บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ในการคำนวณหาค่าอัตราการระบายอากาศ หรือปริมาณการไหลของอากาศในอาคารนั้น จะมีปัจจัยต่างๆ ซึ่งมีความสัมพันธ์ต่อกัน หลายอย่างเช่น การเชื่อมต่อของห้องและช่องเปิดต่างๆ, ปริมาณการไหลของอากาศ,อุณหภูมิอากาศ,อัตราการถ่ายเทความร้อน รวมทั้งความดันอากาศที่กรอบอาคารเนื่องจากกระแสลมภายนอกอาคาร เป็นต้น ในการคำนวณนั้นเราต้องเริ่มต้นจากการสร้างเมตริกความสัมพันธ์ของการเชื่อมต่อห้องและช่องเปิด (Incident matrix) , สร้างเมตริกแสดงวงรอบการไหลของอากาศในอาคาร จากนั้นจึงสมมุติค่าอัตราการไหลเชิงมวลของวงรอบการไหล (Loop mass flow rate) แล้วนำมาคำนวณร่วมกับปัจจัยประกอบอื่น มาใช้คำนวณหาค่าต่างๆ เช่น อุณหภูมิ ความดัน และสุดท้ายเราจะได้ค่าความดันตกคร่อมครบวงรอบ (Loop pressure) สำหรับแต่ละวงรอบการไหลที่เราสร้างขึ้นมา ซึ่งหากเราสมมุติอัตราการไหลของวงรอบที่ถูกต้องจะทำให้เราคำนวณความดันตกคร่อมครบวงรอบ (Loop pressure) ได้เท่ากับ 0 จะเห็นได้ว่าในการคำนวณการระบายอากาศนี้ ตัวแปรต้นก็คืออัตราการไหลเชิงมวลของวงรอบ (Loop mass flow rate) และตัวแปรตามคือความดันตกคร่อมครบวงรอบ (Loop pressure) นั่นเอง และเราใช้วิธีการทำซ้ำแบบ Newton-Raphson เพื่อให้ได้คำตอบดังจะอธิบายหลักการคำนวณตามขั้นตอนต่อไป

2.1 <u>การสร้าง Incident matrix และ Loop matrix</u> (หลักการสร้างยึดตามรายการอ้างอิง 1)

Incident matrix คือเมตริกที่แสดงการเชื่อมต่อของห้องและทิศทางการไหลอ้างอิงผ่านช่องเปิด เราจะกำหนดทิศทางให้กับโปรแกรม โดยเมื่อโปรแกรมคำนวณเสร็จ อัตราการไหลของอากาศผ่านช่องเปิดที่คำนวณได้ที่ช่องเปิดใดหากมีค่าเป็นบวกแสดงว่ามีทิศทางการไหลตรงกับทิศทางการไหลอ้างอิงของช่องเปิดที่กำหนดไว้

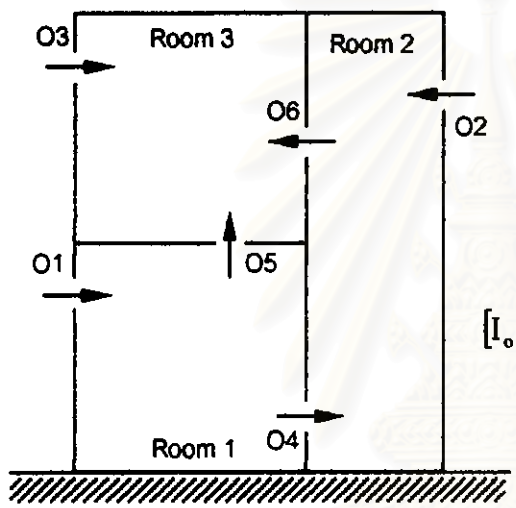
Loop matrix คือเมตริกที่แสดงทิศทางการไหลอ้างอิงของวงรอบการไหลว่าผ่านช่องเปิดใดบ้างโดยเราต้องกำหนดวงรอบที่เหมาะสมจึงจะคำนวณได้ถูกต้อง หลักการกำหนดวงรอบมีดังนี้

1. ช่องเปิดทุกช่องจะต้องมีวงรอบการไหลผ่านซึ่งอาจจะมากกว่า 1 วงรอบได้
2. วงรอบการไหลแต่ละวงจะต้องไม่เป็นเส้นทางเดียวกัน
3. หากวงรอบใดผ่านภายนอกอาคารจะต้องเข้าและออกจากอาคารได้ครั้งเดียวเท่านั้น
4. จำนวนวงรอบทั้งหมดที่เราต้องกำหนดขึ้น จะต้องเหมาะสม คือจะต้องมีจำนวนเท่ากับจำนวนช่องเปิดในอาคารทั้งหมดลบด้วยจำนวนห้องในอาคารทั้งหมด

เมื่อเราสามารถกำหนด วงรอบการไหลได้แล้วเราจะนำไปสร้าง Loop matrix ได้ต่อไป

2.1.1 <u>การสร้างเมตริกแสดงลักษณะการเชื่อมต่อของห้องและทิศการไหลอ้างอิงผ่านช่องเปิดต่างๆ</u> (Incident matrix) $[I]$

เราสร้าง Incident matrix ขึ้นเพื่อบอกการเชื่อมต่อของห้องภายในอาคารและทิศทางการไหลอ้างอิงผ่านทางช่องเปิดต่างๆ เพื่อนำไปใช้ในการคำนวณต่อไป วิธีการสร้างนั้นเราต้องกำหนดหมายเลขห้องและช่องเปิดที่มีอยู่ในอาคารทั้งหมดจากนั้น จึงกำหนดทิศทางการไหลของอากาศผ่านช่องเปิดในอาคารทั้งหมด เพื่อเป็นทิศทางอ้างอิงในการคำนวณ ต่อไป โดยแสดงจากอาคารตัวอย่าง ขนาด 3 ห้อง ดังนี้



<u>รูปที่ 5.</u> แสดงลักษณะการเชื่อมต่ออาคารและทิศทางการไหลอ้างอิงผ่านช่องเปิดเพื่อใช้สร้าง Incident matrix

$$[I_o]_{3,6} = \begin{array}{c} \\ r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} O_1 & O_2 & O_3 & O_4 & O_5 & O_6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & +1 & +1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & +1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \end{array}$$

ข้อกำหนดการสร้าง ดังนี้

1. หากกำหนดอากาศไหลเข้าห้องที่ช่องเปิดใด ให้ ค่า I ที่ช่องเปิดและห้องนั้น = -1
2. หากกำหนดอากาศไหลออกห้องที่ช่องเปิดใด ให้ ค่า I ที่ช่องเปิดและห้องนั้น = 1
3. หากไม่มีช่องเปิดนั้นที่ห้องนั้น ให้ค่า I ที่ช่องเปิดและห้องนั้น = 0

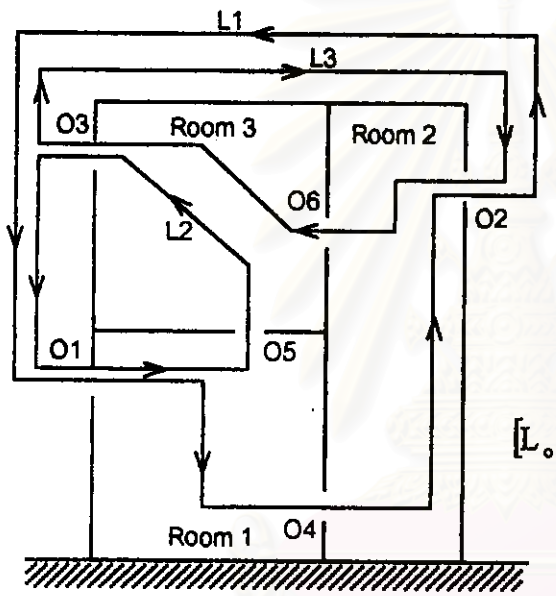
ดังนั้น จากรูปที่ 5 จะเห็นได้ว่า ที่ Room 1 เรากำหนดให้อากาศไหลจากภายนอกเข้าสู่ภายในห้องผ่านทางช่องเปิด 1 (Opening 1) ดังนั้นจะได้ว่า $I_{1,1} = -1$ และอากาศไหลออกจากห้องผ่านทาง ช่องเปิด 4,5 (Opening 4 ,5) ทำให้ $I_{1,4}, I_{1,5} = +1$ ส่วนที่ช่องเปิดอื่น ไม่ได้อยู่ในห้องนี้จึงมีค่า =0 ส่วนในห้องอื่นก็ใส่ค่าด้วยวิธีการเดียวกัน

โดย r_1-r_3 แสดงห้อง 1-3 และ O_1-O_6 แสดงช่องเปิด 1-6

จะเห็นได้ว่า ขนาดของ Incident matrix = M×N โดย M คือจำนวนห้องในอาคารทั้งหมด และ N คือจำนวนช่องเปิดในอาคารทั้งหมด

2.1.2 <u>การสร้างเมตริกแสดงทิศวงรอบการไหลของอากาศผ่านช่องเปิด</u> (Loop matrix) [L]

เราสร้าง Loop matrix ขึ้นเพื่อ เพื่อบอกว่าวงรอบและทิศของวงรอบการไหลของอากาศที่เรากำหนดขึ้นมานั้น ผ่านช่องเปิดใดบ้างและมีทิศทางการไหลผ่านช่องเปิด ตรงกับ ทิศทางที่เรากำหนดใน Incident matrix หรือไม่ โดยเราจะนำวงรอบการไหลนี้ไปใช้ประกอบการกำหนด อัตราการไหลเชิงมวลของวงรอบการไหล (Loop mass flow rate) เพื่อนำไปคำนวณหา ความดันตกคร่อมครบวงรอบ (Loop pressure) ต่อไป โดย วงรอบการไหลจะให้มีจำนวนน้อยที่สุดที่สามารถผ่านช่องเปิดได้ทั้งหมดและ เพียงพอที่จะหาคำตอบได้ คือ L = N – M โดย L คือจำนวน วงรอบการไหล ทั้งหมด



<u>รูปที่ 6.</u> แสดงลักษณะและทิศทางการไหลอ้างอิงของ วงรอบการไหล เพื่อใช้สร้าง Loop matrix

$$[L_o]_{3,6} = \begin{array}{c} \\ L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} O_1 & O_2 & O_3 & O_4 & O_5 & O_6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} +1 & -1 & 0 & +1 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & -1 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix} \end{array}$$

