บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์

ในอดีตที่ผ่านมาการออกแบบทางอุตสาหกรรมและวิศวกรรมหลาย ๆสาขา ยกตัวอย่าง เช่น การออกแบบตัวถังรถยนต์ที่มีแรงต้านทานอากาศต่ำ การออกแบบปีกเครื่องบินที่เหมาะสม การวิเคราะห์การหมุนเวียนของอากาศภายในอาคาร และการออกแบบอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน จำเป็นต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับพลศาสตร์ของของไหล (Fluid dynamics) มาช่วยทำนายลักษณะของการไหล แต่เนื่องจากสมการเชิงอนุพันธ์ที่สอดคล้องกับปัญหาที่ยกตัวอย่างมาข้างต้น ซึ่งได้แก่ สมการของการอนุรักษ์มวล สมการของการอนุรักษ์โมเมนตัม และสมการของการอนุรักษ์พลังงาน มีความสัมพันธ์กันและก่อให้เกิดระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่มีรูปแบบซับซ้อนจนยากที่จะหาผลลัพธ์แม่นตรง (Exact solution) ออกมาได้ ดังนั้นการออกแบบส่วนใหญ่จึงต้องอาศัยผลที่ได้จากการทดลองเป็นหลัก ซึ่งทำให้เสียเวลาและค่าใช้จ่ายเป็นอย่างมาก

แต่ความยากลำบากดังกล่าว ก็มีส่วนช่วยผลักดันให้มีการคิดค้นหาระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical method) ขึ้นมาเพื่อประมาณค่าของผลลัพธ์ วิธีการหนึ่งที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวางในช่วงที่ผ่านมาก็คือ ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite difference method) ซึ่งเป็นระเบียบวิธีที่ง่ายแก่การศึกษาและทำความเข้าใจ รวมไปถึงสามารถนำไปเขียนเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการคำนวณหาผลลัพธ์ได้สะดวก แต่ระเบียบวิธีดังกล่าวก็ยังมีข้อเสียคือ กำหนดเงื่อนไขขอบเขต (Boundary condition) ได้ไม่สะดวกนัก และที่สำคัญที่สุดคือ นำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีรูปร่างซับซ้อนได้ลำบากมาก สาเหตุดังกล่าวมีส่วนก่อให้เกิดระเบียบวิธีในการคำนวณหาผลลัพธ์โดยประมาณวิธีใหม่ขึ้นมาที่เรียกว่า ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite element method) [1]

ในช่วงแรกของการพัฒนาระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ปัญหาทางด้านวิศวกรรมส่วนใหญ่จะเป็นปัญหาเกี่ยวกับการวิเคราะห์โครงสร้าง (Structural analysis) ซึ่งใช้วิธีการแปรผัน (Variational method) ในการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite element equations) โดยอาศัยหลักการของค่าต่ำสุดของพลังงานศักย์รวม (Principle of minimum total potential energy) แต่สำหรับปัญหาในทางวิศวกรรมทั่ว ๆไป มักจะหาฟังก์ชันแปรผัน (Variational function) ไม่ได้ วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (Method of weighted residuals) จึงถูกพัฒนา

ขึ้นมา วิธีการดังกล่าวสามารถสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์จากสมการเชิงอนุพันธ์ที่สอดคล้องกับปัญหาต่าง ๆได้โดยตรง จึงทำให้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นที่นิยมใช้กันมากขึ้น

หลังจากนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาทางด้านโครงสร้างที่มีความซับซ้อนได้อย่างมีประสิทธิภาพ [2,3] ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จึงถูกนำไปใช้กับปัญหาด้านอื่น ๆอีก ยกตัวอย่างเช่น ปัญหาการถ่ายเทความร้อน [4] ปัญหาแม่เหล็กไฟฟ้า [5] ปัญหากลศาสตร์ชีวภาพ (Biomechanics) [6] ฯลฯ ซึ่งประสบความสำเร็จเป็นอย่างมาก ต่อมาจึงเริ่มถูกประยุกต์ใช้กับปัญหาพลศาสตร์ของไหล เพื่อช่วยทำให้การแก้ปัญหาของการไหลผ่านวัตถุที่มีรูปร่างซับซ้อนสามารถกระทำได้สะดวกยิ่งขึ้น อย่างไรก็ตามการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อแก้ปัญหาพลศาสตร์ของไหลยังเป็นสิ่งที่ค่อนข้างใหม่ และยังอยู่ในระดับของการวิจัยและพัฒนาเท่านั้น ทั้งนี้เนื่องจากสมการเชิงอนุพันธ์ที่สอดคล้องกับปัญหาดังกล่าว ประกอบด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยหลายสมการ ซึ่งมีความสัมพันธ์กันและก่อให้เกิดระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยแบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear) ทำให้การหาผลลัพธ์เชิงตัวเลข (Numerical solution) ที่มีความแม่นยำสูง ๆ จำเป็นต้องใช้หน่วยความจำของคอมพิวเตอร์เป็นจำนวนมาก และใช้เวลาในการคำนวณหาผลลัพธ์ค่อนข้างนาน วิธีการที่ใช้แก้ปัญหานี้คือ การใช้เทคนิคการปรับขนาด (Adaptive remeshing technique) [7,8] ซึ่งจะปรับขนาดของเอลิเมนต์ในบริเวณที่ผลลัพธ์มีการเปลี่ยนแปลงสูง ๆให้มีขนาดเล็กลง เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำมากยิ่งขึ้น ในขณะเดียวกันก็จะปรับขนาดของเอลิเมนต์ในบริเวณอื่น ๆให้มีขนาดใหญ่ขึ้น เพื่อลดเวลาที่ใช้ในการคำนวณลง

ดังนั้นเพื่อเป็นการวางรากฐานของการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการแก้ปัญหาพลศาสตร์ของไหลโดยใช้เทคนิคการปรับขนาด วิทยานิพนธ์นี้จึงนำเสนอการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อแก้ปัญหาการไหลแบบไม่อัดตัวชนิดหนืดที่สภาวะอยู่ตัว (Steady-state viscous incompressible flow) ซึ่งประกอบไปด้วย การศึกษาระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่ใช้อธิบายการไหลในลักษณะดังกล่าว การประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยวิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างอย่างเป็นขั้นเป็นตอนโดยละเอียด การประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอดคล้องกับสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ถูกประดิษฐ์ขึ้น การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ รวมทั้งการแสดงประสิทธิภาพของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการแก้ปัญหาการไหลหลายปัญหาโดยที่แต่ละปัญหามีเงื่อนไขขอบเขตหลายรูปแบบ

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

1.2.1 เพื่อประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ สำหรับการแก้ปัญหาการไหลแบบไม่อัดตัวชนิดหนืดที่สภาวะอยู่ตัว

1.2.2 เพื่อประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอดคล้องกับสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ถูกประดิษฐ์ขึ้น และโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้สามารถทำการคำนวณบนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลได้

1.2.3 เพื่อนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ถูกประดิษฐ์ขึ้นไปใช้แก้ปัญหาการไหลที่ซับซ้อนยิ่งขึ้น ซึ่งจะเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาในทางปฏิบัติต่อไป

1.3 วิธีดำเนินงานและขอบเขตของวิทยานิพนธ์

1.3.1 ศึกษาระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยของการไหลแบบราบเรียบ (Laminar flow) ในสองมิติอย่างละเอียด ทั้งนี้เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายทางกายภาพของระบบสมการอย่างชัดเจน ก่อนทำการประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ในขั้นต่อไป

1.3.2 ประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ สำหรับปัญหาการไหลแบบไม่อัดตัวชนิดหนืดที่สภาวะอยู่ตัว โดยใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง การประดิษฐ์สมการดังกล่าวจะกระทำอย่างเป็นขั้นเป็นตอนและมีรายละเอียดครบถ้วน

1.3.3 ประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอดคล้องกับสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ที่ถูกประดิษฐ์ขึ้นมาในหัวข้อ 1.3.2 ด้วยภาษาฟอร์แทรน (FORTRAN) โดยที่โปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้สามารถทำการคำนวณบนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลได้

1.3.4 ทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้น โดยนำไปแก้ปัญหาพื้นฐานที่ทราบผลลัพธ์แม่นตรง หรือมีผลการทดลอง หรือมีผลลัพธ์จากการคำนวณด้วยระเบียบวิธีอื่น ๆ เพื่อให้เกิดความมั่นใจก่อนที่จะนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไปใช้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนต่อไป

1.3.5 แสดงประสิทธิภาพของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้น โดยนำไปแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนที่มีสามารถหาผลลัพธ์แม่นตรง และไม่มีผลจากการทดลองหรือผลลัพธ์จากการคำนวณด้วยระเบียบวิธีอื่น ๆมาอ้างอิง ซึ่งจะเป็นการเพิ่มพูนความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับปรากฏการณ์การไหลให้มากยิ่งขึ้น รวมทั้งยังนำไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาการออกแบบได้อีกด้วย

1.3.6 สรุปผลทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากวิทยานิพนธ์พร้อมทั้งข้อเสนอแนะ เพื่อเป็นแนวทางในการสานต่อสู่งานวิจัยในระดับที่สูงขึ้นไปในอนาคต

1.4 ประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์

1.4.1 ก่อให้เกิดความเข้าใจความหมายทางกายภาพของระบบสมเชิงอนุพันธ์ย่อยของการไหลอย่างชัดเจน ซึ่งจะเป็นการส่งเสริมให้เกิดความรู้ความเข้าใจในการเรียนการสอนวิชาพลศาสตร์ของไหลมากยิ่งขึ้น

1.4.2 โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นนี้ง่ายแก่การทำความเข้าใจ และสามารถทำการคำนวณบนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลได้ ดังนั้นจึงนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ดังกล่าวไปทำนายพฤติกรรมการไหล (Flow behavior) ของของไหลได้สะดวก ทำให้ลดระยะเวลาและค่าใช้จ่ายที่ใช้เพื่อทำการทดลองลง การพัฒนาแนวความคิดใหม่ๆในการออกแบบสามารถกระทำได้รวดเร็วยิ่งขึ้น

1.4.3 กระบวนการประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ในวิทยานิพนธ์นี้ สามารถนำไปใช้เป็นแนวทางการศึกษาและพัฒนาทางวิชาการด้านระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับผู้วิจัยทางด้านปัญหาการไหล และนำไปสานต่อสู่งานวิจัยในระดับที่สูงขึ้นไปในอนาคตได้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย