

ระบบควบคุมขั้นสูงสำหรับระบบรักษาเสถียรภาพของกิมเบล



เรืออากาศเอก ประสาทพร วงษ์คำซ่าง

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2549

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# ADVANCED CONTROL SYSTEM FOR GIMBAL STABILIZATION

Flt.Lt Prasatporn Wongkamchang



สถาบันวิทยบริการ

A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Doctor of Engineering Program in Mechanical Engineering

Department of Mechanical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2006

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์ ระบบควบคุมขั้นสูงสำหรับระบบรักษาเสถียรภาพของกิมเบล  
โดย เรืออากาศเอก ประสาทพร วงษ์คำข้าง  
สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล  
อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ

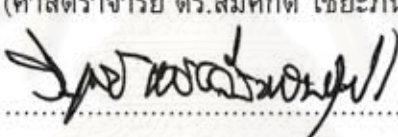
---

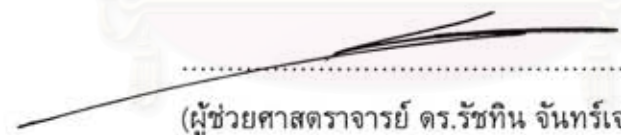
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็น  
ส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาดุษฎีบัณฑิต

  
..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์  
(ศาสตราจารย์ ดร.ดิเรก ลาวัณย์ศิริ)


คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

  
..... ประธานกรรมการ  
(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ไชยะภินันท์)

  
..... อาจารย์ที่ปรึกษา  
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ)

  
..... กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รัชทิน จันท์เจริญ)

  
..... กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิทยา วัฒนสุโกประสิทธิ์)

  
..... กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย ศิวะโกศิษฏ)

เรืออากาศเอก ประสาทพร วงษ์คำซ่าง : ระบบควบคุมขั้นสูงสำหรับระบบรักษาเสถียรภาพของ  
 กิมเบล. (ADVANCED CONTROL SYSTEM FOR GIMBAL STABILIZATION) อ. ที่ปรึกษา :  
 รศ.ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ, จำนวนหน้า 91 หน้า

วิทยานิพนธ์นี้เสนอการออกแบบระบบควบคุมขั้นสูงสำหรับโครงสร้างแบบกิมเบล โครงสร้างแบบกิมเบลนั้นเป็นโครงสร้างที่มีจำนวนองศาอิสระเท่ากับ 2 และวิธีใช้งานนั้นจะนำไปติดตั้งเข้ากับอากาศยาน เนื่องจากความคลาดเคลื่อนจากการหาแบบจำลองคณิตศาสตร์ของโครงสร้างอันเกิดจากแรงเสียดทาน สัญญาณรบกวนต่างๆ ที่มาจากสิ่งแวดล้อมที่มาจากภายนอก จะทำให้การควบคุมโครงสร้างในขณะที่อากาศยานเคลื่อนที่นั้นมีความผิดพลาดมีค่ามากขึ้น ดังนั้นจำเป็นต้องมีระบบควบคุมขั้นสูงเพื่อใช้ในการควบคุมโครงสร้าง เราได้ศึกษาทั้งระบบควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics และระบบควบคุมแบบ Adaptive สำหรับใช้ในการควบคุมการเคลื่อนที่ระบบชั้นในหรือตัวกิมเบล และออกแบบระบบควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพแบบ Indirect LOS ในการควบคุมชั้นนอก อุปกรณ์ตรวจรู้และช่วยในการรักษาเสถียรภาพจะถูกนำไปติดตั้งที่ส่วนฐานของระบบ ในการที่จะวัดอัตราเร็วเชิงมุมและมุมที่เปลี่ยนแปลงของส่วนฐานเทียบกับแกนอ้างอิงคงที่ใดๆ ผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าระบบควบคุมที่ออกแบบมานั้นสามารถที่จะกำจัดสัญญาณรบกวนที่มาจากภายนอกที่มากกระทำให้แนวการมองเห็น (LOS) นั้นคลาดเคลื่อนไปลดลงได้ ในการทดลองนี้ระบบควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics นี้จะสามารถควบคุมการเคลื่อนที่ของโครงสร้างกิมเบลได้ดีกว่าระบบควบคุมแบบ Adaptive อยู่เล็กน้อยเนื่องจากการชดเชยเทอมที่ไม่เชิงเส้นของระบบควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics นั้นมีประสิทธิภาพดีกว่าการปรับค่าตัวแปรของระบบควบคุมแบบ Adaptive

## สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....ลายมือชื่อนิสิต.....*Somsak Wongkhit*  
 สาขาวิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....*Dr. V. W. S. S.*  
 ปีการศึกษา.....2549.....

## 4571815421 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING

KEY WORD: GIMBAL / INERTIAL STABILIZATION / ROBUST CONTROL/ ADAPTIVE CONTROL

PRASATPORN WONGKAMCHANG : ADVANCED CONTROL SYSTEM FOR  
GIMBAL STABILIZATION. THESIS ADVISOR : ASSOC.PROF.VIBOON  
SANGVERAPHUNSIRI,Ph.D., 91 pp.

In this Thesis, we present advanced controller design for an Inertial Stabilization system. The system has a 2-DOF gimbal which will be attached to an aviation vehicle. Due to the dynamics modeling errors, friction and disturbance from outside environment, the tracking accuracy of an airborne gimbal may severely degrade. So, the advanced controller needed. We study both robust inverse dynamics control and adaptive control for controlling the inner loop or gimbal servo-system for motion control. The indirect line of sight (LOS) stabilization will be controlled by the outer loop controller. A stabilizer is mounted on the base of the system in order to measure base rate and orientation of the gimbal reference to the fixed reference frame. It can withstand high angular slew rates. The experimental results show that the proposed controllers are capable enough to overcome the disturbances and the impact of LOS disturbances on the tracking performance. In our case, the robust inverse dynamics control performs better than the adaptive control with small margin due to the compensation of nonlinear terms for robust inverse dynamics is more efficient than the parameters adaption in the adaptive control case.

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department..... Mechanical Engineering..... Student's signature *Prasatporn Mongkamchong*  
Field of study..... Mechanical Engineering..... Advisor's signature *Viboon Sangveraphunsiri*  
Academic year..... 2006.....

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ รศ.ดร. วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้คอยให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะต่างๆ ที่มีประโยชน์ในการทำวิจัยครั้งนี้ พร้อมทั้งสนับสนุนทางด้านอุปกรณ์และสถานที่ในการทำวิจัยมาด้วยดีโดยตลอด จนงานสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี จึงใคร่ขอกราบขอบพระคุณมา ณ ที่นี้ กราบขอบพระคุณ พล.อ.ท.ศ.ดร.สมนึก พาลีบัติร์ ผู้บังคับบัญชาของกระผมที่ได้ให้โอกาสในการศึกษาและได้รับทุนการศึกษาจากกองทัพอากาศ ขอขอบคุณสำนักงานส่งเสริมการวิจัยและสำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหมที่ได้ให้ทุนสนับสนุนการวิจัยในโครงการวิจัยอากาศยานไร้คนบินในส่วนของโครงการวิจัยระบบประมวลผลการสื่อสารและอุปกรณ์การภาพ ขอขอบคุณพี่ เพื่อนและน้องๆ นิสิตปริญญาเอกและนิสิตปริญญาโทที่ได้ให้ข้อคิดเห็นและความช่วยเหลือต่างๆ มาโดยตลอด

ท้ายนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ มารดาผู้ให้กำเนิด มารดาผู้เลี้ยงดู ญาติผู้ให้การสนับสนุนทุกท่าน ที่คอยให้กำลังใจและสนับสนุนผู้วิจัยด้วยดีเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	1
1.3 ขอบเขตของการวิจัย.....	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
1.5 ลำดับขั้นตอนในการเสนอผลการวิจัย.....	2
2 ทฤษฎีพื้นฐาน.....	3
2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	3
2.1.1 ตำแหน่งและทิศทางของวัตถุแข็งเกร็ง.....	3
2.1.2 เมตริกซ์การหมุน.....	4
2.2 ระบบพิกัดของการถ่ายภาพ.....	5
2.3 โครงสร้างกิมเบล.....	7
2.1.2 การหมุนแบบ RPY.....	7
2.1.3 กิมเบลล็อค.....	8
2.4 โครงสร้างของอุปกรณ์การภาพ.....	9
2.5 รูปแบบของโครงสร้างของอุปกรณ์การภาพ.....	10
3 จลศาสตร์ของโครงสร้างแบบกิมเบล.....	11
3.1 การวิเคราะห์การเคลื่อนที่.....	11
3.2 สมการการเคลื่อนที่ไปข้างหน้า (Forward Kinematics).....	11
3.3 Homogenous Transformation.....	12
3.4 หลักการของ Denavit-Hartenberg.....	13
3.5 การใช้วิธีการของ Denavit-Hartenberg กับโครงสร้างกิมเบล.....	15
3.6 สมการการเคลื่อนที่ผกผัน.....	18

บทที่	หน้า
3.7 การวิเคราะห์ความเร็ว.....	20
3.7.1 การคำนวณหาจาโคเบียน (Jacobian Computation).....	20
4 แบบจำลองคณิตศาสตร์ของโครงสร้างกิมเบล.....	22
4.1 สมการการเคลื่อนที่ของแขนกล.....	22
4.2 สมการของลากรองจ์ (Lagrange Equations).....	22
4.2.1 การคำนวณพลังงานจลน์.....	23
4.2.2 การคำนวณพลังงานศักย์.....	25
4.2.3 การคำนวณสมการของลากรองจ์.....	25
4.3 สมการการเคลื่อนที่ของโครงสร้างกิมเบล.....	26
4.4 แบบจำลองของตัวขับเคลื่อน (Actuator Dynamics).....	28
5 การออกแบบระบบควบคุม.....	30
5.1 ตัวควบคุม (Controller) .....	30
5.2 มิติแบบข้อต่อและมิติคาร์ทีเซียน.....	30
5.3 การสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่.....	31
5.4 ฟังก์ชันเส้นตรงผสมพาราโบลิก (Linear function with parabolic blend).....	31
5.5 ทฤษฎีของลียาปูนอฟ (Lyapunov Theory).....	33
5.6 การออกแบบระบบควบคุม.....	33
5.7 ตัวควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control.....	35
5.8 ตัวควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics Control.....	36
5.9 ตัวควบคุมแบบ Adaptive Control.....	40
5.10 ระบบควบคุม Indirect LOS Stabilization Control.....	43
6 ผลการทดลอง.....	45
6.1 การควบคุมด้วย Inverse Dynamics Control.....	47
6.2 การทดลองการควบคุมด้วย Robust Inverse Dynamics Control.....	51
6.3 การทดลองการควบคุมด้วย Adaptive Control.....	56
6.4 การควบคุมแบบ Indirect LOS Stabilization Control.....	61
6.5 การควบคุมแบบ Indirect LOS Stabilization with Inverse Dynamics Control.....	62
6.6 การควบคุมแบบ Indirect LOS Stabilization with Robust Control.....	64
6.7 การควบคุมแบบ Indirect LOS Stabilization with Adaptive Control.....	66
6.8 การควบคุมแบบ Tracking s-curve with Inverse Dynamics Control.....	68
6.9 การควบคุมแบบ Tracking s-curve with Robust Control.....	70
6.10 การควบคุมแบบ Tracking s-curve with Adaptive Control.....	72
6.11 การควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics Control with Sinusoidal Input.....	74



บทที่	หน้า
6.12 การควบคุมแบบ Adaptive Control.....	76
7 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ..	78
7.1 สรุปผลการวิจัย.....	78
7.2 ข้อเสนอแนะ.....	77
รายการอ้างอิง .....	80
ภาคผนวก	
ภาคผนวก ก. โครงสร้างของอุปกรณ์การภาพ.....	82
ภาคผนวก ข. อุปกรณ์ที่ใช้ในวิทยานิพนธ์.....	85
ภาคผนวก ค. การคำนวณหาแบบจำลองคณิตศาสตร์ของโครงสร้างกิมเบล.....	88
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	91



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญตาราง

ตาราง

หน้า

3.1 Parameters with inner flexibility for Dynamics Analysis.....17



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญญภาพ

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 2.1 ตำแหน่งของวัตถุแข็งเกร็ง.....	3
รูปที่ 2.2 ระบบพิกัดของการถ่ายภาพทางอากาศ.....	5
รูปที่ 2.3 โครงสร้างแบบกิมเบลที่มีจำนวนองศาอิสระเท่ากับ 3.....	7
รูปที่ 2.4 แผนภาพของโครงสร้างแบบกิมเบล.....	8
รูปที่ 2.5 แผนภาพโครงสร้างของอุปกรณ์การภาพที่มีตัวขับ 2 ตัว.....	9
รูปที่ 2.6 แผนภาพโครงสร้างของอุปกรณ์การภาพ ที่มีตัวขับ 4 ตัว.....	9
รูปที่ 2.7 โครงสร้างของอุปกรณ์การภาพที่พัฒนาขึ้น.....	10
รูปที่ 3.1 การวิเคราะห์จลศาสตร์ของแขนกล.....	11
รูปที่ 3.2 ตำแหน่งของจุด P เมื่อพิจารณาในเฟรมที่ต่างกัน.....	12
รูปที่ 3.3 Denavit-Haetenberg kinematic parameters.....	13
รูปที่ 3.4 แผนภาพการคำนวณตำแหน่งของปลายแขนกลเทียบกับแกนอ้างอิงเริ่มต้น.....	14
รูปที่ 3.5 โครงสร้างของกิมเบล.....	15
รูปที่ 3.6 ตำแหน่งของ LOS ที่มีการเอียงไปจากจุดตัดของแกนหมุน.....	16
รูปที่ 3.7 การกำหนดระบบพิกัดกับก้านต่อโยง.....	17
รูปที่ 3.8 ระบบพิกัดทรงกลมกับโครงสร้างกิมเบล.....	19
รูปที่ 4.1 การเคลื่อนที่ของก้านต่อโยงใน 3 มิติ.....	23
รูปที่ 4.2 แผนภาพของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง.....	28
รูปที่ 5.1 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว ความเร่งของตำแหน่งจุดปลายของแขนกล.....	31
รูปที่ 5.2 ตัวควบคุมแบบ PID.....	34
รูปที่ 5.3 แผนภาพการควบคุมแบบ Indirect LOS Stabilization.....	34
รูปที่ 5.4 แผนภาพการควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control.....	36
รูปที่ 5.5 แผนภาพระบบควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics Control.....	40
รูปที่ 5.6 แผนภาพการควบคุมแบบ Adaptive Control.....	42
รูปที่ 5.7 แผนภาพการควบคุมแบบ Indirect LOS.....	43
รูปที่ 5.8 แผนภาพระบบควบคุมแบบ Robust inverse dynamics control.....	44
รูปที่ 5.9. แผนภาพระบบควบคุมแบบ adaptive control.....	44
รูปที่ 6.1 สภาพแวดล้อมของการทดลอง.....	45
รูปที่ 6.2 การติดตั้งอุปกรณ์ตรวจรู้ที่ส่วนฐานของโครงสร้างกิมเบล.....	45
รูปที่ 6.3 ผลการควบคุมในแนวแกน azimuth.....	47
รูปที่ 6.4 ค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในแนวแกน azimuth.....	48
รูปที่ 6.5 ผลการควบคุมในแนวแกน pitch.....	49

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 6.6 ค่าความผิดพลาดในแนวแกน pitch.....	50
รูปที่ 6.7 ผลการควบคุมในแกน azimuth.....	52
รูปที่ 6.8 ค่าความผิดพลาดในแนวแกน azimuth.....	53
รูปที่ 6.9 ผลการควบคุมในแกน pitch.....	54
รูปที่ 6.10 ค่าความผิดพลาดในแนวแกน pitch .....	55
รูปที่ 6.11 ผลการควบคุมในแนวแกน azimuth.....	56
รูปที่ 6.12 ค่าความผิดพลาดในแนวแกน azimuth .....	57
รูปที่ 6.13 ผลการควบคุมในแกน pitch.....	58
รูปที่ 6.14 ค่าความผิดพลาดในแนวแกน pitch .....	58
รูปที่ 6.15 การเปรียบเทียบค่าผิดพลาดในแนวแกน azimuth.....	59
รูปที่ 6.16 การเปรียบเทียบค่าผิดพลาดในแนวแกน pitch.....	60
รูปที่ 6.17 ผลการทดลองในแนวแกน azimuth เมื่อมีสัญญาณอินพุตคงที่.....	62
รูปที่ 6.18 ผลการทดลองในแนวแกน pitch เมื่อมีสัญญาณอินพุตคงที่.....	63
รูปที่ 6.19 ผลการทดลองในแนวแกน azimuth เมื่อมีสัญญาณอินพุตคงที่.....	64
รูปที่ 6.20 ผลการทดลองในแนวแกน pitch เมื่อมีสัญญาณอินพุตคงที่.....	65
รูปที่ 6.21 ผลการทดลองในแนวแกน azimuth เมื่อมีสัญญาณอินพุตคงที่.....	66
รูปที่ 6.22 ผลการทดลองในแนวแกน pitch เมื่อมีสัญญาณอินพุตคงที่.....	67
รูปที่ 6.23 ผลการทดลองในแนวแกน azimuth เมื่อมีสัญญาณ อินพุตแบบ s-curve และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน. ....	68
รูปที่ 6.24 ผลการทดลองในแนวแกน pitch เมื่อมีสัญญาณ อินพุตแบบ s-curve และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน.....	69
รูปที่ 6.25 ผลการทดลองในแนวแกน Azimuthเมื่อมีสัญญาณ อินพุตแบบ s-curve และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน.....	70
รูปที่ 6.26 ผลการทดลองในแนวแกน pitch เมื่อมีสัญญาณ อินพุตแบบ s-curve และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน.....	71
รูปที่ 6.27 ผลการทดลองในแนวแกน azimuth เมื่อมีสัญญาณ อินพุตแบบ s-curve และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน.....	72
รูปที่ 6.28 ผลการทดลองในแนวแกน pitch เมื่อมีสัญญาณ อินพุตแบบ s-curve และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน.....	73
รูปที่ 6.29 ผลการทดลองในแนวแกน Azimuthเมื่อมีสัญญาณ อินพุตแบบไซน์และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน.....	74
รูปที่ 6.30 ผลการทดลองในแนวแกน pitch เมื่อมีสัญญาณ อินพุตแบบไซน์และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน.....	75

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 6.31 ผลการทดลองในแนวแกน azimuth เมื่อมีสัญญาณ อินพุทแบบไซน์และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน.....	76
รูปที่ 6.32 ผลการทดลองในแนวแกน pitch เมื่อมีสัญญาณ อินพุทแบบไซน์และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน.....	77
รูปที่ ก.1 โครงสร้างอุปกรณ์การภาพ.....	82
รูปที่ ก.2 โครงสร้างรับแรงกระทำ.....	83
รูปที่ ก.3 ชุดเฟืองขับเคลื่อนแนวแกน azimuth.....	83
รูปที่ ก.4 ชุดเฟืองขับเคลื่อนแนวแกน pitch.....	84
รูปที่ ข.1 แผ่นวงจรแปลงสัญญาณแอนะล็อกเป็นดิจิทัลและสัญญาณดิจิทัลเป็นแอนะล็อก.....	85
รูปที่ ข.2 มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง.....	85
รูปที่ ข.3 ชุดขยายกระแสไฟฟ้าขับเคลื่อนมอเตอร์กระแสตรง.....	86
รูปที่ ข.4 อุปกรณ์เสถียรภาพ.....	87

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในการสำรวจทรัพยากรป่าไม้ การสำรวจพื้นที่น้ำท่วม หรือการสำรวจอื่นๆ ทางอากาศนั้นจะต้องมีเจ้าหน้าที่หรือผู้ที่ชำนาญในด้านนั้นๆ ขึ้นไปบนอากาศยานด้วย หรือใช้กล้องและอุปกรณ์ช่วยต่างๆ ขึ้นไปบนอากาศยานแล้วทำการบันทึกภาพลงมา เพื่อที่จะทำการวิเคราะห์ต่อไป เนื่องจากวิธีการดังกล่าวนี้สิ้นเปลืองเวลาและงบประมาณจำนวนมาก อีกทั้งเสี่ยงต่อการสูญเสียบุคลากรและทรัพย์สินหากว่าอากาศยานเกิดขัดข้อง ในปัจจุบันนี้ได้มีการติดตั้งอุปกรณ์การภาพไว้กับโครงสร้างของอากาศยาน และสามารถที่จะควบคุมการเคลื่อนที่ของกล้องไปตามทิศทางที่ผู้ควบคุมทำการบังคับ โดยที่ผู้ควบคุมไม่จำเป็นต้องอยู่บนอากาศยาน และอุปกรณ์การภาพนี้ยังสามารถที่จะส่งภาพเคลื่อนไหวส่งมายังภาคพื้นดินได้โดยอาศัยระบบการสื่อสารข้อมูลที่ติดตั้งบนอากาศยาน จึงเป็นเครื่องอำนวยความสะดวกอย่างยิ่งงานด้านการสำรวจต่างๆ อุปกรณ์การภาพนี้ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วนคือ ส่วนของโครงสร้างซึ่งมีลักษณะเป็นรูปทรงกลมซ้อนกันหลายวงและติดตั้งกล้องและตัวตรวจจับเข้ากับโครงสร้าง และส่วนของโปรแกรมที่ทำหน้าที่กรองการสั่นไหวของภาพเคลื่อนไหวที่ได้ให้นิ่งและคมชัดยิ่งขึ้น และในขณะที่อากาศยานเคลื่อนที่ไปนั้นส่วนของโครงสร้างของอุปกรณ์ภาพจะมีการเคลื่อนที่ซึ่งเกิดจากการไม่สมดุลของโครงสร้างจึงทำให้เกิดแรงบิดอันเนื่องมาจากการเคลื่อนที่ที่ไม่สมดุลของโครงสร้าง ดังนั้นเราจึงต้องทำการควบคุมการเคลื่อนที่ให้โครงสร้างของอุปกรณ์ภาพนี้อยู่นิ่งในขณะที่มีการเคลื่อนที่ของอากาศยาน เพื่อที่จะได้ภาพเคลื่อนไหวที่ไม่มีการสั่น

ในการควบคุมและการรักษาสมดุลของระบบอุปกรณ์การภาพนั้นจะมีวิธีการหลักอยู่ 2 อย่างคือ ส่วนโครงสร้างของอุปกรณ์การภาพซึ่งจะทำหน้าที่ควบคุมทิศทางของกล้องให้เคลื่อนที่ไปในทิศทางต่างๆ และจะต้องรับการสั่นสะเทือนอันเนื่องมาจากการเคลื่อนที่ของอากาศยาน และอีกส่วนหนึ่งคือโปรแกรมที่ทำหน้าที่กรองสัญญาณการสั่นสะเทือนอันเนื่องมาจากการสั่นของภาพ

### 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

วัตถุประสงค์ของการวิจัยนี้เป็นการศึกษาและการออกแบบโครงสร้างและระบบควบคุมขั้นสูงของอุปกรณ์การภาพที่เรียกว่ากิมเบล โดยเน้นความเหมาะสมของโครงสร้างและระบบควบคุมที่จะช่วยในการกำจัดหรือลดผลกระทบที่เกิดจากการสั่นไหวของอุปกรณ์จับภาพอันเนื่องมาจากการเคลื่อนที่ของอากาศยาน และการสั่นสะเทือนของตัวโครงสร้างอากาศยาน

### 1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1. ศึกษาและออกแบบสร้างโครงสร้างอุปกรณ์การภาพหรือโครงสร้างกิมเบลที่เหมาะสมกับการใช้งานในการติดตามเป้า
2. ออกแบบระบบควบคุมที่สามารถควบคุมให้โครงสร้างของอุปกรณ์ภาพหรือโครงสร้างกิมเบลให้สามารถเคลื่อนที่ไปตามตำแหน่งที่ต้องการได้
3. ออกแบบระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของโครงสร้างแบบให้สามารถติดตามเป้าและรักษาสมดุล (Stabilization) ในขณะที่อากาศยานเคลื่อนที่ในลักษณะต่างๆ ได้

### 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้ชุดอุปกรณ์การภาพที่สามารถติดตั้งเข้ากับอากาศยานได้เพื่อใช้ในการติดตามเป้า
2. ได้ระบบควบคุมขั้นสูงที่เหมาะสมสำหรับรักษาสมดุลที่ใช้กับโครงสร้างกิมเบล
3. สามารถประยุกต์ใช้ประโยชน์ในการถ่ายภาพรวมถึงภาพเคลื่อนไหวทางอากาศจากระยะไกลได้

### 1.5 ลำดับขั้นตอนในการเสนอผลการวิจัย

1. ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างของอุปกรณ์การภาพที่ผ่านมา
2. ออกแบบโครงสร้างกิมเบลของอุปกรณ์การภาพพร้อมทั้งสร้างแบบจำลองของโครงสร้าง
3. ออกแบบโครงสร้างกิมเบลอย่างละเอียด สร้าง ประกอบชิ้นส่วนต่างๆ และแก้ไขเมื่อพบข้อผิดพลาด
4. ศึกษาและออกแบบระบบควบคุมแบบต่างๆ ที่เหมาะสม
5. ทดสอบการทำงานและปรับปรุง

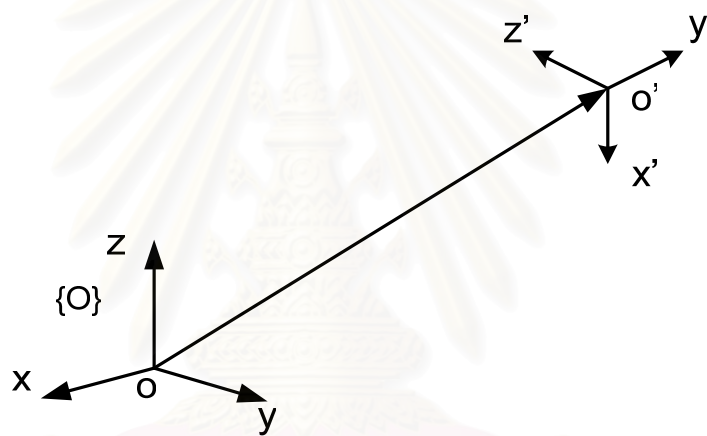
## บทที่ 2

### ทฤษฎีพื้นฐาน

#### 2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

##### 2.1.1 ตำแหน่งและทิศทางของวัตถุแข็งเกร็ง

การบอกตำแหน่ง (position) และการเรียงตัว (orientation) ของวัตถุแข็งเกร็ง (rigid body) เทียบกับแกนอ้างอิงนั้นเราสามารถกระทำได้โดยตั้งแกนตั้งแสดงในรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 ตำแหน่งของวัตถุแข็งเกร็ง

รูปที่ 2.1 กำหนดให้ระบบพิกัดอ้างอิง {O} เป็นแกนอ้างอิง ตำแหน่งของจุด  $o'$  ที่อยู่บนวัตถุแข็งเกร็งนั้น เมื่ออยู่บนแกนอ้างอิง {O} นั้นจะแทนด้วยสมการ

$$o' = o'_x \bar{x} + o'_y \bar{y} + o'_z \bar{z} \quad (2.1)$$

เมื่อ  $o'_x, o'_y, o'_z$  คือส่วนประกอบของเวกเตอร์  $o'$  ตามแนวแกนอ้างอิงและ  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$  คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตามแนวแกน  $x, y, z$  ตามลำดับ เราสามารถที่จะเขียนตำแหน่งของจุด  $o'$  นี้ให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ขนาด  $3 \times 1$  ได้คือ

$$o' = \begin{bmatrix} o'_x \\ o'_y \\ o'_z \end{bmatrix} \quad (2.2)$$



### 2.1.2 เมตริกซ์การหมุน

การกำหนดตำแหน่งของวัตถุแข็งเกร็งที่มีขนาดนั้นจะใช้การกำหนดตำแหน่งที่จุดอ้างอิงบนวัตถุ เช่นจุด  $o'$  (ดังแสดงในรูปที่ 2.1) และการเรียงตัวของวัตถุ การเรียงตัวของวัตถุสามารถเขียนอยู่ในรูปของเมตริกซ์การหมุน (Rotation matrix) เทียบกับแกนอ้างอิง หรือ แฟรม  $\{o', x', y', z'\}$  เทียบกับ แฟรม  $\{o, x, y, z\}$  โดยที่เมตริกซ์ของการหมุนนี้มีขนาด  $3 \times 3$  เช่น การหมุนรอบแนวแกน  $x, y$  และ  $z$  สามารถเขียนได้ดังแสดงในสมการ (2.3) ดังนี้คือ

$$R_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.3a)$$

$$R_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix} \quad (2.3b)$$

$$R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3c)$$

สมการที่ (2.3a) คือเมตริกซ์การหมุนรอบแกน  $x$  เป็นมุม  $\alpha$  สมการที่ (2.3b) คือเมตริกซ์การหมุนรอบแกน  $y$  เป็นมุม  $\beta$  และทำนองเดียวกันสมการที่ (2.3c) คือเมตริกซ์การหมุนรอบแกน  $z$  เป็นมุม  $\theta$

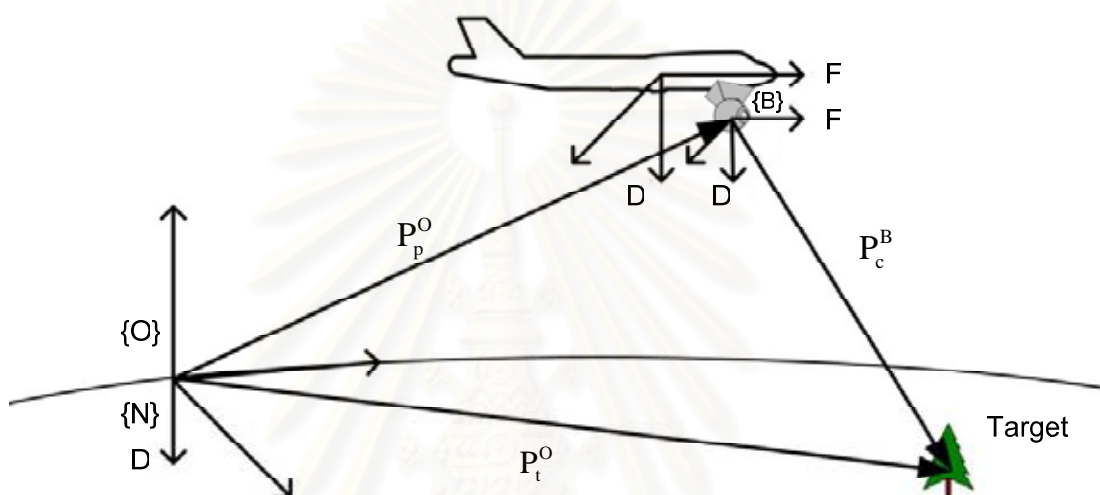
เราสามารถนำเมตริกซ์การหมุนมาเรียงกันเมื่อมีการหมุนรอบแกนหลายๆ แกนได้ เช่น เมื่อมีการหมุนครั้งแรกเท่ากับ  $R$  จากนั้นหมุนรอบแกน  $z$  เป็นมุม  $\theta$  จะสามารถคำนวณหาเมตริกซ์การหมุนใหม่ได้จากสมการ

$$R' = R_z(\theta)R \quad (2.4)$$

รายละเอียดการคำนวณเมตริกซ์การหมุนนั้นจากรายการอ้างอิง [1]

## 2.2 ระบบพิกัดของการถ่ายภาพทางอากาศ

ในการถ่ายภาพทางอากาศโดยใช้อากาศยานที่ไร่นักบินนั้น เราจะทำการควบคุมการหมุนของกล้องที่ติดตั้งเข้ากับอากาศยานนั้นจำเป็นต้องศึกษาถึงระบบพิกัดอ้างอิงต่างๆ เพื่อที่จะนำค่ามาใช้ในการคำนวณหาพิกัดของเป้าหมายที่จะส่งให้กล้องนั้นหมุนไปในทิศทางที่ตำแหน่งของเป้าหมายได้ เราสามารถเขียนแผนภาพของระบบพิกัดต่างๆ ได้ดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ระบบพิกัดของการถ่ายภาพทางอากาศ

รูปที่ 2.2 แสดงการกำหนดระบบพิกัดกับส่วนประกอบต่างๆ เพื่อใช้ในการคำนวณหาเมตริกซ์ของการแปลงพิกัดโดยกำหนดให้ {O} เป็นระบบพิกัดอ้างอิง {N} เป็นระบบพิกัดอ้างอิงที่มีทิศตรงข้ามกับ {O} และ {B} แทนระบบพิกัดอ้างอิงเทียบกับกล้อง

$P_p^O$  คือเวกเตอร์บอกตำแหน่งของจุดกึ่งกลางของกล้องเทียบกับแกนอ้างอิง {O}

$P_t^O$  คือเวกเตอร์บอกตำแหน่งของเป้าหมายเทียบกับแกนอ้างอิง {O}

$P_c^B$  คือเวกเตอร์บอกตำแหน่งของเป้าหมายเทียบกับกล้อง {B}

จากสมการที่ 2.3 จะได้ว่า

$$R_B^N = R_z R_y R_x \quad (2.5)$$

$$R_B^N = \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \theta & \sin \alpha \sin \beta \cos \theta - \cos \alpha \sin \theta & \cos \alpha \sin \beta \cos \theta + \sin \alpha \sin \theta \\ \cos \beta \sin \theta & \sin \alpha \sin \beta \sin \theta + \cos \alpha \cos \theta & \cos \alpha \sin \beta \sin \theta - \sin \alpha \cos \theta \\ -\sin \beta & \sin \alpha \cos \theta & \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix}$$

และ

$$\mathbf{R}_N^O = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

และเราสามารถคำนวณหาค่า  $\mathbf{R}_B^O$  ได้ดังนี้

$$\mathbf{R}_B^O = \mathbf{R}_B^N \mathbf{R}_N^O \quad (2.7)$$

$$\mathbf{R}_B^O = \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \theta & \sin \alpha \sin \beta \cos \theta - \cos \alpha \sin \theta & \cos \alpha \sin \beta \cos \theta + \sin \alpha \sin \theta \\ \cos \beta \sin \theta & \sin \alpha \sin \beta \sin \theta + \cos \alpha \cos \theta & \cos \alpha \sin \beta \sin \theta - \sin \alpha \cos \theta \\ \sin \beta & -\sin \alpha \cos \theta & -\cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix}$$

พิจารณากล้องบนแกนอ้างอิง {B} ที่ติดตั้งบนอากาศยานที่มีพิคต์อ้างอิง {V}

กำหนดให้มุมที่กล้องหมุนในแนว azimuth เท่ากับ  $\alpha$  และมุมที่กล้องหมุนในแนว pitch เท่ากับ  $\beta$  เมื่อเทียบกับเครื่องบิน ดังนี้

$$\mathbf{R}_B^V = \mathbf{R}_z(\alpha) \mathbf{R}_y(\beta)$$

$$\mathbf{R}_B^V = \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \alpha & -\sin \alpha & \cos \alpha \sin \beta \\ \cos \beta \sin \alpha & \cos \alpha & \sin \alpha \sin \beta \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

ดังนั้นจากรูปที่ 2.2 จะได้ว่า

$$\mathbf{P}_c^B = \mathbf{T}_B^O (\mathbf{P}_t^O - \mathbf{P}_p^O) \quad (2.9)$$

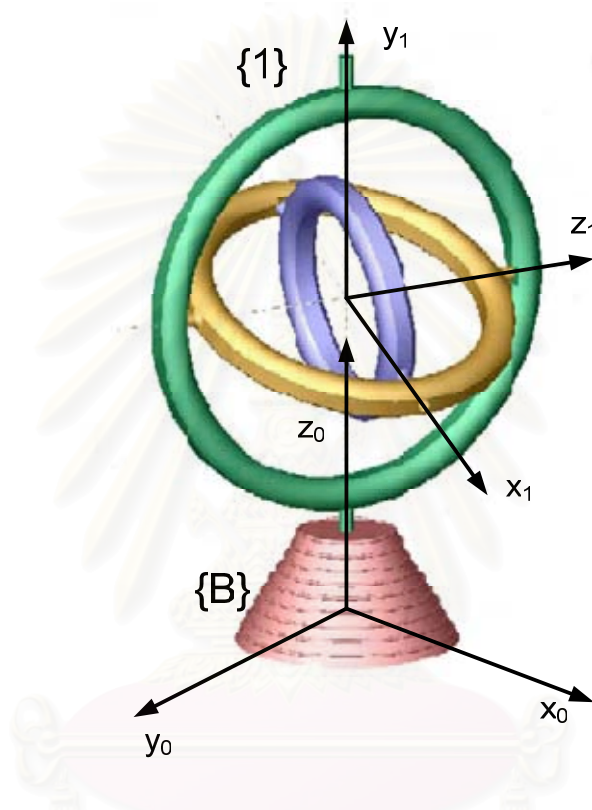
เมื่อ  $\mathbf{P}_t^O$  คือเวกเตอร์บอกตำแหน่งของเป้าหมายเทียบกับระบบแกนอ้างอิง {O}

$\mathbf{P}_p^O$  คือเวกเตอร์บอกตำแหน่งของจุดกึ่งกลางกล้องเทียบกับระบบแกนอ้างอิง {O}

$\mathbf{T}_B^O$  คือเมตริกซ์ของการแปลงจากระบบแกน {B} เทียบกับระบบแกน {O}

## 2.3 โครงสร้างกิมเบล

โครงสร้างกิมเบลนั้นคือโครงสร้างที่มีการเคลื่อนที่มีลักษณะเป็นการหมุนรอบแกน โดยมีการจัดเรียงเป็นวงหลายๆ วงซ้อนกัน โดยที่แนวการหมุนของแต่ละวงนั้นตัดกันที่จุดๆ หนึ่ง และการเรียงตัวของแต่ละวงนั้นจะมีจุดหมุนเชื่อมต่อกับอีกวงหนึ่งดังแสดงในรูปที่ 2.3 และแนวการหมุนของแต่ละวงนั้นจะทำมุม 90 องศา กับแนวการหมุนของวงที่อยู่ถัดไป



รูปที่ 2.3 โครงสร้างแบบกิมเบลที่มีจำนวนองศาอิสระเท่ากับ 3

### 2.3.1 การหมุนแบบ RPY

ลักษณะของการหมุนแบบ RPY นั้นจะใช้มากในการบินและอวกาศ การหมุนนี้เป็นการหมุน 3 แบบ คือ หมุนรอบแกน

โรลล์ การหมุนรอบแกน z แทนด้วยสัญลักษณ์  $\gamma$

พิทช์ การหมุนรอบแกน y แทนด้วยสัญลักษณ์  $\beta$

ยอร์ การหมุนรอบแกน x แทนด้วยสัญลักษณ์  $\alpha$

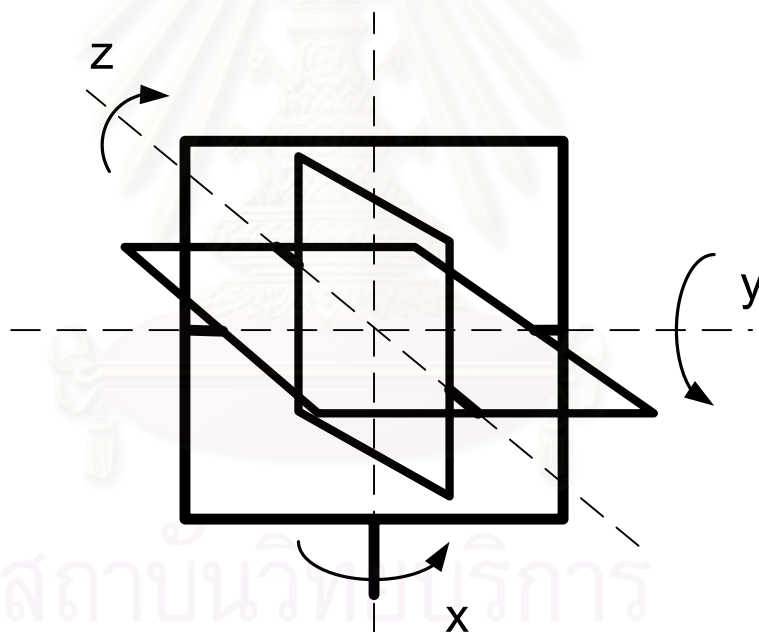
และเราสามารถคำนวณหาเมตริกซ์การหมุนของระบบแกนอ้างอิง {1} โดยเทียบกับระบบแกนอ้างอิงที่ส่วนฐาน {B} ซึ่งเขียนแทนด้วยเมตริกซ์ของการหมุนแบบ RPY นั้นสามารถคำนวณได้จาก

$$\text{RPY}(\gamma, \beta, \alpha) = R_z(\gamma)R_y(\beta)R_x(\alpha)$$

$$R_1^B = \begin{bmatrix} c(\beta)c(\gamma) & s(\alpha)s(\beta)c(\gamma) - c(\alpha)s(\beta) & c(\alpha)s(\beta)c(\gamma) + s(\alpha)s(\gamma) \\ c(\beta)s(\gamma) & s(\alpha)s(\beta)s(\gamma) + c(\alpha)c(\gamma) & c(\alpha)s(\beta)s(\gamma) - s(\alpha)c(\gamma) \\ -s(\beta) & s(\alpha)c(\beta) & c(\alpha)c(\beta) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

### 2.3.2 กิมเบลล็อค

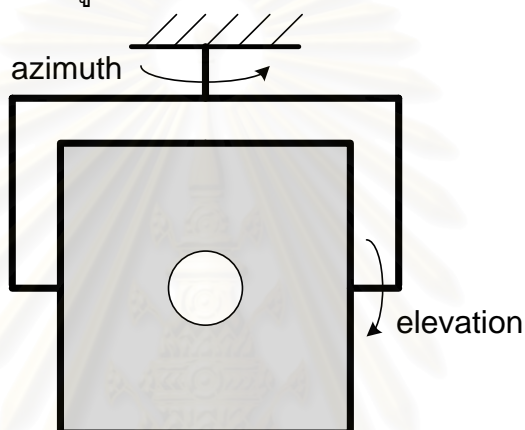
เป็นปรากฏการณ์ที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของโครงสร้างทั้ง 3 วงนั้นไม่สามารถที่จะเคลื่อนที่ต่อไปได้ จากรูปที่ 2.4 เป็นแผนภาพแสดงโครงสร้างของกิมเบลที่ประกอบด้วยแกนหมุนจำนวน 3 แกนคือ การหมุนรอบแกน x การหมุนรอบแกน y และการหมุนรอบแกน z โดยที่แนวแกนหมุนทั้ง 3 แกนนั้นจะตัดกันที่จุดกึ่งกลางของโครงสร้างดังแสดงในรูปที่ 2.4 เมื่อแกน y นั้นหมุนไปได้  $\pm 90^\circ$  จะทำให้แนวแกนหมุน x และแนวแกนหมุน z อยู่ในแนวเดียวกันซึ่งภาวะนี้จะทำให้สูญเสียจำนวนองศาอิสระไป



รูปที่ 2.4 แผนภาพของโครงสร้างแบบกิมเบล

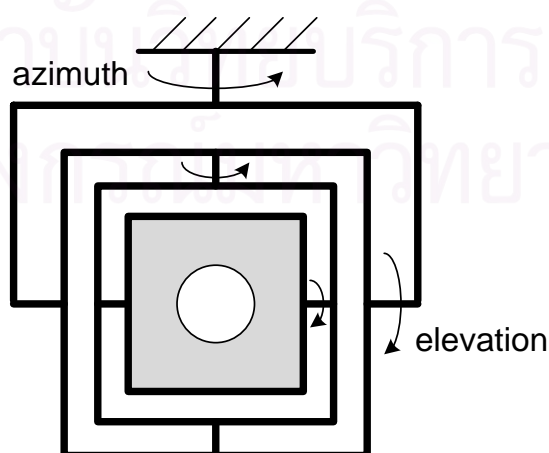
## 2.4 โครงสร้างของอุปกรณ์การภาพ

โครงสร้างอุปกรณ์การภาพที่ติดตั้งกับอากาศยานนั้นมีหลายประเภทขึ้นอยู่กับภารกิจ ในส่วนที่ทำการศึกษานั้นมีภารกิจคือ การเฝ้าตรวจและการชี้เป้า จะติดตั้งอุปกรณ์ประเภทกล้องซึ่งมีองค์ประกอบที่สำคัญอยู่ 2 ส่วนคือ ส่วนโครงสร้างและการควบคุมประมวลผลภาพ ซึ่งในเบื้องต้นนี้จะทำการศึกษาเพื่อออกแบบส่วนโครงสร้างรวมถึงการรักษาความสมดุลของโครงสร้าง โครงสร้างของอุปกรณ์การภาพ มีการเคลื่อนที่แบบหมุนอยู่ 2 แนวคือ แนวกึ่งเงย (Elevation) และแนวหมุนรอบตัว (Azimuth) และจะมีกล้องติดตั้งอยู่กึ่งกลางในแนวของการหมุน ตามแบบโครงสร้างดังรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 แผนภาพโครงสร้างของอุปกรณ์การภาพที่มีตัวขับ 2 ตัว

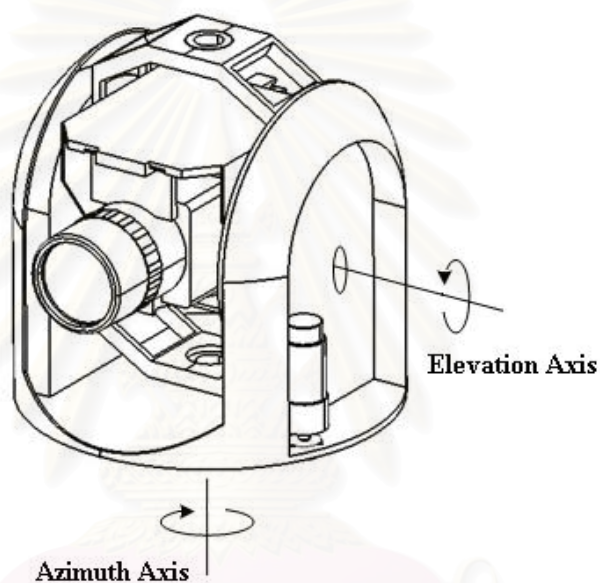
รูปที่ 2.5 นี้แสดงถึงโครงสร้างของอุปกรณ์การภาพ ที่มีการเคลื่อนที่ 2 แนวแกนโดยการติดตั้งตัวขับหรือมอเตอร์เข้ากับโครงสร้างด้านในแล้วควบคุมการเคลื่อนที่ของตัวขับทั้ง 2 ตัวนี้เพื่อให้กล้องเคลื่อนที่ได้ตามที่ต้องการ



รูปที่ 2.6 แผนภาพโครงสร้างของอุปกรณ์การภาพ ที่มีตัวขับ 4 ตัว

โครงสร้างตามรูปที่ 2.5 นั้นสามารถพัฒนาโดยการติดตั้งตัวขับเพิ่มอีก 2 ตัว เพื่อที่จะควบคุมให้การเคลื่อนที่ของกล้องที่อยู่ภายในนั้นดียิ่งขึ้นดังแสดงในรูปที่ 2.6 โดยที่ตัวขับทั้ง 2 ชุดแรกที่อยู่ภายในนั้นจะทำการควบคุมการเคลื่อนที่ของกล้องอย่างช้าๆ และตัวขับอีก 2 ชุดที่อยู่ภายนอกนั้นจะทำการควบคุมให้กล้องนั้นเคลื่อนที่เร็ว

## 2.5 รูปแบบของโครงสร้างของอุปกรณ์การภาพ



รูปที่ 2.7 โครงสร้างของอุปกรณ์การภาพที่พัฒนาขึ้น

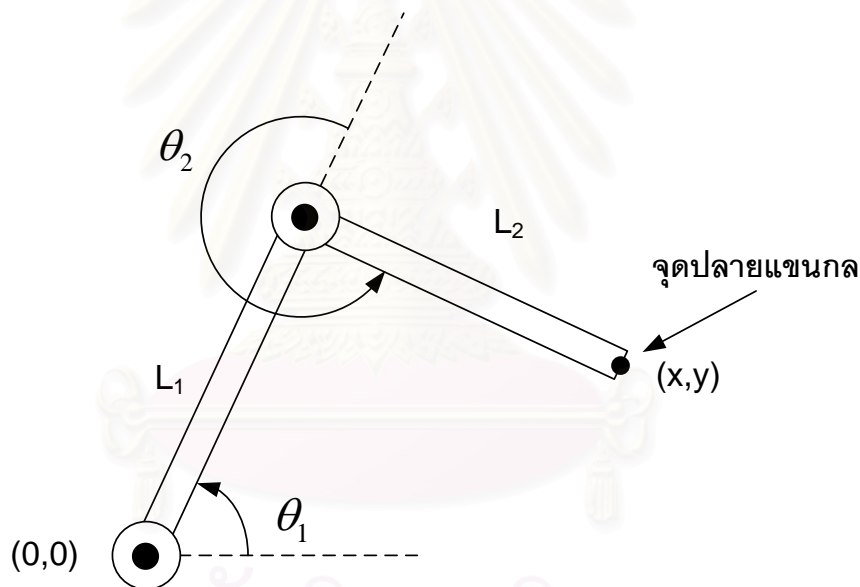
รูปที่ 2.7 แสดงโครงสร้างอุปกรณ์การภาพที่พัฒนาขึ้น เป็นโครงสร้างที่สามารถเคลื่อนที่แบบหมุนได้ 2 แนวแกนซึ่งควบคุมโดยมอเตอร์ไฟฟ้าทั้ง 2 แนวแกน และมีกล้องติดตั้งอยู่ตรงกึ่งกลางของโครงสร้าง

### บทที่ 3

## จลศาสตร์ของโครงสร้างแบบกิมเบล

### 3.1 การวิเคราะห์การเคลื่อนที่

ในการวิเคราะห์การเคลื่อนที่นั้นแบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ สมการการเคลื่อนที่ไปข้างหน้า (Forward kinematics) และสมการเคลื่อนที่แบบผกผัน (Inverse Kinematics) โดยที่สมการการเคลื่อนที่ไปข้างหน้าจะเป็นการแก้ระบบสมการหาตำแหน่งจุดปลายของแขนกลคือจุดพิกัด  $(x,y)$  เมื่อกำหนดมุมของตัวขับแต่ละตัว  $(\theta_1, \theta_2)$  ดังรูปที่ 3.1 ในขณะที่สมการการเคลื่อนที่แบบผกผันนั้นเป็นการแก้ระบบสมการหามุมของตัวขับแต่ละตัว  $(\theta_1, \theta_2)$  เมื่อกำหนดตำแหน่งที่จุดปลายของแขนกล  $(x,y)$



รูปที่ 3.1 การวิเคราะห์จลศาสตร์ของแขนกล

### 3.2 สมการการเคลื่อนที่ไปข้างหน้า (Forward Kinematics)

การคำนวณสมการการเคลื่อนที่ไปข้างหน้า (Forward kinematics) นั้นเป็นการคำนวณหาตำแหน่งจุดปลายของแขนกลเมื่อเราทราบตำแหน่งของตัวขับทั้งหมดของแขนกล ในเบื้องต้นนั้นเราจะต้องทราบเกี่ยวกับ homogenous transformation ซึ่งเป็นการอธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุเกร็ง และในการวิเคราะห์ปัญหาจลศาสตร์นั้นจะใช้วิธีการที่ใช้กับหุ่นยนต์คือหลักการของ Denavit-Hartenberg ซึ่งเป็นวิธีการที่นิยมใช้สำหรับการวิเคราะห์ปัญหาทางจลศาสตร์ของแขนกล

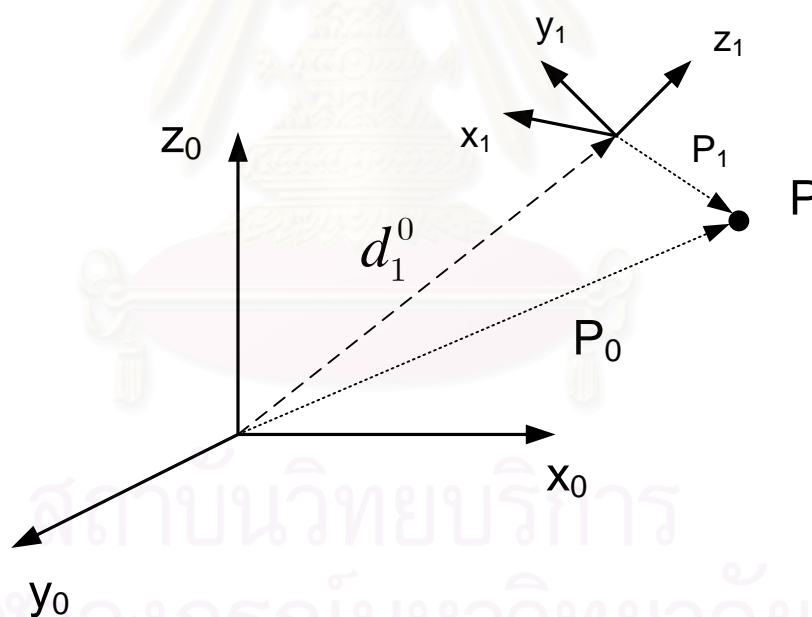


### 3.3 Homogenous Transformation

การเคลื่อนที่ของวัตถุแข็งเกร็งใน 3 มิติ นั้น ในการอธิบายตำแหน่งต่างๆ จะประกอบด้วยตำแหน่งและทิศทางของวัตถุโดยเทียบกับแกนอ้างอิง พิจารณาจุด  $P$  ใดๆ เมื่อเทียบกับแกนอ้างอิงเริ่มต้น  $\{0\}$  และแกนอ้างอิง  $\{1\}$  และกำหนดให้  $P^0$  และ  $P^1$  เป็นเวกเตอร์ที่แทนจุด  $P$  เมื่อเทียบกับระบบแกนอ้างอิง  $\{0\}$  และแกนอ้างอิง  $\{1\}$  ตามลำดับ เราจะได้ว่าความสัมพันธ์ระหว่าง  $P^0$  และ  $P^1$  สามารถอธิบายด้วยสมการคือ

$$p^0 = d_1^0 + R_1^0 p^1 \quad (3.1)$$

เมื่อเวกเตอร์  $d_1^0$  แทนระยะการเลื่อนตัวของจุดกำเนิดของแกนอ้างอิง  $\{0\}$  ไปยังจุดกำเนิดของแกนอ้างอิง  $\{1\}$  และ  $R_1^0$  แทนเมตริกซ์ทิศทางของแกนอ้างอิงที่  $\{1\}$  เทียบกับแกนอ้างอิง  $\{0\}$  ดังที่แสดงในรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 ตำแหน่งของจุด  $P$  เมื่อพิจารณาในเฟรมที่ต่างกัน

เมื่อกำหนดให้  $\tilde{p}$  แทน homogenous representation ของเวกเตอร์  $p$  คือ

$$\tilde{p} = \begin{bmatrix} p \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

ดังนั้นเราสามารถสรุปจากสมการได้เท่ากับ

$$\tilde{p}^0 = T_1^0 \tilde{p}^1 \quad (3.3)$$

เมื่อ  $T_1^0$  คือเมตริกซ์ขนาด  $4 \times 4$  และมีค่าเท่ากับ

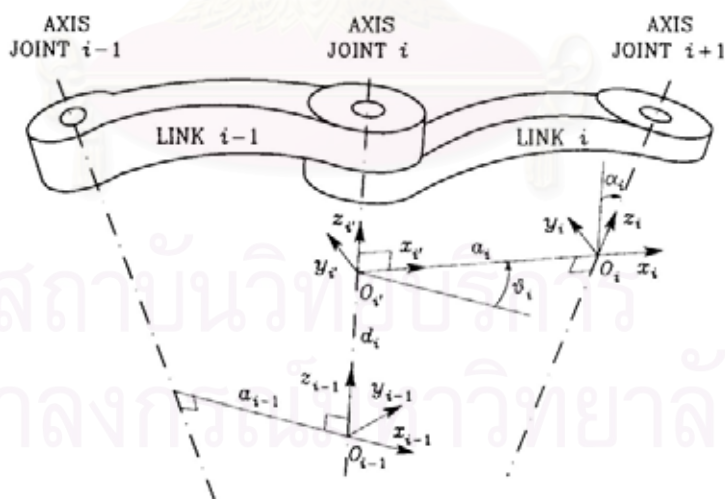
$$T_1^0 = \begin{bmatrix} R_1^0 & d_1^0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

ตัวแปร  $T_1^0$  นี้เรียกว่า Homogenous transformation matrix และยังสามารถพิสูจน์ได้ว่าการแปลงตำแหน่งของจุด  $P$  ที่อยู่บนระบบแกนอ้างอิงเริ่มต้นไปยังระบบแกนอ้างอิงใดๆ นั้นสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\tilde{p}^0 = T_1^0 T_2^1 \dots T_n^{n-1} \tilde{p}^n \quad (3.5)$$

### 3.4 หลักการของ Denavit-Hartenberg

ในการคำนวณเพื่อหาสมการการเคลื่อนที่ไปข้างหน้า (Forward kinematics) นั้นใช้วิธีการของ Denavit-Hartenberg ซึ่งมีหลักการคือกำหนดแกนอ้างอิงให้กับข้อต่อ (joint) และก็จะคำนวณหาความสัมพันธ์จากระบบแกนเริ่มต้นไปยังระบบแกนที่ปลายของแขนกลได้



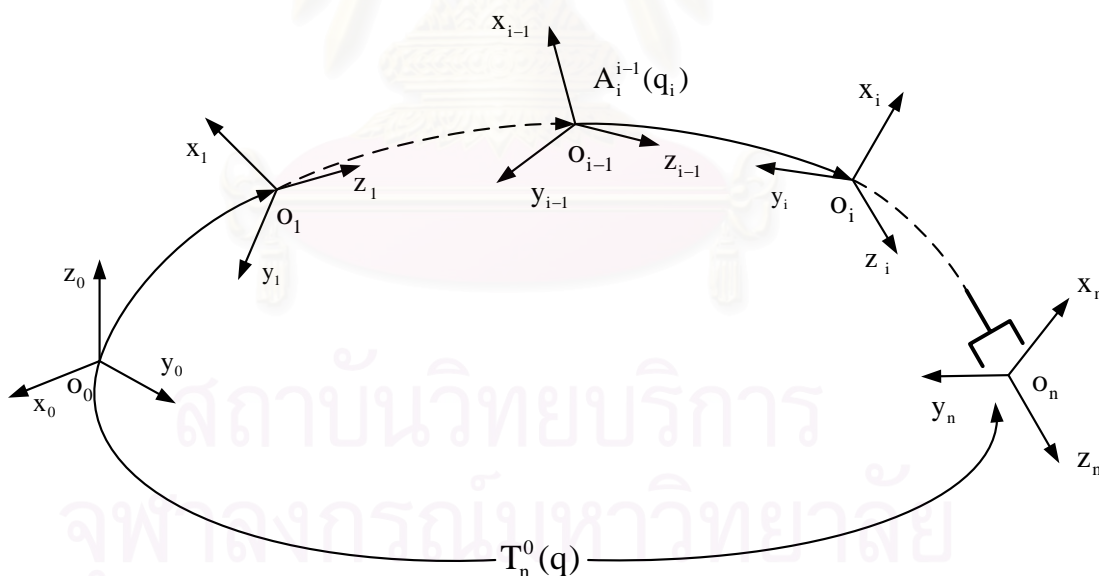
รูปที่ 3.3 Denavit-Hartenberg kinematic parameters [2]

รูปที่ 3.3 เป็นแผนภาพของก้าน 2 อันเชื่อมต่อกัน ในการหาความสัมพันธ์ของตำแหน่งและทิศทางระหว่างก้านทั้ง 2 อันนี้โดยหลักการของ Denavit-Hartenberg จะได้เมตริกซ์การแปลง (transformation matrix) คือ

$$A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

จากหลักการของ Denavit-Hartenberg นี้เราจะได้ความสัมพันธ์ระหว่างก้าน 2 อันต่อที่เชื่อมต่อเข้าด้วยกัน สำหรับแขนกลที่ประกอบด้วยข้อต่อหลายข้อต่อมาเชื่อมต่อกัน โดยใช้ข้อต่อนั้น จะได้ transformation matrix ของแต่ละข้อต่อ และเราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างแกนอ้างอิงเริ่มต้นไปยังแกนอ้างอิงที่  $n$  จากรูปที่ 3.4 จะเห็นว่าเราสามารถหาความสัมพันธ์ของจุดปลายของแขนกลโดยเทียบจากแกนอ้างอิงเริ่มต้นได้ซึ่งจะสามารถหาความสัมพันธ์ได้จากสมการ

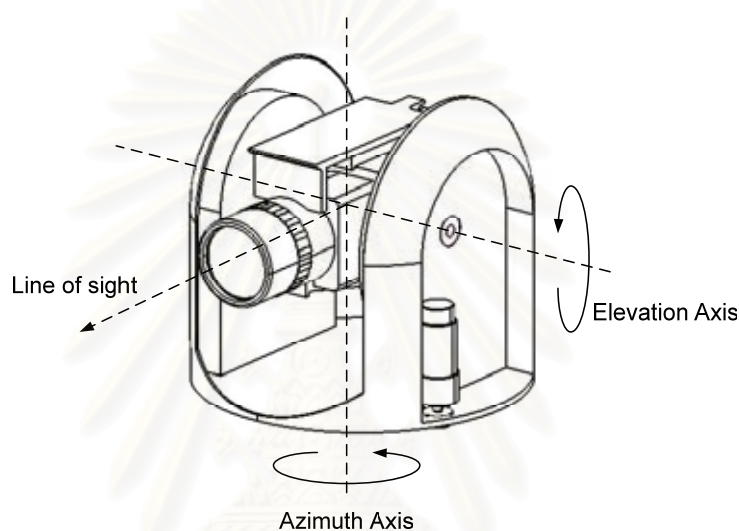
$$T_n^0(q) = A_0^1(q_1)A_1^2(q_2)...A_{n-1}^n(q_n) \quad (3.7)$$



รูปที่ 3.4 แผนภาพการคำนวณตำแหน่งของปลายแขนกลเทียบกับแกนอ้างอิงเริ่มต้น [2]

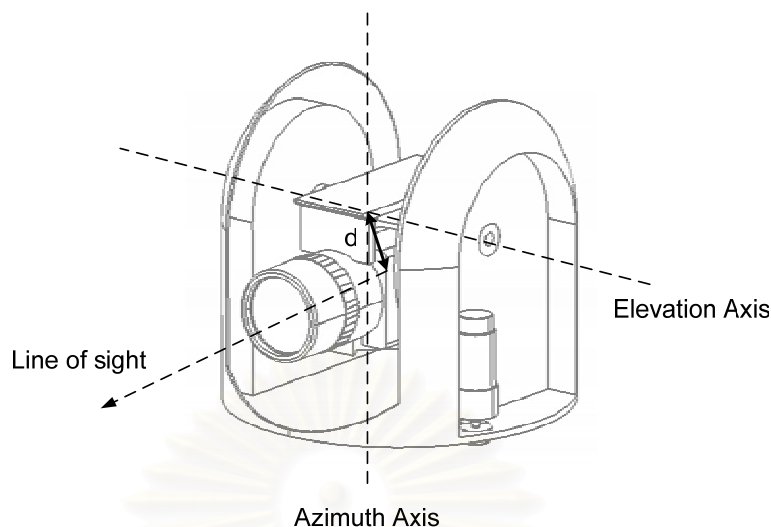
### 3.5 การใช้วิธีการของ Denavit-Hartenberg กับโครงสร้างกิมเบล

โครงสร้างกิมเบลนั้นเป็นโครงสร้างที่ไม่ซับซ้อน ในเบื้องต้นนี้เราได้ตั้งสมมติฐานว่ากล้องที่ติดตั้งเข้ากับโครงสร้างส่วนในนั้นอยู่ตรงตำแหน่งที่แกนหมุนทั้งสองแกนของโครงสร้างนั้นตัดกันตรงจุดกึ่งกลางมวลของโครงสร้างที่ยึดติดกับกล้องพอดีดังแสดงใน รูปที่ 3.5 ในกรณีที่มีการถ่ายภาพในระยะใกล้ในระยะที่แนวของกล้องเอียงไปจากจุดตัดของแกนหมุนทั้งสองนี้จะไม่ค่อยมากนัก แต่ในกรณีที่ตำแหน่งของวัตถุอยู่ไกลมากในระยะเอียงศูนย์นี้จะมีผลต่อการคำนวณตำแหน่งอย่างชัดเจน



