื่องจากการเพิ่มขนาดของปริมาตรตัวแทนจะทำให้ระบบนั้นเข้าใกล้กับขนาดของวัสดุแกรฟีนนาโนคอมโพสิตจริงมากขึ้น

4.5 ผลของการจำลองเปรียบเทียบกับผลการทดลอง

แบบจำลองนี้คือเครื่องมือที่สร้างขึ้นเพื่อนำมาใช้ในการทำนายค่าเพอร์คอเรชันของวัสดุแกรฟีนนาโนคอมโพสิต ซึ่งจะช่วยให้การนำไปใช้ลดต้นทุน และเวลาในการทดลองที่ปรกติการหาค่าเพอร์คอเรชันนั้นจะต้องปรับเปลี่ยนปริมาณของแกรฟีนไปเรื่อย ๆ แล้ววัดค่าการนำไฟฟ้าเพื่อนำมาสร้างกราฟหาค่าเพอร์คอเรชัน ดังนั้นเพื่อทราบถึงความแม่นยำของแบบจำลองจึงต้องทำการจำลองค่าจากหลาย ๆ ผลการทดลองเพื่อรู้ถึงข้อจำกัดของแบบจำลองนี้

ในงานวิจัยนี้ได้ใช้ผลการทดลองจาก 3 งานวิจัยได้แก่ งานวิจัยของ Bingjie Wang [13] ซึ่งถูกนำมาใช้ในการศึกษาในหัวข้อที่ 4.2 , 4.3 และ 4.4 ดังที่กล่าวไปแล้ว งานวิจัยของ Hongliang Hu [14] และงานวิจัยของ Mitra Yoonessi [15] โดยเมื่อนำมาใช้ในแบบจำลองจะได้ค่าการจำลองดังแสดงในตารางที่ 4.7 และ 4.8 โดยข้อมูลของแผ่นวงกลมต่าง ๆ และการเชื่อมต่อที่ได้จากการดำเนินการด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้แสดงไว้ในภาคผนวก ก.

ตารางที่ 4.7 ผลการคำนวณเปรียบเทียบกับข้อมูลจาก Hongliang Hu [14]

	จำนวนแผ่นวงกลม
ขนาดของปริมาตรตัวแทน	14x14x14
ครั้งที่ 1	49
ครั้งที่ 2	40
ครั้งที่ 3	55
ค่าเฉลี่ย	48
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	7.55
ค่าจากการทดลอง	39.1
ร้อยละความคลาดเคลื่อน	22.8

ตารางที่ 4.8 ผลการคำนวณเปรียบเทียบกับข้อมูลจาก Mitra Yoonessi [15]

	จำนวนแผ่นวงกลม
ขนาดของปริมาตรตัวแทน	7x7x7
ครั้งที่ 1	36
ครั้งที่ 2	38
ครั้งที่ 3	34
ค่าเฉลี่ย	36
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	2
ค่าจากการทดลอง	34
ร้อยละความคลาดเคลื่อน	5.88

จากตารางที่ 4.7 และ 4.8 จะเห็นได้ว่าความคลาดเคลื่อนของ Hongliang Hu [14] อยู่ที่ 22.8 % และ Mitra Yoonessi [15] อยู่ที่ 5.88 % แสดงให้เห็นว่าแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อนนี้สามารถใช้ประมาณค่าเพอร์คอเรชันได้ค่อนข้างแม่นยำ แต่ในการทดลองนั้นวิธีการกระจายแกรฟีนในเนื้อพอลิเมอร์นั้นมีอยู่หลายวิธีซึ่งจะส่งผลต่อค่าเพอร์คอเรชันอย่างมีนัยสำคัญ โดยแบบจำลองนี้มีสมมติฐานว่า แกรฟีนจะมีการกระจายตัวแบบสุ่มทั่วทั้งเนื้อพอลิเมอร์ และไม่มีการเกาะกลุ่มกันของแกรฟีน ซึ่งจากงานวิจัยของ Hongliang Hu [14] และงานวิจัยของ Mitra Yoonessi [15] จะใช้การเคลือบแกรฟีนที่ผิวของผงพอลิเมอร์โดยละลายแกรฟีนในสารละลายพร้อมกับผงพอลิเมอร์แล้วระเหยสารละลายออก ในขณะที่งานวิจัยของ Bingjie Wang [13] จะใช้การเคลือบแกรฟีนที่ผิวของผงพอลิ

เมอร์โดยใช้การผสมเชิงกลที่ความเร็วสูงมากเพื่อสร้างไฟฟ้าสถิตย์ชั้นที่ฝังพอลิเมอร์ก่อนจะนำไปขึ้นรูป โดยการให้ความร้อนแล้วบีบอัดก่อนจะนำไปขึ้นรูป ทั้งสองวิธีจะทำให้เกิดการกระจายตัวที่ดี ดังนั้นแบบจำลองนี้จะสามารถใช้ทำนาโนวัสดุแกรฟีนนาโนคอมโพสิตที่เตรียมจากสองวิธีนี้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ



บทที่ 5

สรุปผลงานวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการทำนายค่าเพอร์คอเรชันของวัสดุแกรฟีนนาโนคอมโพสิต ซึ่งเป็นวัสดุที่สามารถนำไฟฟ้าได้เมื่อปริมาณแกรฟีนมากกว่าค่าเพอร์คอเรชันขึ้นไป เพื่อที่จะช่วยลดต้นทุนและเวลาในการทำการทดลองลง ผลลัพธ์ที่ได้จากงานวิจัยนี้แบ่งออกเป็น 4 ส่วนคือ

5.1 ความสามารถของแบบจำลอง

เมื่อทำการศึกษาแบบจำลองทั้ง 3 ชนิดได้แก่ แบบจำลองแกนอ่อน (Soft-core model) แบบจำลองแกนแข็ง (Hard-core model) และแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard-core Soft-shell model) พบว่าแบบจำลองชนิดแกนแข็งเปลือกอ่อนจะให้ค่าที่แม่นยำที่สุด แบบจำลองแกนแข็งไม่สะดวกที่จะนำมาใช้งาน และแบบจำลองแกนอ่อนให้ความคลาดเคลื่อนที่มากที่สุด

5.2 ผลของจำนวนครั้งการคำนวณที่นำมาเฉลี่ย

การจำลองค่าเพอร์คอเรชันแต่ละครั้งจะได้ค่าที่แตกต่างกันเนื่องจากระบบเกิดจากการสุ่ม ดังนั้นจึงต้องนำผลลัพธ์จากการคำนวณหลายครั้งที่ได้มาเฉลี่ยกัน จากการศึกษาเบื้องต้นพบว่าการจำลองค่าประมาณ 6 ครั้งแล้วนำมาเฉลี่ยก็เพียงพอที่จะให้ค่าการทำนายที่มีความแม่นยำในระดับที่ยอมรับได้

5.3 ผลของขนาดปริมาตรตัวแทน

การจำลองค่าเพอร์คอเรชันจะได้ค่าที่แม่นยำมากขึ้นเมื่อเพิ่มปริมาตรตัวแทน แต่ควรเพิ่มให้มีขนาดเหมาะสมกับเวลาที่ต้องใช้ในการคำนวณ

5.4 ความแม่นยำของแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน

แบบจำลองนี้จะใช้งานได้มีประสิทธิภาพเมื่อใช้ทำนายจุดเพอร์คอเรชันของแกรฟีนนาโนคอมโพสิตที่ถูกเตรียมด้วยกระบวนการที่สามารถให้การกระจายตัวของแกรฟีนที่ดีไม่มีการเกาะกลุ่มกันของแกรฟีน

รายการอ้างอิง

1. *Conductive polymer*. 25 November 2017]; Available from: https://en.wikipedia.org/wiki/Conductive_polymer.
2. Belashi, A., *Percolation Modeling in Polymer Nanocomposites*. 2011, The University of Toledo: Ann Arbor. p. 147.
3. Hambley, A.R., *Electrical engineering : principles and applications*. 4 ed. 2008: Pearson Prentice Hall. 920.
4. Cowie, J.M.G., *Polymers : chemistry and physics of modern materials*. 3 ed. 2008: CRC Press. 499.
5. Thompson, H., *Polymer nanocomposites : synthesis, applications, and research*. 2017: Novinka. 124.
6. C.N.R. Rao, A.K.S., *Graphene : synthesis, properties, and phenomena*. 2013: Wiley-VCH. 416.
7. แกร์ไฟต์. 25 November 2017]; Available from: <https://th.wikipedia.org/w/index.php?title=%E0%B9%81%E0%B8%81%E0%B8%A3%E0%B9%84%E0%B8%9F%E0%B8%95%E0%B9%8C&oldid=5871990>.
8. Oskouyi, A.B. and P. Mertiny, *Monte Carlo model for the study of percolation thresholds in composites filled with circular conductive nano-disks*. *Procedia Engineering*, 2011. **10**(Supplement C): p. 403-408.
9. Fang, W., H.W. Jang, and S.N. Leung, *Evaluation and modelling of electrically conductive polymer nanocomposites with carbon nanotube networks*. *Composites Part B: Engineering*, 2015. **83**: p. 184-193.
10. Ross, S., *Chapter 1 - Introduction*, in *Simulation (Fifth Edition)*. 2013, Academic Press. p. 1-4.
11. Hummel, J.A., *Vector*. 1965: Addison-Wesley. 108.
12. ปราโมทย์ เดชะอำไพ, น.ว., *Numerical methods in engineering*. 2012.
13. Wang, B., Li, H., Li L., Chen P., Wang Z., Gu Q., *Electrostatic adsorption method for preparing electrically conducting ultrahigh molecular weight*

- polyethylene/graphene nanosheets composites with a segregated network*. Composites Science and Technology, 2013. **89**: p. 180-185.
14. Hu, H., Zhang G., Xiao L., Wang H., Zhang Q., Zhao Z., *Preparation and electrical conductivity of graphene/ultrahigh molecular weight polyethylene composites with a segregated structure*. Carbon, 2012. **50**(12): p. 4596-4599.
 15. Yoonessi, M. and J.R. Gaier, *Highly conductive multifunctional graphene polycarbonate nanocomposites*. ACS Nano, 2010. **4**(12): p. 7211-7220.
 16. ปราโมทย์ เดชะอำไพ, น.ว., *พื้นฐานแม่เหล็ก*. 2014.
 17. xGnP®-M-15. 25 November 2017]; Available from: <http://xgsciences.com/products/graphene-nanoplatelets/grade-m/>.
 18. Rahim, I., Shah M., Iqbal M., Wahab F., Khan A., Khan S.H., *Fabrication and electrical characterizations of graphene nanocomposite thin film based heterojunction diode*. Physica B: Condensed Matter, 2017. **524**(Supplement C): p. 97-103.



ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภาคผนวก ก.
ผลของแบบจำลอง

ก.1 ค่าการทดลองที่ใช้ในการเปรียบเทียบกับแบบจำลอง

จากงานวิจัยของ Bingjie Wang [13] ซึ่งแกรฟีนมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางโดยเฉลี่ยเท่ากับ $50 \mu\text{m}$ หรือรัศมีเฉลี่ยเท่ากับ $25 \mu\text{m}$ ความหนา 25 nm ค่าเฟอร์รโคเรชันจะอยู่ที่ $0.1 \text{ vol}\%$ จากข้อมูลนี้จะทำการแปลงเป็นหน่วยเพื่อใช้ในการจำลองดังนี้

กำหนดให้ 1 หน่วย = $10 \mu\text{m}$ ของชิ้นงานจริง

$$\text{ขนาดรัศมีเฉลี่ย} = \frac{25 \mu\text{m}}{10 \mu\text{m}} = 2.5 \text{ หน่วย}$$

$$\text{ความหนา} = \frac{25 \text{ nm}}{10 \mu\text{m}} = 0.0025 \text{ หน่วย}$$

ขนาดปริมาตรตัวแทน $10 \times 10 \times 10 = 1,000$ ลูกบาศก์หน่วย

$$\text{จำนวนแผ่นวงกลมจากการทดลอง } n = \frac{(0.001)(1000)}{\pi(2.5)^2(0.0025)} = 20.4 \text{ แผ่น}$$

ขนาดปริมาตรตัวแทน $15 \times 15 \times 15 = 3,375$ ลูกบาศก์หน่วย

$$\text{จำนวนแผ่นวงกลมจากการทดลอง } n = \frac{(0.001)(3375)}{\pi(2.5)^2(0.0025)} = 68.7 \text{ แผ่น}$$

ขนาดปริมาตรตัวแทน $17 \times 17 \times 17 = 4,913$ ลูกบาศก์หน่วย

$$\text{จำนวนแผ่นวงกลมจากการทดลอง } n = \frac{(0.001)(4913)}{\pi(2.5)^2(0.0025)} = 100.1 \text{ แผ่น}$$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากงานวิจัยของ Hongliang Hu [14] ซึ่งแกรฟีนมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางโดยเฉลี่ยเท่ากับ $5 \mu\text{m}$ หรือรัศมีเฉลี่ยเท่ากับ $2.5 \mu\text{m}$ ความหนา 1 nm ค่าเฟอร์รโคเรชันจะอยู่ที่ $0.028 \text{ vol}\%$ จากข้อมูลนี้จะทำการแปลงเป็นหน่วยเพื่อใช้ในการจำลองดังนี้

กำหนดให้ 1 หน่วย = $1 \mu\text{m}$ ของชิ้นงานจริง

$$\text{ขนาดรัศมีเฉลี่ย} = \frac{2.5 \mu\text{m}}{1 \mu\text{m}} = 2.5 \text{ หน่วย}$$

$$\text{ความหนา} = \frac{1 \text{ nm}}{1 \mu\text{m}} = 0.001 \text{ หน่วย}$$

ขนาดปริมาตรตัวแทน $14 \times 14 \times 14 = 2,744$ ลูกบาศก์หน่วย

$$\text{จำนวนแผ่นวงกลมจากการทดลอง } n = \frac{(0.00028)(2744)}{\pi(2.5)^2(0.001)} = 39.1 \text{ แผ่น}$$

จากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi [15] ซึ่งแกรฟีนมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางโดยเฉลี่ยเท่ากับ $3 \mu\text{m}$ หรือรัศมีเฉลี่ยเท่ากับ $1.5 \mu\text{m}$ ความหนา 2 nm ค่าเพอร์คอเรชันจะอยู่ที่ $0.14 \text{ vol}\%$ จากข้อมูลนี้จะทำการแปลงเป็นหน่วยเพื่อใช้ในการจำลองดังนี้

กำหนดให้ 1 หน่วย = $1 \mu\text{m}$ ของชิ้นงานจริง

$$\text{ขนาดรัศมีเฉลี่ย} = \frac{1.5 \mu\text{m}}{1 \mu\text{m}} = 1.5 \text{ หน่วย}$$

$$\text{ความหนา} = \frac{2 \text{ nm}}{1 \mu\text{m}} = 0.002 \text{ หน่วย}$$

ขนาดปริมาตรตัวแทน $7 \times 7 \times 7 = 343$ ลูกบาศก์หน่วย

$$\text{จำนวนแผ่นวงกลมจากการทดลอง } n = \frac{(0.0014)(343)}{\pi(1.5)^2(0.002)} = 34 \text{ แผ่น}$$

ก.2 สัญลักษณ์ที่ใช้ในตารางข้อมูล

Ox คือ จุดศูนย์กลางของแผ่นวงกลมในระนาบแกน x

Oy คือ จุดศูนย์กลางของแผ่นวงกลมในระนาบแกน y

Oz คือ จุดศูนย์กลางของแผ่นวงกลมในระนาบแกน z

nx คือ ขนาดของเวกเตอร์ i ที่ใช้กำหนดทิศทางของแผ่นวงกลม

ny คือ ขนาดของเวกเตอร์ j ที่ใช้กำหนดทิศทางของแผ่นวงกลม

nz คือ ขนาดของเวกเตอร์ k ที่ใช้กำหนดทิศทางของแผ่นวงกลม

R คือ ขนาดของรัศมีแผ่นวงกลมที่ใช้ในแบบจำลองแกนนอน

Ri คือ ขนาดของรัศมีแผ่นวงกลมที่ในส่วนแกนแข็ง

Ro คือ ขนาดของรัศมีแผ่นวงกลมที่ในส่วนเปลือกอ่อน

ก.3 ผลเปรียบเทียบแบบจำลองชนิดต่างๆ

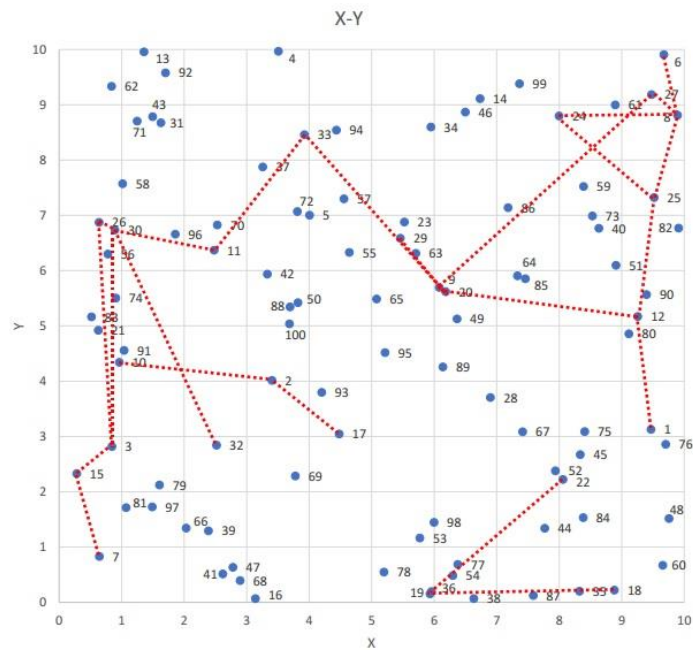
แบบจำลองแกนอ่อน (Soft core model)

ครั้งที่ 1

ตาราง ก.1 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการด้วยแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 1

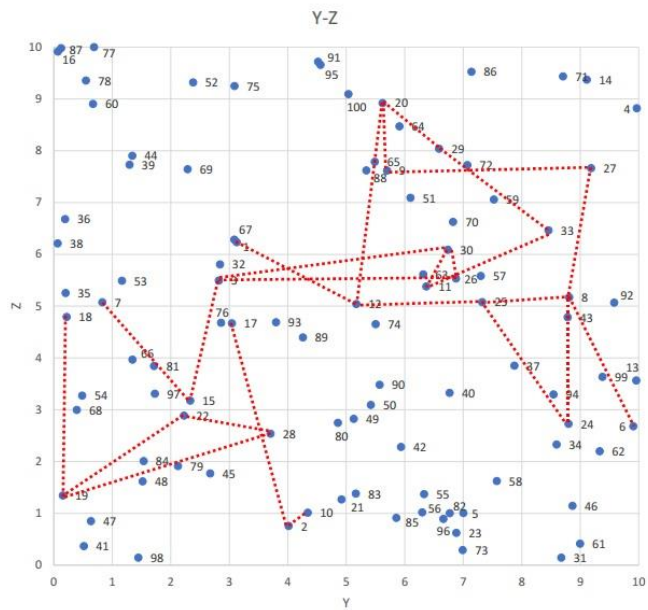
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	R
1	9.468169	3.128806	6.23406	-4	0	41	2.5
2	3.403507	4.014957	0.756689	-41	59	30	2.5
3	0.843568	2.820741	5.494689	-68	-33	43	2.5
4	3.506783	9.966421	8.821504	27	-23	8	2.5
5	4.006973	7.003454	1.006302	66	-94	68	2.5
6	9.67571	9.907421	2.680307	-34	-100	4	2.5
7	0.642511	0.83093	5.07613	-31	94	7	2.5
8	9.893948	8.810994	5.170297	-100	-23	29	2.5
9	6.081376	5.696845	7.618551	-77	42	56	2.5
10	0.96126	4.342688	1.012875	-51	-33	70	2.5
11	2.478183	6.370251	5.381038	-89	19	13	2.5
12	9.257613	5.172739	5.041287	29	52	24	2.5
13	1.356449	9.957047	3.564773	42	2	36	2.5
14	6.732952	9.111416	9.370541	-34	-31	5	2.5
15	0.282407	2.330988	3.177969	-49	-57	52	2.5
16	3.138692	0.068695	9.914674	20	90	8	2.5
17	4.480885	3.045171	4.668198	-89	31	44	2.5
18	8.882504	0.220889	4.793467	-25	87	10	2.5
19	5.932813	0.154764	1.347232	-98	-18	55	2.5
20	6.182322	5.621917	8.921193	38	27	21	2.5
21	0.625081	4.92074	1.267582	92	-63	96	2.5
22	8.060018	2.224853	2.887534	4	17	62	2.5
23	5.523735	6.881222	0.624234	78	-76	37	2.5
24	7.998687	8.799574	2.729855	-69	-95	25	2.5
25	9.517353	7.323491	5.079223	-41	52	44	2.5
26	0.639029	6.875006	5.533047	89	3	53	2.5
27	9.476874	9.186266	7.665208	42	-52	39	2.5

แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	R
28	6.900773	3.704236	2.537628	17	-59	33	2.5
29	5.457564	6.588036	8.039019	61	5	37	2.5
30	0.89197	6.737687	6.088535	12	10	68	2.5
31	1.628381	8.674632	0.145601	12	92	63	2.5
32	2.517219	2.842738	5.804938	-66	-61	43	2.5
33	3.9233	8.458087	6.462605	-91	-99	94	2.5

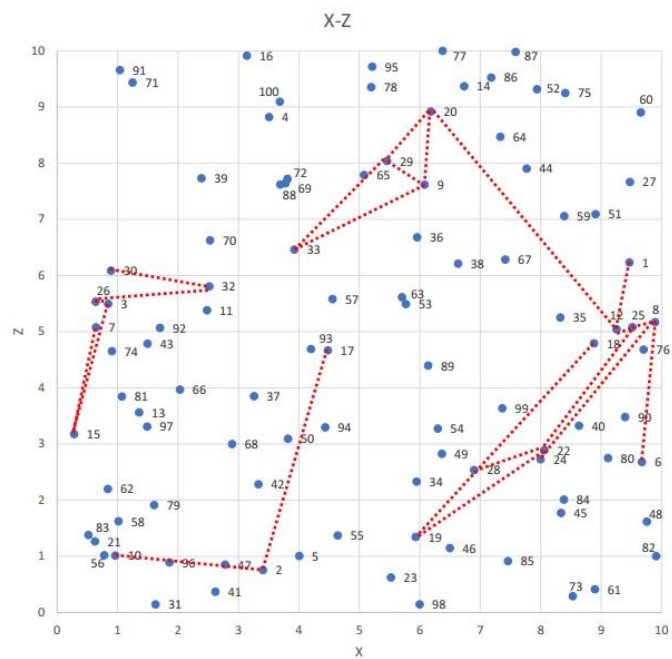


CHULALONGKORN UNIVERSITY

รูปที่ ก.1 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 1



รูปที่ ก.2 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 1

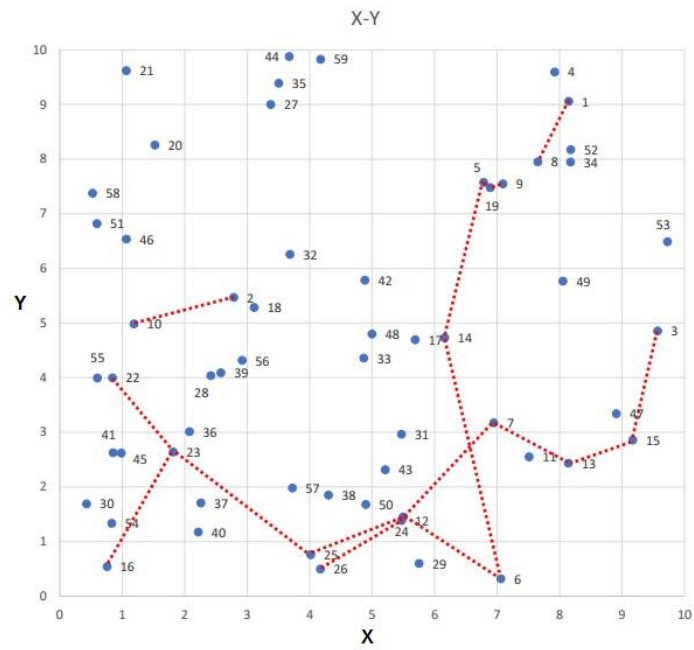


รูปที่ ก.3 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 1

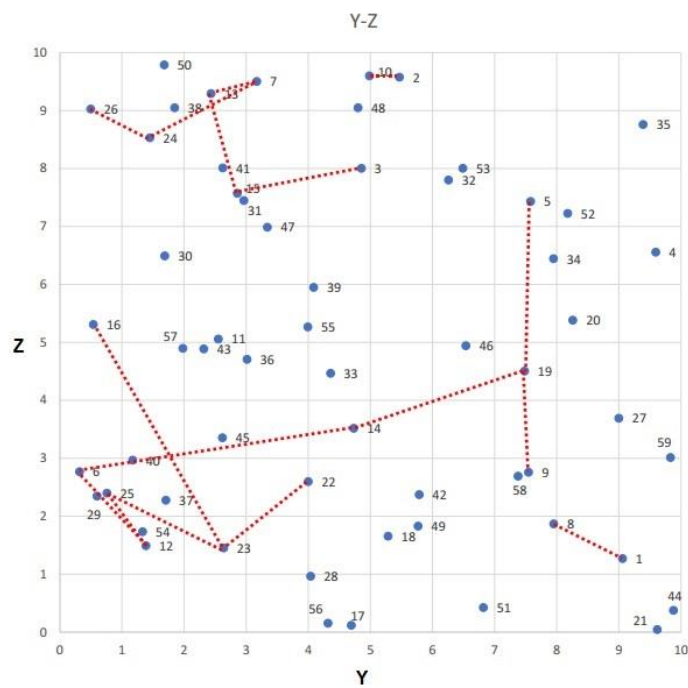
ครั้งที่ 2

ตาราง ก.2 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการด้วยแบบจำลองแกนอนครั้งที่ 2

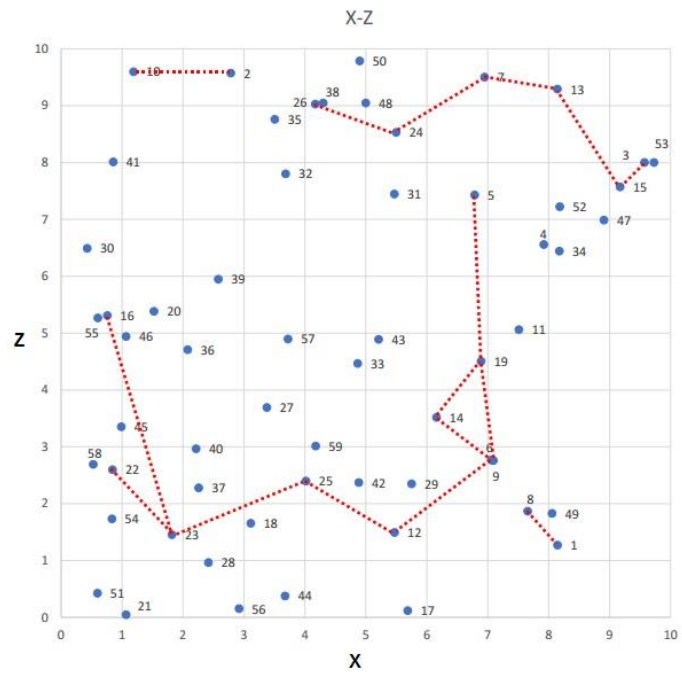
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	R
1	8.147237	9.057919	1.269868	83	27	9	2.5
2	2.784982	5.468815	9.575068	93	-69	98	2.5
3	9.571669	4.853756	8.002805	-72	-16	92	2.5
4	7.922073	9.594924	6.557407	-93	70	94	2.5
5	6.787352	7.577401	7.431325	-22	31	17	2.5
6	7.060461	0.318328	2.76923	-91	-81	83	2.5
7	6.948286	3.170995	9.50222	-94	-12	38	2.5
8	7.655168	7.951999	1.868726	-2	-11	65	2.5
9	7.093648	7.546867	2.760251	36	31	16	2.5
10	1.189977	4.983641	9.59744	-32	17	22	2.5
11	7.512671	2.550951	5.059571	40	79	96	2.5
12	5.472155	1.386244	1.49294	-49	68	25	2.5
13	8.142848	2.43525	9.292636	-30	-61	25	2.5
14	6.160447	4.732888	3.516595	66	17	55	2.5
15	9.171937	2.85839	7.572002	51	-24	57	2.5
16	0.758543	0.539501	5.307976	56	87	13	2.5
17	5.688237	4.693906	0.119021	-33	-68	80	2.5
18	3.11215	5.285331	1.656487	20	-48	66	2.5
19	6.892145	7.481516	4.505416	-84	-54	92	2.5
20	1.52378	8.25817	5.383424	100	-85	44	2.5
21	1.066528	9.618981	0.046342	55	64	87	2.5
22	0.844358	3.997826	2.598704	60	-14	91	2.5
23	1.81847	2.638029	1.45539	-73	74	58	2.5
24	5.498602	1.449548	8.530311	25	-30	51	2.5
25	4.01808	0.759667	2.399162	-76	-64	24	2.5
26	4.172671	0.496544	9.027161	89	-2	49	2.5



รูปที่ ก.4 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 2



รูปที่ ก.5 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 2



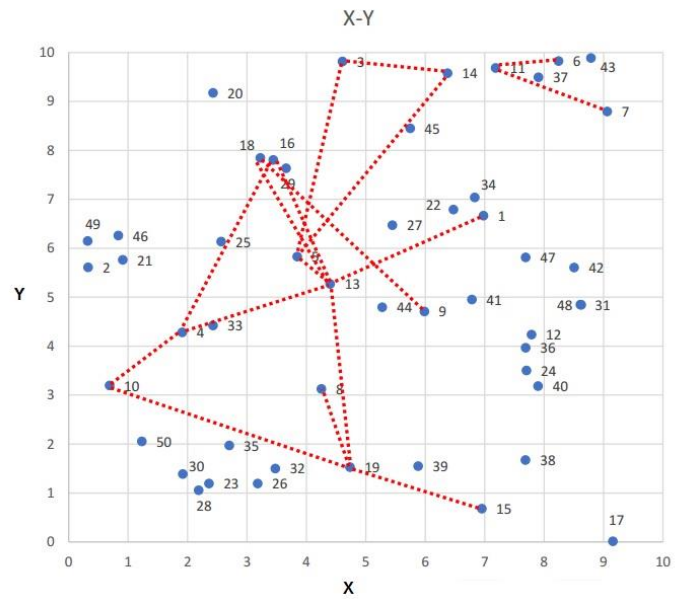
รูปที่ ก.6 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของแบบจำลองแกนนอนครั้งที่ 2



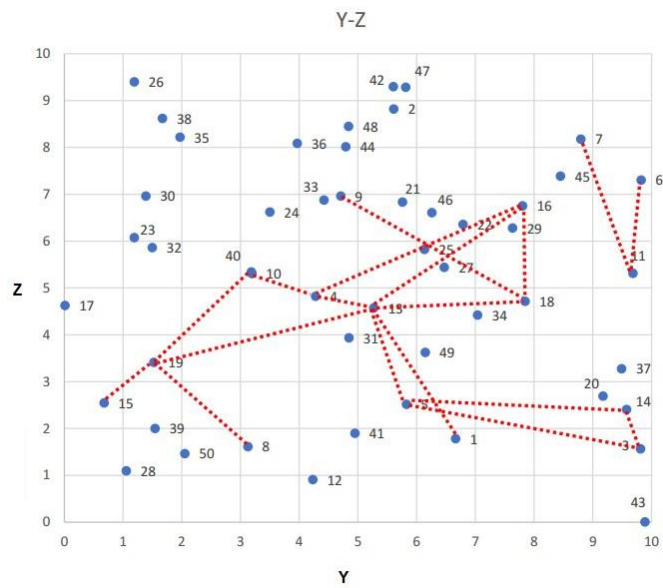
ครั้งที่ 3

ตาราง ก.3 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการด้วยแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 3

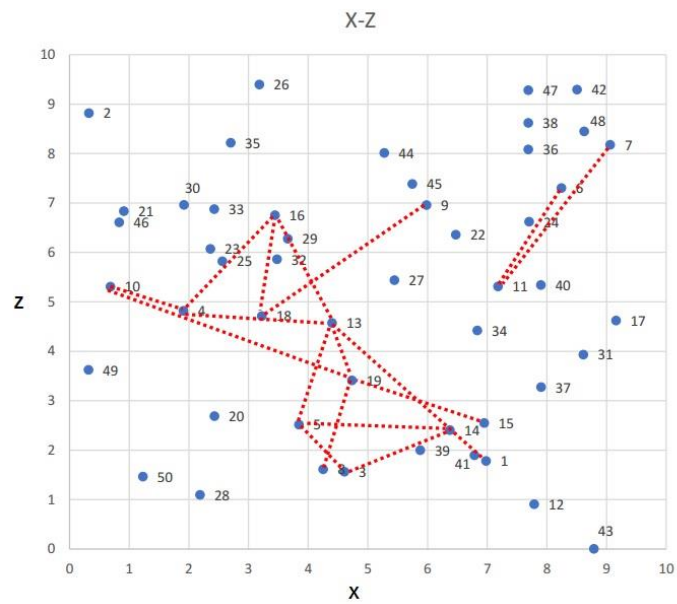
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	R
1	6.981055	6.665279	1.781325	-75	100	17	2.5
2	0.326008	5.611998	8.818665	34	-62	37	2.5
3	4.607259	9.81638	1.56405	71	29	38	2.5
4	1.909237	4.28253	4.820221	-76	18	22	2.5
5	3.846191	5.829864	2.518061	-42	24	26	2.5
6	8.243763	9.826634	7.302488	-31	17	10	2.5
7	9.063082	8.796537	8.177606	-48	19	2	2.5
8	4.252593	3.127189	1.614847	-65	-15	9	2.5
9	5.985237	4.709243	6.959493	40	28	3	2.5
10	0.688061	3.195997	5.308643	31	-19	82	2.5
11	7.183589	9.686493	5.313339	-35	-79	61	2.5
12	7.788022	4.234529	0.908233	-47	-70	28	2.5
13	4.400851	5.271427	4.574244	75	4	95	2.5
14	6.377091	9.576939	2.40707	35	-42	67	2.5
15	6.951405	0.679928	2.547902	-55	34	85	2.5
16	3.444624	7.805197	6.753321	-99	21	39	2.5
17	9.159912	0.011511	4.624492	-15	-8	77	2.5
18	3.224718	7.847393	4.713572	-93	-65	72	2.5
19	4.73486	1.527212	3.411246	22	-62	74	2.5



รูปที่ ก.7 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 3



รูปที่ ก.8 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 3



รูปที่ ก.9 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของแบบจำลองแกนอ่อนครั้งที่ 3

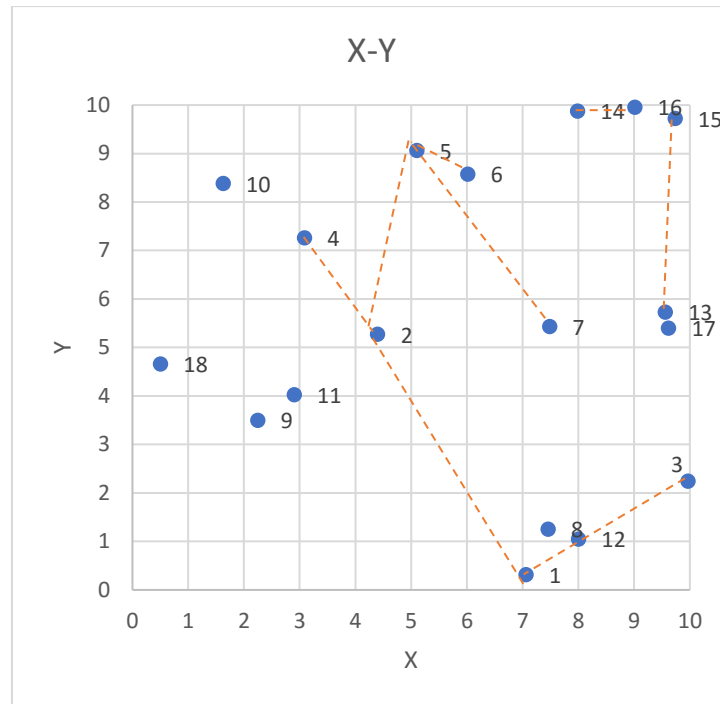


แบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อน (Hard core – Soft shell model)

ครั้งที่ 1

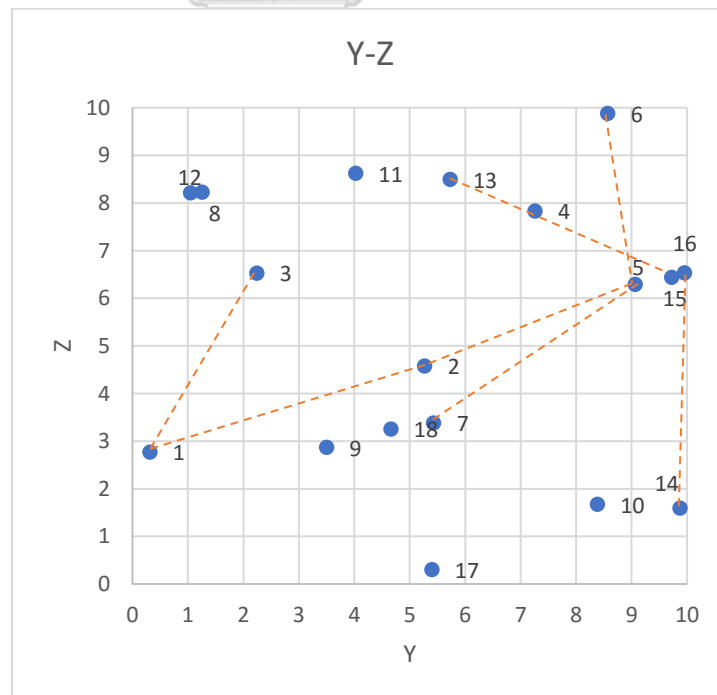
ตาราง ก.4 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการด้วยแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อนครั้งที่ 1

แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	7.060461	0.318328	2.76923	-91	-81	83	2.5	3
2	4.401	5.271	4.574	75	4	95	2.5	3
3	9.97	2.242	6.525	21	-23	14	2.5	3
4	3.089	7.261	7.829	39	-99	85	2.5	3
5	5.102	9.064	6.289	-80	-22	5	2.5	3
6	6.02	8.572	9.883	86	-18	0	2.5	3
7	7.48509	5.432994	3.381323	67	11	96	2.5	3
8	7.458749	1.255362	8.22394	-95	-17	73	2.5	3
9	2.250679	3.500139	2.870846	86	-90	59	2.5	3
10	1.628989	8.384058	1.675609	0	100	35	2.5	3
11	2.904625	4.025544	8.620573	23	99	20	2.5	3
12	8.005228	1.050688	8.214422	69	-29	43	2.5	3
13	9.563447	5.729714	8.497221	-45	25	59	2.5	3
14	7.984858	9.874876	1.590476	-53	41	37	2.5	3
15	9.737049	9.723056	6.43698	72	-20	63	2.5	3
16	9.013481	9.953818	6.531633	-79	-93	62	2.5	3
17	9.619938	5.40204	0.302702	39	4	5	2.5	3
18	0.506465	4.662018	3.256533	26	-54	58	2.5	3



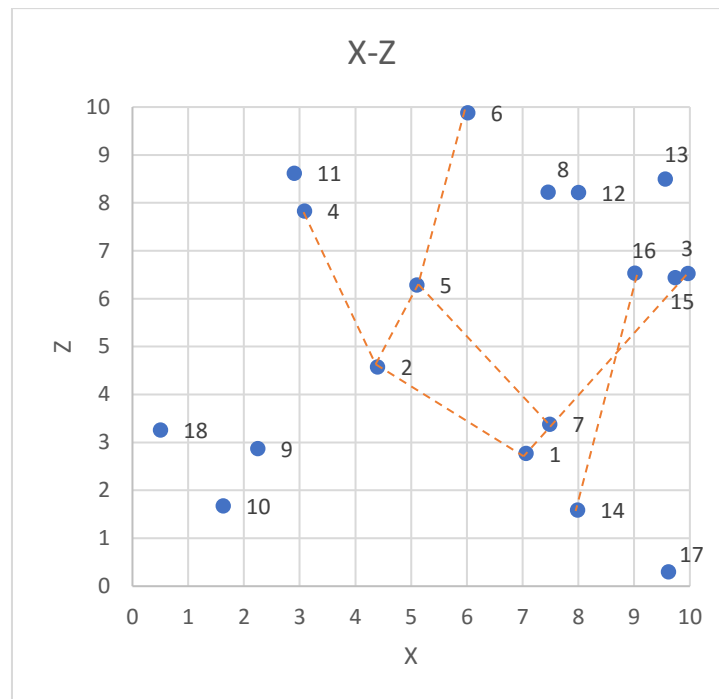
รูปที่ ก.10 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของแบบจำลองแกนแข็งเปลือก

อ่อนครั้งที่ 1



รูปที่ ก.11 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของแบบจำลองแกนแข็งเปลือก

อ่อนครั้งที่ 1



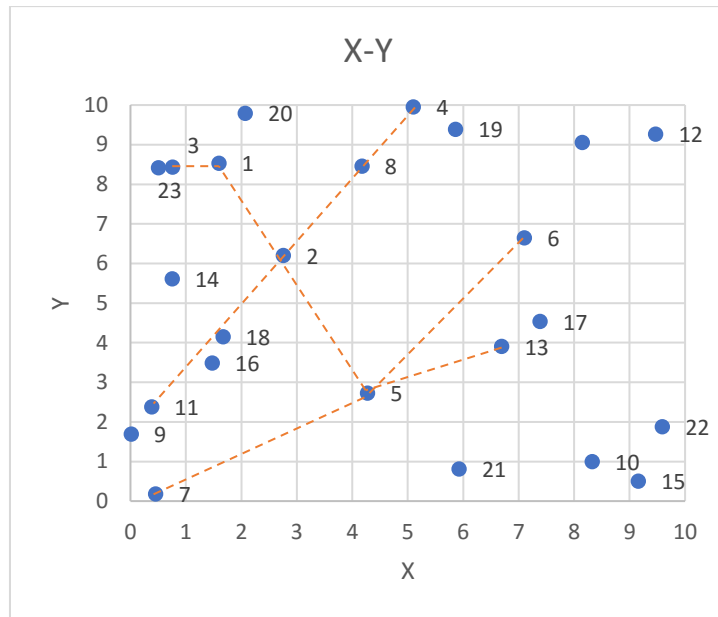
รูปที่ ก.12 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของแบบจำลองแกนแข็งเปลือก
อ่อนครั้งที่ 1



ครั้งที่ 2

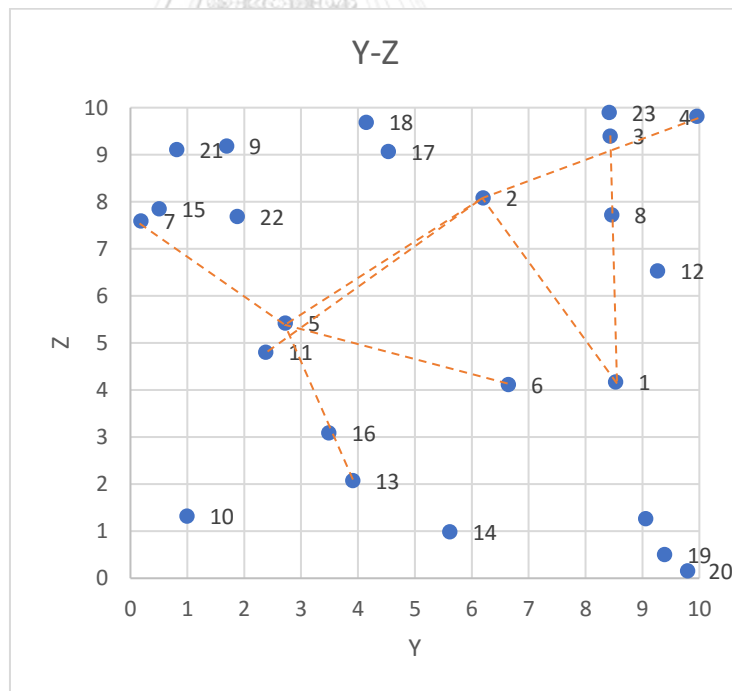
ตาราง ก.5 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการด้วยแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อนครั้งที่ 2

แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	1.598095	8.5297	4.172088	35	37	25	2.5	3
2	2.761	6.2	8.082	-63	-11	54	2.5	3
3	0.76	8.43	9.398	98	-70	12	2.5	3
4	5.104	9.955	9.815	-10	-83	77	2.5	3
5	4.274	2.723	5.422	52	-28	69	2.5	3
6	7.105	6.646	4.116	99	-29	46	2.5	3
7	0.458	0.182	7.593	-61	99	70	2.5	3
8	4.176125	8.459454	7.72363	-22	-18	100	2.5	3
9	0.014957	1.69014	9.186629	35	-54	48	2.5	3
10	8.326399	0.994951	1.320694	-50	66	30	2.5	3
11	0.383433	2.379807	4.806362	68	-68	40	2.5	3
12	9.471979	9.265556	6.532543	59	26	81	2.5	3
13	6.696846	3.90753	2.073797	-52	89	95	2.5	3
14	0.754078	5.614947	0.984682	6	21	78	2.5	3
15	9.158242	0.502788	7.853242	-25	-34	7	2.5	3
16	1.47701	3.489411	3.089447	31	-71	21	2.5	3
17	7.388739	4.534171	9.068675	-34	74	11	2.5	3
18	1.670891	4.145738	9.691321	-8	45	78	2.5	3
19	5.861848	9.390169	0.50307	67	32	94	2.5	3
20	2.0715	9.792098	0.156355	66	78	54	2.5	3
21	5.928063	0.813008	9.111202	-82	55	77	2.5	3
22	9.593711	1.87606	7.689814	-92	-50	1	2.5	3
23	0.506324	8.414145	9.896953	34	-92	25	2.5	3
24	8.147237	9.057919	1.269868	83	27	9	2.5	3



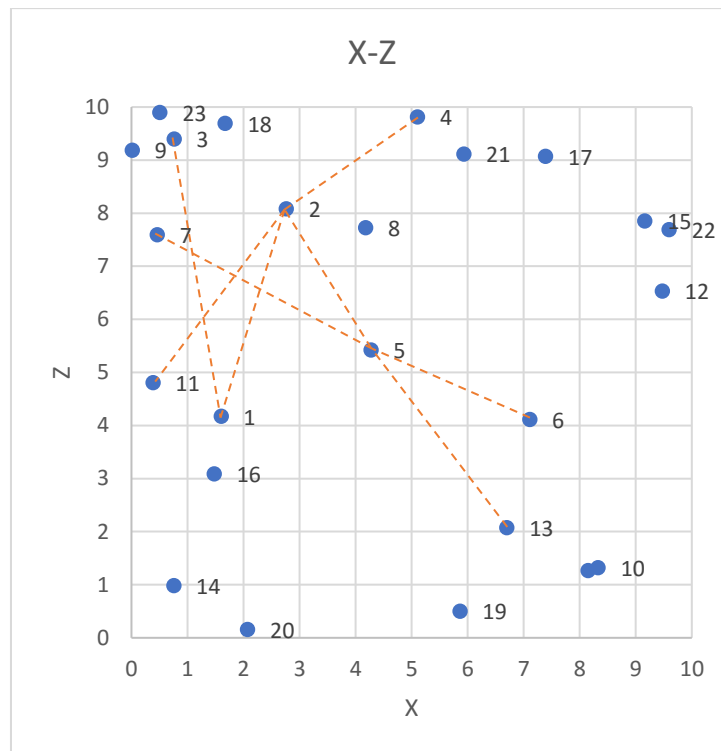
รูปที่ ก.13 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของแบบจำลองแกนแข็งเปลือก

อ่อนครั้งที่ 2



รูปที่ ก.14 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของแบบจำลองแกนแข็งเปลือก

อ่อนครั้งที่ 2

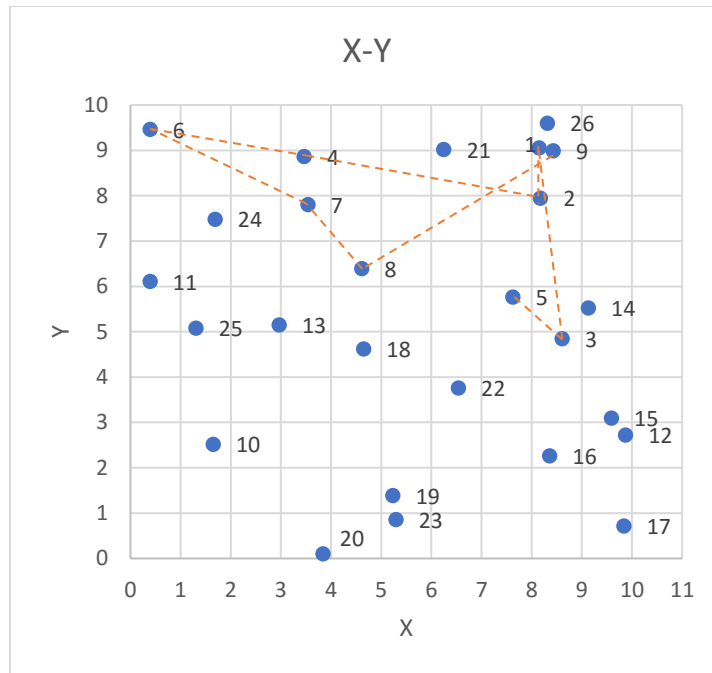


รูปที่ ก.15 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของแบบจำลองแกนแข็งเปลือก
อ่อนครั้งที่ 2

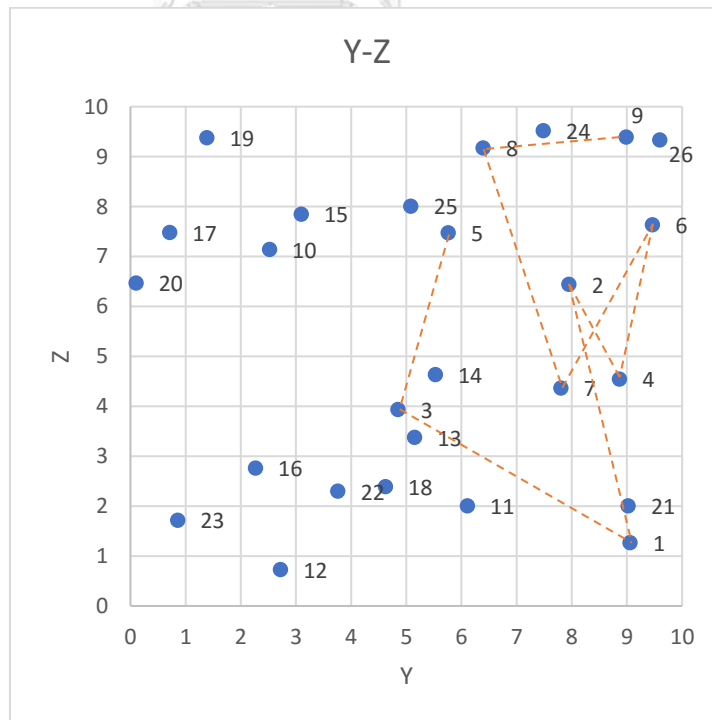
ครั้งที่ 3

ตาราง ก.6 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการด้วยแบบจำลองแกนแข็งเปลือกอ่อนครั้งที่ 3

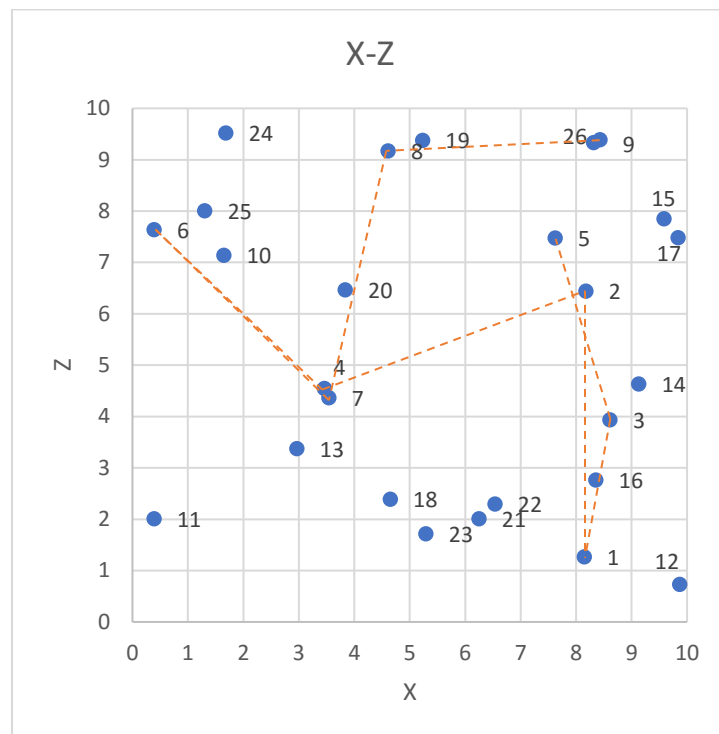
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	8.147237	9.057919	1.269868	83	27	9	2.5	3
2	8.176	7.948	6.443	-24	63	53	2.5	3
3	8.611	4.849	3.935	34	48	52	2.5	3
4	3.464	8.865	4.547	-17	-57	12	2.5	3
5	7.624	5.761	7.477	29	-76	50	2.5	3
6	0.392	9.463	7.637	12	-64	50	2.5	3
7	3.541	7.804	4.367	-13	-91	5	2.5	3
8	4.612	6.393	9.173	-68	43	58	2.5	3
9	8.429	8.988	9.39	63	-100	0	2.5	3
10	1.650337	2.519395	7.139413	35	36	15	2.5	3
11	0.392365	6.108625	2.006825	-22	-38	56	2.5	3
12	9.870192	2.719483	0.731053	-88	-48	26	2.5	3
13	2.966456	5.152168	3.37707	-43	-31	85	2.5	3
14	9.130153	5.525131	4.63409	31	-91	60	2.5	3
15	9.587881	3.095224	7.848984	-4	48	42	2.5	3
16	8.358367	2.265425	2.76471	-72	21	51	2.5	3
17	9.838489	0.71381	7.482964	92	95	65	2.5	3
18	4.651001	4.6213	2.392905	99	-67	90	2.5	3
19	5.232147	1.387009	9.380664	-3	96	66	2.5	3
20	3.838064	0.099936	6.467879	100	-86	26	2.5	3
21	6.248265	9.0208	2.007582	-83	-64	23	2.5	3
22	6.537169	3.759316	2.298915	39	-22	19	2.5	3
23	5.293955	0.854599	1.719107	8	92	2	2.5	3
24	1.686553	7.483441	9.519755	-77	-69	35	2.5	3
25	1.305614	5.081895	8.007356	9	17	0	2.5	3
26	8.313813	9.596358	9.334318	-43	10	94	2.5	3



รูปที่ ก.16 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของแบบจำลองแกนแข็งเปลือก
อ่อนครั้งที่ 3



รูปที่ ก.17 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของแบบจำลองแกนแข็งเปลือก
อ่อนครั้งที่ 3



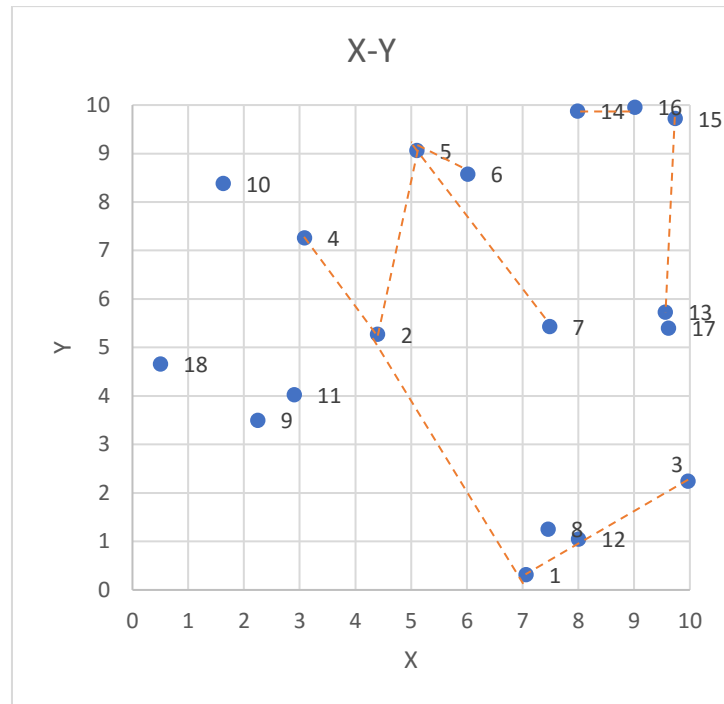
รูปที่ ก.18 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของแบบจำลองแกนแข็งเปลือก
อ่อนครั้งที่ 3

ก.4 ผลของจำนวนครั้งของการเฉลี่ยค่าที่ได้จากการดำเนินการ

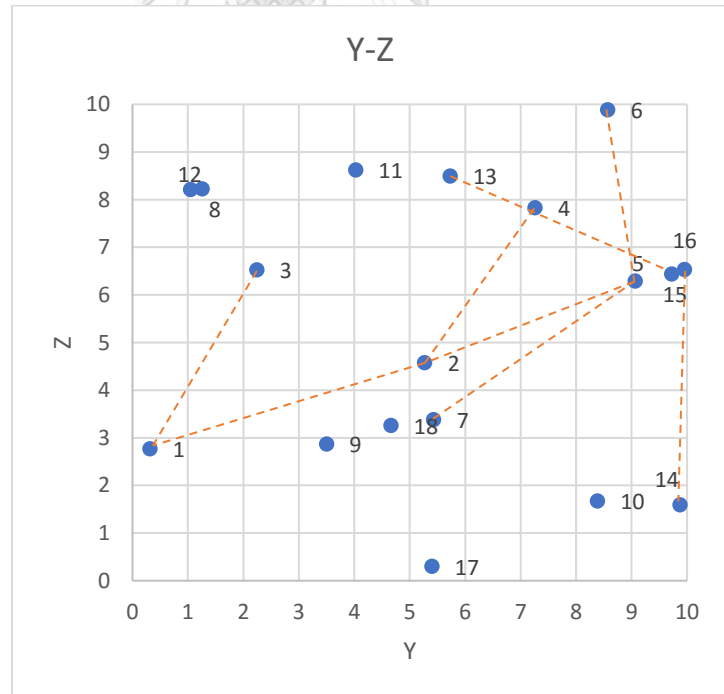
การเฉลี่ย 3 ครั้ง

ตาราง ก.7 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 3 ครั้ง ครั้งที่ 1

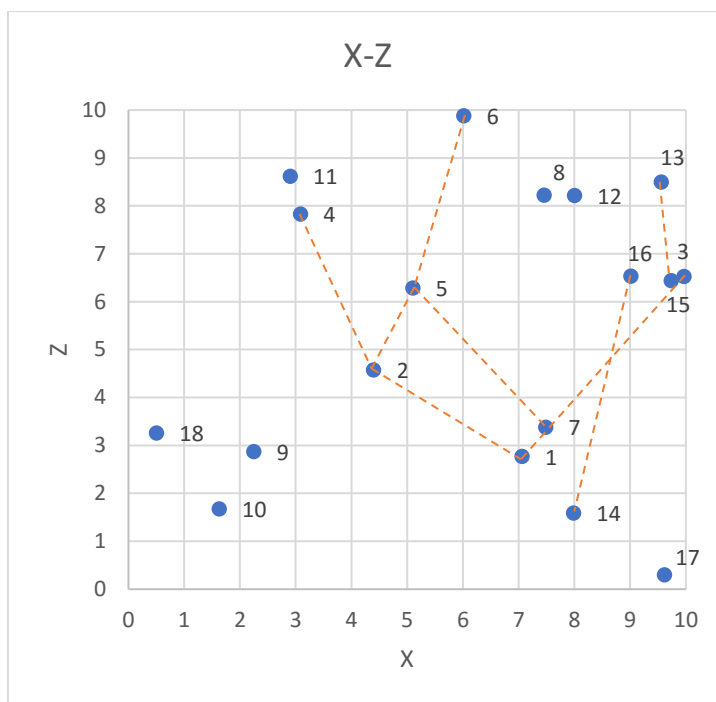
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	7.060461	0.318328	2.76923	-91	-81	83	2.5	3
2	4.401	5.271	4.574	75	4	95	2.5	3
3	9.97	2.242	6.525	21	-23	14	2.5	3
4	3.089	7.261	7.829	39	-99	85	2.5	3
5	5.102	9.064	6.289	-80	-22	5	2.5	3
6	6.02	8.572	9.883	86	-18	0	2.5	3
7	7.48509	5.432994	3.381323	67	11	96	2.5	3
8	7.458749	1.255362	8.22394	-95	-17	73	2.5	3
9	2.250679	3.500139	2.870846	86	-90	59	2.5	3
10	1.628989	8.384058	1.675609	0	100	35	2.5	3
11	2.904625	4.025544	8.620573	23	99	20	2.5	3
12	8.005228	1.050688	8.214422	69	-29	43	2.5	3
13	9.563447	5.729714	8.497221	-45	25	59	2.5	3
14	7.984858	9.874876	1.590476	-53	41	37	2.5	3
15	9.737049	9.723056	6.43698	72	-20	63	2.5	3
16	9.013481	9.953818	6.531633	-79	-93	62	2.5	3
17	9.619938	5.40204	0.302702	39	4	5	2.5	3
18	0.506465	4.662018	3.256533	26	-54	58	2.5	3



รูปที่ ก.19 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของการเฉลี่ย 3 ครั้ง ครั้งที่ 1



รูปที่ ก.20 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของการเฉลี่ย 3 ครั้ง ครั้งที่ 1



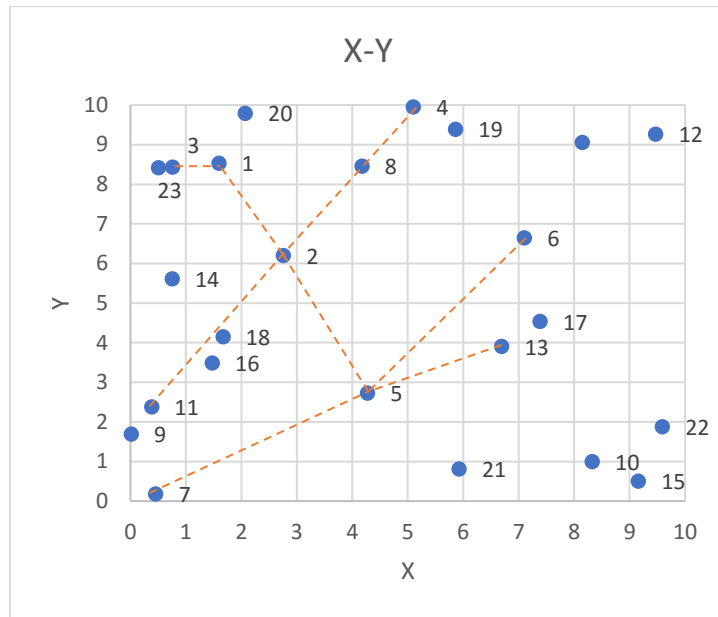
รูปที่ ก.21 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของการเฉลี่ย 3 ครั้ง ครั้งที่ 1



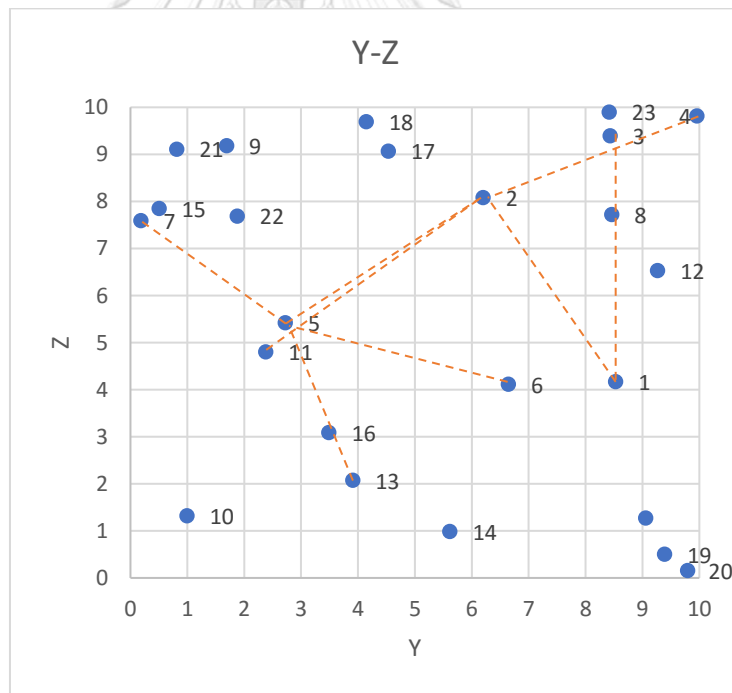
ครั้งที่ 2

ตาราง ก.8 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 3 ครั้ง ครั้งที่ 2

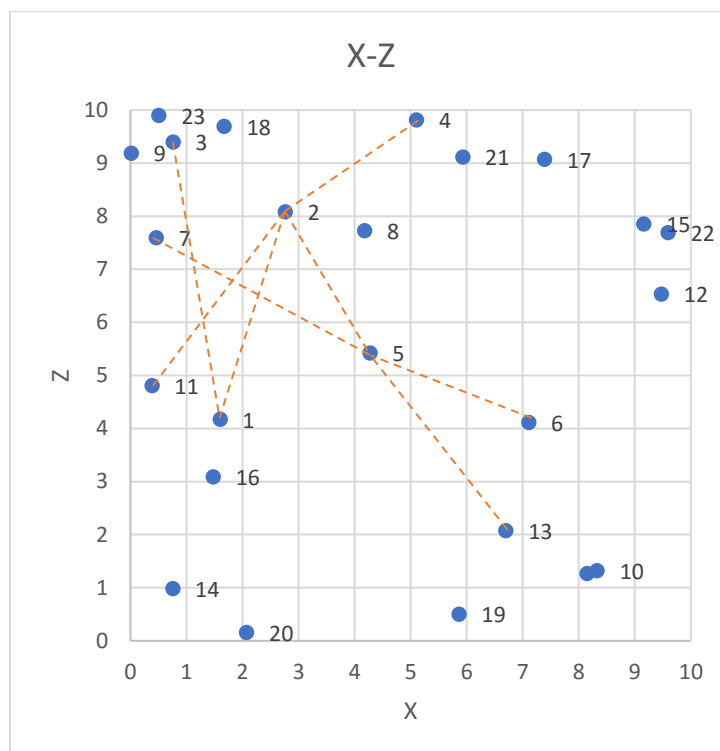
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	1.598095	8.5297	4.172088	35	37	25	2.5	3
2	2.761	6.2	8.082	-63	-11	54	2.5	3
3	0.76	8.43	9.398	98	-70	12	2.5	3
4	5.104	9.955	9.815	-10	-83	77	2.5	3
5	4.274	2.723	5.422	52	-28	69	2.5	3
6	7.105	6.646	4.116	99	-29	46	2.5	3
7	0.458	0.182	7.593	-61	99	70	2.5	3
8	4.176125	8.459454	7.72363	-22	-18	100	2.5	3
9	0.014957	1.69014	9.186629	35	-54	48	2.5	3
10	8.326399	0.994951	1.320694	-50	66	30	2.5	3
11	0.383433	2.379807	4.806362	68	-68	40	2.5	3
12	9.471979	9.265556	6.532543	59	26	81	2.5	3
13	6.696846	3.90753	2.073797	-52	89	95	2.5	3
14	0.754078	5.614947	0.984682	6	21	78	2.5	3
15	9.158242	0.502788	7.853242	-25	-34	7	2.5	3
16	1.47701	3.489411	3.089447	31	-71	21	2.5	3
17	7.388739	4.534171	9.068675	-34	74	11	2.5	3
18	1.670891	4.145738	9.691321	-8	45	78	2.5	3
19	5.861848	9.390169	0.50307	67	32	94	2.5	3
20	2.0715	9.792098	0.156355	66	78	54	2.5	3
21	5.928063	0.813008	9.111202	-82	55	77	2.5	3
22	9.593711	1.87606	7.689814	-92	-50	1	2.5	3
23	0.506324	8.414145	9.896953	34	-92	25	2.5	3
24	8.147237	9.057919	1.269868	83	27	9	2.5	3



รูปที่ ก.22 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของการเฉลี่ย 3 ครั้ง ครั้งที่ 2



รูปที่ ก.23 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของการเฉลี่ย 3 ครั้ง ครั้งที่ 2

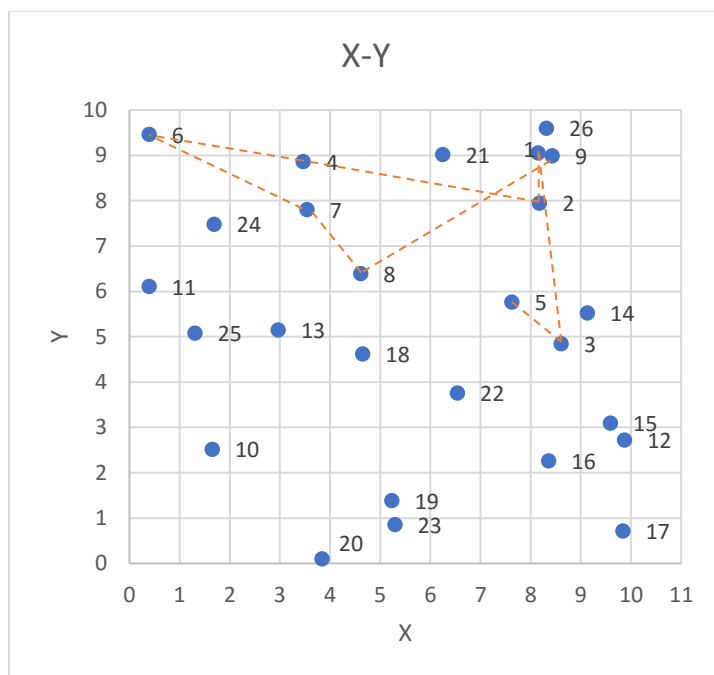


รูปที่ ก.24 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของการเฉลี่ย 3 ครั้ง ครั้งที่ 2

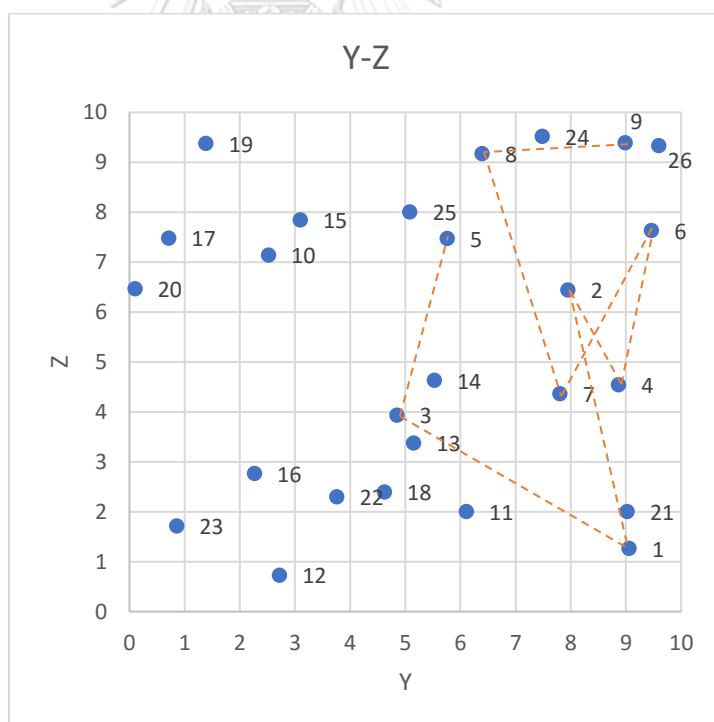
ครั้งที่ 3

ตาราง ก.9 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 3 ครั้ง ครั้งที่ 3

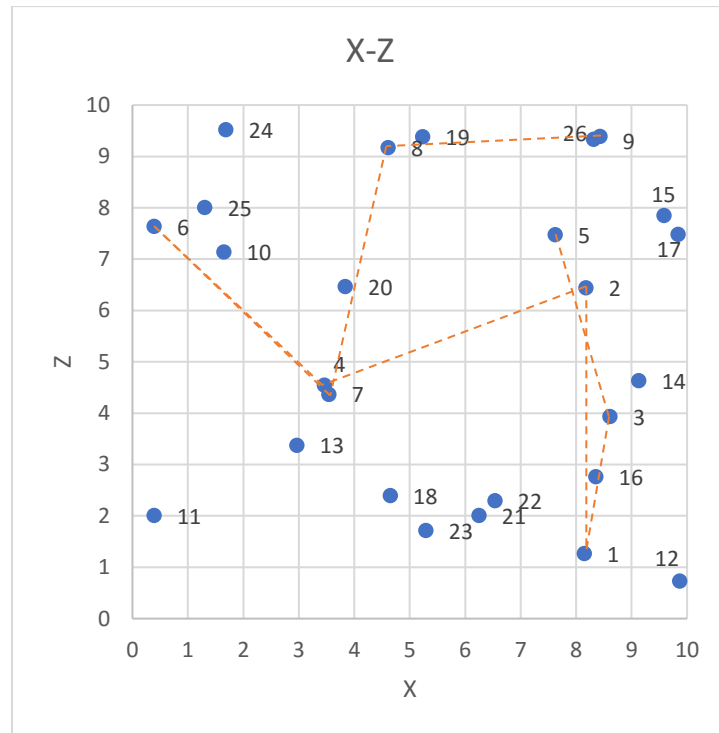
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	8.147237	9.057919	1.269868	83	27	9	2.5	3
2	8.176	7.948	6.443	-24	63	53	2.5	3
3	8.611	4.849	3.935	34	48	52	2.5	3
4	3.464	8.865	4.547	-17	-57	12	2.5	3
5	7.624	5.761	7.477	29	-76	50	2.5	3
6	0.392	9.463	7.637	12	-64	50	2.5	3
7	3.541	7.804	4.367	-13	-91	5	2.5	3
8	4.612	6.393	9.173	-68	43	58	2.5	3
9	8.429	8.988	9.39	63	-100	0	2.5	3
10	1.650337	2.519395	7.139413	35	36	15	2.5	3
11	0.392365	6.108625	2.006825	-22	-38	56	2.5	3
12	9.870192	2.719483	0.731053	-88	-48	26	2.5	3
13	2.966456	5.152168	3.37707	-43	-31	85	2.5	3
14	9.130153	5.525131	4.63409	31	-91	60	2.5	3
15	9.587881	3.095224	7.848984	-4	48	42	2.5	3
16	8.358367	2.265425	2.76471	-72	21	51	2.5	3
17	9.838489	0.71381	7.482964	92	95	65	2.5	3
18	4.651001	4.6213	2.392905	99	-67	90	2.5	3
19	5.232147	1.387009	9.380664	-3	96	66	2.5	3
20	3.838064	0.099936	6.467879	100	-86	26	2.5	3
21	6.248265	9.0208	2.007582	-83	-64	23	2.5	3
22	6.537169	3.759316	2.298915	39	-22	19	2.5	3
23	5.293955	0.854599	1.719107	8	92	2	2.5	3
24	1.686553	7.483441	9.519755	-77	-69	35	2.5	3
25	1.305614	5.081895	8.007356	9	17	0	2.5	3
26	8.313813	9.596358	9.334318	-43	10	94	2.5	3



รูปที่ ก.25 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของการเฉลี่ย 3 ครั้ง ครั้งที่ 3



รูปที่ ก.26 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของการเฉลี่ย 3 ครั้ง ครั้งที่ 3

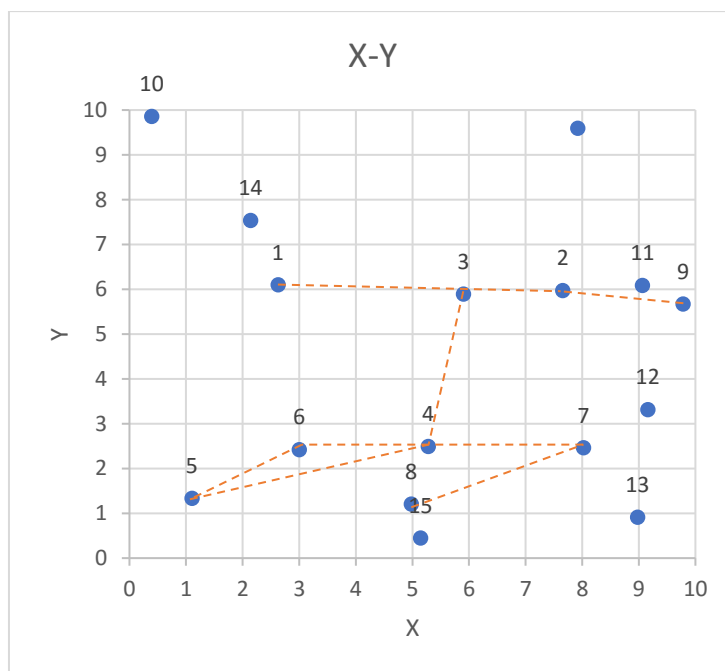


รูปที่ ก.27 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของการเฉลี่ย 3 ครั้ง ครั้งที่ 3

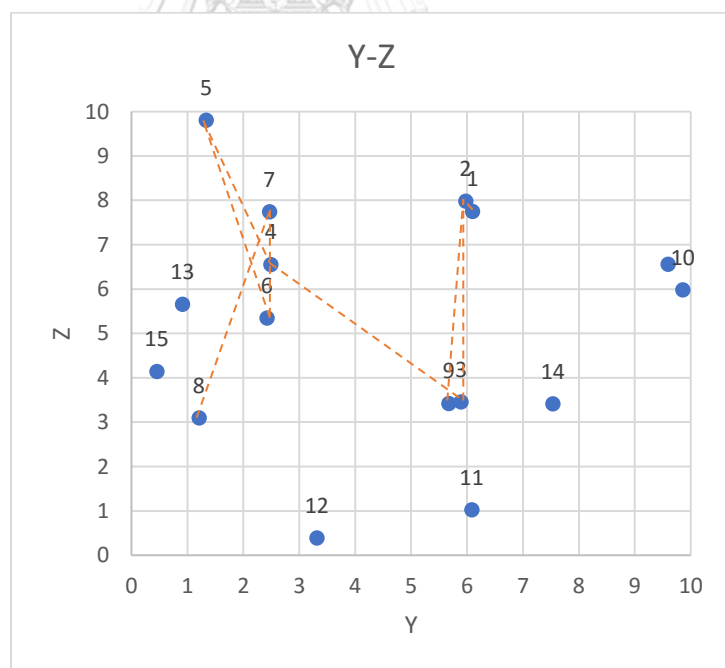
การเฉลี่ย 6 ครั้ง

ตาราง ก.10 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 1

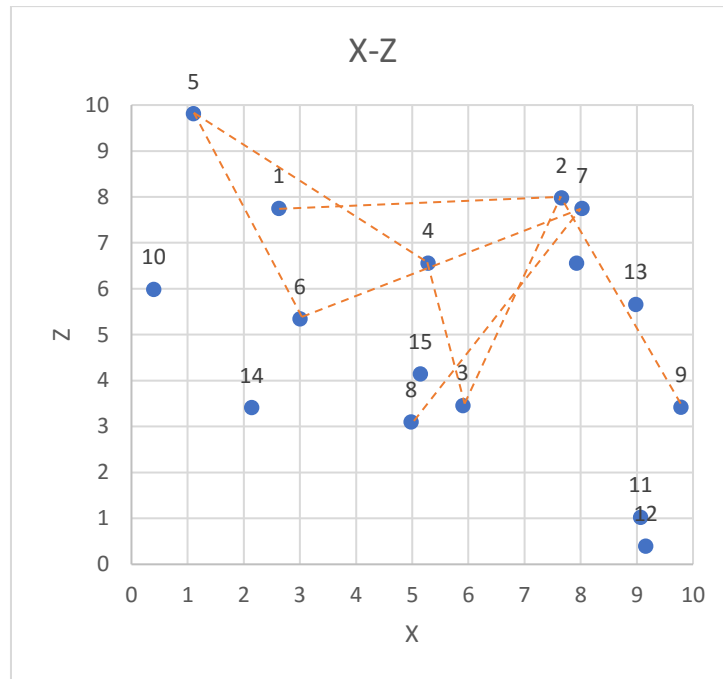
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	2.625623	6.097973	7.751097	-28	11	67	2.5	3
2	7.657	5.974	7.98	0	-100	32	2.5	3
3	5.9	5.892	3.456	-79	19	34	2.5	3
4	5.28	2.492	6.556	11	79	36	2.5	3
5	1.103	1.336	9.81	68	57	91	2.5	3
6	2.998	2.423	5.347	-55	89	26	2.5	3
7	8.024	2.465	7.746	-36	-70	35	2.5	3
8	4.979	1.207	3.099	16	-59	8	2.5	3
9	9.784	5.673	3.421	-68	-28	0	2.5	3
10	0.394449	9.857519	5.984213	-18	-69	70	2.5	3
11	9.063782	6.082295	1.02558	34	54	19	2.5	3
12	9.156677	3.316177	0.392243	8	53	97	2.5	3
13	8.977147	0.913288	5.655145	-44	8	13	2.5	3
14	2.138391	7.533415	3.410813	-94	62	79	2.5	3
15	5.142708	0.451192	4.143242	6	-7	39	2.5	3
16	7.922073	9.594924	6.557407	-93	70	94	2.5	3



รูปที่ ก.28 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 1



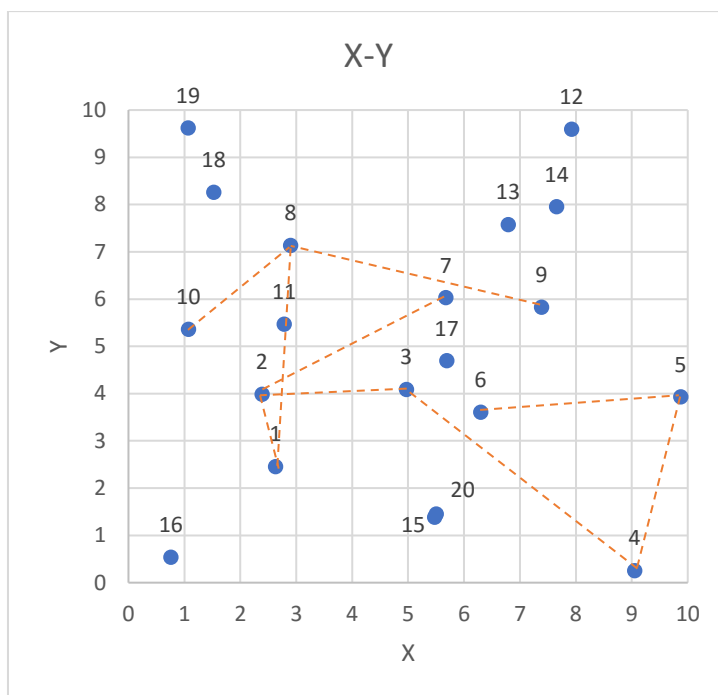
รูปที่ ก.29 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 1



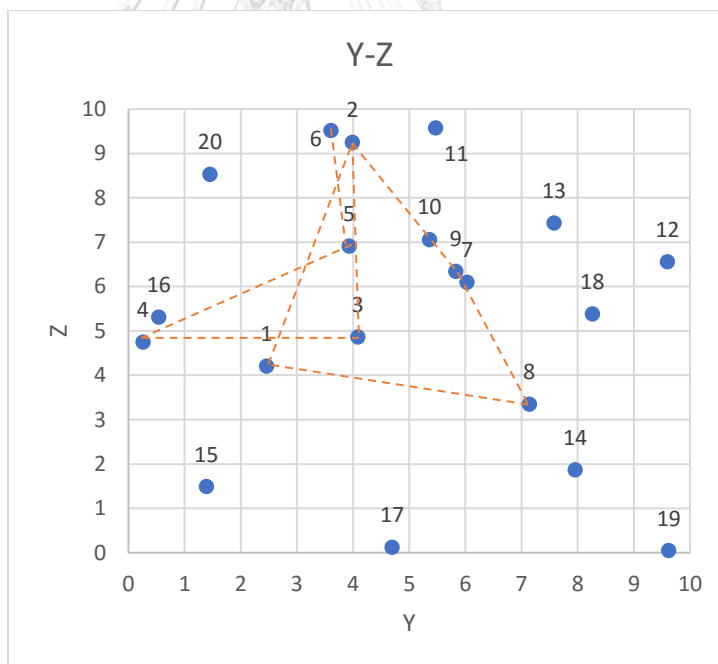
รูปที่ ก.30 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 1

ตาราง ก.11 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 2

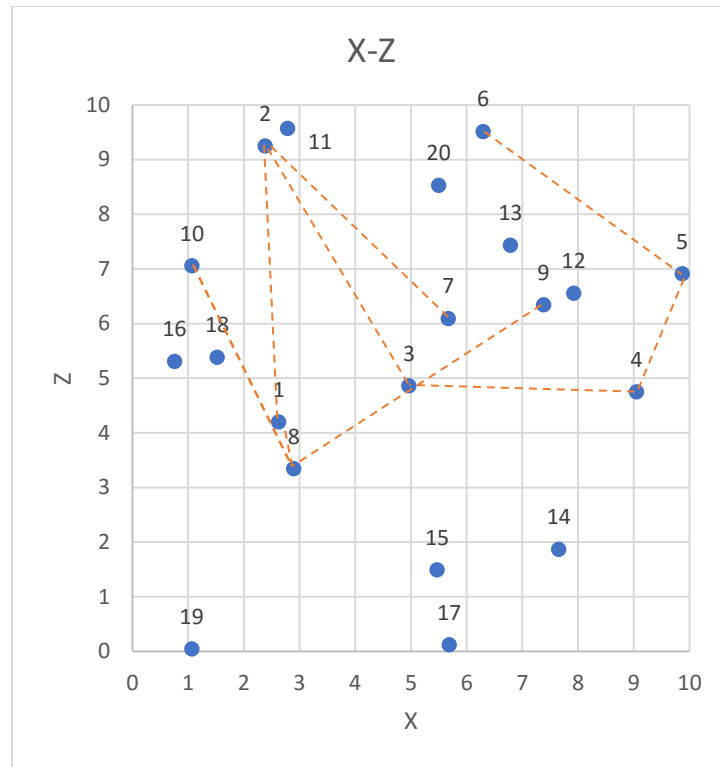
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	2.628533	2.456062	4.202813	100	5	29	2.5	3
2	2.387	3.988	9.249	-43	62	4	2.5	3
3	4.967	4.084	4.86	86	58	20	2.5	3
4	9.05	0.255	4.748	-25	-28	16	2.5	3
5	9.871	3.928	6.911	48	-92	60	2.5	3
6	6.296	3.604	9.513	37	-63	49	2.5	3
7	5.672	6.029	6.094	14	49	54	2.5	3
8	2.897	7.137	3.345	-30	38	47	2.5	3
9	7.383	5.827	6.344	-74	-99	46	2.5	3
10	1.071	5.36	7.059	56	-3	34	2.5	3
11	2.784982	5.468815	9.575068	93	-69	98	2.5	3
12	7.922073	9.594924	6.557407	-93	70	94	2.5	3
13	6.787352	7.577401	7.431325	-22	31	17	2.5	3
14	7.655168	7.951999	1.868726	-2	-11	65	2.5	3
15	5.472155	1.386244	1.49294	-49	68	25	2.5	3
16	0.758543	0.539501	5.307976	56	87	13	2.5	3
17	5.688237	4.693906	0.119021	-33	-68	80	2.5	3
18	1.52378	8.25817	5.383424	100	-85	44	2.5	3
19	1.066528	9.618981	0.046342	55	64	87	2.5	3
20	5.498602	1.449548	8.530311	25	-30	51	2.5	3