ข้อกำหนดการสร้าง ดังนี้

1. กำหนด วงรอบ (Loop) รวมทั้งทิศการไหลและหมายเลขของวงรอบทั้งหมด โดยรวมแล้วต้องให้ วงรอบ (Loop) ผ่านช่องเปิดทุกช่อง
2. ที่ช่องเปิดใดๆ หาก ทิศทางของ วงรอบ (Loop) ที่ผ่านช่องเปิดนั้นตรงกับทิศทางการไหลอ้างอิงของช่องเปิดนั้นที่กำหนดใน Incident matrix แล้ว ให้ค่า L ที่ วงรอบ (Loop) และ ช่องเปิดนั้นมีค่า = +1
3. ที่ช่องเปิดใดๆ หาก ทิศทางของวงรอบ (Loop) ที่ผ่านช่องเปิดนั้นตรงข้ามกับทิศทางการไหลอ้างอิงของช่องเปิดนั้นที่กำหนดใน Incident matrix แล้ว ให้ค่า L ที่วงรอบ และ ช่องเปิดนั้นมีค่า = -1
4. หาก วงรอบใดไม่ผ่านช่องเปิดนั้น ให้ค่า L ที่ วงรอบ และ ช่องเปิดนั้นมีค่า = 0

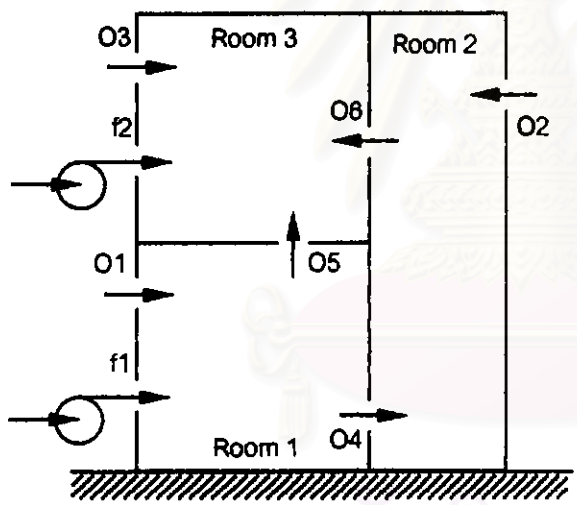
โดย L_1-L_3 แสดงวงรอบการไหล 1-3 และ O_1-O_6 แสดงช่องเปิด 1-6

ดังนั้น จากรูปที่ 6 จะเห็นได้ว่า วงรอบ 1 (Loop 1) ผ่านช่องเปิด 1 และ 4 มีทิศทางตรงกับทิศที่กำหนดใน $[I]$ ดังในรูปที่ 5 จึงได้ว่า $L_{1,1}, L_{1,4} = +1$ และ ที่ช่องเปิด 2 วงรอบ 1 มีทิศทางการไหลตรงข้ามกับที่กำหนดใน $[I]$ จึงได้ว่า $L_{1,2} = -1$ ที่ช่องเปิดอื่นวงรอบ 1 ไม่ผ่านจึงมีค่า = 0

จะเห็นได้ว่า ขนาดของ Loop matrix = LXN โดย L คือจำนวนวงรอบทั้งหมด และ N คือจำนวนช่องเปิดทั้งหมด

2.1.3 <u>การสร้างเมตริกแสดงการเชื่อมต่อของพัดลมเข้ากับอาคาร</u> (Incident matrix of fan) $[I_f]$

เมื่อมีการเพิ่มพัดลมอัดอากาศให้กับอาคารจะทำให้มีช่องเปิดเพิ่มขึ้น ก็คือช่องเปิดของพัดลมนั่นเอง โดยทั่วไปแล้วพัดลมสำคัญ ที่ใช้ในระบบระบายอากาศนั้นจะต่อกับภายนอกอาคาร สำหรับการกำหนดทิศทางการไหลของอากาศที่ช่องเปิดของ พัดลมนั้น สำหรับในการใช้โปรแกรมนี้ ผู้ใช้จะต้องกำหนดให้มีทิศจากภายนอกเข้าสู่อาคาร



<u>รูปที่ 7.</u> แสดงลักษณะการเชื่อมต่ออาคารกับพัดลมและทิศทางการไหลอ้างอิงผ่านช่องเปิด เพื่อใช้สร้าง Fan incident matrix

$$[I_f]_{3,2} = \begin{array}{c} \\ r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} f_1 & f_2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \end{array}$$

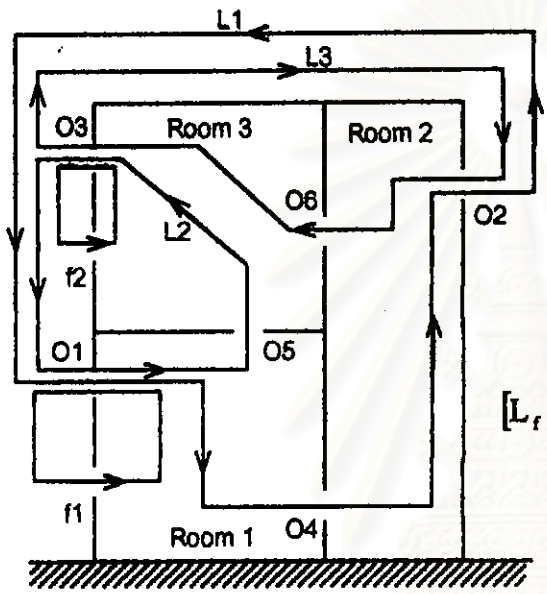
โดย r_1-r_3 แสดงห้อง 1-3 และ f_1-f_2 แสดงช่องเปิดพัดลม 1-2

จากรูปที่ 7 จะเห็นได้ว่ามีพัดลม 2 ตัว ซึ่งเรากำหนดทิศทางเริ่มต้นให้อัดอากาศเข้าอาคาร ดังนั้น ที่ช่องเปิด ของพัดลม 1 อากาศไหลเข้าห้อง 1 ดังนั้น ค่า $I_{f,1,1} = -1$ โดยหลักการคิดเหมือนกับการใส่ค่า Incident matrix ในหัวข้อ 2.1.1

จะเห็นได้ว่าขนาดของ Incident matrix of fan = $M \times I$ โดย M คือจำนวนห้องทั้งหมด และ I คือ จำนวนพัดลมทั้งหมด

2.1.4 <u>การสร้างเมตริกแสดงทิศวงรอบการไหลของพัดลม</u> (Loop matrix of fan) $[L_f]$

เราต้องกำหนดว่า วงรอบการไหลของอากาศ ของวงรอบพัดลม นั้นผ่านช่องเปิดปกติของอาคารช่องใดบ้าง และหลักการใส่ค่าเหมือนกับใน Loop matrix ธรรมดาคือหากทิศทางตรงกับทิศทางที่กำหนดใน Incident matrix ให้ใส่ +1 และหากตรงข้ามให้ใส่ –1 ช่องเปิดใดไม่ผ่านให้ใส่ 0 โดยทิศทางที่กำหนดของ วงรอบการไหลพัดลมนั้นให้เราคิดในทิศที่พัดลมอัดอากาศเข้าอาคารดังรูปที่ 8 ซึ่งเราอาจกำหนดวงรอบการไหลของพัดลมแบบอื่นได้ตามวิธีการกำหนดวงรอบข้างต้น



<u>รูปที่ 8</u> แสดงลักษณะและทิศทางการไหลอ้างอิงของ วงรอบการไหลของพัดลม เพื่อใช้สร้าง Fan loop matrix

$$[L_f]_{2,6} = \begin{matrix} \\ Lf_1 \\ Lf_2 \end{matrix} \begin{matrix} \begin{matrix} O_1 & O_2 & O_3 & O_4 & O_5 & O_6 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

โดย Lf_1-Lf_2 แสดงวงรอบการไหลพัดลม 1-2 และ O_1-O_6 แสดงช่องเปิด1-6

จากรูปที่ 8 จะเห็นได้ว่า วงรอบพัดลม 2 (Loop fan 2) ผ่านช่องเปิด 3 ในทิศทางตรงข้ามกับทิศที่กำหนดใน Incident matrix ดังนั้น $L_{f,2,3} = -1$

จะเห็นได้ว่า ขนาดของ Loop matrix of fan = $I \times N$ โดย I คือจำนวนพัดลมทั้งหมด และ N คือจำนวนช่องเปิดทั้งหมด

2.2 <u>สมการสมดุลการไหล (Mass flow rate balance equation)</u>

เมื่อมีอากาศไหลเข้าห้องใด แล้วจะต้องมีอากาศไหลออกมาจากห้องนั้นด้วยเสมอโดยที่ผลรวมของอัตราการไหลของปริมาณมวลอากาศเข้าห้องและออกจากห้องจะมีค่า เท่ากันที่สภาวะสมดุล อัตราการไหลต่างๆที่ใช้ในการคำนวณ มีดังนี้

1. อัตราการไหลอากาศผ่านช่องเปิด (G) จะประกอบด้วยอัตราการไหลของช่องเปิดทั่วไปและช่องเปิดของพัดลม

2. อัตราการไหลของวงรอบการไหล ($\tilde{G}$) จะประกอบด้วยอัตราการไหลวงรอบทั่วไปและวงรอบพัดลม

โดย อัตราการไหลต่างๆแสดงได้ดังนี้ (จากรายการอ้างอิง 1)

$$\{G\}_{N+1} = \left\{\frac{G_o}{G_f}\right\} \quad , \quad \{\tilde{G}\}_{L+1} = \left\{\frac{\tilde{G}_o}{\tilde{G}_f}\right\} \quad , \quad \{\tilde{G}_f\}_1 = \{G_f\}_1 \qquad \text{---- Eq. 1}$$

โดย G_o คืออัตราการไหลอากาศเชิงมวลผ่านช่องเปิด (Mass flow rate of opening)

G_f คืออัตราการไหลอากาศเชิงมวลผ่านพัดลม (Mass flow rate of fan)

$\tilde{G}_o$ คืออัตราการไหลเชิงมวลของวงรอบการไหล (Loop mass flow rate)