รูปที่ 3.5 โครงสร้างของกิมเบล

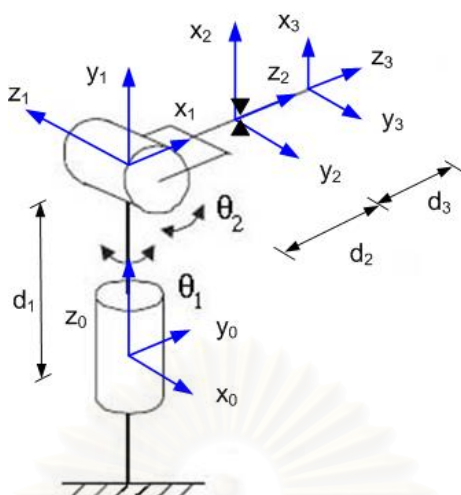
รูปที่ 3.5 แสดงถึงโครงสร้างของกิมเบล ซึ่งประกอบด้วยแกนหมุนจำนวนสองแกนคือแกนหมุนรอบตัวเอง (azimuth axis) และแกนหมุนแบบปีกเงย (elevation axis or pitch axis) และติดตั้งกล้องที่ตำแหน่งกึ่งกลางของโครงสร้างส่วนใน โดยที่แนวการมองเห็น (line of sight) นั้นผ่านจุดตัดของแกนหมุนทั้งสอง แต่ถ้าหากว่าตำแหน่งที่ติดตั้งกล้องนั้นมีแนวการมองเห็นไม่ได้ผ่านจุดตัดของแกนหมุนทั้งสองนั้นดังแสดงในรูปที่ 3.6 ก็จะทำให้การคำนวณมีความซับซ้อนขึ้นไปอีก ซึ่งจะใช้เมื่อมีการติดตั้งกล้องมากกว่าหนึ่งตัวเช่นกล้องที่สามารถถ่ายภาพได้ทั้งในเวลากลางวันและเวลากลางคืน ที่จะต้องมีการจัดวางตำแหน่งของกล้องให้อยู่ในตำแหน่งที่เหมาะสมเพราะจะต้องคำนึงถึงตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลของโครงสร้างโดยจะต้องอยู่ตรงตำแหน่งที่แกนหมุนทั้งสองตัดกันพอดี ซึ่งอาจทำให้แนวการมองเห็นของกล้องนั้นเอียงไปจากจุดตัดของแกนหมุนได้



รูปที่ 3.6 ตำแหน่งของ LOS ที่มีการเอียงไปจากจุดตัดของแกนหมุน

ในการคำนวณหาสมการการเคลื่อนที่ไปข้างหน้า (forward kinematics) นั้น มีหลักการคือเขียนแผนภาพของโครงสร้างของกิมเบลและกำหนดแกนอ้างอิงให้กับโครงสร้าง จากนั้นก็ทำการคำนวณหา transformation matrix ของข้อต่อในแต่ละส่วน และเราก็สามารถคำนวณหา transformation matrix ของตำแหน่งปลายของกิมเบลเทียบกับแกนอ้างอิงเริ่มต้นที่อยู่ตรงส่วนฐานของกิมเบลได้ จากรูปที่ 3.7 จะเห็นว่าได้เขียนแผนภาพของกิมเบลและได้มีการกำหนดแกนอ้างอิงต่างๆ ลงในแผนภาพโครงสร้าง จากหลักการของ Denavit-Hartenberg นั้น เราต้องกำหนดตัวแปรที่จะต้องใช้ในการคำนวณหา transformation matrix โดยจากรูปที่ 3.7 นั้นจะแสดงถึงตัวแปรต่างๆ ที่ต้องใช้ในการคำนวณ จากนั้นก็เขียนตารางเพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณหาสมการการเคลื่อนที่ไปข้างหน้า (forward kinematics) หลังจากแทนค่าต่างๆ จากตารางที่ 3.1 ลงในสมการแล้วก็จะได้ความสัมพันธ์ซึ่งเป็นการหาตำแหน่งของจุดปลายของกิมเบลเทียบกับแกนอ้างอิงเริ่มต้นได้

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.7 การกำหนดระบบพิกัดกับก้านต่อโยง

Joint/Link i	$\alpha_i$ (rad)	$a_i$ (m)	$\theta_i$ (rad)	$d_i$ (m)	R/P
1	$-\pi/2$	0	$\theta_1$	0	R
2	$\pi/2$	0	$\theta_2$	0	R
3	$-\pi/2$	0	$\theta_3$	0	R
4	$\pi/2$	0	$\theta_4$	0	R

ตารางที่ 3.1 ตารางค่า Parameters ของโครงสร้างกิมเบล

จากตารางจะสามารถหา transformation matrix ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างก้านต่อโยง (link) แต่ละอันที่เชื่อมต่อกันได้จากสมการ

$$A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

เมื่อแทนค่าจะได้ว่า

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & -\sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2^1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & 0 & \sin \theta_2 & 0 \\ \sin \theta_2 & 0 & -\cos \theta_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

และก็สามารถคำนวณหาตำแหน่งของจุดปลายเมื่อเทียบกับแกนอ้างอิงเริ่มต้นได้เท่ากับ

$$T_2^0 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \cos \theta_2 & -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 \sin \theta_2 & 0 \\ \sin \theta_1 \cos \theta_2 & \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \sin \theta_2 & 0 \\ -\sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

เมื่อ  $\theta_1$  และ  $\theta_2$  คือมุม azimuth , elevation ตามลำดับ

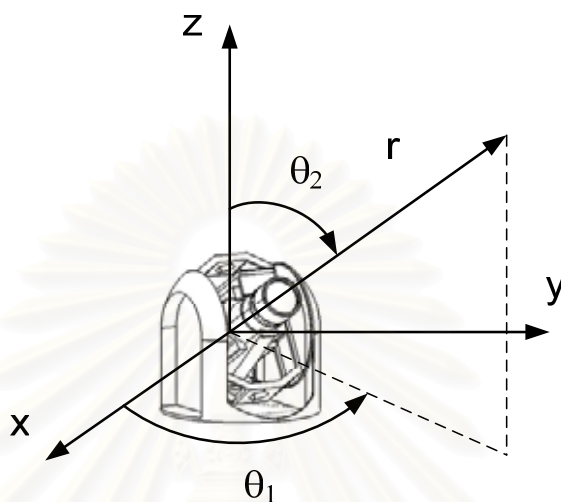
### 3.6 สมการการเคลื่อนที่ผกผัน

สมการเคลื่อนที่แบบผกผันนั้นเป็นการคำนวณหาระยะที่ตัวขับแต่ละตัวเคลื่อนที่ไปเมื่อกำหนดตำแหน่งและทิศทางของปลายแขนกล ในการคำนวณนั้นเริ่มต้นจากสมการการเคลื่อนที่แบบไปข้างหน้าซึ่งเราจะได้ transformation matrix และจากเมตริกซ์นี้เราจะสามารถคำนวณหาตำแหน่งของจุดปลายแขนกลจากระบบสมการ

$$\begin{aligned} x &= T_{14}(q_1, \dots, q_n) \\ y &= T_{24}(q_1, \dots, q_n) \\ z &= T_{34}(q_1, \dots, q_n) \end{aligned} \quad (3.9)$$

โดยที่ตัวแปร  $T_{14}, T_{24}, T_{34}$  คือสมาชิกของเมตริกซ์  $T_n^0$

ในการหาสมการเคลื่อนที่แบบพิกัดของกิมเบลนั้น เนื่องจากว่าแกนหมุนของกิมเบลทั้งสองแกนนั้นตัดกันที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการหมุนหรือตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลของกิมเบล เราจึงสามารถใช้ระบบพิกัดจากแบบทรงกลมกับโครงสร้างของกิมเบลได้ ดังแสดงในรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 ระบบพิกัดทรงกลมกับโครงสร้างกิมเบล

จากสมการของระบบพิกัดจากแบบทรงกลม เมื่อนำมาใช้กับโครงสร้างของกิมเบลโดยที่ส่วนฐานของโครงสร้างแบบกิมเบลไม่มีการเคลื่อนที่ จะได้ระบบสมการดังนี้

$$\begin{aligned}x &= r \cos \theta_1 \sin \theta_2 \\y &= r \sin \theta_1 \sin \theta_2 \\z &= r \cos \theta_2\end{aligned}\quad (3.10)$$

โดยการแก้ระบบสมการจะได้ว่า

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right) \quad (3.11a)$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \right) \quad (3.11b)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (3.11c)$$

เมื่อ  $\theta_1, \theta_2$  คือมุมของโครงสร้างแบบกิมเบลในแนว azimuth และ elevation ตามลำดับ



### 3.7 การวิเคราะห์ความเร็ว

ในการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของแขนกลนั้นนอกจากการหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวขับของแขนกลกับจุดปลายของแขนกลโดยใช้วิธีการคำนวณสมการการเคลื่อนที่ไปข้างหน้าและสมการการเคลื่อนที่แบบผกผันแล้ว เราต้องทราบความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของตัวขับกับความเร็วของตำแหน่งจุดปลายของแขนกลด้วย โดยความสัมพันธ์นี้จะอธิบายด้วยสมการที่อยู่ในรูปของเมตริกซ์ที่เรียกว่าจาโคเบียน (Jacobian matrix) ซึ่งเมตริกซ์จาโคเบียนนี้จะมีประโยชน์ในการวิเคราะห์ปัญหาของแขนกลอื่นๆ ได้เช่น การวิเคราะห์จุดเอกฐาน (Singularity analysis) การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่กระทำที่จุดปลายของแขนกลกับแรงที่เกิดจากตัวขับแต่ละตัว เป็นต้น

#### 3.7.1 การคำนวณหาจาโคเบียน (Jacobian Computation)

การคำนวณหาเมตริกซ์ของจาโคเบียนนั้น

เรากำหนดให้ความเร็วที่จุดปลายของแขนกลนี้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วเชิงเส้น  $\dot{p}$  และความเร็วเชิงมุมเท่ากับ  $\omega$  ซึ่งจะเป็นฟังก์ชันของความเร็วของตัวขับ  $\dot{q}$  คือ

$$\begin{aligned}\dot{p} &= J_v(q)\dot{q} \\ \omega &= J_\omega(q)\dot{q}\end{aligned}\quad (3.12)$$

กำหนดให้  $v = [\dot{p} \quad \omega]^T$  เป็นความเร็วที่จุดปลายของแขนกล เราจะสามารถจัดรูปของสมการได้คือ

$$v = J(q)\dot{q}\quad (3.13)$$

เมื่อเมตริกซ์  $J$  นี้คือ Geometric Jacobian หรือ เมตริกซ์ของจาโคเบียน

$$J = \begin{bmatrix} J_v \\ J_\omega \end{bmatrix}\quad (3.14)$$

การคำนวณหาจาโคเบียน (Jacobian) สำหรับแขนกลที่มีก้านต่อโยงหลายๆ ก้านเชื่อมต่อกันนั้น สามารถคำนวณได้จาก

$$J = [J_1 \dots J_n]\quad (3.15)$$

เมื่อ

$$J_i = \begin{bmatrix} z_{i-1} \times (p - p_{i-1}) \\ z_{i-1} \end{bmatrix}\quad (3.16)$$

เมื่อข้อต่อที่  $i$  เป็นข้อต่อแบบหมุน (revolute joint)

และ

$$J_i = \begin{bmatrix} z_{i-1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

เมื่อข้อต่อที่  $i$  เป็นข้อต่อแบบเลื่อน (prismatic joint)

โดยที่  $z_{i-1}$  คือ สมาชิกสามตัวแรกในหลักที่สามของเมตริกซ์  $T_{i-1}^0$

$p$  คือ สมาชิกสามตัวแรกในหลักที่สี่ของเมตริกซ์  $T_{i-1}^0$

$p_{i-1}$  คือ สมาชิกสามตัวแรกในหลักที่สี่ของเมตริกซ์  $T_{i-1}^0$

ในกรณีของโครงสร้างกิมเบลนั้นเป็น ข้อต่อแบบหมุน (revolute joint) ดังนั้นในการคำนวณจะ  
ได้ว่า

$$J_i = \begin{bmatrix} J_{v_i} \\ J_{\omega_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{i-1} \times (p - p_{i-1}) \\ z_{i-1} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

เมื่อ  $J_{v_i}$  คือองค์ประกอบในแนวความเร็วเชิงเส้นและ  $J_{\omega_i}$  คือองค์ประกอบความเร็วเชิงมุม ดังนั้น  
เมื่อกิมเบลนี้ไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวเชิงเส้นจะได้ว่า  $J_{v_i} = 0$  จะสามารถคำนวณหาจาโค  
เบียน (jacobian) ได้ดังนี้

$$J_{\omega_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.19a)$$

$$J_{\omega_2} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.19b)$$

## บทที่ 4

### แบบจำลองคณิตศาสตร์ของโครงสร้างกิมเบล

#### 4.1 สมการการเคลื่อนที่ของแขนกล

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนกลนั้นเป็นสมการที่อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างแรงบิดของตัวขับแต่ละตัวกับการเคลื่อนที่ของโครงสร้างของแขนกล แบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้มีประโยชน์มากสำหรับการทำการจำลองการเคลื่อนที่ และการออกแบบระบบควบคุม

ในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโครงสร้างกิมเบลนี้ ได้ใช้วิธีการของลากรองจ์ (Lagrange method) ซึ่งเป็นวิธีการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์วิธีหนึ่งที่ยิยมใช้ในการหาแบบจำลองของแขนกล และ Skoglar [3] ได้ใช้วิธีการนี้หาสมการคณิตศาสตร์แบบกิมเบลด้วยเช่นกัน

#### 4.2 สมการของลากรองจ์ (Lagrange Equations)

สมการของลากรองจ์นั้นเป็นสมการเชิงอนุพันธ์ที่ใช้อธิบายการเคลื่อนที่ของระบบทางกล การอธิบายการเคลื่อนที่โดยใช้วิธีนี้จะอธิบายในรูปของพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ ดังนั้นในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยวิธีการของลากรองจ์นี้จะต้องหาพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของระบบทางกลนี้ก่อน และจะสามารถหา Lagrangian จากสมการ

$$L = K - V \quad (4.1)$$

เมื่อ  $K$  และ  $V$  คือพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของระบบตามลำดับ และเมื่อได้พลังงานทั้งสองแล้วก็จะสามารถคำนวณหาพลศาสตร์ของระบบทางกลนี้ได้จากสมการของลากรองจ์คือ

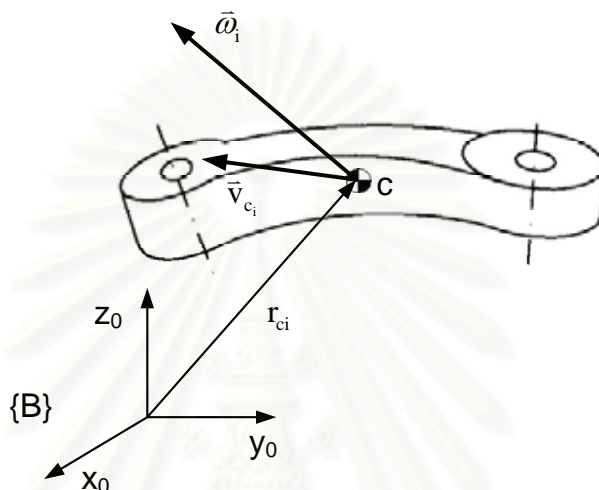
$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\lambda}_i} - \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = F_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.2)$$

เมื่อ  $F_i$  และ  $\lambda_i$  คือ generalized force ที่กระทำใน generalized coordinate  $\lambda_i$

ในการคำนวณเกี่ยวกับแขนกลนั้น generalize coordinate นั้นก็คือ joint variable นั้นเองและ generalize force นั้นก็คือแรงที่เกิดจากตัวขับแต่ละตัว

### 4.2.1 การคำนวณพลังงานจลน์

ในการคำนวณหาพลังงานจลน์ของวัตถุแข็งเกร็งนั้น เราจะสมมติว่าได้ติดตั้งระบบพิกัดฉากโดยให้จุดเริ่มต้น (origin) อยู่ที่ตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุแข็งเกร็งนั้น และวัตถุแข็งเกร็งนี้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วเชิงเส้น  $v$  และเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเชิงมุมเท่ากับ  $\omega$  ดังแสดงในรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 การเคลื่อนที่ของก้านต่อโยงใน 3 มิติ [2]

และจะสามารถคำนวณหาพลังงานจลน์ได้จากสมการ

$$K = \frac{1}{2} \int_B v^T(x, y, z) v(x, y, z) dm \quad (4.3)$$

เมื่อความเร็วของตำแหน่งใดๆ บนวัตถุแข็งเกร็งเท่ากับ

$$v = v_C + \omega \times r \quad (4.4)$$

เมื่อ  $v_C$  แทนความเร็วของจุดศูนย์กลางมวล และเมื่อกำหนดค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของก้านต่อโยงให้เท่ากับ

$$I = \begin{bmatrix} \int y^2 + z^2 dm & -\int xy dm & -\int xz dm \\ -\int xy dm & \int x^2 + z^2 dm & -\int yz dm \\ -\int xz dm & -\int yz dm & \int x^2 + y^2 dm \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

ดังนั้นเราจะได้ว่าพลังงานจลน์ของแขนกลแต่ละก้านต่อโยงนั้นสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$k_i = \frac{1}{2} m_i v_{C_i}^T v_{C_i} + \frac{1}{2} \omega_i^T C_i I_i \omega_i \quad (4.6)$$

เมื่อเทอมแรกนั้นคือพลังงานจลน์ที่เกิดจากการเคลื่อนที่แบบเลื่อนตัวด้วยความเร็วที่จุดศูนย์กลางมวลเท่ากับ  $v$  และเทอมที่สองนั้นคือพลังงานจลน์ที่เกิดจากการเคลื่อนที่แบบวงกลมด้วยความเร็วเชิงมุม  $\omega$  และพลังงานจลน์รวมทั้งหมดของแขนกลจะมีค่าเท่ากับผลรวมของพลังงานจลน์ของแต่ละก้านต่อโยงนั้นคือ

$$K = \sum_{i=1}^n k_i \quad (4.7)$$

และจากสมการของจาโคเบียนที่กล่าวในบทที่ผ่านมา ความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของตัวขับแต่ละตัวกับความเร็วที่ปลายแขนกลนั้นอธิบายได้ดังสมการ

$$v_i = J_{v_i}(q) \dot{q} \quad (4.8a)$$

$$\omega_i = R_i^T(q) J_{\omega_i}(q) \dot{q} \quad (4.8b)$$

ดังนั้นเราสามารถหาสมการพลังงานจลน์ของแขนกลที่มีก้านต่อโยงหลายๆ อันที่อยู่ในเทอมของจาโคเบียนและ generalized coordinate จะมีรูปแบบดังนี้

$$K = \frac{1}{2} \dot{q}^T \sum_{i=1}^n [m_i J_{v_i}(q)^T J_{v_i}(q) + J_{\omega_i}(q)^T R_i(q) I_i R_i(q)^T J_{\omega_i}(q)] \dot{q} \quad (4.9)$$

และรูปแบบของสมการพลังงานจลน์ของแขนกลเขียนอยู่ในรูปของ quadratic form นั้นมีรูปแบบคือ

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (4.10)$$

หรือ

$$K = \frac{1}{2} \dot{q}^T D(q) \dot{q} \quad (4.11)$$

เมื่อ  $D(q)$  คือ inertia matrix และเป็น symmetric positive definite matrix

#### 4.2.2 การคำนวณพลังงานศักย์

พลังงานศักย์ของแขนกลที่มีก้านต่อโยงหลายอันนั้นจะมีค่าเท่ากับผลรวมของพลังงานศักย์ของก้านต่อโยงแต่ละอันซึ่งมีสมการคือ

$$V = \sum_{i=1}^n V_i \quad (4.12)$$

เมื่อ  $V_i$  คือพลังงานศักย์ของก้านต่อโยงที่  $i$  และถ้าก้านต่อโยงทั้งหมดเป็นวัตถุแข็งเกร็ง ดังนั้นพลังงานศักย์ที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงดึงดูดของโลกคือ

$$V_i = \int_{B_i} \mathbf{g}^T \mathbf{r}_i dm = \mathbf{g}^T \int_{B_i} \mathbf{r}_i dm = \mathbf{g}^T \mathbf{r}_{c_i} m_i \quad (4.13)$$

เมื่อ  $\mathbf{g}$  คือเวกเตอร์ของความแรงเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก

#### 4.2.3 การคำนวณสมการของลากรองจ์

เมื่อได้สมการพลังงานจลน์และสมการพลังงานศักย์ของแขนกลแล้ว เราสามารถคำนวณหา Lagrangian ของก้านต่อโยงได้จากสมการ

$$L = K - V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij}(\mathbf{q}) \dot{q}_i \dot{q}_j - V(\mathbf{q}) \quad (4.14)$$

และจากสมการของลากรองจ์

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = F_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.15)$$

เมื่อแทนค่าในสมการแล้วจะได้ว่า

$$\sum_j d_{ij}(\mathbf{q}) \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n c_{ijk}(\mathbf{q}) \dot{q}_k \dot{q}_j + g_i(\mathbf{q}) = \tau_i \quad i = 1, \dots, n \quad (4.16)$$

เมื่อ  $c_{ijk}$  คือ สัญลักษณ์คริสตอฟเฟิล (Christoffel symbols) ซึ่งจะมีค่าเท่ากับ

$$c_{ijk} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial d_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial d_{jk}}{\partial q_i} \right) \quad (4.17)$$

และ

$$g_i(q) = \frac{\partial V}{\partial q_i} \quad (4.18)$$

และจากสมการการเคลื่อนที่ของก้านต่อโยง

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (4.19)$$

โดยที่เมตริกซ์  $C$  จะสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^n c_{ijk}(q)\dot{q}_k \quad (4.20)$$

### 4.3 สมการการเคลื่อนที่ของโครงสร้างกิมเบล

สมการการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์นั้นมีสมการอยู่ในรูปทั่วไปคือ

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F_v\dot{q} + F_s \operatorname{sgn}(\dot{q}) + g(q) = \tau_a \quad (4.21)$$

เมื่อ

$d_{ii}$  คือโมเมนต์ของความเฉื่อยของก้านต่อโยง  $i$

$d_{ij}$  คือความเร่งของก้านต่อโยง  $i$  ที่อยู่บนก้านต่อโยง  $j$

$c_{ijj}\dot{q}_j^2$  คือแรงสู่ศูนย์กลางที่กระทำต่อก้านต่อโยง  $i$  ที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของก้านต่อโยง  $j$

$c_{ijk}\dot{q}_j\dot{q}_k$  แทนผลจาก coriolis ที่กระทำต่อก้านต่อโยง  $i$  ที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของก้านต่อโยง  $j$  และ  $k$

$F_v$  คือสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทาน (viscous friction) ซึ่งเป็นเมตริกซ์ทแยงมุมขนาด  $n \times n$

$F_s$  คือสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานสถิต (static friction) ซึ่งเป็นเมตริกซ์ทแยงมุมขนาด  $n \times n$

$\operatorname{sgn}(\dot{q})$  คือตัวประกอบซึ่งจะนำเอาเฉพาะเครื่องหมายของ  $\dot{q}$  มาใช้ในการคำนวณซึ่งจะมีค่าเป็น  $+$  เมื่อ  $\dot{q} > 0$  และจะมีค่าเป็น  $-$  เมื่อ  $\dot{q} < 0$  เป็นเมตริกซ์ขนาด  $n \times 1$

$g(q)$  คือแรงที่เป็นผลมาจากแรงโน้มถ่วง

$\tau_a$  คือแรงบิดที่เกิดจากตัวขับ

และสามารถจัดรูปได้ดังนี้

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (4.22)$$

เมื่อ

$$\tau = \tau_a - F_v \dot{q} - F_s \operatorname{sgn}(\dot{q}) \quad (4.23)$$

ในการคำนวณหาแบบจำลองคณิตศาสตร์ของโครงสร้างแบบกิมเบลนั้นในเบื้องต้นนี้เราจะหาค่า  $D(q)$  ก่อนโดยคำนวณจากสมการ

$$\begin{aligned} D(q) &= \sum_{i=1}^n \left[ m_i J_{v_i}(q)^T J_{v_i}(q) + J_{\omega_i}(q)^T R_i(q) I_i R_i(q)^T J_{\omega_i}(q) \right] \\ &= \sum_{i=1}^n J_{\omega_i}(q)^T R_i(q) I_i R_i(q)^T J_{\omega_i}(q) \end{aligned} \quad (4.24)$$

เมื่อโมเมนต์ของความเฉื่อยของก้านต่อที่ 1 และก้านต่อที่ 2 มีค่าเท่ากับ

$$I_1 = \operatorname{diag} [I_{11}, I_{122}, I_{133}] \quad (4.25a)$$

$$I_2 = \operatorname{diag} [I_{211}, I_{222}, I_{233}] \quad (4.25b)$$

เนื่องจากความเร็วเชิงเส้นของก้านต่อโยง  $i$  มีค่าเท่ากับศูนย์เพราะโครงสร้างมีแต่การหมุนดังนั้นจึงทำให้  $J_{v_i} = 0$  จากการคำนวณจะได้  $D(q)$

$$D(q) = \begin{bmatrix} I_{122} + I_{211} \sin^2 \theta_2 + I_{233} \cos^2 \theta_2 & 0 \\ 0 & I_{222} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

และสามารถคำนวณหา  $C(q, \dot{q})$  ได้เท่ากับ

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \omega_2 (I_{211} - I_{233}) \sin(2\theta_2) & \frac{1}{2} \omega_1 (I_{211} - I_{233}) \sin(2\theta_2) \\ -\frac{1}{2} \omega_1 (I_{211} - I_{233}) \sin(2\theta_2) & 0 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

ในการตรวจสอบว่าการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ นั้นถูกต้องหรือไม่นั้นเรามีหลักเกณฑ์คือค่า  $N(q, \dot{q}) = \dot{D}(q) - 2C(q, \dot{q})$  จะต้องเป็น skew-symmetry matrix และเมื่อลองแทนค่าจะได้ว่า



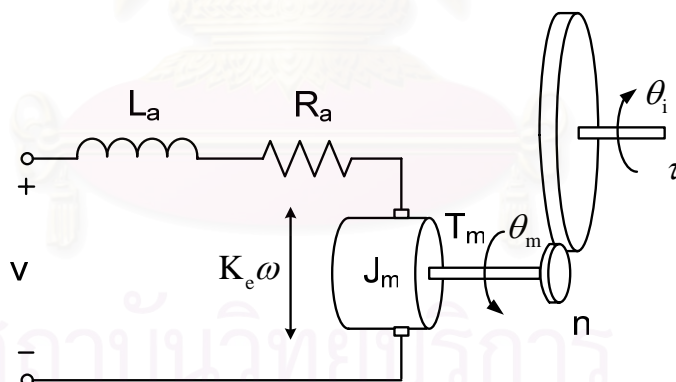
$$N(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_1(I_{2_{11}} - I_{2_{33}}) \sin 2\theta_2 \\ \omega_1(I_{2_{11}} - I_{2_{33}}) \sin 2\theta_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

เป็น skew-symmetry matrix ซึ่งจะหมายความว่าค่า  $D(q)$  และ  $C(q, \dot{q})$  ที่คำนวณได้นั้น ถูกต้อง และจากการออกแบบโครงสร้างกิมเบลจากคอมพิวเตอร์จะสามารถหาค่าโมเมนต์ของความเฉื่อยได้เท่ากับ

$$I_1 = \begin{bmatrix} 0.065 & 0 & 0 \\ 0 & 0.069 & 0 \\ 0 & 0 & 0.07 \end{bmatrix} \text{ kg.m}^2 \quad I_2 = \begin{bmatrix} 0.018 & 0 & 0 \\ 0 & 0.024 & 0 \\ 0 & 0 & 0.025 \end{bmatrix} \text{ kg.m}^2 \quad (4.29)$$

#### 4.4 แบบจำลองของตัวขับ (Actuator Dynamics)

ในการหาแบบจำลองของระบบทั้งหมดนั้นเราจำเป็นต้องหาแบบจำลองของตัวขับด้วยซึ่งในกรณีของโครงสร้างแบบกิมเบลนี้ ได้ใช้ตัวขับคือมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง ซึ่งแผนภาพของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงแสดงดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 แผนภาพของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง [4]

แรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมวงจรรอมาเจอร์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$v - K_e \omega = L \frac{di}{dt} + iR \quad (4.30)$$

เมื่อ

$K_e$  คือค่าแรงดันไฟฟ้าคงตัวหรือ back e.m.f constant  $\left( \frac{\text{volt}}{\text{rad/s}} \right)$

- $i$  คือกระแสไฟฟ้า (amp)  
 $R$  คือความต้านทานไฟฟ้าที่ขดลวดอาร์มาเจอร์ (ohm)  
 $L$  คือความเหนี่ยวนำที่ขดลวดอาร์มาเจอร์ (henry)  
 $\omega$  คือความเร็วเชิงมุมของเพลามอเตอร์ (rad/s)

แรงบิดที่มอเตอร์สร้างขึ้นจะเป็นสัดส่วนกับกระแสที่ไหลผ่านขดลวดอาร์มาเจอร์ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$T_m = K_f i \quad (4.31)$$

เมื่อ  $K_f$  คือค่าคงตัวแรงบิด  $\left( \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{amp}} \right)$

และจากกฎข้อสองของนิวตัน เราสามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ของมวลที่ติดอยู่ที่ปลายของแกนมอเตอร์ได้ดังนี้คือ

$$T_m - \frac{\tau}{n} = J_m \dot{\omega}_m + b \omega_m \quad (4.32)$$

โดยที่

$J_m$  คือค่าความเฉื่อยของแกนมอเตอร์

$T_m$  คือแรงบิดที่ได้จากมอเตอร์

$\tau$  คือแรงบิดที่ปลายของเกียร์ทด

$n$  คืออัตราทดของเกียร์ทด

และจากความสัมพันธ์ของมุมที่มอเตอร์หมุนกับมุมที่ปลายด้านหนึ่งของเกียร์ทดจะได้ว่า

$$\theta_i = n \theta_m \quad (4.33)$$

แทนค่าต่างๆ จะได้ว่า

$$K_f i - \frac{\tau}{n} = J_m \ddot{\theta}_m + b \dot{\theta}_m \quad (4.34)$$

$$\tau = n \left[ K_f i - \frac{J_m \ddot{\theta}_i}{n} - \frac{b \dot{\theta}_i}{n} \right] \quad (4.35)$$

$$\tau = n K_f i - J_m \ddot{\theta}_i - b \dot{\theta}_i \quad (4.36)$$

## บทที่ 5

### การออกแบบระบบควบคุม

#### 5.1 ตัวควบคุม (Controller)

หลักการของการควบคุม คือการออกแบบเพื่อที่จะจัดการกับสัญญาณคลาดเคลื่อน (Error signal) เพื่อให้ได้สัญญาณควบคุม (Control signal) ที่ถูกต้อง ซึ่งจะกล่าวได้ว่าหน้าที่หลักของตัวควบคุม คือการควบคุมระบบให้ได้ค่าสัญญาณควบคุมที่ถูกต้องหรือใกล้เคียงกับค่าที่ออกแบบไว้มากที่สุด

ในเบื้องต้นนี้ ได้ใช้ตัวควบคุมแบบ พีไอดี (PID Controller) ในการควบคุมการเคลื่อนที่ของโครงสร้างกิมเบล ซึ่งผลของการควบคุมแบบพี ไอ และแบบ ดี จะมีข้อดีแตกต่างกัน คือการควบคุมแบบ พี (P Control) จะทำให้การตอบสนองของระบบรวดเร็วขึ้น การควบคุมแบบ ไอ (I Control) จะมีหน้าที่ลดความคลาดเคลื่อนที่สภาวะคงตัว (Steady state error) ให้น้อยลง ส่วนการควบคุมแบบ ดี (D Control) จะทำให้ระบบมีเสถียรภาพมากขึ้น เมื่อใช้ควบคู่กับการควบคุมแบบ พี และการควบคุมแบบ ไอ