รูปที่ ก.31 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 2



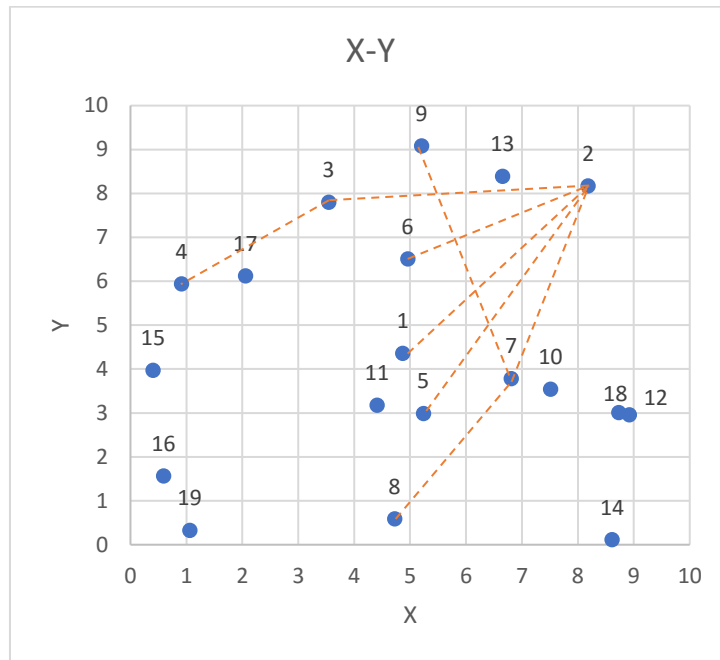
รูปที่ ก.32 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 2



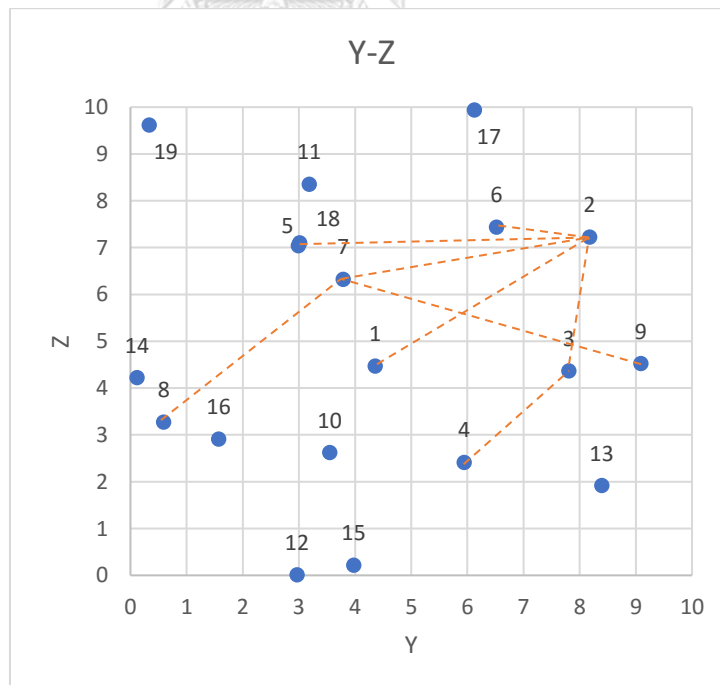
รูปที่ ก.33 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ x-z ของการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 2

ตาราง ก.12 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 3

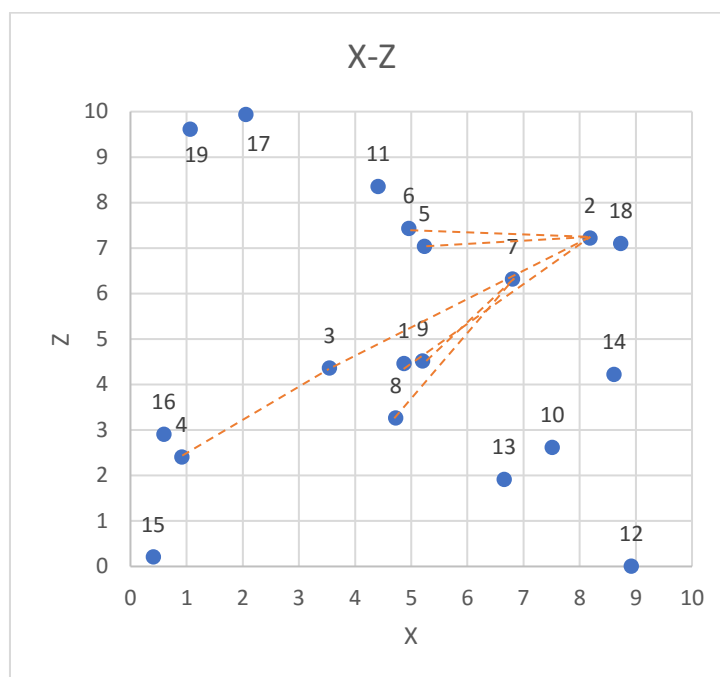
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	4.867916	4.358586	4.467837	-39	2	51	2.5	3
2	8.181	8.175	7.224	-70	32	52	2.5	3
3	3.541	7.804	4.367	-13	-91	5	2.5	3
4	0.911002	5.94037	2.410841	69	72	97	2.5	3
5	5.236	2.988	7.04	-24	14	89	2.5	3
6	4.956	6.514	7.437	-40	-82	83	2.5	3
7	6.804	3.788	6.32	-52	14	99	2.5	3
8	4.722	0.59	3.271	-15	28	0	2.5	3
9	5.202	9.085	4.521	55	69	71	2.5	3
10	7.509478	3.545795	2.622485	19	58	70	2.5	3
11	4.408729	3.179863	8.353378	62	47	17	2.5	3
12	8.916275	2.963863	0.006738	63	68	98	2.5	3
13	6.651078	8.389298	1.916525	-2	97	38	2.5	3
14	8.610861	0.115738	4.222848	-27	-100	54	2.5	3
15	0.402955	3.971874	0.214186	36	-16	70	2.5	3
16	0.591582	1.569537	2.909344	32	-46	87	2.5	3
17	2.05512	6.123341	9.937966	60	42	36	2.5	3
18	8.72879	3.008591	7.101996	36	38	40	2.5	3
19	1.059272	0.332441	9.61317	-72	-29	2	2.5	3



รูปที่ ก.34 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 3



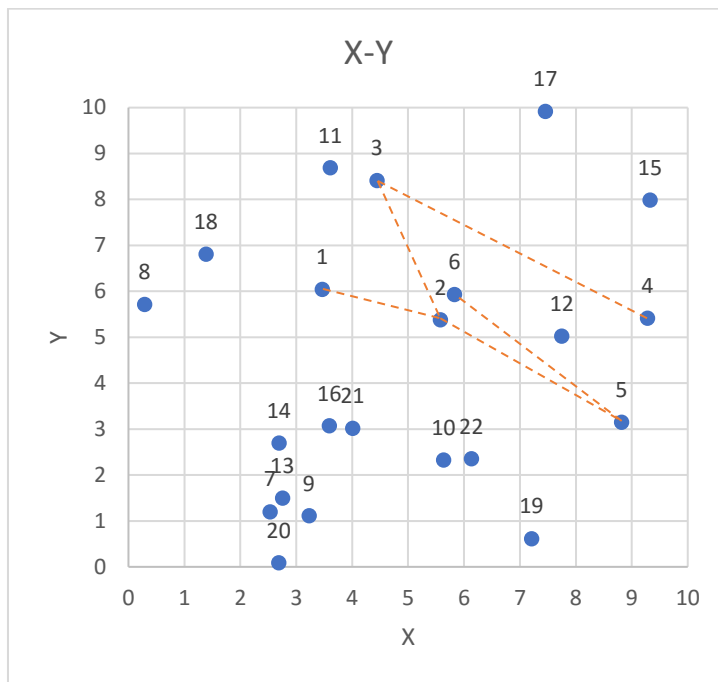
รูปที่ ก.35 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 3



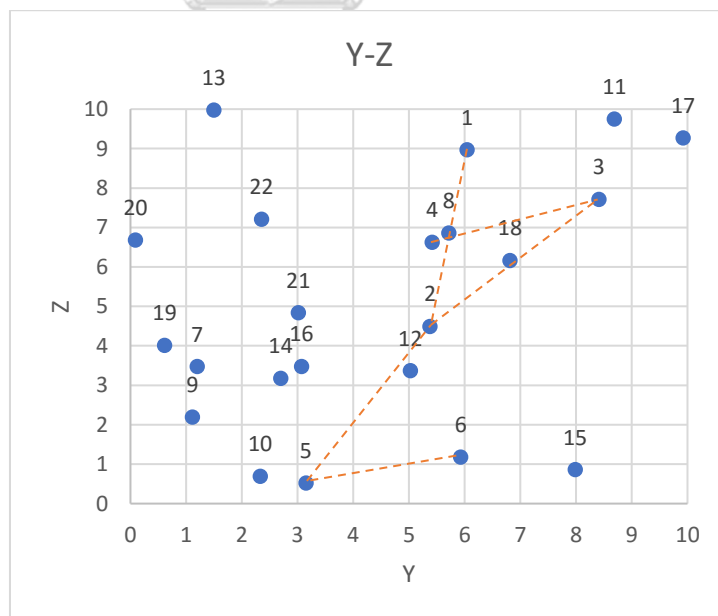
รูปที่ ก.36 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ x-z ของการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 3

ตาราง ก.13 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 4

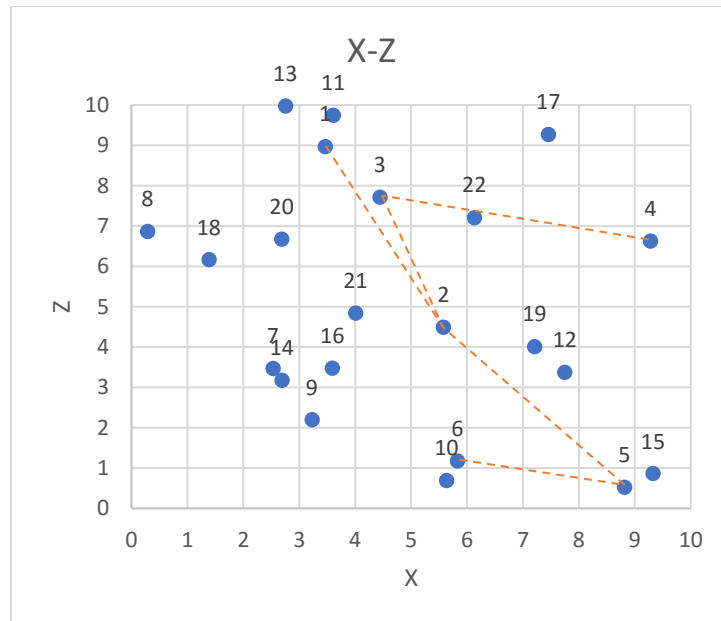
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	3.464326	6.046439	8.967813	70	-92	71	2.5	3
2	5.578	5.381	4.491	90	23	83	2.5	3
3	4.442	8.411	7.714	1	-64	72	2.5	3
4	9.278	5.42	6.625	53	71	41	2.5	3
5	8.814	3.153	0.525	-19	-75	29	2.5	3
6	5.827	5.932	1.176	64	80	37	2.5	3
7	2.529828	1.202501	3.472852	-77	71	54	2.5	3
8	0.286176	5.719413	6.864007	21	9	23	2.5	3
9	3.226299	1.115121	2.196267	-100	93	50	2.5	3
10	5.633501	2.330061	0.693163	-61	-50	0	2.5	3
11	3.606567	8.690012	9.746899	33	-42	6	2.5	3
12	7.747116	5.025534	3.370237	-96	-49	3	2.5	3
13	2.753179	1.498047	9.976458	19	11	26	2.5	3
14	2.688714	2.698186	3.174473	-26	-31	27	2.5	3
15	9.324845	7.986457	0.86228	54	58	74	2.5	3
16	3.591844	3.071873	3.476718	-44	-73	57	2.5	3
17	7.454853	9.922379	9.273859	100	1	21	2.5	3
18	1.384742	6.813844	6.16634	56	13	68	2.5	3
19	7.20527	0.615756	4.010083	-90	-81	29	2.5	3
20	2.685042	0.09198	6.678137	29	-6	59	2.5	3
21	4.007161	3.017756	4.839171	-29	-42	2	2.5	3
22	6.128611	2.355444	7.210902	80	71	54	2.5	3



รูปที่ ก.37 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 4



รูปที่ ก.38 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 4

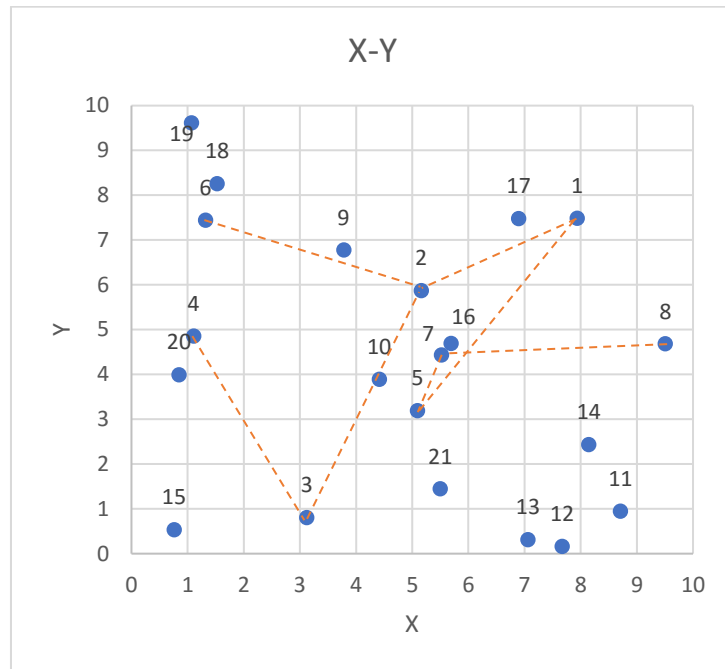


รูปที่ ก.39 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 4

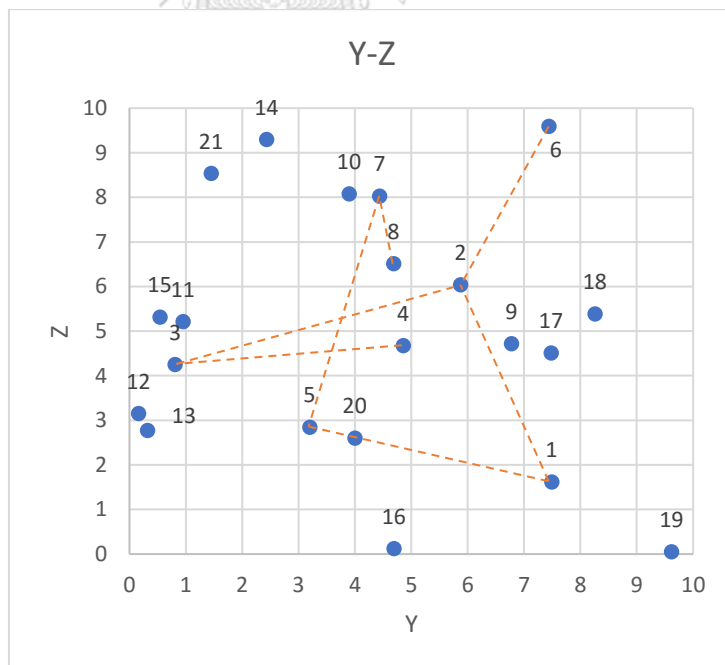


ตาราง ก.14 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 5

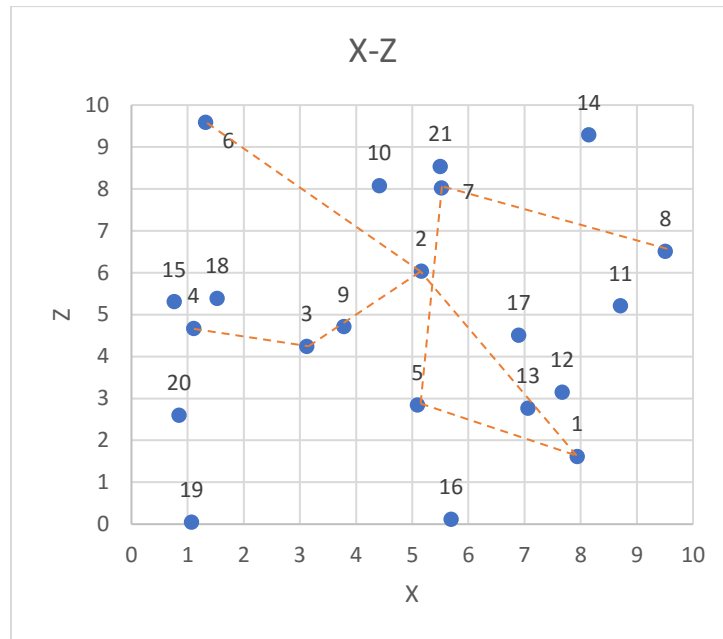
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	7.934042	7.489813	1.614845	-24	89	66	2.5	3
2	5.157	5.874	6.035	89	-48	53	2.5	3
3	3.12	0.811	4.245	-91	8	89	2.5	3
4	1.106	4.856	4.669	88	44	71	2.5	3
5	5.09	3.198	2.841	79	-35	0	2.5	3
6	1.315	7.442	9.587	51	80	93	2.5	3
7	5.517	4.439	8.021	37	-91	13	2.5	3
8	9.506	4.687	6.51	97	-63	90	2.5	3
9	3.777844	6.778158	4.711308	-2	62	33	2.5	3
10	4.41056	3.89709	8.076292	68	-73	72	2.5	3
11	8.706614	0.949583	5.210372	-51	-74	25	2.5	3
12	7.667039	0.163047	3.149413	43	73	8	2.5	3
13	7.060461	0.318328	2.76923	-91	-81	83	2.5	3
14	8.142848	2.43525	9.292636	-30	-61	25	2.5	3
15	0.758543	0.539501	5.307976	56	87	13	2.5	3
16	5.688237	4.693906	0.119021	-33	-68	80	2.5	3
17	6.892145	7.481516	4.505416	-84	-54	92	2.5	3
18	1.52378	8.25817	5.383424	100	-85	44	2.5	3
19	1.066528	9.618981	0.046342	55	64	87	2.5	3
20	0.844358	3.997826	2.598704	60	-14	91	2.5	3
21	5.498602	1.449548	8.530311	25	-30	51	2.5	3



รูปที่ ก.40 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 5



รูปที่ ก.41 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 5

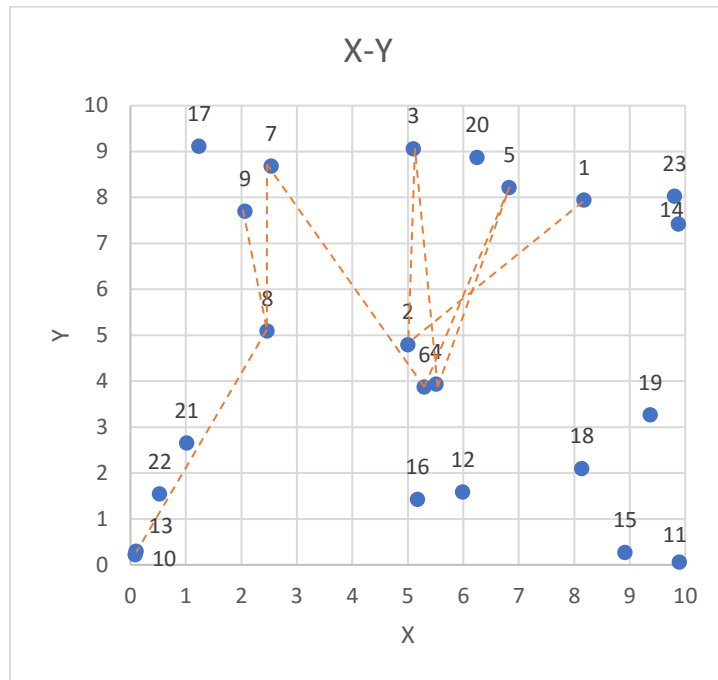


รูปที่ ก.42 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 5

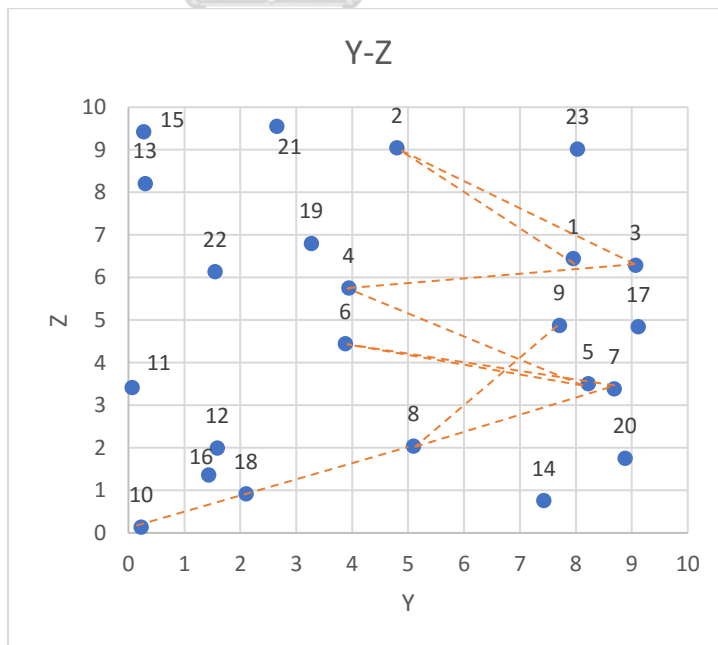


ตาราง ก.15 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 6

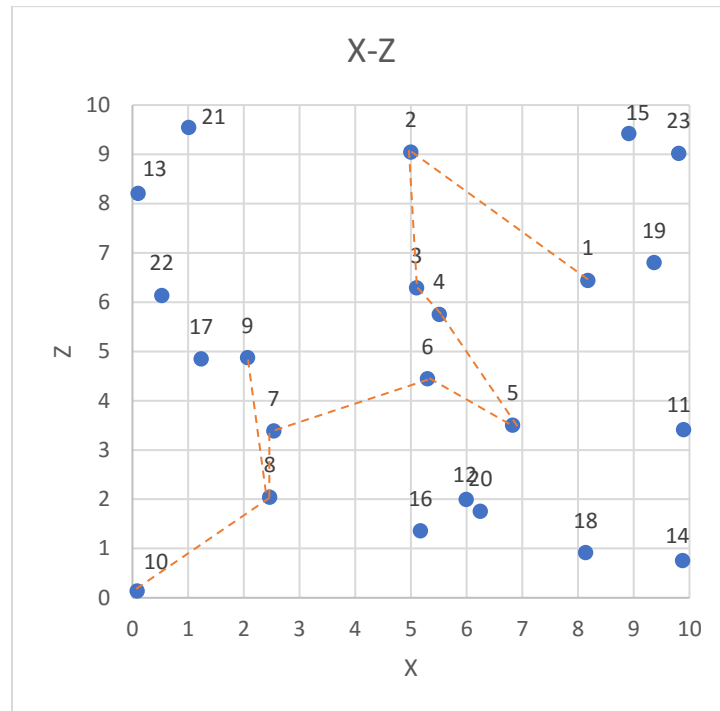
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	8.176277	7.948314	6.443181	-24	63	53	2.5	3
2	5	4.799	9.047	22	24	86	2.5	3
3	5.102	9.064	6.289	-80	-22	5	2.5	3
4	5.511	3.937	5.751	50	35	93	2.5	3
5	6.828	8.22	3.505	91	8	48	2.5	3
6	5.297	3.876	4.447	17	22	48	2.5	3
7	2.537	8.686	3.386	-58	14	99	2.5	3
8	2.466	5.095	2.039	-100	58	4	2.5	3
9	2.068	7.702	4.872	-59	-12	81	2.5	3
10	0.087	0.227	0.14	-78	19	99	2.5	3
11	9.897636	0.064499	3.414027	-80	31	52	2.5	3
12	5.99093	1.58781	1.994966	-82	71	71	2.5	3
13	0.101315	0.297133	8.208189	-83	-51	90	2.5	3
14	9.875498	7.42697	0.758526	-71	-37	9	2.5	3
15	8.913818	0.271813	9.423314	-38	-38	34	2.5	3
16	5.172903	1.429004	1.360246	81	90	23	2.5	3
17	1.235779	9.114635	4.847312	93	-34	57	2.5	3
18	8.13702	2.100503	0.915591	-46	32	70	2.5	3
19	9.368839	3.268285	6.80181	17	83	51	2.5	3
20	6.246766	8.876237	1.755523	27	22	30	2.5	3
21	1.013768	2.65336	9.548628	67	84	67	2.5	3
22	0.526052	1.54814	6.137153	15	-83	83	2.5	3
23	9.806995	8.027509	9.016453	-74	84	58	2.5	3



รูปที่ ก.43 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 6



รูปที่ ก.44 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 6

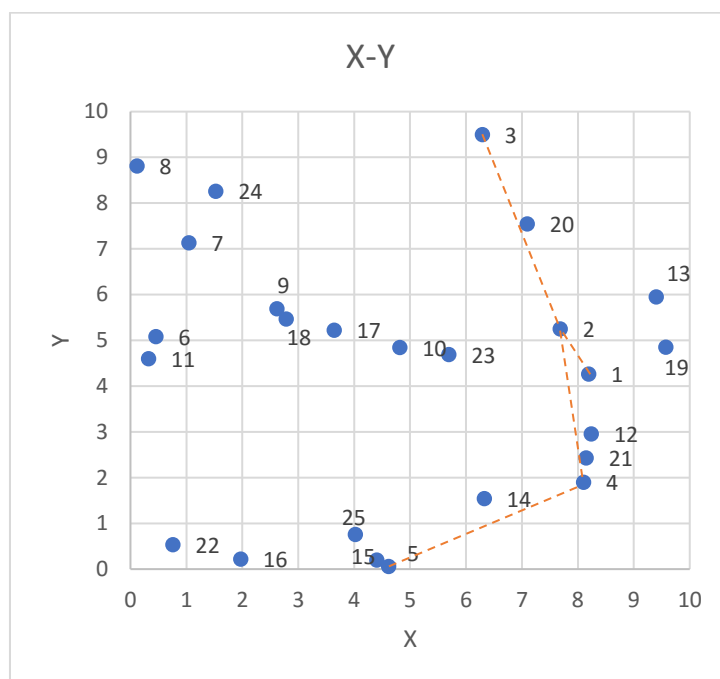


รูปที่ ก.45 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของการเฉลี่ย 6 ครั้ง ครั้งที่ 6

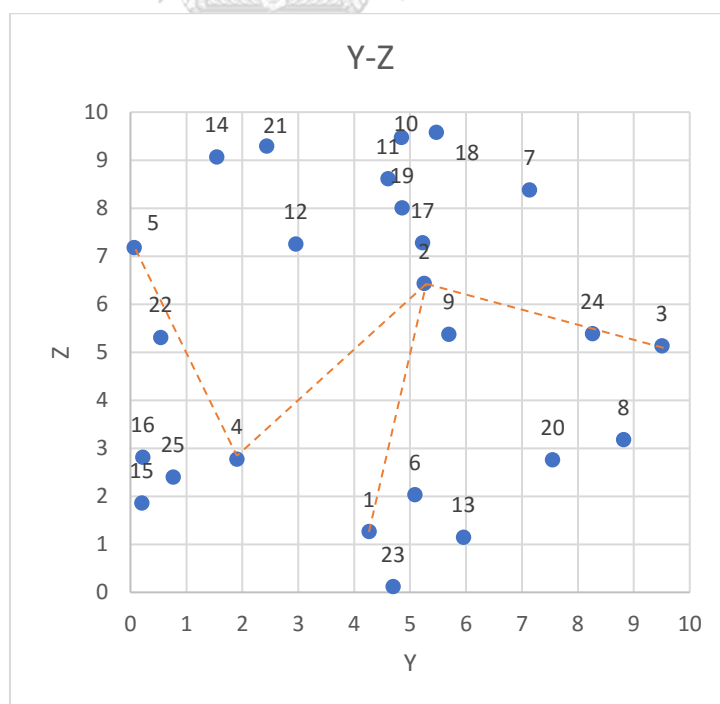
การเฉลี่ย 9 ครั้ง

ตาราง ก.16 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 1

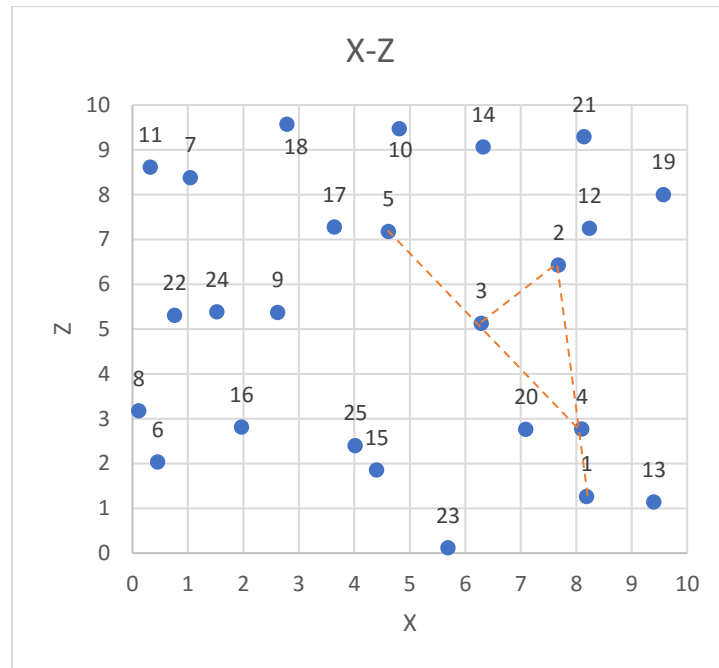
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	8.188536	4.26333	1.262695	84	4	35	2.5	3
2	7.68	5.251	6.43	-54	-60	0	2.5	3
3	6.289	9.502	5.129	-62	15	62	2.5	3
4	8.101	1.902	2.773	100	-32	64	2.5	3
5	4.614	0.062	7.176	16	58	35	2.5	3
6	0.455802	5.08281	2.032538	58	52	73	2.5	3
7	1.045235	7.134573	8.379347	-64	-84	81	2.5	3
8	0.114604	8.812431	3.179424	-59	52	55	2.5	3
9	2.618457	5.69127	5.372531	28	3	96	2.5	3
10	4.812122	4.843477	9.473262	-76	48	5	2.5	3
11	0.321324	4.60087	8.614382	24	-83	96	2.5	3
12	8.238879	2.954316	7.252533	-48	-82	42	2.5	3
13	9.396482	5.951659	1.14389	90	54	91	2.5	3
14	6.323863	1.542318	9.062674	85	8	79	2.5	3
15	4.401783	0.200503	1.857202	29	-45	53	2.5	3
16	1.967805	0.220795	2.810183	73	-90	76	2.5	3
17	3.641004	5.222194	7.275883	82	-48	66	2.5	3
18	2.784982	5.468815	9.575068	93	-69	98	2.5	3
19	9.571669	4.853756	8.002805	-72	-16	92	2.5	3
20	7.093648	7.546867	2.760251	36	31	16	2.5	3
21	8.142848	2.43525	9.292636	-30	-61	25	2.5	3
22	0.758543	0.539501	5.307976	56	87	13	2.5	3
23	5.688237	4.693906	0.119021	-33	-68	80	2.5	3
24	1.52378	8.25817	5.383424	100	-85	44	2.5	3
25	4.01808	0.759667	2.399162	-76	-64	24	2.5	3



รูปที่ ก.46 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 1



รูปที่ ก.47 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 1

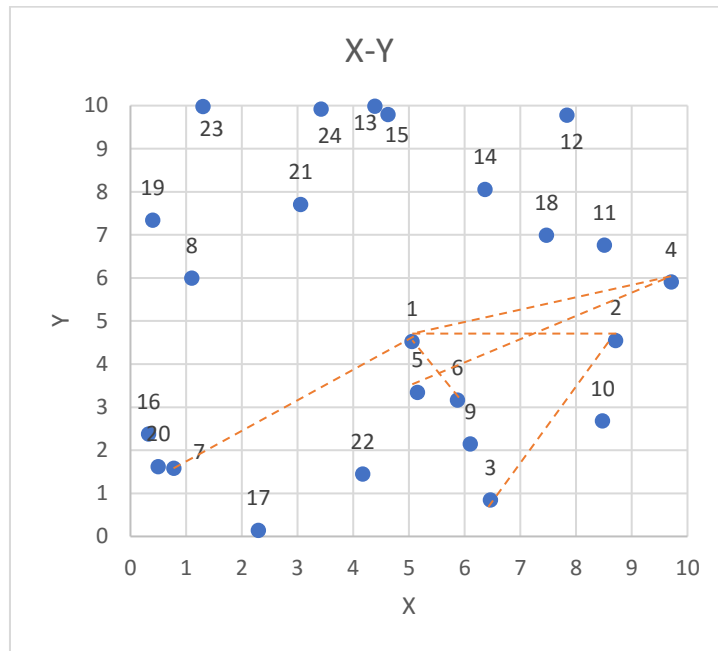


รูปที่ ก.48 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ x-z ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 1

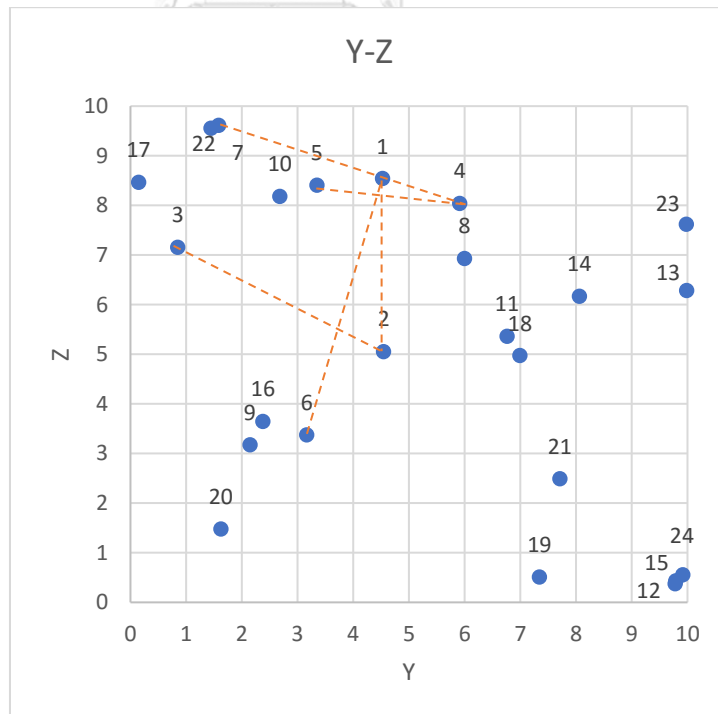


ตาราง ก.17 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 2

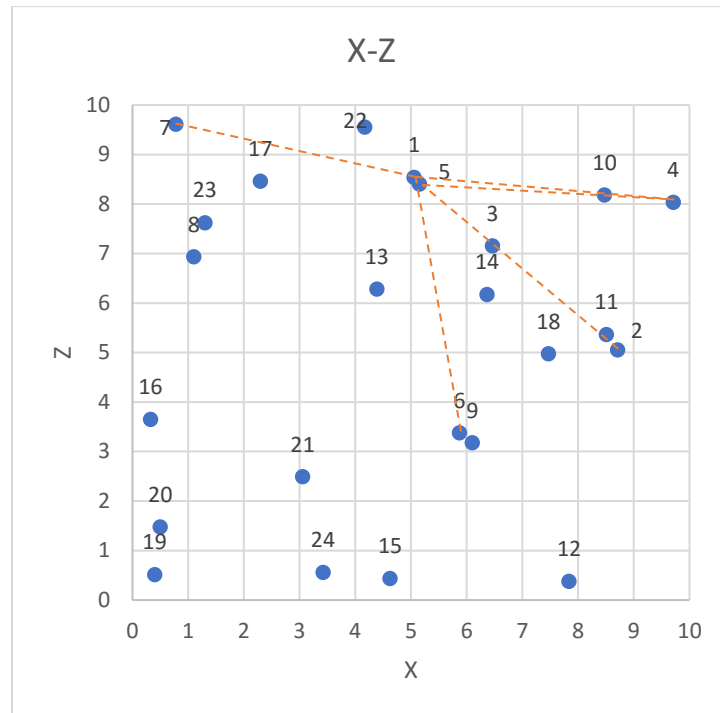
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	5.057807	4.526371	8.540607	69	-92	72	2.5	3
2	8.712	4.548	5.055	51	34	61	2.5	3
3	6.463	0.85	7.154	-24	21	72	2.5	3
4	9.71	5.912	8.037	5	23	63	2.5	3
5	5.154	3.348	8.405	88	-96	92	2.5	3
6	5.872	3.168	3.378	-74	-32	29	2.5	3
7	0.783	1.584	9.615	-76	100	49	2.5	3
8	1.102	5.998	6.933	38	18	0	2.5	3
9	6.104708	2.146814	3.178806	-99	56	33	2.5	3
10	8.477839	2.683798	8.182437	-35	-90	38	2.5	3
11	8.510321	6.760774	5.361836	5	90	21	2.5	3
12	7.839676	9.781385	0.375267	-36	71	35	2.5	3
13	4.388213	9.987784	6.282007	-58	-65	77	2.5	3
14	6.369451	8.059296	6.170381	-77	69	11	2.5	3
15	4.628363	9.794489	0.435624	56	-21	40	2.5	3
16	0.325896	2.381171	3.647702	-4	4	82	2.5	3
17	2.297562	0.147375	8.464024	-21	-53	33	2.5	3
18	7.469308	6.99558	4.973701	90	-63	2	2.5	3
19	0.402268	7.34349	0.514156	-62	56	44	2.5	3
20	0.501526	1.624724	1.480104	-3	69	62	2.5	3
21	3.057351	7.709974	2.490306	-40	96	54	2.5	3
22	4.170049	1.449737	9.554475	94	57	46	2.5	3
23	1.301607	9.982591	7.623666	-85	91	64	2.5	3
24	3.42423	9.91861	0.556724	-61	-82	98	2.5	3



รูปที่ ก.49 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 2



รูปที่ ก.50 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 2

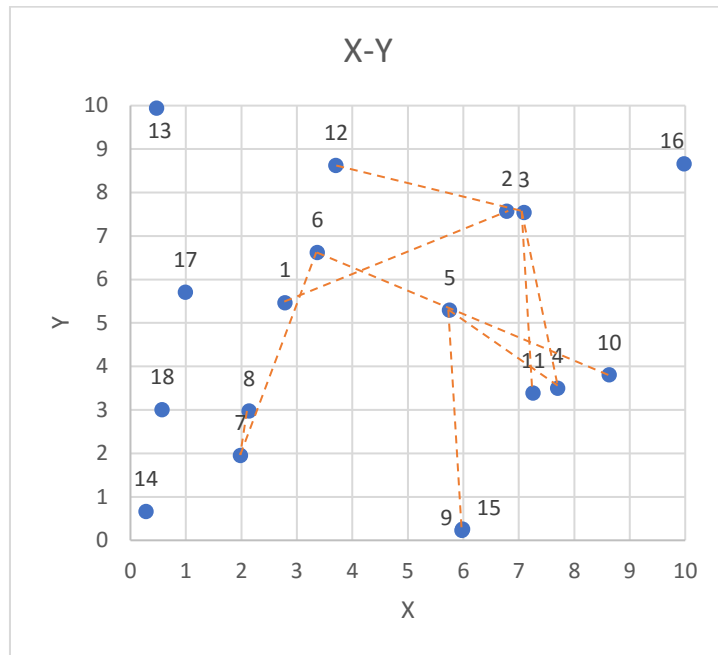


รูปที่ ก.51 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ x-z ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 2

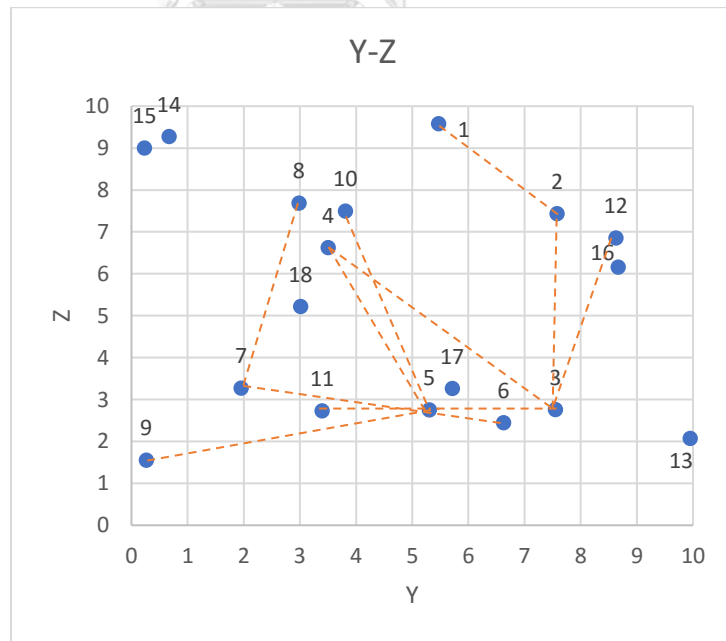


ตาราง ก.18 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 3

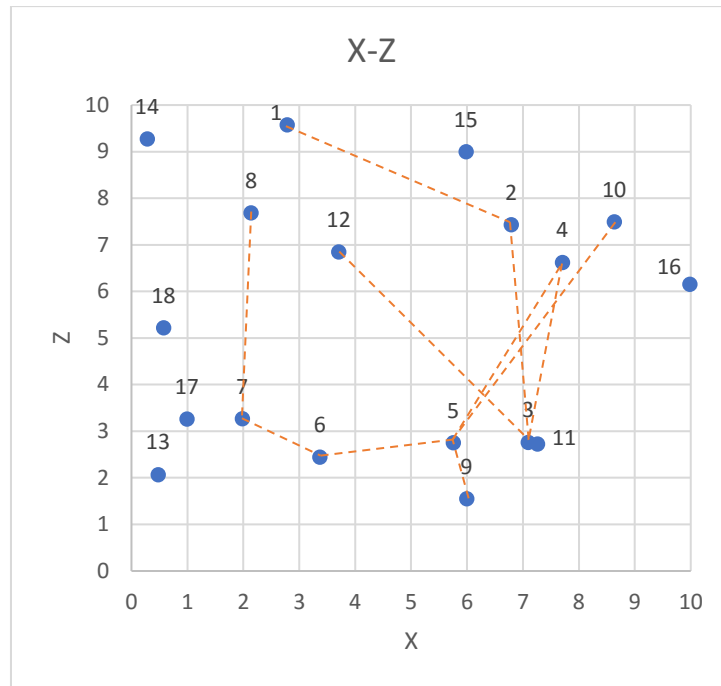
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	2.784982	5.468815	9.575068	93	-69	98	2.5	3
2	6.787	7.577	7.431	-22	31	17	2.5	3
3	7.094	7.547	2.76	36	31	16	2.5	3
4	7.703	3.502	6.62	-17	69	84	2.5	3
5	5.755	5.301	2.751	-51	-10	22	2.5	3
6	3.367	6.624	2.442	-41	36	53	2.5	3
7	1.982	1.951	3.268	76	-6	40	2.5	3
8	2.138	2.981	7.683	0	82	5	2.5	3
9	5.991	0.262	1.552	67	-61	83	2.5	3
10	8.631	3.807	7.49	-69	-89	34	2.5	3
11	7.259	3.394	2.727	-66	33	54	2.5	3
12	3.705	8.623	6.848	27	-72	8	2.5	3
13	0.475342	9.946099	2.067641	22	-31	72	2.5	3
14	0.279933	0.668418	9.270641	-83	-34	53	2.5	3
15	5.979404	0.230135	8.994264	-9	-89	10	2.5	3
16	9.984253	8.663274	6.152058	-95	-36	46	2.5	3
17	0.990172	5.709881	3.258751	-10	16	7	2.5	3
18	0.573427	3.009564	5.217212	12	-52	92	2.5	3