$\tilde{G}_f$ คือ Loop mass flow rate of fan = Mass flow rate of fan

G_o จะมีทิศทางเทียบกับทิศทางที่กำหนดใน Incident matrix คือ ถ้า $G_o>0$ แสดงว่าอากาศไหลผ่านช่องเปิดนั้นโดยมีทิศทางตรงกับ $[I]$ ส่วนถ้า $G_o<0$ แสดงว่ามีทิศทางการไหลตรงข้ามกับ $[I]$ เช่นเดียวกัน G_f ก็เปรียบเทียบกับทิศที่กำหนดใน $[I_f]$ ด้วย

$\tilde{G}_o$ จะมีทิศทางเทียบกับทิศทางที่กำหนดใน Loop matrix คือ ถ้า $\tilde{G}_o>0$ แสดงว่ามีทิศทางการไหลของอากาศตรงกับทิศที่เรากำหนดใน $[L]$ แต่หาก $\tilde{G}_o<0$ ก็จะมีทิศทางการไหลอากาศตรงข้ามกับ $[L]$ ส่วน $\tilde{G}_f$ ก็คิดแบบเดียวกัน และมีค่าเท่ากับ G_f

เมื่อพิจารณาสมการสมดุลการไหลจะพบว่า แต่ละห้องเมื่อนำปริมาณอากาศไหลออกจากห้องทั้งหมดลบปริมาณอากาศที่ไหลเข้าห้องทั้งหมด จะต้องได้ =0 จากตัวอย่างในรูปที่ 2.3 เราจะสามารถเขียนสมการสมดุลการไหล ในรูปของ $[I]$และ $\{G\}$ได้ดังนี้

$$\left[\begin{array}{cccccc|cc} -1 & 0 & 0 & +1 & +1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \end{array}\right] \left\{\begin{array}{c} G_1 \\ \vdots \\ G_6 \\ \hline G_{f1} \\ G_{f2} \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{array}$$

หรือเขียนได้ว่า $[I]_{M,N+1}\{G\}_{N+1} = \{0\}_M$

$$[I_o \mid I_f]\left\{\frac{G_o}{G_f}\right\} = \{0\}$$

$$\therefore \quad [I_o]_{M,N}\{G_o\}_N + [I_f]_{M,1}\{G_f\}_1 = \{0\}_M \qquad \text{---- Eq. 2}$$

จากอาคารตัวอย่างจะเห็นได้ว่า ห้อง 1 จะต่อกับช่องเปิดจำนวน 3 ช่อง คือ 1,4,5 และช่องพัดลมตัวที่1 อีก 1 ช่อง เมื่อดูที่ช่องเปิด 1 ทิศที่กำหนดไว้ใน Incident matrix คือไหลเข้าห้อง ดังนั้น หาก G_1 มีค่ามากกว่า 0 แสดงว่าอากาศไหลเข้าห้อง เมื่อคิดในสมการสมดุลย์การไหลแล้วอากาศไหลเข้าจะให้มีค่า เป็นลบ ดังนั้น เมื่อ $G_1 \times I_{o1,1}$ จึงมีค่าเป็นลบ และเมื่อรวมกันทุกช่องเปิดของห้องที่ 1 แล้วผลรวมก็จะเท่ากับ 0 นั่นเอง

2.3 <u>ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการไหลเชิงมวลผ่านช่องเปิด (Opening mass flow rate) และอัตราการไหลเชิงมวลของวงรอบการไหล (Loop mass flow rate)</u>

อัตราการไหลอากาศผ่านช่องเปิด (Opening mass flow rate) ใดๆ นั้นสามารถหาได้จากผลรวมของปริมาณอากาศของอัตราการไหลของวงรอบการไหล (Loop mass flow rate) ทั้งหมดที่ผ่านช่องเปิดนั้น ซึ่งเราพบว่าการหาค่าอัตราการไหลอากาศผ่านช่องเปิด (Opening mass flow rate) จะมีความสัมพันธ์กับ Loop matrix ด้วย ดังนี้

จากอาคารตัวอย่างรูปที่ 8 เราสามารถเขียนความสัมพันธ์แบบ เมตริกได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \\ G_5 \\ G_6 \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|cc} +1 & +1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 & 0 \end{array}\right] \left\{\begin{array}{c} \tilde{G}_1 \\ \tilde{G}_2 \\ \tilde{G}_3 \\ \hline \tilde{G}_{f1} \\ \tilde{G}_{f2} \end{array}\right\} \quad \text{และ} \quad \begin{Bmatrix} G_{f1} \\ G_{f2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{G}_{f1} \\ \tilde{G}_{f2} \end{Bmatrix}$$

หรือ

$$\{G_o\}_N = \left[L_o^T \mid L_f^T\right]_{N,L+I} \left\{\begin{array}{c} \tilde{G}_o \\ \hline \tilde{G}_f \end{array}\right\}_{L+I}$$

$$\therefore \quad \{G_o\}_N = [L_o]^T_{N,L} \{\tilde{G}_o\}_L + [L_f]^T_{N,I} \{\tilde{G}_f\}_I$$

และ $$\{G_f\}_I = \{\tilde{G}_f\}_I \qquad \text{---- Eq. 3}$$

2.4 <u>สมการสมดุลความดันตกคร่อมครบวงรอบ (Loop pressure balance equation)</u>

การคำนวณความดันตกคร่อมจุดต่อในระบบอาคารนั้น ประกอบด้วยตัวแปร หลายอย่าง โดยในสมการสมดุลความดันนี้บอกว่า ผลรวมของความดันตกคร่อมครบรอบ Loop ใดๆ ย่อม เท่ากับ 0 เสมอ และความดันตกคร่อมย่อยต่างๆ มีดังนี้

2.4.1 <u>ความดันตกคร่อมช่องเปิด</u> (Pressure drop at opening) (P_o) (ได้จากรายการอ้างอิง 1,3)

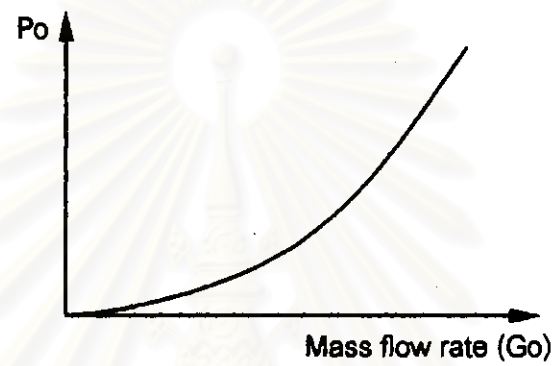
เมื่อมีอากาศไหลผ่านช่องเปิดใดๆ ความดันอากาศบริเวณหลังผ่านช่องเปิดจะน้อยกว่าความดันอากาศก่อนเข้าช่องเปิด โดยความดันตกคร่อมช่องเปิดนี้หาได้จากความดันของอากาศก่อนเข้าช่องเปิดลบด้วยความดันอากาศหลังออกจากช่องเปิด หรือหาได้จากสมการการไหลของอากาศผ่านช่องเปิดซึ่งความดันตกคร่อมจะ มีความสัมพันธ์กับ ความหนาแน่นอากาศผ่านช่องเปิด (Air density at opening), อัตราการไหลเชิงมวลผ่านช่องเปิด (Mass flow rate at opening) และพื้นที่การไหลผ่านช่องเปิด (Effective opening area)ดังสมการต่อไปนี้

$$P_o = \Delta P = \frac{1}{2\rho}\left(\frac{1}{\alpha^2 A^2}\right)G_o^2 \qquad \text{---- Eq. 4}$$

โดย G_o = Mass flow rate at opening , $P_o, \Delta P$ = Pressure drop at opening

ρ = Air density at opening , $\alpha.A$ = Effective opening area

หากเรากำหนดให้ ความหนาแน่นอากาศผ่านช่องเปิด และ ขนาดพื้นที่การไหลของช่องเปิดมีค่าคงที่ จะพบว่าความดันตกคร่อมช่องเปิดจะมีความสัมพันธ์กับอัตราการไหลของอากาศผ่านช่องเปิดนั้น หากเขียนแผนภาพความสัมพันธ์จะได้ดังรูปที่ 9



รูปที่ 9. ความสัมพันธ์ระหว่างความดันตกคร่อมช่องเปิดกับอัตราการไหลผ่านช่องเปิด

จากรูปที่ 9 เราจะเห็นได้ว่า กราฟของการไหลอากาศผ่านช่องเปิดนี้จะมีลักษณะคล้ายกับ System Curve ในระบบท่อน้ำ และท่อลม ซึ่งเราอาจจะเรียกว่าเป็น System Curve ของช่องเปิดนั้นๆได้

2.4.2 ความดันแตกต่างระหว่างช่องเปิดเนื่องจากแรงลอยตัวของอากาศภายในห้อง

ความดันภายในห้องจะขึ้นกับระดับความสูง และความหนาแน่นของอากาศภายในห้องนั้น ดังนั้น จากอาคารตัวอย่างจะเห็นว่า ที่ห้อง 2 ความดันแตกต่างจากช่องเปิด 4 ถึงช่องเปิด 2 จะหาได้ดังนี้

$$P_{4-2} = \hat{\rho}_2 g(h_2 - h_4) \qquad \text{---- Eq. 5}$$

โดย P_{4-2} = ความดันภายในห้องบริเวณช่องเปิด 4 – ความดันภายในห้องบริเวณช่องเปิด 2

h_2, h_4 = ความสูงของช่องเปิด 2 และ 4

g = ความเร่งโน้มถ่วงของโลก

$\hat{\rho}_2$ = ความหนาแน่นอากาศภายในห้อง 2

2.4.3 ความดันแตกต่างระหว่างช่องเปิดที่ติดต่อกับภายนอกอาคาร

ในการคำนวณความดันครบวงรอบการไหล ที่กำหนดนั้น หาก วงรอบใดผ่านช่องเปิดภายนอกอาคาร เราจะต้องคิดความดันแตกต่างภายนอกอาคารบริเวณช่องเปิดทั้ง 2 ที่ต่อกับภายนอกอาคารนั้นด้วย เพื่อจะให้ครบวงรอบ ซึ่งความแตกต่างของความดันนี้จะขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่าง เช่น ความสูงของช่องเปิด ,ความหนาแน่นอากาศภายนอก ,รูปทรงอาคาร รวมทั้ง ลักษณะและความเร็วของลมภายนอกที่มาปะทะอาคารด้วย

โดยความดันแตกต่างนี้จะประกอบด้วย 2 แบบ คือ ความดันแตกต่างเนื่องจากแรงลอยตัว และความดันแตกต่างเนื่องจากลมภายนอกอาคาร