แม้ว่าในกระบวนการการเคลื่อนที่จริง จะเป็นแบบต่อเนื่องของเวลา (Continuous in time) แต่กระบวนการต่างๆ ในคอมพิวเตอร์จะเป็นแบบไม่ต่อเนื่องของเวลา (Discrete in time) เนื่องจากการประมวลผลต้องอาศัยการสุ่มข้อมูล (Sampling) ตามค่าสัญญาณความถี่นาฬิกาของเครื่องคอมพิวเตอร์นั้นๆ จึงเป็นเหตุผลที่จะใช้ในการออกแบบโปรแกรมชุดควบคุมให้มีลักษณะเป็นแบบไม่ต่อเนื่องของเวลา (Discrete controller)

#### 5.2 มิติแบบข้อต่อและมิติคาร์ทีเซียน

ในการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลให้สามารถเคลื่อนที่ไปได้ใน 3 มิติจากตำแหน่งเริ่มต้นไปยังตำแหน่งที่ต้องการให้แขนกลเคลื่อนที่ไปนั้น เราสามารถที่จะคำนวณได้โดยใช้สมการการเคลื่อนที่แบบผกผัน เพื่อคำนวณหาค่าระยะเคลื่อนที่ของตัวขับแต่ละตัวและควบคุมให้ตัวขับนั้นเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งที่ต้องการได้ ซึ่งก็จะสามารถทำให้แขนกลนี้เคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งที่ต้องการได้ การเคลื่อนที่ของแขนกลโดยใช้การควบคุมการเคลื่อนที่ของตัวขับแต่ละตัวนี้เรียกว่า การควบคุมในมิติแบบข้อต่อ (joint space)

ในการควบคุมการเคลื่อนที่โดยใช้มิติแบบข้อต่อนี้ เป็นการควบคุมตำแหน่งของตัวขับแต่ละตัว ซึ่งเราสามารถคำนวณตำแหน่งของจุดปลายที่เวลาใดๆ ของการเคลื่อนที่ได้โดยใช้สมการเคลื่อนที่แบบไปข้างหน้า แต่ถ้าหากเราต้องการควบคุมตำแหน่งของปลายของแขนกลให้เคลื่อนที่ไปตามเส้นทางเดินที่กำหนด เราสามารถทำได้โดยการแบ่งเส้นทางเดินนั้นมาเป็นช่วงๆ และก็ใช้สมการการเคลื่อนที่แบบผกผันแปลงค่าจากตำแหน่งจุดปลายของแขนกลไปเป็น

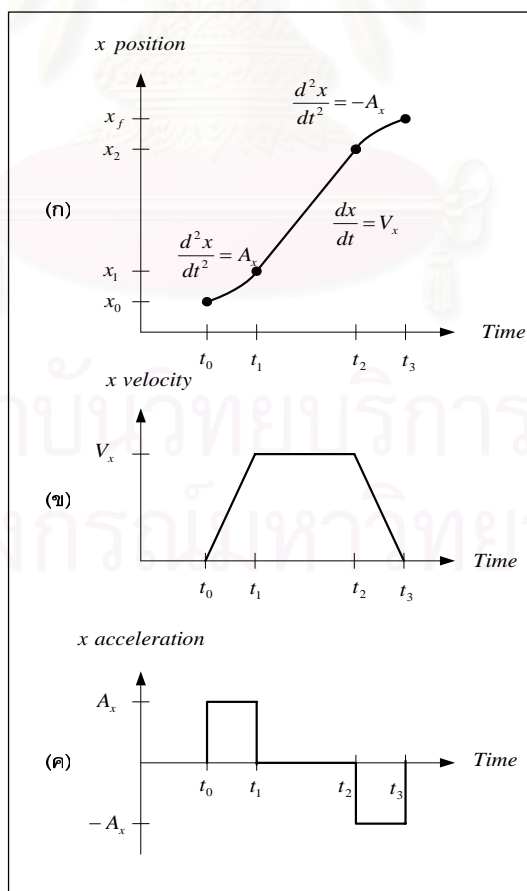
ตำแหน่งที่ตัวขับแต่ละตัวจะต้องเคลื่อนที่ไป ลักษณะการควบคุมตำแหน่งที่ปลายของแขนกลให้สามารถเคลื่อนที่ไปตามเส้นทางเดินที่เรากำหนดนี้เรียกว่า การควบคุมในมิติคาร์ทีเซียน (Cartesian space)

### 5.3 การสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่

การสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ (Trajectory Generation) ของแขนกลนั้นมีหลายวิธีการด้วยกัน ได้แก่ การสร้างเส้นทางโดยสมการพหุนามกำลังสาม (Cubic polynomial) การสร้างเส้นทางโดยสมการพหุนามกำลังสูง (Higher order polynomial) การสร้างเส้นทางโดยฟังก์ชันเส้นตรงผสมพาราโบลา (Linear function with parabolic blend) เป็นต้น สำหรับการสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ให้กับโครงสร้างแบบกิมเบลนั้น จะใช้วิธีการสร้างเส้นทางโดยฟังก์ชันที่เป็นสมการเส้นตรงผสมเส้นโค้งพาราโบลา

### 5.4 ฟังก์ชันเส้นตรงผสมพาราโบลา (Linear function with parabolic blend)

ในการสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่นั้นเราจะต้องกำหนดตำแหน่งที่เราต้องการให้แขนกลเคลื่อนที่ไป โดยจะต้องกำหนดอัตราเร็วสูงสุดและอัตราเร่งสูงสุดในการเคลื่อนที่ของตำแหน่งจุดปลาย รูปแบบของการเคลื่อนที่นั้นแสดงในรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 กราฟแสดงตำแหน่ง ความเร็ว ความเร่งของตำแหน่งจุดปลายของแขนกล

การสร้างเส้นทางเดินของแขนกลนั้นเราต้องคำนวณหาช่วงเวลาที่แขนกลเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง  $t_1$  และช่วงเวลาที่แขนกลเคลื่อนที่ด้วยความหน่วง  $t_2$  โดยสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{v_{\max}}{a_{\max}} \\ t_2 &= \frac{x_f}{v_{\max}} \end{aligned} \quad (5.1)$$

เมื่อ  $v_{\max}$  คือค่าความเร็วสูงสุด  
 $a_{\max}$  คือค่าความเร่งสูงสุด  
 $x_f$  คือตำแหน่งจุดปลายที่เราต้องการให้แขนกลเคลื่อนที่ไป  
 และจะได้ระยะเวลาของการเคลื่อนที่เท่ากับ

$$t_f = t_1 + t_2$$

ในการคำนวณเส้นทางเดินของแขนกลนี้ เนื่องจากว่ามีช่วงการเคลื่อนที่แบ่งเป็น 3 ช่วงคือ ช่วงที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง ช่วงที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่และช่วงที่เคลื่อนที่ด้วยความหน่วงซึ่งจะสามารถแยกคำนวณได้ดังนี้

ช่วงที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง  $t < t_1$

$$\begin{aligned} x(t) &= v_0 t + \frac{1}{2} a_{\max} t^2 \\ v(t) &= v_0 + a_{\max} t \\ a(t) &= a_{\max} \end{aligned} \quad (5.2)$$

ช่วงที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่  $t_1 \leq t \leq t_2$

$$\begin{aligned} x(t) &= v_{\max} t \\ v(t) &= v_{\max} \\ a(t) &= 0 \end{aligned} \quad (5.3)$$

ช่วงที่เคลื่อนที่ด้วยความหน่วง  $t > t_2$

$$\begin{aligned} x(t) &= x_f - \frac{1}{2} a_{\max} (t_f - t)^2 \\ v(t) &= v_{\max} + a_{\max} (t_2 - t) \\ a(t) &= -a_{\max} \end{aligned} \quad (5.4)$$

จากสมการตั้งที่กล่าวมาที่เราสามารถนำไปคำนวณเป็นตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่งเพื่อใช้ในการเป็นสัญญาณอ้างอิงเพื่อควบคุมการเคลื่อนที่ให้กับโครงสร้างแบบกิมเบลต่อไปได้

### 5.5 ทฤษฎีของลียาปูนอฟ (Lyapunov Theory)

ในการออกแบบระบบควบคุมนั้นสิ่งที่สำคัญในอันดับแรกก็คือเสถียรภาพของระบบ เนื่องจากระบบควบคุมที่ไม่มีเสถียรภาพนั้นไม่มีประโยชน์และอาจทำให้เกิดอันตราย ระบบควบคุมที่มีเสถียรภาพนั้นถ้าเริ่มต้นจากจุดใกล้ๆ กับตำแหน่งที่จะควบคุมระบบก็จะสามารถรักษาการเคลื่อนที่ให้อยู่ในตำแหน่งเดิมนั้นได้ เช่นการเคลื่อนที่ของเพนดูลัมที่มักจะนำมาอธิบายพฤติกรรมของเสถียรภาพของระบบที่มีการเคลื่อนที่ นั้นเริ่มต้นจากตำแหน่งที่ใกล้กับจุดสมดุลสองตำแหน่งคือจุดบนสุดและจุดต่ำสุด

ในการศึกษาเกี่ยวกับเสถียรภาพของระบบที่ไม่เชิงเส้นนั้น วิธีการที่นิยมใช้มากที่สุดคือทฤษฎีที่ตั้งขึ้นเมื่อปลายศตวรรษที่ 19 โดยนักคณิตศาสตร์ชาวรัสเซีย Alexandr Mikhailovich Lyapunov ซึ่งเป็นการศึกษาปัญหาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของระบบโดยแบ่งเป็นสองวิธีการคือ Linearization method และ Direct method โดยถูกตีพิมพ์ครั้งแรกในปี 1892

Linearization method – จะสรุปเกี่ยวกับเสถียรภาพของระบบที่ไม่เชิงเส้นแบบ local คือ จะศึกษาเสถียรภาพของระบบรอบๆ จุดสมดุล โดยใช้สมมติฐานของระบบแบบเชิงเส้น

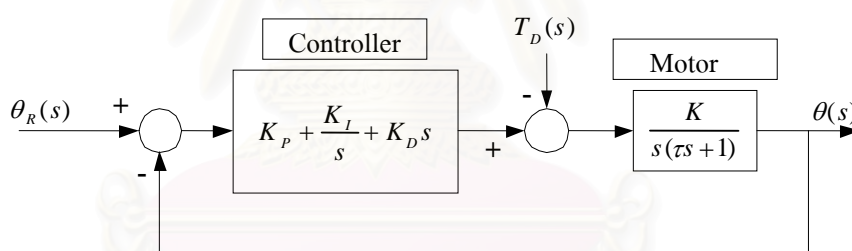
Direct method – วิธีการนี้จะไม่จำกัดอยู่ใน local motion แต่จะหาคุณสมบัติของเสถียรภาพของระบบไม่เชิงเส้นโดยการสร้างฟังก์ชัน “Energy-like” สำหรับระบบและหาฟังก์ชันที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา

ปัจจุบันนี้วิธีการ Lyapunov's Linearization method ได้นำมาใช้ในการพิสูจน์ทางทฤษฎีของระบบควบคุมแบบเชิงเส้น ในขณะที่ Lyapunov's Direct method เป็นเครื่องมือสำคัญสำหรับการวิเคราะห์และช่วยในการออกแบบระบบควบคุมระบบที่ไม่เชิงเส้น อย่างไรก็ตามทั้งสองวิธีการนี้รวมเรียกว่า “Lyapunov Stability Theory”

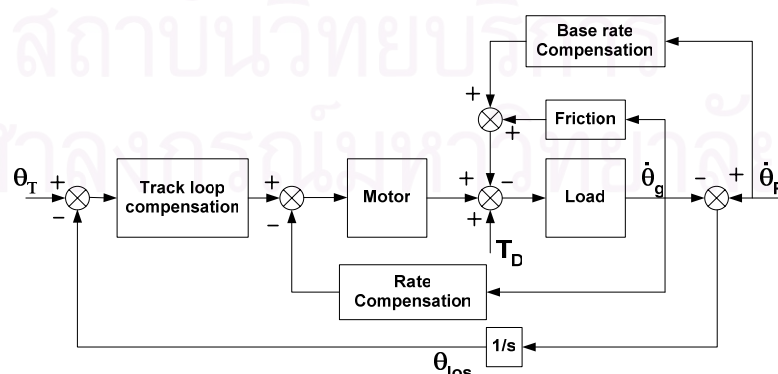
### 5.6 การออกแบบระบบควบคุม

โครงสร้างแบบกิมเบลนี้ประกอบด้วยแกนหมุนจำนวน 2 แกน ที่สามารถหมุนรอบตัวเองได้อย่างอิสระ คือแนวการหมุนรอบตัวเอง (azimuth) และแนวการหมุนแบบปักเงย (elevation) ซึ่งการควบคุมทิศทางของแนวการมองเห็น (LOS) นั้นสามารถทำได้โดยการควบคุมทิศทางของการหมุนของทั้งสองแนวแกนนี้ และในการที่จะควบคุมทิศทางของการหมุนทั้งสองแนวแกนนี้ก็มียุทธวิธีด้วยกัน ตัวควบคุมแบบ PID ดังแสดงในแผนภาพรูปที่ 5.2

นั่นก็เป็นอีกวิธีการหนึ่งที่น่าิยมใช้ในการควบคุมการหมุนของมอเตอร์แต่ละตัว เนื่องจากระบบการรักษาสถียรภาพของกิมเบลนี้จะมีสิ่งรบกวนที่มาจากภายนอกอยู่หลายประการที่จะส่งผลกระทบต่ออาการการควบคุมของโครงสร้าง ดังนั้นจึงได้หาระบบควบคุมที่มีความสามารถสูงขึ้นจากการควบคุมแบบเดิม เพื่อที่จะให้การควบคุมมีประสิทธิภาพที่ดียิ่งขึ้นไป ในการทดลองนั้น เราได้ใช้ตัวควบคุมแบบ inverse dynamics ตัวควบคุมแบบ robust inverse dynamics และตัวควบคุมแบบ adaptive control สำหรับการควบคุมชั้นใน (inner loop) [2] หรือการควบคุมการหมุนของมอเตอร์ และใช้วิธีการ Indirect stabilization [5] ดังแสดงในรูปที่ 5.3 ในการควบคุมการเคลื่อนที่ทั้งระบบ ดังนั้นกลองที่ติดตั้งอยู่ภายในโครงสร้างจะสามารถติดตามหรือรักษาแนวการมองเห็นไว้ได้โดยการควบคุมนี้ เนื่องจากเราได้ติดตั้งอุปกรณ์ตรวจรู้ในการรักษาสถียรภาพของการเคลื่อนที่ไว้ที่ตำแหน่งของส่วนฐานของโครงสร้างดังนั้นจึงเรียกว่า indirect ซึ่งอุปกรณ์ตรวจรู้นี้จะสามารถตรวจจับการรบกวนอันเนื่องมาจากการเคลื่อนที่ของส่วนฐานได้ เมื่อมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐานอันเนื่องมาจากการเคลื่อนที่ของอากาศยานที่เรา นำโครงสร้างแบบกิมเบลนี้ไปติดตั้ง อุปกรณ์ตรวจรู้นี้จะวัดค่าความเร็วเชิงมุมและมุมที่เปลี่ยนแปลงไป ตัวควบคุมก็จะแปลงค่าที่ได้นี้ให้เป็นแนวการมองเห็น และส่งสัญญาณควบคุมมาควบคุมการหมุนของมอเตอร์ทั้งสองตัวเพื่อสามารถรักษาทิศทางของแนวการมองเห็น



รูปที่ 5.2 ตัวควบคุมแบบ PID



รูปที่ 5.3 แผนภาพการควบคุมแบบ Indirect LOS Stabilization

## 5.7 ตัวควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control

จากระบบสมการการเคลื่อนที่ของแขนกล

$$\mathbf{D}(q)\ddot{q} + \mathbf{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \mathbf{F}_s \operatorname{sgn}(\dot{q}) + \mathbf{g}(q) = \boldsymbol{\tau} \quad (5.5)$$

ในการควบคุมนั้นเราต้องการที่จะควบคุมตำแหน่งของการหมุนของตัวขับแต่ละตัวให้สามารถเคลื่อนที่ไปตามตำแหน่งที่ต้องการ ระบบของกิมเบลนี้เป็นระบบสมการไม่เชิงเส้นและเป็นระบบควบคุมหลายตัวแปรดังสมการที่ (5.5) การควบคุมการเคลื่อนที่นั้นเราจะใช้เทคนิคการควบคุมแบบ nonlinear state feedback หรือเรียกว่า inverse dynamics control จากระบบสมการการเคลื่อนที่ (5.5) สัญญาณควบคุม  $\boldsymbol{\tau}$  นั้นเป็นฟังก์ชันของตัวแปรสแตตมีรูปแบบคือ

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{D}(q)\ddot{y} + \mathbf{C}(q, \dot{q})\dot{y} + \mathbf{F}_s \operatorname{sgn}(\dot{y}) + \mathbf{g}(q) \quad (5.6)$$

แทนค่าสัญญาณควบคุมนี้ลงในสมการที่ (5.5) จะได้ว่า

$$\ddot{q} = \ddot{y} \quad (5.7)$$

เมื่อ  $\ddot{y}$  คือเวกเตอร์ตัวแปรของสัญญาณควบคุมตัวใหม่ซึ่งเราจะต้องหา โดยเลือกให้  $\ddot{y}$  มีค่าเท่ากับ

$$\ddot{y} = \ddot{q}_d + K_p(q_d - q) + K_D(\ddot{q}_d - \ddot{q}) + K_I \int_0^t (q_d - q) dt \quad (5.8)$$

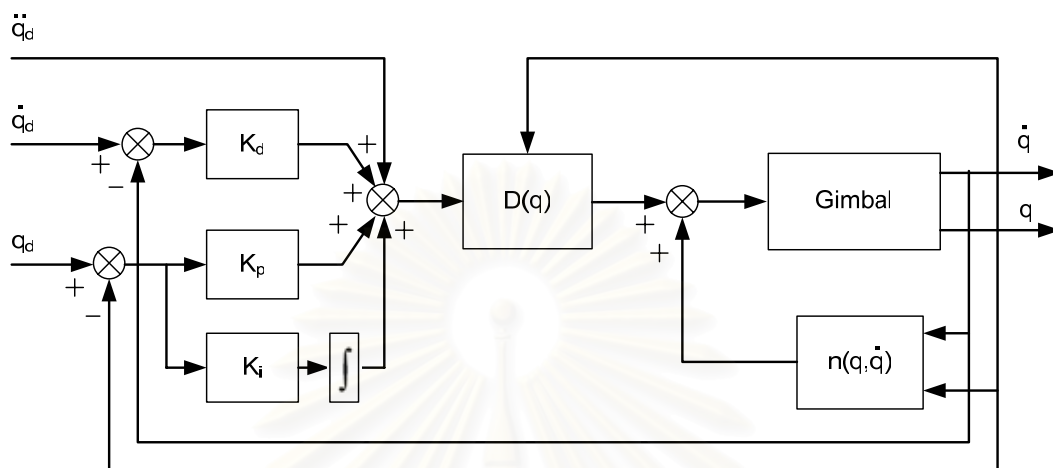
เมื่อ  $q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d$  คือระยะการเคลื่อนที่ที่กำหนด ความเร็วของการเคลื่อนที่ และความเร่งของการเคลื่อนที่ ดังนั้นสมการที่ (5.7) สามารถเขียนอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์แบบต่อเนื่องได้เท่ากับ

$$\ddot{\tilde{q}} + K_D\dot{\tilde{q}} + K_p\tilde{q} + K_I \int_0^t \tilde{q} dt = 0 \quad (5.9)$$

เมื่อ  $\tilde{q} = q_d - q$  ในสมการที่ (5.9) คือตำแหน่งการเคลื่อนที่ที่ผิดพลาด ในขณะที่ตำแหน่งความเร็วและความเร่งที่ต้องการคือ  $\dot{q}_d, \ddot{q}_d$  และค่าเกณฑ์ของตัวควบคุม  $K_p, K_D, K_I$  นั้นสามารถเลือกได้โดยเรากำหนดความเร็วของการตอบสนอง จากสมการที่ (5.6) สัญญาณควบคุมนั้นสามารถคำนวณได้ในเวลาจริงโดยใช้พื้นฐานของสมการของแบบจำลองของโครงสร้าง ในทางปฏิบัตินั้นการหาค่าของสมการแบบจำลองของโครงสร้างนั้นอาจไม่แม่นยำถูกต้อง ซึ่งก็ไม่เพียงแต่แบบจำลองที่ไม่ถูกต้องเท่านั้นยังมีตัวแปรที่เราไม่สามารถหาได้อีกเช่น แรงเสียดทานที่มีในระบบรวมทั้งสภาพแวดล้อมที่เปลี่ยนไปอีกด้วย ดังนั้นจึงได้พิจารณาระบบ



ควบคุมแบบ robust inverse dynamics และ adaptive control มาใช้เพื่อให้สามารถควบคุมการเคลื่อนที่ของกิมเบลให้ดียิ่งขึ้น



รูปที่ 5.4 แผนภาพการควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control

### 5.8 ตัวควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics Control

กำหนดให้เวกเตอร์ของสัญญาณควบคุมมีสมการคือ

$$\tau = \hat{\mathbf{D}}(q)y + \hat{\mathbf{N}}(q, \dot{q}) \quad (5.9)$$

เมื่อ

$\hat{\mathbf{N}}(q, \dot{q})$  คือค่าประมาณของ  $(\mathbf{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \mathbf{F}_s \operatorname{sgn}(\dot{q}) + \mathbf{g}(q))$

$\hat{\mathbf{D}}(q)$  คือค่าประมาณของ  $\mathbf{D}(q)$

การออกแบบระบบควบคุมนี้มีสมมติฐานคือว่าค่าความผิดพลาดที่ได้จากการประมาณค่าตัวแปรในสมการแบบจำลองคณิตศาสตร์นั้นมีขอบเขตหรือช่วงที่สามารถรู้ได้ถึงแม้ว่าจะเป็นค่าที่เราไม่สามารถหาได้ก็ตามแต่ก็อยู่ในช่วงที่เราทราบคือค่าสูงสุดของ  $\ddot{q}_d$  เป็นค่าที่ประเมินได้โดยมีค่าเท่ากับ

$$\sup_{t \geq 0} \|\ddot{q}_d\| \leq Q_m < \infty \text{ สำหรับทุกค่าของ } \ddot{q}_d \quad (5.10)$$

ค่าขอบเขตของเมตริกซ์ของโมเมนต์ความเฉื่อย

$$\|\mathbf{I} - \mathbf{D}^{-1}(q)\hat{\mathbf{D}}(q)\| \leq a \leq 1 \quad \text{สำหรับทุกค่าของ } q \quad (5.11)$$

เมื่อ  $\mathbf{D}(q)$  เป็นเมตริกซ์แบบ positive definite matrix ที่มีค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดที่มีขอบเขต ดังนั้น

$$d_{\min} \leq \|\mathbf{D}^{-1}(q)\| \leq d_{\max} \quad (5.12)$$

$$\hat{\mathbf{D}} = \frac{2}{d_{\min} + d_{\max}} \mathbf{I} \quad (5.13)$$

$$\frac{2d_{\min}}{d_{\min} + d_{\max}} \leq \|\mathbf{D}^{-1}(q)\hat{\mathbf{D}}(q)\| \leq \frac{2d_{\max}}{d_{\min} + d_{\max}} \quad (5.14)$$

จากสมการที่ (5.11), (5.12), และ (5.13) จะได้ว่าข้อเท็จจริงคือ

$$\|\mathbf{D}^{-1}(q)\hat{\mathbf{D}}(q) - \mathbf{I}\| \leq \frac{d_{\max} - d_{\min}}{d_{\max} + d_{\min}} = a \leq 1 \quad (5.15)$$

เทอมที่ไม่เชิงเส้นที่มีขอบเขต

$$\|\hat{\mathbf{N}}(q, \dot{q}) - \mathbf{N}(q, \dot{q})\| < \infty \quad \text{สำหรับทุกค่าของ } q, \dot{q} \quad (5.16)$$

แทนค่าสมการที่ (5.9) ลงในสมการที่ (5.5) เราจะได้ว่า

$$\mathbf{D}(q)\ddot{q} + \mathbf{N}(q, \dot{q}) = \hat{\mathbf{D}}(q)y + \hat{\mathbf{N}}(q, \dot{q}) \quad (5.17)$$

จัดรูปแบบของสมการที่ (5.17) จะได้

$$\ddot{q} = y + (\mathbf{D}^{-1}(q)\hat{\mathbf{D}}(q) - \mathbf{I})y + \mathbf{D}^{-1}(\hat{\mathbf{N}}(q, \dot{q}) - \mathbf{N}(q, \dot{q}))$$

หรือ

$$\ddot{q} = y - \Gamma \quad (5.18)$$

เมื่อ

$$\Gamma = (\mathbf{I} - \mathbf{D}^{-1}(q)\hat{\mathbf{D}}(q))y - \mathbf{D}^{-1}(\hat{\mathbf{N}}(q, \dot{q}) - \mathbf{N}(q, \dot{q})) \quad (5.19)$$

จากสมการที่ (8) เลือกตัวแปร  $y$  โดยให้มีค่าเท่ากับ

$$y = \ddot{q}_d + \mathbf{K}_D(\dot{q}_d - \dot{q}) + \mathbf{K}_P(q_d - q) + \mathbf{K}_I \int_0^t (q_d - q) dt \quad (5.20)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (5.18) จะได้ว่า

$$\ddot{q} + K_D \dot{q} + K_P q + K_I \int_0^t \dot{q} dt = N(q, \dot{q}) \quad (5.21)$$

สมการที่ (5.21) ยังคงเป็นสมการไม่เชิงเส้นอยู่และยังมีเทอมที่ยัง coupled อยู่ ซึ่งเราไม่สามารถที่จะบอกได้ว่าค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นนั้นจะลู่เข้าสู่ศูนย์

สมการที่ (5.18) สามารถเขียนได้ใหม่เท่ากับ

$$\ddot{q}_d - \ddot{q} = \ddot{q}_d - y + \Gamma \rightarrow \ddot{q} = \ddot{q}_d - y + \Gamma \quad (5.22)$$

ถ้าเรากำหนดให้ตัวแปรสแตตเท่ากับ  $\eta = \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \dot{q} \end{bmatrix}$

ดังนั้นสมการตัวแปรสแตตในสมการที่ (5.18) จะสามารถเขียนได้ว่า

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \ddot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} (\ddot{q}_d - y + \Gamma) \quad (5.23)$$

เมื่อเราเลือกตัวแปร  $y$  ให้มีค่าเท่ากับ

$$y = \ddot{q}_d + K_D \dot{q} + K_P q + K_I \int_0^t \dot{q} dt + w \quad (5.24)$$

เทอม  $w$  นี้เป็นเทอมที่ออกแบบมาเพื่อสร้างความ robust ซึ่งเป็นผลมาจากความไม่แน่นอนของระบบ เมื่อแทนสมการที่ (5.24) ลงในสมการ (5.23) เราจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \ddot{\eta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \left( -K_D \dot{q} - K_P q - K_I \int_0^t \dot{q} dt - w + \Gamma \right) \\ \begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \ddot{\eta} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} & 0 \\ -K_P & -K_D & -K_I \\ \mathbf{I} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta \\ \dot{\eta} \\ \beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{I} \\ 0 \end{bmatrix} (\Gamma - w) \end{aligned} \quad (5.25)$$

เมื่อ  $\beta = \int_0^t \dot{q} dt$  ในสมการที่ (5.25) จะสามารถเขียนได้ใหม่คือ

$$\dot{\zeta} = \mathbf{H}\zeta + \mathbf{G}(\Gamma - w) \quad (5.26)$$

$$\text{เมื่อ } \zeta = \begin{bmatrix} \eta \\ \dot{\eta} \\ \beta \end{bmatrix}, \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} & 0 \\ -K_P & -K_D & -K_I \\ \mathbf{I} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{I} \\ 0 \end{bmatrix}$$

จากระบบสมการของเรานี้  $\zeta$  เป็นเวกเตอร์ขนาด  $6 \times 1$  เกนของระบบควบคุมคือ  $K_p, K_D, K_I$  จะถูกเลือกเพื่อที่จะค่าเมตริกซ์  $\mathbf{H}$  มีค่า eigenvalues ของเมตริกซ์เป็นค่าจริงลบ

ใช้วิธีการ Lyapunov direct method ในการเลือกตัวแปรของระบบควบคุม  $w$  โดยเลือกฟังก์ชัน Lyapunov เท่ากับ

$$V = \zeta^T \mathbf{Q} \zeta > 0 \quad \forall \zeta \quad (5.27)$$

เมื่อ  $\mathbf{Q}$  เป็น symmetric positive definite matrix

$$\dot{V} = \zeta^T \mathbf{Q} \dot{\zeta} + \dot{\zeta}^T \mathbf{Q} \zeta \quad (5.28)$$

$$\dot{V} = \zeta^T (\mathbf{H}^T \mathbf{Q} + \mathbf{Q} \mathbf{H}) \zeta + 2 \zeta^T \mathbf{Q} \mathbf{G} (\Gamma - w) \quad (5.29)$$

เนื่องจากว่าเมตริกซ์  $\mathbf{H}$  มีค่า eigenvalues ที่เป็นลบดังนั้นเราจะได้ว่า

$$(\mathbf{H}^T \mathbf{Q} + \mathbf{Q} \mathbf{H}) = -\mathbf{P} \quad (5.30)$$

เมื่อเมตริกซ์  $\mathbf{P}$  เป็น symmetric positive definite matrix ดังนั้นสมการที่ (5.29) จะมีค่าเท่ากับ

$$\dot{V} = -\zeta^T \mathbf{P} \zeta + 2 \zeta^T \mathbf{Q} \mathbf{G} (\Gamma - w) \quad (5.31)$$

ในการเลือกค่า  $\dot{V}$  ให้มีค่าเป็นลบนั้น เราต้องการค่า  $\|w\| \geq \|\Gamma\|$  ดังนั้นเราจะได้ว่า

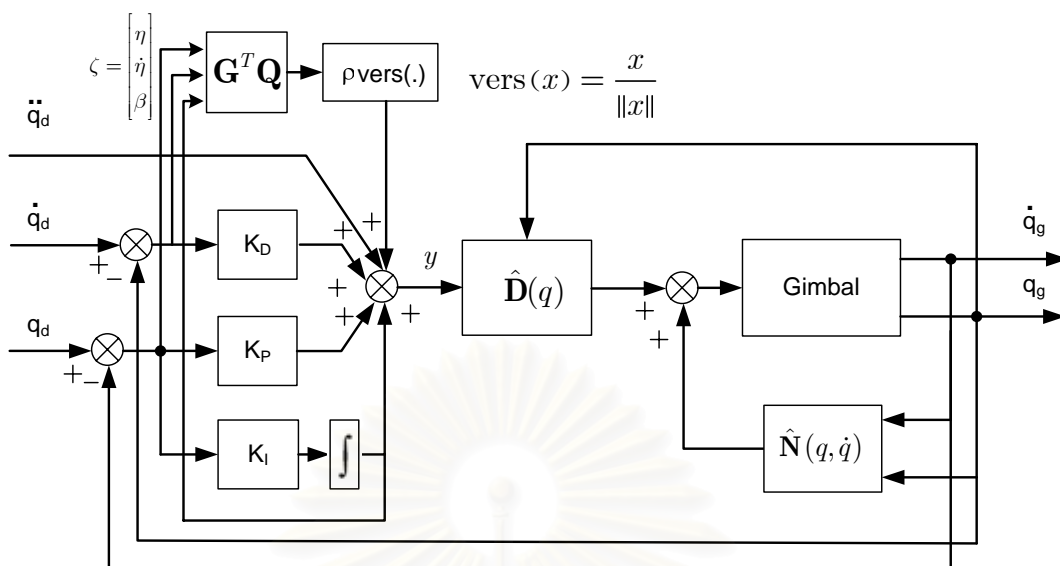
$$w = \frac{\rho}{\|\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \zeta\|} (\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \zeta), \quad \rho \geq \|\Gamma\| \quad (5.32a)$$

สำหรับค่าเล็กๆ ของ  $\|\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \zeta\| < \varepsilon$  สมการที่ (32) จะลดรูปได้เท่ากับ

$$w = \frac{\rho}{\varepsilon} (\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \zeta), \quad \|\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \zeta\| < \varepsilon \quad (5.32b)$$

สมการที่ (5.32b) นั้นเป็นตัวป้องกันการเกิด chattering

รูปที่ 5.5 เป็นแผนภาพการควบคุมแบบ robust inverse dynamics control



รูปที่ 5.5 แผนภาพระบบควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics Control

### 5.9 ตัวควบคุมแบบ Adaptive Control

ระบบควบคุมแบบ robust inverse dynamics ที่กล่าวมาในข้างต้นนั้นสามารถที่จะกำจัดสัญญาณรบกวนที่มาจากภายนอกได้ นอกจากระบบควบคุมจะสามารถตอบสนองระบบที่ไม่ได้รวมอยู่ในสมการคณิตศาสตร์ของระบบแล้ว ตัวควบคุมยังสามารถกำจัดสัญญาณที่มีความถี่สูงได้เพื่อที่จะรักษาแนวทางการเคลื่อนที่ให้อยู่ใน sliding subspace ซึ่งจะส่งผลให้เกิด chattering และอาจทำให้เกิดการภาวะที่ไม่สามารถควบคุมได้ ดังนั้นจึงได้เลือกระบบควบคุมแบบ adaptive ในการที่จะหลีกเลี่ยงปัญหาที่เกิดจาก chattering นี้ จากสมการที่ (5.6) โดยธรรมชาติของสมการคณิตศาสตร์ของระบบนี้เป็นสมการไม่เชิงเส้น เราสามารถที่จะจัดรูปแบบของสมการให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นโดยให้อยู่ในรูปของตัวแปรของระบบกิมเบลนี้ โดยรูปแบบของสมการคือ

$$\tau = \mathbf{D}(q)\ddot{q} + \mathbf{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \mathbf{F}_s \operatorname{sgn}(\dot{q}) + \mathbf{g}(q) = \mathbf{Y}(q, \dot{q}, \ddot{q})\pi \quad (5.33)$$

เมื่อ  $\pi$  คือเมตริกซ์ค่าคงที่ขนาด  $(p \times 1)$  และตัวแปร  $\mathbf{Y}(q, \dot{q}, \ddot{q})$  คือเมตริกซ์ที่เป็นฟังก์ชันของ joint variable ที่มีขนาด  $(n \times p)$  ที่เสนอโดย Slotine [6], ดังนั้นจะได้กฎของการควบคุมคือ

$$\tau = \mathbf{D}(q)\ddot{q}_r + \mathbf{C}(q, \dot{q})\dot{q}_r + \mathbf{F}_s \operatorname{sgn}(\dot{q}) + \mathbf{g}(q) + \mathbf{K}_D \sigma \quad (5.34)$$

เมื่อ

$$\dot{q}_r = \dot{q}_d + \Lambda \tilde{q}, \quad \ddot{q}_r = \ddot{q}_d + \Lambda \dot{\tilde{q}}$$

$K_D$  และ  $\Lambda$  คือ positive definite matrix

$$\sigma = \dot{q}_r - \dot{q}_d = \dot{\tilde{q}} + \Lambda \tilde{q}$$

จากทฤษฎีสถียรภาพของ Lyapunov จะได้ฟังก์ชันของ Lyapunov function คือ

$$V(\sigma, \tilde{q}) = \frac{1}{2} \sigma^T \mathbf{D}(q) \sigma + \frac{1}{2} \tilde{q}^T \mathbf{M} \tilde{q} > 0 \quad \forall \sigma, \tilde{q} \neq 0 \quad (5.35)$$

เมื่อ  $\mathbf{M} = 2\Lambda K_D$  คือเมตริกซ์ symmetric positive definite และจากข้อเท็จจริงที่ว่า  $\dot{\mathbf{D}} - 2\mathbf{C}$  เป็น skew-symmetric จะสามารถพิสูจน์ได้ว่า  $[\tilde{q}^T \quad \sigma^T]^T = 0$  เป็นเสถียรภาพแบบ globally asymptotically stable สำหรับกฎของการควบคุมดังในสมการที่ (5.34)

เนื่องจากว่าตัวแปรต่างๆ ของสมการคณิตศาสตร์ของระบบนั้นเราไม่สามารถทราบได้อย่างถูกต้องแม่นยำ ดังนั้นกฎของระบบควบคุมนั้นสามารถทำเป็นตัวแปรที่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้และให้มีค่าเท่ากับ  $\pi$  ซึ่งเป็นเวกเตอร์ กฎของการควบคุมในสมการที่ (5.34) นี้จะอยู่บนสมมติฐานของการประมาณค่าของตัวแปรในสมการคณิตศาสตร์และจะสามารถเขียนใหม่ได้คือ

$$\tau = \hat{\mathbf{D}}(q)\ddot{q}_r + \hat{\mathbf{C}}(q, \dot{q})\dot{q}_r + \hat{\mathbf{F}}_{sr} \operatorname{sgn}(\dot{q}) + \hat{\mathbf{g}}(q) + K_D \sigma \quad (5.36)$$

หรือ

$$\tau = \mathbf{Y}(q, \dot{q}, \ddot{q}) \hat{\pi} + K_D \sigma \quad (5.37)$$

แทนค่าสมการที่ (5.36) ลงในสมการที่ (5.33) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(q)\dot{\sigma} + \mathbf{C}(q, \dot{q})\sigma + \mathbf{F}_{sr} \operatorname{sgn}(\sigma) + K_D \sigma \\ = -\tilde{\mathbf{D}}(q)\ddot{q}_r - \tilde{\mathbf{C}}(q, \dot{q})\dot{q}_r - \tilde{\mathbf{F}}_{sr} \operatorname{sgn}(\dot{q}_r) - \tilde{\mathbf{g}}(q) \\ = -\mathbf{Y}(q, \dot{q}, \ddot{q}) \tilde{\pi} \end{aligned} \quad (5.38)$$

เมื่อ  $\tilde{\mathbf{D}} = \hat{\mathbf{D}} - \mathbf{D}$ ,  $\tilde{\mathbf{C}} = \hat{\mathbf{C}} - \mathbf{C}$ ,  $\tilde{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{F}} - \mathbf{F}$ ,  $\tilde{\mathbf{g}} = \hat{\mathbf{g}} - \mathbf{g}$ ,  $\mathbf{F}_{sr} = \mathbf{F}\dot{q}_r$  และ  $\tilde{\pi} = \hat{\pi} - \pi$

จากระบบสมการคณิตศาสตร์ (5.33) และสมการของระบบควบคุม (5.36) หรือ (5.37) เราจำเป็นต้องหาเวกเตอร์ของตัวแปร  $\pi$  โดยการใช้ฟังก์ชันของ Lyapunov function ดังที่แสดงในสมการที่ (5.35) ในรูปแบบคือ

$$V(\sigma, \tilde{q}, \tilde{\pi}) = \frac{1}{2} \sigma^T D(q) \sigma + \tilde{q}^T \Lambda K_D \tilde{q} + \frac{1}{2} \tilde{\pi}^T K_m \tilde{\pi} > 0 \tag{5.39}$$

สำหรับทุกค่าของ  $\sigma, \tilde{q}, \tilde{\pi} \neq 0$ , และ  $K_m$  คือเมตริกซ์ที่มีคุณสมบัติ symmetric positive definite

โดยการหาอนุพันธ์ของตัวแปรเทียบกับเวลาสมการ (5.39) และจากสมการที่ (5.38) จะได้ว่า

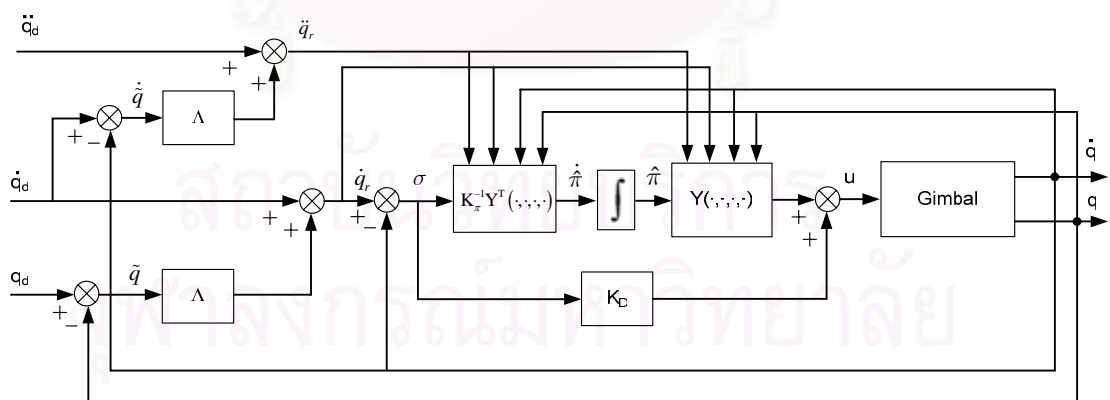
$$\dot{V}(\sigma, \tilde{q}, \tilde{\pi}) = -\sigma^T F(q) \sigma - \dot{q}^T K_D \dot{q} - \tilde{q}^T \Lambda K_D \Lambda \tilde{q} + \tilde{\pi}^T (K_m \dot{\tilde{\pi}} - Y^T(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r) \sigma) \tag{5.40}$$

$$\dot{V}(\sigma, \tilde{q}, \tilde{\pi}) = -\sigma^T F(q) \sigma - \dot{q}^T K_D \dot{q} - \tilde{q}^T \Lambda K_D \Lambda \tilde{q} + \tilde{\pi}^T (K_m (\dot{\hat{\pi}} - \dot{\tilde{\pi}}) - Y^T(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r) \sigma) \tag{5.41}$$

และกฎของการปรับเปลี่ยนค่าของเวกเตอร์ของตัวแปรนั้นคือ

$$\dot{\hat{\pi}} = K_m^{-1} Y^T(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r) \sigma \tag{5.42}$$

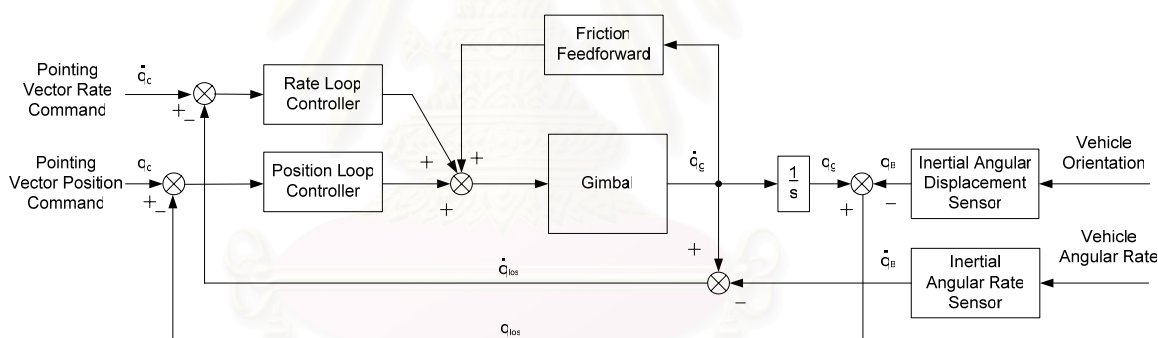
แผนภาพการควบคุมแบบ adaptive นั้นแสดงในรูปที่ 5.6



รูปที่ 5.6 แผนภาพการควบคุมแบบ Adaptive Control

### 5.10 ระบบควบคุม Indirect LOS Stabilization Control

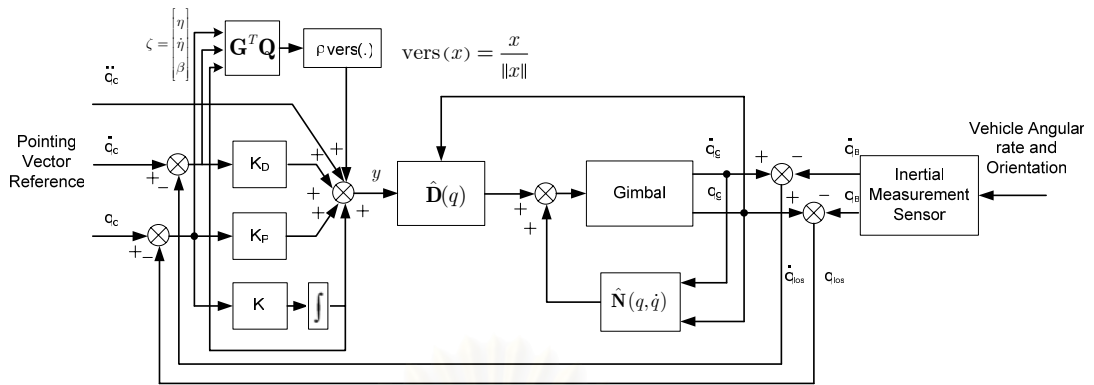
ในการควบคุมโครงสร้างแบบกิมเบลให้สามารถรักษาแนวการมองเห็น (LOS) นั้นสามารถควบคุมได้โดยการนำตัวตรวจรู้ไปติดตั้งเข้ากับส่วนฐานที่เคลื่อนที่ เนื่องจากว่าส่วนฐานของโครงสร้างแบบกิมเบลนี้จะต้องนำไปติดตั้งเข้ากับอากาศยาน เมื่ออากาศยานเคลื่อนที่ด้วยความเร่งหรือความหน่วงนั้นจะทำให้เกิดแรงบิดเกิดขึ้นที่โครงสร้างของกิมเบลอันเนื่องมาจากมวลที่ไม่สมดุล อีกทั้งการเลี้ยวหรือการเปลี่ยนแปลงทิศทางเคลื่อนที่ของอากาศยานนั้นจะทำให้แนวการมองเห็นนั้นไม่สามารถชี้ไปยังตำแหน่งที่ต้องการได้ ในการควบคุมแบบ indirect นั้นตัวตรวจรู้ที่ติดตั้งที่ส่วนฐานจะวัดมุมหรือทิศทางของอากาศยานเทียบกับแกนอ้างอิงอิสระแกนหนึ่ง (inertial frame) หลังจากนั้นก็จะแปลงมุมที่ได้นี้เป็นมุมที่เทียบกับแกนอ้างอิงที่ส่วนฐานของโครงสร้างกิมเบล และตัวควบคุมจะทำหน้าที่ควบคุมมุมของมอเตอร์ทั้งสองตัวเพื่อปรับมุมที่เปลี่ยนแปลงไปนั้นให้สามารถรักษาทิศทางของแนวการมองเห็นได้ เนื่องจากว่าวิธีการนี้ไม่ได้ทำการวัดมุมของแนวการมองเห็นนี้ได้โดยตรงจึงเรียกรวมวิธีการนี้ว่า indirect LOS ซึ่งแผนภาพการควบคุมนี้แสดงในรูปที่ 5.7



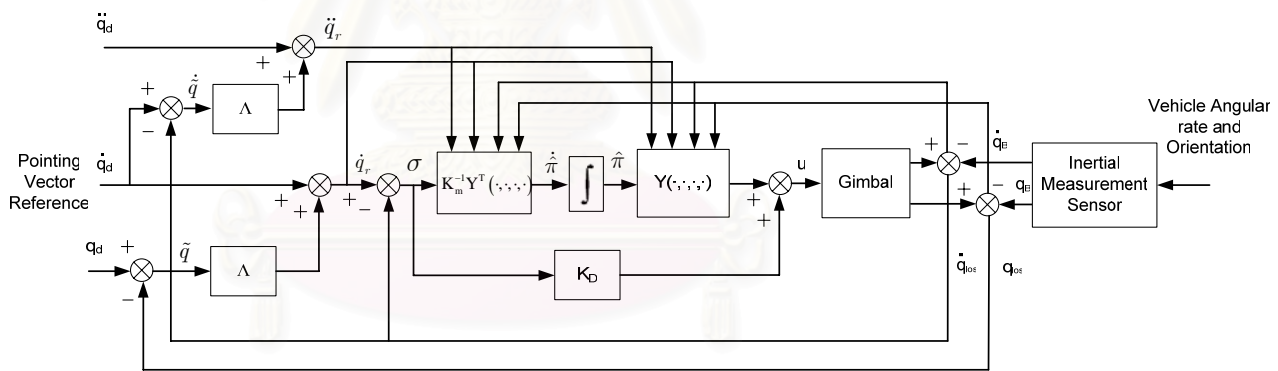
รูปที่ 5.7 แผนภาพการควบคุมแบบ Indirect LOS

จากทฤษฎีของระบบควบคุมแบบ robust inverse dynamics และการควบคุมแบบ adaptive นี้เมื่อนำมาใช้ร่วมกับการควบคุมแบบ indirect LOS นั้น ในการที่จะควบคุมแนวการมองเห็นของโครงสร้างแบบกิมเบลนั้น จะแบ่งเป็นสองระบบคือการควบคุมระบบภายใน (inner loop) เราจะใช้การควบคุมแบบ robust inverse dynamics และการควบคุมแบบ adaptive ส่วนการควบคุมระบบทั้งหมดหรือตัวทำหน้าที่แปลงมุมจากการเคลื่อนที่ของอากาศยานมาเป็นมุมในแนวการมองเห็นนั้นเราจะใช้วิธีการ indirect ดังแสดงในรูปที่ 5.8 ซึ่งเป็นแผนภาพการควบคุมแบบ robust และ รูปที่ 5.9 เป็นแผนภาพการควบคุมแบบ adaptive





รูปที่ 5.8 แผนภาพระบบควบคุมแบบ Robust inverse dynamics control



รูปที่ 5.9. แผนภาพระบบควบคุมแบบ adaptive control

สงวนลิขสิทธิ์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทที่ 6

### ผลการทดลอง

ในการทดสอบระบบควบคุมกับโครงสร้างกิมเบลนั้น ได้ทำการทดลองในห้องปฏิบัติการ โดยได้สร้างโครงเหล็กขนาด  $2.4 \times 2.4 \times 1.8$  เมตร แล้วแขวนโครงสร้างกิมเบลให้ห้อยหัวลงมาดังแสดงในรูปที่ 6.1 สำหรับการควบคุมในเบื้องต้นนี้ได้ใช้ชุดคอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะเป็นตัวประมวลผลการควบคุมโครงสร้าง จากชุดโครงสร้างนี้จะมีส่วนประกอบที่สำคัญคือชุดรับการสั่นสะเทือนซึ่งจะทำหน้าที่เปลี่ยนแนวการสั่นจากการเปลี่ยนแปลงความเร็วของอากาศยานโดยฉับพลันซึ่งก่อให้เกิดแรงกระชาก มาเป็นการเคลื่อนที่แนวตั้ง และได้ติดตั้งอุปกรณ์ตรวจรู้ไว้ที่ส่วนฐานของกิมเบลดังแสดงในรูปที่ 6.2 อุปกรณ์ตรวจรู้นี้จะทำหน้าที่วัดสัญญาณรบกวนของส่วนฐานที่โครงสร้างกิมเบลนี้ติดตั้งอยู่



รูปที่ 6.1 สภาพแวดล้อมของการทดลอง

Stabilizer



รูปที่ 6.2 การติดตั้งอุปกรณ์ตรวจรู้ที่ส่วนฐานของโครงสร้างกิมเบล

ในการควบคุมโครงสร้างแบบกิมเบลที่ติดตั้งกับอากาศยานหรือส่วนฐานที่มีการเคลื่อนที่นั้นได้แบ่งการทดสอบออกเป็นสองส่วนคือการทดสอบเมื่อส่วนฐานที่โครงสร้างกิมเบลนี้ติดตั้งไม่มีการเคลื่อนที่และส่วนการทดสอบเมื่อมีสัญญาณรบกวนมากกระทำต่อส่วนฐานที่โครงสร้างกิมเบลนี้ติดตั้ง วัตถุประสงค์ในการทดลองคือต้องการควบคุมให้แนวการมองเห็น (LOS) ของโครงสร้างกิมเบลนี้ชี้ไปยังแนวที่ต้องการโดยการควบคุมที่ตัวขับทั้งสองตัวคือตัวขับทั้งสองตัวคือตัวขับในแนว azimuth และตัวขับในแนว pitch โดยทำการป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบต่างๆ ให้กับตัวควบคุมเพื่อทำการควบคุมตัวขับทั้งสองตัวนี้ให้เคลื่อนที่ตามลักษณะที่ต้องการได้ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

**ส่วนที่ 1** ในเบื้องต้นนั้นได้ทดสอบโดยให้โครงสร้างแบบกิมเบลนี้เคลื่อนที่ไปเป็นมุมที่ต้องการ โดยการป้อนลักษณะการเคลื่อนที่ของแต่ละแกนหมุนของโครงสร้างแบบกิมเบลให้มีลักษณะเป็นแบบกราฟตัวเอส (s-curve) โดยกำหนดให้ค่าตำแหน่งสุดท้าย  $x_f$  ค่าความเร็วสูงสุด  $v_{max}$  และ ค่าความเร่งสูงสุด  $a_{max}$  มีค่าดังนี้

$$x_f = 1 \text{ rad}$$

$$v_{max} = 0.5 \text{ rad/s}$$

$$a_{max} = 0.8 \text{ rad/s}^2$$

ในการควบคุมนั้นได้ทดลองใช้ระบบควบคุม 3 แบบคือ

1. Inverse Dynamics Control
2. Robust Inverse Dynamics Control
3. Adaptive Control

**ส่วนที่ 2** การทดสอบโดยให้โครงสร้างแบบกิมเบลนี้สามารถรักษาแนวการมองเห็นเมื่อมีการรบกวนจากส่วนฐานมากกระทำต่อโครงสร้างกิมเบล ในการควบคุมนั้นได้ทดลองใช้ระบบควบคุม 3 แบบคือ

1. Inverse Dynamics Control
2. Robust Inverse Dynamics Control
3. Adaptive Control

โดยได้ทำการทดลองป้อนสัญญาณอินพุต 3 แบบคือสัญญาณอินพุตค่าคงที่ สัญญาณอินพุตแบบ s-curve และสัญญาณอินพุตแบบไซน์ ในขณะเดียวกันก็ได้ทำการสั่งให้ส่วนฐานเคลื่อนที่เพื่อเป็นการสร้างสัญญาณรบกวน

## 6.1 การควบคุมด้วย Inverse Dynamics Control

ในการควบคุมนั้นได้ป้อนสัญญาณอินพุตแบบ s-curve โดยกำหนดให้ค่าตำแหน่งสุดท้าย  $x_f$  ค่าความเร็วสูงสุด  $v_{\max}$  และ ค่าความเร่งสูงสุด  $a_{\max}$  มีค่าดังนี้

$$x_f = 1 \text{ rad}$$

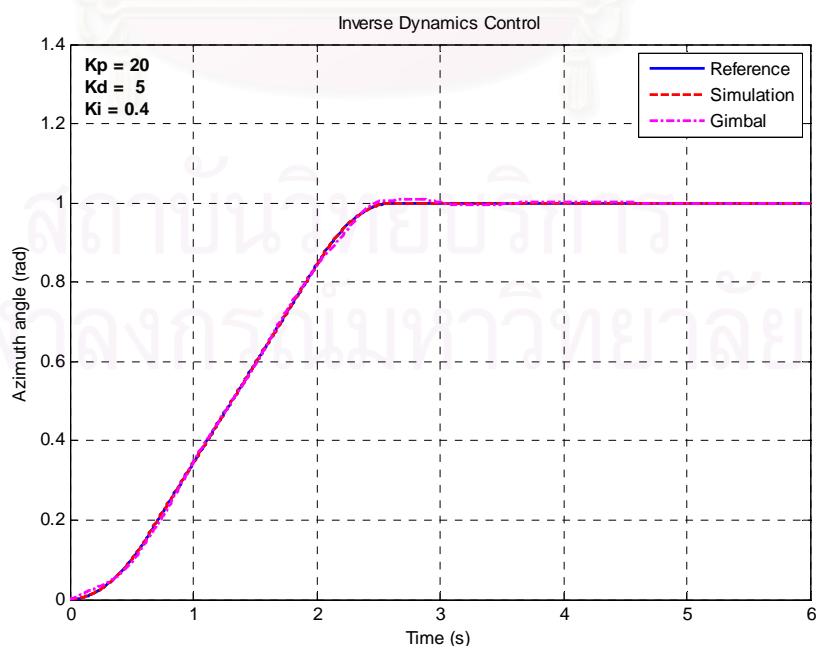
$$v_{\max} = 0.5 \text{ rad/s}$$

$$a_{\max} = 0.8 \text{ rad/s}^2$$

และเลือกค่าเกนของระบบควบคุม  $K_P = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$ ,  $K_D = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $K_I = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}$

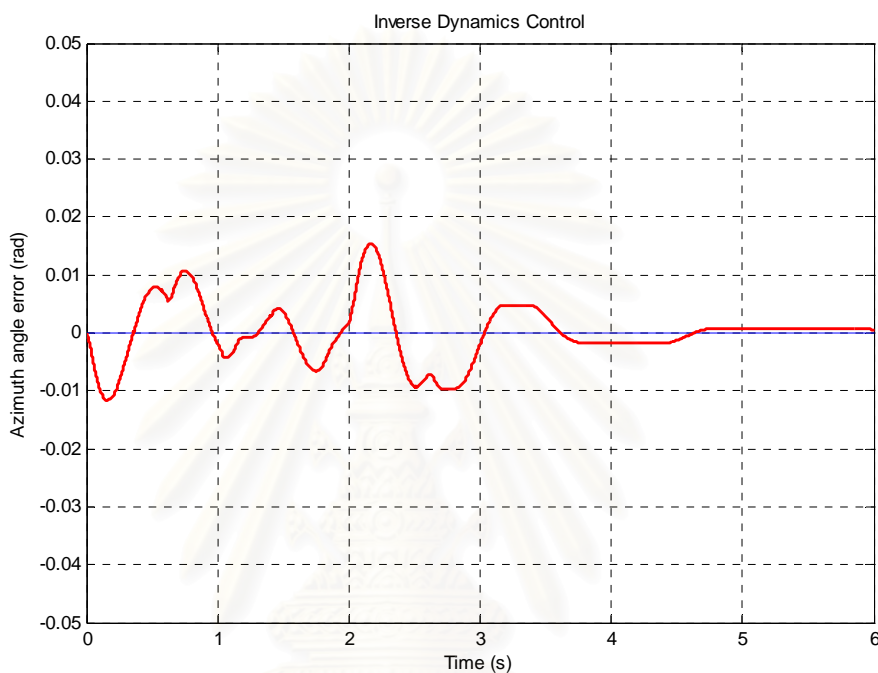
ได้ผลการทดสอบดังรูปที่ 6.3-6.4

จากรูปที่ 6.3-6.4 นั้นเป็นการทดลองควบคุมให้โครงสร้างแบบกิมเบลนี้เคลื่อนที่ในแนวแกน azimuth และแนวแกน pitch โดยให้เคลื่อนที่เป็นมุม 1 เรเดียนด้วยความเร็วสูงสุด 0.5 เรเดียน/วินาที และความเร่งสูงสุด 0.8 เรเดียน/วินาที<sup>2</sup> โดยใช้ตัวควบคุมแบบ Inverse dynamics control ซึ่งจะเห็นว่าตัวควบคุมนั้นสามารถควบคุมให้โครงสร้างแบบกิมเบลนี้เคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งที่ต้องการได้ จากการควบคุมการเคลื่อนที่นี้จะมีค่าความผิดพลาดในช่วงของการเคลื่อนที่ประมาณ 0.01 เรเดียน ทั้งแนวการหมุนแบบ azimuth และแนวแกน pitch



รูปที่ 6.3 ผลการควบคุมในแนวแกน azimuth

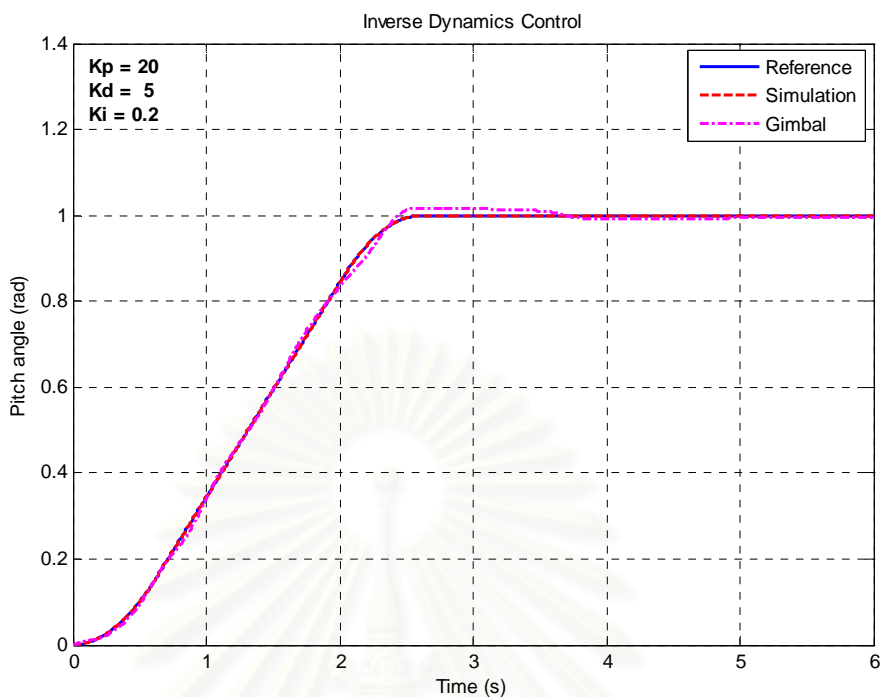
รูปที่ 6.3 เป็นผลการทดสอบระบบควบคุมโดยการจำลองและได้เทียบผลกับทดลองโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control ในแนวแกน azimuth จะเห็นได้ว่าระบบควบคุมนั้นสามารถควบคุมให้โครงสร้างเคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอ้างอิงที่มีลักษณะของการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งแบบ s-curve ได้ โดยค่าความผิดพลาดระหว่างการเคลื่อนที่นั้นแสดงดังรูปที่ 6.4



รูปที่ 6.4 ค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในแนวแกน azimuth

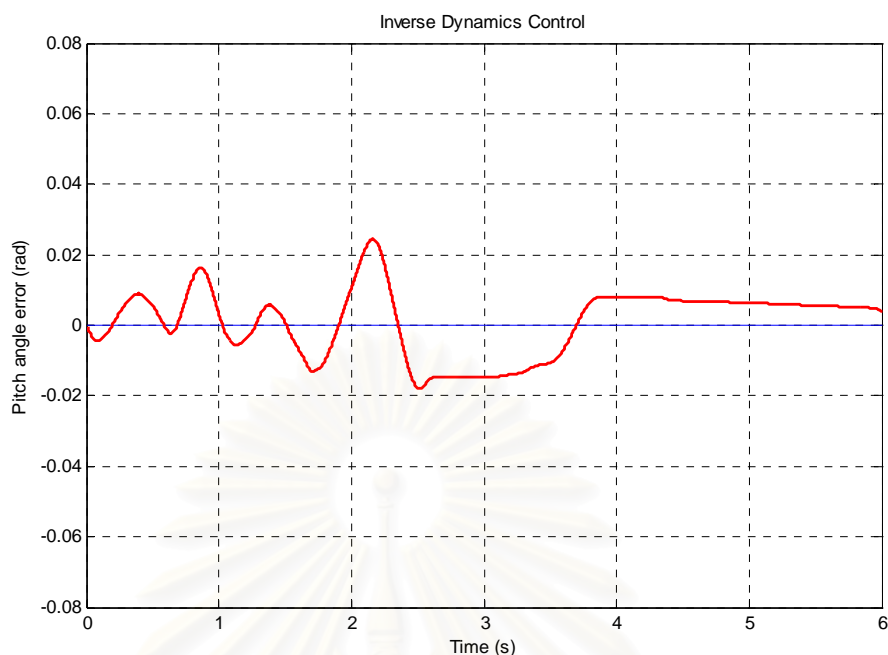
รูปที่ 6.4 แสดงค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในแนวแกน azimuth ระหว่างการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Inverse dynamics control จะเห็นได้ว่าค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในระหว่างที่มีการเคลื่อนที่นั้นมีค่าอยู่ในช่วง  $\pm 0.01$  เรเดียนและค่าความผิดพลาดนี้จะน้อยมากจนเกือบเป็นศูนย์เมื่ออยู่ในสภาวะคงตัว

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 6.5 ผลการควบคุมในแนวแกน pitch

รูปที่ 6.5 เป็นผลการทดสอบระบบควบคุมโดยการจำลองและได้เทียบผลกับทดลองโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control ในแนวแกน pitch จะเห็นได้ว่าระบบควบคุมนั้นสามารถควบคุมให้โครงสร้างเคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอ้างอิงที่มีลักษณะของการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งแบบ s-curve ได้ โดยค่าความผิดพลาดระหว่างการเคลื่อนที่นั้นแสดงดังรูปที่ 6.6



รูปที่ 6.6 ค่าความผิดพลาดในแนวแกน pitch

รูปที่ 6.6 แสดงค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในแนวแกน pitch ระหว่างการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control จะเห็นได้ว่าค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในระหว่างที่มีการเคลื่อนที่นั้นมีค่าอยู่ในช่วง  $\pm 0.01$  เรเดียนและค่าความผิดพลาดสูงสุดเท่ากับ 0.02 เรเดียน แต่ค่าความผิดพลาดนี้จะลดลงจนเกือบเป็นศูนย์เมื่ออยู่ในสภาวะคงตัว

## 6.2 การทดลองการควบคุมด้วย Robust Inverse Dynamics Control

ในการควบคุมนั้นได้ป้อนสัญญาณอินพุทแบบ s-curve โดยกำหนดให้ค่าตำแหน่งสุดท้าย  $x_f$  ค่าความเร็วสูงสุด  $v_{\max}$  และ ค่าความเร่งสูงสุด  $a_{\max}$  มีค่าดังนี้

$$x_f = 1 \text{ rad}$$

$$v_{\max} = 0.5 \text{ rad/s}$$

$$a_{\max} = 0.8 \text{ rad/s}^2$$

เลือกค่าเกนของระบบควบคุม  $K_p = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$ ,  $K_D = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $K_I = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}$

$$Q = \begin{bmatrix} 3.8178 & 0 & 0.3409 & 0 & 6.3173 & 0 \\ 0 & 5.3707 & 0 & 0.6523 & 0 & 12.5461 \\ 0.3409 & 0 & 0.1682 & 0 & 1.25 & 0 \\ 0 & 0.6523 & 0 & 0.2305 & 0 & 2.5 \\ 6.3173 & 0 & 1.25 & 0 & 25.1363 & 0 \\ 0 & 12.5461 & 0 & 2.5 & 0 & 50.1305 \end{bmatrix}$$

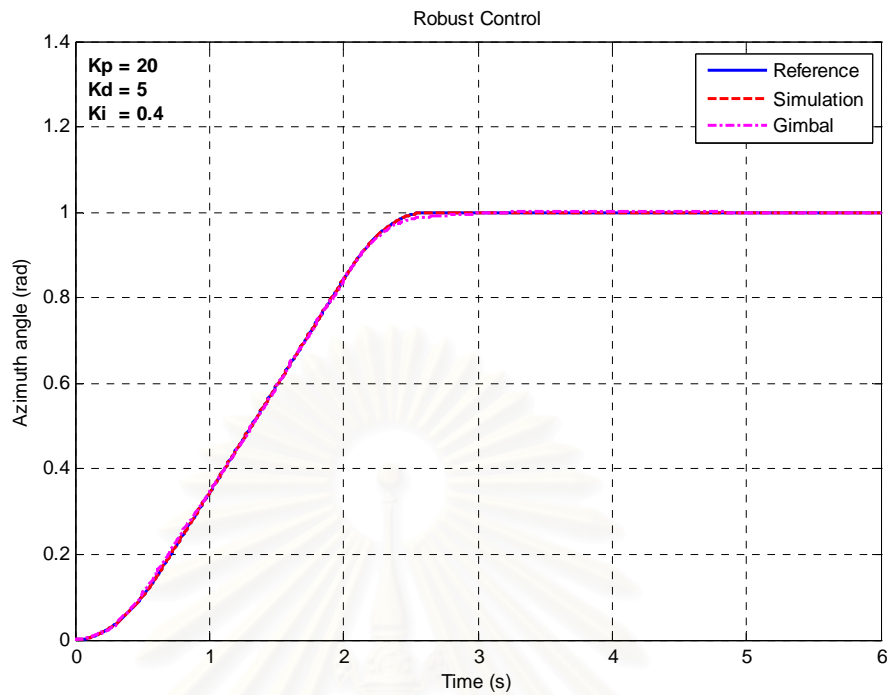
$$\rho = 10$$

$$e = 0.04$$

$$p = 10$$

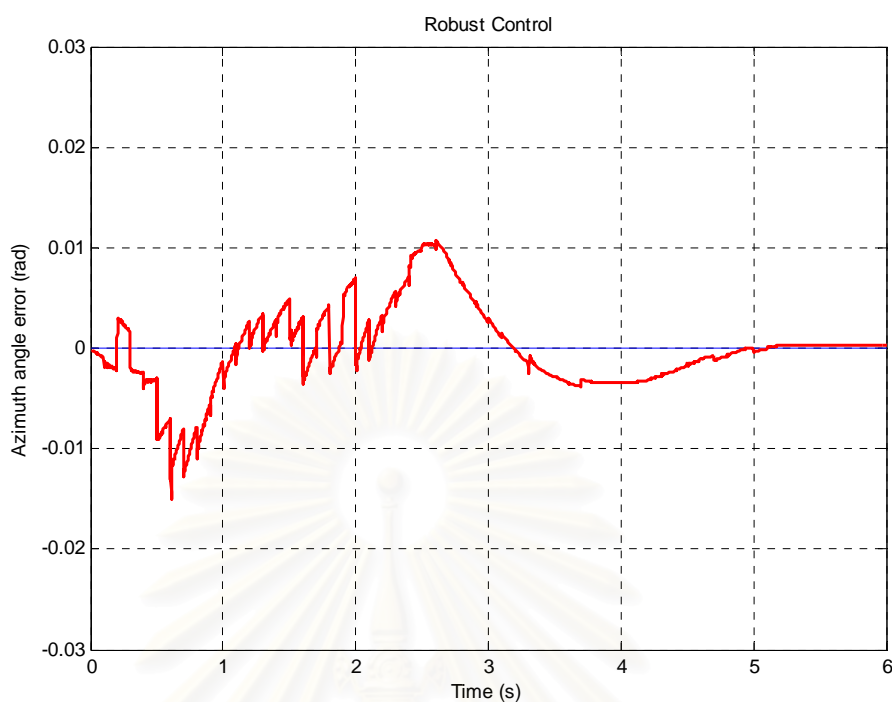
รูปที่ 6.7 – 6.10 นั้นเป็นการทดลองควบคุมให้โครงสร้างแบบกิมเบลนี้เคลื่อนที่ในแนวแกน azimuth และแนวแกน pitch โดยให้เคลื่อนที่เป็นมุม 1 เรเดียนด้วยความเร็วสูงสุด 0.5 เรเดียน/วินาที และความเร่งสูงสุด 0.8 เรเดียน/วินาที<sup>2</sup> โดยใช้ตัวควบคุมแบบ robust inverse dynamics control ซึ่งจะเห็นว่าตัวควบคุมนั้นสามารถควบคุมให้โครงสร้างแบบกิมเบลนี้เคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งที่ต้องการได้ จากการควบคุมการเคลื่อนที่นี้จะมีค่าความผิดพลาดในช่วงของการเคลื่อนที่ประมาณ 0.01 เรเดียน ทั้งแนวการหมุนแบบ azimuth และแนวแกน pitch





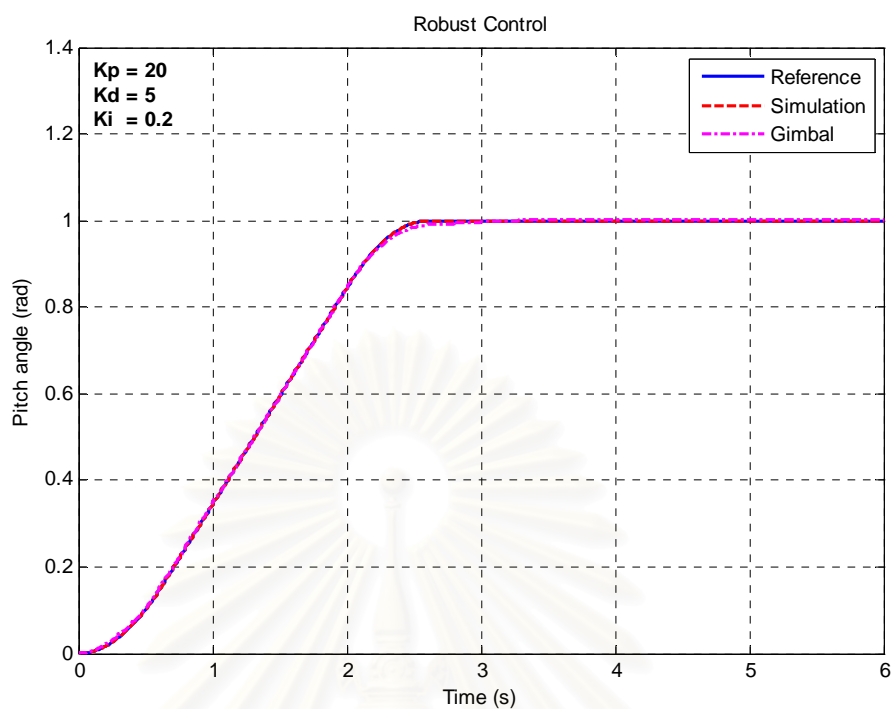
รูปที่ 6.7 ผลการควบคุมในแกน azimuth

รูปที่ 6.7 เป็นผลการทดสอบระบบควบคุมโดยการจำลองและได้เทียบผลกับทดลองโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics Control ในแนวแกน azimuth จะเห็นได้ว่าระบบควบคุมนั้นสามารถควบคุมให้โครงสร้างเคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอ้างอิงที่มีลักษณะของการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งแบบ s-curve ได้ โดยค่าความผิดพลาดระหว่างการเคลื่อนที่นั้นแสดงดังรูปที่ 6.8



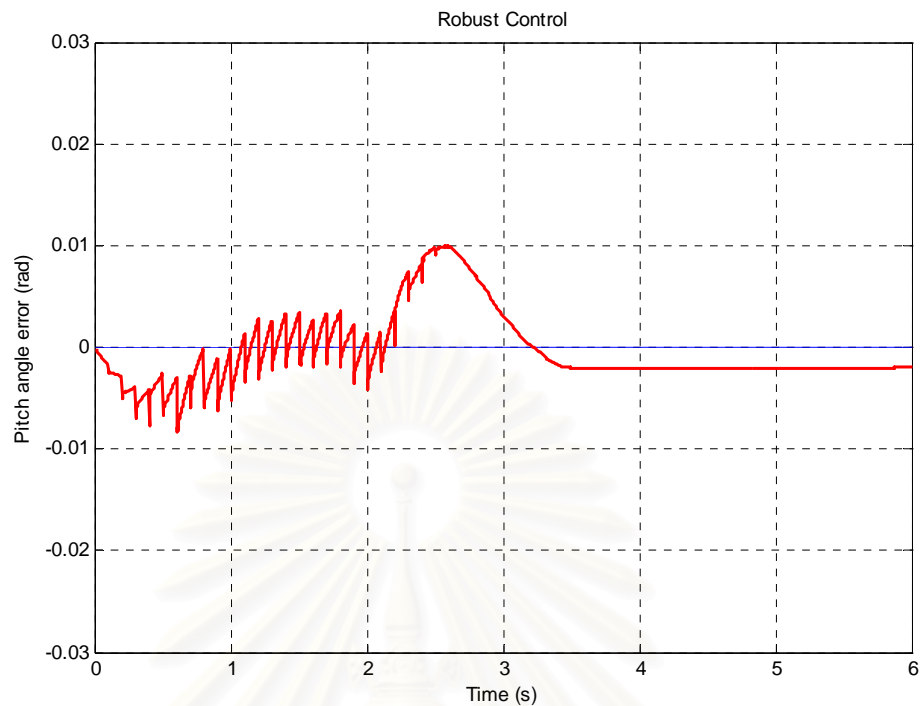
รูปที่ 6.8 ค่าความผิดพลาดในแนวแกน azimuth

รูปที่ 6.8 แสดงค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในแนวแกน azimuth ระหว่างการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics Control จะเห็นได้ว่าค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในระหว่างที่มีการเคลื่อนที่นั้นมีค่าอยู่ในช่วง  $\pm 0.01$  เรเดียนและค่าความผิดพลาดสูงสุดเท่ากับ 0.015 เรเดียน แต่ค่าความผิดพลาดนี้จะลดลงจนเกือบเป็นศูนย์เมื่ออยู่ในสภาวะคงตัว



รูปที่ 6.9 ผลการควบคุมในแกน pitch

รูปที่ 6.9 เป็นผลการทดสอบระบบควบคุมโดยการจำลองและได้เทียบผลกับทดลองโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics Control ในแนวแกน pitch จะเห็นได้ว่าระบบควบคุมนั้นสามารถควบคุมให้โครงสร้างเคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอ้างอิงที่มีลักษณะของการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งแบบ s-curve ได้ โดยค่าความผิดพลาดระหว่างการเคลื่อนที่นั้นแสดงดังรูปที่ 6.10



รูปที่ 6.10 ค่าความผิดพลาดในแนวแกน pitch

รูปที่ 6.10 แสดงค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในแนวแกน pitch ระหว่างการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics Control จะเห็นได้ว่าค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในระหว่างที่มีการเคลื่อนที่นั้นมีค่าอยู่ในช่วง  $\pm 0.01$  เรเดียนและค่าความผิดพลาดสูงสุดเท่ากับ 0.01 เรเดียน แต่ค่าความผิดพลาดนี้จะลดลงจนเกือบเป็นศูนย์เมื่ออยู่ในสภาวะคงตัว

### 6.3 การทดลองการควบคุมด้วย Adaptive Control

ในการควบคุมนั้นได้ป้อนสัญญาณอินพุตแบบ s-curve โดยกำหนดให้ค่าตำแหน่งสุดท้าย  $x_f$  ค่าความเร็วสูงสุด  $v_{\max}$  และ ค่าความเร่งสูงสุด  $a_{\max}$  มีค่าดังนี้

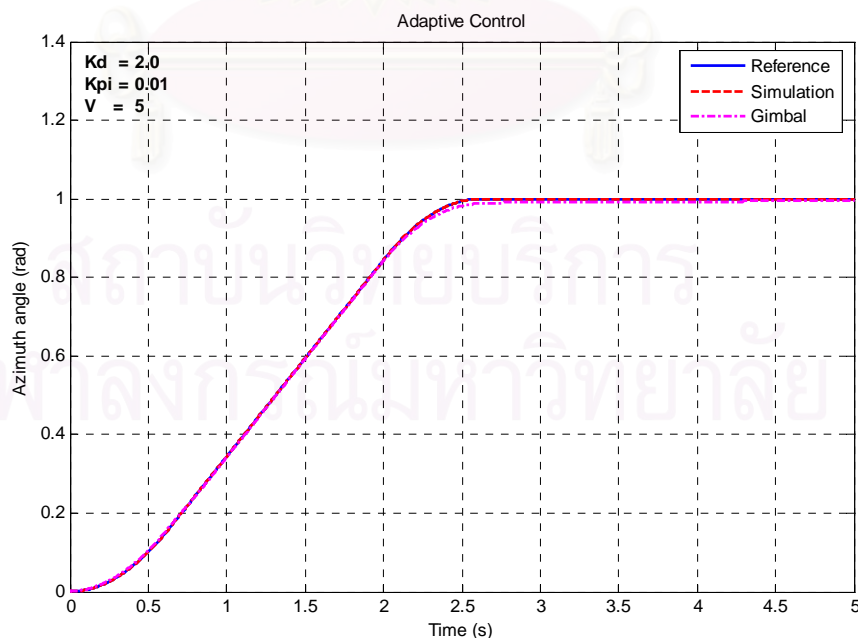
$$x_f = 1 \text{ rad}$$

$$v_{\max} = 0.5 \text{ rad/s}$$

$$a_{\max} = 0.8 \text{ rad/s}^2$$

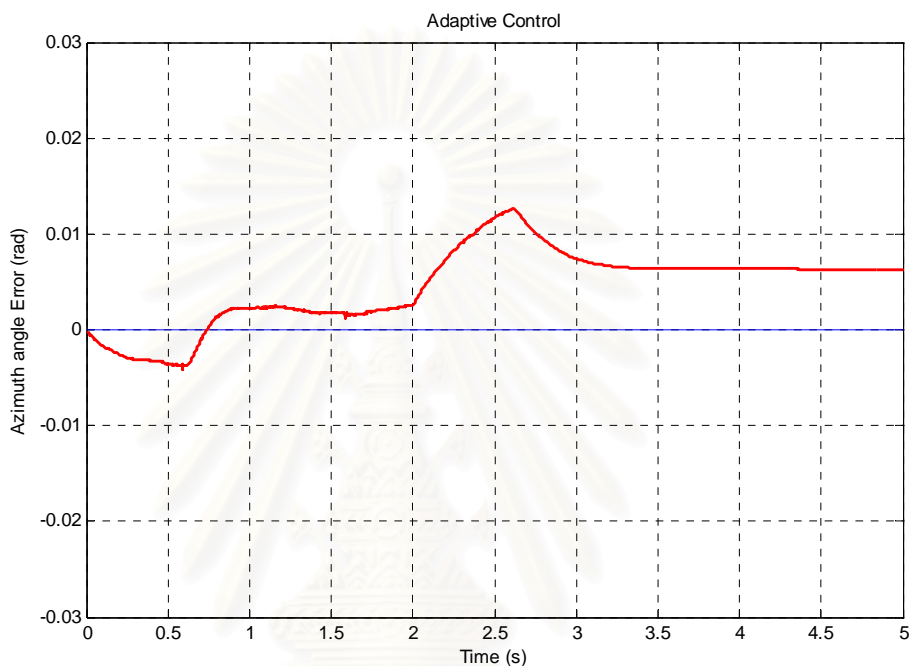
และเลือกค่าเกนของระบบควบคุม  $K_P = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}$ ,  $K_D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $\Lambda = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

รูปที่ 6.11 – 6.16 นั้นเป็นการทดลองควบคุมให้โครงสร้างแบบกิมเบลนี้เคลื่อนที่ในแนวแกน azimuth และแนวแกน pitch โดยให้เคลื่อนที่เป็นมุม 1 เรเดียนด้วยความเร็วสูงสุด 0.5 เรเดียน/วินาที และความเร่งสูงสุด 0.8 เรเดียน/วินาที<sup>2</sup> โดยใช้ตัวควบคุมแบบ adaptive control ซึ่งจะเห็นว่าตัวควบคุมนั้นสามารถควบคุมให้โครงสร้างแบบกิมเบลนี้เคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งที่ต้องการได้ จากการควบคุมการเคลื่อนที่นี้จะมีค่าความผิดพลาดในช่วงของการเคลื่อนที่ประมาณ 0.01 เรเดียน ทั้งแนวการหมุนแบบ azimuth และแนวแกน pitch



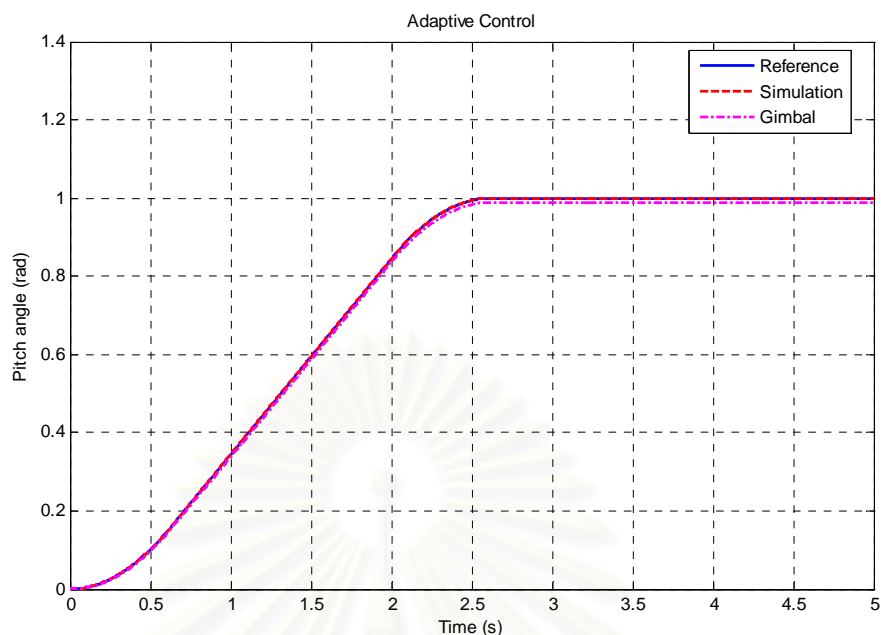
รูปที่ 6.11 ผลการควบคุมในแนวแกน azimuth

รูปที่ 6.11 เป็นผลการทดสอบระบบควบคุมโดยการจำลองและได้เทียบผลกับทดลอง โดยใช้ตัวควบคุมแบบ Adaptive control ในแนวแกน azimuth จะเห็นได้ว่าระบบควบคุมนั้นสามารถควบคุมให้โครงสร้างเคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอ้างอิงที่มีลักษณะของการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งแบบ s-curve ได้ โดยค่าความผิดพลาดระหว่างการเคลื่อนที่นั้นแสดงดังรูปที่ 6.12



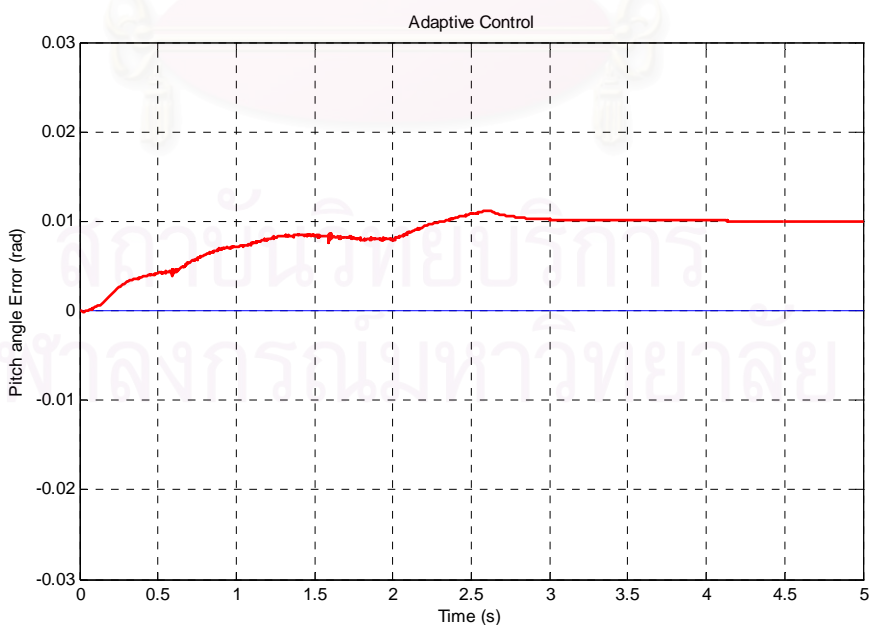
รูปที่ 6.12 ค่าความผิดพลาดในแนวแกน azimuth

รูปที่ 6.12 แสดงค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในแนวแกน azimuth ระหว่างการควบคุม โดยใช้ตัวควบคุมแบบ Adaptive Control จะเห็นได้ว่าค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในระหว่างที่มีการเคลื่อนที่นั้นมีค่าอยู่ในช่วง  $\pm 0.01$  เรเดียนและค่าความผิดพลาดสูงสุดเท่ากับ 0.012 เรเดียน และค่าความผิดพลาดนี้จะลดลงจนคงที่เมื่ออยู่ในสภาวะคงตัวทั้งนี้เนื่องจากว่าระบบควบคุมแบบ adaptive control นี้ไม่มีการควบคุมแบบโอ ดังนั้นจึงมีค่าความผิดพลาดเกิดขึ้นที่สภาวะคงตัวเนื่องมาจากแรงเสียดทานของโครงสร้าง



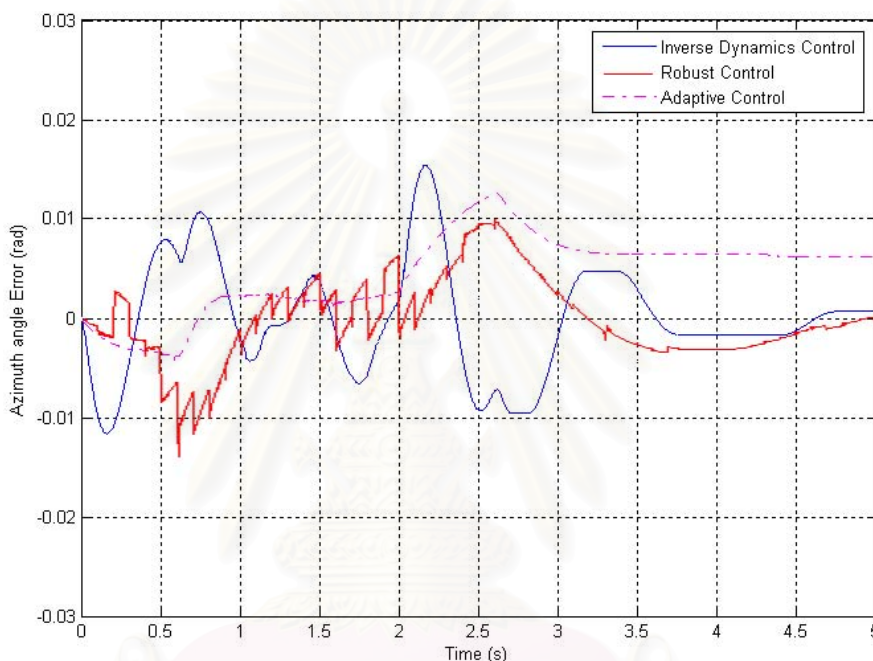
รูปที่ 6.13 ผลการควบคุมในแกน pitch

รูปที่ 6.13 เป็นผลการทดสอบระบบควบคุมโดยการจำลองและได้เทียบผลกับทดลอง โดยใช้ตัวควบคุมแบบ Adaptive Control ในแนวแกน pitch จะเห็นได้ว่าระบบควบคุมนั้นสามารถควบคุมให้โครงสร้างเคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอ้างอิงที่มีลักษณะของการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งแบบ s-curve ได้ โดยค่าความผิดพลาดของการเคลื่อนที่นั้นแสดงดังรูปที่ 6.14



รูปที่ 6.14 ค่าความผิดพลาดในแนวแกน pitch

รูปที่ 6.14 แสดงค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในแนวแกน azimuth ระหว่างการควบคุม โดยใช้ตัวควบคุมแบบ Adaptive Control จะเห็นได้ว่าค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในระหว่างที่มีการเคลื่อนที่นั้นมีค่าอยู่ในช่วง  $\pm 0.01$  เรเดียนและค่าความผิดพลาดสูงสุดเท่ากับ 0.01 เรเดียน และค่าความผิดพลาดนี้จะลดลงจนคงที่เมื่ออยู่ในสภาวะคงตัว ทั้งนี้เนื่องจากว่าระบบควบคุมแบบ adaptive control นี้ไม่มีการควบคุมแบบโอ ดั้งนั้นจึงมีค่าความผิดพลาดเกิดขึ้นที่สภาวะคงตัว เนื่องจากแรงเสียดทานของโครงสร้าง

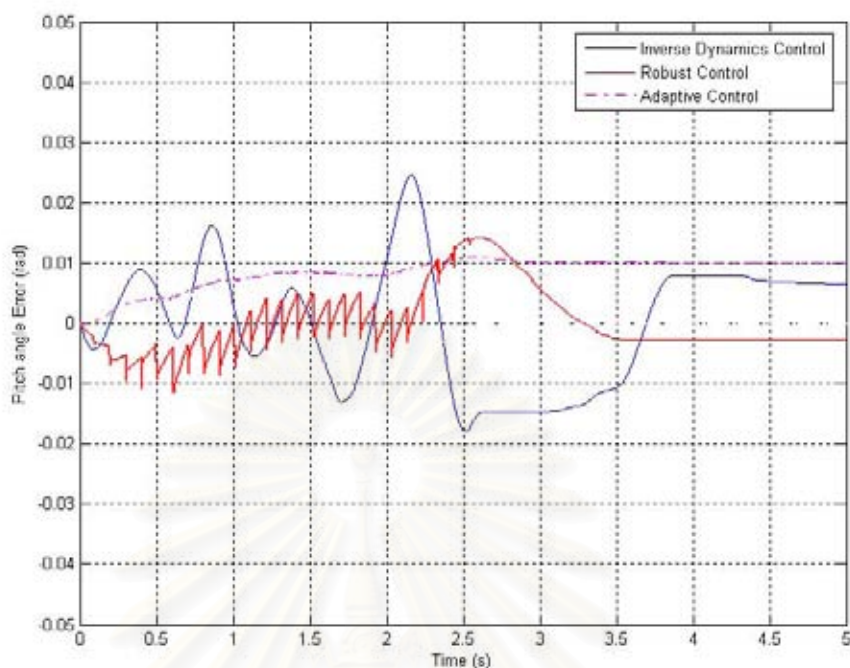


รูปที่ 6.15 การเปรียบเทียบค่าผิดพลาดในแนวแกน azimuth

รูปที่ 6.15 นี้เป็นการเปรียบเทียบความผิดพลาดที่เกิดขึ้นระหว่างการควบคุมโครงสร้างกิมเบลในแนวแกน azimuth โดยได้ทำการเปรียบเทียบผลการควบคุมของตัวควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control, Robust Inverse Dynamics Control, Adaptive Control

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย





รูปที่ 6.16 การเปรียบเทียบค่าผิดพลาดในแนวแกน pitch

รูปที่ 6.16 นี้เป็นการเปรียบเทียบความผิดพลาดที่เกิดขึ้นระหว่างการควบคุมโครงสร้างกิมเบลในแนวแกน pitch โดยได้ทำการเปรียบเทียบผลการควบคุมของตัวควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control, Robust Inverse Dynamics Control, Adaptive Control

#### 6.4 การควบคุมแบบ Indirect LOS Stabilization Control

ในการควบคุมโครงสร้างแบบกิมเบลที่ติดตั้งกับอากาศยานหรือส่วนฐานที่มีการเคลื่อนที่นั้น เนื่องจากเราได้ติดตั้งอุปกรณ์ตรวจรู้ไว้ที่ตำแหน่งของส่วนฐานเพื่อใช้ในการวัดมุมของส่วนฐานและวัดอัตราเชิงมุมที่มีการเคลื่อนที่ ในขณะที่มีการเคลื่อนที่ของส่วนฐานที่ได้มีการติดตั้งโครงสร้างแบบกิมเบลไว้ นั้น ได้ทดสอบโดยให้โครงสร้างแบบกิมเบลนี้เคลื่อนที่ไปเป็นมุมที่เราต้องการ โดยการป้อนลักษณะการเคลื่อนที่ของแต่ละแกนหมุนของโครงสร้างแบบกิมเบลให้มีลักษณะเป็นแบบกราฟตัวเอส (s-curve) โดยกำหนดให้ค่าตำแหน่งสุดท้าย  $x_f$  ค่าความเร็วสูงสุด  $v_{\max}$  และ ค่าความเร่งสูงสุด  $a_{\max}$  มีค่าดังนี้

$$x_f = 1 \text{ rad}$$

$$v_{\max} = 0.5 \text{ rad/s}$$

$$a_{\max} = 0.8 \text{ rad/s}^2$$

ในการควบคุมนั้นได้ทดลองใช้ระบบควบคุม 3 แบบคือ

1. Inverse Dynamics Control
2. Robust Inverse Dynamics Control
3. Adaptive Control

โดยได้ทำการทดลองป้อนสัญญาณอินพุตแบบ s-curve และในขณะเดียวกันก็ได้ทำการสั่งให้ส่วนฐานเคลื่อนที่เพื่อเป็นการสร้างสัญญาณรบกวน ได้ผลการทดลองดังต่อไปนี้