รูปที่ ก.52 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 3



รูปที่ ก.53 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 3

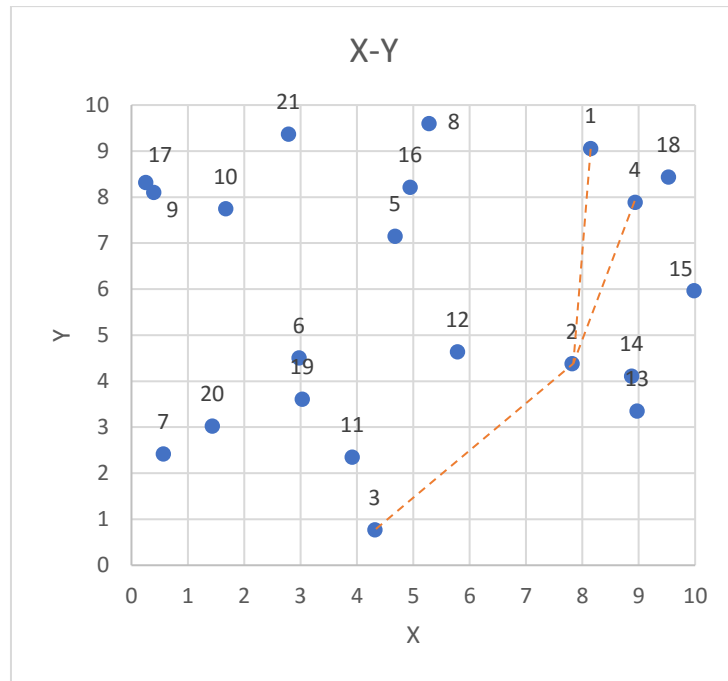


รูปที่ ก.54 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ x-z ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 3

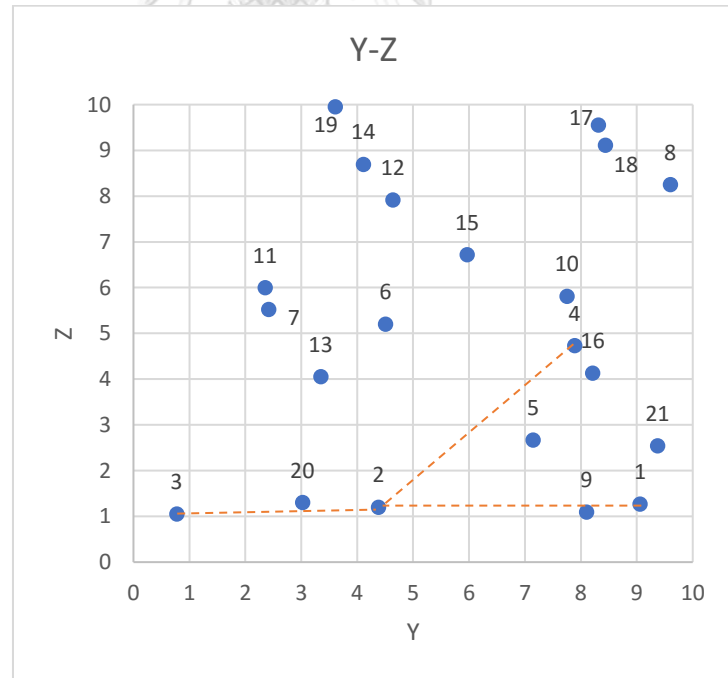


ตาราง ก.19 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 4

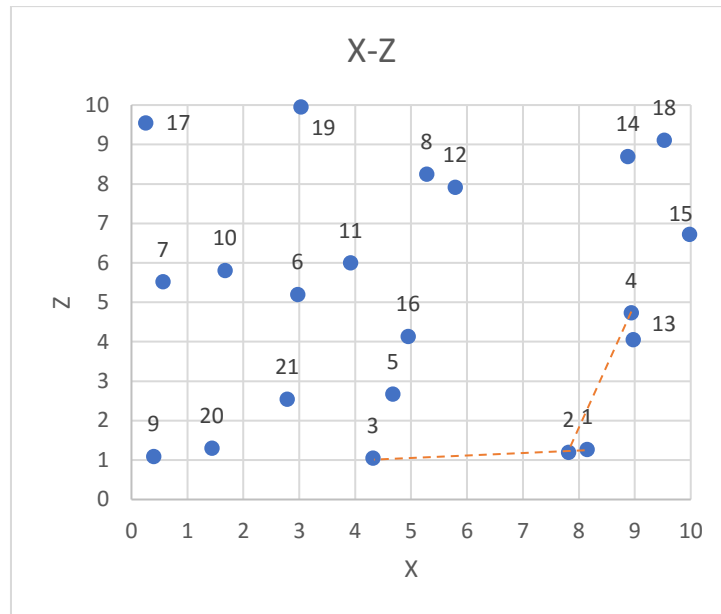
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	8.147237	9.057919	1.269868	83	27	9	2.5	3
2	7.816	4.379	1.195	85	-52	45	2.5	3
3	4.317	0.771	1.051	50	-91	74	2.5	3
4	8.933	7.885	4.73	-72	-16	68	2.5	3
5	4.674	7.146	2.668	-2	-19	82	2.5	3
6	2.972	4.505	5.199	28	-26	36	2.5	3
7	0.564	2.416	5.519	-44	-86	74	2.5	3
8	5.277	9.598	8.247	100	15	37	2.5	3
9	0.394	8.099	1.093	-35	100	100	2.5	3
10	1.672	7.748	5.808	-57	22	27	2.5	3
11	3.917	2.351	5.998	87	23	46	2.5	3
12	5.785	4.639	7.913	94	-44	37	2.5	3
13	8.971	3.349	4.051	-49	18	72	2.5	3
14	8.873	4.109	8.691	-13	-48	31	2.5	3
15	9.978	5.965	6.719	-42	-65	81	2.5	3
16	4.944	8.21	4.13	17	37	63	2.5	3
17	0.254	8.314	9.55	-97	-57	77	2.5	3
18	9.524	8.435	9.11	31	-41	16	2.5	3
19	3.027	3.608	9.948	-19	-12	20	2.5	3
20	1.436	3.021	1.302	58	-84	93	2.5	3
21	2.784	9.368	2.542	-86	-68	31	2.5	3



รูปที่ ก.55 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 4



รูปที่ ก.56 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 4

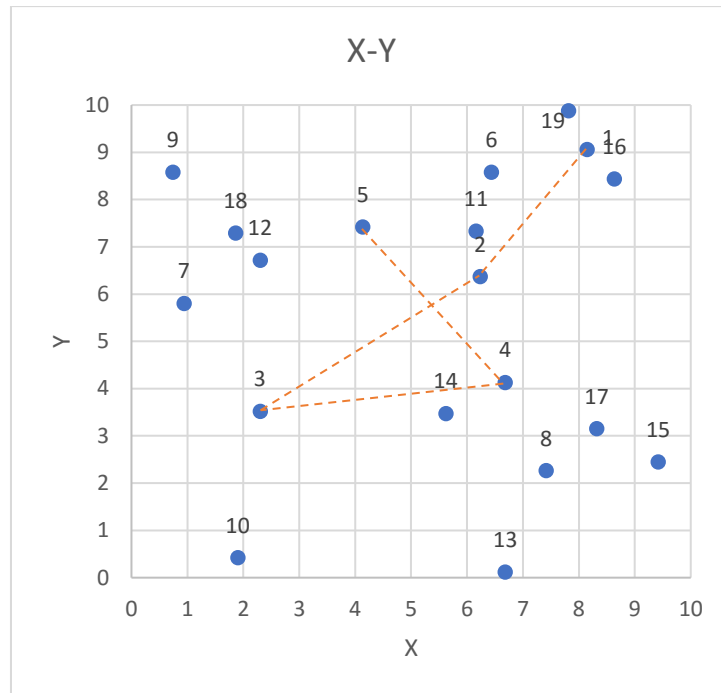


รูปที่ ก.57 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของการเคลื่อนที่ 9 ครั้ง ครั้งที่ 4

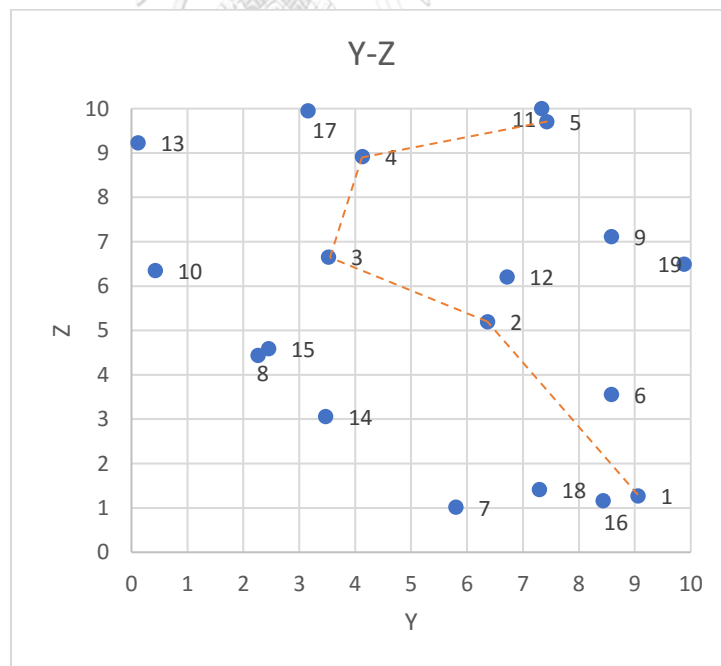


ตาราง ก.20 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 5

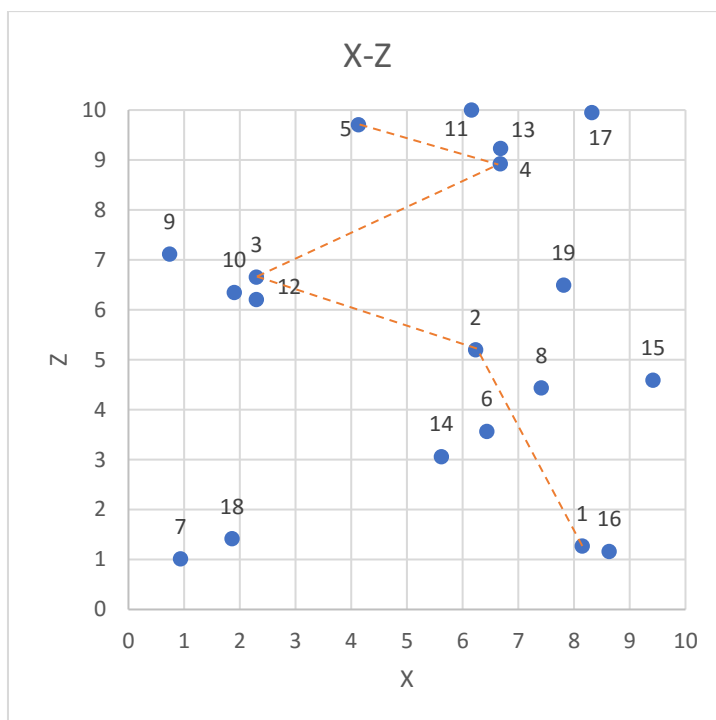
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	8.147237	9.057919	1.269868	83	27	9	2.5	3
2	6.233	6.367	5.2	-47	55	0	2.5	3
3	2.299	3.521	6.653	-33	60	45	2.5	3
4	6.68	4.127	8.923	-18	-67	12	2.5	3
5	4.134	7.422	9.704	-74	-1	76	2.5	3
6	6.43556	8.577615	3.561751	61	-43	93	2.5	3
7	0.937728	5.799763	1.016024	-7	75	7	2.5	3
8	7.414856	2.262192	4.437954	91	15	90	2.5	3
9	0.740888	8.579235	7.118273	58	-85	32	2.5	3
10	1.900817	0.423477	6.349143	-46	85	42	2.5	3
11	6.1597	7.329927	9.999408	-55	6	9	2.5	3
12	2.299922	6.712295	6.206555	-29	-24	52	2.5	3
13	6.682529	0.116582	9.229358	21	-64	86	2.5	3
14	5.618873	3.471067	3.061485	78	-51	26	2.5	3
15	9.417281	2.448724	4.593304	92	-63	69	2.5	3
16	8.633618	8.433121	1.160122	-40	41	65	2.5	3
17	8.318892	3.152477	9.950529	-29	-100	49	2.5	3
18	1.861299	7.289862	1.416396	17	56	25	2.5	3
19	7.812905	9.880715	6.492224	-47	-66	93	2.5	3



รูปที่ ก.58 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 5



รูปที่ ก.59 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 5

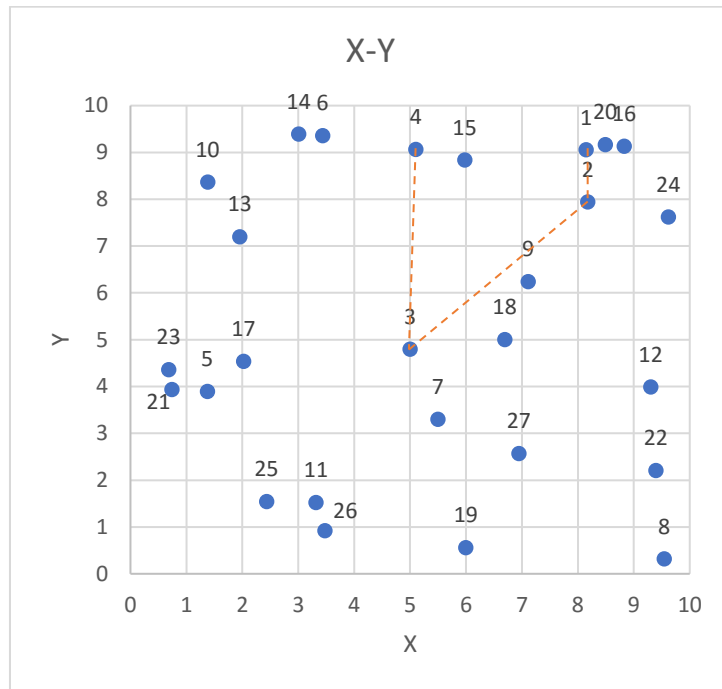


รูปที่ ก.60 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 5

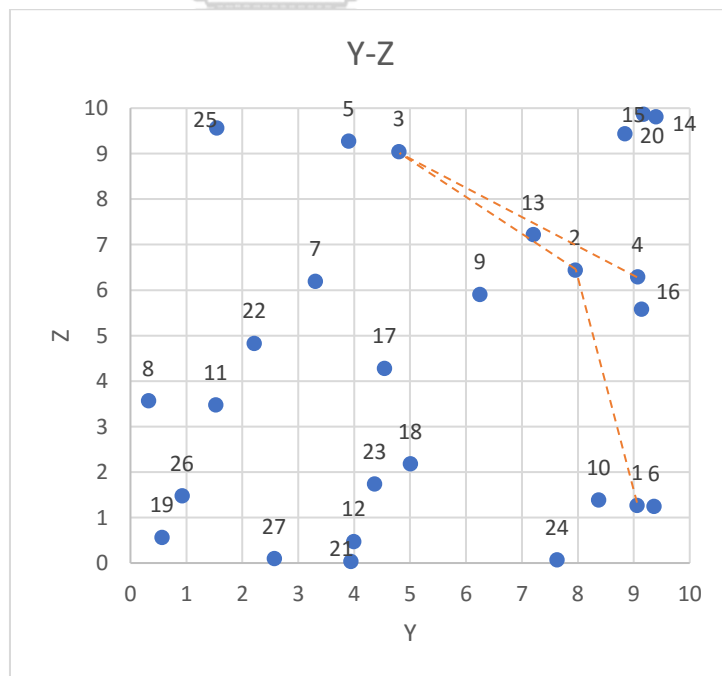


ตาราง ก.21 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 6

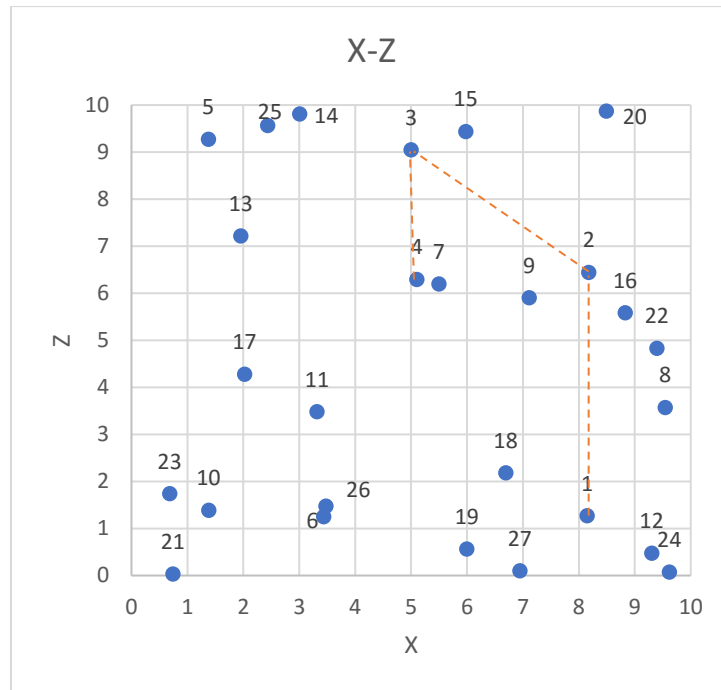
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	8.147237	9.057919	1.269868	83	27	9	2.5	3
2	8.176	7.948	6.443	-24	63	53	2.5	3
3	5	4.799	9.047	22	24	86	2.5	3
4	5.102	9.064	6.289	-80	-22	5	2.5	3
5	1.375	3.9	9.274	84	43	62	2.5	3
6	3.433	9.36	1.248	46	29	84	2.5	3
7	5.493	3.304	6.195	-28	52	41	2.5	3
8	9.542	0.319	3.569	33	-44	23	2.5	3
9	7.111	6.246	5.906	32	-91	35	2.5	3
10	1.378	8.367	1.386	18	-27	81	2.5	3
11	3.317	1.522	3.48	-76	77	9	2.5	3
12	9.3	3.99	0.474	-32	47	80	2.5	3
13	1.955	7.202	7.218	76	17	7	2.5	3
14	3.008	9.394	9.809	-43	60	90	2.5	3
15	5.975	8.84	9.437	10	46	58	2.5	3
16	8.828	9.137	5.583	20	-71	90	2.5	3
17	2.021	4.539	4.279	94	24	70	2.5	3
18	6.69	5.002	2.18	14	-76	67	2.5	3
19	5.996	0.56	0.563	-70	-97	43	2.5	3
20	8.487	9.168	9.87	1	-46	10	2.5	3
21	0.741	3.939	0.034	-56	-100	19	2.5	3
22	9.394	2.212	4.827	-25	5	26	2.5	3
23	0.684	4.363	1.739	-95	91	43	2.5	3
24	9.616	7.624	0.073	36	41	65	2.5	3
25	2.431	1.542	9.564	88	64	73	2.5	3
26	3.473	0.921	1.478	-61	35	43	2.5	3
27	6.944	2.568	0.098	6	-44	95	2.5	3



รูปที่ ก.61 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 6



รูปที่ ก.62 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 6

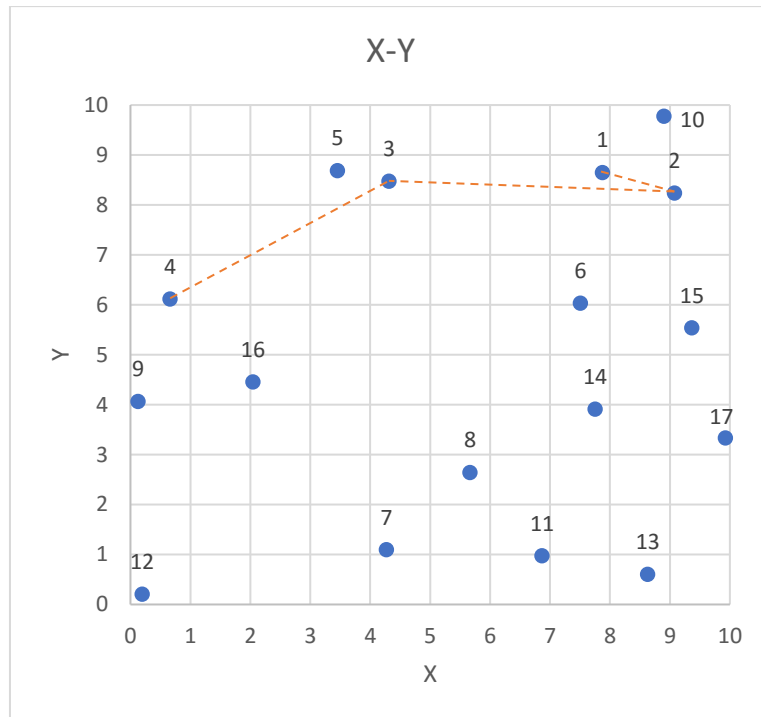


รูปที่ ก.63 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ x-z ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 6

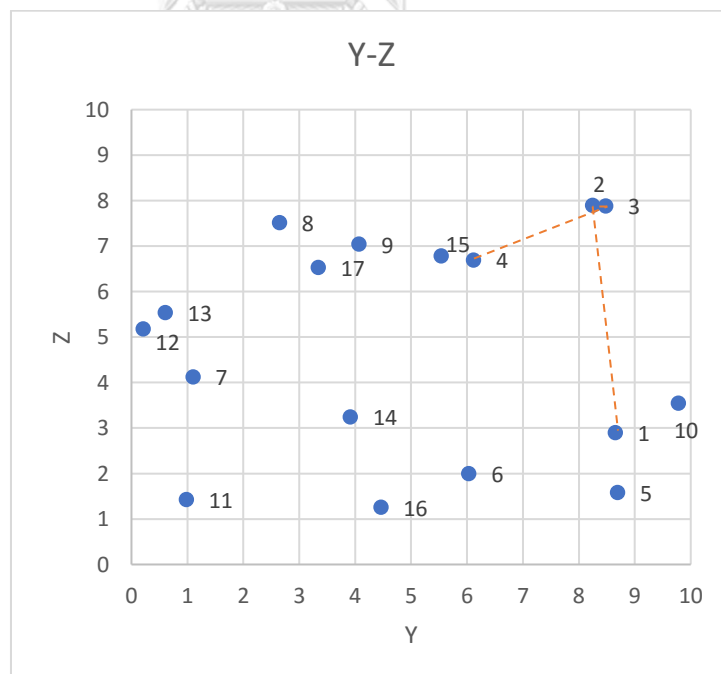


ตาราง ก.22 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 7

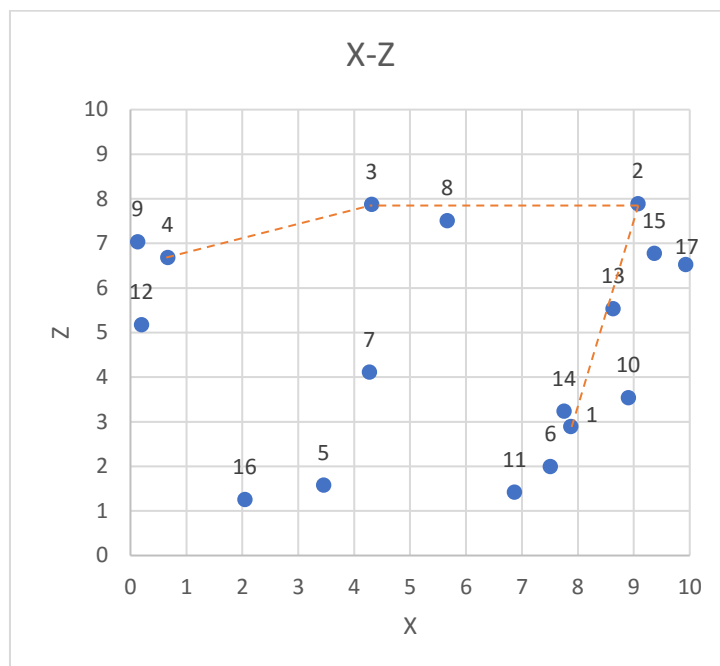
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	7.8724	8.6479	2.8950	-26	-88	13	2.5	3
2	9.074	8.24	7.896	51	77	5	2.5	3
3	4.312	8.475	7.878	54	-46	98	2.5	3
4	0.663	6.116	6.69	-18	47	72	2.5	3
5	3.451	8.688	1.581	42	35	98	2.5	3
6	7.507	6.03	1.998	75	54	54	2.5	3
7	4.269	1.098	4.12	16	92	45	2.5	3
8	5.663	2.643	7.511	42	32	17	2.5	3
9	0.128	4.065	7.04	33	-68	83	2.5	3
10	8.899	9.778	3.542	72	88	97	2.5	3
11	6.865	0.977	1.426	-22	93	7	2.5	3
12	0.194	0.205	5.18	-30	-3	10	2.5	3
13	8.629	0.603	5.539	54	33	84	2.5	3
14	7.751	3.912	3.242	54	-9	10	2.5	3
15	9.365	5.537	6.779	67	81	89	2.5	3
16	2.042	4.457	1.259	13	84	77	2.5	3
17	9.928	3.335	6.529	-17	94	53	2.5	3



รูปที่ ก.64 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 7



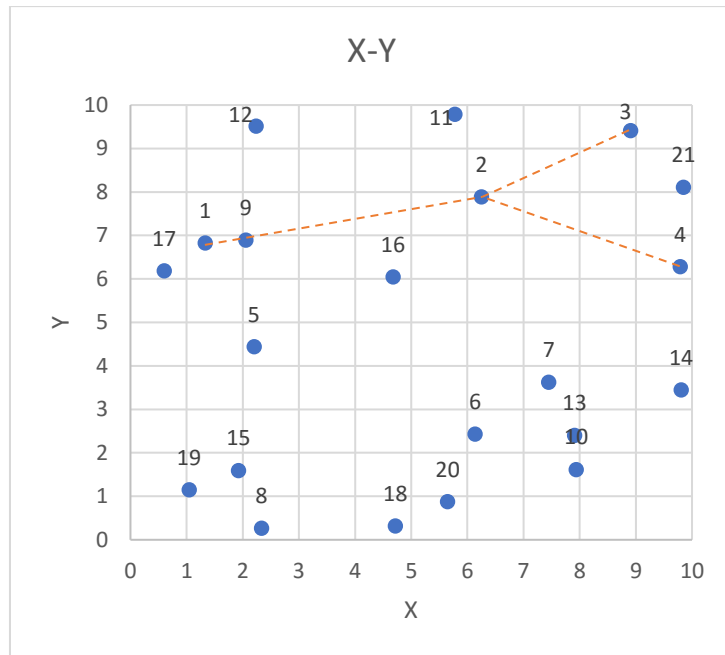
รูปที่ ก.65 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 7



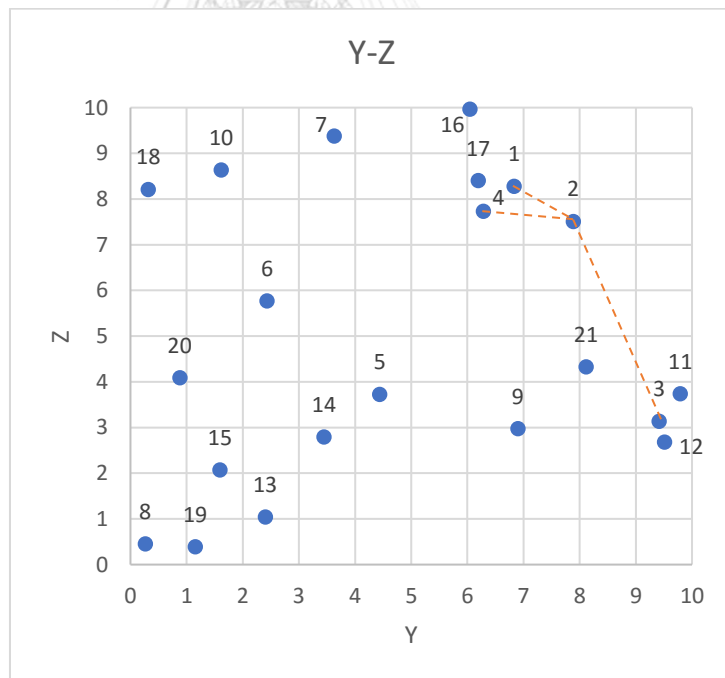
รูปที่ ก.66 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ x-z ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 7

ตาราง ก.23 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 8

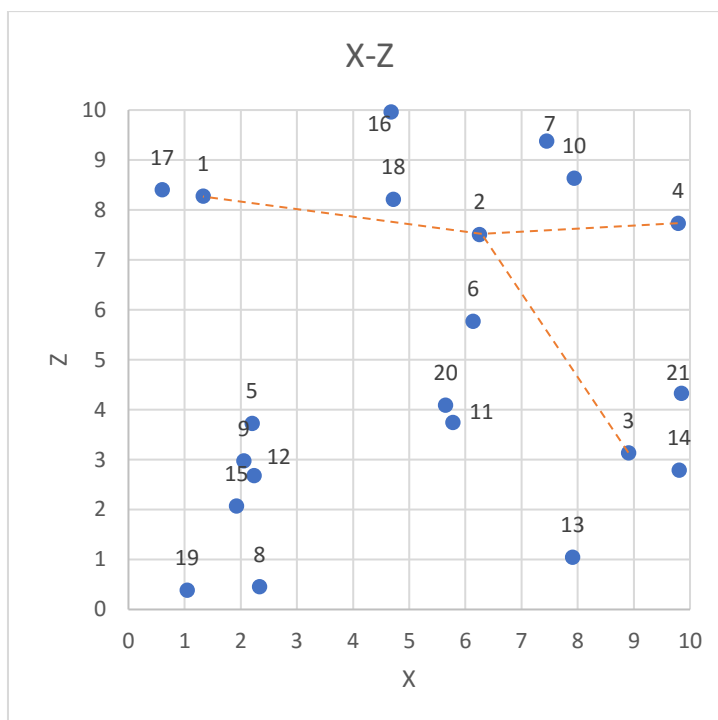
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	1.329395	6.829467	8.275564	45	5	88	2.5	3
2	6.251	7.884	7.51	-25	86	25	2.5	3
3	8.903	9.415	3.135	87	-9	95	2.5	3
4	9.786	6.281	7.734	-22	-39	41	2.5	3
5	2.199	4.438	3.726	23	85	33	2.5	3
6	6.137	2.432	5.771	92	2	29	2.5	3
7	7.446	3.626	9.381	-3	99	38	2.5	3
8	2.33	0.263	0.457	-58	-38	57	2.5	3
9	2.055	6.896	2.973	70	-100	96	2.5	3
10	7.934	1.614	8.633	100	68	25	2.5	3
11	5.774	9.789	3.742	65	66	63	2.5	3
12	2.238	9.511	2.681	98	-42	58	2.5	3
13	7.907	2.398	1.045	29	64	70	2.5	3
14	9.805	3.446	2.792	92	51	33	2.5	3
15	1.923	1.594	2.07	-60	-89	41	2.5	3
16	4.674	6.046	9.964	-86	-3	33	2.5	3
17	0.601	6.189	8.402	-52	-78	0	2.5	3
18	4.714	0.317	8.212	31	-62	11	2.5	3
19	1.042	1.15	0.388	42	32	79	2.5	3
20	5.647	0.877	4.093	70	12	6	2.5	3
21	9.846	8.11	4.328	-59	92	85	2.5	3



รูปที่ ก.67 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 8



รูปที่ ก.68 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 8

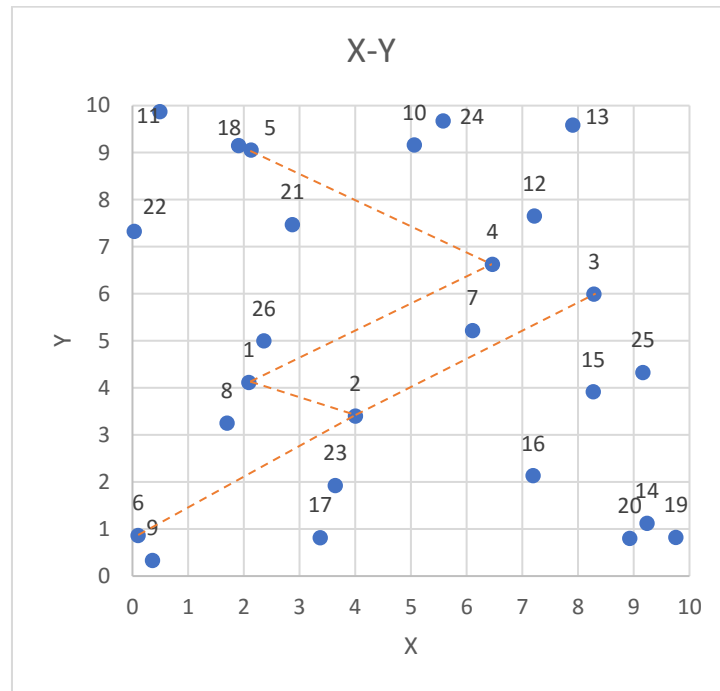


รูปที่ ก.69 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 8

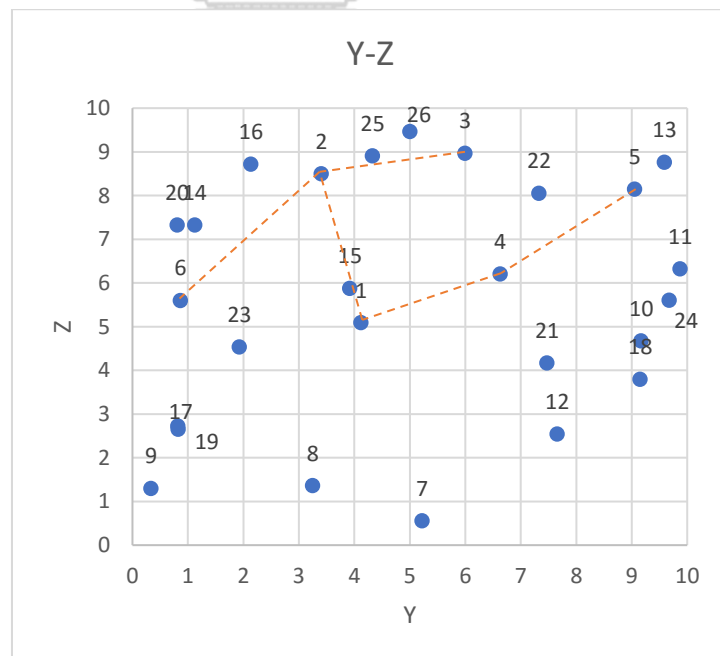


ตาราง ก.24 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 9

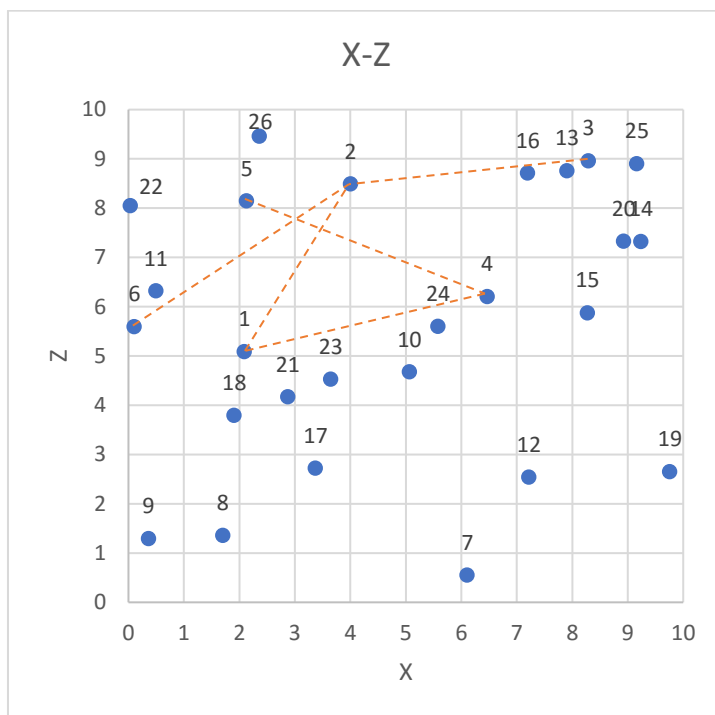
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	2.08893	4.119799	5.092441	-17	42	6	2.5	3
2	4.003	3.403	8.496	-34	-13	77	2.5	3
3	8.289	5.995	8.966	90	-77	47	2.5	3
4	6.466	6.629	6.21	31	-78	56	2.5	3
5	2.13	9.054	8.151	70	75	30	2.5	3
6	0.105	0.864	5.6	-86	46	52	2.5	3
7	6.106	5.22	0.555	96	29	8	2.5	3
8	1.699	3.251	1.364	63	-80	91	2.5	3
9	0.363	0.335	1.298	35	16	59	2.5	3
10	5.063	9.169	4.679	-26	9	13	2.5	3
11	0.493	9.873	6.324	65	-58	57	2.5	3
12	7.218	7.654	2.544	-51	-78	37	2.5	3
13	7.906	9.591	8.764	-17	11	80	2.5	3
14	9.24	1.123	7.326	-4	-27	99	2.5	3
15	8.273	3.919	5.879	-62	-36	99	2.5	3
16	7.197	2.134	8.716	19	-15	21	2.5	3
17	3.372	0.82	2.724	-35	-71	5	2.5	3
18	1.905	9.153	3.797	44	11	7	2.5	3
19	9.758	0.822	2.653	-23	-18	8	2.5	3
20	8.928	0.805	7.331	-29	68	7	2.5	3
21	2.872	7.472	4.173	-30	63	11	2.5	3
22	0.033	7.328	8.052	-33	-100	76	2.5	3
23	3.645	1.928	4.535	19	23	22	2.5	3
24	5.58	9.676	5.605	-83	-76	61	2.5	3
25	9.163	4.329	8.907	46	-43	61	2.5	3
26	2.36	5.004	9.466	19	-23	49	2.5	3



รูปที่ ก.70 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 9



รูปที่ ก.71 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 9



รูปที่ ก.72 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของการเฉลี่ย 9 ครั้ง ครั้งที่ 9

ก.5 ผลของขนาดปริมาตรตัวแทน

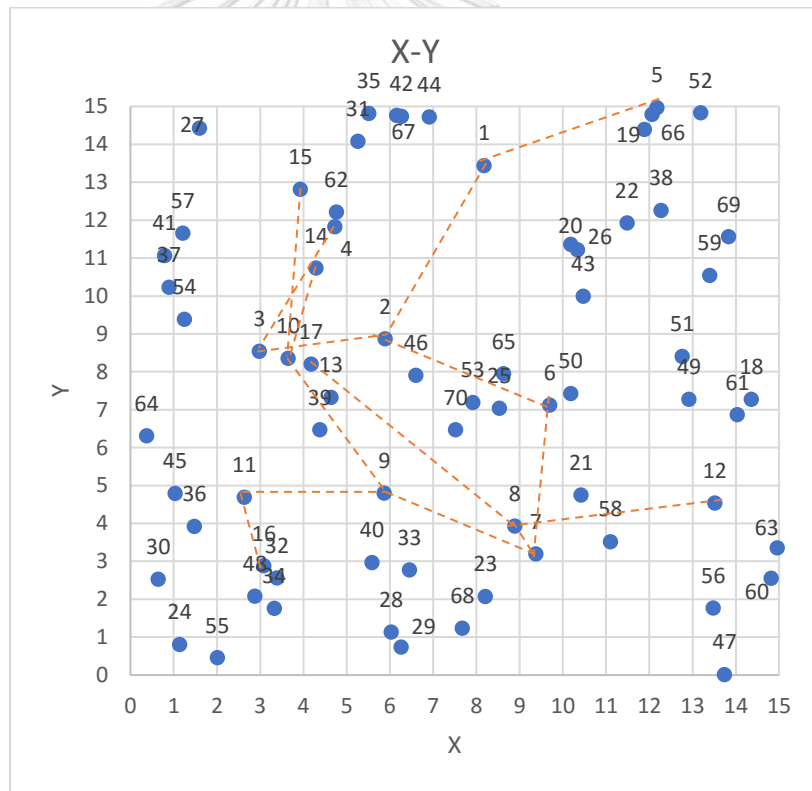
ขนาด 15x15x15

ตาราง ก.25 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการที่ปริมาตรขนาด 15x15x15 ครั้งที่ 1

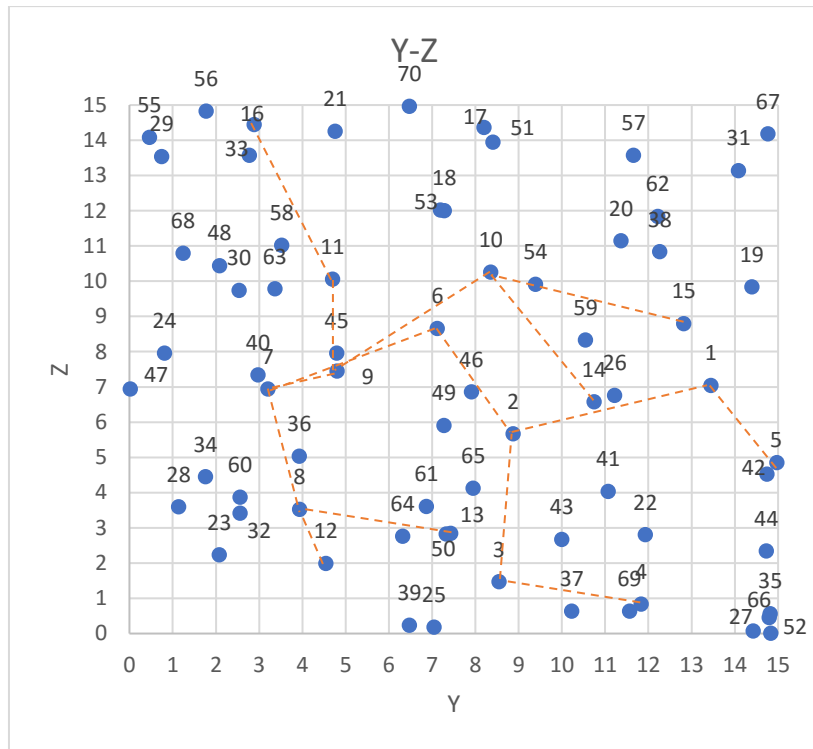
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	8.177502	13.44505	7.03822	76	-38	82	2.5	3
2	5.892	8.876	5.67	-99	99	95	2.5	3
3	2.982	8.545	1.469	-92	8	75	2.5	3
4	4.725	11.832	0.834	92	58	67	2.5	3
5	12.178	14.973	4.848	-67	91	94	2.5	3
6	9.696	7.121	8.656	-73	-38	82	2.5	3
7	9.376	3.202	6.938	93	31	48	2.5	3
8	8.885	3.936	3.525	21	81	57	2.5	3
9	5.871	4.799	7.449	16	-81	94	2.5	3
10	3.647	8.356	10.256	43	30	47	2.5	3
11	2.634	4.696	10.059	3	-96	6	2.5	3
12	13.511	4.541	1.987	87	-23	88	2.5	3
13	4.639	7.328	2.824	13	2	67	2.5	3
14	4.294	10.743	6.574	-27	43	63	2.5	3
15	3.931	12.82	8.798	60	13	3	2.5	3
16	3.088	2.884	14.445	-92	-56	10	2.5	3
17	4.177	8.203	14.363	93	-69	98	2.5	3
18	14.358	7.281	12.004	-72	-16	92	2.5	3
19	11.883	14.392	9.836	-93	70	94	2.5	3
20	10.181	11.366	11.147	-22	31	17	2.5	3
21	10.422	4.756	14.253	-94	-12	38	2.5	3
22	11.483	11.928	2.803	-2	-11	65	2.5	3
23	8.208	2.079	2.239	-49	68	25	2.5	3
24	1.138	0.809	7.962	56	87	13	2.5	3
25	8.532	7.041	0.179	-33	-68	80	2.5	3
26	10.338	11.222	6.758	-84	-54	92	2.5	3
27	1.6	14.428	0.07	55	64	87	2.5	3
28	6.027	1.14	3.599	-76	-64	24	2.5	3
29	6.259	0.745	13.541	89	-2	49	2.5	3
30	0.645	2.535	9.737	47	30	45	2.5	3

แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
31	5.261	14.085	13.139	10	25	59	2.5	3
32	3.389	2.561	3.415	-13	-38	93	2.5	3
33	6.453	2.772	13.573	96	-12	11	2.5	3
34	3.326	1.761	4.45	-36	-15	51	2.5	3
35	5.512	14.82	0.566	77	83	80	2.5	3
36	1.481	3.928	5.03	36	-73	72	2.5	3
37	0.894	10.23	0.636	-86	4	9	2.5	3
38	12.272	12.263	10.837	-70	32	52	2.5	3
39	4.38	6.475	0.232	97	-67	10	2.5	3
40	5.586	2.972	7.345	-32	91	92	2.5	3
41	0.79	11.068	4.037	-16	10	95	2.5	3
42	6.266	14.746	4.522	40	33	54	2.5	3
43	10.472	9.998	2.672	-75	100	17	2.5	3
44	6.911	14.725	2.346	71	29	38	2.5	3
45	1.032	4.794	7.963	31	-19	82	2.5	3
46	6.601	7.907	6.861	75	4	95	2.5	3
47	13.74	0.017	6.937	-15	-8	77	2.5	3
48	2.88	2.083	10.444	-82	5	53	2.5	3
49	12.917	7.273	5.902	34	48	52	2.5	3
50	10.18	7.428	2.846	-1	-71	5	2.5	3
51	12.761	8.408	13.944	40	17	82	2.5	3
52	13.185	14.834	0.008	73	23	99	2.5	3
53	7.915	7.193	12.02	-55	0	90	2.5	3
54	1.252	9.389	9.914	46	79	99	2.5	3
55	2.009	0.463	14.087	-40	-41	33	2.5	3
56	13.477	1.772	14.826	8	42	100	2.5	3
57	1.213	11.659	13.577	7	-79	83	2.5	3
58	11.1	3.522	11.024	95	74	8	2.5	3
59	13.394	10.548	8.336	-63	-58	7	2.5	3
60	14.819	2.556	3.867	-21	-86	69	2.5	3
61	14.036	6.868	3.607	53	52	74	2.5	3
62	4.761	12.218	11.836	71	1	64	2.5	3

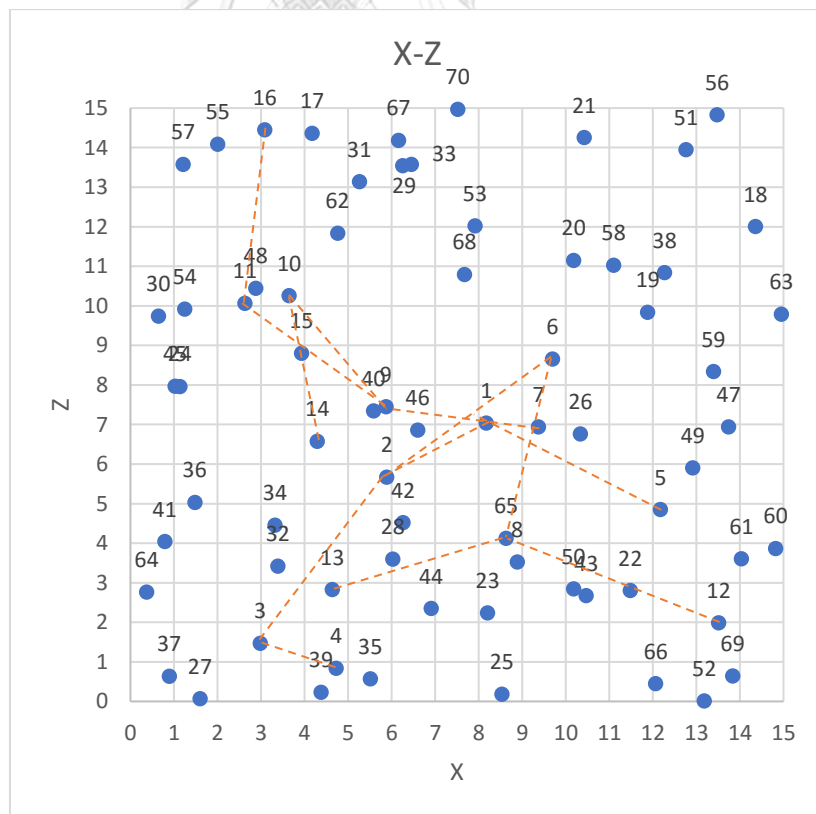
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
63	14.955	3.363	9.787	21	-23	14	2.5	3
64	0.377	6.317	2.762	45	-26	84	2.5	3
65	8.632	7.951	4.126	-51	-10	22	2.5	3
66	12.067	14.792	0.45	7	-83	81	2.5	3
67	6.159	14.765	14.184	36	98	77	2.5	3
68	7.677	1.239	10.794	100	-29	98	2.5	3
69	13.835	11.564	0.64	-24	41	73	2.5	3
70	7.519	6.476	14.963	63	-3	90	2.5	3



รูปที่ ก.73 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของขนาด 15x15x15 ครั้งที่ 1



รูปที่ ก.74 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ y-z ของขนาด 15x15x15 ครั้งที่ 1



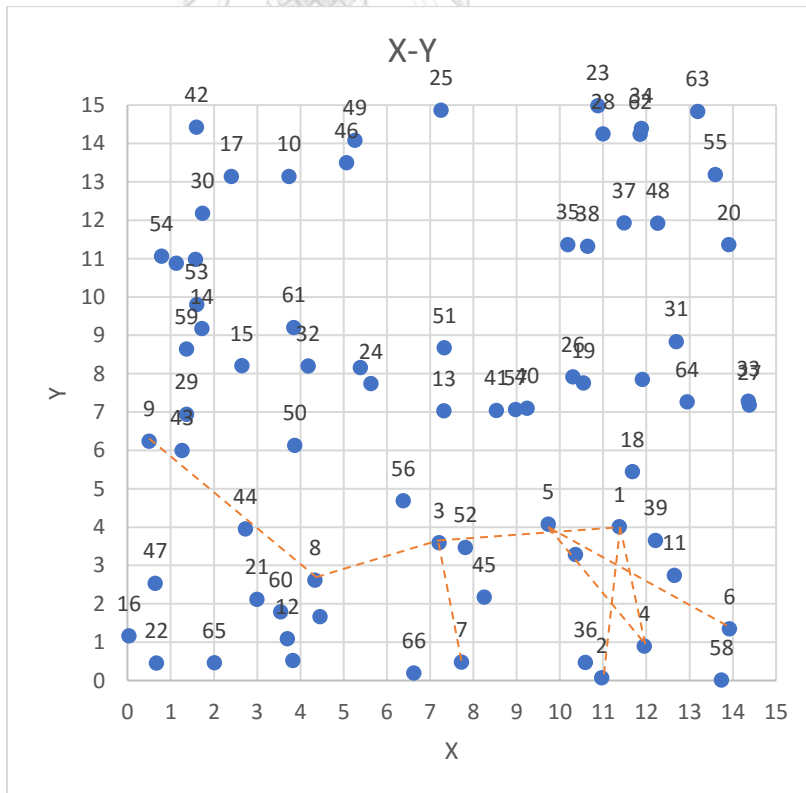
รูปที่ ก.75 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ x-z ของขนาด 15x15x15 ครั้งที่ 1

ตาราง ก.26 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการที่ปริมาตรขนาด 15x15x15 ครั้งที่ 2

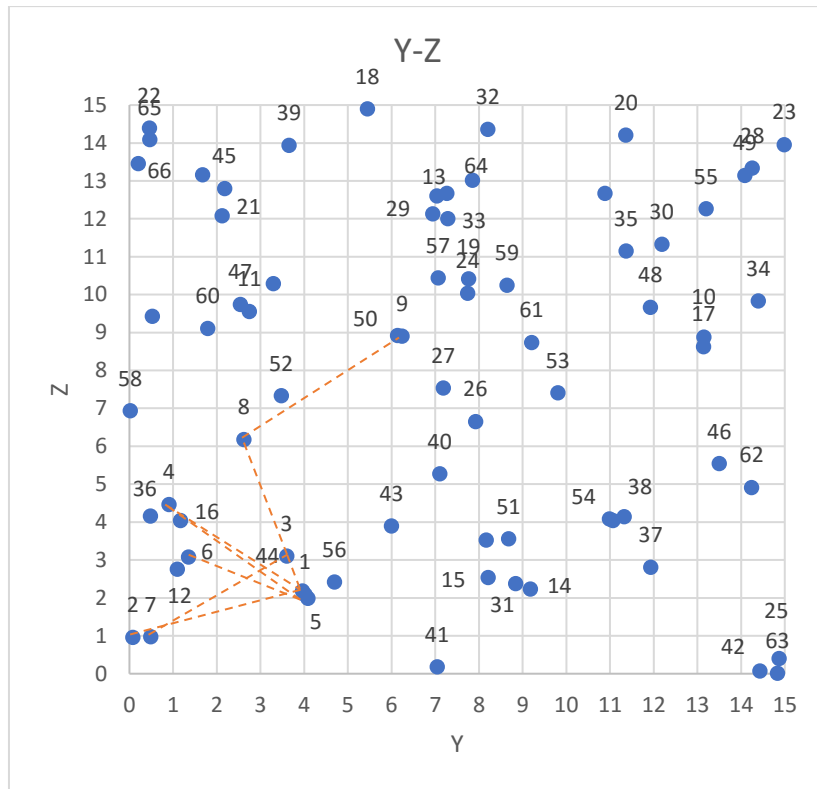
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	11.37715	4.013622	2.09308	64	15	72	2.5	3
2	10.968	0.076	0.961	-73	-43	20	2.5	3
3	7.207	3.596	3.102	38	-96	75	2.5	3
4	11.953	0.904	4.463	2	41	60	2.5	3
5	9.728	4.081	1.988	-49	-80	46	2.5	3
6	13.919	1.35	3.078	12	31	60	2.5	3
7	7.729	0.486	0.975	92	-51	18	2.5	3
8	4.338	2.62	6.175	69	7	77	2.5	3
9	0.504	6.239	8.907	83	42	79	2.5	3
10	3.735	13.145	8.881	-57	-24	11	2.5	3
11	12.651	2.744	9.55	-51	-10	96	2.5	3
12	3.698	1.091	2.757	-65	91	75	2.5	3
13	7.319	7.032	12.603	10	-52	41	2.5	3
14	1.72	9.174	2.232	-59	79	29	2.5	3
15	2.644	8.206	2.533	65	44	84	2.5	3
16	0.037	1.168	4.042	-38	82	24	2.5	3
17	2.407	13.14	8.628	50	99	96	2.5	3
18	11.675	5.444	14.899	-60	41	4	2.5	3
19	10.545	7.76	10.413	78	13	59	2.5	3
20	13.905	11.361	14.207	-70	3	65	2.5	3
21	2.995	2.12	12.083	2	-20	50	2.5	3
22	0.671	0.454	14.392	82	-44	52	2.5	3
23	10.877	14.988	13.956	42	-47	3	2.5	3
24	5.632	7.741	10.039	42	-48	0	2.5	3
25	7.252	14.868	0.396	-73	96	45	2.5	3
26	10.299	7.919	6.653	49	16	48	2.5	3
27	14.379	7.18	7.533	99	-77	63	2.5	3
28	10.998	14.255	13.34	-4	3	26	2.5	3
29	1.367	6.941	12.126	9	90	60	2.5	3
30	1.736	12.183	11.33	39	85	46	2.5	3
31	12.692	8.839	2.378	-87	85	44	2.5	3

แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
32	4.177	8.203	14.363	93	-69	98	2.5	3
33	14.358	7.281	12.004	-72	-16	92	2.5	3
34	11.883	14.392	9.836	-93	70	94	2.5	3
35	10.181	11.366	11.147	-22	31	17	2.5	3
36	10.591	0.477	4.154	-91	-81	83	2.5	3
37	11.483	11.928	2.803	-2	-11	65	2.5	3
38	10.64	11.32	4.14	36	31	16	2.5	3
39	12.214	3.653	13.939	-30	-61	25	2.5	3
40	9.241	7.099	5.275	66	17	55	2.5	3
41	8.532	7.041	0.179	-33	-68	80	2.5	3
42	1.6	14.428	0.07	55	64	87	2.5	3
43	1.267	5.997	3.898	60	-14	91	2.5	3
44	2.728	3.957	2.183	-73	74	58	2.5	3
45	8.248	2.174	12.795	25	-30	51	2.5	3
46	5.066	13.501	-5.539	-78	56	39	2.5	3
47	0.645	2.535	9.737	47	30	45	2.5	3
48	12.264	11.922	9.665	-24	63	53	2.5	3
49	5.261	14.085	13.139	10	25	59	2.5	3
50	3.871	6.131	8.923	-48	21	71	2.5	3
51	7.329	8.678	3.559	-8	93	55	2.5	3
52	7.817	3.474	7.333	25	36	39	2.5	3
53	1.601	9.806	7.413	56	43	91	2.5	3
54	0.79	11.068	4.037	-16	10	95	2.5	3
55	13.595	13.195	12.266	-48	19	2	2.5	3
56	6.379	4.691	2.422	-65	-15	9	2.5	3
57	8.978	7.064	10.439	40	28	3	2.5	3
58	13.74	0.017	6.937	-15	-8	77	2.5	3
59	1.367	8.643	10.25	9	-15	65	2.5	3
60	3.543	1.791	9.11	-10	-8	66	2.5	3

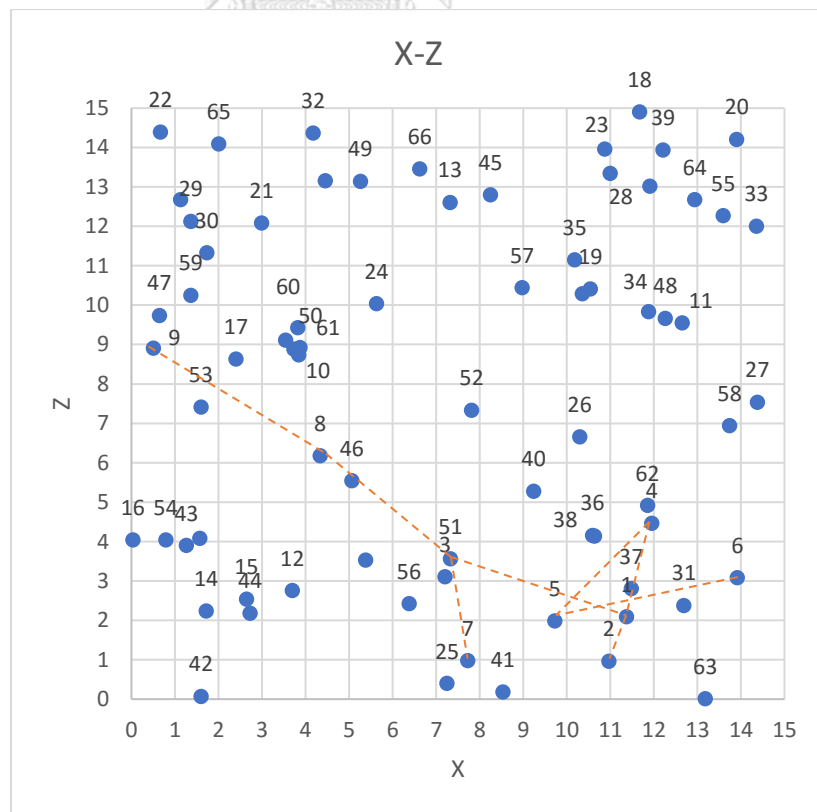
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
61	3.847	9.202	8.734	8	74	26	2.5	3
62	11.856	14.24	4.913	34	-12	84	2.5	3
63	13.185	14.834	0.008	73	23	99	2.5	3
64	12.941	7.264	12.673	-58	11	63	2.5	3
65	2.009	0.463	14.087	-40	-41	33	2.5	3
66	6.626	0.199	13.458	-61	-82	31	2.5	3
67	5.385	8.162	3.525	-42	24	26	2.5	3
68	4.453	1.669	13.158	29	-4	64	2.5	3
69	11.91	7.848	13.015	40	17	82	2.5	3
70	1.132	10.881	12.672	7	-79	83	2.5	3
71	10.36	3.288	10.289	95	74	8	2.5	3
72	1.572	10.982	4.082	21	93	43	2.5	3
73	3.821	0.521	9.426	-14	-10	61	2.5	3



รูปที่ ก.76 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของขนาด 15x15x15 ครั้งที่ 2



รูปที่ ก.77 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของขนาด 15x15x15 ครั้งที่ 2



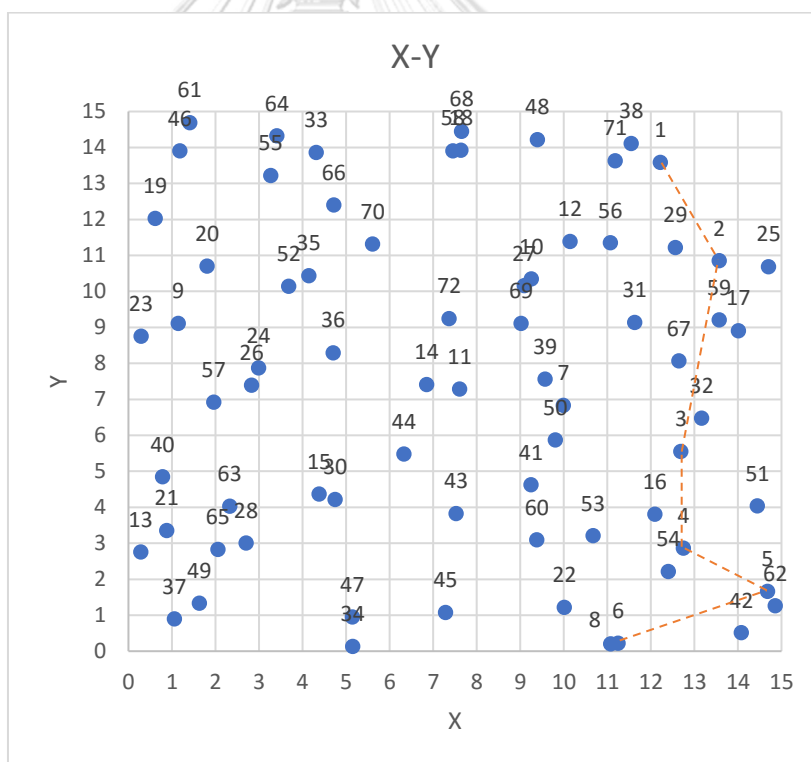
รูปที่ ก.78 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของขนาด 15x15x15 ครั้งที่ 2

ตาราง ก.27 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการที่ปริมาตรขนาด 15x15x15 ครั้งที่ 3

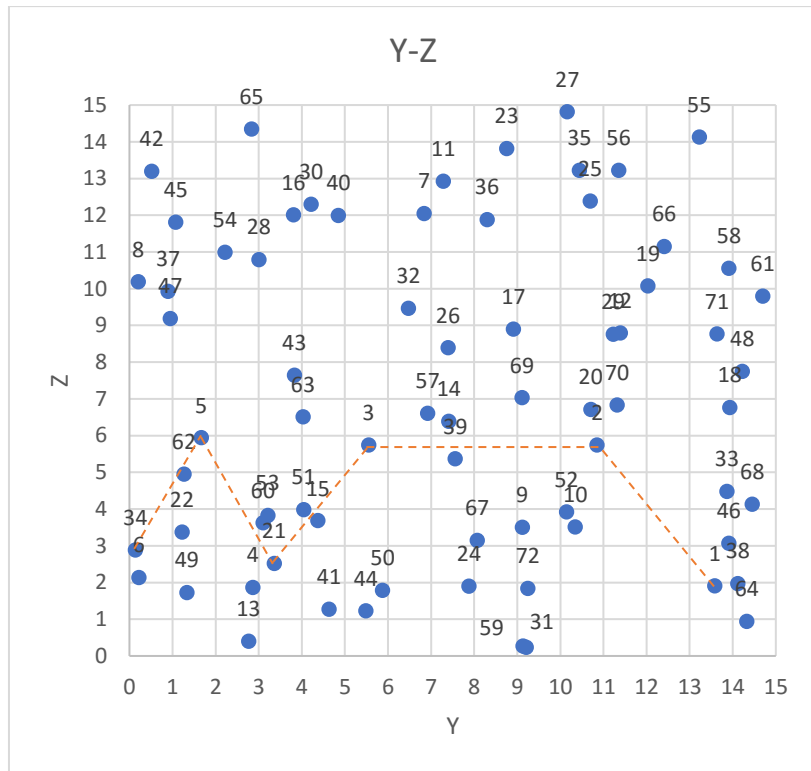
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	12.22086	13.58688	1.904802	83	27	9	2.5	3
2	13.569	10.854	5.745	-41	39	88	2.5	3
3	12.693	5.553	5.748	73	-7	57	2.5	3
4	12.747	2.864	1.862	-100	-70	53	2.5	3
5	14.68	1.67	5.941	-2	-49	3	2.5	3
6	11.251	0.223	2.134	-94	62	4	2.5	3
7	9.993	6.84	12.045	-28	-95	22	2.5	3
8	11.081	0.208	10.187	-3	-94	11	2.5	3
9	1.149	9.117	3.502	-72	6	93	2.5	3
10	9.254	10.348	3.516	-59	-93	66	2.5	3
11	7.609	7.287	12.925	94	52	24	2.5	3
12	10.144	11.39	8.793	65	86	64	2.5	3
13	0.284	2.765	0.401	87	-3	80	2.5	3
14	6.853	7.413	6.386	79	75	63	2.5	3
15	4.384	4.375	3.683	41	55	83	2.5	3
16	12.093	3.807	12.007	26	-54	38	2.5	3
17	14.011	8.913	8.896	48	-26	45	2.5	3
18	7.641	13.931	6.762	28	-8	55	2.5	3
19	0.618	12.033	10.073	-60	-98	77	2.5	3
20	1.81	10.706	6.708	28	30	68	2.5	3
21	0.882	3.359	2.52	86	3	68	2.5	3
22	10.017	1.222	3.376	-43	83	23	2.5	3
23	0.292	8.756	13.813	-82	11	94	2.5	3
24	2.992	7.88	1.901	50	-37	18	2.5	3
25	14.706	10.692	12.385	37	38	53	2.5	3
26	2.833	7.395	8.393	66	-60	53	2.5	3
27	9.091	10.162	14.815	99	52	27	2.5	3
28	2.704	3.007	10.79	-11	69	39	2.5	3
29	12.563	11.226	8.758	-68	6	46	2.5	3
30	4.752	4.218	12.302	-32	75	27	2.5	3
31	11.631	9.138	0.27	41	-97	69	2.5	3

แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
32	13.169	6.477	9.47	17	-55	79	2.5	3
33	4.315	13.866	4.477	7	-33	23	2.5	3
34	5.153	0.139	2.887	1	-96	55	2.5	3
35	4.143	10.444	13.22	-96	-32	42	2.5	3
36	4.704	8.3	11.881	60	73	80	2.5	3
37	1.058	0.9	9.924	-31	-75	64	2.5	3
38	11.551	14.117	1.972	-49	-24	100	2.5	3
39	9.573	7.562	5.372	54	57	2	2.5	3
40	0.787	4.851	11.995	26	97	15	2.5	3
41	9.25	4.631	1.276	76	18	30	2.5	3
42	14.079	0.517	13.193	4	62	45	2.5	3
43	7.529	3.828	7.648	-85	-89	64	2.5	3
44	6.33	5.487	1.232	-86	-76	68	2.5	3
45	7.283	1.078	11.812	-21	-53	8	2.5	3
46	1.185	13.911	3.071	92	-32	96	2.5	3
47	5.147	0.951	9.187	11	82	20	2.5	3
48	9.395	14.224	7.746	92	-46	53	2.5	3
49	1.63	1.336	1.727	-67	95	28	2.5	3
50	9.807	5.877	1.79	96	4	51	2.5	3
51	14.449	4.044	3.986	-38	12	38	2.5	3
52	3.686	10.143	3.919	93	0	43	2.5	3
53	10.673	3.211	3.828	92	-64	80	2.5	3
54	12.406	2.22	10.994	-70	68	55	2.5	3
55	3.268	13.224	14.131	90	-79	5	2.5	3
56	11.069	11.356	13.22	-14	-63	30	2.5	3
57	1.961	6.922	6.603	21	-75	60	2.5	3
58	7.454	13.913	10.555	39	-100	54	2.5	3
59	13.571	9.212	0.238	-38	-62	27	2.5	3
60	9.381	3.1	3.626	49	-69	83	2.5	3

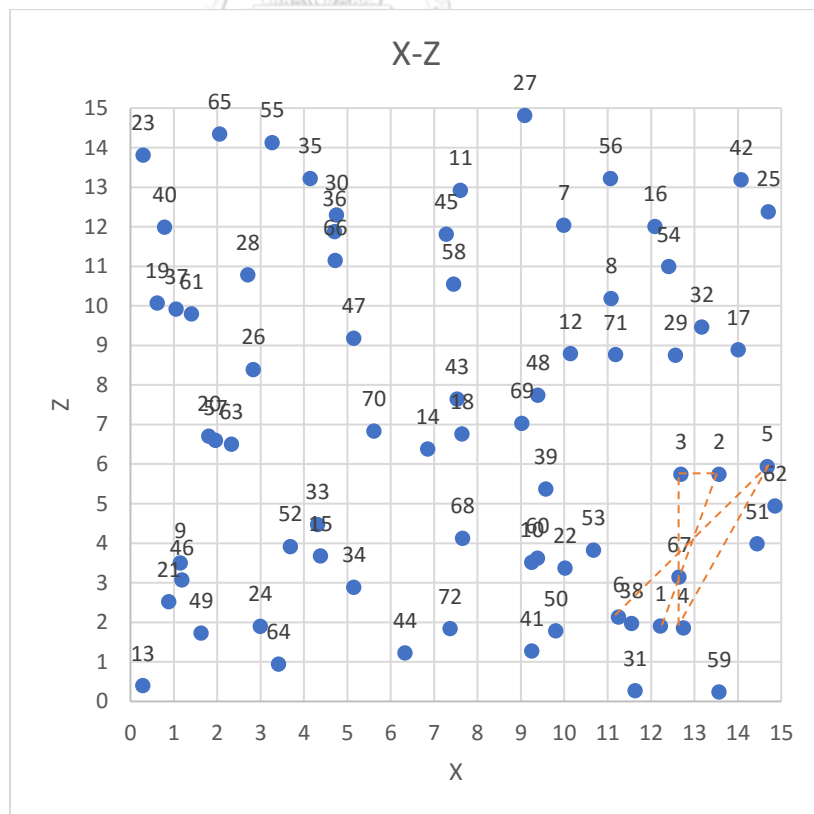
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
61	1.41	14.697	9.798	-43	74	3	2.5	3
62	14.858	1.267	4.947	-47	-57	77	2.5	3
63	2.328	4.032	6.508	-21	-15	62	2.5	3
64	3.414	14.327	0.945	-64	25	29	2.5	3
65	2.058	2.834	14.349	-41	-53	66	2.5	3
66	4.721	12.408	11.147	-71	-87	53	2.5	3
67	12.645	8.071	3.144	6	69	21	2.5	3
68	7.656	14.456	4.13	49	-77	77	2.5	3
69	9.024	9.111	7.033	19	45	41	2.5	3
70	5.611	11.319	6.834	41	86	82	2.5	3
71	11.181	13.636	8.768	82	-89	56	2.5	3
72	7.368	9.247	1.842	-74	-37	8	2.5	3



รูปที่ ก.79 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของขนาด 15x15x15 ครั้งที่ 3



รูปที่ ก.80 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ y-z ของขนาด 15x15x15 ครั้งที่ 3



รูปที่ ก.81 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ x-z ของขนาด 15x15x15 ครั้งที่ 3

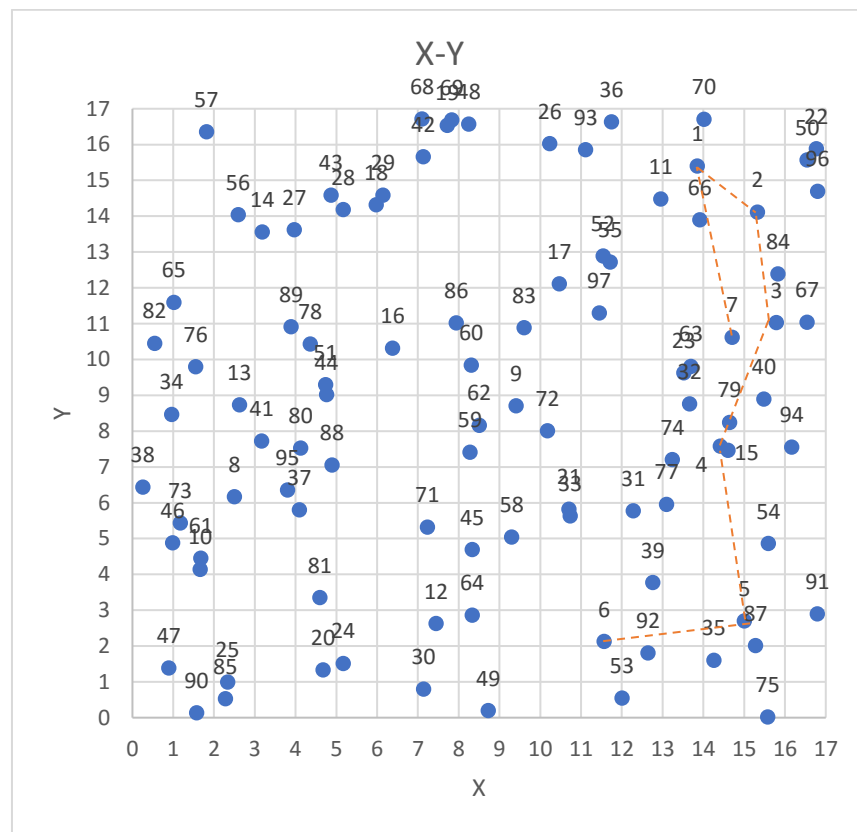
ตาราง ก.28 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการที่ปริมาตรขนาด 17x17x17 ครั้งที่ 1

แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	13.8503	15.39846	2.158776	83	27	9	2.5	3
2	15.326	14.115	6.421	-21	68	51	2.5	3
3	15.786	11.024	9.198	-88	74	49	2.5	3
4	14.412	7.58	12.528	-28	78	97	2.5	3
5	15.006	2.696	14.061	88	50	84	2.5	3
6	11.568	2.125	16.578	64	-46	23	2.5	3
7	14.705	10.616	1.286	-62	7	90	2.5	3
8	2.502	6.167	11.188	9	-57	20	2.5	3
9	9.409	8.706	12.838	-24	-65	94	2.5	3
10	1.661	4.138	0.602	7	-10	19	2.5	3
11	12.955	14.476	1.015	88	-16	2	2.5	3
12	7.447	2.622	7.392	83	-91	77	2.5	3
13	2.623	8.729	14.973	93	50	28	2.5	3
14	3.183	13.561	8.596	-76	46	6	2.5	3
15	14.6	7.461	3.864	37	17	71	2.5	3
16	6.378	10.316	7.348	-86	72	37	2.5	3
17	10.465	12.108	9.832	-23	76	79	2.5	3
18	5.973	14.316	0.181	68	-72	43	2.5	3
19	7.72	16.533	15.974	-24	-86	96	2.5	3
20	4.672	1.334	4.489	65	-34	92	2.5	3
21	10.701	5.814	0.491	99	76	56	2.5	3
22	16.766	15.883	1.036	-7	-26	86	2.5	3
23	13.52	9.626	13.299	43	80	36	2.5	3
24	5.168	1.513	9.436	49	39	74	2.5	3
25	2.332	0.987	1.782	45	-19	87	2.5	3
26	10.234	16.021	2.177	68	68	78	2.5	3
27	3.968	13.616	16.562	-67	30	68	2.5	3
28	5.169	14.181	10.983	-23	49	43	2.5	3
29	6.143	14.585	3.442	53	13	35	2.5	3
30	7.136	0.795	15.22	82	-23	74	2.5	3
31	12.282	5.776	1.937	28	72	72	2.5	3

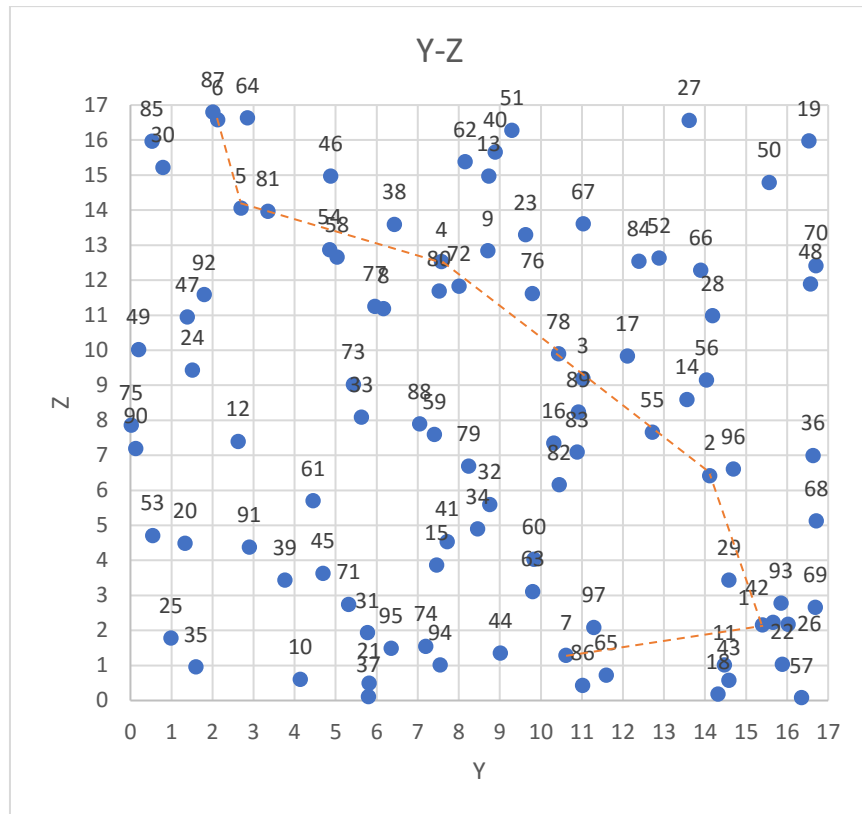
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
32	13.663	8.753	5.596	48	34	55	2.5	3
33	10.733	5.627	8.088	-13	0	6	2.5	3
34	0.959	8.462	4.902	-88	-53	0	2.5	3
35	14.254	1.597	0.959	25	32	100	2.5	3
36	11.746	16.63	6.993	45	77	68	2.5	3
37	4.094	5.801	0.111	-7	-78	63	2.5	3
38	0.253	6.432	13.588	-84	14	47	2.5	3
39	12.757	3.766	3.434	90	-83	23	2.5	3
40	15.484	8.887	15.653	50	-74	99	2.5	3
41	3.168	7.719	4.537	-97	10	19	2.5	3
42	7.132	15.661	2.233	97	24	46	2.5	3
43	4.869	14.581	0.579	-88	-29	91	2.5	3
44	4.757	9.017	1.35	-48	-74	59	2.5	3
45	8.331	4.692	3.632	100	59	76	2.5	3
46	0.987	4.882	14.976	33	15	49	2.5	3
47	0.892	1.388	10.949	0	-81	87	2.5	3
48	8.243	16.569	11.89	-59	-7	62	2.5	3
49	8.723	0.198	10.021	48	-81	28	2.5	3
50	16.544	15.565	14.79	-43	-95	59	2.5	3
51	4.734	9.297	16.278	93	-69	98	2.5	3
52	11.538	12.882	12.633	-22	31	17	2.5	3
53	12.003	0.541	4.708	-91	-81	83	2.5	3
54	15.592	4.859	12.872	51	-24	57	2.5	3
55	11.717	12.719	7.659	-84	-54	92	2.5	3
56	2.59	14.039	9.152	100	-85	44	2.5	3
57	1.813	16.352	0.079	55	64	87	2.5	3
58	9.299	5.037	12.66	-63	38	18	2.5	3
59	8.275	7.41	7.595	-39	2	51	2.5	3
60	8.306	9.835	4.034	-8	93	55	2.5	3

แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
61	1.678	4.452	5.701	36	-73	72	2.5	3
62	8.5	8.159	15.38	22	24	86	2.5	3
63	13.693	9.804	3.11	-52	78	2	2.5	3
64	8.328	2.855	16.638	43	0	47	2.5	3
65	1.014	11.594	0.721	-86	4	9	2.5	3
66	13.909	13.898	12.281	-70	32	52	2.5	3
67	16.541	11.033	13.606	-9	-14	83	2.5	3
68	7.102	16.712	5.125	40	33	54	2.5	3
69	7.832	16.688	2.659	71	29	38	2.5	3
70	14.014	16.705	12.414	-31	17	10	2.5	3
71	7.229	5.316	2.745	-65	-15	9	2.5	3
72	10.175	8.006	11.831	40	28	3	2.5	3
73	1.17	5.433	9.025	31	-19	82	2.5	3
74	13.24	7.199	1.544	-47	-70	28	2.5	3
75	15.572	0.02	7.862	-15	-8	77	2.5	3
76	1.549	9.796	11.617	9	-15	65	2.5	3
77	13.095	5.954	11.254	-17	69	84	2.5	3
78	4.359	10.429	9.898	8	74	26	2.5	3
79	14.639	8.243	6.689	34	48	52	2.5	3
80	4.127	7.521	11.693	-28	48	39	2.5	3
81	4.595	3.35	13.969	-14	78	39	2.5	3
82	0.544	10.45	6.161	-91	-2	19	2.5	3
83	9.605	10.885	7.089	-59	90	8	2.5	3
84	15.83	12.387	12.543	-88	72	94	2.5	3
85	2.277	0.525	15.965	-40	-41	33	2.5	3
86	7.94	11.019	0.429	69	12	86	2.5	3
87	15.274	2.009	16.803	8	42	100	2.5	3
88	4.893	7.047	7.902	53	64	10	2.5	3
89	3.892	10.913	8.236	-70	57	10	2.5	3
90	1.57	0.133	7.193	31	45	53	2.5	3
91	16.795	2.897	4.382	-21	-86	69	2.5	3
92	12.643	1.801	11.587	-7	-58	9	2.5	3

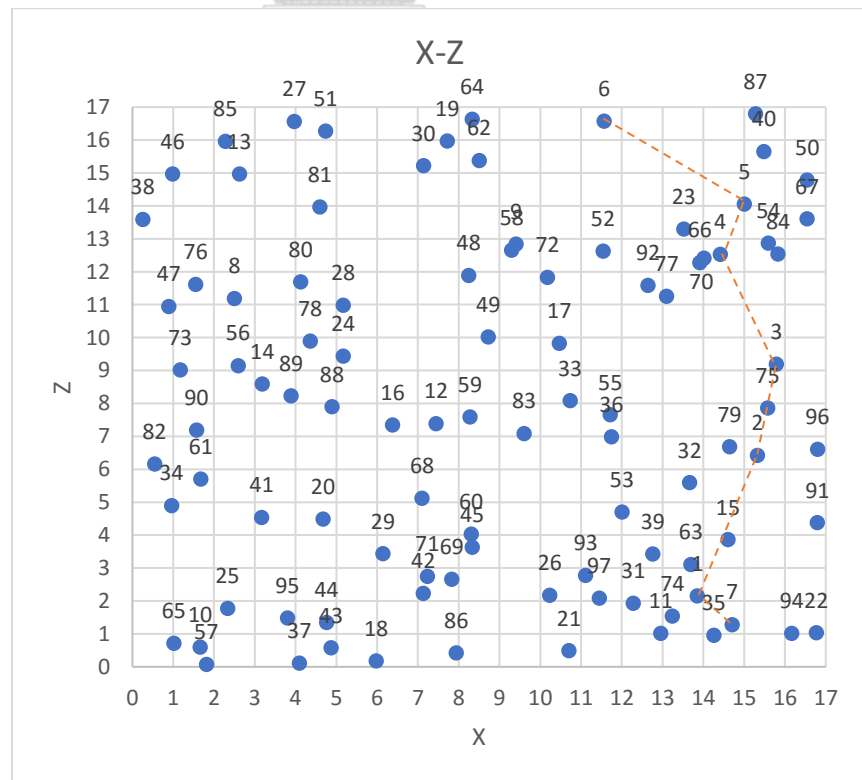
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
93	11.113	15.854	2.78	85	59	58	2.5	3
94	16.165	7.547	1.02	74	26	35	2.5	3
95	3.804	6.351	1.488	28	-64	4	2.5	3
96	16.796	14.691	6.611	-9	-51	79	2.5	3
97	11.445	11.293	2.088	-19	-45	72	2.5	3



รูปที่ ก.82 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของขนาด 17x17x17 ครั้งที่ 1



รูปที่ ก.83 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของขนาด 17x17x17 ครั้งที่ 1



รูปที่ ก.84 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของขนาด 17x17x17 ครั้งที่ 1

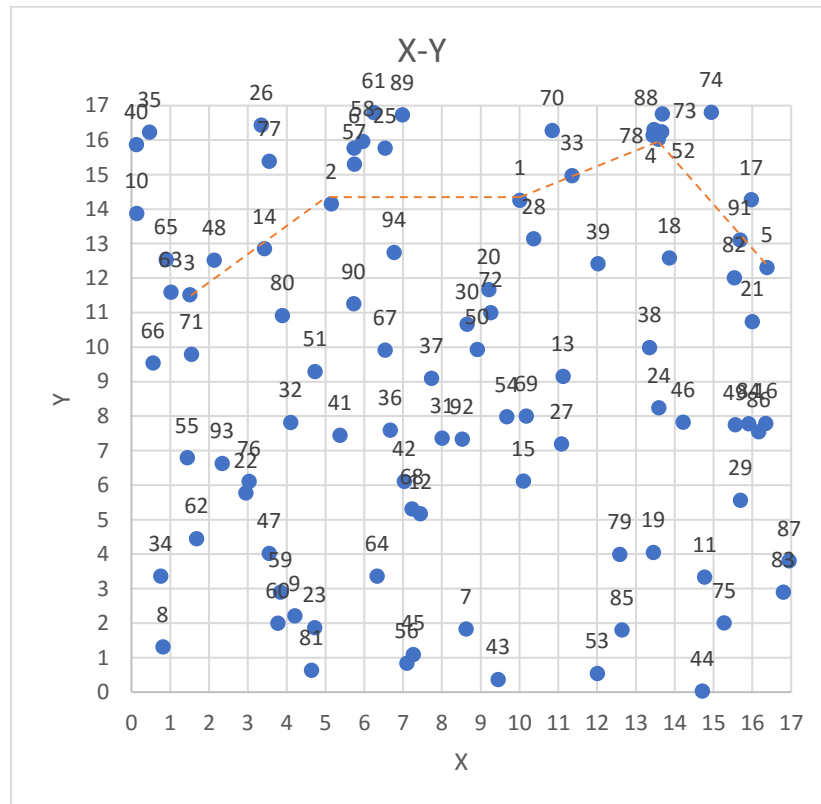
ตาราง ก.29 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการที่ปริมาตรขนาด 17x17x17 ครั้งที่ 2

แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	10.00813	14.25872	12.48707	-31	11	79	2.5	3
2	5.15	14.158	10.775	-48	70	41	2.5	3
3	1.501	11.52	13.612	14	77	100	2.5	3
4	13.663	16.238	14.717	9	-56	85	2.5	3
5	16.373	12.305	13.881	92	84	0	2.5	3
6	5.739	15.768	6.151	-90	-3	65	2.5	3
7	8.621	1.835	13.723	-16	-84	13	2.5	3
8	0.808	1.31	9.974	19	-67	63	2.5	3
9	4.208	2.213	14.732	-54	47	29	2.5	3
10	0.133	13.881	9.505	-58	-9	89	2.5	3
11	14.771	3.332	6.238	-73	1	73	2.5	3
12	7.445	5.174	10.549	-81	-5	31	2.5	3
13	11.12	9.155	8.648	-97	-11	15	2.5	3
14	3.428	12.853	6.697	-82	37	94	2.5	3
15	10.102	6.12	16.257	-26	-69	95	2.5	3
16	16.346	7.785	10.274	62	-12	10	2.5	3
17	15.972	14.274	7.985	-13	-2	7	2.5	3
18	13.858	12.584	4.418	99	-30	71	2.5	3
19	13.447	4.051	8.043	56	-69	47	2.5	3
20	9.205	11.671	15.707	87	-65	11	2.5	3
21	15.999	10.744	6.265	-68	-45	90	2.5	3
22	2.947	5.779	8.321	9	-60	94	2.5	3
23	4.72	1.874	1.929	35	-21	21	2.5	3
24	13.59	8.242	16.61	13	-2	18	2.5	3
25	6.535	15.768	1.409	82	-76	64	2.5	3
26	3.348	16.433	15.235	65	97	70	2.5	3
27	11.084	7.194	4.374	49	-55	89	2.5	3
28	10.366	13.142	11.116	57	6	9	2.5	3
29	15.691	5.562	14.694	-5	22	5	2.5	3
30	8.65	10.663	0.105	-18	-38	77	2.5	3
31	8.005	7.36	8.059	72	-63	95	2.5	3

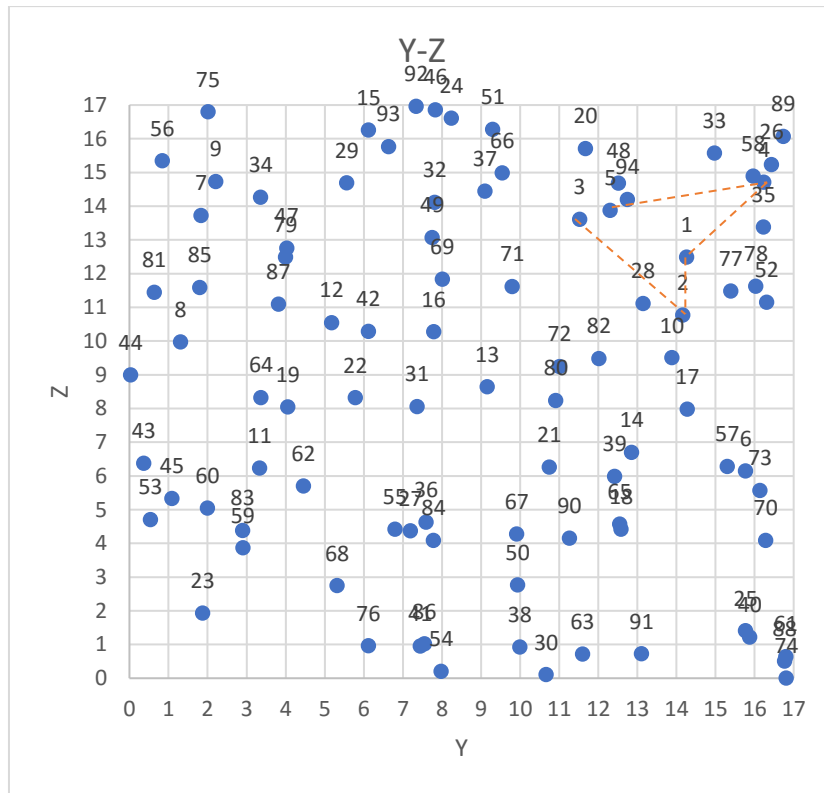
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
32	4.104	7.815	14.114	63	11	72	2.5	3
33	11.357	14.971	15.572	-57	-63	48	2.5	3
34	0.752	3.36	14.265	100	22	62	2.5	3
35	0.468	16.229	13.384	-75	-57	12	2.5	3
36	6.665	7.591	4.629	39	-99	67	2.5	3
37	7.731	9.097	14.449	-45	30	95	2.5	3
38	13.349	9.988	0.924	97	68	39	2.5	3
39	12.023	12.417	5.987	-73	-85	34	2.5	3
40	0.126	15.876	1.22	87	71	3	2.5	3
41	5.371	7.445	0.951	48	44	80	2.5	3
42	7.03	6.114	10.292	98	-83	53	2.5	3
43	9.448	0.367	6.38	-29	5	88	2.5	3
44	14.713	0.033	8.996	-39	-74	17	2.5	3
45	7.265	1.088	5.33	-87	-37	67	2.5	3
46	14.215	7.83	16.863	-95	43	66	2.5	3
47	3.549	4.024	12.755	39	-10	26	2.5	3
48	2.134	12.519	14.685	-23	-87	4	2.5	3
49	15.557	7.75	13.074	65	-94	70	2.5	3
50	8.909	9.934	2.765	-22	-12	31	2.5	3
51	4.734	9.297	16.278	93	-69	98	2.5	3
52	13.468	16.311	11.148	-93	70	94	2.5	3
53	12.003	0.541	4.708	-91	-81	83	2.5	3
54	9.67	7.98	0.202	-33	-68	80	2.5	3
55	1.435	6.796	4.418	60	-14	91	2.5	3
56	7.094	0.844	15.346	89	-2	49	2.5	3
57	5.741	15.301	6.277	-78	56	39	2.5	3
58	5.962	15.963	14.891	10	25	59	2.5	3
59	3.841	2.902	3.87	-13	-38	93	2.5	3
60	3.77	1.996	5.043	-36	-15	51	2.5	3

แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
61	6.246	16.796	0.642	77	83	80	2.5	3
62	1.678	4.452	5.701	36	-73	72	2.5	3
63	1.014	11.594	0.721	-86	4	9	2.5	3
64	6.331	3.368	8.325	-32	91	92	2.5	3
65	0.896	12.544	4.575	-16	10	95	2.5	3
66	0.554	9.54	14.992	34	-62	37	2.5	3
67	6.539	9.911	4.281	-42	24	26	2.5	3
68	7.229	5.316	2.745	-65	-15	9	2.5	3
69	10.175	8.006	11.831	40	28	3	2.5	3
70	10.841	16.281	4.092	35	-42	67	2.5	3
71	1.549	9.796	11.617	9	-15	65	2.5	3
72	9.26	11.004	9.246	44	5	100	2.5	3
73	13.437	16.138	5.569	34	-12	84	2.5	3
74	14.943	16.811	0.009	73	23	99	2.5	3
75	15.274	2.009	16.803	8	42	100	2.5	3
76	3.028	6.114	0.964	4	-33	17	2.5	3
77	3.552	15.388	11.482	-6	83	10	2.5	3
78	13.572	16.031	11.623	-74	45	11	2.5	3
79	12.581	3.992	12.494	95	-74	8	2.5	3
80	3.892	10.913	8.236	-70	57	10	2.5	3
81	4.64	0.633	11.446	-14	-10	61	2.5	3
82	15.535	12.014	9.482	-38	-67	62	2.5	3
83	16.795	2.897	4.382	-21	-86	69	2.5	3
84	15.907	7.784	4.088	53	52	74	2.5	3
85	12.643	1.801	11.587	-7	-58	9	2.5	3
86	16.165	7.547	1.02	74	26	35	2.5	3
87	16.949	3.811	11.092	21	-23	14	2.5	3
88	13.676	16.764	0.51	7	-83	81	2.5	3
89	6.981	16.734	16.075	36	98	77	2.5	3
90	5.724	11.26	4.151	-41	36	53	2.5	3
91	15.68	13.106	0.725	-24	41	73	2.5	3
92	8.522	7.339	16.959	63	-3	90	2.5	3

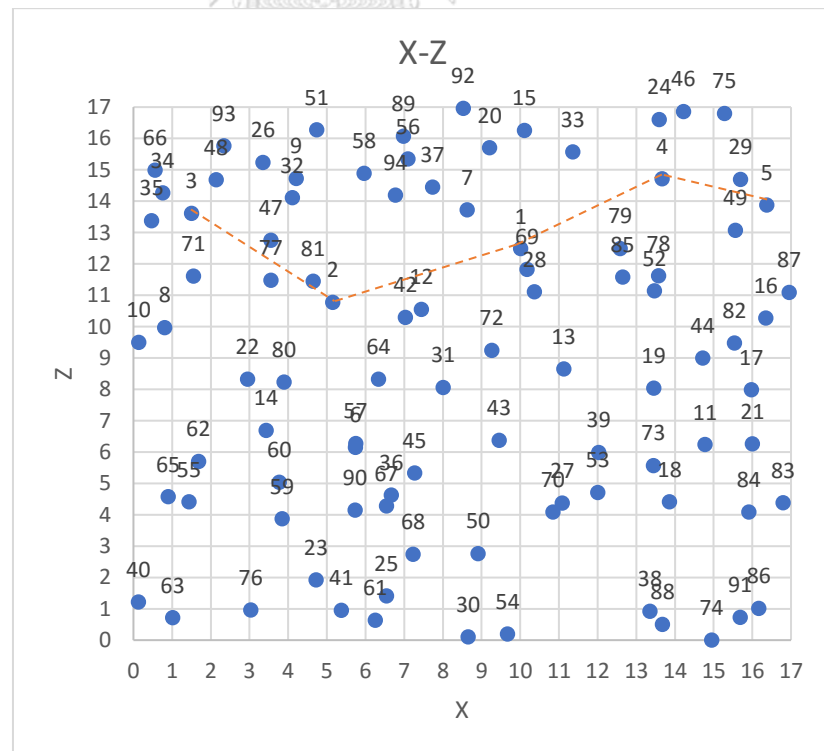
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
93	2.338	6.63	15.765	84	43	62	2.5	3
94	6.771	12.747	14.199	-36	11	98	2.5	3



รูปที่ ก.85 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของขนาด 17x17x17 ครั้งที่ 2



รูปที่ ก.86 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของขนาด 17x17x17 ครั้งที่ 2



รูปที่ ก.87 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของขนาด 17x17x17 ครั้งที่ 2

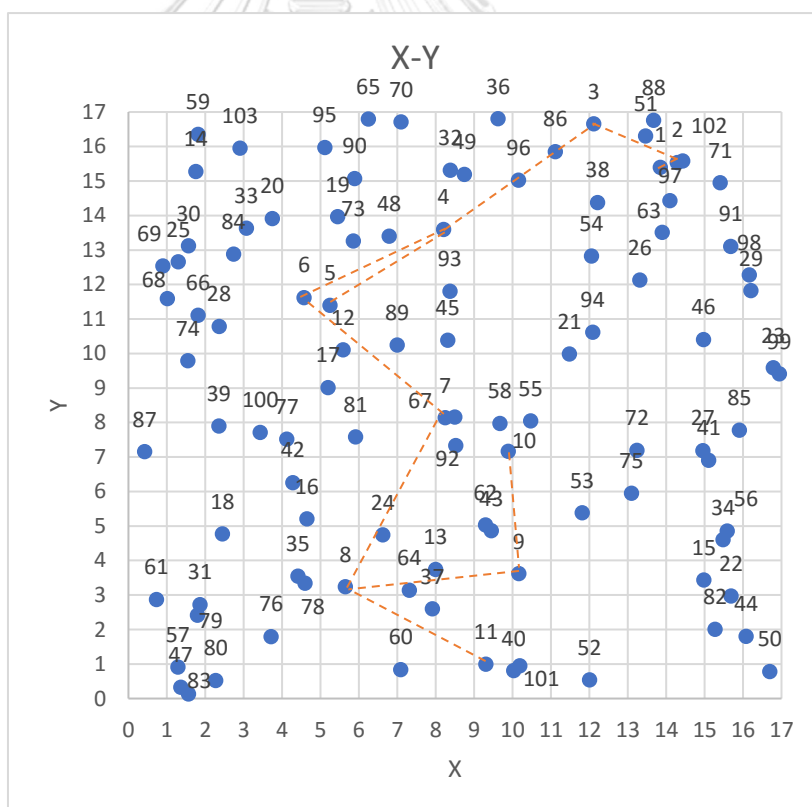
ตาราง ก.30 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการที่ปริมาตรขนาด 17x17x17 ครั้งที่ 3

แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	13.8503	15.39846	2.158776	83	27	9	2.5	3
2	14.291	15.539	7.344	32	-78	32	2.5	3
3	12.117	16.659	8.782	24	-19	25	2.5	3
4	8.205	13.595	7.375	-72	88	70	2.5	3
5	5.25	11.397	3.589	53	-83	48	2.5	3
6	4.575	11.625	9.46	38	81	67	2.5	3
7	8.25	8.142	10.325	-50	11	67	2.5	3
8	5.652	3.24	9.321	43	-77	97	2.5	3
9	10.165	3.62	9.905	3	83	91	2.5	3
10	9.887	7.168	7.671	87	89	41	2.5	3
11	9.311	0.996	6.496	2	-99	57	2.5	3
12	5.591	10.11	0.06	-70	58	85	2.5	3
13	7.998	3.743	2.699	-97	-60	45	2.5	3
14	1.759	15.282	13.964	-2	3	73	2.5	3
15	14.985	3.441	11.103	59	97	79	2.5	3
16	4.648	5.212	13.522	93	-32	45	2.5	3
17	5.2	9.019	16.143	70	-15	65	2.5	3
18	2.451	4.778	3.488	79	-10	59	2.5	3
19	5.451	13.966	4.278	-28	13	66	2.5	3
20	3.745	13.915	13.078	-31	45	85	2.5	3
21	11.481	9.992	14.422	-84	38	92	2.5	3
22	15.689	2.972	3.684	69	-96	100	2.5	3
23	16.789	9.587	1.458	-90	79	3	2.5	3
24	6.627	4.749	2.904	59	-38	61	2.5	3
25	1.303	12.658	7.643	-35	39	13	2.5	3
26	13.313	12.13	15.247	7	74	18	2.5	3
27	14.954	7.19	8.826	-82	-38	29	2.5	3
28	2.362	10.783	14.587	1	-40	21	2.5	3
29	16.206	11.823	14.537	-62	54	24	2.5	3
30	1.567	13.121	16.827	-46	-7	100	2.5	3
31	1.868	2.726	12.099	41	16	7	2.5	3

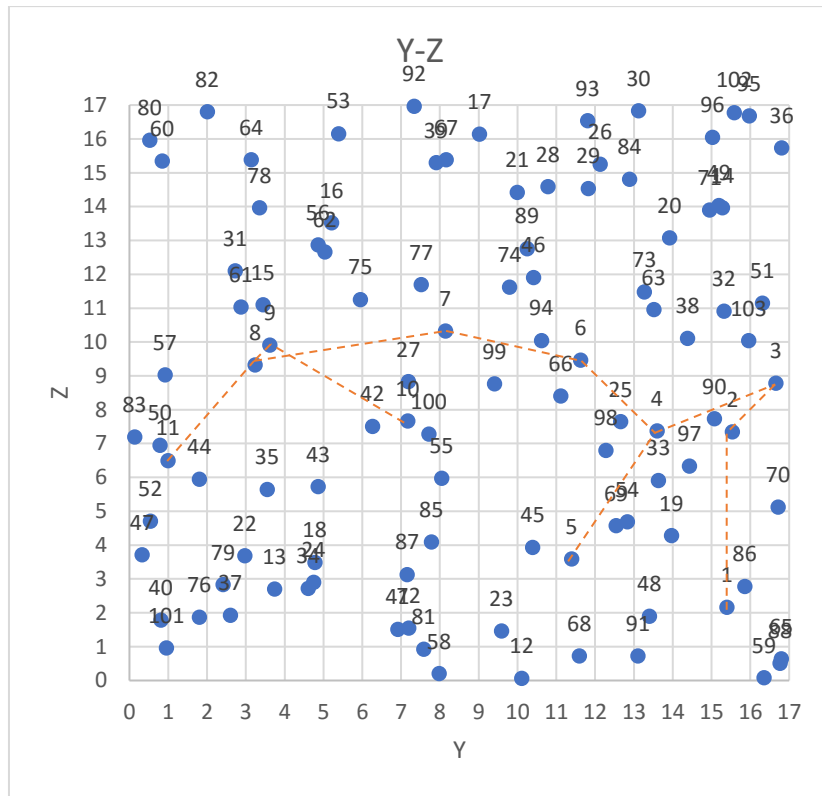
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
32	8.382	15.319	10.906	-59	31	58	2.5	3
33	3.07	13.632	5.909	-79	-79	74	2.5	3
34	15.483	4.608	2.716	-88	55	16	2.5	3
35	4.414	3.549	5.647	34	69	26	2.5	3
36	9.625	16.806	15.738	41	-87	48	2.5	3
37	7.914	2.6	1.926	-47	8	12	2.5	3
38	12.214	14.382	10.109	45	47	47	2.5	3
39	2.357	7.903	15.296	78	68	84	2.5	3
40	10.03	0.811	1.788	-81	-100	69	2.5	3
41	15.11	6.913	1.511	59	-91	62	2.5	3
42	4.283	6.263	7.506	-73	59	52	2.5	3
43	9.451	4.866	5.725	-58	-92	3	2.5	3
44	16.081	1.804	5.944	86	-43	28	2.5	3
45	8.313	10.392	3.935	-83	88	2	2.5	3
46	14.971	10.411	11.906	66	19	29	2.5	3
47	1.362	0.327	3.712	100	98	20	2.5	3
48	6.792	13.4	1.901	-48	-70	43	2.5	3
49	8.75	15.191	14.032	-66	65	16	2.5	3
50	16.699	0.787	6.952	5	54	10	2.5	3
51	13.468	16.311	11.148	-93	70	94	2.5	3
52	12.003	0.541	4.708	-91	-81	83	2.5	3
53	11.812	5.391	16.154	-94	-12	38	2.5	3
54	12.059	12.83	4.692	36	31	16	2.5	3
55	10.473	8.046	5.978	66	17	55	2.5	3
56	15.592	4.859	12.872	51	-24	57	2.5	3
57	1.29	0.917	9.024	56	87	13	2.5	3
58	9.67	7.98	0.202	-33	-68	80	2.5	3
59	1.813	16.352	0.079	55	64	87	2.5	3
60	7.094	0.844	15.346	89	-2	49	2.5	3

แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
61	0.731	2.873	11.035	47	30	45	2.5	3
62	9.299	5.037	12.66	-63	38	18	2.5	3
63	13.9	13.512	10.953	-24	63	53	2.5	3
64	7.314	3.142	15.383	96	-12	11	2.5	3
65	6.246	16.796	0.642	77	83	80	2.5	3
66	1.815	11.114	8.401	56	43	91	2.5	3
67	8.5	8.159	15.38	22	24	86	2.5	3
68	1.014	11.594	0.721	-86	4	9	2.5	3
69	0.896	12.544	4.575	-16	10	95	2.5	3
70	7.102	16.712	5.125	40	33	54	2.5	3
71	15.407	14.954	13.902	-48	19	2	2.5	3
72	13.24	7.199	1.544	-47	-70	28	2.5	3
73	5.856	13.269	11.481	-99	21	39	2.5	3
74	1.549	9.796	11.617	9	-15	65	2.5	3
75	13.095	5.954	11.254	-17	69	84	2.5	3
76	3.718	1.799	1.865	-88	-19	45	2.5	3
77	4.127	7.521	11.693	-28	48	39	2.5	3
78	4.595	3.35	13.969	-14	78	39	2.5	3
79	1.797	2.415	2.83	24	15	5	2.5	3
80	2.277	0.525	15.965	-40	-41	33	2.5	3
81	5.914	7.582	0.922	-65	33	33	2.5	3
82	15.274	2.009	16.803	8	42	100	2.5	3
83	1.57	0.133	7.193	31	45	53	2.5	3
84	2.739	12.888	14.809	-30	37	29	2.5	3
85	15.907	7.784	4.088	53	52	74	2.5	3
86	11.113	15.854	2.78	85	59	58	2.5	3
87	0.427	7.159	3.13	45	-26	84	2.5	3
88	13.676	16.764	0.51	7	-83	81	2.5	3
89	6.997	10.245	12.759	17	10	58	2.5	3
90	5.89	15.071	7.73	-17	-57	12	2.5	3
91	15.68	13.106	0.725	-24	41	73	2.5	3
92	8.522	7.339	16.959	63	-3	90	2.5	3

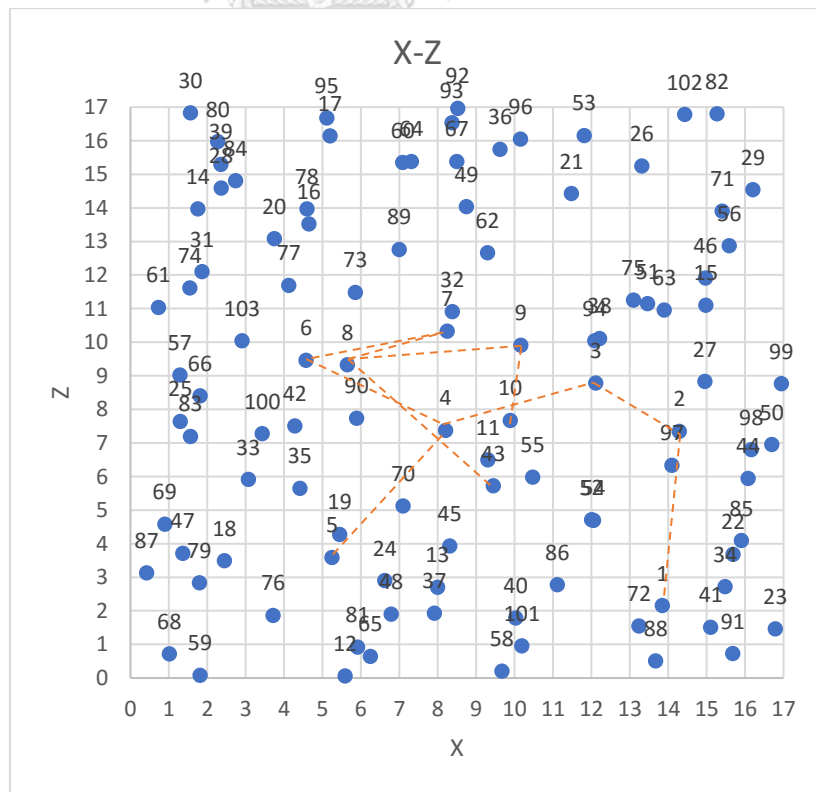
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
93	8.37	11.811	16.536	-35	68	74	2.5	3
94	12.089	10.618	10.04	32	-91	35	2.5	3
95	5.114	15.97	16.675	-43	60	90	2.5	3
96	10.158	15.028	16.043	10	46	58	2.5	3
97	14.102	14.434	6.333	19	75	94	2.5	3
98	16.166	12.28	6.801	67	-73	6	2.5	3
99	16.946	9.41	8.763	-34	-14	49	2.5	3
100	3.435	7.716	7.274	94	24	70	2.5	3
101	10.193	0.952	0.958	-70	-97	43	2.5	3
102	14.428	15.586	16.778	1	-46	10	2.5	3
103	2.908	15.955	10.038	-12	89	66	2.5	3



รูปที่ ก.88 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y ของขนาด 17x17x17 ครั้งที่ 3



รูปที่ ก.89 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ y-z ของขนาด 17x17x17 ครั้งที่ 3



รูปที่ ก.90 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z ของขนาด 17x17x17 ครั้งที่ 3

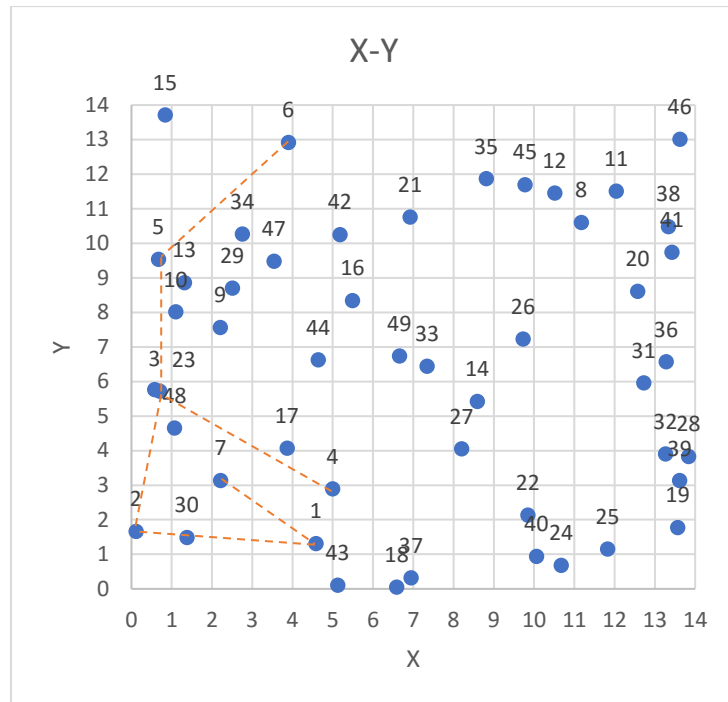
ก.6 ผลจำลองเมื่อเปรียบเทียบกับการทดลองต่างๆ

จากงานวิจัยของ Hongliang Hu

ตาราง ก.31 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการจากงานวิจัยของ Hongliang Hu ครั้งที่ 1

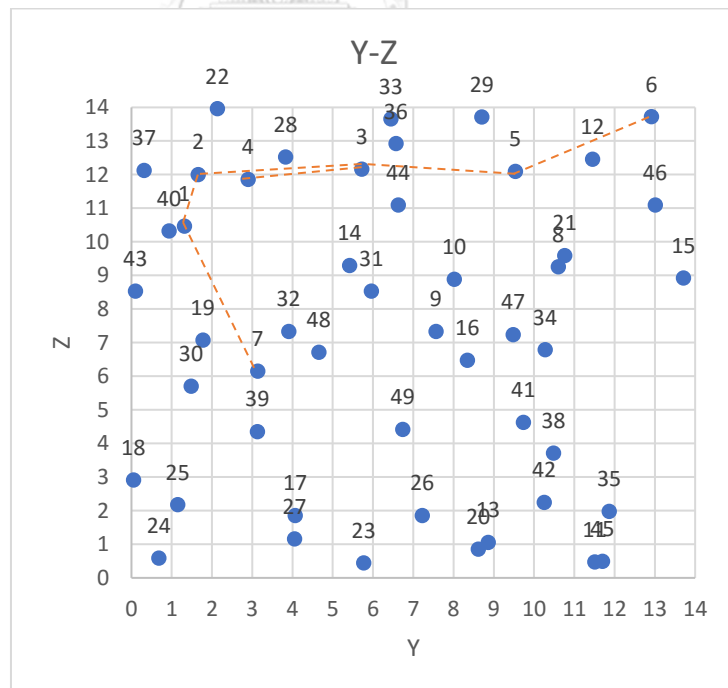
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	4.583894	1.312149	10.47296	53	93	24	2.5	3
2	0.115	1.658	12.008	60	-74	75	2.5	3
3	0.705	5.722	12.164	-42	-30	44	2.5	3
4	4.998	2.895	11.86	1	82	99	2.5	3
5	0.67	9.534	12.097	22	-49	91	2.5	3
6	3.899	12.918	13.725	-12	-48	77	2.5	3
7	2.216	3.135	6.155	-14	95	60	2.5	3
8	11.172	10.603	9.257	-43	39	91	2.5	3
9	2.209	7.561	7.34	-22	-4	18	2.5	3
10	1.099	8.019	8.893	-28	-49	65	2.5	3
11	12.04	11.508	0.475	-69	-52	68	2.5	3
12	10.511	11.451	12.461	80	-18	73	2.5	3
13	1.312	8.862	1.059	27	-23	29	2.5	3
14	8.588	5.421	9.295	-11	-47	15	2.5	3
15	0.835	13.713	8.93	88	26	57	2.5	3
16	5.492	8.345	6.476	27	88	59	2.5	3
17	3.864	4.067	1.857	97	-31	98	2.5	3
18	6.59	0.052	2.918	17	89	23	2.5	3
19	13.566	1.773	7.08	-53	-74	66	2.5	3
20	12.57	8.612	0.854	42	98	30	2.5	3
21	6.922	10.761	9.595	77	-56	96	2.5	3
22	9.846	2.137	13.965	59	-4	88	2.5	3
23	0.577	5.77	0.452	0	85	21	2.5	3
24	10.674	0.683	0.591	64	14	60	2.5	3
25	11.827	1.151	2.181	15	42	87	2.5	3
26	9.726	7.225	1.863	-45	-11	62	2.5	3
27	8.2	4.052	1.166	58	42	74	2.5	3
28	13.835	3.83	12.527	0	-45	6	2.5	3
29	2.505	8.703	13.723	-42	-10	86	2.5	3
30	1.376	1.485	5.706	10	-81	13	2.5	3

แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
31	12.722	5.962	8.535	-35	15	39	2.5	3
32	13.261	3.904	7.336	-55	16	43	2.5	3
33	7.345	6.446	13.664	-56	-94	40	2.5	3
34	2.756	10.272	6.793	12	29	4	2.5	3
35	8.811	11.868	1.985	68	-40	51	2.5	3
36	13.277	6.572	12.924	79	73	28	2.5	3
37	6.945	0.314	12.128	31	81	36	2.5	3
38	13.336	10.485	3.717	41	0	92	2.5	3
39	13.618	3.131	4.356	-88	36	63	2.5	3
40	10.058	0.936	10.328	63	89	95	2.5	3
41	13.422	9.735	4.627	-25	98	11	2.5	3
42	5.177	10.251	2.251	45	-10	99	2.5	3
43	5.12	0.101	8.535	3	61	100	2.5	3
44	4.639	6.625	11.095	92	-74	29	2.5	3
45	9.777	11.698	0.492	53	38	27	2.5	3
46	13.619	13.007	11.096	-47	-37	4	2.5	3
47	3.542	9.483	7.245	57	19	0	2.5	3
48	1.072	4.653	6.719	29	57	32	2.5	3
49	6.655	6.738	4.42	-58	2	98	2.5	3



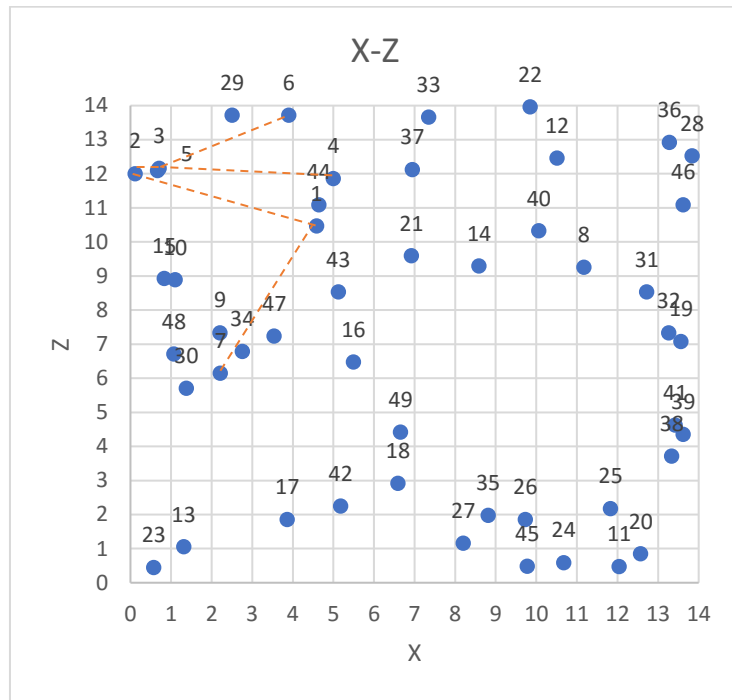
รูปที่ ก.91 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ x-y จากงานวิจัยของ Hongliang Hu

ครั้งที่ 1



รูปที่ ก.92 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ y-z จากงานวิจัยของ Hongliang Hu

ครั้งที่ 1



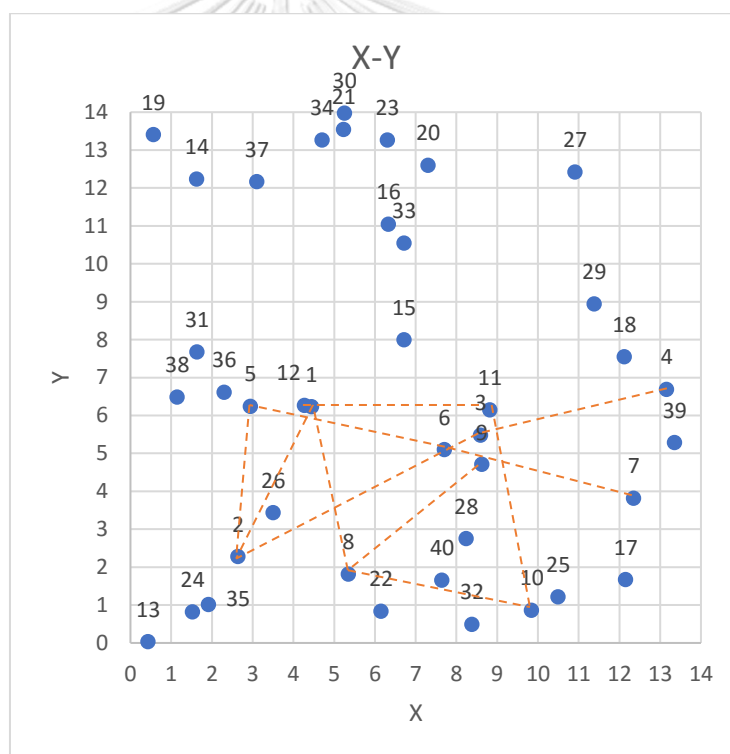
รูปที่ ก.93 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-z จากงานวิจัยของ Hongliang Hu
ครั้งที่ 1



ตาราง ก.32 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการจากงานวิจัยของ Hongliang Hu ครั้งที่ 2

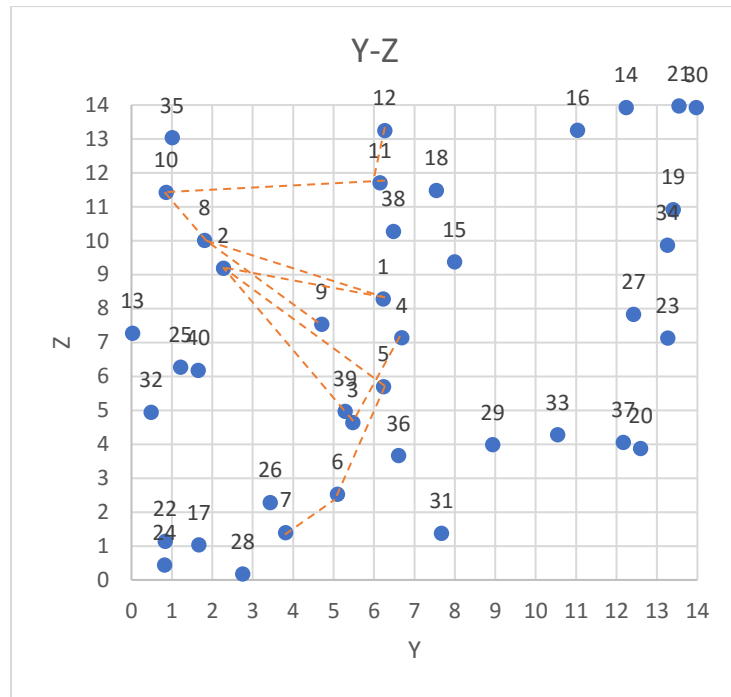
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	4.443183	6.225484	8.280465	54	46	84	2.5	3
2	2.638	2.274	9.185	-28	3	10	2.5	3
3	8.596	5.475	4.641	7	96	4	2.5	3
4	13.161	6.688	7.139	4	-36	65	2.5	3
5	2.942	6.235	5.7	40	52	47	2.5	3
6	7.702	5.096	2.52	-2	-81	12	2.5	3
7	12.351	3.816	1.395	52	55	73	2.5	3
8	5.35	1.812	10.011	-22	42	72	2.5	3
9	8.622	4.705	7.533	96	-79	63	2.5	3
10	9.846	0.856	11.422	-70	-28	64	2.5	3
11	8.82	6.147	11.711	41	37	99	2.5	3
12	4.272	6.263	13.244	48	86	50	2.5	3
13	0.434	0.028	7.268	-7	97	78	2.5	3
14	1.628	12.234	13.93	100	-88	39	2.5	3
15	6.713	7.99	9.379	-87	45	63	2.5	3
16	6.334	11.037	13.257	-15	-67	69	2.5	3
17	12.152	1.669	1.033	95	21	62	2.5	3
18	12.121	7.544	11.478	64	-15	99	2.5	3
19	0.562	13.402	10.918	21	37	99	2.5	3
20	7.304	12.594	3.873	68	-64	97	2.5	3
21	5.232	13.542	13.977	95	-79	7	2.5	3
22	6.149	0.831	1.137	-16	94	51	2.5	3
23	6.307	13.263	7.134	30	40	81	2.5	3
24	1.525	0.818	0.436	13	76	12	2.5	3
25	10.496	1.215	6.273	-14	-31	27	2.5	3
26	3.502	3.432	2.282	98	-100	27	2.5	3
27	10.907	12.421	7.833	-65	-38	18	2.5	3
28	8.237	2.753	0.175	0	88	29	2.5	3
29	11.38	8.936	3.987	-39	-64	83	2.5	3
30	5.254	13.968	13.925	-90	69	46	2.5	3
31	1.633	7.669	1.372	8	-37	61	2.5	3

แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
32	8.381	0.49	4.943	52	55	45	2.5	3
33	6.719	10.544	4.277	-60	62	27	2.5	3
34	4.702	13.261	9.864	-26	12	93	2.5	3
35	1.92	1.006	13.038	8	12	79	2.5	3
36	2.299	6.605	3.663	-65	54	29	2.5	3
37	3.102	12.166	4.058	20	9	35	2.5	3
38	1.146	6.48	10.276	-84	74	17	2.5	3
39	13.356	5.285	4.972	-14	2	44	2.5	3
40	7.645	1.652	6.175	87	75	74	2.5	3



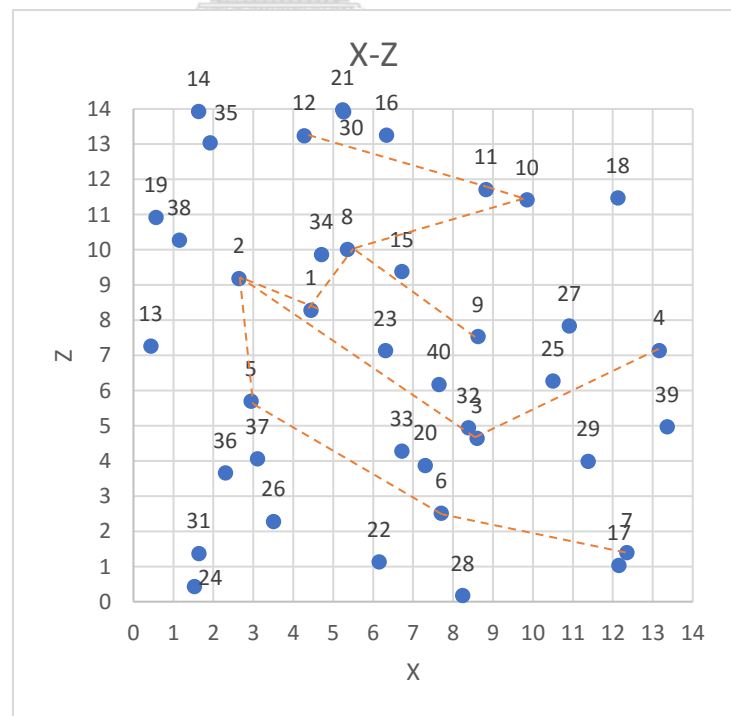
รูปที่ ก.94 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y จากงานวิจัยของ Hongliang Hu

ครั้งที่ 2



รูปที่ ก.95 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ y-z จากงานวิจัยของ Hongliang Hu

ครั้งที่ 2



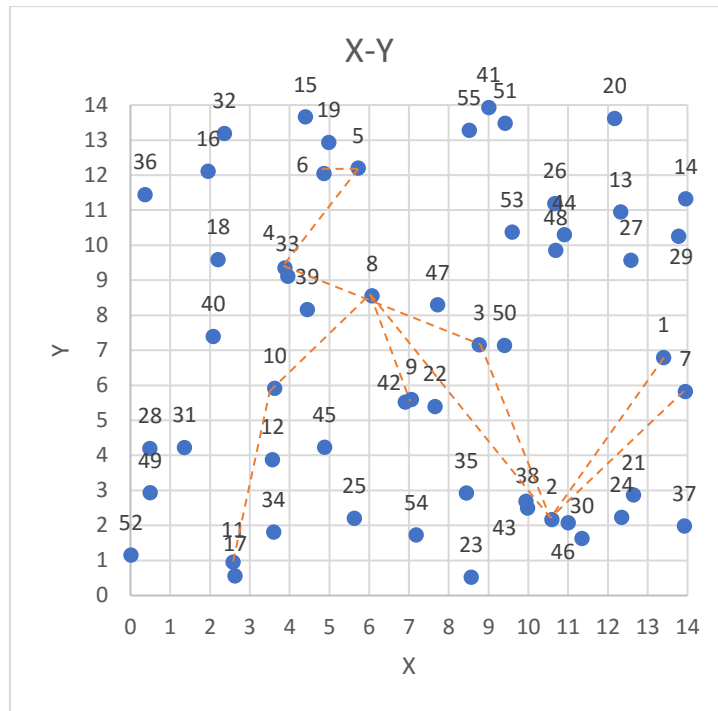
รูปที่ ก.96 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ x-z จากงานวิจัยของ Hongliang Hu

ครั้งที่ 2

ตาราง ก.33 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการจากงานวิจัยของ Hongliang Hu ครั้งที่ 3

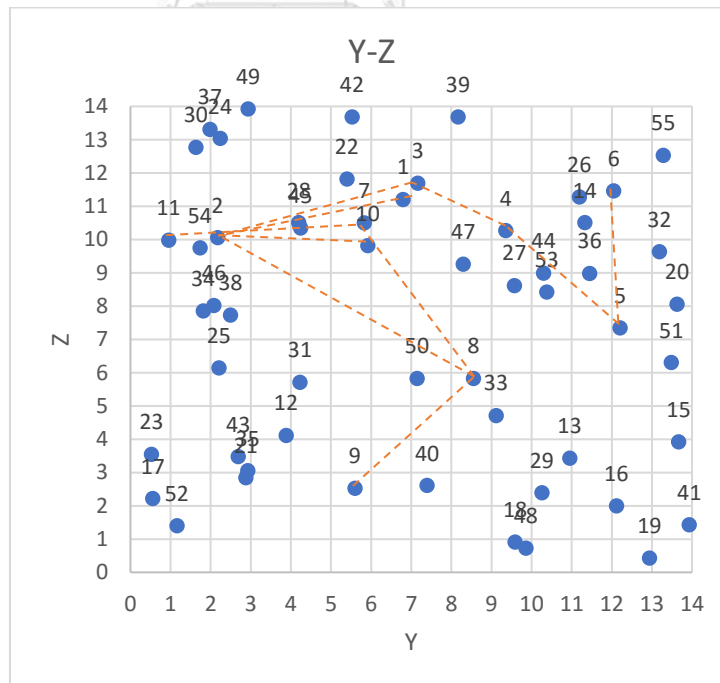
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	13.40034	6.795259	11.20393	-72	-16	92	2.5	3
2	10.596	2.169	10.052	14	-25	68	2.5	3
3	8.768	7.16	11.689	-29	-37	49	2.5	3
4	3.883	9.352	10.267	2	78	21	2.5	3
5	5.726	12.203	7.342	-88	53	26	2.5	3
6	4.865	12.047	11.456	82	-1	21	2.5	3
7	13.954	5.824	10.495	87	-63	77	2.5	3
8	6.075	8.551	5.825	83	-38	39	2.5	3
9	7.065	5.594	2.523	47	-52	47	2.5	3
10	3.631	5.912	9.814	76	22	69	2.5	3
11	2.585	0.95	9.975	-20	-15	59	2.5	3
12	3.574	3.878	4.114	-65	3	14	2.5	3
13	12.326	10.949	3.431	69	5	55	2.5	3
14	13.96	11.325	10.505	-94	12	17	2.5	3
15	4.401	13.664	3.92	58	85	44	2.5	3
16	1.955	12.112	1.997	-74	41	37	2.5	3
17	2.634	0.556	2.213	-79	75	15	2.5	3
18	2.206	9.588	0.907	12	-53	64	2.5	3
19	4.988	12.936	0.432	-16	78	92	2.5	3
20	12.169	13.621	8.055	14	-69	59	2.5	3
21	12.648	2.874	2.841	-62	23	10	2.5	3
22	7.656	5.393	11.814	-63	-64	46	2.5	3
23	8.564	0.522	3.542	-9	-59	15	2.5	3
24	12.347	2.232	13.034	43	20	10	2.5	3
25	5.629	2.2	6.138	-95	72	14	2.5	3
26	10.667	11.19	11.279	-66	-28	76	2.5	3
27	12.585	9.569	8.618	61	-7	54	2.5	3
28	0.493	4.195	10.509	95	5	31	2.5	3
29	13.778	10.254	2.389	-100	-47	79	2.5	3
30	11.352	1.628	12.77	73	5	34	2.5	3
31	1.363	4.225	5.707	47	-26	83	2.5	3

แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
32	2.366	13.186	9.63	56	-14	63	2.5	3
33	3.955	9.112	4.713	-59	45	76	2.5	3
34	3.6	1.811	7.855	-25	6	54	2.5	3
35	8.444	2.925	3.051	-78	-13	29	2.5	3
36	0.373	11.446	8.983	45	-52	92	2.5	3
37	13.923	1.981	13.307	-66	-35	88	2.5	3
38	9.982	2.495	7.732	-82	-58	76	2.5	3
39	4.45	8.162	13.681	37	70	70	2.5	3
40	2.085	7.393	2.608	24	-89	49	2.5	3
41	9.007	13.93	1.429	-47	-9	64	2.5	3
42	6.908	5.522	13.682	66	46	6	2.5	3
43	9.941	2.686	3.473	-4	60	71	2.5	3
44	10.906	10.298	8.991	-84	-80	33	2.5	3
45	4.881	4.236	10.346	98	33	83	2.5	3
46	11.009	2.079	8.018	33	-2	40	2.5	3
47	7.723	8.296	9.256	82	-42	51	2.5	3
48	10.69	9.856	0.723	93	-41	19	2.5	3
49	0.498	2.931	13.927	-14	-73	24	2.5	3
50	9.402	7.142	5.827	-70	-83	31	2.5	3
51	9.42	13.48	6.303	72	-47	92	2.5	3
52	0.015	1.155	1.403	-27	-57	40	2.5	3
53	9.595	10.377	8.418	-86	-55	14	2.5	3
54	7.185	1.73	9.75	96	4	10	2.5	3
55	8.516	13.282	12.526	-94	-62	73	2.5	3



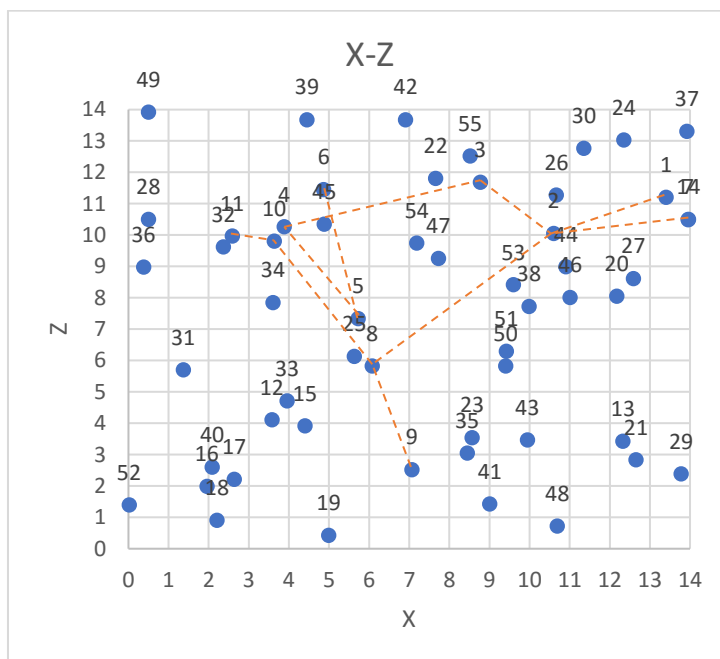
รูปที่ ก.97 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ x-y จากงานวิจัยของ Hongliang Hu

ครั้งที่ 3



รูปที่ ก.98 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ y-z จากงานวิจัยของ Hongliang Hu

ครั้งที่ 3



รูปที่ ก.99 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ x-z จากงานวิจัยของ Hongliang Hu

ครั้งที่ 3

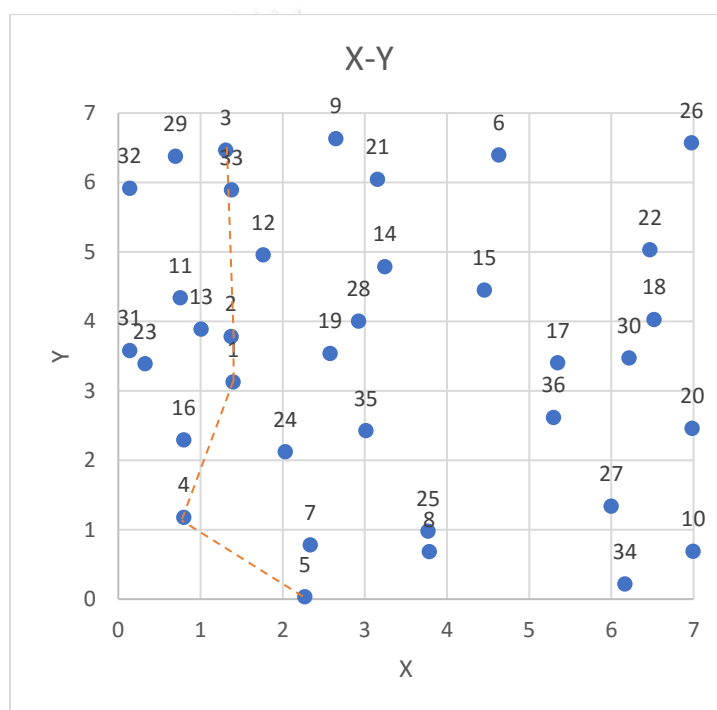


จากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi

ตาราง ก.34 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการจากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi ครั้งที่ 1

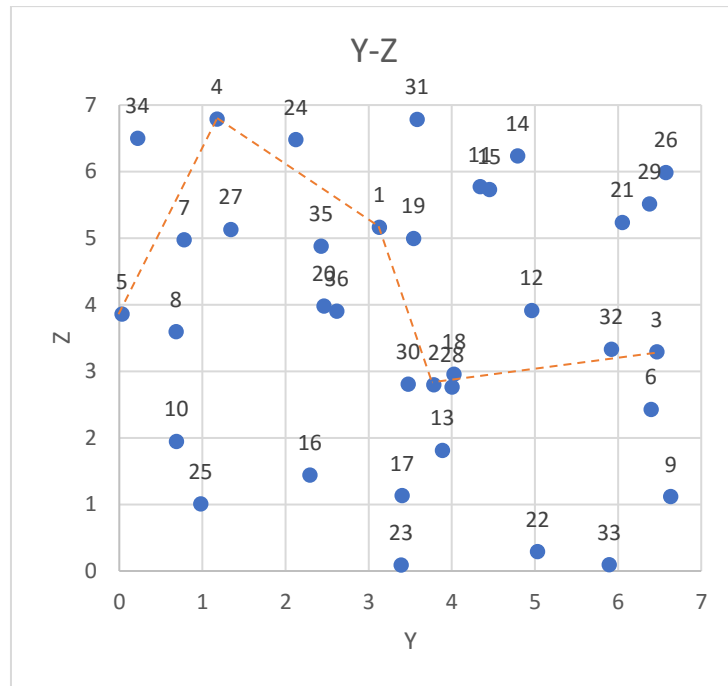
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	1.399853	3.127017	5.165534	-21	8	12	1.5	1.8
2	1.373	3.783	2.798	45	32	56	1.5	1.8
3	1.309	6.465	3.292	-98	8	72	1.5	1.8
4	0.799	1.177	6.79	35	29	8	1.5	1.8
5	2.271	0.034	3.858	98	47	20	1.5	1.8
6	4.63	6.396	2.426	84	-60	78	1.5	1.8
7	2.335	0.781	4.975	-61	-35	13	1.5	1.8
8	3.784	0.683	3.594	-10	-57	39	1.5	1.8
9	2.649	6.634	1.117	-27	-17	5	1.5	1.8
10	6.997	0.688	1.945	22	95	58	1.5	1.8
11	0.757	4.34	5.773	97	-43	25	1.5	1.8
12	1.766	4.96	3.913	-53	24	14	1.5	1.8
13	1.009	3.888	1.81	46	76	37	1.5	1.8
14	3.244	4.79	6.234	55	7	22	1.5	1.8
15	4.456	4.451	5.731	-45	-18	69	1.5	1.8
16	0.797	2.294	1.441	-17	-70	60	1.5	1.8
17	5.349	3.403	1.131	-20	-93	65	1.5	1.8
18	6.522	4.027	2.957	-16	6	41	1.5	1.8
19	2.578	3.539	4.997	-69	-9	28	1.5	1.8
20	6.985	2.461	3.98	-61	-26	89	1.5	1.8
21	3.154	6.049	5.235	-79	34	18	1.5	1.8
22	6.47	5.031	0.291	-42	17	89	1.5	1.8
23	0.326	3.39	0.091	7	17	46	1.5	1.8
24	2.032	2.124	6.479	-67	52	2	1.5	1.8
25	3.772	0.979	1.009	-26	-38	43	1.5	1.8
26	6.976	6.574	5.984	17	-86	16	1.5	1.8
27	6	1.341	5.128	94	74	50	1.5	1.8
28	2.925	4.003	2.764	-78	-78	43	1.5	1.8
29	0.696	6.379	5.514	38	39	85	1.5	1.8
30	6.216	3.474	2.805	-49	-54	93	1.5	1.8

แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
31	0.138	3.581	6.783	10	-70	46	1.5	1.8
32	0.139	5.918	3.331	-95	72	27	1.5	1.8
33	1.38	5.894	0.092	-1	-44	36	1.5	1.8 </td
34	6.167	0.22	6.502	-28	-100	70	1.5	1.8
35	3.013	2.427	4.878	-41	-58	51	1.5	1.8
36	5.296	2.617	3.902	65	100	34	1.5	1.8

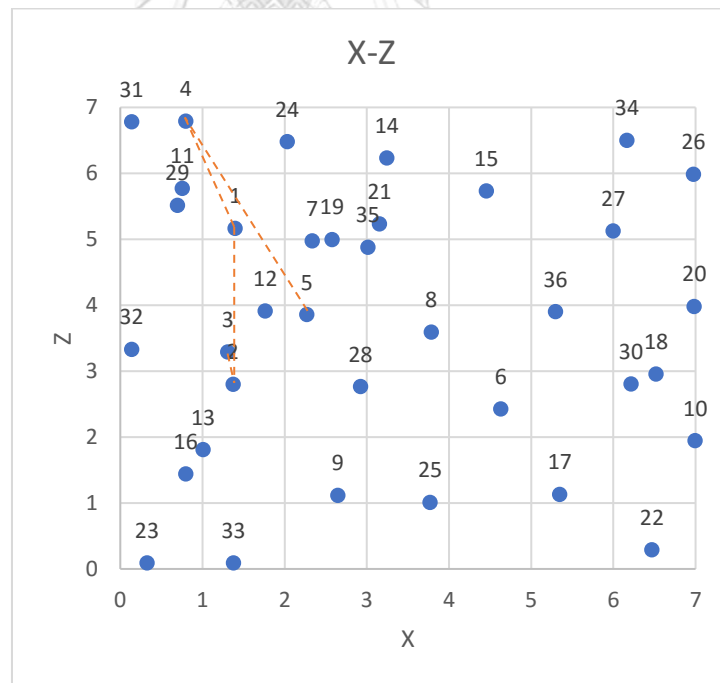


รูปที่ ก.100 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y จากงานวิจัยของ Mitra

Yoonessi ครั้งที่ 1



รูปที่ ก.101 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ y-z จากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi ครั้งที่ 1

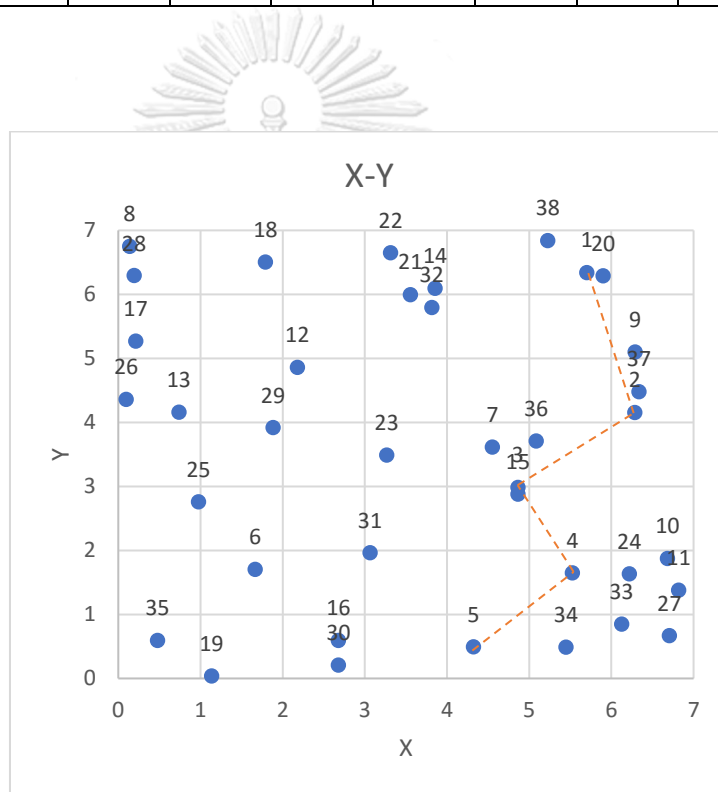


รูปที่ ก.102 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ x-z จากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi ครั้งที่ 1

ตาราง ก.35 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการจากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi ครั้งที่ 2

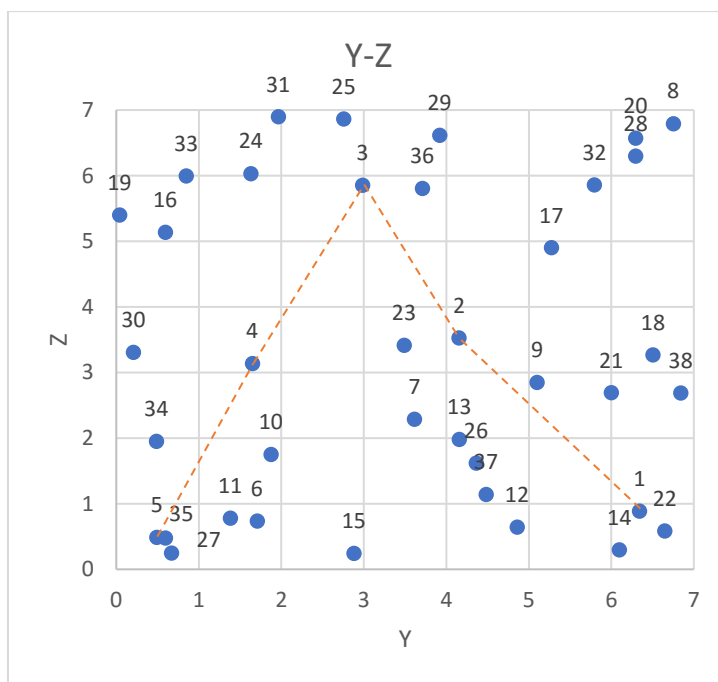
แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	5.703066	6.340544	0.888908	83	27	9	1.5	1.8
2	6.285	4.154	3.527	23	64	53	1.5	1.8
3	4.864	2.985	5.854	47	-28	45	1.5	1.8
4	5.528	1.648	3.136	14	-88	50	1.5	1.8
5	4.325	0.491	0.485	-73	58	9	1.5	1.8
6	1.665	1.706	0.734	72	40	74	1.5	1.8
7	4.554	3.614	2.285	33	-77	14	1.5	1.8
8	0.138	6.75	6.793	-76	-7	66	1.5	1.8
9	6.289	5.099	2.848	88	-49	53	1.5	1.8
10	6.683	1.874	1.751	86	-87	30	1.5	1.8
11	6.819	1.381	0.778	-41	-21	42	1.5	1.8
12	2.18	4.857	0.643	-20	-41	30	1.5	1.8
13	0.739	4.157	1.979	-69	-100	28	1.5	1.8
14	3.856	6.096	0.296	81	-74	84	1.5	1.8
15	4.864	2.88	0.243	-42	61	34	1.5	1.8
16	2.68	0.593	5.137	-34	68	37	1.5	1.8
17	0.213	5.272	4.9	-57	36	56	1.5	1.8
18	1.792	6.504	3.267	-49	-14	70	1.5	1.8
19	1.136	0.04	5.4	53	-16	5	1.5	1.8
20	5.901	6.292	6.573	63	-100	0	1.5	1.8
21	3.555	5.997	2.69	39	26	45	1.5	1.8
22	3.315	6.648	0.584	-44	-11	59	1.5	1.8
23	3.266	3.487	3.412	-54	-83	6	1.5	1.8
24	6.219	1.632	6.031	43	75	94	1.5	1.8
25	0.978	2.757	6.864	29	80	48	1.5	1.8
26	0.099	4.36	1.618	6	45	61	1.5	1.8
27	6.706	0.668	0.249	78	-51	0	1.5	1.8
28	0.193	6.294	6.3	5	-76	17	1.5	1.8
29	1.883	3.918	6.613	43	36	96	1.5	1.8
30	2.681	0.208	3.306	-33	96	56	1.5	1.8
31	3.064	1.962	6.897	22	-49	13	1.5	1.8

แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
32	3.815	5.795	5.859	67	-60	54	1.5	1.8
33	6.125	0.847	5.994	80	-57	7	1.5	1.8
34	5.449	0.486	1.951	-24	73	42	1.5	1.8
35	0.479	0.595	0.478	-18	-76	44	1.5	1.8
36	5.086	3.708	5.804	2	10	21	1.5	1.8
37	6.337	4.481	1.141	13	87	79	1.5	1.8
38	5.227	6.841	2.687	-48	76	81	1.5	1.8

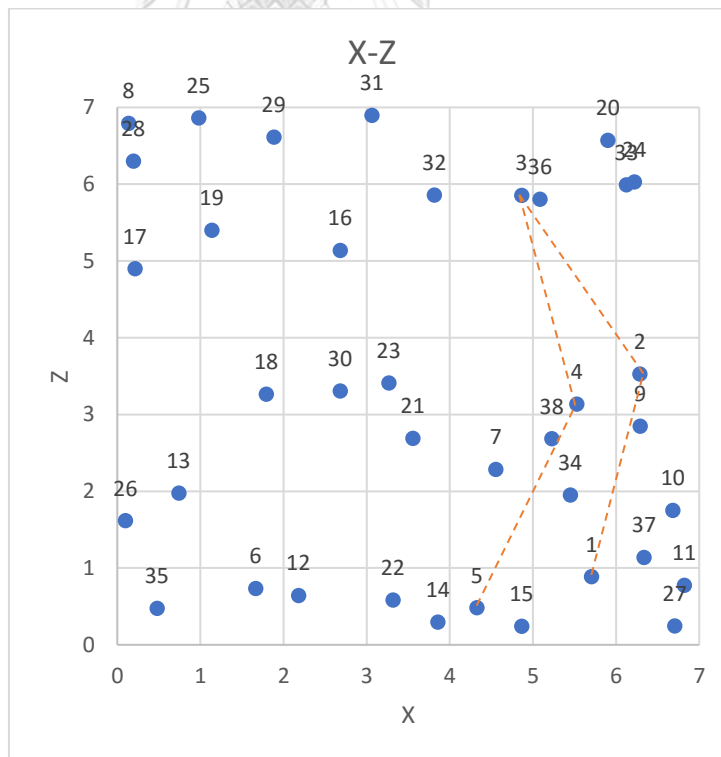


รูปที่ ก.103 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y จากงานวิจัยของ Mitra

Yoonessi ครั้งที่ 2



รูปที่ ก.104 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ y-z จากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi ครั้งที่ 2

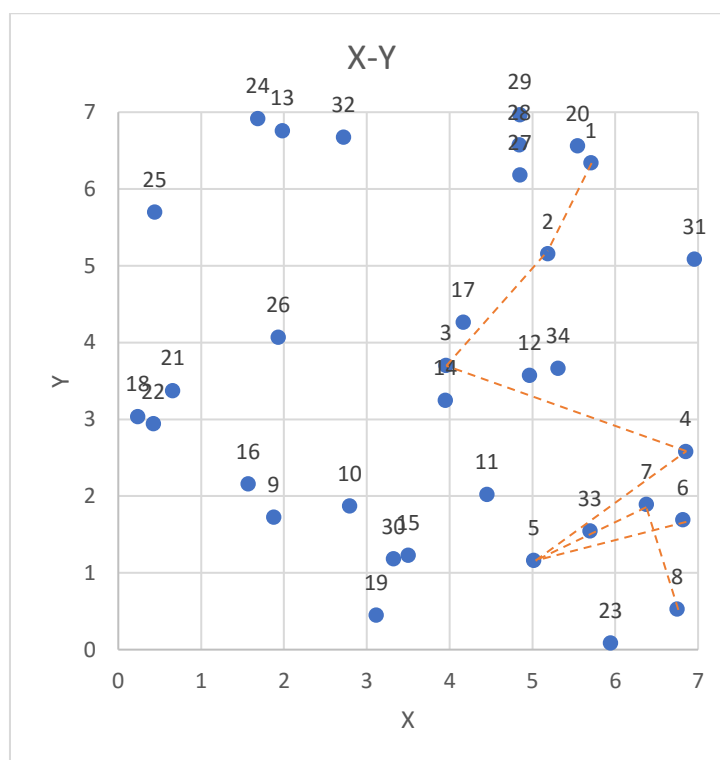


รูปที่ ก.105 เส้นทางเชื่อมต่อของแผนวงกลมในระนาบ x-z จากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi ครั้งที่ 2

ตาราง ก.36 ข้อมูลแผ่นวงกลมของการดำเนินการจากงานวิจัยของ Mitra Yoonessi ครั้งที่ 3

แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
1	5.703066	6.340544	0.888908	83	27	9	1.5	1.8
2	5.183	5.156	3.623	10	83	43	1.5	1.8
3	3.953	3.704	5.837	53	55	47	1.5	1.8
4	6.847	2.581	5.142	25	-90	75	1.5	1.8
5	5.014	1.162	3.028	87	-69	4	1.5	1.8
6	6.814	1.691	5.802	-38	-76	35	1.5	1.8
7	6.374	1.894	0.482	-1	76	11	1.5	1.8
8	6.744	0.528	1.345	-62	-82	82	1.5	1.8
9	1.874	1.727	2.762	-6	30	29	1.5	1.8
10	2.792	1.872	2.331	-10	22	39	1.5	1.8
11	4.448	2.024	3.707	56	-40	46	1.5	1.8
12	4.964	3.575	2.034	96	-29	37	1.5	1.8
13	1.979	6.76	2.221	-23	60	86	1.5	1.8
14	3.947	3.248	2.611	28	-54	78	1.5	1.8
15	3.498	1.232	0.607	14	-71	87	1.5	1.8
16	1.565	2.159	0.837	-52	18	82	1.5	1.8
17	4.161	4.264	2.907	-7	13	44	1.5	1.8
18	0.234	3.036	5.423	-23	-40	15	1.5	1.8
19	3.112	0.45	6.832	62	-97	39	1.5	1.8
20	5.543	6.563	0.683	26	97	83	1.5	1.8
21	0.655	3.375	5.531	-78	99	99	1.5	1.8
22	0.421	2.943	5.114	31	-58	8	1.5	1.8
23	5.941	0.088	2.765	1	74	66	1.5	1.8
24	1.682	6.918	3.326	30	39	95	1.5	1.8
25	0.439	5.698	1.447	-59	-75	85	1.5	1.8
26	1.93	4.07	0.712	19	60	4	1.5	1.8
27	4.845	6.185	5.322	75	-80	68	1.5	1.8
28	4.838	6.575	2.665	-48	93	90	1.5	1.8
29	4.845	6.969	3.775	39	-88	7	1.5	1.8
30	3.322	1.184	6.874	-34	89	29	1.5	1.8
31	6.955	5.089	5.389	25	-35	2	1.5	1.8

แผ่นที่	Ox	Oy	Oz	nx	ny	nz	Ri	Ro
32	2.719	6.676	0.967	-83	75	90	1.5	1.8
33	5.692	1.548	6.891	39	-14	16	1.5	1.8
34	5.307	3.665	6.182	29	-4	4	1.5	1.8



รูปที่ ก.106 เส้นทางเชื่อมต่อของแผ่นวงกลมในระนาบ x-y จากงานวิจัยของ Mitra

Yoonessi ครั้งที่ 3

ภาคผนวก ข.

ชุดคำสั่งสำหรับดำเนินการในโปรแกรม MATLAB

ข.1 ชุดคำสั่ง connected

```
function X = connected(d1)
for t = 1:150
    d = [7*rand(1,1) 7*rand(1,1) 7*rand(1,1) randi([-100 100])
        randi([-100 100]) randi([0 100]) 1.5 1.8];
    O = [d1(1) d1(2) d1(3) d(1) d(2) d(3)];
    n1 = [d1(4) d1(5) d1(6)];
    n2 = [d(4) d(5) d(6)];
    L1 = cross(n1', n2');
    l1 = L1/((L1(1)^2 + L1(2)^2 + L1(3)^2)^0.5);
    tol = .00001;
    X = [1.1* d1(1); 1.1* d1(2); 1.1* d1(3); 1.1* d(1); 1.1* d(2);
        1.1* d(3)];
    fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n',t,d(1)
        ),d(2),d(3),d(4),d(5),d(6),d(7),d(8));
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(n1',L1);
        PP2 = cross(L1,n2');
        p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 +PP1(3)^2)^0.5);
        p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 +PP2(3)^2)^0.5);
        P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
        P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
        L = ((X(1)-X(4))^2 + (X(2)-X(5))^2 + (X(3)-X(6))^2)^0.5;
        f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
        f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
        f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
        f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
        f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
        f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
        f7 = l1(1)*L - X(1) + X(4);
        f8 = l1(2)*L - X(2) + X(5);
        f9 = l1(3)*L - X(3) + X(6);
        F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
        F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F14 = 0;
        F15 = 0;
        F16 = 0;
        F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
        F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F24 = 0;
        F25 = 0;
        F26 = 0;
        F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F32 = p1(3)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F33 = p1(3)*(P1^-1)*(X(3)-O(3)) - 1;
        F34 = 0;
```

```

F35 = 0;
F36 = 0;
F41 = 0;
F42 = 0;
F43 = 0;
F44 = p2(1)*(P2^-1)*(X(4)-O(4)) - 1;
F45 = p2(1)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F46 = p2(1)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F51 = 0;
F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F55 = p2(2)*(P2^-1)*(X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F65 = p2(3)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F66 = p2(3)*(P2^-1)*(X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1)*(L^-1)*(X(1)-X(4)) - 1;
F72 = l1(1)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F73 = l1(1)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F74 = l1(1)*(L^-1)*(X(4)-X(1)) + 1;
F75 = l1(1)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F76 = l1(1)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F81 = l1(2)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F82 = l1(2)*(L^-1)*(X(2)-X(5)) - 1;
F83 = l1(2)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F84 = l1(2)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F85 = l1(2)*(L^-1)*(X(5)-X(2)) + 1;
F86 = l1(2)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F91 = l1(3)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F92 = l1(3)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F93 = l1(3)*(L^-1)*(X(3)-X(6)) - 1;
F94 = l1(3)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F95 = l1(3)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F96 = l1(3)*(L^-1)*(X(6)-X(3)) + 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26; F31
F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n', iter, X(1),
X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    break
end
end
if dx > tol
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(L1, n1');
        PP2 = cross(n2', L1);
        p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 + PP1(3)^2)^0.5);

```

```

p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 +PP2(3)^2)^0.5);
P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
L = ((X(4)-X(1))^2 + (X(5)-X(2))^2 + (X(6)-X(3))^2)^0.5;
f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
f7 = l1(1)*L - X(4) + X(1);
f8 = l1(2)*L - X(5) + X(2);
f9 = l1(3)*L - X(6) + X(3);
F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
F14 = 0;
F15 = 0;
F16 = 0;
F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
F24 = 0;
F25 = 0;
F26 = 0;
F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
F32 = p1(3)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
F33 = p1(3)*(P1^-1)*(X(3)-O(3)) - 1;
F34 = 0;
F35 = 0;
F36 = 0;
F41 = 0;
F42 = 0;
F43 = 0;
F44 = p2(1)*(P2^-1)*(X(4)-O(4)) - 1;
F45 = p2(1)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F46 = p2(1)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F51 = 0;
F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F55 = p2(2)*(P2^-1)*(X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F65 = p2(3)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F66 = p2(3)*(P2^-1)*(X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1)*(L^-1)*(X(1)-X(4)) + 1;
F72 = l1(1)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F73 = l1(1)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F74 = l1(1)*(L^-1)*(X(4)-X(1)) - 1;
F75 = l1(1)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F76 = l1(1)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F81 = l1(2)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F82 = l1(2)*(L^-1)*(X(2)-X(5)) + 1;
F83 = l1(2)*(L^-1)*(X(3)-X(6));

```

```

F84 = l1(2) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F85 = l1(2) * (L^-1) * (X(5)-X(2)) - 1;
F86 = l1(2) * (L^-1) * (X(6)-X(3));
F91 = l1(3) * (L^-1) * (X(1)-X(4));
F92 = l1(3) * (L^-1) * (X(2)-X(5));
F93 = l1(3) * (L^-1) * (X(3)-X(6)) + 1;
F94 = l1(3) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F95 = l1(3) * (L^-1) * (X(5)-X(2));
F96 = l1(3) * (L^-1) * (X(6)-X(3)) - 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n', iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    break
end
end
end
if dx > tol
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(L1,n1');
        PP2 = cross(L1,n2');
        p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 + PP1(3)^2)^0.5);
        p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 + PP2(3)^2)^0.5);
        P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
        P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
        L = ((X(1)-X(4))^2 + (X(2)-X(5))^2 + (X(3)-X(6))^2)^0.5;
        f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
        f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
        f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
        f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
        f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
        f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
        f7 = l1(1)*L - X(1) + X(4);
        f8 = l1(2)*L - X(2) + X(5);
        f9 = l1(3)*L - X(3) + X(6);
        F11 = p1(1) * (P1^-1) * (X(1)-O(1)) - 1;
        F12 = p1(1) * (P1^-1) * (X(2)-O(2));
        F13 = p1(1) * (P1^-1) * (X(3)-O(3));
        F14 = 0;
        F15 = 0;
        F16 = 0;
        F21 = p1(2) * (P1^-1) * (X(1)-O(1));
        F22 = p1(2) * (P1^-1) * (X(2)-O(2)) - 1;
        F23 = p1(2) * (P1^-1) * (X(3)-O(3));
        F24 = 0;
        F25 = 0;
        F26 = 0;
        F31 = p1(3) * (P1^-1) * (X(1)-O(1));
        F32 = p1(3) * (P1^-1) * (X(2)-O(2));
        F33 = p1(3) * (P1^-1) * (X(3)-O(3)) - 1;

```

```

F34 = 0;
F35 = 0;
F36 = 0;
F41 = 0;
F42 = 0;
F43 = 0;
F44 = p2(1) * (P2^-1) * (X(4)-O(4)) - 1;
F45 = p2(1) * (P2^-1) * (X(5)-O(5));
F46 = p2(1) * (P2^-1) * (X(6)-O(6));
F51 = 0;
F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2) * (P2^-1) * (X(4)-O(4));
F55 = p2(2) * (P2^-1) * (X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2) * (P2^-1) * (X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3) * (P2^-1) * (X(4)-O(4));
F65 = p2(3) * (P2^-1) * (X(5)-O(5));
F66 = p2(3) * (P2^-1) * (X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1) * (L^-1) * (X(1)-X(4)) - 1;
F72 = l1(1) * (L^-1) * (X(2)-X(5));
F73 = l1(1) * (L^-1) * (X(3)-X(6));
F74 = l1(1) * (L^-1) * (X(4)-X(1)) + 1;
F75 = l1(1) * (L^-1) * (X(5)-X(2));
F76 = l1(1) * (L^-1) * (X(6)-X(3));
F81 = l1(2) * (L^-1) * (X(1)-X(4));
F82 = l1(2) * (L^-1) * (X(2)-X(5)) - 1;
F83 = l1(2) * (L^-1) * (X(3)-X(6));
F84 = l1(2) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F85 = l1(2) * (L^-1) * (X(5)-X(2)) + 1;
F86 = l1(2) * (L^-1) * (X(6)-X(3));
F91 = l1(3) * (L^-1) * (X(1)-X(4));
F92 = l1(3) * (L^-1) * (X(2)-X(5));
F93 = l1(3) * (L^-1) * (X(3)-X(6)) - 1;
F94 = l1(3) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F95 = l1(3) * (L^-1) * (X(5)-X(2));
F96 = l1(3) * (L^-1) * (X(6)-X(3)) + 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n',iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    break
end
end
end
if dx > tol
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(n1',L1);

```

```

PP2 = cross(n2',L1);
p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 +PP1(3)^2)^0.5);
p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 +PP2(3)^2)^0.5);
P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
L = ((X(1)-X(4))^2 + (X(2)-X(5))^2 + (X(3)-X(6))^2)^0.5;
f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
f7 = l1(1)*L - X(1) + X(4);
f8 = l1(2)*L - X(2) + X(5);
f9 = l1(3)*L - X(3) + X(6);
F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
F14 = 0;
F15 = 0;
F16 = 0;
F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
F24 = 0;
F25 = 0;
F26 = 0;
F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
F32 = p1(3)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
F33 = p1(3)*(P1^-1)*(X(3)-O(3)) - 1;
F34 = 0;
F35 = 0;
F36 = 0;
F41 = 0;
F42 = 0;
F43 = 0;
F44 = p2(1)*(P2^-1)*(X(4)-O(4)) - 1;
F45 = p2(1)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F46 = p2(1)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F51 = 0;
F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F55 = p2(2)*(P2^-1)*(X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F65 = p2(3)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F66 = p2(3)*(P2^-1)*(X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1)*(L^-1)*(X(1)-X(4)) - 1;
F72 = l1(1)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F73 = l1(1)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F74 = l1(1)*(L^-1)*(X(4)-X(1)) + 1;
F75 = l1(1)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F76 = l1(1)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F81 = l1(2)*(L^-1)*(X(1)-X(4));

```

```

F82 = l1(2)*(L^-1)*(X(2)-X(5)) - 1;
F83 = l1(2)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F84 = l1(2)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F85 = l1(2)*(L^-1)*(X(5)-X(2)) + 1;
F86 = l1(2)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F91 = l1(3)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F92 = l1(3)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F93 = l1(3)*(L^-1)*(X(3)-X(6)) - 1;
F94 = l1(3)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F95 = l1(3)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F96 = l1(3)*(L^-1)*(X(6)-X(3)) + 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n', iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    break
end
end
end
if dx > tol
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(L1,n1');
        PP2 = cross(L1,n2');
        p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 +PP1(3)^2)^0.5);
        p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 +PP2(3)^2)^0.5);
        P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
        P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
        L = ((X(4)-X(1))^2 + (X(5)-X(2))^2 + (X(6)-X(3))^2)^0.5;
        f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
        f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
        f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
        f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
        f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
        f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
        f7 = l1(1)*L - X(4) + X(1);
        f8 = l1(2)*L - X(5) + X(2);
        f9 = l1(3)*L - X(6) + X(3);
        F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
        F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F14 = 0;
        F15 = 0;
        F16 = 0;
        F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
        F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F24 = 0;
        F25 = 0;
        F26 = 0;
        F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));

```

```

F32 = p1(3) * (P1^-1) * (X(2)-O(2));
F33 = p1(3) * (P1^-1) * (X(3)-O(3)) - 1;
F34 = 0;
F35 = 0;
F36 = 0;
F41 = 0;
F42 = 0;
F43 = 0;
F44 = p2(1) * (P2^-1) * (X(4)-O(4)) - 1;
F45 = p2(1) * (P2^-1) * (X(5)-O(5));
F46 = p2(1) * (P2^-1) * (X(6)-O(6));
F51 = 0;
F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2) * (P2^-1) * (X(4)-O(4));
F55 = p2(2) * (P2^-1) * (X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2) * (P2^-1) * (X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3) * (P2^-1) * (X(4)-O(4));
F65 = p2(3) * (P2^-1) * (X(5)-O(5));
F66 = p2(3) * (P2^-1) * (X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1) * (L^-1) * (X(1)-X(4)) + 1;
F72 = l1(1) * (L^-1) * (X(2)-X(5));
F73 = l1(1) * (L^-1) * (X(3)-X(6));
F74 = l1(1) * (L^-1) * (X(4)-X(1)) - 1;
F75 = l1(1) * (L^-1) * (X(5)-X(2));
F76 = l1(1) * (L^-1) * (X(6)-X(3));
F81 = l1(2) * (L^-1) * (X(1)-X(4));
F82 = l1(2) * (L^-1) * (X(2)-X(5)) + 1;
F83 = l1(2) * (L^-1) * (X(3)-X(6));
F84 = l1(2) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F85 = l1(2) * (L^-1) * (X(5)-X(2)) - 1;
F86 = l1(2) * (L^-1) * (X(6)-X(3));
F91 = l1(3) * (L^-1) * (X(1)-X(4));
F92 = l1(3) * (L^-1) * (X(2)-X(5));
F93 = l1(3) * (L^-1) * (X(3)-X(6)) + 1;
F94 = l1(3) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F95 = l1(3) * (L^-1) * (X(5)-X(2));
F96 = l1(3) * (L^-1) * (X(6)-X(3)) - 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n',iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    break
end
end
end
if dx > tol

```



```

for iter = 1:15
    PP1 = cross(n1',L1);
    PP2 = cross(n2',L1);
    p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 +PP1(3)^2)^0.5);
    p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 +PP2(3)^2)^0.5);
    P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
    P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
    L = ((X(4)-X(1))^2 + (X(5)-X(2))^2 + (X(6)-X(3))^2)^0.5;
    f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
    f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
    f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
    f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
    f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
    f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
    f7 = l1(1)*L - X(4) + X(1);
    f8 = l1(2)*L - X(5) + X(2);
    f9 = l1(3)*L - X(6) + X(3);
    F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
    F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
    F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
    F14 = 0;
    F15 = 0;
    F16 = 0;
    F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
    F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
    F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
    F24 = 0;
    F25 = 0;
    F26 = 0;
    F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
    F32 = p1(3)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
    F33 = p1(3)*(P1^-1)*(X(3)-O(3)) - 1;
    F34 = 0;
    F35 = 0;
    F36 = 0;
    F41 = 0;
    F42 = 0;
    F43 = 0;
    F44 = p2(1)*(P2^-1)*(X(4)-O(4)) - 1;
    F45 = p2(1)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
    F46 = p2(1)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
    F51 = 0;
    F52 = 0;
    F53 = 0;
    F54 = p2(2)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
    F55 = p2(2)*(P2^-1)*(X(5)-O(5)) - 1;
    F56 = p2(2)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
    F61 = 0;
    F62 = 0;
    F63 = 0;
    F64 = p2(3)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
    F65 = p2(3)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
    F66 = p2(3)*(P2^-1)*(X(6)-O(6)) - 1;
    F71 = l1(1)*(L^-1)*(X(1)-X(4)) + 1;
    F72 = l1(1)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
    F73 = l1(1)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
    F74 = l1(1)*(L^-1)*(X(4)-X(1)) - 1;
    F75 = l1(1)*(L^-1)*(X(5)-X(2));

```

```

F76 = l1(1)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F81 = l1(2)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F82 = l1(2)*(L^-1)*(X(2)-X(5)) + 1;
F83 = l1(2)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F84 = l1(2)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F85 = l1(2)*(L^-1)*(X(5)-X(2)) - 1;
F86 = l1(2)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F91 = l1(3)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F92 = l1(3)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F93 = l1(3)*(L^-1)*(X(3)-X(6)) + 1;
F94 = l1(3)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F95 = l1(3)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F96 = l1(3)*(L^-1)*(X(6)-X(3)) - 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n',iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    break
end
end
end
if dx > tol
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(n1',L1);
        PP2 = cross(L1,n2');
        p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 +PP1(3)^2)^0.5);
        p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 +PP2(3)^2)^0.5);
        P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
        P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
        L = ((X(4)-X(1))^2 + (X(5)-X(2))^2 + (X(6)-X(3))^2)^0.5;
        f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
        f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
        f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
        f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
        f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
        f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
        f7 = l1(1)*L - X(4) + X(1);
        f8 = l1(2)*L - X(5) + X(2);
        f9 = l1(3)*L - X(6) + X(3);
        F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
        F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F14 = 0;
        F15 = 0;
        F16 = 0;
        F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
        F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F24 = 0;
        F25 = 0;

```

```

F26 = 0;
F31 = p1(3) * (P1^-1) * (X(1)-O(1));
F32 = p1(3) * (P1^-1) * (X(2)-O(2));
F33 = p1(3) * (P1^-1) * (X(3)-O(3)) - 1;
F34 = 0;
F35 = 0;
F36 = 0;
F41 = 0;
F42 = 0;
F43 = 0;
F44 = p2(1) * (P2^-1) * (X(4)-O(4)) - 1;
F45 = p2(1) * (P2^-1) * (X(5)-O(5));
F46 = p2(1) * (P2^-1) * (X(6)-O(6));
F51 = 0;
F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2) * (P2^-1) * (X(4)-O(4));
F55 = p2(2) * (P2^-1) * (X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2) * (P2^-1) * (X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3) * (P2^-1) * (X(4)-O(4));
F65 = p2(3) * (P2^-1) * (X(5)-O(5));
F66 = p2(3) * (P2^-1) * (X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1) * (L^-1) * (X(1)-X(4)) + 1;
F72 = l1(1) * (L^-1) * (X(2)-X(5));
F73 = l1(1) * (L^-1) * (X(3)-X(6));
F74 = l1(1) * (L^-1) * (X(4)-X(1)) - 1;
F75 = l1(1) * (L^-1) * (X(5)-X(2));
F76 = l1(1) * (L^-1) * (X(6)-X(3));
F81 = l1(2) * (L^-1) * (X(1)-X(4));
F82 = l1(2) * (L^-1) * (X(2)-X(5)) + 1;
F83 = l1(2) * (L^-1) * (X(3)-X(6));
F84 = l1(2) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F85 = l1(2) * (L^-1) * (X(5)-X(2)) - 1;
F86 = l1(2) * (L^-1) * (X(6)-X(3));
F91 = l1(3) * (L^-1) * (X(1)-X(4));
F92 = l1(3) * (L^-1) * (X(2)-X(5));
F93 = l1(3) * (L^-1) * (X(3)-X(6)) + 1;
F94 = l1(3) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F95 = l1(3) * (L^-1) * (X(5)-X(2));
F96 = l1(3) * (L^-1) * (X(6)-X(3)) - 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n', iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    disp(N)
    break
end

```

```

end
end
if dx > tol
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(L1,n1');
        PP2 = cross(n2',L1);
        p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 +PP1(3)^2)^0.5);
        p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 +PP2(3)^2)^0.5);
        P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
        P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
        L = ((X(1)-X(4))^2 + (X(2)-X(5))^2 + (X(3)-X(6))^2)^0.5;
        f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
        f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
        f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
        f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
        f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
        f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
        f7 = l1(1)*L - X(1) + X(4);
        f8 = l1(2)*L - X(2) + X(5);
        f9 = l1(3)*L - X(3) + X(6);
        F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
        F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F14 = 0;
        F15 = 0;
        F16 = 0;
        F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
        F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F24 = 0;
        F25 = 0;
        F26 = 0;
        F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F32 = p1(3)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F33 = p1(3)*(P1^-1)*(X(3)-O(3)) - 1;
        F34 = 0;
        F35 = 0;
        F36 = 0;
        F41 = 0;
        F42 = 0;
        F43 = 0;
        F44 = p2(1)*(P2^-1)*(X(4)-O(4)) - 1;
        F45 = p2(1)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
        F46 = p2(1)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
        F51 = 0;
        F52 = 0;
        F53 = 0;
        F54 = p2(2)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
        F55 = p2(2)*(P2^-1)*(X(5)-O(5)) - 1;
        F56 = p2(2)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
        F61 = 0;
        F62 = 0;
        F63 = 0;
        F64 = p2(3)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
        F65 = p2(3)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
        F66 = p2(3)*(P2^-1)*(X(6)-O(6)) - 1;
        F71 = l1(1)*(L^-1)*(X(1)-X(4)) - 1;
        F72 = l1(1)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
    end
end