1. <u>ความดันแตกต่างเนื่องจากแรงลอยตัวนอกอาคาร</u> จะขึ้นกับความสูงของช่องเปิดและความหนาแน่นอากาศภายนอกอาคาร จากรูปที่ 8 จะเห็นได้ว่า วงรอบ 1 นั้นทิศที่เรากำหนดไว้คือ อากาศออกจากอาคารที่ช่องเปิด 2 และ เข้าอาคารที่ช่องเปิด 1 ดังนั้น การหาความดันแตกต่างจากช่องเปิด 2 ถึงช่องเปิด 1 เนื่องจากแรงลอยตัว คือ

$$P_{2-1(\text{outside})} = \hat{\rho}_0 g(h_1 - h_2) \qquad \text{---- Eq. 6}$$

โดย $P_{2-1(\text{outside})}$ = ความดันแรงลอยตัวแตกต่างจากช่องเปิด 2 ถึงช่องเปิด 1 ภายนอกอาคาร

$\hat{\rho}_0$ = ความหนาแน่นอากาศภายนอกอาคาร (ห้อง 0)

2. <u>ความดันแตกต่างเนื่องจากผลของลมภายนอกอาคาร</u> จะคำนวณจากความดันแตกต่างระหว่างช่องเปิดภายนอกอาคารเนื่องจากลม ของ วงรอบการไหลนั้น เช่น จากรูปที่ 8 วงรอบการไหล 1 จะมีความดันแตกต่างเนื่องจากลม จากช่องเปิด 2 ถึงช่องเปิด 1 คือ

$$P_{w2-1} = P_{w2} - P_{w1} = P_{wout1} - P_{win1} \qquad \text{---- Eq. 7}$$

โดย P_{w2-1} = ความดันลมแตกต่างจากช่องเปิด 2 ถึงช่องเปิด 1

P_{w1}, P_{w2} = ความดันลมที่ช่องเปิด 1 และ 2 ตามลำดับ

P_{wout1}, P_{win1} = ความดันลมออกจากอาคารและเข้าอาคาร ตามทิศของวงรอบ (Loop) 1

จะเห็นได้ว่า ค่า P_{wout1}, P_{win1} นั้นก็คือค่า P_{w1}, P_{w2} นั่นเอง ส่วนการหาค่าความดันเนื่องจากลมภายนอกอาคารนั้นจะอธิบายในหัวข้อ 2.5

จากข้อ 2.4.1-2.4.3 เราสามารถเขียนความดันตกคร่อมครบวงรอบ (Loop pressure) ของแต่ละ วงรอบ (Loop) ที่เรากำหนดไว้สำหรับอาคารในรูปที่ 2.4 ได้ดังต่อไปนี้

$$P_1 - P_2 + P_4 + h_1(\hat{\rho}_0 - \hat{\rho}_1)g + h_2(\hat{\rho}_2 - \hat{\rho}_0)g + h_4(\hat{\rho}_1 - \hat{\rho}_2)g - P_{win1} + P_{wout1} = 0 \quad \text{(L1)}$$

$$P_1 - P_3 + P_5 + h_1(\hat{\rho}_0 - \hat{\rho}_1)g + h_3(\hat{\rho}_3 - \hat{\rho}_0)g + h_5(\hat{\rho}_1 - \hat{\rho}_3)g - P_{win2} + P_{wout2} = 0 \quad \text{(L2)}$$

$$P_2 - P_3 + P_6 + h_2(\hat{\rho}_0 - \hat{\rho}_2)g + h_3(\hat{\rho}_3 - \hat{\rho}_0)g + h_6(\hat{\rho}_2 - \hat{\rho}_3)g - P_{win3} + P_{wout3} = 0 \quad \text{(L3)}$$

$$P_{f1} - P_1 + h_{f1}(\hat{\rho}_0 - \hat{\rho}_1)g + h_1(\hat{\rho}_1 - \hat{\rho}_0)g - P_{wfin1} + P_{wfout1} = 0 \quad \text{(Lf1)}$$

$$P_{f2} - P_3 + h_{f2}(\hat{\rho}_0 - \hat{\rho}_3)g + h_3(\hat{\rho}_3 - \hat{\rho}_0)g - P_{wfin2} + P_{wfout2} = 0 \quad \text{(Lf2)}$$

---- Eq. 8

เราจะสังเกตได้ว่า

$$\begin{Bmatrix}\hat{\rho}_0-\hat{\rho}_1\\ \hat{\rho}_0-\hat{\rho}_2\\ \hat{\rho}_0-\hat{\rho}_3\\ \hat{\rho}_1-\hat{\rho}_2\\ \hat{\rho}_1-\hat{\rho}_3\\ \hat{\rho}_2-\hat{\rho}_3\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}-1&0&0\\0&-1&0\\0&0&-1\\+1&-1&0\\+1&0&-1\\0&+1&-1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\hat{\rho}_1-\hat{\rho}_0\\ \hat{\rho}_2-\hat{\rho}_0\\ \hat{\rho}_3-\hat{\rho}_0\end{Bmatrix}=[I_o]^T_{6,3}(\{\hat{\rho}\}_3-\hat{\rho}_0\{1\}_3)$$

และ

$$\begin{Bmatrix}\hat{\rho}_0-\hat{\rho}_1\\ \hat{\rho}_0-\hat{\rho}_3\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}-1&0&0\\0&0&-1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\hat{\rho}_1-\hat{\rho}_0\\ \hat{\rho}_2-\hat{\rho}_0\\ \hat{\rho}_3-\hat{\rho}_0\end{Bmatrix}=[I_f]^T_{2,3}(\{\hat{\rho}\}_3-\hat{\rho}_0\{1\}_3)$$

— Eq. 9

ดังนั้นเรานำสมการสมดุลความดันตกคร่อมครบวงรอบมาเขียนในแบบเมตริก ได้ดังนี้

1.สำหรับ วงรอบ (Loop) ทั่วไป 1,2,3

$$\begin{bmatrix}+1&-1&0&+1&0&0\\+1&0&-1&0&+1&0\\0&+1&-1&0&0&+1\end{bmatrix}\left[\begin{Bmatrix}P_1\\P_2\\P_3\\P_4\\P_5\\P_6\end{Bmatrix}+g\begin{Vmatrix}h_1&0&0&0&0&0\\0&h_2&0&0&0&0\\0&0&h_3&0&0&0\\0&0&0&h_4&0&0\\0&0&0&0&h_5&0\\0&0&0&0&0&h_6\end{Vmatrix}\begin{Vmatrix}\hat{\rho}_0-\hat{\rho}_1\\ \hat{\rho}_0-\hat{\rho}_2\\ \hat{\rho}_0-\hat{\rho}_3\\ \hat{\rho}_1-\hat{\rho}_2\\ \hat{\rho}_1-\hat{\rho}_3\\ \hat{\rho}_2-\hat{\rho}_3\end{Vmatrix}\right]$$

$$-\begin{Bmatrix}P_{win1}\\P_{win2}\\P_{win3}\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}P_{wout1}\\P_{wout2}\\P_{wout3}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\0\\0\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\tilde{P}_1\\\tilde{P}_2\\\tilde{P}_3\end{Bmatrix}$$ — Eq. 10

2.สำหรับ วงรอบ (Loop) พัดลม 1,2

$$\begin{bmatrix}-1&0&0&0&0&0\\0&0&-1&0&0&0\end{bmatrix}\left[\begin{Bmatrix}P_1\\P_2\\P_3\\P_4\\P_5\\P_6\end{Bmatrix}+g\begin{Vmatrix}h_1&0&0&0&0&0\\0&h_2&0&0&0&0\\0&0&h_3&0&0&0\\0&0&0&h_4&0&0\\0&0&0&0&h_5&0\\0&0&0&0&0&h_6\end{Vmatrix}\begin{Vmatrix}\hat{\rho}_0-\hat{\rho}_1\\ \hat{\rho}_0-\hat{\rho}_2\\ \hat{\rho}_0-\hat{\rho}_3\\ \hat{\rho}_1-\hat{\rho}_2\\ \hat{\rho}_1-\hat{\rho}_3\\ \hat{\rho}_2-\hat{\rho}_3\end{Vmatrix}\right]$$

$$+\begin{Bmatrix}P_{f1}\\P_{f2}\end{Bmatrix}+g\begin{Vmatrix}h_{f1}&0\\0&h_{f2}\end{Vmatrix}\begin{Vmatrix}\hat{\rho}_0-\hat{\rho}_1\\ \hat{\rho}_0-\hat{\rho}_3\end{Vmatrix}-\begin{Bmatrix}P_{wfin1}\\P_{wfin2}\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}P_{wfout1}\\P_{wfout2}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\0\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\tilde{P}_{f1}\\\tilde{P}_{f2}\end{Bmatrix}$$ — Eq. 11

ในกรณีที่ ระดับความสูงของปากทางเข้าท่อดูดพัดลม (h_{fin}) แตกต่างจาก ระดับความสูงของช่องเปิดพัดลมหรือปากทางท่อส่งลมเข้าอาคาร(h_f) เราจะต้องเพิ่มความดันต่างเนื่องจากแรงลอยตัวให้กับการคำนวณทุกวงรอบความดันพัดลมอีก = $\hat{\rho}_0 g(h_{fin}-h_f)$

ดังนั้น จาก สมการ 10 และ 11 สามารถเขียนรูปทั่วไปสมการความดันตกคร่อมครบวงรอบ (Loop pressure) ได้ดังนี้

$$\{\tilde{P}_L\}_L = [L_o]_{L,N}\left(\{P_o\}_N + g\|h_o\|_{N,N}[I_o]^T(\{\hat{\rho}\} - \hat{\rho}_0\{1\}_M)\right) - \{P_{win}\}_L + \{P_{wout}\}_L = \{0\}_L$$
$$\{\tilde{P}_f\}_I = [L_f]_{I,N}\left(\{P_o\}_N + g\|h_o\|_{N,N}[I_o]^T(\{\hat{\rho}\} - \hat{\rho}_0\{1\}_M)\right) + g\|h_f\|_{I,I}[I_f]^T(\{\hat{\rho}\} - \hat{\rho}_0\{1\}_M)$$
$$+ \{P_f\}_I - \{P_{win}\}_I + \{P_{wout}\}_I + \{\hat{\rho}_0 g(h_{fin} - h_f)\}_I = \{0\}_I$$

---- Eq. 12

สมการที่ 12 จะเป็นสมการที่ใช้ในการคำนวณหาความดันตกคร่อมครบวงรอบ (Loop pressure) โดยความดันย่อยต่างๆ ในสมการนั้นจะมีความสัมพันธ์กับตัวแปรหลักคือ อัตราการไหลเชิงมวลของวงรอบการไหล (Loop mass flow rate) ซึ่งหากเรากำหนด Loop mass flow rate ผิด Loop pressure ที่คำนวณได้จากสมการนี้จะไม่เท่ากับ 0 และเราจะเห็นได้ว่า ความดันตกคร่อมครบวงรอบ (Loop pressure) นี้ จะเป็นตัวแปรตาม โดยมีตัวแปรต้นคือ อัตราการไหลเชิงมวลของวงรอบ (Loop mass flow rate) โดยเราจะใช้วิธีการทำซ้ำแบบ Newton-Raphson ในการหาค่าคำตอบของอัตราการไหลเชิงมวลของวงรอบ (Loop mass flow rate) ที่ถูกต้องต่อไป

ความหนาแน่นของอากาศของห้องและช่องเปิดในสมการที่ 12 นี้ก็มีความสัมพันธ์กับอัตราการไหลเชิงมวลของวงรอบการไหล (Loop mass flow rate) ด้วย ซึ่งการจะคำนวณในสมการที่ 12 นี้ เราจะต้องหาค่าความหนาแน่นของอากาศมาก่อน โดยวิธีการหาค่าความหนาแน่นของอากาศ ซึ่งมีความสัมพันธ์กับอุณหภูมิอากาศซึ่งจะอธิบายในหัวข้อถัดๆไป

2.5 <u>การคำนวณความดันภายนอกอาคารเนื่องจากลม</u> (P_w)

กระแสลมที่พัดมาปะทะอาคารนั้นเป็นปัจจัยหนึ่งที่ทำให้เกิดการระบายอากาศ เนื่องจากเมื่อมีลมพัดมา จะทำให้ผนังอาคารด้านที่ปะทะลมมีความดันแตกต่างจากด้านอื่นๆ แม้ที่ระดับความสูงเดียวกันก็ตาม โดย ความดันเนื่องจากลมที่ผนังอาคารมีความสัมพันธ์กับ ความเร็วลม , ความสูง ,ลักษณะและทิศทางของกระแสลมมีผลต่อความดันที่ผิวอาคาร เราสามารถคำนวณความดันผิวอาคารเนื่องจากกระแสลมได้จากสมการต่อไปนี้

$$P_w = C_w \times \frac{1}{2}\hat{\rho}_0 V^2\left(\frac{h}{h_m}\right)^{2n} \qquad \text{---- Eq. 13}$$

โดย P_w = ความดันลมผิวอาคารที่ระดับความสูง h

V = ความเร็วลม ณ จุดวัดลม ที่ระดับความสูง h_m

$\hat{\rho}_0$ = ความหนาแน่นอากาศภายนอกอาคาร

C_w = สัมประสิทธิ์ความดันที่ผิวอาคาร

n = ตัวประกอบกำลัง ของลม

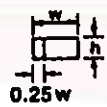
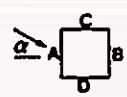
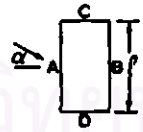
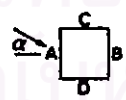
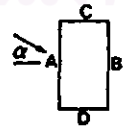
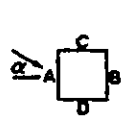
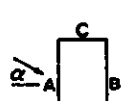
note: ค่า C_w และ n เป็นข้อมูลที่ขึ้นกับลักษณะอาคาร และอิทธิพลของลม โดยทั่วไปจะหาได้จากสถิติ และการทดลอง

โดยทั่วไปแล้ว ค่า C_w จะขึ้นกับรูปทรงของอาคารและทิศทางลมที่ปะทะอาคาร มีค่าอยู่ในช่วง –0.8 ถึง 0.8 ค่า บวกจะเป็นด้านที่ปะทะลม ซึ่งอันที่จริงแล้วที่ผนังด้าน ก็มีค่า C_w ไม่เท่ากัน ดังนั้นในการ คำนวณค่า ความดันลมที่ผนังนั้นจะใช้ค่าเฉลี่ยของผนังด้านนั้นแทน โดย ค่า $\overline{C}_w$ นี้ดูได้จากตารางที่ 1

โดยทั่วไป ตามสถานีตรวจวัดสภาวะอากาศนั้นจะวัดความเร็ว ที่ระดับความสูงประมาณ 10 เมตร เหนือพื้นดิน และนำความเร็วนี้มาประมาณความเร็วลมที่ความสูงต่างไปโดยใช้ สมการกำลัง ซึ่ง ค่า n จะเป็นตัวบ่งบอกรูปร่างของความเร็วลม เราประมาณ n = 0.18 สำหรับบริเวณพื้นที่เรียบจะทำให้รูปร่างความเร็วลมค่อนข้างแบน และ n = 0.4 สำหรับพื้นผิวหยาบเช่นในเมือง

ตารางที่ 1. แสดงค่า $\overline{C}_w$ สำหรับผนังอาคารสี่เหลี่ยมด้านต่างๆ เมื่อมีกระแสลมพัดผ่าน (จากรายการอ้างอิง 3)

Table Average Pressure Coefficients for Walls of Rectangular Buildings
(Adapted from MacDonald [1975])

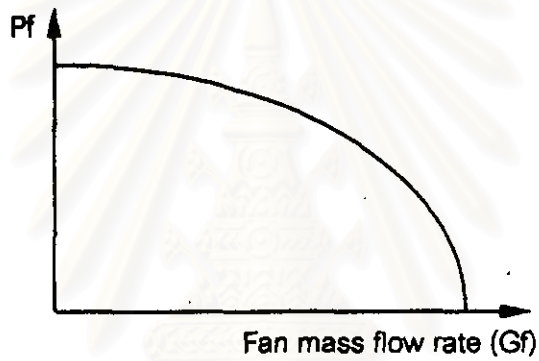
Building Height Ratio	Building Plan Ratio	Elevation	Plan	Wind Angle α	$\overline{C}_w$ for Surface A	B	C	D
$\frac{h}{w} \le \frac{1}{2}$	$1 < \frac{\ell}{w} \le \frac{3}{2}$			0°	+0.7	-0.2	-0.5	-0.5
				90°	-0.5	-0.5	+0.7	-0.2
	$\frac{3}{2} < \frac{\ell}{w} < 4$			0°	+0.7	-0.25	-0.6	-0.6
				90°	-0.5	-0.5	+0.7	0.1
$\frac{1}{2} < \frac{h}{w} \le \frac{3}{2}$	$1 < \frac{\ell}{w} \le \frac{3}{2}$			0°	+0.7	-0.25	-0.6	-0.6
				90°	-0.6	-0.6	+0.7	-0.25
	$\frac{3}{2} < \frac{\ell}{w} < 4$			0°	+0.7	-0.3	-0.7	-0.7
				90°	-0.5	-0.5	+0.7	-0.1
$\frac{3}{2} < \frac{h}{w} < 6$	$1 < \frac{\ell}{w} \le \frac{3}{2}$			0°	+0.8	-0.25	-0.8	-0.8
				90°	-0.8	-0.8	+0.8	-0.25
	$\frac{3}{2} < \frac{\ell}{w} < 4$			0°	+0.7	-0.4	-0.7	-0.7
				90°	-0.5	-0.5	+0.8	-0.1

Note: h = height to eaves or parapet; ℓ = length = the greater horizontal dimension of a building; w = width = the lesser horizontal dimension of a building

2.6 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการไหลอากาศที่ผ่านกับความดันของพัดลม

พัดลมอัดอากาศเป็นอุปกรณ์หนึ่งที่ใช้ในการควบคุมการระบายอากาศและใช้ในการเพิ่มความดันให้กับอากาศที่ไหลเข้ามา โดยความดันคร่อมช่องเปิดพัดลมนั้นจะแตกต่างกับความดันคร่อมช่องเปิดทั่วไปคือ ความดันอากาศด้านออกจากช่องเปิดพัดลมนั้นจะสูงกว่าความดันอากาศด้านเข้าสู่พัดลม ซึ่งตรงข้ามกับช่องเปิดทั่วไป ซึ่งความดันอากาศด้านออกจากช่องเปิดจะต่ำกว่าความดันอากาศด้านเข้าช่องเปิด

โดยทั่วไปพัดลมจะมีความสัมพันธ์ระหว่าง ความดันและอัตราการไหลอากาศในรูปแบบสมการกำลัง 2 ถ้านำมาเขียนกราฟเรียกว่า Fan characteristic curve ซึ่งเป็นรูปแบบพาราโบลา ดังรูปที่ 10



รูปที่ 10. Fan characteristic curve

ในการหาสมการความสัมพันธ์ของความดันกับอัตราการไหลของอากาศ สำหรับพัดลมที่ใช้กันอยู่นั้น ทำได้โดยการ Fit Curve พัดลมจากข้อมูลใน Catalog ของบริษัทผู้ผลิต ซึ่งสมการความที่ได้นี้ จะเป็นสมการดังนี้

$$P_{fan} = \Delta P = a_1 + a_2 Q + a_3 Q^2 \qquad \text{---- Eq. 14}$$

โดย P_{fan} = Fan pressure = ความดันอากาศด้านออก - ด้านเข้าพัดลม

Q = อัตราการไหลเชิงปริมาตร (Flow rate)

a_1, a_2, a_3 = ค่าคงที่

สำหรับการคำนวณความดันสำหรับช่องเปิดพัดลมของเรานั้น จะสมมุติ ค่าอัตราการไหลเชิงมวล (Mass flow rate) ที่ผ่านพัดลมนั้นแล้วนำมาคำนวณหาความดันคร่อมพัดลมโดย เปลี่ยนอัตราการไหลเชิงมวล (Mass flow rate) ให้เป็น ค่า อัตราการไหลเชิงปริมาตร (Flow rate) ด้วยการหารด้วยความหนาแน่นอากาศที่ผ่านพัดลม และจะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$P_{fan} = \Delta P = a_1 + a_2\left(\frac{G_f}{\rho_f}\right) + a_3\left(\frac{G_f}{\rho_f}\right)^2 \qquad \text{---- Eq. 15}$$

โดย G_f = อัตราการไหลเชิงมวล (Mass flow rate) ของพัดลม

ρ_f = ความหนาแน่นอากาศที่ผ่านพัดลม

ดังนั้น หากเราจะคำนวณหาค่าความดันตกคร่อมช่องเปิดพัดลม และแทนค่าในโปรแกรมจะคำนวณจากสมการที่ 15 แต่จะดูเครื่องหมายเช่น หากพัดลมอัดอากาศเข้าสู่อาคาร จะทำให้อากาศด้านนอกอาคาร(ทางเข้าพัดลม) น้อยกว่าอากาศด้านในอาคาร(ทางออกพัดลม) ซึ่งเราจะคำนวณค่าตามสมการที่ 15 แต่มีเครื่องหมายเป็นลบ และ หากพัดลมดูดอากาศออกจากอาคาร เครื่องหมายของความดันตกคร่อมช่องเปิดพัดลมจะมีค่าเป็น บวก

2.7 <u>สมการหาค่าความหนาแน่นอากาศ</u>

คือสมการเพื่อใช้ในการหาค่าความหนาแน่นของอากาศที่สภาวะต่างๆ ซึ่งประยุกต์จากกฎของแก๊สอุดมคติ (Ideal gas law) แต่เราพบว่าการเปลี่ยนแปลงของความดันอากาศจะมีผล ต่อความหนาแน่นอากาศน้อยกว่าผลเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิมากดังนั้นเราจึงกำหนดให้ความหนาแน่นของอากาศ จะขึ้นกับอุณหภูมิของอากาศเท่านั้น โดยเราจะได้สมการความสัมพันธ์ดังนี้

จาก $$\rho T = \text{ค่าคงที่ } (\text{constant}) = \rho_0 T_0$$

ดังนั้นจะได้ว่า $$\rho = \frac{\rho_0 T_0}{(T_0 + \theta)} \qquad \text{---- Eq. 16}$$

โดย T_0 = อุณหภูมิสัมบูรณ์ ของอากาศภายนอกอาคาร

ρ_0 = ความหนาแน่นอากาศภายนอกอาคาร และมีอุณหภูมิ T_0

ρ = ความหนาแน่นอากาศที่อุณหภูมิ $T_0 + \theta$

θ = อุณหภูมิอากาศในส่วนที่เพิ่มจาก T_0

จากสมการนี้จะเห็นได้ว่า เราเพียงแค่กำหนดอุณหภูมิและความหนาแน่นอากาศภายนอกอาคารโดยอาจจะอ่านค่าจาก ตารางคุณสมบัติของอากาศเพียงตำแหน่งเดียว (ดังตารางที่ 2) เราก็จะสามารถคำนวณค่าความหนาแน่นของอากาศที่อุณหภูมิใดๆ ได้ โดยความหนาแน่น ของอากาศที่คำนวณจากสมการนี้จะมีค่าผิดพลาดจากตารางไม่มากนัก

ตารางที่ 2. แสดงคุณสมบัติของอากาศที่ความดันบรรยากาศ (จากเอกสารอ้างอิง 4)

T (K)	ρ (kg/m^3)	C_p (kJ/kg.K)	$\mu \cdot 10^7$ (N.s/m^2)	$\nu \cdot 10^6$ (m^2/s)	$k \cdot 10^3$ (W/m.K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m^2/s)	Pr
100	3.5562	1.032	71.1	2	9.34	2.54	0.786
150	2.3364	1.012	103.4	4.426	13.8	5.84	0.758
200	1.7458	1.007	132.5	7.59	18.1	10.3	0.737
250	1.3947	1.006	159.6	11.44	22.3	15.9	0.72
300	1.1614	1.007	184.6	15.89	26.3	22.5	0.707
350	0.995	1.009	208.2	20.92	30	29.9	0.7
400	0.8711	1.014	230.1	26.41	33.8	38.3	0.69
450	0.774	1.021	250.7	32.39	37.3	47.2	0.688
500	0.6964	1.03	270.1	38.79	40.7	56.7	0.684
550	0.6329	1.04	288.4	45.57	43.9	66.7	0.683
600	0.5804	1.051	305.6	52.69	46.9	76.9	0.685
650	0.5356	1.063	322.5	60.21	49.7	87.3	0.69
700	0.4975	1.075	338.8	68.1	52.4	98	0.695
750	0.4643	1.087	354.6	76.37	54.9	109	0.702
600	0.4354	1.099	369.6	64.93	57.3	120	0.709
850	0.4097	1.11	384.3	93.8	59.6	131	0.716
900	0.3868	1.121	398.1	102.9	62	143	0.72
950	0.3666	1.131	411.3	112.2	64.3	155	0.723
1000	0.3482	1.141	424.4	121.9	86.7	168	0.726
1100	0.3166	1.159	449	141.8	71.5	195	0.728
1200	0.2902	1.175	473	162.9	76.3	224	0.728
1300	0.2679	1.189	496	185.1	82	238	0.719
1400	0.2488	1.207	530	213	91	303	0.703
1500	0.2322	1.23	557	240	100	350	0.685
1600	0.2177	1.248	584	268	106	390	0.688
1700	0.2049	1.267	611	298	113	435	0.685
1600	0.1935	1.286	637	329	120	482	0.683
1900	0.1833	1.307	663	362	128	534	0.677
2000	0.1741	1.337	689	396	137	589	0.672
2100	0.1658	1.372	715	431	147	646	0.667
2200	0.1582	1.417	740	468	160	714	0.655
2300	0.1513	1.478	766	506	175	783	0.647
2400	0.1448	1.558	792	547	196	869	0.63
2500	0.1389	1.665	816	589	222	960	0.613
3000	0.1135	2.726	955	841	486	1570	0.536

หอสมุดกลาง จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.8 สมการสมดุลความร้อน (Heat balance equation)

ความร้อนเป็นพลังงานรูปหนึ่งซึ่งสามารถถ่ายเทระหว่างกันจากห้องหนึ่งสู่อีกห้องหนึ่งได้ โดยลักษณะการถ่ายเทความร้อนในอาคารมีดังนี้

2.8.1 การถ่ายเทความร้อนโดยการนำความร้อน

เมื่อห้อง 2 ห้องซึ่งอยู่ติดกันและมีอุณหภูมิห้องต่างกัน ความร้อนจะถ่ายเทจากห้องที่มีอุณหภูมิสูงไปสู่ห้องที่มีอุณหภูมิต่ำกว่า โดยถ่ายเทผ่านทางผนังที่กั้นระหว่างห้องทั้ง 2 โดยอัตราการถ่ายเทจะมากหรือน้อยนั้นขึ้นกับอุณหภูมิแตกต่าง ,สัมประสิทธิ์การนำความร้อนของผนังห้อง , ความหนา และพื้นที่ของผนังห้องนั้น โดยมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$q'_{cond.12} = \frac{kA_{12}}{\Delta L}(T_1 - T_2)$$

หรือ $$q'_{cond.12} = U_{12}(T_1 - T_2) \quad , \quad U_{12} = \frac{kA_{12}}{\Delta L} \qquad \text{---- Eq. 17}$$

โดย $q'_{cond.12}$ = อัตราการนำความร้อนจากห้อง1 สู่ห้อง 2 (W)

T_1, T_2 = อุณหภูมิภายในห้อง 1 และ 2 ตามลำดับ (K)

k = สัมประสิทธิ์การนำความร้อนของผนัง (Wall Thermal conductivity) (W/m·K)

A_{12} = พื้นที่ผนังกันระหว่างห้อง 1 และ 2

ΔL = ความหนาผนัง

U_{12} = สัมประสิทธิ์การนำความร้อนรวมระหว่างผนังห้อง 1 และ 2 (W/K)

2.8.2 การถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อน

การพาความร้อนคือการที่ของไหลนำเอาพลังงานความร้อนภายในของมันเคลื่อนที่ไปด้วย นั่นก็คือ หากอากาศไหลจากห้องที่ 1 เข้าสู่ห้องที่ 2 ก็จะนำเอาพลังงานความร้อนในตัวมันที่สภาวะของห้อง 1 ไปด้วย โดยความร้อนจะมากน้อยขึ้นกับ อัตราการไหลอากาศ , อุณหภูมิของอากาศ และค่าความจุความร้อนของอากาศ โดยมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$q'_{conv.12} = G_{12}C_pT_1 \qquad \text{---- Eq. 18}$$

โดย $q'_{conv.12}$ = อัตราการพาความร้อนจากห้อง 1 สู่ห้อง 2 (W)

G_{12} = Mass flow rate จากห้อง 1 สู่ห้อง 2 (kg/s)

C_p = ความจุความร้อนอากาศ (Specific heat) (J/kg·K)

T_1 = อุณหภูมิอากาศห้อง 1

สมการสมดุลความร้อนมีหลักการคือ สำหรับห้องใดๆ ที่สภาวะสมดุล ผลรวมอัตราความร้อนที่เกิดขึ้นเองในห้องและอัตราความร้อนที่ไหลเข้าห้องทั้งหมดลบด้วยอัตราความร้อนที่ไหลออกจากห้องทั้งหมดจะเท่ากับศูนย์ หรืออาจเขียนได้ว่า

$$\hat{W}_r + \sum q'_{in} - \sum q'_{out} = 0 \qquad \text{---- Eq. 19}$$

โดย $\hat{W}_r$ = ความร้อนที่ผลิตขึ้นเองภายในห้อง (Heat generate)

$\sum q'_{in}$ = ผลรวมอัตราความร้อนที่ไหลเข้าห้อง

$\sum q'_{out}$ = ผลรวมอัตราความร้อนที่ไหลออกจากห้อง

ซึ่งการถ่ายเทความร้อนนั้นประกอบด้วยการนำความร้อนผ่านทางผนังห้องและการพาความร้อนโดยอากาศ จากอาคารตัวอย่างรูปที่ 8 เราสามารถเขียนสมการสมดุลความร้อนของแต่ละห้องได้ดังนี้ (จากรายการอ้างอิง 1)

$$\hat{W}_1 - U_{10}\hat{\theta}_1 - U_{12}(\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2) - U_{13}(\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_3) + C_p(G_1\theta_1 - G_4\theta_4 - G_5\theta_5 + G_{f1}\theta_{f1}) = 0 \quad (r1)$$

$$\hat{W}_2 - U_{20}\hat{\theta}_2 - U_{21}(\hat{\theta}_2 - \hat{\theta}_1) - U_{23}(\hat{\theta}_2 - \hat{\theta}_3) + C_p(G_2\theta_2 + G_4\theta_4 - G_6\theta_6) = 0 \quad (r2)$$

$$\hat{W}_3 - U_{30}\hat{\theta}_3 - U_{31}(\hat{\theta}_3 - \hat{\theta}_1) - U_{32}(\hat{\theta}_3 - \hat{\theta}_2) + C_p(G_3\theta_3 + G_5\theta_5 - G_6\theta_6 + G_{f2}\theta_{f2}) = 0 \quad (r3)$$

---- Eq. 20

โดย $\hat{\theta}_r$ = อุณหภูมิอากาศห้อง r ในส่วนที่เพิ่มขึ้นจาก อุณหภูมิอากาศภายนอกอาคาร (T_0) คือ อุณหภูมิห้องจริงเท่ากับ $(T_0 + \hat{\theta}_r)$

θ_o = อุณหภูมิอากาศที่ผ่านช่องเปิด o ในส่วนที่เพิ่มขึ้นจาก (T_0)

θ_{f1} = อุณหภูมิอากาศที่ผ่านช่องเปิดพัดลม 1 ในส่วนที่เพิ่มจาก (T_0)

U_{xy} = สัมประสิทธิ์การนำความร้อนรวมของผนังระหว่างห้อง x และ y

จากสมการที่ 20 สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} \hat{W}_1 \\ \hat{W}_2 \\ \hat{W}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -(U_{10}+U_{12}+U_{13}) & U_{12} & U_{13} \\ U_{21} & -(U_{20}+U_{21}+U_{23}) & U_{23} \\ U_{31} & U_{32} & -(U_{30}+U_{31}+U_{32}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\theta}_1 \\ \hat{\theta}_2 \\ \hat{\theta}_3 \end{Bmatrix}$$

$$-C_p \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & +1 & +1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & +1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{Vmatrix} G_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_6 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{Vmatrix}$$

$$-C_p \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{Vmatrix} G_{f1} & 0 \\ 0 & G_{f2} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \theta_{f1} \\ \theta_{f2} \end{Vmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

---- Eq. 21

ดังนั้นได้รูปทั่วไปคือ

$$\{\hat{W}\}_M + [U]_{M,M}\{\hat{\theta}\}_M - C_p[I_o]_{M,N}\|G_o\|_{N,N}\{\theta_o\}_N - C_p[I_f]_{M,I}\|G_f\|_{I,I}\{\theta_f\}_I = \{0\}_M$$

---- Eq. 22

โดยอุณหภูมิที่ช่องเปิดนั้น คิดได้ง่ายๆว่า เมื่อมีอากาศไหลผ่านช่องเปิดหนึ่งอุณหภูมิอากาศที่ช่องเปิดนั้นจะเท่ากับอุณหภูมิอากาศของห้องที่อากาศไหลมา ส่วนการหาอุณหภูมิอากาศที่ผ่านช่องเปิดพัดลมนั้น ก็ให้คิดจากอุณหภูมิห้องที่อากาศไหลมา โดยเขียนสมการได้ดังนี้

$$\{\theta_o\}_N = [F_{rr}]_{N,M}\{\hat{\theta}\}_M \quad \text{---- Eq. 23}$$

$$\{\theta_f\}_I = [F_{fr}]_{I,M}\{\hat{\theta}\}_M + [F_{ff}]_{I,I}\{\hat{\theta}_f\}_I \quad \text{---- Eq. 24}$$

โดย $[F_{rr}]_{N,M}$ = เมตริกแสดงว่าอากาศที่ผ่านช่องเปิดนั้นไหลมาจากห้องใด ซึ่งจะได้อุณหภูมิอากาศที่ช่องเปิดเท่ากับอุณหภูมิอากาศห้องนั้น

$[F_{fr}]_{I,M}$ = เมตริกแสดงว่าอากาศที่ผ่านช่องเปิดพัดลมไหลมาจากห้องใด โดยจะมีค่าเมื่อ พัดลมนั้นเป่าอากาศออกนอกอาคาร

$[F_{ff}]_{I,I}$ = เมตริกแสดงว่าอากาศที่ผ่านช่องเปิดนั้นมีอุณหภูมิเท่ากับอุณหภูมิอากาศ(ภายนอก)ที่พัดลมดูดอากาศเข้ามา

เราสามารถหาค่า เมตริก F ได้โดยง่ายดังนี้

$$[F_{rr}]_{N,M} = \left[\mathrm{Fix}\left(\frac{1}{2}\left([I_o]^T_{N,M} + \{s\}_N\{1\}^T_M\right)\right)\right] \quad \text{---- Eq. 25}$$

$$[F_{fr}]_{I,M} = \left[\mathrm{Fix}\left(\frac{1}{2}\left([I_F]^T_{I,M} + \{s_f\}_I\{1\}^T_M\right)\right)\right] \quad \text{---- Eq. 26}$$

$$[F_{ff}]_{I,I} = \left[\mathrm{Fix}\left(\frac{1}{2}\left(\{s_f\}^T_I\{1\}^T_I + [E]_{I,I}\right)\right)\right] \quad \text{---- Eq. 27}$$

โดย

$$\mathrm{Fix}(x) = \begin{cases} 0 & : |x| < 1 \\ 1 & : |x| = 1 \end{cases} \quad \text{---- Eq. 28}$$

$$s_o = \begin{cases} G_o/|G_o| \ (=\pm 1) & : G_o \neq 0 \\ 0 & : G_o = 0 \end{cases} \quad \text{---- Eq. 29}$$

ดังนั้นจากสมการ 22-29 เราสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\{\hat{W}\} - C_p[I_f]\|G_f\|[F_{ff}]\{\hat{\theta}_f\} - \left(C_p[I_o]\|G_o\|[F_{rr}] + C_p[I_f]\|G_f\|[F_{fr}] - [U]\right)\{\hat{\theta}\} = \{0\}$$

---- Eq. 30

หรือเขียนได้ว่า $[H]_{M,M}\{\hat{\theta}\}_M = \{\hat{W}\}_M + \{\hat{W}_f\}_M$ ---- Eq. 31

โดยที่ $[H] = \left(C_p[I_o]\|G_o\|[F_{rr}] + C_p[I_f]\|G_f\|[F_{fr}] - [U]\right)$ ---- Eq. 32

และ $\{\hat{W}_f\} = -C_p[I_f]\|G_f\|[F_{ff}]\{\hat{\theta}_f\}$ ---- Eq. 33

สมการที่ 31 บอกความหมายว่าอุณหภูมิห้องมีความสัมพันธ์กับ ปริมาณความร้อนที่เกิดขึ้นจากในห้อง $\{\hat{W}_r\}$ และปริมาณความร้อนที่ได้จากอากาศที่พัดลมอัดเข้ามาในห้อง $\{\hat{W}_f\}$ รวมทั้งความร้อนจากการนำ และการพาอื่นๆ ซึ่งประกอบอยู่ใน $[H]$(ขึ้นอยู่กับ $\{G_o\}, \{G_r\}$และ$[U]$)

2.9 <u>การหาค่าอุณหภูมิและความร้อนที่เกิดขึ้น ของห้องแต่ละห้อง</u>

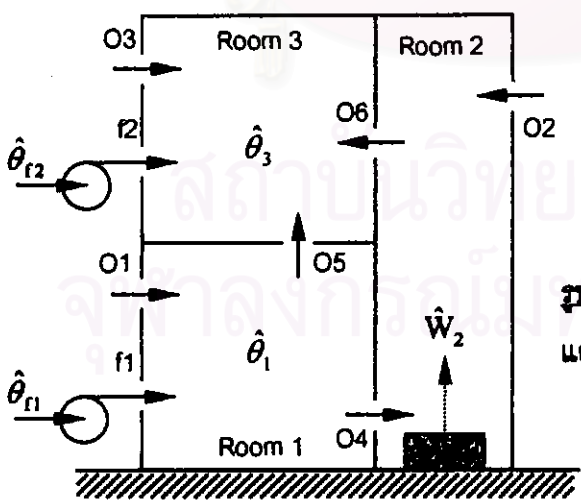
สภาวะของห้องในอาคารนั้นมักจะถูกกำหนดโดยอย่างใดอย่างหนึ่งคือ

1. กำหนดอุณหภูมิห้องคงที่ ($\hat{\theta}_r = \text{const}$) เช่นการติดเครื่องปรับอากาศ

2. กำหนดค่าความร้อนที่ผลิตขึ้นเองในแต่ละห้อง (Heat supply rate ($\hat{W}_r = \text{const}$) เช่นความร้อนที่เกิดจากอุปกรณ์ไฟฟ้าหรือจากการเผาไหม้ภายในห้อง หากไม่มีก็ให้ค่าเป็นศูนย์

ในกรณีที่เกิดเพลิงไหม้นั้น เราอาจกำหนดได้ว่าห้องเกือบทุกห้องจะถูกกำหนดด้วยอัตราความร้อนที่เกิด (Heat supply rate) เนื่องจากการปิดเครื่องปรับอากาศ โดยเราต้องพยายามคำนวณหาอุณหภูมิอากาศที่สภาวะนั้นให้ได้ เพื่อนำไปคำนวณหาค่า ความหนาแน่นอากาศต่อไป

สำหรับการคำนวณหาค่าอุณหภูมิ หรือ ความร้อนที่เกิดขึ้นในแต่ละห้องนั้น หากห้องนั้นถูกกำหนดด้วยอุณหภูมิ เราจะต้องหาค่าความร้อนที่เกิดในห้องนั้น แต่หากห้องนั้นถูกกำหนดด้วยความร้อน เราก็จะคำนวณหาอุณหภูมิห้องต่อไป โดยเราจะทำการกำหนดเมตริกแสดงสภาวะของห้อง โดย หากห้องใดถูกกำหนดด้วยอุณหภูมิให้เรากำหนดค่าเมตริก S_θ ของห้องนั้น =1 และกำหนดค่าเมตริก S_w=0 แต่หากห้องใดถูกกำหนดด้วยความร้อนที่เกิดขึ้น ให้เรากำหนดค่าเมตริก S_w=1 และกำหนดค่าเมตริก S_θ=0



<u>รูปที่ 11.</u> แสดงตัวอย่างการกำหนดอุณหภูมิและอัตราความร้อนที่เกิดในห้อง

ตัวอย่างการกรอกค่าเมตริก S_θ และS_w เช่น จากอาคารตัวอย่าง หากเรากำหนดให้ ห้อง 1 และ ห้อง 3 ถูกกำหนดด้วยอุณหภูมิ และห้อง 2 ถูกกำหนดด้วยความร้อน (Heat supply) ดังรูปที่ 11 ดังนั้นเราจะกำหนดเมตริกแสดงสภาวะได้ดังนี้

$$\{S_\theta\}_3 = \begin{Bmatrix}1\\0\\1\end{Bmatrix} \quad , \quad \{S_w\}_3 = \begin{Bmatrix}0\\1\\0\end{Bmatrix} \quad \text{และ} \quad \{S_\theta\}+\{S_w\} = \begin{Bmatrix}1\\1\\1\end{Bmatrix}$$

โดยที่ $$\{S_\theta\}_M + \{S_w\}_M = \{I\}_M \quad , \quad \|S_\theta\|_{M,M} + \|S_w\|_{M,M} = [E]_{M,M}$$ ---- Eq. 34

จากอาคารตัวอย่างรูปที่ 11 และสมการที่ 31 เราสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix}H_{11} & H_{12} & H_{13}\\ H_{21} & H_{22} & H_{23}\\ H_{31} & H_{32} & H_{33}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\hat{\theta}_1\\ \hat{\theta}_2\\ \hat{\theta}_3\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\hat{W}_1\\ \hat{W}_2\\ \hat{W}_3\end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix}\hat{W}_{f1}\\ \hat{W}_{f2}\\ \hat{W}_{f3}\end{Bmatrix}$$

เนื่องจากห้อง 1 และ 3 ถูกกำหนดโดยอุณหภูมิ และห้อง 2 ถูกกำหนดด้วยความร้อนที่เกิด ดังนั้นหากเราทำการย้ายข้างให้ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าทั้งหมดให้อยู่ด้านซ้าย จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix}-1 & H_{12} & 0\\ 0 & H_{22} & 0\\ 0 & H_{32} & -1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\hat{W}_1\\ \hat{\theta}_2\\ \hat{W}_3\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}-H_{11} & 0 & -H_{13}\\ -H_{21} & +1 & -H_{23}\\ -H_{31} & 0 & -H_{33}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\hat{\theta}_1\\ \hat{W}_2\\ \hat{\theta}_3\end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix}\hat{W}_{f1}\\ \hat{W}_{f2}\\ \hat{W}_{f3}\end{Bmatrix}$$

---- Eq. 35

กำหนดให้

$$\{C\}_M = \|S_\theta\|_{M,M}\{\hat{\theta}\}_M + \|S_w\|_{M,M}\{\hat{W}\}_M \quad \text{ดังนั้นจากตัวอย่างได้} \quad \{C\} = \begin{Bmatrix}\hat{\theta}_1\\ \hat{W}_2\\ \hat{\theta}_3\end{Bmatrix}$$

$$\{X\}_M = \|S_w\|_{M,M}\{\hat{\theta}\}_M + \|S_\theta\|_{M,M}\{\hat{W}\}_M \quad \text{ดังนั้นจากตัวอย่างได้} \quad \{X\} = \begin{Bmatrix}\hat{W}_1\\ \hat{\theta}_2\\ \hat{W}_3\end{Bmatrix}$$

และให้ $$[R]_{M,M} = [H]_{M,M}\|S_w\|_{M,M} - \|S_\theta\|_{M,M}$$

ดังนั้นจากสมการ 35 เราสามารถเขียนรูปทั่วไปได้ว่า

$$[R]\{X\} = ([R]-[H]+[E])\{C\} + \{\hat{W}_f\}$$ ---- Eq. 36

เราจะเห็นได้ว่า เมตริก {C} เป็นเมตริกซึ่งประกอบด้วยตัวแปรที่เรารู้ค่าอยู่ แล้วเพราะเป็นค่าที่ถูกกำหนดของห้องแต่ละห้อง ส่วนค่าเมตริก {X} นั้นจะประกอบด้วยตัวแปรที่เรายังไม่ทราบค่าเนื่องจากเป็นตัวแปรตามจาก {C} โดยจากสมการ 36 จะช่วยให้เราหาค่า เมตริก {X}ได้ ดังนี้

$$\{X\} = [R]^{-1}([R] - [H] + [E])\{C\} + [R]^{-1}\{\hat{W}_r\} \qquad \text{---- Eq. 37}$$

ซึ่งค่า $\{X\}$ นี้จะทำให้เราสามารถหาค่า อุณหภูมิ และ ความร้อนที่เกิดขึ้น ของห้องทุกห้องได้ ดังนี้

$$\{\hat{\theta}\}_M = \|S_\theta\|_{M,M}\{C\}_M + \|S_w\|_{M,M}\{X\}_M \qquad \text{---- Eq. 38}$$

$$\{\hat{W}\}_M = \|S_w\|_{M,M}\{C\}_M + \|S_\theta\|_{M,M}\{X\}_M \qquad \text{---- Eq. 39}$$

เมื่อเราได้ค่าอุณหภูมิ และความร้อนที่เกิด ของห้องทุกห้องแล้วจะทำให้เราสามารถรู้ถึงความหนาแน่นของอากาศในทุกห้องด้วย และเราจะนำไปคำนวณหาค่าความดันตกคร่อมครบวงรอบ (Loop pressure) เพื่อนำไปสู่การหาอัตราการไหลของอากาศต่อไป

2.10 <u>การแก้ปัญหาระบบสมการแบบไม่เชิงเส้น (Non-linear) ด้วยวิธีการ Newton Raphson</u>

ระบบสมการ ไม่เชิงเส้น (Non-linear) ที่เราพบกันโดยทั่วไปนั้น รูปแบบสมการจะประกอบด้วยสมการตัวแปรตาม n สมการ ซึ่งแต่ละสมการประกอบด้วยตัวแปรต้น n ตัวด้วย แสดงต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
f_1(x_1,x_2,\ldots\ldots,x_n) &= 0 \quad \text{หรือเขียนว่า } f_1(X) = 0 \\
f_2(x_1,x_2,\ldots\ldots,x_n) &= 0 \quad \text{หรือเขียนว่า } f_2(X) = 0 \\
&\vdots \\
f_n(x_1,x_2,\ldots\ldots,x_n) &= 0 \quad \text{หรือเขียนว่า } f_n(X) = 0
\end{aligned} \qquad \text{---- Eq. 40}$$

กำหนดให้

X คือ Column matrix ซึ่งมีสมาชิก $x_1,x_2,\ldots\ldots,x_n$ ตามลำดับ

F คือ Column matrix ซึ่งมีสมาชิก $f_1,f_2,\ldots\ldots,f_n$ ตามลำดับ

หลักการแก้สมการด้วยวิธีการ Newton Raphson นั้น จะใช้วิธีการ Iterate โดย สมมุติค่า $x_1,x_2,\ldots\ldots,x_n$ เริ่มต้นก่อน แล้วจึงนำไปคำนวณหาค่า $f_1,f_2,\ldots\ldots,f_n$ จากนั้น จึงตรวจสอบดูว่า ค่าของ $f_1,f_2,\ldots\ldots,f_n$ ที่คำนวณได้นี้ แต่ละตัวมีขนาดห่างจาก 0 เกินกว่าค่าผิดพลาดที่ยอมรับได้หรือไม่ หากเกินกว่าค่าที่ยอมรับได้เราต้อง ทำการ สมมุติค่า $x_1,x_2,\ldots\ldots,x_n$ ใหม่ ตามขั้นตอนดังนี้

1. หาค่า Jacobian Matrix ($J(X)$) ก่อน โดย

$$J(\hat{X}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(X)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(X)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1(X)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(X)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(X)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2(X)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n(X)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(X)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n(X)}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

---- Eq. 41

การหาค่า Jacobian Matrix นี้ จะใช้ค่า X และ F ใน step ปัจจุบัน (k) เพื่อจะนำค่าที่ได้ไปใช้ในการคำนวณหาค่า X และ F ใน step ถัดไป (k+1) ต่อไป

2. การคำนวณหาค่า X ใน step ถัดไปหาได้จากสมการต่อไปนี้

$$X^{k+1} = X^k - J\left(X^k\right)^{-1} F\left(X^k\right) \qquad \text{---- Eq. 42}$$

จากนั้นเรานำค่า X ใหม่นี้ ไปคำนวณหาค่า F แล้วตรวจสอบดูว่า ขนาดของค่าผิดพลาดนั้นสามารถยอมรับได้หรือไม่ ต่อไป

สำหรับปัญหาการไหลของอากาศในอาคารของเรา ดังสมการ 12 ก็คล้ายกับในสมการ 40 คือ ค่า P_L(Loop pressure) จะเป็น function ของค่า G_L(Loop mass flow rate) โดย G_L ที่เป็นค่าคำตอบของสมการนั้น จะทำให้ได้ค่า P_L =0 ด้วยโดยเขียนสมการความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} P_{L1}(G_{L1}, G_{L2}, \ldots\ldots\ldots, G_{Ln}) &= 0 \\ P_{L2}(G_{L1}, G_{L2}, \ldots\ldots\ldots, G_{Ln}) &= 0 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots & \qquad \vdots \\ P_{Ln}(G_{L1}, G_{L2}, \ldots\ldots\ldots, G_{Ln}) &= 0 \end{aligned}$$

---- Eq. 43

เนื่องจากความสัมพันธ์ ระหว่าง P_L และ G_L ค่อนข้างซับซ้อน หาอนุพันธ์ได้ยาก และไม่สามารถหาได้โดยตรง ดังนั้น การหาค่าของ Jacobian Matrix จึงใช้วิธีประมาณ เช่น

$$\frac{\partial f_1(X)}{\partial x_1} = \frac{\partial f_1(x_1, x_2, \cdots, x_n)}{\partial x_1} \approx \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f_1\left(x_1 + \frac{\Delta x}{2}, x_2, \cdots, x_n\right) - f_1\left(x_1 - \frac{\Delta x}{2}, x_2, \cdots, x_n\right)}{\Delta x} \right)$$

$$\frac{\partial f_1(X)}{\partial x_n} = \frac{\partial f_1(x_1, x_2, \cdots, x_n)}{\partial x_n} \approx \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f_1\left(x_1, x_2, \cdots, x_n + \frac{\Delta x}{2}\right) - f_1\left(x_1, x_2, \cdots, x_n - \frac{\Delta x}{2}\right)}{\Delta x} \right)$$

---- Eq. 44

เมื่อหาค่า Jacobian Matrix ได้แล้ว จึงนำไปคำนวณหาค่า G_L ใน step ถัดไปได้