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

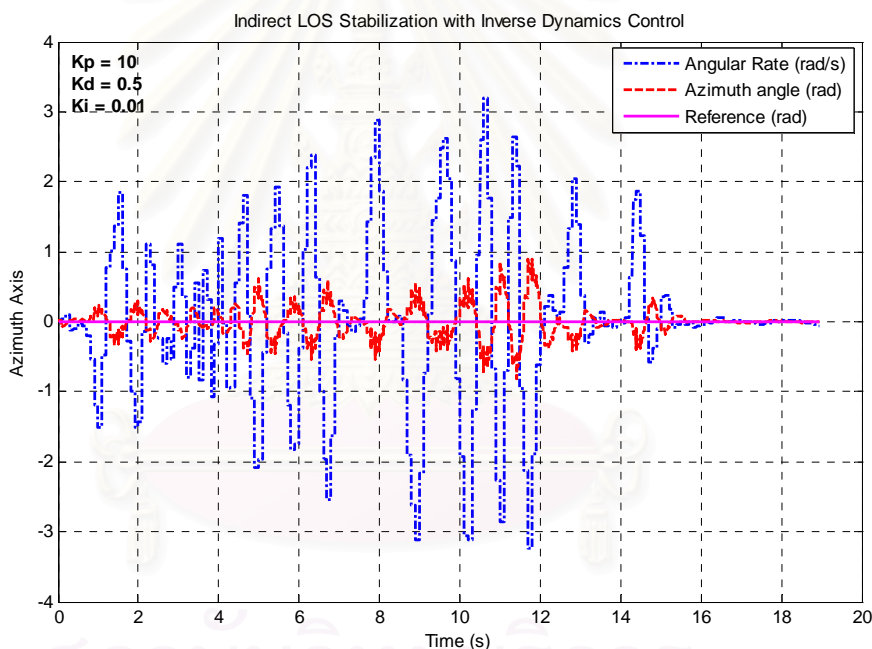
## 6.5 การควบคุมแบบ Indirect LOS Stabilization with Inverse Dynamics Control

การทดลองควบคุมให้โครงสร้างกิมเบลรักษาแนวการมองเห็น (LOS) ให้อยู่ในทิศทางเดิมโดยการป้อนสัญญาณอ้างอิงเท่ากับศูนย์ให้กับระบบควบคุมและสร้างสัญญาณรบกวนให้กับส่วนฐานของโครงสร้างโดยการแกว่งโครงสร้างไปมา

ในการควบคุมนั้นเลือกค่าเกนของระบบควบคุม  $K_P = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$ ,  $K_D = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$ ,

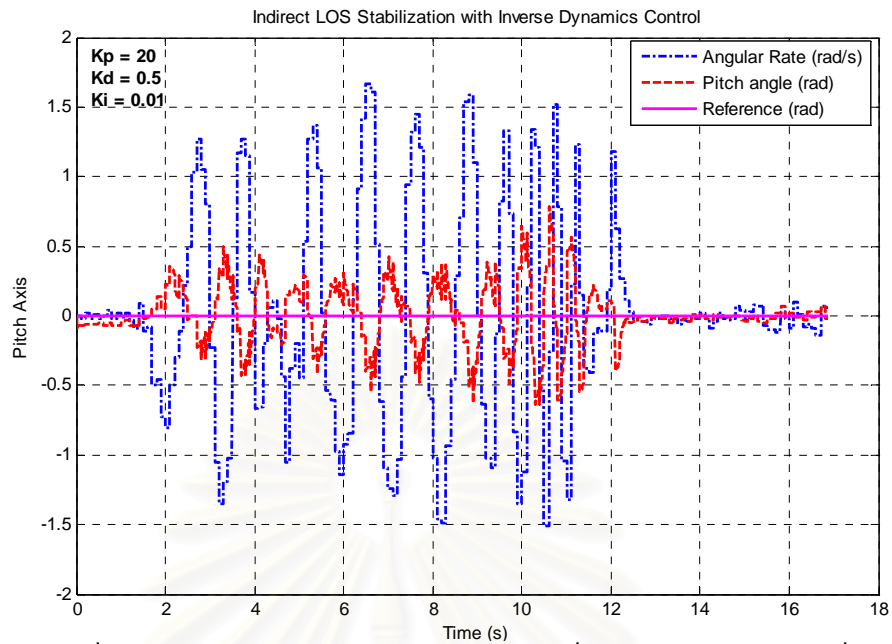
$$K_I = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix}$$

ได้ผลการทดลองดังรูปที่ 6.17-6.18



รูปที่ 6.17 ผลการทดลองในแนวแกน azimuth เมื่อมีสัญญาณอินพุทคงที่

รูปที่ 6.17 แสดงผลการทดลองการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control ให้โครงสร้างกิมเบลนี้รักษาแนวการมองเห็น (LOS) โดยการลดสัญญาณการรบกวนที่มาจากเคลื่อนที่ของส่วนฐานในแนวแกน azimuth และพยายามรักษาตำแหน่งของแนวการมองเห็นให้คงที่ในขณะที่มีสัญญาณรบกวนมากกระทำ



รูปที่ 6.18 ผลการทดลองในแนวแกน pitch เมื่อมีสัญญาณอินพุตคงที่

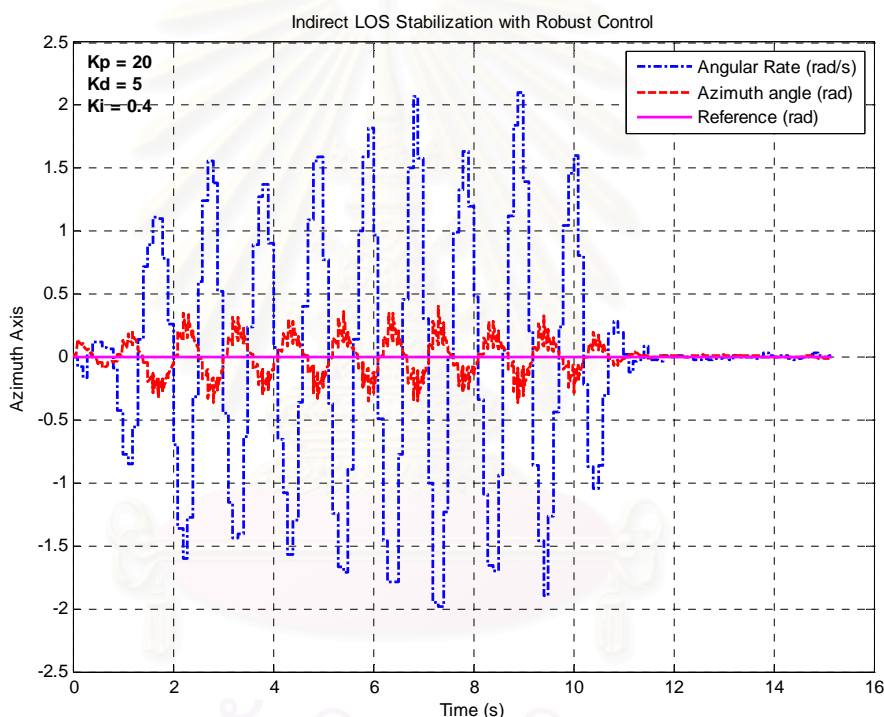
รูปที่ 6.18 แสดงผลการทดลองการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control ให้โครงสร้างกิมเบลนี้รักษาแนวการมองเห็น (LOS) โดยการลดสัญญาณการรบกวนที่มาจากการเคลื่อนที่ของส่วนฐานในแนวแกน pitch และพยายามรักษาตำแหน่งของแนวการมองเห็นให้คงที่ในขณะที่มีสัญญาณรบกวนมากระทำ

## 6.6 การควบคุมแบบ Indirect LOS Stabilization with Robust Control

การทดลองควบคุมให้โครงสร้างกิมเบลรักษาแนวการมองเห็น (LOS) ให้อยู่ในทิศทางเดิมโดยการป้อนสัญญาณอ้างอิงเท่ากับศูนย์ให้กับระบบควบคุมและสร้างสัญญาณรบกวนให้กับส่วนฐานของโครงสร้างโดยการแกว่งโครงสร้างไปมา

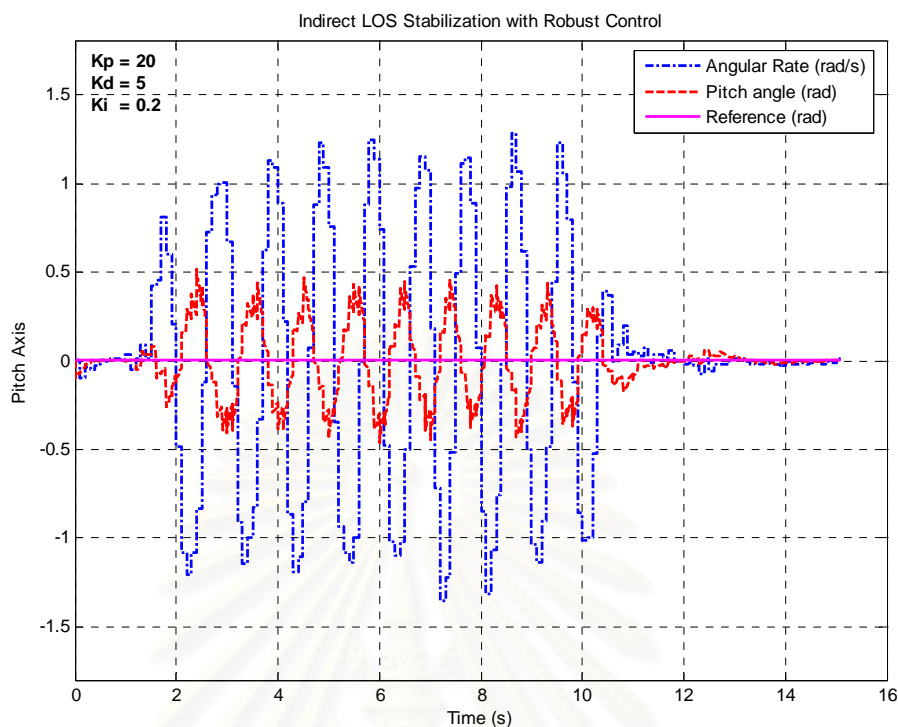
เลือกค่าเกนของระบบควบคุม  $K_p = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$ ,  $K_D = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $K_I = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}$

ได้ผลการทดลองดังรูปที่ 6.19-6.20



รูปที่ 6.19 ผลการทดลองในแนวแกน azimuth เมื่อมีสัญญาณอินพุตคงที่

รูปที่ 6.19 แสดงผลการทดลองการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics Control ให้โครงสร้างกิมเบลนี้รักษาแนวการมองเห็น (LOS) โดยการลดสัญญาณการรบกวนที่มาจากเคลื่อนที่ของส่วนฐานในแนวแกน azimuth และพยายามรักษาดำแหน่งของแนวการมองเห็นให้คงที่ในขณะที่มีสัญญาณรบกวนมากระทำ



รูปที่ 6.20 ผลการทดลองในแนวแกน pitch เมื่อมีสัญญาณอินพุตคงที่

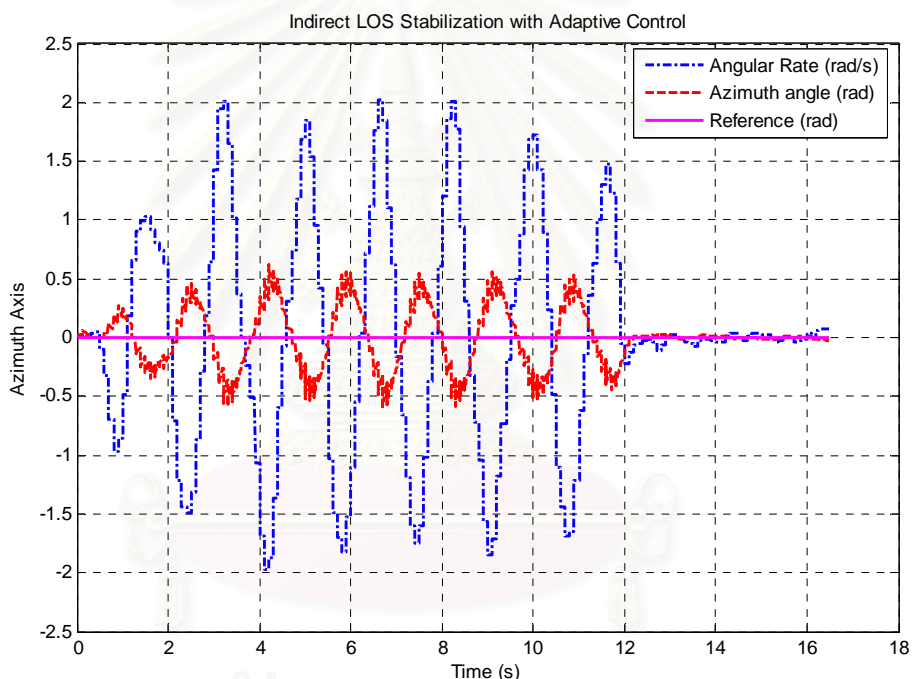
รูปที่ 6.20 แสดงผลการทดลองการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics Control ให้โครงสร้างกิมเบลนี้รักษาแนวการมองเห็น (LOS) โดยการลดสัญญาณการรบกวนที่มาจากเคลื่อนที่ของส่วนฐานในแนวแกน pitch และพยายามรักษาตำแหน่งของแนวการมองเห็นให้คงที่ในขณะที่มีสัญญาณรบกวนมากกระทำ

## 6.7 การควบคุมแบบ Indirect LOS Stabilization with Adaptive Control

การทดลองควบคุมให้โครงสร้างกิมเบลรักษาแนวการมองเห็น (LOS) ให้อยู่ในทิศทางเดิมโดยการป้อนสัญญาณอ้างอิงเท่ากับศูนย์ให้กับระบบควบคุมและสร้างสัญญาณรบกวนให้กับส่วนฐานของโครงสร้างโดยการแกว่งโครงสร้างไปมา

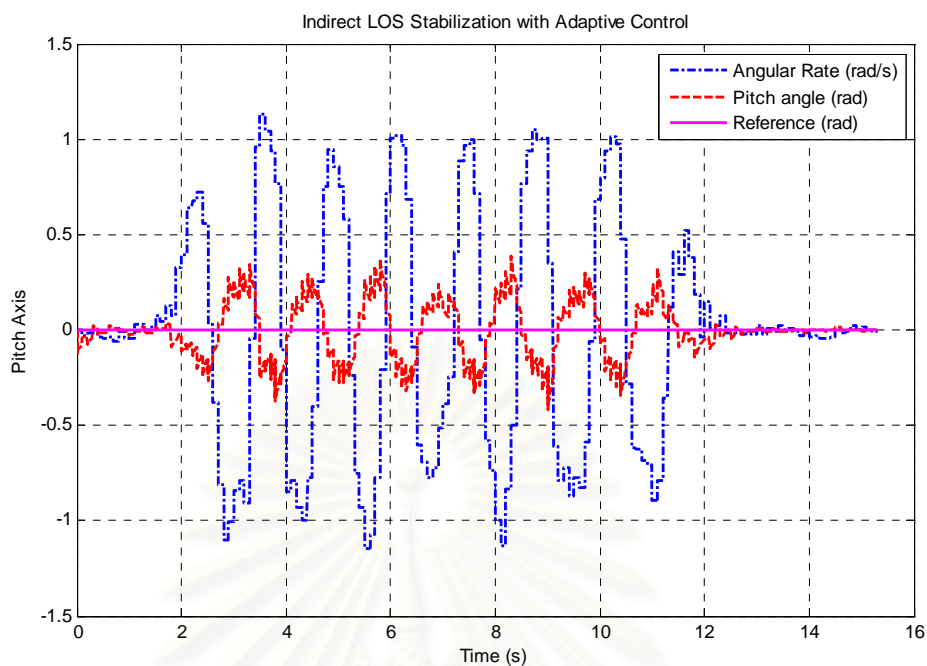
เลือกค่าเกนของระบบควบคุม  $K_p = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}$ ,  $K_D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $\Lambda = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

ได้ผลการทดลองดังรูปที่ 6.21-6.22



รูปที่ 6.21 ผลการทดลองในแนวแกน azimuth เมื่อมีสัญญาณอินพุตคงที่

รูปที่ 6.21 แสดงผลการทดลองการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Adaptive Control ให้โครงสร้างกิมเบลนี้รักษาแนวการมองเห็น (LOS) โดยการลดสัญญาณการรบกวนที่มาจาก การเคลื่อนที่ของส่วนฐานในแนวแกน azimuth และพยายามรักษาตำแหน่งของแนวการมองเห็นให้คงที่ในขณะที่มีสัญญาณรบกวนมากระทำ



รูปที่ 6.22 ผลการทดลองในแนวแกน pitch เมื่อมีสัญญาณอินพุตคงที่

รูปที่ 6.22 แสดงผลการทดลองการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Adaptive Control ให้โครงสร้างกิมเบลนี้รักษาแนวการมองเห็น (LOS) โดยการลดสัญญาณการรบกวนที่มาจาก การเคลื่อนที่ของส่วนฐานในแนวแกน pitch และพยายามรักษาตำแหน่งของแนวการมองเห็นให้คงที่ ในขณะที่มีสัญญาณรบกวนมากระทำ

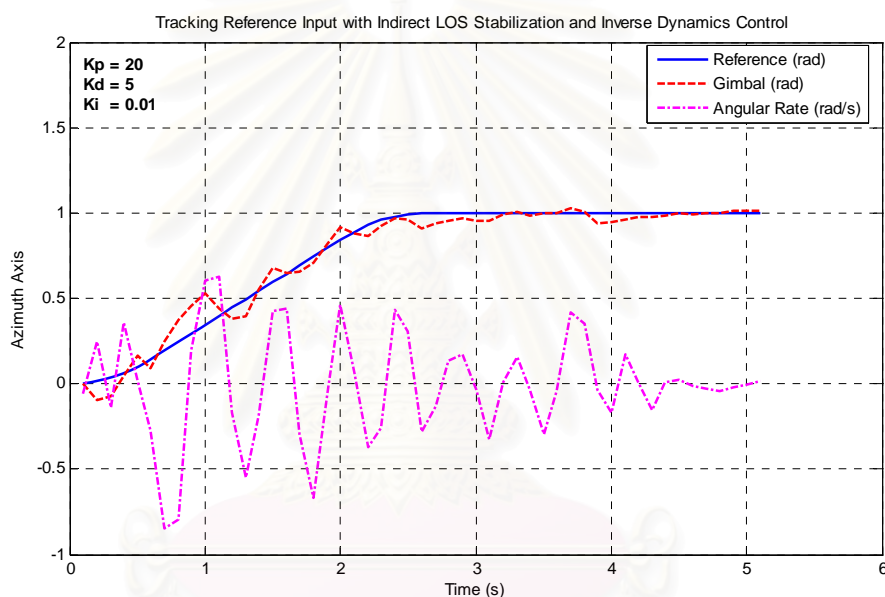


## 6.8 การควบคุมแบบ Tracking s-curve with Inverse Dynamics Control

ในการควบคุมนั้นได้ป้อนสัญญาณอินพุตแบบ s-curve โดยกำหนดให้ค่าตำแหน่งสุดท้าย  $x_f$  ค่าความเร็วสูงสุด  $v_{\max}$  และ ค่าความเร่งสูงสุด  $a_{\max}$  มีค่าดังนี้

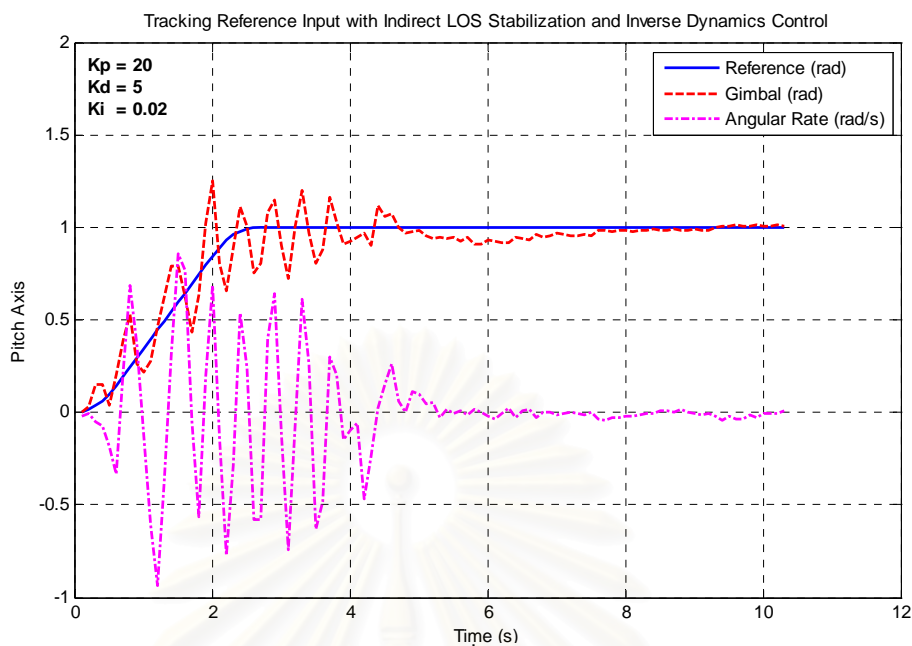
$$\text{เลือกค่าเกนของระบบควบคุม } K_P = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}, \quad K_D = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}, \quad K_I = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix}$$

ได้ผลการทดลองดังรูปที่ 6.23-6.24



รูปที่ 6.23 ผลการทดลองในแนวแกน azimuth เมื่อมีสัญญาณอินพุตแบบ s-curve และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน

รูปที่ 6.23 แสดงผลการทดลองการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control ให้โครงสร้างกิมเบลนี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอินพุตแบบ s-curve เพื่อควบคุมแนวการมองเห็น (LOS) ขณะที่สัญญาณรบกวนมากจะทำให้เห็นว่าตัวควบคุมนั้นสามารถที่จะควบคุมให้โครงสร้างกิมเบลในแนวแกน azimuth นี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอ้างอิงที่ต้องการได้และยังสามารถลดสัญญาณการรบกวนที่มาจากการเคลื่อนที่ของส่วนฐานได้อีกด้วย



รูปที่ 6.24 ผลการทดลองในแนวแกน pitch เมื่อมีสัญญาณอินพุทแบบ s-curve และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน

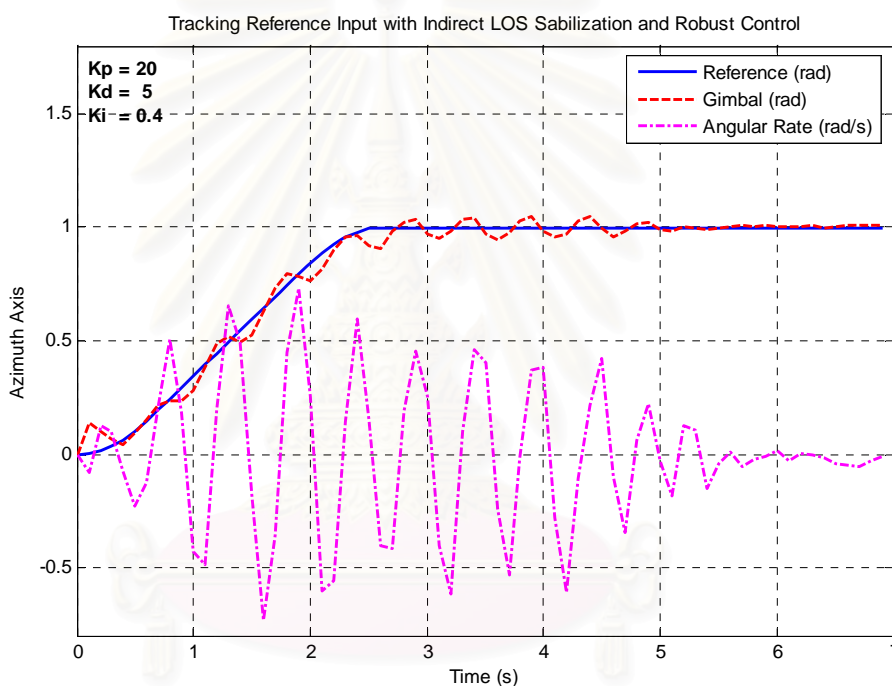
รูปที่ 6.24 แสดงผลการทดลองการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control ให้โครงสร้างกิมเบลนี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอินพุทแบบ s-curve เพื่อควบคุมแนวการมองเห็น (LOS) ขณะที่สัญญาณรบกวนมากจะทำให้เห็นว่าตัวควบคุมนั้นสามารถที่จะควบคุมให้โครงสร้างกิมเบลในแนวแกน pitch นี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอ้างอิงที่ต้องการได้และยังสามารถลดสัญญาณการรบกวนที่มาจากการเคลื่อนที่ของส่วนฐานได้อีกด้วย

## 6.9 การควบคุมแบบ Tracking s-curve with Robust Control

ในการควบคุมนั้นได้ป้อนสัญญาณอินพุทแบบ s-curve โดยกำหนดให้ค่าตำแหน่งสุดท้าย  $x_f$  ค่าความเร็วสูงสุด  $v_{max}$  และ ค่าความเร่งสูงสุด  $a_{max}$  มีค่าดังนี้

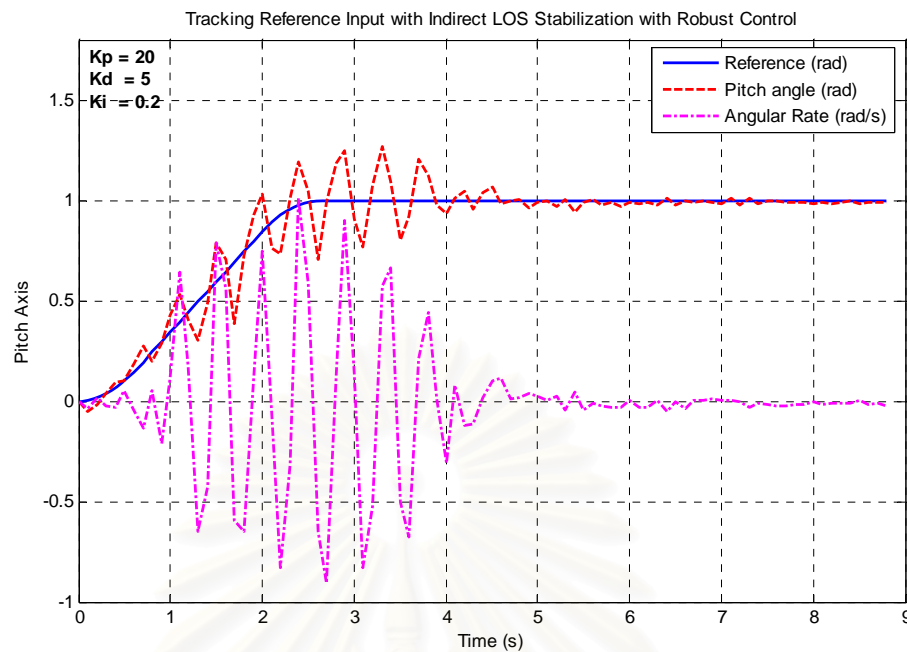
$$\text{และเลือกค่าของระบบควบคุม } K_P = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}, \quad K_D = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}, \quad K_I = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix}$$

ได้ผลการทดลองดังรูปที่ 6.25-6.26



รูปที่ 6.25 ผลการทดลองในแนวแกน Azimuth เมื่อมีสัญญาณอินพุทแบบ s-curve และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน

รูปที่ 6.25 แสดงผลการทดลองการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics Control ให้โครงสร้างกิมเบลนี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอินพุทแบบ s-curve เพื่อควบคุมแนวการมองเห็น (LOS) ขณะที่สัญญาณรบกวนมากจะเห็นว่าตัวควบคุมนั้นสามารถที่จะควบคุมให้โครงสร้างกิมเบลในแนวแกน azimuth นี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอ้างอิงที่ต้องการได้และยังสามารถลดสัญญาณการรบกวนที่มาจากการเคลื่อนที่ของส่วนฐานได้อีกด้วย



รูปที่ 6.26 ผลการทดลองในแนวแกน pitch เมื่อมีสัญญาณอินพุตแบบ s-curve และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน

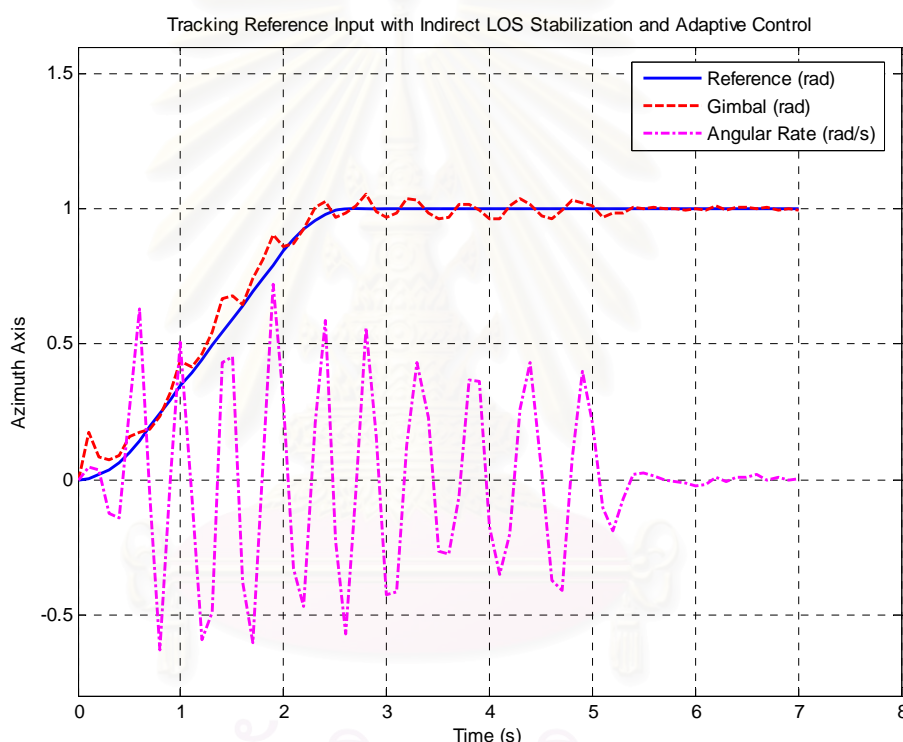
รูปที่ 6.26 แสดงผลการทดลองการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics Control ให้โครงสร้างกิมเบลนี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอินพุตแบบ s-curve เพื่อควบคุมแนวการมองเห็น (LOS) ขณะที่สัญญาณรบกวนมากจะเห็นว่าตัวควบคุมนั้นสามารถที่จะควบคุมให้โครงสร้างกิมเบลในแนวแกน pitch นี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอ้างอิงที่ต้องการได้และยังสามารถลดสัญญาณการรบกวนที่มาจาก การเคลื่อนที่ของส่วนฐานได้อีกด้วย

## 6.10 การควบคุมแบบ Tracking s-curve with Adaptive Control

ในการควบคุมนั้นได้ป้อนสัญญาณอินพุตแบบ s-curve โดยกำหนดให้ค่าตำแหน่งสุดท้าย  $x_f$  ค่าความเร็วสูงสุด  $v_{\max}$  และ ค่าความเร่งสูงสุด  $a_{\max}$  มีค่าดังนี้

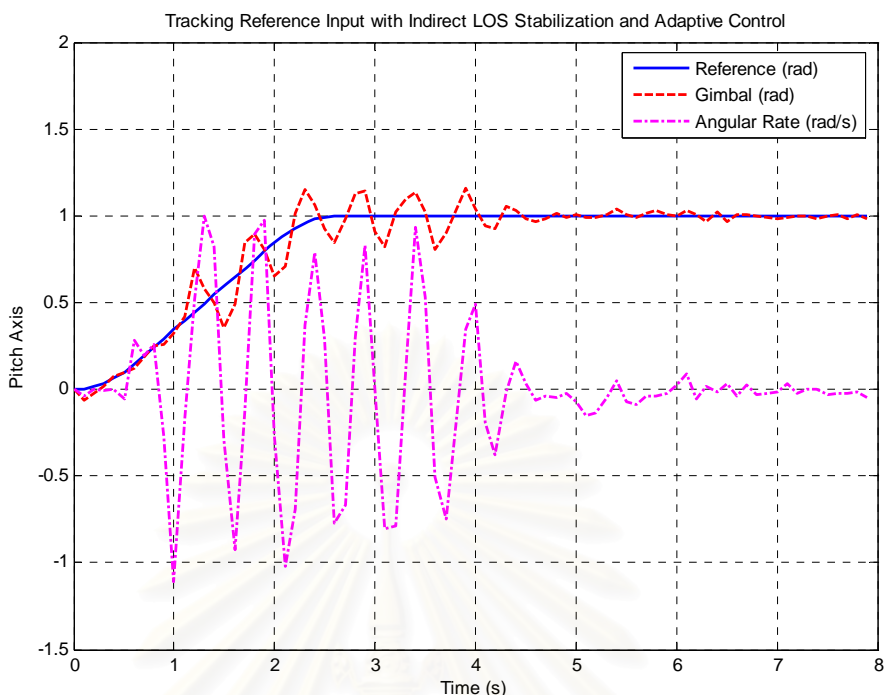
$$\text{และเลือกค่าเกนของระบบควบคุม } K_P = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}, \quad K_D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \Lambda = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