```


ข.2 ชุดคำสั่ง loop

```

function X = loop(d1,d)
N = numel(d);
while N > 0
    d2 = d{1,N};
    O = [d1(1) d1(2) d1(3) d2(1) d2(2) d2(3)];
    n1 = [d1(4) d1(5) d1(6)];
    n2 = [d2(4) d2(5) d2(6)];
    L1 = cross(n1',n2');
    l1 = L1/((L1(1)^2 + L1(2)^2 + L1(3)^2)^0.5);
    tol = .00001;
    X = [1.1*d1(1); 1.1*d1(2); 1.1*d1(3); 1.1*d2(1); 1.1*d2(2);
1.1*d2(3)];
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(n1',L1);
        PP2 = cross(L1,n2');
        p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 +PP1(3)^2)^0.5);
        p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 +PP2(3)^2)^0.5);
        P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
        P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
        L = ((X(1)-X(4))^2 + (X(2)-X(5))^2 + (X(3)-X(6))^2)^0.5;
        f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
        f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
        f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
        f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
        f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
        f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
        f7 = l1(1)*L - X(1) + X(4);
        f8 = l1(2)*L - X(2) + X(5);
        f9 = l1(3)*L - X(3) + X(6);
        F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
        F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F14 = 0;
        F15 = 0;
        F16 = 0;
        F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
        F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F24 = 0;
        F25 = 0;
        F26 = 0;
        F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F32 = p1(3)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F33 = p1(3)*(P1^-1)*(X(3)-O(3)) - 1;
        F34 = 0;
        F35 = 0;
        F36 = 0;
        F41 = 0;
        F42 = 0;
        F43 = 0;
        F44 = p2(1)*(P2^-1)*(X(4)-O(4)) - 1;
        F45 = p2(1)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
        F46 = p2(1)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
        F51 = 0;

```

```

F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F55 = p2(2)*(P2^-1)*(X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F65 = p2(3)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F66 = p2(3)*(P2^-1)*(X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1)*(L^-1)*(X(1)-X(4)) - 1;
F72 = l1(1)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F73 = l1(1)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F74 = l1(1)*(L^-1)*(X(4)-X(1)) + 1;
F75 = l1(1)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F76 = l1(1)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F81 = l1(2)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F82 = l1(2)*(L^-1)*(X(2)-X(5)) - 1;
F83 = l1(2)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F84 = l1(2)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F85 = l1(2)*(L^-1)*(X(5)-X(2)) + 1;
F86 = l1(2)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F91 = l1(3)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F92 = l1(3)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F93 = l1(3)*(L^-1)*(X(3)-X(6)) - 1;
F94 = l1(3)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F95 = l1(3)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F96 = l1(3)*(L^-1)*(X(6)-X(3)) + 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26; F31
F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n', iter, X(1),
X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    disp(N)
    break
end
end
if dx > tol
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(L1, n1');
        PP2 = cross(n2', L1);
        p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 + PP1(3)^2)^0.5);
        p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 + PP2(3)^2)^0.5);
        P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
        P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
        L = ((X(4)-X(1))^2 + (X(5)-X(2))^2 + (X(6)-X(3))^2)^0.5;
        f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
        f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
        f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
        f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);

```

```

f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
f7 = l1(1)*L - X(4) + X(1);
f8 = l1(2)*L - X(5) + X(2);
f9 = l1(3)*L - X(6) + X(3);
F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
F14 = 0;
F15 = 0;
F16 = 0;
F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
F24 = 0;
F25 = 0;
F26 = 0;
F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
F32 = p1(3)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
F33 = p1(3)*(P1^-1)*(X(3)-O(3)) - 1;
F34 = 0;
F35 = 0;
F36 = 0;
F41 = 0;
F42 = 0;
F43 = 0;
F44 = p2(1)*(P2^-1)*(X(4)-O(4)) - 1;
F45 = p2(1)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F46 = p2(1)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F51 = 0;
F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F55 = p2(2)*(P2^-1)*(X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F65 = p2(3)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F66 = p2(3)*(P2^-1)*(X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1)*(L^-1)*(X(1)-X(4)) + 1;
F72 = l1(1)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F73 = l1(1)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F74 = l1(1)*(L^-1)*(X(4)-X(1)) - 1;
F75 = l1(1)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F76 = l1(1)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F81 = l1(2)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F82 = l1(2)*(L^-1)*(X(2)-X(5)) + 1;
F83 = l1(2)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F84 = l1(2)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F85 = l1(2)*(L^-1)*(X(5)-X(2)) - 1;
F86 = l1(2)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F91 = l1(3)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F92 = l1(3)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F93 = l1(3)*(L^-1)*(X(3)-X(6)) + 1;
F94 = l1(3)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F95 = l1(3)*(L^-1)*(X(5)-X(2));

```



```

F96 = l1(3)*(L^-1)*(X(6)-X(3)) - 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n',iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    disp(N)
    break
end
end
end
if dx > tol
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(L1,n1');
        PP2 = cross(L1,n2');
        p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 +PP1(3)^2)^0.5);
        p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 +PP2(3)^2)^0.5);
        P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
        P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
        L = ((X(1)-X(4))^2 + (X(2)-X(5))^2 + (X(3)-X(6))^2)^0.5;
        f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
        f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
        f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
        f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
        f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
        f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
        f7 = l1(1)*L - X(1) + X(4);
        f8 = l1(2)*L - X(2) + X(5);
        f9 = l1(3)*L - X(3) + X(6);
        F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
        F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F14 = 0;
        F15 = 0;
        F16 = 0;
        F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
        F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F24 = 0;
        F25 = 0;
        F26 = 0;
        F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F32 = p1(3)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F33 = p1(3)*(P1^-1)*(X(3)-O(3)) - 1;
        F34 = 0;
        F35 = 0;
        F36 = 0;
        F41 = 0;
        F42 = 0;
        F43 = 0;
        F44 = p2(1)*(P2^-1)*(X(4)-O(4)) - 1;

```

```

F45 = p2(1) * (P2^-1) * (X(5)-O(5));
F46 = p2(1) * (P2^-1) * (X(6)-O(6));
F51 = 0;
F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2) * (P2^-1) * (X(4)-O(4));
F55 = p2(2) * (P2^-1) * (X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2) * (P2^-1) * (X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3) * (P2^-1) * (X(4)-O(4));
F65 = p2(3) * (P2^-1) * (X(5)-O(5));
F66 = p2(3) * (P2^-1) * (X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1) * (L^-1) * (X(1)-X(4)) - 1;
F72 = l1(1) * (L^-1) * (X(2)-X(5));
F73 = l1(1) * (L^-1) * (X(3)-X(6));
F74 = l1(1) * (L^-1) * (X(4)-X(1)) + 1;
F75 = l1(1) * (L^-1) * (X(5)-X(2));
F76 = l1(1) * (L^-1) * (X(6)-X(3));
F81 = l1(2) * (L^-1) * (X(1)-X(4));
F82 = l1(2) * (L^-1) * (X(2)-X(5)) - 1;
F83 = l1(2) * (L^-1) * (X(3)-X(6));
F84 = l1(2) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F85 = l1(2) * (L^-1) * (X(5)-X(2)) + 1;
F86 = l1(2) * (L^-1) * (X(6)-X(3));
F91 = l1(3) * (L^-1) * (X(1)-X(4));
F92 = l1(3) * (L^-1) * (X(2)-X(5));
F93 = l1(3) * (L^-1) * (X(3)-X(6)) - 1;
F94 = l1(3) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F95 = l1(3) * (L^-1) * (X(5)-X(2));
F96 = l1(3) * (L^-1) * (X(6)-X(3)) + 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n',iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    disp(N)
    break
end
end
end
if dx > tol
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(n1',L1);
        PP2 = cross(n2',L1);
        p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 +PP1(3)^2)^0.5);
        p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 +PP2(3)^2)^0.5);
        P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
        P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
        L = ((X(1)-X(4))^2 + (X(2)-X(5))^2 + (X(3)-X(6))^2)^0.5;

```

```

f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
f7 = l1(1)*L - X(1) + X(4);
f8 = l1(2)*L - X(2) + X(5);
f9 = l1(3)*L - X(3) + X(6);
F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
F14 = 0;
F15 = 0;
F16 = 0;
F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
F24 = 0;
F25 = 0;
F26 = 0;
F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
F32 = p1(3)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
F33 = p1(3)*(P1^-1)*(X(3)-O(3)) - 1;
F34 = 0;
F35 = 0;
F36 = 0;
F41 = 0;
F42 = 0;
F43 = 0;
F44 = p2(1)*(P2^-1)*(X(4)-O(4)) - 1;
F45 = p2(1)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F46 = p2(1)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F51 = 0;
F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F55 = p2(2)*(P2^-1)*(X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F65 = p2(3)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F66 = p2(3)*(P2^-1)*(X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1)*(L^-1)*(X(1)-X(4)) - 1;
F72 = l1(1)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F73 = l1(1)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F74 = l1(1)*(L^-1)*(X(4)-X(1)) + 1;
F75 = l1(1)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F76 = l1(1)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F81 = l1(2)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F82 = l1(2)*(L^-1)*(X(2)-X(5)) - 1;
F83 = l1(2)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F84 = l1(2)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F85 = l1(2)*(L^-1)*(X(5)-X(2)) + 1;
F86 = l1(2)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F91 = l1(3)*(L^-1)*(X(1)-X(4));

```

```

F92 = l1(3)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F93 = l1(3)*(L^-1)*(X(3)-X(6)) - 1;
F94 = l1(3)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F95 = l1(3)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F96 = l1(3)*(L^-1)*(X(6)-X(3)) + 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n',iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    disp(N)
    break
end
end
end
if dx > tol
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(L1,n1');
        PP2 = cross(L1,n2');
        p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 + PP1(3)^2)^0.5);
        p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 + PP2(3)^2)^0.5);
        P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
        P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
        L = ((X(4)-X(1))^2 + (X(5)-X(2))^2 + (X(6)-X(3))^2)^0.5;
        f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
        f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
        f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
        f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
        f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
        f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
        f7 = l1(1)*L - X(4) + X(1);
        f8 = l1(2)*L - X(5) + X(2);
        f9 = l1(3)*L - X(6) + X(3);
        F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
        F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F14 = 0;
        F15 = 0;
        F16 = 0;
        F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
        F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F24 = 0;
        F25 = 0;
        F26 = 0;
        F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F32 = p1(3)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F33 = p1(3)*(P1^-1)*(X(3)-O(3)) - 1;
        F34 = 0;
        F35 = 0;
        F36 = 0;
    end
end
end

```

```

F41 = 0;
F42 = 0;
F43 = 0;
F44 = p2(1) * (P2^-1) * (X(4)-O(4)) - 1;
F45 = p2(1) * (P2^-1) * (X(5)-O(5));
F46 = p2(1) * (P2^-1) * (X(6)-O(6));
F51 = 0;
F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2) * (P2^-1) * (X(4)-O(4));
F55 = p2(2) * (P2^-1) * (X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2) * (P2^-1) * (X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3) * (P2^-1) * (X(4)-O(4));
F65 = p2(3) * (P2^-1) * (X(5)-O(5));
F66 = p2(3) * (P2^-1) * (X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1) * (L^-1) * (X(1)-X(4)) + 1;
F72 = l1(1) * (L^-1) * (X(2)-X(5));
F73 = l1(1) * (L^-1) * (X(3)-X(6));
F74 = l1(1) * (L^-1) * (X(4)-X(1)) - 1;
F75 = l1(1) * (L^-1) * (X(5)-X(2));
F76 = l1(1) * (L^-1) * (X(6)-X(3));
F81 = l1(2) * (L^-1) * (X(1)-X(4));
F82 = l1(2) * (L^-1) * (X(2)-X(5)) + 1;
F83 = l1(2) * (L^-1) * (X(3)-X(6));
F84 = l1(2) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F85 = l1(2) * (L^-1) * (X(5)-X(2)) - 1;
F86 = l1(2) * (L^-1) * (X(6)-X(3));
F91 = l1(3) * (L^-1) * (X(1)-X(4));
F92 = l1(3) * (L^-1) * (X(2)-X(5));
F93 = l1(3) * (L^-1) * (X(3)-X(6)) + 1;
F94 = l1(3) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F95 = l1(3) * (L^-1) * (X(5)-X(2));
F96 = l1(3) * (L^-1) * (X(6)-X(3)) - 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n',iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    disp(N)
    break
end
end
end
if dx > tol
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(n1',L1);
        PP2 = cross(n2',L1);
        p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 +PP1(3)^2)^0.5);

```

```

p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 +PP2(3)^2)^0.5);
P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
L = ((X(4)-X(1))^2 + (X(5)-X(2))^2 + (X(6)-X(3))^2)^0.5;
f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
f7 = l1(1)*L - X(4) + X(1);
f8 = l1(2)*L - X(5) + X(2);
f9 = l1(3)*L - X(6) + X(3);
F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
F14 = 0;
F15 = 0;
F16 = 0;
F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
F24 = 0;
F25 = 0;
F26 = 0;
F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
F32 = p1(3)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
F33 = p1(3)*(P1^-1)*(X(3)-O(3)) - 1;
F34 = 0;
F35 = 0;
F36 = 0;
F41 = 0;
F42 = 0;
F43 = 0;
F44 = p2(1)*(P2^-1)*(X(4)-O(4)) - 1;
F45 = p2(1)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F46 = p2(1)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F51 = 0;
F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F55 = p2(2)*(P2^-1)*(X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F65 = p2(3)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F66 = p2(3)*(P2^-1)*(X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1)*(L^-1)*(X(1)-X(4)) + 1;
F72 = l1(1)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F73 = l1(1)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F74 = l1(1)*(L^-1)*(X(4)-X(1)) - 1;
F75 = l1(1)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F76 = l1(1)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F81 = l1(2)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F82 = l1(2)*(L^-1)*(X(2)-X(5)) + 1;
F83 = l1(2)*(L^-1)*(X(3)-X(6));

```

```

F84 = l1(2) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F85 = l1(2) * (L^-1) * (X(5)-X(2)) - 1;
F86 = l1(2) * (L^-1) * (X(6)-X(3));
F91 = l1(3) * (L^-1) * (X(1)-X(4));
F92 = l1(3) * (L^-1) * (X(2)-X(5));
F93 = l1(3) * (L^-1) * (X(3)-X(6)) + 1;
F94 = l1(3) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F95 = l1(3) * (L^-1) * (X(5)-X(2));
F96 = l1(3) * (L^-1) * (X(6)-X(3)) - 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n', iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    disp(N)
    break
end
end
end
if dx > tol
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(n1', L1);
        PP2 = cross(L1, n2');
        p1 = PP1 / ((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 + PP1(3)^2)^0.5);
        p2 = PP2 / ((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 + PP2(3)^2)^0.5);
        P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
        P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
        L = ((X(4)-X(1))^2 + (X(5)-X(2))^2 + (X(6)-X(3))^2)^0.5;
        f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
        f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
        f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
        f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
        f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
        f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
        f7 = l1(1)*L - X(4) + X(1);
        f8 = l1(2)*L - X(5) + X(2);
        f9 = l1(3)*L - X(6) + X(3);
        F11 = p1(1) * (P1^-1) * (X(1)-O(1)) - 1;
        F12 = p1(1) * (P1^-1) * (X(2)-O(2));
        F13 = p1(1) * (P1^-1) * (X(3)-O(3));
        F14 = 0;
        F15 = 0;
        F16 = 0;
        F21 = p1(2) * (P1^-1) * (X(1)-O(1));
        F22 = p1(2) * (P1^-1) * (X(2)-O(2)) - 1;
        F23 = p1(2) * (P1^-1) * (X(3)-O(3));
        F24 = 0;
        F25 = 0;
        F26 = 0;
        F31 = p1(3) * (P1^-1) * (X(1)-O(1));
        F32 = p1(3) * (P1^-1) * (X(2)-O(2));

```

```

F33 = p1(3) * (P1^-1) * (X(3)-O(3)) - 1;
F34 = 0;
F35 = 0;
F36 = 0;
F41 = 0;
F42 = 0;
F43 = 0;
F44 = p2(1) * (P2^-1) * (X(4)-O(4)) - 1;
F45 = p2(1) * (P2^-1) * (X(5)-O(5));
F46 = p2(1) * (P2^-1) * (X(6)-O(6));
F51 = 0;
F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2) * (P2^-1) * (X(4)-O(4));
F55 = p2(2) * (P2^-1) * (X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2) * (P2^-1) * (X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3) * (P2^-1) * (X(4)-O(4));
F65 = p2(3) * (P2^-1) * (X(5)-O(5));
F66 = p2(3) * (P2^-1) * (X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1) * (L^-1) * (X(1)-X(4)) + 1;
F72 = l1(1) * (L^-1) * (X(2)-X(5));
F73 = l1(1) * (L^-1) * (X(3)-X(6));
F74 = l1(1) * (L^-1) * (X(4)-X(1)) - 1;
F75 = l1(1) * (L^-1) * (X(5)-X(2));
F76 = l1(1) * (L^-1) * (X(6)-X(3));
F81 = l1(2) * (L^-1) * (X(1)-X(4));
F82 = l1(2) * (L^-1) * (X(2)-X(5)) + 1;
F83 = l1(2) * (L^-1) * (X(3)-X(6));
F84 = l1(2) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F85 = l1(2) * (L^-1) * (X(5)-X(2)) - 1;
F86 = l1(2) * (L^-1) * (X(6)-X(3));
F91 = l1(3) * (L^-1) * (X(1)-X(4));
F92 = l1(3) * (L^-1) * (X(2)-X(5));
F93 = l1(3) * (L^-1) * (X(3)-X(6)) + 1;
F94 = l1(3) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F95 = l1(3) * (L^-1) * (X(5)-X(2));
F96 = l1(3) * (L^-1) * (X(6)-X(3)) - 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n',iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    disp(N)
    break
end
end
end
if dx > tol

```



```

for iter = 1:15
    PP1 = cross(L1,n1');
    PP2 = cross(n2',L1);
    p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 +PP1(3)^2)^0.5);
    p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 +PP2(3)^2)^0.5);
    P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
    P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
    L = ((X(1)-X(4))^2 + (X(2)-X(5))^2 + (X(3)-X(6))^2)^0.5;
    f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
    f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
    f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
    f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
    f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
    f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
    f7 = l1(1)*L - X(1) + X(4);
    f8 = l1(2)*L - X(2) + X(5);
    f9 = l1(3)*L - X(3) + X(6);
    F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
    F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
    F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
    F14 = 0;
    F15 = 0;
    F16 = 0;
    F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
    F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
    F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
    F24 = 0;
    F25 = 0;
    F26 = 0;
    F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
    F32 = p1(3)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
    F33 = p1(3)*(P1^-1)*(X(3)-O(3)) - 1;
    F34 = 0;
    F35 = 0;
    F36 = 0;
    F41 = 0;
    F42 = 0;
    F43 = 0;
    F44 = p2(1)*(P2^-1)*(X(4)-O(4)) - 1;
    F45 = p2(1)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
    F46 = p2(1)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
    F51 = 0;
    F52 = 0;
    F53 = 0;
    F54 = p2(2)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
    F55 = p2(2)*(P2^-1)*(X(5)-O(5)) - 1;
    F56 = p2(2)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
    F61 = 0;
    F62 = 0;
    F63 = 0;
    F64 = p2(3)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
    F65 = p2(3)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
    F66 = p2(3)*(P2^-1)*(X(6)-O(6)) - 1;
    F71 = l1(1)*(L^-1)*(X(1)-X(4)) - 1;
    F72 = l1(1)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
    F73 = l1(1)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
    F74 = l1(1)*(L^-1)*(X(4)-X(1)) + 1;
    F75 = l1(1)*(L^-1)*(X(5)-X(2));

```

```

F76 = l1(1)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F81 = l1(2)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F82 = l1(2)*(L^-1)*(X(2)-X(5)) - 1;
F83 = l1(2)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F84 = l1(2)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F85 = l1(2)*(L^-1)*(X(5)-X(2)) + 1;
F86 = l1(2)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F91 = l1(3)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F92 = l1(3)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F93 = l1(3)*(L^-1)*(X(3)-X(6)) - 1;
F94 = l1(3)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F95 = l1(3)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F96 = l1(3)*(L^-1)*(X(6)-X(3)) + 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n', iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    disp(N)
    break
end
end
end
if dx > tol
    disp(N)
    disp('Out of range')
    N = N-1;
else
    P1 = ((X(1)-d1(1))^2 + (X(2)-d1(2))^2 + (X(3)-d1(3))^2)^0.5;
    P2 = ((X(4)-d2(1))^2 + (X(5)-d2(2))^2 + (X(6)-d2(3))^2)^0.5;
    P12 = ((X(4)-X(1))^2 + (X(5)-X(2))^2 + (X(6)-X(3))^2)^0.5;
    if P1 <= d1(7) && P2 <= d2(7);
        R=[d1(7) d2(7) d1(8) d2(8)];
        PN1 = ((R(1)^2)-(P1^2))^0.5;
        PN2 = ((R(2)^2)-(P2^2))^0.5;
        PM1 = ((R(3)^2)-(P1^2))^0.5;
        PM2 = ((R(4)^2)-(P2^2))^0.5;
        if P12 <= PM1+PM2 && P12 >= PN1+PN2
            disp ('connect');
            N = N-1;
        elseif P12 < PN1+PN2
            disp ('overlap');
            N=0;
        else
            disp ('no connect');
            N = N-1;
        end
    end
    disp ('point over range')
    N = N-1;
end
end

```

```

end
end

```

ข.3 ชุดคำสั่ง softcore

```

function X = softcore(d1,N,d)
while N > 0
    d2 = d{1,N};
    O = [d1(1) d1(2) d1(3) d2(1) d2(2) d2(3)];
    n1 = [d1(4) d1(5) d1(6)];
    n2 = [d2(4) d2(5) d2(6)];
    L1 = cross(n1',n2');
    l1 = L1/((L1(1)^2 + L1(2)^2 + L1(3)^2)^0.5);
    tol = .00001;
    X = [1.1* d1(1); 1.1* d1(2); 1.1* d1(3); 1.1* d2(1); 1.1* d2(2);
1.1* d2(3)];
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(n1',L1);
        PP2 = cross(L1,n2');
        p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 +PP1(3)^2)^0.5);
        p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 +PP2(3)^2)^0.5);
        P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
        P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
        L = ((X(1)-X(4))^2 + (X(2)-X(5))^2 + (X(3)-X(6))^2)^0.5;
        f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
        f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
        f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
        f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
        f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
        f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
        f7 = l1(1)*L - X(1) + X(4);
        f8 = l1(2)*L - X(2) + X(5);
        f9 = l1(3)*L - X(3) + X(6);
        F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
        F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F14 = 0;
        F15 = 0;
        F16 = 0;
        F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
        F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F24 = 0;
        F25 = 0;
        F26 = 0;
        F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F32 = p1(3)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F33 = p1(3)*(P1^-1)*(X(3)-O(3)) - 1;
        F34 = 0;
        F35 = 0;
        F36 = 0;
        F41 = 0;
        F42 = 0;
        F43 = 0;
        F44 = p2(1)*(P2^-1)*(X(4)-O(4)) - 1;
    end
end

```

```

F45 = p2(1)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F46 = p2(1)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F51 = 0;
F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F55 = p2(2)*(P2^-1)*(X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F65 = p2(3)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F66 = p2(3)*(P2^-1)*(X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1)*(L^-1)*(X(1)-X(4)) - 1;
F72 = l1(1)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F73 = l1(1)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F74 = l1(1)*(L^-1)*(X(4)-X(1)) + 1;
F75 = l1(1)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F76 = l1(1)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F81 = l1(2)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F82 = l1(2)*(L^-1)*(X(2)-X(5)) - 1;
F83 = l1(2)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F84 = l1(2)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F85 = l1(2)*(L^-1)*(X(5)-X(2)) + 1;
F86 = l1(2)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F91 = l1(3)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F92 = l1(3)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F93 = l1(3)*(L^-1)*(X(3)-X(6)) - 1;
F94 = l1(3)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F95 = l1(3)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F96 = l1(3)*(L^-1)*(X(6)-X(3)) + 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26; F31
F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n',iter,X(1),
X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    disp(N)
    break
end
end
if dx > tol
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(L1,n1');
        PP2 = cross(n2',L1);
        p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 +PP1(3)^2)^0.5);
        p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 +PP2(3)^2)^0.5);
        P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
        P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
        L = ((X(4)-X(1))^2 + (X(5)-X(2))^2 + (X(6)-X(3))^2)^0.5;
        f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);

```

```

f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
f7 = l1(1)*L - X(4) + X(1);
f8 = l1(2)*L - X(5) + X(2);
f9 = l1(3)*L - X(6) + X(3);
F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
F14 = 0;
F15 = 0;
F16 = 0;
F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
F24 = 0;
F25 = 0;
F26 = 0;
F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
F32 = p1(3)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
F33 = p1(3)*(P1^-1)*(X(3)-O(3)) - 1;
F34 = 0;
F35 = 0;
F36 = 0;
F41 = 0;
F42 = 0;
F43 = 0;
F44 = p2(1)*(P2^-1)*(X(4)-O(4)) - 1;
F45 = p2(1)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F46 = p2(1)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F51 = 0;
F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F55 = p2(2)*(P2^-1)*(X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F65 = p2(3)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F66 = p2(3)*(P2^-1)*(X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1)*(L^-1)*(X(1)-X(4)) + 1;
F72 = l1(1)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F73 = l1(1)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F74 = l1(1)*(L^-1)*(X(4)-X(1)) - 1;
F75 = l1(1)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F76 = l1(1)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F81 = l1(2)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F82 = l1(2)*(L^-1)*(X(2)-X(5)) + 1;
F83 = l1(2)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F84 = l1(2)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F85 = l1(2)*(L^-1)*(X(5)-X(2)) - 1;
F86 = l1(2)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F91 = l1(3)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F92 = l1(3)*(L^-1)*(X(2)-X(5));

```

```

F93 = l1(3)*(L^-1)*(X(3)-X(6)) + 1;
F94 = l1(3)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F95 = l1(3)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F96 = l1(3)*(L^-1)*(X(6)-X(3)) - 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n',iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    disp(N)
    break
end
end
end
if dx > tol
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(L1,n1');
        PP2 = cross(L1,n2');
        p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 +PP1(3)^2)^0.5);
        p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 +PP2(3)^2)^0.5);
        P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
        P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
        L = ((X(1)-X(4))^2 + (X(2)-X(5))^2 + (X(3)-X(6))^2)^0.5;
        f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
        f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
        f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
        f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
        f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
        f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
        f7 = l1(1)*L - X(1) + X(4);
        f8 = l1(2)*L - X(2) + X(5);
        f9 = l1(3)*L - X(3) + X(6);
        F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
        F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F14 = 0;
        F15 = 0;
        F16 = 0;
        F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
        F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F24 = 0;
        F25 = 0;
        F26 = 0;
        F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F32 = p1(3)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F33 = p1(3)*(P1^-1)*(X(3)-O(3)) - 1;
        F34 = 0;
        F35 = 0;
        F36 = 0;
        F41 = 0;

```

```

F42 = 0;
F43 = 0;
F44 = p2(1)*(P2^-1)*(X(4)-O(4)) - 1;
F45 = p2(1)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F46 = p2(1)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F51 = 0;
F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F55 = p2(2)*(P2^-1)*(X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F65 = p2(3)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F66 = p2(3)*(P2^-1)*(X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1)*(L^-1)*(X(1)-X(4)) - 1;
F72 = l1(1)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F73 = l1(1)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F74 = l1(1)*(L^-1)*(X(4)-X(1)) + 1;
F75 = l1(1)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F76 = l1(1)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F81 = l1(2)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F82 = l1(2)*(L^-1)*(X(2)-X(5)) - 1;
F83 = l1(2)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F84 = l1(2)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F85 = l1(2)*(L^-1)*(X(5)-X(2)) + 1;
F86 = l1(2)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F91 = l1(3)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F92 = l1(3)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F93 = l1(3)*(L^-1)*(X(3)-X(6)) - 1;
F94 = l1(3)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F95 = l1(3)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F96 = l1(3)*(L^-1)*(X(6)-X(3)) + 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n',iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    disp(N)
    break
end
end
end
if dx > tol
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(n1',L1);
        PP2 = cross(n2',L1);
        p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 +PP1(3)^2)^0.5);
        p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 +PP2(3)^2)^0.5);

```

```

P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
L = ((X(1)-X(4))^2 + (X(2)-X(5))^2 + (X(3)-X(6))^2)^0.5;
f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
f7 = l1(1)*L - X(1) + X(4);
f8 = l1(2)*L - X(2) + X(5);
f9 = l1(3)*L - X(3) + X(6);
F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
F14 = 0;
F15 = 0;
F16 = 0;
F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
F24 = 0;
F25 = 0;
F26 = 0;
F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
F32 = p1(3)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
F33 = p1(3)*(P1^-1)*(X(3)-O(3)) - 1;
F34 = 0;
F35 = 0;
F36 = 0;
F41 = 0;
F42 = 0;
F43 = 0;
F44 = p2(1)*(P2^-1)*(X(4)-O(4)) - 1;
F45 = p2(1)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F46 = p2(1)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F51 = 0;
F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F55 = p2(2)*(P2^-1)*(X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F65 = p2(3)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F66 = p2(3)*(P2^-1)*(X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1)*(L^-1)*(X(1)-X(4)) - 1;
F72 = l1(1)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F73 = l1(1)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F74 = l1(1)*(L^-1)*(X(4)-X(1)) + 1;
F75 = l1(1)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F76 = l1(1)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F81 = l1(2)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F82 = l1(2)*(L^-1)*(X(2)-X(5)) - 1;
F83 = l1(2)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F84 = l1(2)*(L^-1)*(X(4)-X(1));

```



```

F85 = l1(2)*(L^-1)*(X(5)-X(2)) + 1;
F86 = l1(2)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F91 = l1(3)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F92 = l1(3)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F93 = l1(3)*(L^-1)*(X(3)-X(6)) - 1;
F94 = l1(3)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F95 = l1(3)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F96 = l1(3)*(L^-1)*(X(6)-X(3)) + 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n',iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    disp(N)
    break
end
end
end
if dx > tol
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(L1,n1');
        PP2 = cross(L1,n2');
        p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 +PP1(3)^2)^0.5);
        p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 +PP2(3)^2)^0.5);
        P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
        P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
        L = ((X(4)-X(1))^2 + (X(5)-X(2))^2 + (X(6)-X(3))^2)^0.5;
        f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
        f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
        f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
        f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
        f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
        f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
        f7 = l1(1)*L - X(4) + X(1);
        f8 = l1(2)*L - X(5) + X(2);
        f9 = l1(3)*L - X(6) + X(3);
        F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
        F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F14 = 0;
        F15 = 0;
        F16 = 0;
        F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
        F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F24 = 0;
        F25 = 0;
        F26 = 0;
        F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F32 = p1(3)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F33 = p1(3)*(P1^-1)*(X(3)-O(3)) - 1;

```

```

F34 = 0;
F35 = 0;
F36 = 0;
F41 = 0;
F42 = 0;
F43 = 0;
F44 = p2(1) * (P2^-1) * (X(4)-O(4)) - 1;
F45 = p2(1) * (P2^-1) * (X(5)-O(5));
F46 = p2(1) * (P2^-1) * (X(6)-O(6));
F51 = 0;
F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2) * (P2^-1) * (X(4)-O(4));
F55 = p2(2) * (P2^-1) * (X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2) * (P2^-1) * (X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3) * (P2^-1) * (X(4)-O(4));
F65 = p2(3) * (P2^-1) * (X(5)-O(5));
F66 = p2(3) * (P2^-1) * (X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1) * (L^-1) * (X(1)-X(4)) + 1;
F72 = l1(1) * (L^-1) * (X(2)-X(5));
F73 = l1(1) * (L^-1) * (X(3)-X(6));
F74 = l1(1) * (L^-1) * (X(4)-X(1)) - 1;
F75 = l1(1) * (L^-1) * (X(5)-X(2));
F76 = l1(1) * (L^-1) * (X(6)-X(3));
F81 = l1(2) * (L^-1) * (X(1)-X(4));
F82 = l1(2) * (L^-1) * (X(2)-X(5)) + 1;
F83 = l1(2) * (L^-1) * (X(3)-X(6));
F84 = l1(2) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F85 = l1(2) * (L^-1) * (X(5)-X(2)) - 1;
F86 = l1(2) * (L^-1) * (X(6)-X(3));
F91 = l1(3) * (L^-1) * (X(1)-X(4));
F92 = l1(3) * (L^-1) * (X(2)-X(5));
F93 = l1(3) * (L^-1) * (X(3)-X(6)) + 1;
F94 = l1(3) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F95 = l1(3) * (L^-1) * (X(5)-X(2));
F96 = l1(3) * (L^-1) * (X(6)-X(3)) - 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n',iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    disp(N)
    break
end
end
end
if dx > tol
    for iter = 1:15

```

```

PP1 = cross(n1',L1);
PP2 = cross(n2',L1);
p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 +PP1(3)^2)^0.5);
p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 +PP2(3)^2)^0.5);
P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
L = ((X(4)-X(1))^2 + (X(5)-X(2))^2 + (X(6)-X(3))^2)^0.5;
f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
f7 = l1(1)*L - X(4) + X(1);
f8 = l1(2)*L - X(5) + X(2);
f9 = l1(3)*L - X(6) + X(3);
F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
F14 = 0;
F15 = 0;
F16 = 0;
F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
F24 = 0;
F25 = 0;
F26 = 0;
F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
F32 = p1(3)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
F33 = p1(3)*(P1^-1)*(X(3)-O(3)) - 1;
F34 = 0;
F35 = 0;
F36 = 0;
F41 = 0;
F42 = 0;
F43 = 0;
F44 = p2(1)*(P2^-1)*(X(4)-O(4)) - 1;
F45 = p2(1)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F46 = p2(1)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F51 = 0;
F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F55 = p2(2)*(P2^-1)*(X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
F65 = p2(3)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
F66 = p2(3)*(P2^-1)*(X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1)*(L^-1)*(X(1)-X(4)) + 1;
F72 = l1(1)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F73 = l1(1)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F74 = l1(1)*(L^-1)*(X(4)-X(1)) - 1;
F75 = l1(1)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F76 = l1(1)*(L^-1)*(X(6)-X(3));

```

```

F81 = l1(2)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F82 = l1(2)*(L^-1)*(X(2)-X(5)) + 1;
F83 = l1(2)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F84 = l1(2)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F85 = l1(2)*(L^-1)*(X(5)-X(2)) - 1;
F86 = l1(2)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F91 = l1(3)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F92 = l1(3)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F93 = l1(3)*(L^-1)*(X(3)-X(6)) + 1;
F94 = l1(3)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F95 = l1(3)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F96 = l1(3)*(L^-1)*(X(6)-X(3)) - 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n', iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    disp(N)
    break
end
end
end
if dx > tol
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(n1', L1);
        PP2 = cross(L1, n2');
        p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 + PP1(3)^2)^0.5);
        p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 + PP2(3)^2)^0.5);
        P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
        P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
        L = ((X(4)-X(1))^2 + (X(5)-X(2))^2 + (X(6)-X(3))^2)^0.5;
        f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
        f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
        f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
        f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
        f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
        f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
        f7 = l1(1)*L - X(4) + X(1);
        f8 = l1(2)*L - X(5) + X(2);
        f9 = l1(3)*L - X(6) + X(3);
        F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
        F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F14 = 0;
        F15 = 0;
        F16 = 0;
        F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
        F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F24 = 0;
        F25 = 0;

```

```

F26 = 0;
F31 = p1(3) * (P1^-1) * (X(1)-O(1));
F32 = p1(3) * (P1^-1) * (X(2)-O(2));
F33 = p1(3) * (P1^-1) * (X(3)-O(3)) - 1;
F34 = 0;
F35 = 0;
F36 = 0;
F41 = 0;
F42 = 0;
F43 = 0;
F44 = p2(1) * (P2^-1) * (X(4)-O(4)) - 1;
F45 = p2(1) * (P2^-1) * (X(5)-O(5));
F46 = p2(1) * (P2^-1) * (X(6)-O(6));
F51 = 0;
F52 = 0;
F53 = 0;
F54 = p2(2) * (P2^-1) * (X(4)-O(4));
F55 = p2(2) * (P2^-1) * (X(5)-O(5)) - 1;
F56 = p2(2) * (P2^-1) * (X(6)-O(6));
F61 = 0;
F62 = 0;
F63 = 0;
F64 = p2(3) * (P2^-1) * (X(4)-O(4));
F65 = p2(3) * (P2^-1) * (X(5)-O(5));
F66 = p2(3) * (P2^-1) * (X(6)-O(6)) - 1;
F71 = l1(1) * (L^-1) * (X(1)-X(4)) + 1;
F72 = l1(1) * (L^-1) * (X(2)-X(5));
F73 = l1(1) * (L^-1) * (X(3)-X(6));
F74 = l1(1) * (L^-1) * (X(4)-X(1)) - 1;
F75 = l1(1) * (L^-1) * (X(5)-X(2));
F76 = l1(1) * (L^-1) * (X(6)-X(3));
F81 = l1(2) * (L^-1) * (X(1)-X(4));
F82 = l1(2) * (L^-1) * (X(2)-X(5)) + 1;
F83 = l1(2) * (L^-1) * (X(3)-X(6));
F84 = l1(2) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F85 = l1(2) * (L^-1) * (X(5)-X(2)) - 1;
F86 = l1(2) * (L^-1) * (X(6)-X(3));
F91 = l1(3) * (L^-1) * (X(1)-X(4));
F92 = l1(3) * (L^-1) * (X(2)-X(5));
F93 = l1(3) * (L^-1) * (X(3)-X(6)) + 1;
F94 = l1(3) * (L^-1) * (X(4)-X(1));
F95 = l1(3) * (L^-1) * (X(5)-X(2));
F96 = l1(3) * (L^-1) * (X(6)-X(3)) - 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n',iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    disp(N)
    break
end

```

```

end
end
if dx > tol
    for iter = 1:15
        PP1 = cross(L1,n1');
        PP2 = cross(n2',L1);
        p1 = PP1/((PP1(1)^2 + PP1(2)^2 +PP1(3)^2)^0.5);
        p2 = PP2/((PP2(1)^2 + PP2(2)^2 +PP2(3)^2)^0.5);
        P1 = ((X(1)-O(1))^2 + (X(2)-O(2))^2 + (X(3)-O(3))^2)^0.5;
        P2 = ((X(4)-O(4))^2 + (X(5)-O(5))^2 + (X(6)-O(6))^2)^0.5;
        L = ((X(1)-X(4))^2 + (X(2)-X(5))^2 + (X(3)-X(6))^2)^0.5;
        f1 = p1(1)*P1 - X(1) + O(1);
        f2 = p1(2)*P1 - X(2) + O(2);
        f3 = p1(3)*P1 - X(3) + O(3);
        f4 = p2(1)*P2 - X(4) + O(4);
        f5 = p2(2)*P2 - X(5) + O(5);
        f6 = p2(3)*P2 - X(6) + O(6);
        f7 = l1(1)*L - X(1) + X(4);
        f8 = l1(2)*L - X(2) + X(5);
        f9 = l1(3)*L - X(3) + X(6);
        F11 = p1(1)*(P1^-1)*(X(1)-O(1)) - 1;
        F12 = p1(1)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F13 = p1(1)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F14 = 0;
        F15 = 0;
        F16 = 0;
        F21 = p1(2)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F22 = p1(2)*(P1^-1)*(X(2)-O(2)) - 1;
        F23 = p1(2)*(P1^-1)*(X(3)-O(3));
        F24 = 0;
        F25 = 0;
        F26 = 0;
        F31 = p1(3)*(P1^-1)*(X(1)-O(1));
        F32 = p1(3)*(P1^-1)*(X(2)-O(2));
        F33 = p1(3)*(P1^-1)*(X(3)-O(3)) - 1;
        F34 = 0;
        F35 = 0;
        F36 = 0;
        F41 = 0;
        F42 = 0;
        F43 = 0;
        F44 = p2(1)*(P2^-1)*(X(4)-O(4)) - 1;
        F45 = p2(1)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
        F46 = p2(1)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
        F51 = 0;
        F52 = 0;
        F53 = 0;
        F54 = p2(2)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
        F55 = p2(2)*(P2^-1)*(X(5)-O(5)) - 1;
        F56 = p2(2)*(P2^-1)*(X(6)-O(6));
        F61 = 0;
        F62 = 0;
        F63 = 0;
        F64 = p2(3)*(P2^-1)*(X(4)-O(4));
        F65 = p2(3)*(P2^-1)*(X(5)-O(5));
        F66 = p2(3)*(P2^-1)*(X(6)-O(6)) - 1;
        F71 = l1(1)*(L^-1)*(X(1)-X(4)) - 1;
        F72 = l1(1)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
    end
end

```

```

F73 = l1(1)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F74 = l1(1)*(L^-1)*(X(4)-X(1)) + 1;
F75 = l1(1)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F76 = l1(1)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F81 = l1(2)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F82 = l1(2)*(L^-1)*(X(2)-X(5)) - 1;
F83 = l1(2)*(L^-1)*(X(3)-X(6));
F84 = l1(2)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F85 = l1(2)*(L^-1)*(X(5)-X(2)) + 1;
F86 = l1(2)*(L^-1)*(X(6)-X(3));
F91 = l1(3)*(L^-1)*(X(1)-X(4));
F92 = l1(3)*(L^-1)*(X(2)-X(5));
F93 = l1(3)*(L^-1)*(X(3)-X(6)) - 1;
F94 = l1(3)*(L^-1)*(X(4)-X(1));
F95 = l1(3)*(L^-1)*(X(5)-X(2));
F96 = l1(3)*(L^-1)*(X(6)-X(3)) + 1;
J = [ F11 F12 F13 F14 F15 F16; F21 F22 F23 F24 F25 F26;
F31 F32 F33 F34 F35 F36; F41 F42 F43 F44 F45 F46; F51 F52 F53 F54 F55
F56; F61 F62 F63 F64 F65 F66; F71 F72 F73 F74 F75 F76; F81 F82 F83
F84 F85 F86; F91 F92 F93 F94 F95 F96];
F = [ f1; f2; f3; f4; f5; f6; f7; f8; f9];
DX = -J\F;
X = X + DX;
fprintf('%8d%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f%10.3f\n',iter,
X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6));
dx = min(DX);
dx = abs(dx);
if dx < tol
    disp(N)
    break
end
end
end
if dx > tol
    disp(N)
    disp('Out of range')
    N = N-1;
else
    P1 = ((X(1)-d1(1))^2 + (X(2)-d1(2))^2 + (X(3)-d1(3))^2)^0.5;
    P2 = ((X(4)-d2(1))^2 + (X(5)-d2(2))^2 + (X(6)-d2(3))^2)^0.5;
    P12 = ((X(4)-X(1))^2 + (X(5)-X(2))^2 + (X(6)-X(3))^2)^0.5;
    if P1 <= d1(7) && P2 <= d2(7);
        R=[d1(7) d2(7)];
        PN1 = ((R(1)^2)-(P1^2))^0.5;
        PN2 = ((R(2)^2)-(P2^2))^0.5;
        if P12 <= PN1+PN2
            disp ('connect');
            N = N-1;
        else
            disp ('no connect');
            N = N-1;
        end
    else
        disp ('point over range')
        N = N-1;
    end
end
end
end
end

```



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายอนุพงศ์ ชันธิกุล เกิดเมื่อวันที่ 29 กันยายน 2534 ในปี 2551 จบการศึกษาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนผดุงราษฎร์ จังหวัดพิษณุโลก ในปี 2555 สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิศวกรรมปิโตรเคมีและวัสดุพอลิเมอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยศิลปากร และในปี 2557 ได้เข้าศึกษาหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