ได้ผลการทดลองดังแสดงในรูปที่ 6.27 – 6.28



รูปที่ 6.27 ผลการทดลองในแนวแกน azimuth เมื่อมีสัญญาณอินพุตแบบ s-curve และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน

รูปที่ 6.27 แสดงผลการทดลองการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Adaptive Control ให้โครงสร้างกิมเบลนี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอินพุตแบบ s-curve เพื่อควบคุมแนวการมองเห็น (LOS) ขณะที่สัญญาณรบกวนมากระทำจะเห็นว่าตัวควบคุมนั้นสามารถที่จะควบคุมให้โครงสร้างกิมเบลในแนวแกน azimuth นี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอ้างอิงที่ต้องการได้และยังสามารถลดสัญญาณการรบกวนที่มาจากเคลื่อนที่ของส่วนฐานได้อีกด้วย



รูปที่ 6.28 ผลการทดลองในแนวแกน pitch เมื่อมีสัญญาณอินพุทแบบ s-curve และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน

รูปที่ 6.28 แสดงผลการทดลองการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Adaptive Control ให้โครงสร้างกิมเบลนี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอินพุทแบบ s-curve เพื่อควบคุมแนวการมองเห็น (LOS) ขณะที่สัญญาณรบกวนมากจะทำให้เห็นว่าตัวควบคุมนั้นสามารถที่จะควบคุมให้โครงสร้างกิมเบลในแนวแกน pitch นี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอ้างอิงที่ต้องการได้ และยังสามารถลดสัญญาณการรบกวนที่มาจาก การเคลื่อนที่ของส่วนฐานได้อีกด้วย

### 6.11 การควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics Control with Sinusoidal Input

ในการควบคุมนั้นได้ป้อนสัญญาณอินพุตแบบไซน์ (Sinusoidal input) โดยกำหนดให้รูปแบบของการเคลื่อนที่มีลักษณะดังนี้

$$x = \sin(0.5t)$$

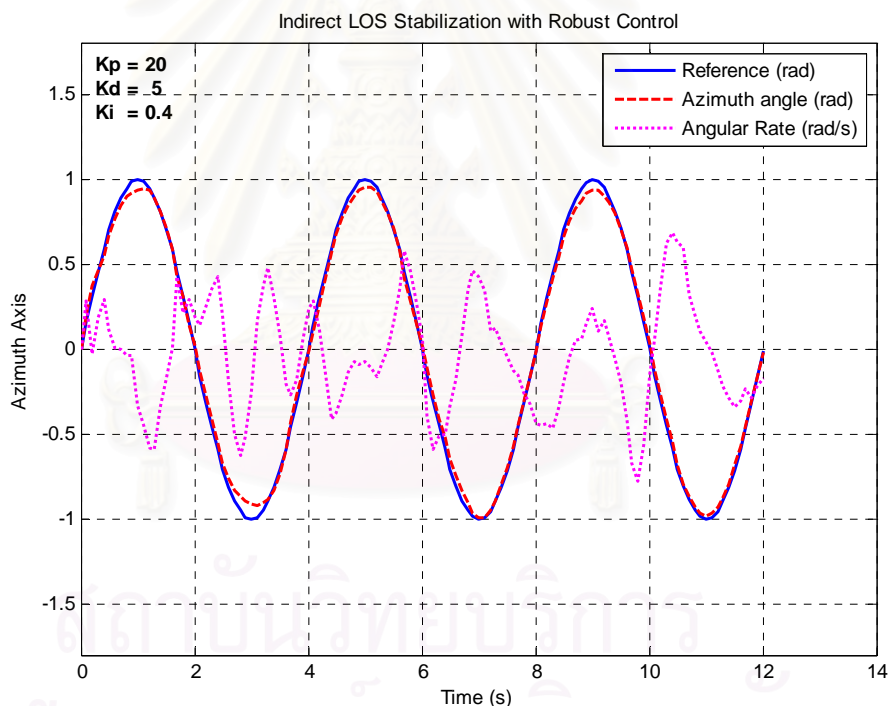
และเลือกเกนของระบบควบคุม  $K_p = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$ ,  $K_D = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

$$\rho = 10$$

$$e = 0.04$$

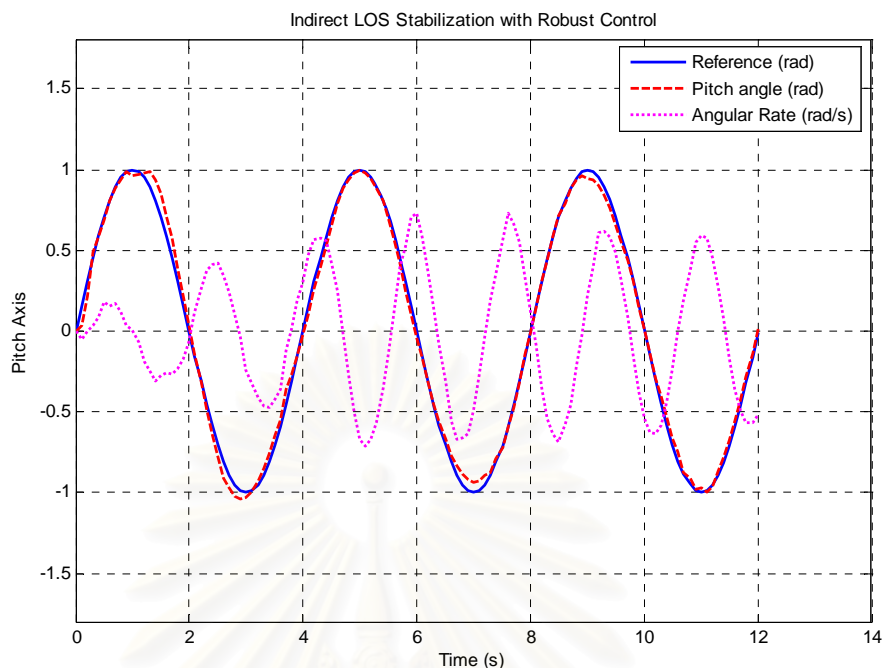
$$p = 10$$

ได้ผลการทดลองดังแสดงในรูปที่ 6.29 – 6.30



รูปที่ 6.29 ผลการทดลองในแนวแกน Azimuth เมื่อมีสัญญาณอินพุตแบบไซน์และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน

รูปที่ 6.29 แสดงผลการทดลองการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics Control ให้โครงสร้างกิมเบลนี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอินพุตแบบไซน์ เพื่อควบคุมแนวการมองเห็น (LOS) ขณะที่สัญญาณรบกวนมากจะเห็นว่าตัวควบคุมนั้นสามารถที่จะควบคุมให้โครงสร้างกิมเบลในแนวแกน azimuth นี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอ้างอิงที่ต้องการได้



รูปที่ 6.30 ผลการทดลองในแนวแกน pitch เมื่อมีสัญญาณอินพุตแบบไซน์และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน

รูปที่ 6.30 แสดงผลการทดลองการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics Control ให้โครงสร้างกิมเบลนี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอินพุตแบบไซน์ เพื่อควบคุมแนวการมองเห็น (LOS) ขณะที่สัญญาณรบกวนมากจะทำให้เห็นว่าตัวควบคุมนั้นสามารถที่จะควบคุมให้โครงสร้างกิมเบลในแนวแกน pitch นี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอ้างอิงที่ต้องการได้



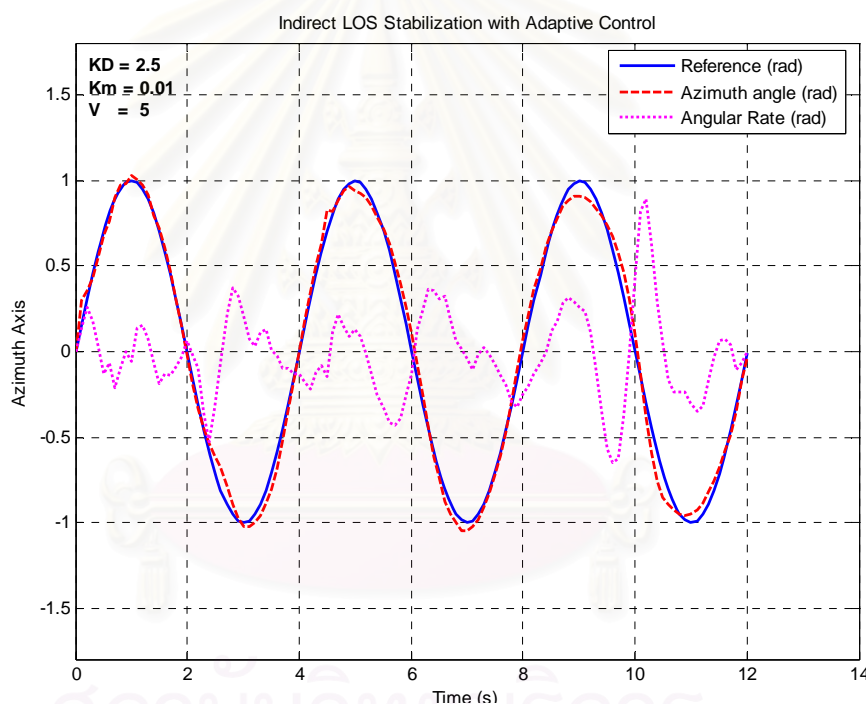
## 6.12 การควบคุมแบบ Adaptive Control

ในการควบคุมนั้นได้ป้อนสัญญาณอินพุตแบบไซน์ (Sinusoidal input) โดยกำหนดให้รูปแบบของการเคลื่อนที่มีลักษณะดังนี้

$$x = \sin(0.5t)$$

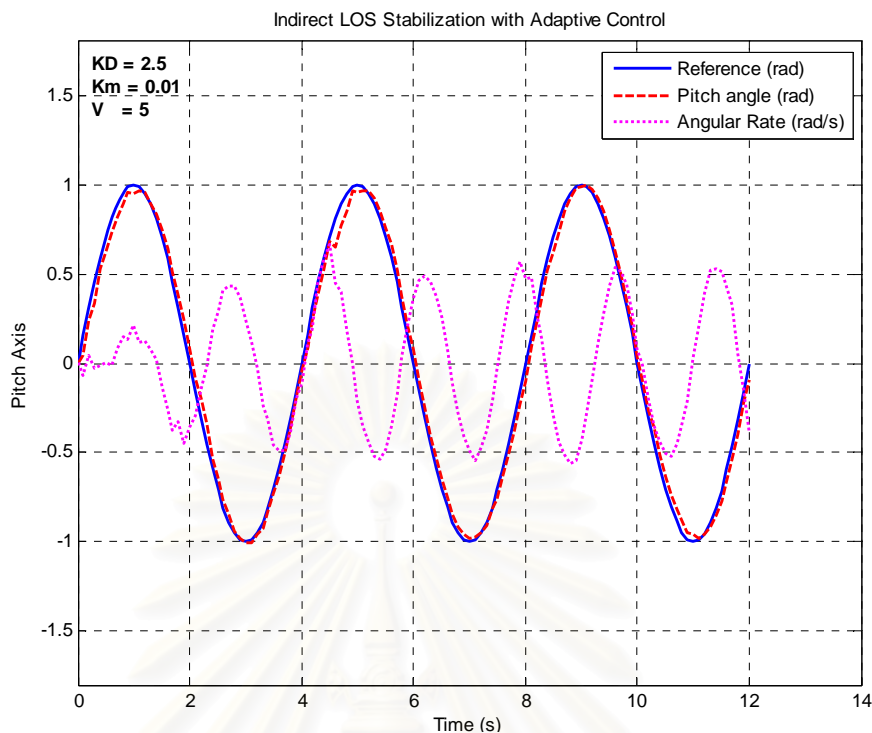
และเลือกเกนของระบบควบคุม  $\Lambda = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$   $K_D = \begin{bmatrix} 2.5 & 0 \\ 0 & 2.5 \end{bmatrix}$   $K_\pi = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}$

ได้ผลการทดลองดังแสดงในรูปที่ 6.31 – 6.32



รูปที่ 6.31 ผลการทดลองในแนวแกน azimuth เมื่อมีสัญญาณอินพุตแบบไซน์และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน

รูปที่ 6.31 แสดงผลการทดลองการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Adaptive Control ให้โครงสร้างกิมเบลนี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอินพุตแบบไซน์ เพื่อควบคุมแนวการมองเห็น (LOS) ขณะที่สัญญาณรบกวนมากระทำจะเห็นว่าตัวควบคุมนั้นสามารถที่จะควบคุมให้โครงสร้างกิมเบลในแนวแกน azimuth นี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอ้างอิงที่ต้องการได้



รูปที่ 6.32 ผลการทดลองในแนวแกน pitch เมื่อมีสัญญาณอินพุทแบบไซน์และมีการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน

รูปที่ 6.32 แสดงผลการทดลองการควบคุมโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Adaptive Control ให้โครงสร้างกิมเบลนี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอินพุทแบบไซน์ เพื่อควบคุมแนวการมองเห็น (LOS) ขณะที่สัญญาณรบกวนมากจะทำให้เห็นว่าตัวควบคุมนั้นสามารถที่จะควบคุมให้โครงสร้างกิมเบลในแนวแกน pitch นี้เคลื่อนที่ตามลักษณะของสัญญาณอ้างอิงที่ต้องการได้

## บทที่ 7

### สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

#### 7.1 สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้ได้ทำการพัฒนาโครงสร้างแบบกิมเบลและได้ออกแบบระบบควบคุมเพื่อควบคุมการเคลื่อนที่ของโครงสร้างให้สามารถเคลื่อนที่ไปตามตำแหน่งและทิศทางที่ต้องการในการวิเคราะห์การเคลื่อนที่นั้น ได้คำนวณหาสมการการเคลื่อนที่ไปข้างหน้าโดยใช้หลักการของ Denavit-Hartenberg และได้หาสมการการเคลื่อนที่ผกผันของโครงสร้างกิมเบล จากนั้นได้ใช้หลักการของลากรองจ์ ในการหาแบบจำลองคณิตศาสตร์ของโครงสร้างกิมเบลโดยและเมื่อได้สมการคณิตศาสตร์มาก็ได้นำมาใช้ในการจำลองการควบคุมและใช้ในการออกแบบระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของโครงสร้าง ในการออกแบบระบบควบคุมนี้ได้ทำการออกแบบระบบควบคุม 3 แบบคือ ระบบควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control ระบบควบคุมแบบ Robust Inverse Dynamics Control และระบบควบคุมแบบ Adaptive Control ซึ่งผลการทดลองควบคุมโครงสร้างแบบกิมเบลนี้ได้ค่าความผิดพลาดในขณะที่ทดลองกรณีที่ไม่มีเคลื่อนที่ของส่วนฐานและให้โครงสร้างกิมเบลนั้นเคลื่อนที่ไป 1 เมตร ในแต่ละแนวแกน ความเร็วสูงสุดของการเคลื่อนที่เท่ากับ 0.5 เมตร/วินาที และความเร่งสูงสุดของการเคลื่อนที่เท่ากับ 0.8 เมตร/วินาที<sup>2</sup> นั้นไม่เกิน 0.01 เมตร/วินาที ในแนวแกน azimuth และในแนวแกน pitch หลังจากนั้นได้ทำการทดสอบโครงสร้างแบบกิมเบลนี้ให้สามารถรักษาทิศทางของ แนวการมองเห็น (LOS) โดยที่เขย่าให้ส่วนฐานนั้นมีการเคลื่อนไหว ปรากฏว่าระบบควบคุมนั้นสามารถที่จะรักษาแนวการมองเห็น (LOS) ไว้ได้ในขณะที่มีสัญญาณรบกวนอันเนื่องมาจากการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน และได้ทดลองเปลี่ยนค่าของแนวการมองเห็นโดยสัญญาณอ้างอิงที่ใช้คือกราฟฟังก์ชันแบบเอส (s-function) และสัญญาณอ้างอิงรูปไซน์ ผลการทดสอบจะเห็นว่าระบบควบคุมสามารถควบคุมการเคลื่อนที่ให้เคลื่อนที่ตามสัญญาณอ้างอิงได้เมื่อมีการรบกวนจากการเคลื่อนที่ของส่วนฐาน

#### 7.2 ข้อเสนอแนะ

ในการทดลองระบบควบคุมของโครงสร้างแบบกิมเบลนี้ได้ทำการจัดเตรียมสภาพแวดล้อมในห้องปฏิบัติการ และได้จำลองการเคลื่อนที่ของอากาศยานแล้วทำการทดสอบระบบควบคุม จึงมีข้อจำกัดต่างๆ และมีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

1. การควบคุมด้วยคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการทดลองนั้นได้ใช้คอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ ซึ่งเหมาะกับการออกแบบระบบควบคุมและทดสอบระบบควบคุมของโครงสร้างกิมเบลในห้องปฏิบัติการ แต่ในการใช้งานจริงนั้นจำเป็นที่จะต้องปรับอุปกรณ์ที่ใช้ควบคุมให้มีขนาดเล็กลง

โดยอาจเปลี่ยนเป็นคอมพิวเตอรืเน็ตบุ๊กหรือใช้ไมโครคอมพิวเตอรืเพื่อที่จะลดขนาดของระบบควบคุมที่ใช้อยู่นี้ จะทำให้การเคลื่อนย้ายไปทดสอบที่ภาคสนามนั้นสะดวกและรวดเร็วยิ่งขึ้น

2. อุปกรณ์ตรวจรู้และรักษาเสถียรภาพที่ใช้นั้นมีข้อจำกัดบางประการคือใช้การสื่อสารแบบ RS-232 ในการส่งชุดข้อมูล ในการทดสอบนี้เราจะรับค่าทุกๆ 100 มิลลิวินาที อาจทำให้ระบบของบัฟเฟอร์นั้นเต็มได้ซึ่งจะทำให้เกิดการแองค์ของคอมพิวเตอรื ดังนั้นจึงมีข้อจำกัดในการรับส่งข้อมูลอยู่บ้างแต่ก็สามารถควบคุมได้ หากมีเทคโนโลยีของอุปกรณ์ตรวจรู้ที่สามารถส่งถ่ายข้อมูลเร็วกว่าปัจจุบันก็จะสามารถทำให้การควบคุมโครงสร้างของกิมเบลนี้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

3. โครงสร้างแบบกิมเบลนี้สามารถหมุนรอบแกนในแนวแกน azimuth ได้ตลอดรอบตัวเองแต่ในเบื้องต้นนี้มีการวางตำแหน่งสายไฟที่ให้อาจสามารถหมุนได้รอบโดยไม่พันกันมากนัก แต่กรณีที่โครงสร้างนี้หมุนรอบตัวเองมากเกินไปกว่าจำนวนรอบที่เหมาะสมจะทำให้สายไฟนี้พันกันมาก จึงควรติดตั้งชุด slip ring เพื่อใช้ในการเชื่อมต่อสายไฟให้อาจสามารถหมุนได้จำนวนรอบที่ไม่จำกัด

4. โครงสร้างที่สร้างมาในเบื้องต้นนี้ยังไม่ได้รับการถ่วงสมดุลที่เหมาะสม ดังนั้นจึงมีมวลที่ไม่สมดุลอยู่บ้างซึ่งจะทำให้เกิดแรงบิดอันเนื่องมาจากมวลที่ไม่สมดุลนี้เกิดขึ้นในขณะที่อากาศยานเคลื่อนที่ด้วยความเร่งหรือความหน่วง จะทำให้ระบบควบคุมนี้ทำงานอยู่ตลอดเวลา ซึ่งอาจทำให้ใช้พลังงานไฟฟ้าอยู่ตลอดเวลา วิธีการแก้ไขคือทำการปรับถ่วงสมดุลให้ดีขึ้นและติดตั้งแม่เหล็กเพื่อใช้แรงของแม่เหล็กดึงดูดให้โครงสร้างนี้อยู่ที่ตำแหน่งสมดุลตลอดเวลา จะเป็นการประหยัดพลังงานไฟฟ้าอีกทั้งเป็นการช่วยให้ลดการทำงานของระบบควบคุมได้บ้าง

## รายการอ้างอิง

- [1] John J. Craig "Introduction to Robotics mechanics and control", Silma,Inc., 1989
- [2] Lorenzo Sciavicco, Bruno Siciliano "Modeling and Control of Robot Manipulators", McGraw-Hill
- [3] Per Skoglar "Modelling and control of IR/EO-gimbal for UAV surveillance applications", Master's thesis, Department of Electrical Engineering, Linköping University,Sweden.
- [4] วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ การควบคุมระบบพลศาสตร์ พิมพ์ครั้งที่ 2 กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548
- [5] Peter J. Kenady "Direct Versus Indirect Line of Sight(LOS) Stabilization",IEEE Transactions on control systems technology 11,1,(January,2003).
- [6] Slotine, J.-J.E.: "Robust Control of Robot Manipulators", Int. J. Robotics Research,4, 2, 1987.



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ภาคผนวก ก

### โครงสร้างของอุปกรณ์การภาพ

โครงสร้างของอุปกรณ์การภาพที่สร้างขึ้นมานี้ จะมีรายละเอียดของโครงสร้างดังต่อไปนี้



รูปที่ ก.1 โครงสร้างอุปกรณ์การภาพ

รูปที่ ก.1 นี้แสดงโครงสร้างอุปกรณ์การภาพที่พัฒนาขึ้นในห้องปฏิบัติการหุ่นยนต์อุตสาหกรรม ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โดยโครงสร้างนี้สามารถควบคุมการหมุนได้ 2 แนวแกนคือ แนว azimuth และแนว pitch โดยใช้มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงเป็นตัวขับเคลื่อนแต่ละแนวแกน



รูปที่ ก.2 โครงสร้างรับแรงกระแทก

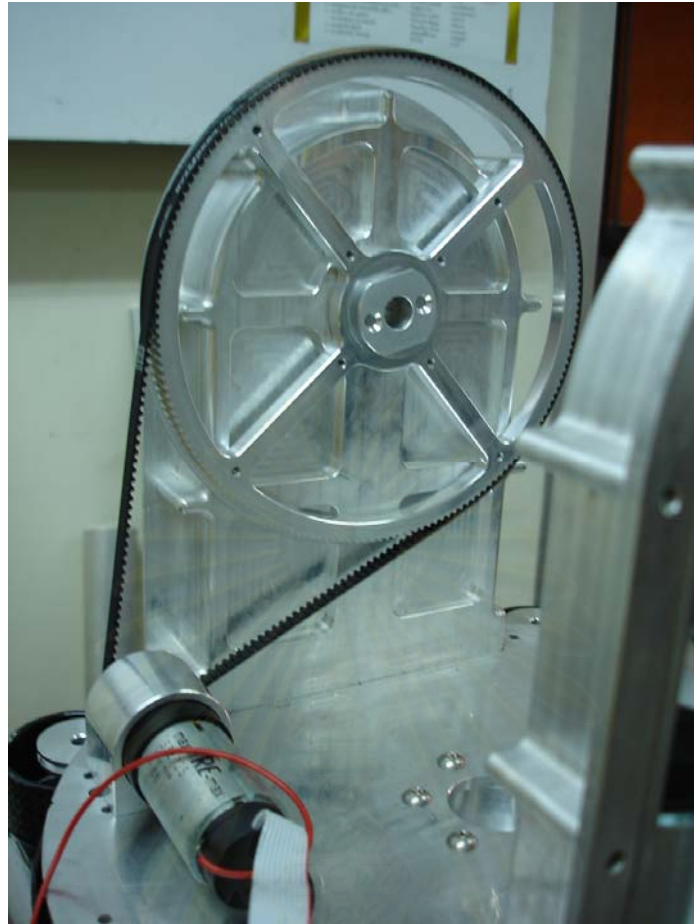
รูปที่ ก.2 นี้แสดงถึงโครงสร้างที่ทำหน้าที่รับการสั่นไหวที่รุนแรงหรือการกระแทก จะทำให้การสั่นไหวที่มารบกวนนี้ลดความแรงลงแล้วปรับให้เหลือการสั่นอยู่ในแนวขึ้น-ลง เพียงอย่างเดียว



รูปที่ ก.3 ชุดเฟืองขับเคลื่อนควบคุมแนวแกน azimuth

รูปที่ ก.3 นี้แสดงส่วนประกอบของโครงสร้างกิมเบลที่เป็นส่วนระบบขับเคลื่อนในแนว azimuth ใช้ระบบเฟืองทดโดยมีสายพานในการส่งถ่ายกำลังและมีอัตราทด 1:8.3





รูปที่ ก.4 ชุดเฟืองขับในแนวแกน pitch

รูปที่ ก.4 นี้แสดงส่วนประกอบของโครงสร้างกิมเบลที่เป็นส่วนระบบขับเคลื่อนในแนว pitch ใช้ระบบเฟืองทดรอบโดยมีสายพานในการส่งถ่ายกำลังและมีอัตราทด 1:8.65

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ผนวก ข

### อุปกรณ์ที่ใช้ในการควบคุม

อุปกรณ์ที่ใช้ในการควบคุมประกอบด้วยอุปกรณ์หลักๆ ดังต่อไปนี้

1. แผงวงจรแปลงสัญญาณแอนะล็อกเป็นดิจิทัล และสัญญาณดิจิทัลเป็นแอนะล็อก รวมทั้งตัวนับ (counter) ยี่ห้อ Sensoray รุ่น 626 จำนวน 1 ชุด



รูปที่ ข.1 แผงวงจรแปลงสัญญาณแอนะล็อกเป็นดิจิทัลและสัญญาณดิจิทัลเป็นแอนะล็อก

2. มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง ยี่ห้อ Maxon รุ่น RE-max 29 กำลัง 22 วัตต์พร้อมเฟืองทด อัตราส่วน 1:21 พร้อม อุปกรณ์วัดมุมความละเอียด 512 พัลส์ต่อรอบ จำนวน 2 ชุด



รูปที่ ข.2 มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง

ค่าคงที่ต่างๆ ของ RE-Max 29 motor

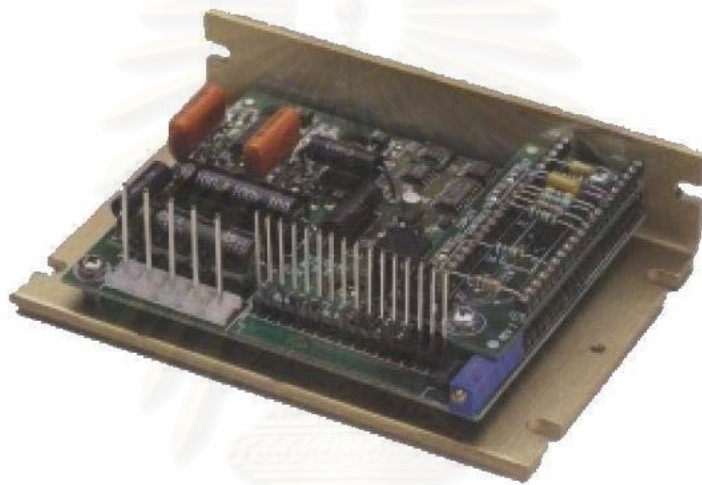
$$J_m = 12.4 \quad \text{g} \cdot \text{cm}^2$$

$$b = 46.5 \quad \text{mN} \cdot \text{m} / \text{A}$$

$$L = 0.77 \quad \text{mH}$$

$$R = 8.06 \quad \text{ohm}$$

3. ชุดขยายกระแสไฟฟ้าขับเคลื่อนมอเตอร์กระแสตรง (DC Servo Motor Amplifier) ยี่ห้อ Copley รุ่น 4122P สามารถจ่ายกระแสไฟฟ้าต่อเนื่องได้สูงสุด 10 แอมแปร์ จำนวน 2 ชุด



รูปที่ ข.3 ชุดขยายกระแสไฟฟ้าขับเคลื่อนมอเตอร์กระแสตรง

$$K_1 = 46.5 \times 10^{-3} \quad \text{N} \cdot \text{m} / \text{A}$$

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4. อุปกรณ์เสถียรภาพ เป็นอุปกรณ์ที่ใช้วัดอัตราเร่งเชิงมุมของส่วนที่อุปกรณ์ชนิดไปติดตั้งอยู่ทำหน้าที่วัดอัตราเร็วเชิงมุมและมุมที่อุปกรณ์ที่ไปติดตั้งว่าทำมุมเท่าใดเมื่อเทียบกับแกนอ้างอิงโลก ใช้ยี่ห้อ MicroStrain รุ่น 3DM-GX1



รูปที่ ข.4 อุปกรณ์เสถียรภาพ

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ผนวก ค

### การคำนวณหาแบบจำลองคณิตศาสตร์ของโครงสร้างกิมเบล

จากสมการ

$$\begin{aligned} D(q) &= \sum_{i=1}^n \left[ m_i J_{v_i}(q)^T J_{v_i}(q) + J_{\omega_i}(q)^T R_i(q) I_i R_i(q)^T J_{\omega_i}(q) \right] \\ &= \sum_{i=1}^n J_{\omega_i}(q)^T R_i(q) I_i R_i(q)^T J_{\omega_i}(q) \end{aligned}$$

เมื่อ  $i = 1$  ได้  $D_1(q)$

$$D_1(q) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & -s\theta_1 \\ s\theta_1 & 0 & c\theta_1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{111} & 0 & 0 \\ 0 & I_{122} & 0 \\ 0 & 0 & I_{133} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_1 & s\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -s\theta_1 & c\theta_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_1(q) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{111} & 0 & 0 \\ 0 & I_{122} & 0 \\ 0 & 0 & I_{133} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_1(q) = \begin{bmatrix} I_{122} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

เมื่อ  $i = 2$  ได้  $D_2(q)$

$$D_2(q) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -s\theta_1 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_2 & 0 & s\theta_2 \\ s\theta_2 & 0 & -c\theta_2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{2,11} & 0 & 0 \\ 0 & I_{2,22} & 0 \\ 0 & 0 & I_{2,33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_2 & s\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ s\theta_2 & -c\theta_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_2(q) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_1 c\theta_2 + c\theta_1 s\theta_2 & 0 & -s\theta_1 s\theta_2 - c\theta_1 c\theta_2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{2,11} & 0 & 0 \\ 0 & I_{2,22} & 0 \\ 0 & 0 & I_{2,33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -s\theta_1 c\theta_2 + c\theta_1 s\theta_2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -s\theta_1 s\theta_2 - c\theta_1 c\theta_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_2(q) = \begin{bmatrix} I_{2,11} s^2 \theta_2 + I_{2,33} c^2 \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & I_{2,22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

และคำนวณหา  $D(q)$  จาก

$$D(q) = D_1(q) + D_2(q)$$

จะได้  $D(q)$

$$D(q) = \begin{bmatrix} I_{1,22} + I_{2,11} \sin^2 \theta_2 + I_{2,33} \cos^2 \theta_2 & 0 \\ 0 & I_{2,22} \end{bmatrix}$$

และสามารถคำนวณหา  $C(q, \dot{q})$  ได้เท่ากับ

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \omega_2 (I_{2,11} - I_{2,33}) \sin(2\theta_2) & \frac{1}{2} \omega_1 (I_{2,11} - I_{2,33}) \sin(2\theta_2) \\ -\frac{1}{2} \omega_1 (I_{2,11} - I_{2,33}) \sin(2\theta_2) & 0 \end{bmatrix}$$

คำนวณค่า  $N(q, \dot{q}) = \dot{D}(q) - 2C(q, \dot{q})$  จะได้

$$N(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_1(I_{2_{11}} - I_{2_{33}}) \sin 2\theta_2 \\ \omega_1(I_{2_{11}} - I_{2_{33}}) \sin 2\theta_2 & 0 \end{bmatrix}$$

ซึ่งเป็น skew-symmetry matrix



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

เรืออากาศเอก ประสาทพร วงษ์คำข้าง เกิดเมื่อวันที่ 16 พฤษภาคม 2516 ภูมิลำเนาอยู่ที่จังหวัดมหาสารคาม สำเร็จการศึกษาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากโรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ สถาบันราชภัฏพระนคร สำเร็จการศึกษาจากโรงเรียนเตรียมทหาร เป็นนักเรียนเตรียมทหารรุ่นที่ 33 หลังจากนั้นได้เข้ารับการศึกษาต่อในโรงเรียนนายเรืออากาศ เป็นนักเรียนนายเรืออากาศรุ่นที่ 40 และได้สำเร็จปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกลในปีการศึกษา 2539 และสำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2544 และได้เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปี 2545



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย