

การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น  
ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร



นางสาวจิรวัดมน มีลักษณะ

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2544

ISBN 974-17-0008-3

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A STUDY ON UNDERSTANDING NUMERICAL VARIABLES OF LOWER SECONDARY  
SCHOOL STUDENTS IN SCHOOLS UNDER THE DEPARTMENT OF GENERAL  
EDUCATION, BANGKOK METROPOLIS



Miss Jirawat Meeluksana

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Education in Mathematics Education

Department of Secondary Education

Faculty of Education

Chulalongkorn University

Academic Year 2001

ISBN 974-17-0008-3

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน  
ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา  
กรุงเทพมหานคร  
โดย นางสาวจิรวัดน์ มีลักษณะ  
สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์  
อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร. สุวัฒนา อุทัยรัตน์

---

คณะกรรมการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่ง  
ของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

.....คณบดีคณะครุศาสตร์  
(รองศาสตราจารย์ ดร. ไพฑูรย์ สินลารัตน์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ พร้อมพรรณ อุดมสิน)

.....อาจารย์ที่ปรึกษา  
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุวัฒนา อุทัยรัตน์)

.....กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง)

จิรวัดมน มีลักษณะ: การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา  
ตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร (A STUDY ON UNDERSTANDING  
NUMERICAL VARIABLES OF LOWER SECONDARY SCHOOL STUDENTS IN SCHOOLS UNDER  
THE DEPARTMENT OF GENERAL EDUCATION, BANGKOK METROPOLIS)

อ. ที่ปรึกษา: รองศาสตราจารย์สุวัฒนา อุทัยรัตน์, 125 หน้า

ISBN 974-17-0008-3

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหา  
โจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการ ซึ่งมี 6 ประเภท คือ การหาค่าของตัวอักษร การไม่ให้ความสำคัญ  
สำคัญของตัวอักษร การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน การใช้ตัวอักษร  
แทนจำนวนที่กำหนด และการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร

2. เพื่อเปรียบเทียบความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในการ  
แก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการ ระหว่างประเภทของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนทั้ง 6  
ประเภท

ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2544 จำนวน 381 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบ  
หลายขั้นตอน จากโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็น  
แบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่ามัธยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบน  
มาตรฐาน ค่ามัธยเลขคณิตร้อยละ วิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวแบบวัดซ้ำ และวิเคราะห์ความแตกต่างเป็นรายคู่  
โดยการทดสอบค่าที

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือ  
การหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการเป็นดังนี้ คือ ประเภทที่ 1 การหาค่าของตัวอักษร และประเภทที่ 2  
การไม่ให้ความสำคัญของตัวอักษร อยู่ในระดับดีมาก ประเภทที่ 3 การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ อยู่ในระดับดี  
ประเภทที่ 4 การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน อยู่ในระดับปานกลาง ประเภทที่ 5 การใช้ตัวอักษรแทน  
จำนวนที่กำหนด อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ และประเภทที่ 6 การใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์  
ขั้นต่ำ

2. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือ  
การหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการ ทั้ง 6 ประเภท แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05  
โดยเมื่อทำการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่ามัธยเลขคณิตของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน  
ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการของนักเรียน เป็นรายคู่ตามประเภทของ  
ตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน พบว่ามีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทุกคู่

ภาควิชา มัธยมศึกษา

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์

ปีการศึกษา 2544

ลายมือชื่ออนิสิต.....

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....

## 438 36711 27: MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEY WORD: UNDERSTANDING OF NUMERICAL VARIABLES

JIRAWAT MEELUKSANA: A STUDY ON UNDERSTANDING NUMERICAL VARIABLES OF LOWER SECONDARY SCHOOL STUDENTS IN SCHOOLS UNDER THE DEPARTMENT OF GENERAL EDUCATION, BANGKOK METROPOLIS. THESIS ADVISOR: ASSOC. PROF. SUWATTANA UTAIRAT, PH. D. 125 pp. ISBN 974-17-0008-3

The purposes of this research were:

1. to study the understanding of numerical variables of lower secondary school students in solving problem, solving equation and solving inequation of numerical variables. There were six categories in numerical variables: letter evaluated, letter ignored, letter as object, letter as specific unknown, letter as generalised number and letter as variable,
2. to compare the understanding of numerical variables of lower secondary school students in solving problem, solving equation and solving inequation of numerical variables between six categories of numerical variables.

The subjects were 381 mathayom suksa three students which were multistage randomly sampled from secondary schools in Bangkok Metropolis during the academic year 2001. The research instrument was the understanding of numerical variables test. The data were analyzed by means of arithmetic mean, standard deviation, mean of percentage, one-way analysis of variance with repeated measures and t-test for all possible pairs.

The results of this research revealed that:

1. The understanding of numerical variables of lower secondary school students in solving problem, solving equation and solving inequation of numerical variables which were: letter evaluated and letter ignored were in very good level, letter as object was in good level, letter as specific unknown was in moderate level, letter as generalised number was in pass minimum set of percentage score level and letter as variable was in lower than minimum set of percentage score level.
2. The understanding of numerical variables of lower secondary school students in solving problem, solving equation and solving inequation of numerical variables were different at .05 level of significance. Compared to mean of arithmetic means in pairs, it was revealed that there were differences in all pairs at .05 level of significance.

Department	Secondary Education	Student's signature.....
Field of study	Mathematics Education	Advisor's signature .....
Academic year 2001		Co - Advisor's signature .....

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ที่ปรึกษา วิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร. สุวิวัฒนา อุทัยรัตน์ ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษา ชี้แนะแนวทาง และตรวจสอบปรับปรุงแก้ไขในการทำวิทยานิพนธ์ด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างดี ตลอดจนให้กำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์ด้วยดีตลอดมา

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์พร้อมพรรณ อุดมสิน ประธานกรรมการ สอบวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณา ตรวจสอบและให้คำแนะนำในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล อาจารย์วิชัย เสวกงาม และอาจารย์ระวีวรรณ สุนทรสถิตย์ ที่ได้กรุณาตรวจ ปรับปรุง และแก้ไข เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ขอขอบพระคุณคณะครูและนักเรียนโรงเรียนวัดราชบพิศ ที่ได้ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้ เครื่องมือ เพื่อปรับปรุงให้เป็นเครื่องมือที่มีคุณภาพยิ่งขึ้น และขอขอบพระคุณคณะครูและนักเรียน โรงเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากรที่ให้ความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ อาจารย์กานดา มีลักษณะ อาจารย์เตือนใจ มีลักษณะ และ พ.อ.อ. ประชัน มีลักษณะ เป็นอย่างสูง ที่สนับสนุนด้านทุนทรัพย์ ให้ความช่วยเหลือ ดูแลเอาใจใส่ ด้วยความรักและห่วงใยเป็นอย่างดีตลอดมา

ท้ายสุดนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่คอยเป็นห่วงและให้กำลังใจตลอดมา และขอขอบคุณพี่ๆ เพื่อนๆ และน้องๆ ทุกคนที่ให้คำปรึกษาและเป็นกำลังใจ ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จไปได้ด้วยดี

จิรวัดมน์ มีลักษณะ

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ณ
สารบัญภาพ.....	ญ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	5
ขอบเขตของการวิจัย.....	5
ข้อตกลงของการวิจัย.....	6
คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย.....	7
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	10
ตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หรือการหาคำตอบของสมการ และคำตอบของสมการ.....	11
ตัวแปร.....	11
ความหมายของตัวแปร.....	11
ลักษณะของตัวแปรที่แทนด้วยจำนวน.....	15
โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์.....	18
ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์.....	18
ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์.....	20
กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์.....	23
ปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์...	25
สมการและอสมการ.....	28
ความหมายของสมการและอสมการ.....	28

## สารบัญ (ต่อ)

๗

บทที่	หน้า
การแก้สมการและอสมการ.....	31
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	36
งานวิจัยต่างประเทศ.....	36
งานวิจัยในประเทศ.....	41
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	47
การศึกษาค้นคว้า.....	47
ประชากรและตัวอย่างประชากร.....	48
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	49
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	53
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	54
สถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	55
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	58
5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	76
สรุปผลการวิจัย.....	77
อภิปรายผลการวิจัย.....	78
ข้อเสนอแนะ.....	82
รายการอ้างอิง.....	84
ภาคผนวก.....	93
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ.....	94
ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการทำวิจัย.....	96
ภาคผนวก ค เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	100
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	125



## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1	แสดงจำนวนนักเรียนจำแนกตามกลุ่มโรงเรียน และรายชื่อโรงเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากร..... 49
2	ค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{X}$ ) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ( $\bar{X}_{\text{ร้อยละ}}$ ) ของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการของนักเรียนจำแนกตามประเภท..... 59
3	การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวแบบวัดซ้ำ ของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการของนักเรียน ทั้ง 6 ประเภท..... 60
4	ผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต ของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการ ของนักเรียน เป็นรายคู่ตามประเภทของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน โดยการทดสอบค่าที (t-test) ของแต่ละคู่..... 61
5	ตารางวิเคราะห์เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน..... 110
6	แสดงค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่แทนด้วยจำนวน..... 111

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## สารบัญญภาพ (ต่อ)

๗

ภาพที่		หน้า
14	การแก้ปัญหาโจทย์ของตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 2 ในตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 6 ของนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำ แต่ไม่ถูกต้อง.....	74
15	การแก้ปัญหาโจทย์ของตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 3 ในตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 6 ของนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับปานกลาง แต่ไม่ถูกต้อง.....	75
16	การแก้ปัญหาโจทย์ของตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 3 ในตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 6 ของนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำ แต่ไม่ถูกต้อง.....	75



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# บทที่ 1

## บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการคิด การคิดที่มีเหตุผล มีระเบียบขั้นตอนในการคิด คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่มีความสำคัญมาตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน และมีประโยชน์สำหรับชีวิตประจำวัน ทั้งยังเป็นรากฐานของวิทยาการหลายสาขาที่จะนำไปสู่ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี เศรษฐกิจและสังคม และเป็นปัจจัยที่สำคัญยิ่งในการพัฒนาคุณภาพของทรัพยากรมนุษย์ ดังที่ สุวัฒน์ อุทัยรัตน์ (2541: คำนำ) กล่าวไว้ว่า

...โลกปัจจุบันได้ก้าวหน้าไปมาก มีสาขาวิชาใหม่ๆ เกิดขึ้นตลอด เวลาแต่วิชาหนึ่งซึ่งเป็นที่ยอมรับว่าเป็นรากฐาน และเป็นแกนสำคัญของความเจริญก้าวหน้าเหล่านั้นก็คือวิชาคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์ไม่ใช่เป็นวิชาที่เกิดใหม่ แต่เป็นวิชาเก่าแก่ไม่มีวันตาย ซึ่งนับวันจะเจริญยิ่งขึ้น เนื่องจากการคิดค้นทฤษฎีใหม่ๆ ของนักคณิตศาสตร์อยู่ตลอดเวลา...

จากความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ดังที่กล่าวจึงจำเป็นต้องจัดให้มีการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนเพื่อที่จะให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในหลักการและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ และเมื่อพิจารณาถึงเนื้อหาและจุดประสงค์ของวิชาคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) จะเห็นได้ว่าคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาต่างๆ ทั้งนี้ กรมวิชาการ (2535: 40 – 43) ได้กำหนดจุดประสงค์ที่สำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา ไว้ในหลักสูตรระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ดังนี้

1. เพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจ ในวิชาคณิตศาสตร์ ข้อมูลที่ปรากฏในสิ่งแวดล้อม สามารถคิดอย่างมีเหตุผล และใช้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างมีระเบียบ ชัดเจน และรัดกุม
2. เพื่อให้มีทักษะในการคิดคำนวณ

3. เพื่อให้เห็นประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งที่มีต่อชีวิตประจำวัน และที่เป็นเครื่องมือแสวงหาความรู้
4. เพื่อให้สามารถนำความรู้ ความเข้าใจ และทักษะทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน และเป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์ และวิชาอื่นๆ ที่อาศัยคณิตศาสตร์

อย่างไรก็ตามจากการศึกษาสภาพการเรียนการสอนพบว่า การเรียนคณิตศาสตร์ยังไม่บรรลุตามจุดประสงค์เท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากผลการประเมินคุณภาพการศึกษาของสำนักงานทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ (2540: 9 – 11) ได้ประเมินคุณภาพของการศึกษาของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2538 ระดับประเทศ พบว่าสมรรถนะด้านความสามารถด้านความรู้และความคิดของนักเรียนในความสามารถทางคณิตศาสตร์ การคิดและการแก้ปัญหา มีคะแนนต่ำกว่าครึ่งหนึ่งของคะแนนเต็ม คิดเป็นคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 33.65 และคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 39.87 ตามลำดับ และความสามารถด้านความรู้และความคิดของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ที่อยู่ในระดับที่ต้องปรับปรุงมีจำนวนมากถึงร้อยละ 47.33 ในขณะที่มีนักเรียนที่มีความสามารถด้านความรู้และความคิดในวิชาคณิตศาสตร์ การคิดและการแก้ปัญหา ในระดับที่ดีมีจำนวนน้อยมากคิดเป็นร้อยละ 10.37 และร้อยละ 8.18 ตามลำดับเท่านั้น ซึ่งทำให้เห็นว่าการจัดการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ในระดับประเทศนั้น ต้องมีการปรับปรุงอย่างมากและอย่างต่อเนื่อง

เมื่อพิจารณาสาเหตุที่ทำให้นักเรียนมีสมรรถนะด้านความสามารถด้านความรู้และความคิด การคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่ำนี้อาจเนื่องมาจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความซับซ้อนในเชิงความคิด และมีลักษณะเป็นนามธรรม ดังที่ อรรถพรณ ต้นบรรจง (2533: 4) กล่าวว่า “คณิตศาสตร์เป็นวิชานามธรรม จึงเป็นสิ่งที่ค่อนข้างยาก และลำบากในการเรียนการสอนให้นักเรียนเข้าใจได้อย่างง่าย ชาบซึ่ง และมีความสนใจในคณิตศาสตร์” ด้วยเหตุนี้จึงทำให้นักเรียนไม่เข้าใจในหลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์ หรือมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทำให้เกิดข้อบกพร่องในการคิดคำนวณ และการนำหลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ ดังนั้นการสอนคณิตศาสตร์จะต้องสอนให้นักเรียนเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ สามารถคิดได้อย่างมีเหตุผล มีหลักเกณฑ์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และสามารถแก้ปัญหาได้ ซึ่งการที่นักเรียนจะเกิดทักษะดังกล่าวนี้ได้ นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจในมโนทัศน์อันเป็นพื้นฐานของสิ่งที่เรียนเป็นสิ่งสำคัญ ดังนั้นถ้าครูผู้สอนได้มีโอกาสศึกษาข้อบกพร่องในความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคนจะทำให้ครูผู้สอนสามารถนำผลที่ได้ไปปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้นดังที่พร้อมพรรณ อุดมสิน (2538: 91) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการหาข้อบกพร่องในการเรียน

คณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปได้ว่า ในการสอนคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนมักประสบปัญหาเรื่องผู้เรียนมีข้อบกพร่องหรือมีสิ่งที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียน ซึ่งถ้าข้อบกพร่องนั้นๆ ไม่ได้รับการแก้ไข ก็จะส่งผลกระทบต่อความล้มเหลวในการเรียนเนื้อหานั้นๆ และเนื้อหาที่ต่อเนื่องต่อไปด้วย ดังนั้นจึงจำเป็นที่ผู้สอนจะต้องหาวิธีการอันใดที่จะทำให้ข้อบกพร่องต่างๆ ของผู้เรียนลดน้อยลง ซึ่งจะเป็นการช่วยในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

นอกจากนี้ นฤเบศ ลากยังยง และกิติพงษ์ ลือนาม (2542: 51) ได้ศึกษาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) พบว่า เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นปัญหาระดับมากในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นได้แก่ โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร โจทย์สมการกำลังสอง วิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสูงกว่าสองที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ และนภภรณ์ สุวรรณภา (2536: 54 – 55) ได้ศึกษาถึงข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในความรู้พื้นฐานทางพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสระบุรี ผลการวิจัยพบว่า เมื่อศึกษาข้อบกพร่องด้วยแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ นักเรียนมีข้อบกพร่องโดยเรียงลำดับจากมากไปหาน้อยในเรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแก้สมการกำลังสอง การแทนค่าตัวแปรในฟังก์ชัน การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งจากการศึกษาหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์จะพบว่าส่วนใหญ่เป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นเพื่อเป็นพื้นฐานการเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

จากการศึกษางานวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องในความรู้พื้นฐานทางพีชคณิตซึ่งพีชคณิตมีประโยชน์สำหรับทุกคน และเป็นเครื่องมือสำหรับการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการ การเขียนกราฟ และฟังก์ชัน เนื้อหาของพีชคณิตมีลักษณะเป็นนามธรรมและมีการพิสูจน์เกี่ยวกับพีชคณิตในระดับมัธยมศึกษา ในหลายประเทศได้กำหนดให้นักเรียนเรียนพีชคณิต เพราะพีชคณิตเป็นพื้นฐานในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น ดังที่ สิริพร ทิพย์คง ( 2543: 6 ) กล่าวว่า

... พีชคณิตเปรียบเสมือนประตูหน้าสำหรับเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในอนาคต แต่ในทำนองเดียวกันอาจจะเป็นกำแพงทำให้ไม่สามารถเรียนต่อไปได้ การพัฒนาความรู้ทางพีชคณิตต้องอาศัยการพัฒนาทางด้าน

ภาษาและสัญลักษณ์ของนักเรียน ในอดีตพบว่าการแนะนำสัญลักษณ์  
ด้วยวิธีการที่เหมาะสม จะช่วยพัฒนาความคิดเกี่ยวกับพีชคณิตของ  
นักเรียน การเรียนพีชคณิตของนักเรียน ต้องอาศัยการสร้างองค์ความรู้  
ของนักเรียนแต่ละคน...

จะเห็นได้ว่าสาเหตุที่ทำให้ให้นักเรียนเกิดข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์เนื่องมาจาก  
นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นจึงจำเป็นอย่างยิ่งที่ผู้เรียนคณิตศาสตร์จะต้องได้  
รับการแก้ไขปรับปรุงให้มีความรู้ในวิชาเลขคณิตและวิชาพีชคณิต ดังที่ แซลแมน ยูสกิน (Zalman  
Usiskin, 1988: 8) ได้กล่าวถึงความสำคัญของวิชาพีชคณิตไว้สรุปได้ว่า พีชคณิตได้ให้วิธีการ  
หลายๆ อย่าง ที่จะอธิบายถึงลักษณะและการทำความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์  
และพีชคณิตยังเป็นเนื้อหาหลักของการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา ซึ่งคุณลักษณะอันดีนี้  
น่าจะอยู่กับการเรียนการสอนต่อไปเป็นเวลานาน และเลสลีย์ อาร์ บูธ (Lesley R. Booth, 1988:  
20 – 21) ได้ทำการวิจัยเรื่อง อุปสรรคของผู้เรียนในการเรียนพีชคณิต โดยสัมภาษณ์นักเรียนพบว่า  
สาเหตุที่ทำให้เกิดความเข้าใจผิดในการเรียนพีชคณิต คือ ความชัดเจนในการจัดกิจกรรมเกี่ยวกับ  
พีชคณิตและธรรมชาติของคำตอบ การใช้เครื่องหมายและข้อตกลงในพีชคณิต การให้ความหมาย  
ของตัวอักษรและตัวแปร และประเภทความสัมพันธ์และวิธีใช้ในเลขคณิต ซึ่งสอดคล้องกับ โจแอน  
อาร์ เลทเซล (Joan R. Leizel, 1991: 28) ได้กล่าวไว้ว่า

...ตัวแปรเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนพีชคณิต ซึ่งเป็นเครื่องมือ  
สำหรับเรียนคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น แต่มนทัศน์ของตัวแปรมีความ  
ซับซ้อนเกินกว่าที่เราคิด และบ่อยครั้งที่มนทัศน์ของตัวแปรเป็นอุปสรรค  
ต่อความสำเร็จในการเรียนพีชคณิต ดังนั้นนักเรียนควรมีความเข้าใจ  
เกี่ยวกับตัวแปรก่อนที่จะเรียนพีชคณิต ซึ่งครูผู้สอนจะต้องให้ความ  
สนใจในมนทัศน์และความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับตัวแปรของนักเรียน ...

จากการศึกษาข้อมูลจากเอกสารและงานวิจัยที่กล่าวมาแล้ว จะเห็นว่าการใช้ตัวอักษรและ  
ตัวแปรมีความสำคัญในการเรียนพีชคณิต จากการศึกษางานวิจัยของ ดีทมาร์ คูชเชอมนันน์  
(Dietmar Küchemann, 1978: 23 – 26) ซึ่งได้ทำการศึกษาเรื่อง ความเข้าใจของผู้เรียนเกี่ยวกับ  
ตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของ  
อสมการ ซึ่งมี 6 ประเภท คือ การหาค่าของตัวอักษร การไม่ให้ความสำคัญของตัวอักษร การใช้

ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนด และการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร ผลการวิจัยพบว่า การให้ความหมายของตัวแปร นักเรียนเลือกใช้วิธีตามความเคยชินและขึ้นอยู่กับความง่ายของคำถาม นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถให้ความหมายได้ถูกต้องในระดับของการใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน เนื่องจากนักเรียนเข้าใจผิดในการใช้ตัวอักษรที่ใช้แทนจำนวนใน 3 ประเภทแรก

โดยสรุปกล่าวได้ว่า พีชคณิตเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นสูงและสาเหตุหนึ่งที่ทำให้นักเรียนมีอุปสรรคในการเรียนพีชคณิตก็คือความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ด้วยเหตุนี้จึงเป็นแรงจูงใจให้ผู้วิจัยทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร เพื่อที่จะได้นำผลการวิจัยไปใช้เป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

### วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการ ซึ่งมี 6 ประเภท คือ การหาค่าของตัวอักษร การไม่ให้ความสำคัญของตัวอักษร การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนด และการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร

2. เพื่อเปรียบเทียบความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการระหว่างประเภทของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนทั้ง 6 ประเภท

### ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ มีขอบเขตของการวิจัยดังนี้

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร



2. การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เป็นการ ศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของ สมการและคำตอบของสมการ ซึ่งมี 6 ประเภท ตามแนวคิดของ ดีทมาร์ คูชเชอมนันน์ (Dietmar Küchemann, 1978: 23 – 26) คือ

- 2.1 การหาค่าของตัวอักษร (Letter evaluated)
- 2.2 การไม่ให้ความสำคัญของตัวอักษร (Letter ignored)
- 2.3 การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ (Letter as object)
- 2.4 การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน (Letter as specific unknown)
- 2.5 การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนด (Letter as generalised number)
- 2.6 การใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร (Letter as variable)

3. เนื้อหาที่ศึกษาความเข้าใจของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้ แทนจำนวน ประกอบด้วย

- 3.1 วิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 และ ค 102 คณิตศาสตร์ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
- 3.2 วิชา ค 203 คณิตศาสตร์ 3 และ ค 204 คณิตศาสตร์ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- 3.3 วิชา ค 011 คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

### ข้อตกลงเบื้องต้น

การวิจัยครั้งนี้ถือว่า

1. การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนที่ใช้ในแบบทดสอบวัดความเข้าใจ เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนนี้ ศึกษาเฉพาะตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนที่เป็นตัวอักษรภาษาอังกฤษ ตัวพิมพ์เล็ก

2. นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ด้วยความตั้งใจ และเต็มความสามารถ

3. การเก็บรวบรวมข้อมูลและการทำแบบทดสอบที่ใช้ วัน เวลา และสถานที่ต่างกัน ไม่มีผล ทำให้คะแนนต่างไปจากความเป็นจริง

## คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. ความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน หมายถึง ความสามารถในการทำความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการ ซึ่งความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนนี้ได้จากการวัดด้วยแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยมีประเภทของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน 6 ประเภท ตามแนวคิดของ ดีทมาร์ คูชเชอมนันน์ (Dietmar Küchemann, 1978: 23 – 26) คือ

1.1 การหาค่าของตัวอักษร (Letter evaluated) หมายถึง การกำหนดตัวอักษรขึ้นมาและตัวอักษรนั้นสามารถหาค่าได้โดยการแทนค่าด้วยจำนวน เช่น

$$a + 5 = 8 \text{ ดังนั้น } a = ?$$

ตอบ  $a = 3$

จากโจทย์ สามารถหาคำตอบของสมการได้โดยการแทนค่าตัวอักษร  $a$  ด้วยจำนวนคือ 3 แล้วทำให้สมการเป็นจริง ดังนั้นจะได้ว่าคำตอบของสมการ คือ  $a = 3$

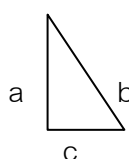
1.2 การไม่ให้ความสำคัญของตัวอักษร (Letter ignored) หมายถึง การกำหนดตัวอักษรขึ้นมา และตัวอักษรแต่ละตัวไม่มีความสำคัญหรือไม่มีความหมายต่อการหาคำตอบของสมการ เพราะไม่จำเป็นต้องทราบค่าของตัวอักษรแต่ละตัว เช่น

$$a + b = 49 \text{ ดังนั้น } a + b + 2 = ?$$

ตอบ  $a + b + 2 = 51$

จากโจทย์ ค่าของตัวอักษร  $a$  และ  $b$  แต่ละตัวไม่มีความสำคัญต่อการหาคำตอบของสมการ เพราะ ถ้า  $a + b = 49$  การหาค่า  $a + b + 2 = ?$  จำเป็นต้องทราบค่าของ  $a + b$  แต่ไม่จำเป็นต้องทราบค่าของตัวอักษร  $a$  หรือ  $b$  ซึ่งสามารถหาค่าของ  $a + b + 2$  ได้ โดยการนำ 2 ไปบวกกับ 49 จะได้ว่า  $a + b + 2 = 51$

1.3 การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ (Letter as object) หมายถึง การกำหนดตัวอักษรขึ้นมาหรือตัวอักษรที่ปรากฏ ถูกใช้แทนค่าของสิ่งของ และตัวอักษรนั้นมีค่าอยู่ในตัวของมัน เช่น



จากรูป เส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม มีความยาวเท่าใด

ตอบ  $a + b + c$  หน่วย

จากโจทย์ สามารถหาความยาวของเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมได้ โดยการนำความยาวของแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยม คือ ตัวอักษร  $a$ ,  $b$  และ  $c$  มารวมกัน ดังนั้นความยาวของเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม คือ  $a + b + c$  หน่วย

1.4 การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน (Letter as specific unknown) หมายถึง การกำหนดตัวอักษรขึ้นมาหรือตัวอักษรที่ปรากฏ มีค่าเฉพาะเจาะจง แต่ไม่รู้ว่ามีค่าเป็นเท่าใด อย่างไรก็ตามสามารถนำตัวอักษรนั้นมาจัดกระทำได้ เช่น



จากรูป ถ้าด้านแต่ละด้านยาวด้านละ 5 หน่วย และมีทั้งหมด  $n$  ด้าน จงหาความยาวของรูปนี้

ตอบ  $5n$  หน่วย

จากโจทย์ ตัวอักษร  $n$  แทนจำนวนด้านทั้งหมดของรูป และมีค่าเฉพาะเจาะจง แต่ไม่รู้ว่ามีค่าเป็นเท่าใดในการแก้ปัญหาโจทย์ แต่โจทย์กำหนดให้แต่ละด้านมีความยาวด้านละ 5 หน่วย สามารถหาความยาวของเส้นรอบรูปนี้ได้ โดยนำ 5 มาบวกกันเป็นจำนวน  $n$  ตัว ดังนั้นความยาวของเส้นรอบรูปของรูปนี้ คือ  $\underbrace{5 + 5 + 5 + \dots + 5}_{n \text{ ตัว}} = 5n$  หน่วย

1.5 การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนด (Letter as generalised number) หมายถึง การกำหนดตัวอักษรขึ้นมาหรือตัวอักษรที่ปรากฏสามารถหาค่าได้หลายค่าหรือมีค่าได้มากกว่า 1 ค่า ขึ้นอยู่กับจำนวนที่เกี่ยวข้อง เมื่อไม่ได้เจาะจงค่าของตัวอักษรนั้นๆ เช่น

$c$  จะมีค่าเท่าใด ถ้า  $c + d = 10$  และ  $c < d$  เมื่อ  $c$  และ  $d$  เป็นจำนวนเต็ม

ตอบ  $c < 5$

จากโจทย์ เมื่อนำตัวอักษร  $c$  มาบวกกับตัวอักษร  $d$  แล้ว อักษร  $c$  ต้องมีค่าน้อยกว่าอักษร  $d$  ดังนั้นตัวอักษร  $c$  มีค่าได้มากที่สุดคือ  $c = 4$  ดังกรณีตัวอย่างต่อไปนี้

กรณี 1  $c < 5$  ให้  $c = 4, d = 6$  ทำให้  $c + d = 10$  เป็นจริง และ  $c < d$

กรณี 2  $c = 5$  ให้  $c = 5, d = 5$  ทำให้  $c + d = 10$  เป็นจริง แต่  $c = d$

กรณี 3  $c > 5$  ให้  $c = 6, d = 4$  ทำให้  $c + d = 10$  เป็นจริง แต่  $c > d$   
 จากกรณีที่ 1, 2 และ 3 ค่าของตัวอักษร  $c$  ที่เป็นไปได้ตามเงื่อนไขที่กำหนด คือ  
 ตัวอักษร  $c$  ต้องมีค่าน้อยกว่า 5 ดังนั้นจะเห็นได้ว่าตัวอักษร  $c$  มีค่าได้มากกว่า 1 ค่า เมื่อไม่ได้  
 เเจาะจงค่าของตัวอักษร  $d$

1.6 การใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร (Letter as variable) หมายถึง การกำหนดค่า  
 ของตัวอักษรขึ้นมาหรือตัวอักษรที่ปรากฏมีค่าเป็นช่วงที่ไม่สามารถระบุได้แน่ชัดหรือเจาะจง และ  
 เป็นระบบความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นระหว่างเซตของค่าของตัวอักษร เช่น

จำนวนใดมีค่ามากกว่ากัน ระหว่าง  $2n$  กับ  $n + 2$  จงอธิบาย

ตอบ  $2n$  หรือ  $n + 2$  จะมีค่ามากกว่ากันหรือไม่ขึ้นอยู่กับค่าของตัวอักษร  $n$   
 ซึ่งเป็นตัวแปร

จากโจทย์  $2n$  หรือ  $n + 2$  จะมีค่ามากกว่ากันหรือไม่ขึ้นอยู่กับค่าของตัวอักษร  
 $n$  ดังกรณีตัวอย่างต่อไปนี้

กรณีที่ 1  $n = 1$  :  $2n = 2$  และ  $n + 2 = 3$  ดังนั้น  $2n < n + 2$

กรณีที่ 2  $n = 2$  :  $2n = 4$  และ  $n + 2 = 4$  ดังนั้น  $2n = n + 2$

กรณีที่ 3  $n = 3$  :  $2n = 6$  และ  $n + 2 = 5$  ดังนั้น  $2n > n + 2$

ดังนั้นจากกรณีตัวอย่างจะได้ว่า  $2n$  หรือ  $n + 2$  จำนวนไหนจะมีค่ามากกว่ากัน  
 นั้นขึ้นอยู่กับค่าของตัวอักษร  $n$  ที่เปลี่ยนแปลงซึ่งจะมีค่าเป็นช่วง คือ

ถ้า ค่าของตัวอักษร  $n < 2$  จะได้ว่า  $2n < n + 2$

ถ้า ค่าของตัวอักษร  $n = 2$  จะได้ว่า  $2n = n + 2$

และ ถ้า ค่าของตัวอักษร  $n > 2$  จะได้ว่า  $2n > n + 2$

2. นักเรียน หมายถึง นักเรียนที่กำลังศึกษาอยู่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ใน โรงเรียนระดับ  
 มัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร ตามหลักสูตร  
 มัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

## บทที่ 2

### วรรณคดีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าตำราเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งได้นำเสนอรายละเอียดเป็นลำดับ ดังต่อไปนี้

1. ตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการ

#### 1.1 ตัวแปร

1.1.1 ความหมายของตัวแปร

1.1.2 ลักษณะของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน

#### 1.2 โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

1.2.1 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

1.2.2 ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

1.2.3 กระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

1.2.4 ปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

#### 1.3 สมการและอสมการ

1.3.1 ความหมายของสมการและอสมการ

1.3.2 การแก้สมการและอสมการ

#### 2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 งานวิจัยต่างประเทศ

2.2 งานวิจัยในประเทศ

ตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการ

## 1. ตัวแปร

### ความหมายของตัวแปร

นักการศึกษาและนักวิชาการที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาคณิตศาสตร์ ได้ให้ความหมายของตัวแปรไว้ดังนี้

วิลเลียม เดวิด รีฟ (William David Reeve, 1954: 257) ได้กล่าวถึงตัวแปรไว้ว่า “ตัวแปร หมายถึง จำนวนที่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้”

เกลน เจมส์ และโรเบิร์ต ซี เจมส์ (Glenn James and Robert C. James, 1959: 412) กล่าวว่า “ตัวแปร หมายถึง ปริมาณที่สามารถแทนด้วยจำนวนจากเซตของจำนวนใดจำนวนหนึ่ง เช่น เซตของจำนวนจริง เซตของจำนวนตรรกยะ เป็นต้น”

เฟรดเดอริก วิลเลียม (Frederrick Williams, 1968: 4) ได้ให้นิยามของตัวแปร (Variable) ไว้ว่า “ตัวแปร คือ ลักษณะในแง่ความแตกต่างและผลกระทบต่อกันของปรากฏการณ์ ตามเค้าโครงการจำแนกที่กำหนด”

ฟรานซิส เจ มุลเลอร์ (Francis J. Mueller, 1972: 100) กล่าวว่า “ตัวแปร คือ ตัวอักษรที่ใช้เป็นสัญลักษณ์แทนจำนวนที่ไม่รู้ค่า”

คาร์เตอร์ วี กูด (Carter V. Good, 1973: 638) กล่าวว่า “ตัวแปรในความหมายทางสถิติ หมายถึง ลักษณะที่เปลี่ยนแปลงจากเงื่อนไขหนึ่งไปยังอีกเงื่อนไขหนึ่ง” ส่วน “ตัวแปรในความหมายทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สัญลักษณ์ในประโยคคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถเปลี่ยนเป็นจำนวนจากเซตที่เรียกว่า โดเมนของตัวแปร”

แฮร์รี เลวิส (Herry Lawis, 1986: 6) กล่าวว่า “ตัวแปร หมายถึง ตัวอักษรที่ใช้สำหรับแทนจำนวนในเซตของจำนวนใดจำนวนหนึ่ง”

เราก์ลี (Rougly, 1959 อ้างถึงใน Zalmal Usiskin, 1988: 9) กล่าวว่า “ตัวแปร หมายถึง สัญลักษณ์สำหรับใช้แทนค่าของสิ่งของ ซึ่งโดยปกติเป็นจำนวนในพีชคณิต และตัวแปรนี้สามารถเชื่อมโยงกับเซตของสิ่งของที่เป็นชื่อที่สามารถใช้แทนกันได้ โดยค่าของสิ่งของเหล่านี้เรียกว่าค่าของตัวแปร”

ซี แอล จอห์นสตัน อัลเดน ที วิลลิส และ เกล เอ็ม ฮิวส์ (C. L. Johnston, Alden T. Willis and Gale M. Hughes, 1995: 215) กล่าวว่า “ตัวแปร หมายถึง ตัวอักษรที่ใช้แทนจำนวนในพีชคณิต ค่าของตัวอักษรจะเปลี่ยนแปลงตามรายละเอียดของปัญหา”

พิยุษ ซี แอกราวาล และคณะ (Piyush C. Agrawal and Others, 1995: 27) กล่าวว่า “ตัวแปร หมายถึง สัญลักษณ์ โดยปกติจะเป็นตัวอักษรใช้สำหรับแทนจำนวนที่เปลี่ยนแปลงหรือผันแปร”

พิยุษ ซี แอกราวาล และคณะ (Piyush C. Agrawal and Others, 1995: 45) ได้ให้ความหมายของตัวแปรไว้ว่า

ตัวแปร หมายถึง ตัวอักษรที่ใช้ในพีชคณิต เป็นตัวอักษรที่แทนจำนวนที่ไม่รู้ค่า เช่น  $x + 4$  จะได้ว่า  $x$  เป็นตัวแปร และนิพจน์ที่มีตัวแปรเรียกว่านิพจน์เกี่ยวกับพีชคณิต ส่วนการหาค่าของตัวแปรในพีชคณิต จะต้องเข้าใจความหมายของนิพจน์พีชคณิตนั้นๆ เช่น

$3a$	หมายถึง	$3 \times a$
$ab$	หมายถึง	$a \times b$
$5 \cdot 6b$	หมายถึง	$5 \times 6 \times b$
$3xy$	หมายถึง	$3 \times x \times y$
$a[b(d)]$	หมายถึง	$a \times (b \times d)$
$\frac{t}{3b}$	หมายถึง	$t \div (3 \times b)$

พียูช ซี แกรราเวล และคณะ (Piyush C. Agrawal and Others, 1995: 625) กล่าวว่า “ตัวแปร หมายถึง สัญลักษณ์ ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นตัวอักษร ที่ใช้แทนจำนวนในนิพจน์หรือประโยคทางคณิตศาสตร์”

คริส คอร์เนเก (Chris Kornegay, 1999: 536) ได้ให้ความหมายของตัวแปรไว้ว่า

ตัวแปร หมายถึง ตัวอักษรที่สามารถใช้แทนจำนวนหรืออื่นๆ และเรียกตัวอักษรนั้นว่าตัวแปร เช่น  $6y + 2$  มี  $y$  เป็นตัวแปร และค่าของ  $6y + 2$  ขึ้นอยู่กับค่าของ  $y$  เมื่อกำหนดค่า  $y$  ก็จะได้ค่าของ  $6y + 2$  เช่นกัน คือ

$$\text{ถ้า } y = 3 \quad \text{ดังนั้น } 6y + 2 = 6(3) + 2 = 20$$

$$\text{ถ้า } y = 5 \quad \text{ดังนั้น } 6y + 2 = 6(5) + 2 = 32$$

$$\text{ถ้า } y = a + 3 \quad \text{ดังนั้น } 6y + 2 = 6(a + 3) + 2 = 6a + 18 + 2 = 6a + 20$$

และ  $a$  เป็นตัวแปรใหม่ที่อิสระไม่ขึ้นกับค่าของตัวแปรใด

ลินคอล์น ดี สตีล (Lincoln D. Stein, 2000: 1) กล่าวว่า “ตัวแปร หมายถึง สัญลักษณ์ที่ใช้แทนค่า (Value) โดยมากมักจะใช้ตัวแปรในวิชาพีชคณิต”

มาร์ค มาติกะ (Mark Matyka, 2001 : 1) ได้ให้ความหมายของตัวแปรไว้ว่า

ตัวแปร หมายถึง สัญลักษณ์ที่ใช้แทนจำนวน โดยปกติใช้เป็นตัวอักษร เช่น  $n$ ,  $m$  หรือ  $x$  ซึ่งเรียกว่า ตัวแปร ตัวอย่างเช่น ให้  $s$  แทนความยาวของด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยใช้  $s$  แทนจำนวน ดังนั้นเส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คือ  $4 \times s$  และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คือ  $s \times s$  เมื่อใดที่กระทำกับตัวแปร ความสามารถในการใช้ตัวอักษรจะเป็นประโยชน์ให้รู้ว่าตัวแปรอยู่ในลักษณะใด เช่น ให้  $n$  แทนจำนวนของคนในโรงภาพยนตร์ ให้  $t$  แทนเวลาในการเที่ยวที่ใดที่หนึ่ง ให้  $d$  แทนระยะทางจากบ้านไปสวนสาธารณะ

ชุมนุมคณิตศาสตร์ซันนี่ ฮิล (Sunny Hill Math Club, 2002: 14) ได้ให้ความหมายของตัวแปรไว้ว่า “ตัวแปร หมายถึง สัญลักษณ์ที่ใช้แทนจำนวนที่ไม่รู้ค่า โดยปกติจะใช้ตัวอักษร เช่น สมการของ ความเร็วคูณเวลาเท่ากับระยะทาง สามารถเขียนแทนได้ด้วย  $r \times t = d$ ”



สุบรรณ พันธ์วิศวาส และชัยวัฒน์ ปัญญาพงษ์ (2522: 18) กล่าวว่า “ตัวแปร คือ สัญลักษณ์ที่ประกอบด้วยค่าเปลี่ยนแปลง (Variate) ซึ่งเป็นปริมาณ หรือ ข้อความต่างๆ”

ไพโรจน์ ตีรณธนากุล และสินทร ศิลา (2528: 3) ได้กล่าวถึงตัวแปรไว้สรุปได้ว่า ตัวแปร คือ สัญลักษณ์ที่ใช้แทนความหมายของข้อมูลที่มีความผันแปร (Variation) เขียนแทนด้วยอักษรใหญ่ (X,Y,Z) และใช้อักษรตัวเล็ก ( $x, y, z$ ) แทนค่าของตัวแปร

นิภา ศรีไพโรจน์ (2531: 61) ได้กล่าวไว้ว่า “ตัวแปร (Variable) หมายถึง คุณสมบัติหรือคุณลักษณะของหน่วยที่เราศึกษาซึ่งมีค่าได้หลายค่า”

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์ (2533: 19) ได้กล่าวไว้ว่า “ตัวแปร หมายถึง ลักษณะที่เปลี่ยนแปลงได้ตามบุคคล เวลา หรือสถานที่ซึ่งบางลักษณะจะเปลี่ยนแปลงไปเมื่อเทียบกับตัวเอง เช่น น้ำหนัก ส่วนสูง อายุ ความดันโลหิตสูง แต่บางลักษณะจะเปลี่ยนแปลงไปเมื่อเทียบกับกลุ่ม เช่น เพศ อาชีพ การศึกษา สถานภาพสมรส ชนิดของโรคที่เป็น เป็นต้น”

ธวัชชัย วรพงศธร (2536: 211) ได้กล่าวถึงตัวแปรไว้สรุปได้ว่า ตัวแปร หมายถึง คุณลักษณะหรือคุณสมบัติของสิ่งต่างๆ ที่สามารถวัดได้ นับได้ หรือแจกแจงได้ คุณลักษณะหรือคุณสมบัติเหล่านี้เปลี่ยนแปลงได้ หรือเปลี่ยนค่าได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2536: 2) ได้ให้ความหมายของคำว่า “ตัวแปร หมายถึง ตัวอักษรแทนจำนวน เช่น  $x$  หรือ  $a$  ที่ปรากฏอยู่ในสมการ”

ศิริชัย กาญจนวาสี (2541: 39) กล่าวว่า “ตัวแปร หมายถึง ลักษณะ หรือเงื่อนไขที่มีความผันแปรในกลุ่มบุคคลหรือสิ่งที่ทำการศึกษา”

สุวิมล ตีรกานันท์ (2542: 45) กล่าวว่า “ตัวแปร (Variable) หมายถึง สิ่งต่างๆ คุณลักษณะ หรือ ลักษณะที่สามารถแปรเปลี่ยนค่าไปได้ต่างๆ กัน”

นิโบล นิมกิงรัตน์ (2543: 73) กล่าวว่า “ตัวแปร (Variable) หมายถึง สิ่งที่เปลี่ยนแปลงค่าได้ เช่น ถ้า ค่า  $x$  เป็นตัวแปรตัวหนึ่ง ก็หมายความว่า สามารถแทนด้วยค่าต่างๆ ได้หลายค่า”

วัตินา สุทธรชัย (2543: 24) กล่าวว่า “ตัวแปร (Variable) หมายถึง สิ่งที่แปรค่าได้หรือสัญลักษณ์ที่สามารถกำหนดค่าเป็นตัวเลข หรือตัวอักษรที่แตกต่างกัน”

จากข้อความที่กล่าวมาแล้วข้างต้น สามารถสรุปความหมายของตัวแปรได้เป็น 2 นัย คือ

1. ตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน หมายถึง สัญลักษณ์ที่ใช้แทนจำนวนที่ไม่รู้ค่า โดยปกติจะใช้ตัวอักษรโดยเรียกตัวอักษรนั้นว่า ตัวแปร และใช้มากในวิชาพีชคณิต
2. ตัวแปรที่ใช้แทนลักษณะ หมายถึง สัญลักษณ์ที่ใช้แทนคุณลักษณะหรือคุณสมบัติของสิ่งต่างๆ ที่สามารถวัดได้ นับได้ แจกแจงได้ โดยคุณลักษณะหรือคุณสมบัติเหล่านี้สามารถเปลี่ยนแปลงได้

## 1.2 ลักษณะของตัวแปรที่แทนด้วยจำนวน

ดิทมาร์ คูชเชอมนันน์ (Dietmar Küchemann, 1978: 23 – 26) ได้กล่าวถึงลักษณะของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการ ซึ่งมี 6 ประเภท ดังนี้คือ

1. การหาค่าของตัวอักษร (Letter evaluated) หมายถึง การกำหนดตัวอักษรขึ้นมาและตัวอักษรนั้นสามารถหาค่าได้โดยการแทนค่าด้วยจำนวน เช่น

ตัวอย่างที่ 1 ถ้า  $a + 5 = 8$  ดังนั้น  $a = ?$

ตอบ  $a = 3$

จากโจทย์ สามารถหาคำตอบของสมการได้โดยการแทนค่าตัวอักษร  $a$  ด้วยจำนวนคือ 3 แล้วทำให้สมการเป็นจริง ดังนั้นจะได้ว่าคำตอบของสมการ คือ  $a = 3$

ตัวอย่างที่ 2 ถ้า  $u = v + 3$  และ  $v = 1$  ดังนั้น  $u = ?$

ตอบ  $u = 4$

จากโจทย์นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการโดยการนำ  $v = 1$  ไปแทนในสมการ  $u = v + 3$  ก็จะได้ ค่าของตัวอักษร  $u = 4$

2. การไม่ให้ความสำคัญของตัวอักษร (Letter ignored) หมายถึง การกำหนดตัวอักษรขึ้นมา และตัวอักษรแต่ละตัวไม่มีความสำคัญหรือไม่มีความหมายต่อการหาคำตอบของสมการ เพราะไม่จำเป็นต้องทราบค่าของตัวอักษรแต่ละตัว เช่น

ตัวอย่างที่ 1 ถ้า  $a + b = 43$  ดังนั้น  $a + b + 2 = ?$

ตอบ  $a + b + 2 = 45$

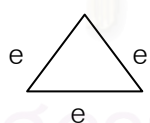
จากโจทย์ ค่าของตัวอักษร  $a$  และ  $b$  แต่ละตัวไม่มีความสำคัญต่อการหาคำตอบของสมการ เพราะ ถ้า  $a + b = 43$  การหาค่า  $a + b + 2 = ?$  จำเป็นต้องทราบค่าของ  $a + b$  แต่ไม่จำเป็นต้องทราบค่าของตัวอักษร  $a$  หรือ  $b$  ซึ่งสามารถหาค่าของ  $a + b + 2$  ได้ โดยการนำ 2 ไปบวกกับ 43 จะได้ว่า  $a + b + 2 = 45$

ตัวอย่างที่ 2 ถ้า  $n - 246 = 762$  ดังนั้น  $n - 247 = ?$

ตอบ  $n - 247 = 761$

จากโจทย์ ตัวอักษร  $n$  ไม่มีความสำคัญต่อการหาคำตอบของสมการ เพราะ ถ้า  $n - 246 = 762$  การหาค่า  $n - 247 = ?$  ไม่จำเป็นต้องทราบค่าของ  $n$  แต่สามารถหาค่าของ  $n - 247$  ได้โดยการนำ  $-1$  ไปบวกกับ 762 จะได้ว่า  $n - 247 = 761$

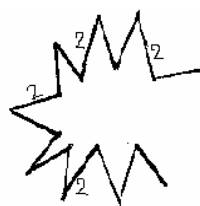
3. การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ (Letter as object) หมายถึง การกำหนดตัวอักษรขึ้นมาหรือตัวอักษรที่ปรากฏ ถูกใช้แทนค่าของสิ่งของ และตัวอักษรนั้นมีค่าอยู่ในตัวของมัน เช่น

 จากรูป เส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม มีความยาวเท่าใด

ตอบ  $e + e + e$  หน่วย

จากโจทย์ สามารถหาความยาวของเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมได้ โดยการนำความยาวของแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยม คือ ตัวอักษร  $e$  มารวมกัน ดังนั้นความยาวของเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม คือ  $e + e + e$  เท่ากับ  $3e$  หน่วย

4. การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน (Letter as specific unknown) หมายถึง การกำหนดตัวอักษรขึ้นมาหรือตัวอักษรที่ปรากฏ มีค่าเฉพาะเจาะจง แต่ไม่รู้ว่ามีค่าเป็นเท่าใด อย่างไรก็ตามสามารถนำตัวอักษรนั้นมาจัดกระทำได้ เช่น



จากรูป ถ้าด้านแต่ละด้านยาวด้านละ 2 หน่วย และมีทั้งหมด  $n$  ด้าน จงหาความยาวของรูปนี้

ตอบ  $2n$  หน่วย

จากโจทย์ ตัวอักษร  $n$  แทนจำนวนด้านทั้งหมดของรูป และมีค่าเฉพาะเจาะจงแต่ไม่รู้ว่ามีค่าเป็นเท่าใดในการแก้ปัญหาโจทย์ แต่โจทย์กำหนดให้แต่ละด้านมีความยาวด้านละ 2 หน่วย สามารถหาความยาวของเส้นรอบรูปนี้ได้ โดยนำ 2 มาบวกกันเป็นจำนวน  $n$  ตัว ดังนั้นความยาวของเส้นรอบรูปของรูปนี้ คือ  $\underbrace{2 + 2 + 2 + \dots + 2}_{n \text{ ตัว}} = 2n$  หน่วย

#### 5. การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนด (Letter as generalised number)

หมายถึง การกำหนดตัวอักษรขึ้นมาหรือตัวอักษรที่ปรากฏสามารถหาค่าได้หลายค่าหรือมีค่าได้มากกว่า 1 ค่า ขึ้นอยู่กับจำนวนที่เกี่ยวข้อง เมื่อไม่ได้เจาะจงค่าของตัวอักษรนั้นๆ เช่น

ตัวอย่างที่ 1  $c$  จะมีค่าเท่าใด ถ้า  $c + d = 10$  และ  $c < d$  เมื่อ  $c$  และ  $d$  เป็นจำนวนเต็ม

ตอบ  $c < 5$

จากโจทย์ เมื่อนำตัวอักษร  $c$  มาบวกกับตัวอักษร  $d$  แล้ว ตัวอักษร  $c$  ต้องมีค่าน้อยกว่าตัวอักษร  $d$  ดังนั้นตัวอักษร  $c$  มีค่าได้มากที่สุดคือ  $c = 4$  ดังกรณีตัวอย่างต่อไปนี้

กรณี 1  $c < 5$  ให้  $c = 4, d = 6$  ทำให้  $c + d = 10$  เป็นจริง และ  $c < d$

กรณี 2  $c = 5$  ให้  $c = 5, d = 5$  ทำให้  $c + d = 10$  เป็นจริง แต่  $c = d$

กรณี 3  $c > 5$  ให้  $c = 6, d = 4$  ทำให้  $c + d = 10$  เป็นจริง แต่  $c > d$

จากกรณีที่ 1, 2 และ 3 ค่าของตัวอักษร  $c$  ที่เป็นไปได้ตามเงื่อนไขที่กำหนดคือ ตัวอักษร  $c$  ต้องมีค่าน้อยกว่า 5 ดังนั้นจะเห็นได้ว่าตัวอักษร  $c$  มีค่าได้มากกว่า 1 ค่า เมื่อไม่ได้เจาะจงค่าของตัวอักษร  $d$

ตัวอย่างที่ 2  $L + M + N = L + P + N$  ได้ทุกกรณี หรือ ได้บ้างบางกรณี หรือไม่ได้เลย

ตอบ ได้บ้างบางกรณี โดย  $L + M + N = L + P + N$  เมื่อ  $M = P$

6. การใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร (Letter as variable) หมายถึง การกำหนดค่าของตัวอักษรขึ้นมาหรือตัวอักษรที่ปรากฏมีค่าเป็นช่วงที่ไม่สามารถระบุได้แน่ชัดหรือเจาะจง และเป็นระบบความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นระหว่างเซตของค่าของตัวอักษร เช่น

จำนวนใดมีค่ามากกว่ากัน ระหว่าง  $2n$  กับ  $n + 2$  จงอธิบาย

ตอบ  $2n$  หรือ  $n + 2$  จะมีค่ามากกว่ากันหรือไม่ขึ้นอยู่กับค่าของตัวอักษร  $n$  ซึ่งเป็นตัวแปร

จากโจทย์  $2n$  หรือ  $n + 2$  จะมีค่ามากกว่ากันหรือไม่ขึ้นอยู่กับค่าของตัวอักษร  $n$  ดังกรณีตัวอย่างต่อไปนี้

กรณีที่ 1  $n = 1$  :  $2n = 2$  และ  $n + 2 = 3$  ดังนั้น  $2n < n + 2$

กรณีที่ 2  $n = 2$  :  $2n = 4$  และ  $n + 2 = 4$  ดังนั้น  $2n = n + 2$

กรณีที่ 3  $n = 3$  :  $2n = 6$  และ  $n + 2 = 5$  ดังนั้น  $2n > n + 2$

ดังนั้นจากกรณีตัวอย่างจะได้ว่า  $2n$  หรือ  $n + 2$  จำนวนไหนจะมีค่ามากกว่ากันขึ้นอยู่กับค่าของตัวอักษร  $n$  ที่เปลี่ยนแปลงซึ่งจะมีค่าเป็นช่วง คือ

ถ้า ค่าของตัวอักษร  $n < 2$  จะได้ว่า  $2n < n + 2$

ถ้า ค่าของตัวอักษร  $n = 2$  จะได้ว่า  $2n = n + 2$

และ ถ้า ค่าของตัวอักษร  $n > 2$  จะได้ว่า  $2n > n + 2$

## 2. โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

### 2.1 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักวิชาการที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาคณิตศาสตร์ ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

เคนเนต บี แอนเดอสัน และอาร์ อี พิงกรี (Kenneth B. Anderson and R. E. Pingry, 1973: 228) ได้กล่าวถึงความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบ ซึ่งผู้ตอบจะทำได้ดีต้องมีวิธีที่เหมาะสม ซึ่งต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน และการตัดสินใจประกอบกันไป

แซม อัดัมส์ เลสลีย์ ซี เอลลิส และบี เอฟ บีสัน (Sam Adams, Leslie C. Ellis and B. F. Beeson, 1977: 176) ได้ให้ความหมายว่า “โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ โจทย์ภาษา ( Word problem) หรือโจทย์เชิงเรื่องราว (Story problem) หรือโจทย์เชิงสนทนา (Verbal problem) จะบอกลักษณะของปัญหาด้วยข้อความ หรือข้อความประกอบกับปริมาณหรือจำนวน”

เฟรดเดอริค เอช เบลล์ (Frederrick H. Bell, 1978: 309 – 310) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหา สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นปัญหา การหาคำตอบของปัญหาจะประสบความสำเร็จหรือไม่ ขึ้นอยู่กับวิธีการที่ผู้แก้ปัญหาคิด ซึ่งเป็นผู้ให้ความสนใจในการหาคำตอบ ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหานั้น

ดักลาส อี ครูอิคแซงค์ และลินดา เจ เซฟฟิลด์ (Douglas E. Cruikshank and Linda J. Sheffield, 1992: 37) ได้กล่าวถึงโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาสาระเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ โดยที่บางปัญหาเป็นปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลข และสามารถหาคำตอบได้โดยใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์

ยูพิน พิพิฑกุล (2530: 133) ได้กล่าวถึงปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือข้อสรุปใหม่ที่ยังไม่เคยเรียนมาก่อน หรือปัญหาเกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ทฤษฎีบท ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่างๆ ที่จะถูกนำมาใช้ เป็นปัญหาที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา

สุวรร กาญจนมยุร (2532: 9) ได้กล่าวว่า “โจทย์คณิตศาสตร์ หมายถึง โจทย์ปัญหาที่อยู่ในลักษณะข้อความที่เขียนเป็นตัวหนังสือ หรืออยู่ในลักษณะของคำทายที่ให้นักเรียนหาคำตอบ”

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 66 – 74) ได้กล่าวถึงความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวนหรือคำอธิบายให้เหตุผล การหาคำตอบนั้นต้องใช้ความรู้ ทักษะ และประสบการณ์หลายๆ อย่าง ประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้

จากที่กล่าวมาแล้วข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจอยู่ในลักษณะของข้อความ หรือข้อความ

ประกอบจำนวน การหาคำตอบของปัญหานั้น ผู้แก้ปัญหามองใช้ความรู้ ประสบการณ์หลายๆ อย่าง และวิธีการที่เหมาะสม

## 2.2 ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักวิชาการที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาคณิตศาสตร์ ได้แบ่งประเภทโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

จอร์จ โพลยา (Gorge Polya, 1973: 154 – 156) ได้กล่าวถึงประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า เมื่อแบ่งประเภทโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามจุดประสงค์ของปัญหาสามารถแบ่งได้ 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์ เพื่อให้ค้นหา คำตอบที่ต้องการ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน เป็นปัญหาให้หาวิธีการ หรือหาเหตุผลก็ได้ ลักษณะของปัญหาจะประกอบด้วย 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการให้หา สิ่งที่กำหนดให้ และเงื่อนไข เชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ การแยกส่วนประกอบของปัญหา ออกเป็น 3 ส่วน จะช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาได้ดีขึ้น ทำให้สามารถกำหนดแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาได้

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) ลักษณะของปัญหาประเภทนี้มีจุดประสงค์ เพื่อให้แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือเป็นเท็จ ส่วนประกอบของปัญหานี้ จะประกอบไปด้วย 2 ส่วน คือ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสมมติฐาน และสิ่งที่ต้องการ พิสูจน์หรือผลสรุป การแยกส่วนประกอบของปัญหาออกเป็นส่วนๆ ทำให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาได้ ชัดเจนขึ้น และสามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญห หรือการพิสูจน์ได้รวดเร็วขึ้น

โรเบิร์ต บี แอสลอค (Robert B. Ashlock, 1983: 239) ได้แบ่งรูปแบบของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาในหนังสือหรือโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยการแปลงให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์ (Standard textbook or translation problem) เป็นโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยหลักการ หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัว ไม่ค่อยซับซ้อนมากนัก

2. โจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยกระบวนการ (Process problems) เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องแก้ด้วยกลวิธีต่างๆ ซึ่งยุ่งยากมากกว่าประเภทที่ 1 โจทย์ปัญหาประเภทนี้จะต้องแก้ด้วยกระบวนการทั้ง 3 ชั้น คือ

2.1 ความเข้าใจปัญหา

2.2 การพัฒนาและการหากกลวิธีในการแก้ปัญหา

2.3 การประเมินการแก้ปัญหา

อาร์ทอ เจ บาร์วูดี้ (Arthur J. Baroody, 1989: 260 – 261) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะโครงสร้างของปัญหาออกเป็น 2 ประเภท สรุปได้ดังนี้ คือ

1. ปัญหารoutine (Routine problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในลักษณะของโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา โจทย์ปัญหาจะบอกข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหาครบถ้วน ทำให้สามารถหาวิธีการแก้ปัญหาได้ง่าย โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ลักษณะนี้ จะพบอยู่ในหนังสือเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่ routine (Nonroutine problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามust ใช้ความรู้และความสามารถหลายอย่างด้วยกัน ในการหาคำตอบของปัญหา ลักษณะของปัญหาจะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงมากกว่าปัญหาแรก ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้มีทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น มีวิธีการในการหาคำตอบได้หลายวิธี และคำตอบของปัญหาอาจมีได้หลายคำตอบ

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2536: 10) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาเป็น 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาสาระ ได้แก่ โจทย์ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในหนังสือเรียนโดยทั่วไปนั่นเอง เป็นโจทย์ที่นำความรู้เกี่ยวกับวิธีการคิดคำนวณที่เรียนมาแล้วมาใช้หาคำตอบของสภาพการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน จึงอาจกล่าวได้ว่าโจทย์ปัญหานี้มุ่งขยายประสบการณ์ด้านการคิดคำนวณมากกว่าการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหายอย่างแท้จริง

2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ เป็นโจทย์ปัญหาที่มุ่งเน้นกระบวนการในการหาคำตอบมากกว่าตัวคำตอบเอง ในการหาคำตอบบางครั้งอาจไม่จำเป็นต้องนำการบวก ลบ คูณหาร มาใช้ แต่ใช้กระบวนการคิดอื่นๆ โจทย์ปัญหานี้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดี และยังส่งเสริมวิธีการคิดที่หลากหลาย อย่างสร้างสรรค์ และสร้างความรู้สึกรักที่ท้าทายอีกด้วย



ปรีชา เนาวีเย็นผล (2537: 66 – 74) ได้กล่าวถึงการแบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. การแบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาที่สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณจำนวนหรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงถึงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ

2.2 การแบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหาทำให้สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหาที่มีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามองประมวลความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

จากประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาแล้วข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าโจทย์ปัญหาแต่ละประเภทมีลักษณะที่แตกต่างกัน ถ้าแบ่งโจทย์ปัญหาตามโครงสร้างของโจทย์ปัญหาสามารถแบ่งโจทย์ปัญหาได้เป็น 2 ประเภท คือ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาสาระ และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ และถ้าแบ่งโจทย์ปัญหาตามจุดประสงค์ของโจทย์ปัญหา สามารถแบ่งโจทย์ปัญหาได้เป็น 2 ประเภท คือ ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) และปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove)

### 2.3 กระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ซึ่งปกติโจทย์คณิตศาสตร์แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ โจทย์ที่หาคำตอบโดยทำตามวิธีการ (Algorithm) โจทย์แบบนี้เป็นโจทย์ที่นักเรียนได้เรียนมาและทำตามวิธีการนั้นเลย เช่น การหา ห.ร.ม. ค.ร.น. การหารยาว เป็นต้น และโจทย์ที่เป็นโจทย์ปัญหา (Problem solving in mathematics) ซึ่งโจทย์แบบนี้ที่นักเรียนส่วนใหญ่มักจะประสบปัญหาในการแก้ปัญหา

ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงนำเสนอกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีนักวิชาการหลายท่านได้เสนอแนะวิธีการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้เป็นลำดับชั้นดังนี้

จอร์จ โพลยา (Gorge Polya, 1957: 5 - 40) ได้เสนอลำดับชั้นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ชั้น สรุปได้ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือทำความเข้าใจคำที่มีอยู่ในปัญหานั้น แล้วสรุปปัญหานั้นออกมาเป็นภาษาของตนเอง สามารถบอกได้ว่าปัญหาถามอะไร สิ่งที่กำหนดมีอะไรบ้าง

2. การวางแผนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือพิจารณาหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่เกี่ยวข้องที่กำหนดมาให้กับสิ่งที่โจทย์ถาม ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องทบทวนความรู้ต่างๆ ที่จะต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหานั้นๆ

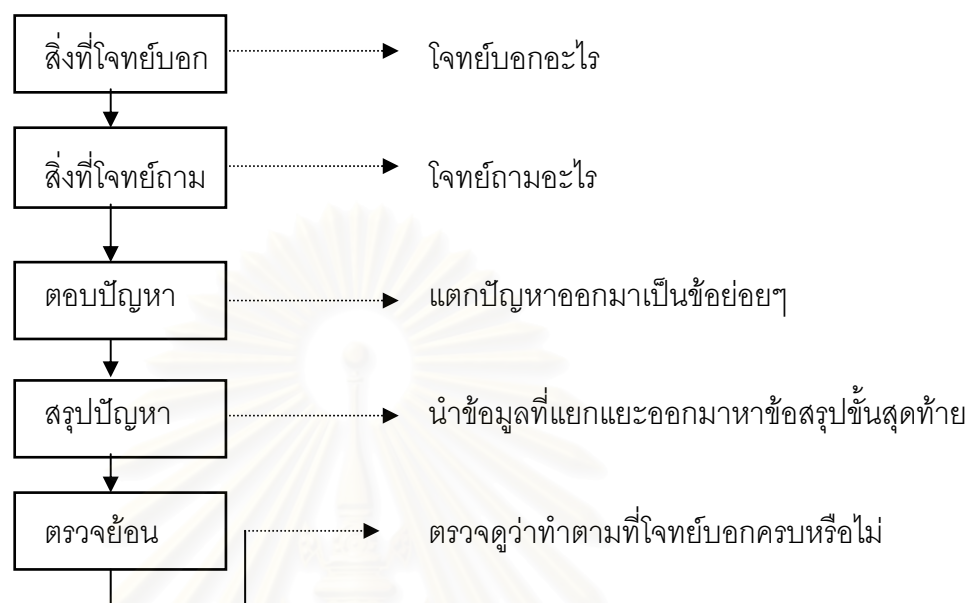
3. การดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่นำวิธีที่เลือกไว้ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นผลสำเร็จ โดยใช้ทักษะทางการคำนวณเข้ามาช่วยในการหาคำตอบ

4. การตรวจสอบวิธีการและคำตอบ เพื่อความมั่นใจว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้อง ซึ่งอาจจะทำให้เกิดความคิดที่จะดัดแปลงวิธีการแก้ปัญหาให้ง่าย กระชับ และชัดเจนยิ่งขึ้น รวมทั้งอาจจะเกิดแนวความคิดที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ได้

แฟรงค์ เค เลสเตอร์ (Frank K. Lester, 1978 อ้างถึงใน ยุพิน พิพิธกุล: 2530) ได้จัดขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ดังนี้ คือ

1. การรู้ถึงปัญหา จะต้องรู้ว่าปัญหาใดบ้าง
2. ความเข้าใจในปัญหา จะต้องทำความเข้าใจในปัญหานั้นอย่างถ่องแท้
3. การวิเคราะห์เป้าหมาย จะต้องวิเคราะห์ดูว่าเป้าหมายนั้นเป็นอย่างไร
4. การวางแผน เมื่อทราบเป้าหมายแล้วก็วางแผนออกมาว่าจะทำอย่างไร
5. การนำแผนมาใช้ ใช้แผนที่วางไว้ตามขั้นตอน
6. การดำเนินงาน ลงมือดำเนินงานตามแผน
7. การประเมินและแก้ไขปัญหา ลงมือทำเสร็จแล้วก็ต้องมีการประเมิน เมื่อมีข้อบกพร่องหรือข้อขัดข้องบางประการก็แก้ไขปัญหานั้นได้

ยุพิน พิพิธกุล (2530: 136) ได้เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังแผนภูมิดังนี้



แผนภูมิแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของยุพิน พิพิธกุล

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 184) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นการมองไปที่ตัวปัญหาพิจารณาว่าปัญหาต้องการอะไร ปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่างๆ ช่วย เช่น การเขียนรูป เขียนแผนภูมิ การเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเอง
2. ขั้นวางแผน เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญห ด้วยวิธีใด จะแก้ อย่างไร ปัญหาที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนหรือไม่ ขั้นวางแผนเป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ในปัญหา ผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่ กำหนดแนวทางในการแก้ปัญห
3. ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่างๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหใหม่

4. ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาของย้อนกลับไปที่ขั้นตอนต่างๆ ที่ผ่านมา เพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา มีวิธีแก้ปัญหาย่างอื่นหรือไม่ พิจารณาปรับปรุงแก้ไขวิธีการแก้ปัญหาให้กระชับรัด ชัดเจน เหมาะสมดีขึ้นกว่าเดิม ขั้นตอนนี้ครอบคลุมถึงการมองไปข้างหน้าโดยใช้ประโยชน์จากวิธีการแก้ปัญหาที่ผ่านมา ขยายแนวความคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขวางขึ้นกว่าเดิม

จากที่กล่าวมาแล้วข้างต้น เมื่อพิจารณาขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาจิตคณิตศาสตร์ซึ่งมีผู้จัดลำดับไว้แตกต่างกันไป สามารถสรุปได้เป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้ คือ ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ ขั้นวางแผนแก้ปัญหาโจทย์ ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบ

## 2.4 ปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักวิชาการที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาคณิตศาสตร์ ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

แซม อัดัมส์ เลสลีย์ ซี เอลลิส และ บี เอฟ บีสัน (Sam Adams, Leslie C. Ellis and B. F. Beeson, 1977: 174 – 175) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนไว้ 3 ด้าน คือ

1. สติปัญญา (Intelligence) การแก้ปัญหาคำเป็นต้องใช้ทักษะการคิดระดับสูง ดังนั้น สติปัญญาจึงเป็นสิ่งที่สำคัญยิ่งประการหนึ่งในการแก้โจทย์ปัญหา องค์ประกอบทางด้านสติปัญญาที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ประกอบไปด้วย 2 องค์ประกอบ คือ องค์ประกอบทางปริมาณ (Quantitative factors) และองค์ประกอบทางภาษา (Verbal factors) ซึ่งนักเรียนอาจมีความสามารถทางด้านสติปัญญาไม่ครบทั้ง 2 องค์ประกอบ

2. การอ่าน (Reading) ความสามารถในการอ่านนับเป็นทักษะพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการแก้โจทย์ปัญหา เพราะการแก้โจทย์ปัญหาต้องอาศัยการอ่านวิเคราะห์ ซึ่งช่วยในการ ตัดสินใจว่าควรทำอะไร และทำอย่างไร

3. ทักษะพื้นฐาน (Basic skills) หลังจากทบทวนวิเคราะห์ปัญหาแล้วนั้น ในขั้นดำเนินการแก้ปัญหานั้น ต้องอาศัยทักษะการคิดคำนวณ ซึ่งนักเรียนต้องมีทักษะพื้นฐานเกี่ยวกับการคิดคำนวณเรื่องการ บวก ลบ คูณ และหาร ซึ่งสามารถช่วยในการหาคำตอบ

สุวร กาญจนมยุร (2532: คำนำ) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ไว้ 5 ประการ คือ

1. องค์ประกอบเกี่ยวกับภาษา ได้แก่ คำและความหมายของคำต่างๆ ในโจทย์ปัญหาแต่ละข้อว่ามีความหมายอย่างไร คำคำเดียวกัน อยู่ต่างสถานการณ์กัน อาจมีความหมายต่างกัน ซึ่งนักเรียนต้องเข้าใจเรื่องราวและสถานการณ์ของโจทย์ปัญหาแต่ละข้อเป็นอย่างดี ฉะนั้นเทคนิคสอนการแก้โจทย์ปัญหา ครูผู้สอนจำเป็นต้องฝึกให้นักเรียนคุ้นเคยกับคำต่างๆ และความหมายของคำทุกคำในโจทย์ปัญหา เปิดโอกาสให้นักเรียนอ่านโจทย์หลายๆ ครั้ง และวิเคราะห์โจทย์ปัญหาทั้งหมดว่ามีกี่ตอน ตอนใดเป็นส่วนที่โจทย์กำหนด ตอนไหนโจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาทั้งหมดมีความเกี่ยวพัน เชื่อมโยง หรือสัมพันธ์กันอย่างไร จะต้องแปลความ ตีความ เพื่อหาคำตอบของปัญหาได้ด้วยวิธีบวก หรือลบ หรือคูณ หรือหาร ซึ่งครูผู้สอนต้องฝึกให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง

2. องค์ประกอบเกี่ยวกับความเข้าใจ เป็นขั้นตีความ และแปลความจากข้อความทั้งหมดของโจทย์ปัญหามาเป็นประโยคสัญลักษณ์ที่นำไปสู่การหาคำตอบด้วยวิธีใด ซึ่งนักเรียนต้องคิดได้ด้วยตนเอง ถ้านักเรียนสามารถแปลความหมายจากโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง แสดงว่ามีความเข้าใจและแก้โจทย์ปัญหาได้แน่นอน

3. องค์ประกอบเกี่ยวกับการคิดคำนวณ ขั้นนี้นักเรียนต้องมีทักษะ บวก ลบ คูณ หาร จำนวนต่างๆ ได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ

4. องค์ประกอบเกี่ยวกับการแสดงวิธีทำ ครูผู้สอนต้องฝึกให้นักเรียนย่อความจากโจทย์แต่ละตอน โดยเขียนสั้นๆ รัดกุม และมีใจความชัดเจนตามโจทย์ และฝึกการสรุปความจากสิ่งที่กำหนดให้ทั้งหมดมาเป็นความรู้ใหม่ด้วย

5. องค์ประกอบการศึกษาทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ผู้สอนต้องเริ่มฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาให้นักเรียนตั้งแต่ย้ายไปหายาก คือ เริ่มฝึกตามตัวอย่างหรือเลียนแบบตัวอย่าง ฝึกทักษะจากการแปลความ และฝึกทักษะจากหนังสือเรียน

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 81 – 82) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา สิ่งส่งผลโดยตรงต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่านและการฟัง เนื่องจากโจทย์ปัญหาจะอยู่ในรูปของข้อความที่เป็น

ตัวอักษร ซึ่งนักเรียนต้องอ่านและทำความเข้าใจ เพื่อพิจารณาสิ่งที่โจทย์ถาม และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ตลอดจนข้อมูลที่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหา สิ่งสำคัญอีกอย่างหนึ่งที่จะช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ คือ ควรรู้จักใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหา เช่น การขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญ การแบ่งวรรคตอน การจดบันทึกเพื่อแยกแยะประเด็นสำคัญ การเขียนภาพและแผนภูมิ และการสร้างแบบจำลอง การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับ โจทย์ปัญหา และการเขียนปัญหาใหม่ด้วยคำพูดของตัวเอง

2. ทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา การที่นักเรียนได้ฝึกแก้โจทย์ปัญหาอยู่เสมอ นักเรียนจะมีโอกาสพบโจทย์ปัญหาหลายรูปแบบ และมีประสบการณ์ในการแก้โจทย์ปัญหา ทำให้สามารถวางแผนเพื่อกำหนดวิธีการในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและการให้เหตุผล ทักษะการคิดคำนวณและการให้เหตุผลมักใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเสมอ นักเรียนจะต้องได้รับการฝึกทักษะพื้นฐานด้านการคิดคำนวณ ซึ่งได้แก่การบวก ลบ คูณ และหาร จนเกิดความชำนาญ สำหรับการให้เหตุผลนั้น นักเรียนต้องศึกษากระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้เข้าใจ เพื่อนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

4. แรงขับ โจทย์ปัญหาบางข้ออาจอยู่ในระดับยาก ต้องใช้การคิดวิเคราะห์และใช้พลังในการคิด นักเรียนต้องมีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งสิ่งต่างๆ เหล่านี้ต้องใช้เวลาในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นกับนักเรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เหมาะสม

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาก็ดีต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด ไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตัวเองคุ้นเคย เปิดโอกาสให้ตัวเองได้เรียนรู้ ยอมรับรูปแบบการคิดและวิธีการใหม่ๆ อยู่เสมอ

จากข้อความข้างต้นที่นักการศึกษาได้กล่าวถึงปัจจัยต่างๆ ที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถสรุปได้คือ สถิติปัญญาเป็นสิ่งสำคัญประการหนึ่งในการแก้ปัญหาประกอบกับความสามารถในการคิดคำนวณ และความสามารถทางด้านภาษา เพราะการที่จะแก้ปัญหานั้นต้องทำความเข้าใจปัญหาก่อน ซึ่งจะต้องอาศัยทักษะการอ่านเพื่อพิจารณาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาคำตอบ และคิดหาวิธีการที่ใช้สำหรับแก้ปัญหานั้นๆ ซึ่งผู้แก้ปัญหาก็ต้องมีความยืดหยุ่นในความคิด หาวิธีการที่หลากหลายเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหาก็เหมาะสมกับลักษณะของโจทย์ปัญหา

### 3. สมการและอสมการ

#### 3.1 ความหมายของสมการและอสมการ

##### ความหมายของสมการ

นักการศึกษาและนักวิชาการที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาคณิตศาสตร์ ได้ให้ความหมายของสมการไว้ดังนี้

ฟรานซิส เจ มุลเลอร์ (Francis J. Mueller, 1972: 97) ได้ให้ความหมายของสมการไว้ว่า “สมการ หมายถึง ประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่แสดงถึงความเท่ากันของนิพจน์สองนิพจน์ (Expression)”

คาร์เตอร์ วี กูด (Carter V. Good, 1973: 215) ได้กล่าวว่า “สมการ หมายถึง ประพจน์ที่แสดงถึงความเท่ากันของนิพจน์สองนิพจน์หรือจำนวนสองจำนวน”

พอล เค รีส เฟรด ดับเบิลยู สปาร์ค และชาร์เลส สปาร์ค รีส (Paul K. Rees, Fred W. Sparks and Charles Sparks Rees, 1978: 80) ได้กล่าวว่า “สมการ หมายถึง ประโยคสัญลักษณ์ที่แสดงถึงการเท่ากันของนิพจน์สองนิพจน์ แต่ละนิพจน์เรียกว่า สมาชิกของสมการ (Member of the Equation)”

วิเวียน ชาว์ โกรซา (Vivian Shaw Groza, 1983: 82) ได้ให้ความหมายของสมการไว้ว่า “สมการ หมายถึง ประโยคคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปของ  $A = B$  และสมการไม่จำเป็นต้องเป็นประโยคคณิตศาสตร์ที่เป็นจริงเสมอไป” เช่น

$$2 + 4 = 6 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$7 - 3 = 8 \quad \text{เป็นเท็จ}$$

$$x + 5 = 5 + x \quad \text{เป็นจริงทุกค่า } x$$

$$x + 5 = x + 1 \quad \text{เป็นจริงทุกค่า } x$$

$$x + 5 = 9 \quad \text{เป็นจริงสำหรับบางค่าของ } x \text{ และเป็นเท็จสำหรับบางค่าของ } x$$

ซี แอล จอห์นสตัน อัลเดน ที วิลลิส และ เกล เอ็ม ฮิวส์ (C. L. Johnston, Alden T. Willis and Gale M. Hughes, 1995: 256) ได้ให้ความหมายของสมการไว้ว่า “สมการ หมายถึง ประพจน์ที่แสดงถึงความเท่ากันของนิพจน์สองนิพจน์” ซึ่งสมการประกอบด้วย 3 ส่วน คือ

1. เครื่องหมายเท่ากับ (=)
  2. นิพจน์ข้างซ้ายของเครื่องหมาย = เรียกว่า ข้างซ้ายของสมการ (สมาชิกทางซ้าย)
  3. นิพจน์ข้างขวาของเครื่องหมาย = เรียกว่า ข้างขวาของสมการ (สมาชิกทางขวา)
- เช่น

$$5x - 8 = 3x + 3$$

ข้างซ้าย
↑
↑
↑
ข้างขวา

เครื่องหมายเท่ากับ

ปิยุษ ซี แกรวาล และคณะ (Piyush C. Agrawal and Others, 1995: 32) ได้ให้ความหมายของสมการไว้ว่า “สมการ หมายถึง หมายถึง ประโยคทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ภายใต้เครื่องหมายเท่ากับ (=)” เช่น

$$22 + 10 = 32 \quad \text{สมการเป็นจริง}$$

$$10 - 2 = 6 \quad \text{สมการเป็นเท็จ}$$

มาร์ค มาติกะ (Mark Matyka, 2001: 3) ได้ให้ความหมายของสมการไว้ว่า “สมการ หมายถึง ประพจน์ที่แสดงถึงการเท่ากันของจำนวนสองจำนวนหรือนิพจน์สองนิพจน์”

ชุมนุมคณิตศาสตร์ชั้นนี้ ฮิล (Sunny Hill Math Club, 2002: 3) ได้ให้ความหมายของสมการไว้ว่า “สมการ หมายถึง ประพจน์ที่แสดงถึงการเท่ากันของนิพจน์หนึ่งกับอีกนิพจน์หนึ่ง” เช่น  $24 - x + 6 = 17$  หรือ  $4y + 2 = 8y - 3$

ปกรณ์ พลาหาญ (2534: 7) ได้ให้ความหมายของสมการไว้ว่า “สมการ หมายถึง ประพจน์ (Statement) ที่แสดงว่าสองปริมาณมีค่าเท่ากัน ซึ่งปริมาณใดปริมาณหนึ่งหรือทั้งสองปริมาณจะมีตัวไม่ทราบค่า (Unknown) ซึ่งส่วนมากมักจะเป็น  $x$  รวมอยู่ด้วย เช่น  $x = 2$  เป็นตัวอย่างสมการอย่างง่าย สมการที่ซับซ้อนขึ้นอีกหน่อยหนึ่ง เช่น  $3x - 2 = x + 8$  ถ้าแทนค่าต่างๆ กันของ  $x$  ลงในสมการจะได้ประพจน์ที่ถูกหรือผิด”

วิทย์ เทียงบูรณธรรม (2535: 1321) ได้ให้ความหมายของสมการไว้ว่า “สมการ หมายถึง ประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมาย (=) แสดงความเท่ากันของจำนวนสองจำนวน”



สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2541: 207) ได้ให้ความหมายของสมการไว้ว่า “สมการ หมายถึง ประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ = บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน” ตัวอย่างสมการ เช่น  $8 - 5 = 3$  และ  $2x + 7 = 12$

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2542: 80) ได้ให้ความหมายของสมการไว้ว่า “สมการ หมายถึง ประโยคคณิตศาสตร์ที่ใช้เครื่องหมาย = ”

จากที่กล่าวมาแล้วข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า สมการ หมายถึง ประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ = บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน เช่น  $4 + 3 = 7$  และ  $2x + 3 = 7$  เป็นต้น และในสมการไม่จำเป็นต้องมีตัวแปรปรากฏเสมอไป แต่สมการจะมีคำตอบได้เมื่อมีตัวแปรปรากฏ

### ความหมายของอสมการ

นักการศึกษาและนักวิชาการที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาคณิตศาสตร์ ได้ให้ความหมายของอสมการไว้ดังนี้

ฟรานซิส เจ มุลเลอร์ ( Francis J. Mueller, 1972: 102) ได้ให้ความหมายของอสมการไว้ว่า “อสมการ หมายถึง ประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่แสดงถึงความไม่เท่ากันของนิพจน์สองนิพจน์ (Expression)”

ซี แอล จอห์นสตัน อัลเดน ที วิลลิส และ เกล เอ็ม ฮิวส์ (C. L. Johnston, Alden T. Willis and Gale M. Hughes, 1995: 256) ได้ให้ความหมายของอสมการไว้ว่า “อสมการ หมายถึง ประพจน์ที่แสดงถึงความไม่เท่ากันของนิพจน์สองนิพจน์” ซึ่งอสมการประกอบด้วย 3 ส่วน คือ

$$5x + 3 < 2x - 1$$

วิทย์ เทียงบุญธรรม (2535: 1557) ได้ให้ความหมายของอสมการไว้ว่า “อสมการ หมายถึง ประโยคทางคณิตศาสตร์ที่แสดงให้เห็นว่าสัญลักษณ์ทางพีชคณิตทางซ้ายมือไม่เท่ากับทางขวามือ อสมการจะมีเครื่องหมายเหล่านี้ปรากฏอยู่ คือ  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$  หรือ  $\neq$ ”

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2542: 80) ได้ให้ความหมายของอสมการไว้ว่า “อสมการ หมายถึง ประโยคคณิตศาสตร์ที่ใช้เครื่องหมาย  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$  หรือ  $\neq$ ”

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2540: 5) ได้ให้ความหมายของอสมการไว้ว่า “อสมการ หมายถึง ประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวนโดยมีสัญลักษณ์  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$  หรือ  $\neq$  บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน”

จากที่กล่าวมาแล้วข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า อสมการ หมายถึง ประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$  หรือ  $\neq$  บอกความสัมพันธ์ของจำนวน

### 3.2 การแก้สมการและอสมการ

#### การแก้สมการ

นักการศึกษาและนักวิชาการที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาคณิตศาสตร์ ได้เสนอแนะการแก้สมการไว้ดังนี้

แมกซ์ เอ โซเบล (Max A. Sobel, ฉวีวรรณ เศรษฐมาล, ผู้แปล, 2544: 165 – 166) ได้เสนอแนะการแก้สมการโดยใช้กฎการแทนค่าที่ไม่ถูกต้อง (The rule of false position)

ดังตัวอย่าง จงพิจารณาการแก้สมการนี้

$$x + \frac{x}{7} = 24$$

ขั้นแรก เลือกการเดาที่สะดวก เช่น 7

ต่อไป ใช้ 7 แทนที่  $x$  ทางด้านซ้าย

$$7 + \frac{7}{7} = 8$$

การเดาของเราให้ค่า 8 แต่เราต้องการ 24 เนื่องจาก 24 คือ 3 คูณ 8 ดังนั้นคำตอบต้องเป็น 3 เท่าของการเดาของ 7 จะได้ว่า 21 เป็นคำตอบของสมการ

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2542: 81) ได้เสนอแนะการแก้สมการสรุปได้ดังนี้ การแก้สมการ หมายถึง การหาคำตอบของสมการ โดยที่ตรวจสอบได้ว่าคำตอบของสมการนั้น เมื่อไปแทนที่ในสมการแล้วได้สมการเป็นจริง

ตัวอย่างเช่น จงหาเซตคำตอบของสมการ  $2x - \frac{1}{2} = x + \frac{3}{2}$

วิธีทำ

$$2x - \frac{1}{2} = x + \frac{3}{2}$$

$$2x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = x + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}$$

$$2x = x + \frac{4}{2}$$

$$2x - x = x - x + \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

แทนค่า  $x$  ด้วย 2 ในสมการ  $2x - \frac{1}{2} = x + \frac{3}{2}$

$\begin{aligned} \text{ทางซ้าย} &= 2(2) - \frac{1}{2} \\ &= \frac{8-1}{2} \\ &= \frac{7}{2} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{ทางขวา} &= (2) + \frac{3}{2} \\ &= \frac{4+3}{2} \\ &= \frac{7}{2} \end{aligned}$
--	--

ดังนั้น  $2(2) - \frac{1}{2} = (2) + \frac{3}{2}$  เป็นจริง

เซตคำตอบของสมการ คือ  $\{2\}$

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544: 11 – 16) ได้เสนอแนะการ แก้สมการสรุปได้ดังนี้คือ เพื่อช่วยในการแก้สมการซึ่งเป็นการหาคำตอบของสมการ นักเรียนจำเป็นต้องใช้สมบัติของการเท่ากัน ซึ่งในที่นี้ได้แก่

#### 1. สมบัติการสมมาตร

ให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนใดๆ ถ้า  $a = b$  แล้ว  $b = a$

ตัวอย่างเช่น  $x = 8$  ดังนั้น  $8 = x$

#### 2. สมบัติการถ่ายทอด

ให้  $a$ ,  $b$  และ  $c$  แทนจำนวนใดๆ ถ้า  $a = b$  และ  $b = c$  แล้ว  $a = c$

ตัวอย่างเช่น ถ้า  $x = y$  และ  $y = 3$  ดังนั้น  $x = 3$

### 3. สมบัติการบวก

ให้  $a, b$  และ  $c$  แทนจำนวนใดๆ ถ้า  $a = b$  แล้ว  $a + c = b + c$

จำนวนที่บวกกับแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น อาจจะเป็นจำนวนบวกหรือลบก็ได้ ในกรณีที่บวกด้วยจำนวนลบจะมีความหมายเหมือนกับจำนวนบวกมาลบออกทั้งสองข้างของสมการ คือ ให้  $a, b$  และ  $c$  แทนจำนวนใดๆ ถ้า  $a = b$  แล้ว  $a + (-c) = b + (-c)$

ตัวอย่างเช่น 1. ถ้า  $a = 5$  เป็นจริง ดังนั้น  $a + 3 = 5 + 3$  เป็นจริง

2. ถ้า  $x + 5 = 10$  เป็นจริง ดังนั้น  $(x + 5) + (-5) = 10 + (-5)$   
เป็นจริง

### 4. สมบัติการคูณ

ให้  $a, b$  และ  $c$  แทนจำนวนใดๆ ถ้า  $a = b$  แล้ว  $ca = cb$

จำนวนที่นำมาคูณกับจำนวนทั้งสองข้างที่เท่ากันนั้น อาจจะเป็นจำนวนเต็มหรือเป็นเศษส่วนก็ได้

ตัวอย่างเช่น 1. ถ้า  $x = y$  ดังนั้น  $\frac{1}{3}x = \frac{1}{3}y$  หรือ  $\frac{x}{3} = \frac{y}{3}$

2. ถ้า  $a = b, c \neq 0$  ดังนั้น  $\frac{1}{c} \times a = \frac{1}{c} \times b$  หรือ  $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

การนำสมบัติของการเท่ากันมาใช้ในการแก้สมการ ดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ  $x + 2 = 5$

วิธีทำ ให้  $x + 2 = 5$  เป็นสมการที่กำหนดให้

(1) เมื่อนำ  $(-2)$  มาบวกทั้งสองข้างของสมการจะได้

$$x + 2 + (-2) = 5 + (-2)$$

(2)  $x = 3$

จากข้อ (1) และ (2) เป็นขั้นตอนของการแก้สมการ  $x + 2 = 5$  โดยใช้สมบัติการเท่ากัน และสามารถตรวจคำตอบว่า 3 เป็นคำตอบของสมการ  $x + 2 = 5$  ดังนี้

ตรวจสอบ แทน  $x$  ด้วย 3 ในสมการ  $x + 2 = 5$  จะได้  $3 + 2 = 5$  ซึ่งเป็นจริง ดังนั้นคำตอบของสมการ  $x + 2 = 5$  คือ 3

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ  $\frac{2x}{3} + 5 = 9$

วิธีทำ ให้  $\frac{2x}{3} + 5 = 9$  เป็นสมการที่กำหนด

(1) เมื่อนำ  $-5$  มาบวกทั้งสองข้างของสมการ จะได้

$$\frac{2x}{3} + 5 + (-5) = 9 + (-5)$$

(2)  $\frac{2x}{3} = 4$

(3) เมื่อนำ 3 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ จะได้

$$\frac{2x}{3} \times 3 = 4 \times 3$$

(4)  $2x = 12$

(5) เมื่อนำ  $\frac{1}{2}$  มาคูณทั้งสองข้างของสมการจะได้

$$\frac{1}{2} \times 2x = \frac{1}{2} \times 12$$

(6)  $x = 6$

จากข้อ (1) - (6) เป็นขั้นตอนการแก้สมการ  $\frac{2x}{3} + 5 = 9$  โดยใช้สมบัติการเท่ากัน และสามารถตรวจสอบว่า 6 เป็นคำตอบของสมการ  $\frac{2x}{3} + 5 = 9$  ดังนี้

ตรวจสอบ แทน  $x$  ด้วย 6 ในสมการ  $\frac{2x}{3} + 5 = 9$  จะได้  $\frac{2 \times 6}{3} + 5 = 9$  ซึ่งเป็นจริง ดังนั้น 6 เป็นคำตอบของสมการ  $\frac{2x}{3} + 5 = 9$

### การแก้สมการ

นักการศึกษาและนักวิชาการที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาคณิตศาสตร์ ได้เสนอแนะการแก้สมการไว้ดังนี้

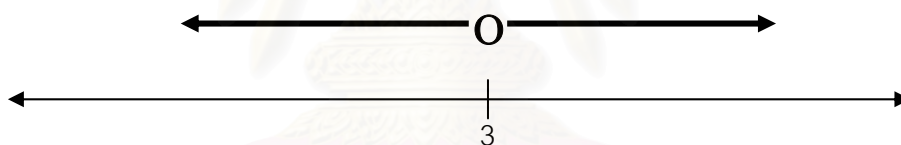
พร้อมพรรณ อุดมสิน (2542: 85 - 96) ได้เสนอแนะการแก้สมการสรุปได้ดังนี้ การแก้สมการอาศัยหลักการเดียวกับการแก้สมการ คือ การพยายามหาว่ามีจำนวนใดบ้างที่แทนที่ตัวแปรในสมการแล้วได้คำตอบที่เป็นจริง โดยปกติแล้วการแก้สมการหรือการแก้สมการใช้สมบัติจำนวนจริงที่ว่า เมื่อกำหนดจำนวนจริงให้จำนวนหนึ่ง จำนวนจริงนั้นจะเป็นอย่างไรอย่างหนึ่ง

สามอย่างนี้ คือ จำนวนจริงเป็นบวก หรือจำนวนจริงเป็นลบ หรือจำนวนจริงเป็นศูนย์ ในการแก้สมการ ถ้าใช้สมการมาช่วยในการแก้สมการจะทำให้สะดวกและรวดเร็วขึ้น โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. ถ้าประโยคคณิตศาสตร์นั้นเป็นสมการ จะได้คำตอบเป็นเท่าไร เป็นจำนวนจริงหรือไม่ ถ้าเป็นจำนวนจริง จะแทนจุดบนเส้นจำนวนได้อย่างไร จุดนั้นแบ่งเส้นจำนวนออกเป็นกี่ส่วน
2. นำจำนวนจริงที่เป็นคำตอบของสมการนั้นไปตรวจสอบว่าเป็นคำตอบของสมการที่โจทย์กำหนดมาให้ด้วยหรือไม่
3. นำจำนวนจริงในแต่ละส่วนของเส้นจำนวนไปแทนที่ตัวแปรในสมการ เพื่อดูว่าจะได้สมการเป็นจริงหรือเป็นเท็จ ถ้าให้สมการเป็นจริง จำนวนจริงทุกจำนวนในช่วงนั้นก็จะเป็นคำตอบของสมการ ถ้าให้สมการเป็นเท็จ จำนวนจริงทุกจำนวนในช่วงนั้นก็ไม่ใช่คำตอบของสมการ

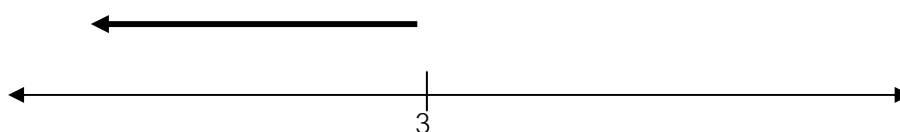
ตัวอย่างเช่น จงหาคำตอบของสมการ  $x - 3 \leq 0, x \in \mathbb{R}$

วิธีทำ พิจารณาสมการ  $x - 3 = 0$  จะได้คำตอบเป็น 3 แสดงบนเส้นจำนวนได้ดังนี้



1. แทนค่า  $x$  ด้วย 3 ในสมการ  $x - 3 \leq 0$  เป็นจริง ดังนั้น 3 เป็นคำตอบของสมการ  $x - 3 \leq 0$  ด้วย
2. เมื่อแทนค่า  $x$  ด้วยจำนวนจริงที่มากกว่า 3 จะได้  $x - 3 \leq 0$  เป็นเท็จ ดังนั้น  $x > 3$  ไม่เป็นคำตอบของสมการ  $x - 3 \leq 0$
3. เมื่อแทนค่า  $x$  ด้วยจำนวนจริงที่น้อยกว่า 2 จะได้  $x - 3 \leq 0$  เป็นจริง ดังนั้น  $x < 3$  เป็นคำตอบของสมการ  $x - 3 \leq 0$

$\therefore$  เซตคำตอบของสมการ  $x - 3 \leq 0$  คือ  $(-\infty, 3) \cup \{3\} = (-\infty, 3]$  เขียนบนเส้นจำนวนได้ดังนี้



## งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษาค้นคว้างานวิจัยต่างประเทศและในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาวิจัยหรือหาข้อบกพร่องเกี่ยวกับความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ผู้วิจัยได้รวบรวมและนำเสนอไว้ดังนี้

### งานวิจัยต่างประเทศ

เจมส์ เอดเวิร์ด เคลเลอร์ (James Edward Keller, 1984: 45 – 06A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ผลของการใช้กระบวนการสร้างตารางแก้ปัญหามีต่อความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับตัวแปรในพีชคณิตเบื้องต้น” โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับตัวแปรและอุปสรรคในการแก้ปัญหากลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนเกรด 9 โดยแบ่งนักเรียนเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 13 คน ให้กลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ใช้กระบวนการสร้างตาราง และกระบวนการคาดเดาและตรวจสอบ และใช้การพิสูจน์ กลุ่มที่ 3 ใช้การแปลความหมายโดยการเขียนสมการสำหรับปัญหา เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบประเมินลักษณะการใช้ตัวแปรและผลของการแก้ปัญห ผลการวิจัยพบว่า ลักษณะความเข้าใจของนักเรียนทั้งสามกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยนักเรียนกลุ่มที่ 1 มีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรมากกว่ากลุ่มที่ 2 และกลุ่มที่ 3 กลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 3 มีการใช้ตัวแปรมากกว่ากลุ่มที่ 2 นอกจากนี้พบว่าเวลาที่มีผลต่อการใช้ตัวแปรของนักเรียนแต่ไม่มีผลต่อความเข้าใจ และระดับพัฒนาการคิดของนักเรียนมีความสัมพันธ์ต่อลักษณะการแก้ปัญห

เลสลีย์ อาร์ บูธ และคณะ (Lesley R. Booth and Other, 1984: 278) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์และข้อผิดพลาดทางการเรียนพีชคณิตของนักเรียนในโรงเรียนมัธยมศึกษา” โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการสอนและข้อผิดพลาดในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในประเทศอังกฤษที่มีอายุ 13 – 15 ปี จำนวน 3,500 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบที่มีชื่อว่า CSMS (Concepts in Secondary Mathematics and Science) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความผิดพลาดในด้านต่างๆ เช่น การให้ความหมายของตัวอักษร ความสัมพันธ์ของตัวอักษร เครื่องหมาย กฎ และสัญลักษณ์ วิธีการที่นักเรียนใช้ในการคำนวณ วิธีการใช้สัญลักษณ์ เป็นต้น

เจนีล ไมกา ออปเร่ (Janeal Mika Oprea, 1984: 46 – 02A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ผลของการใช้คอมพิวเตอร์ศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรและการนำไปใช้ทางคณิตศาสตร์” โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรโดยใช้คอมพิวเตอร์และการนำไปใช้ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการคิดที่เกี่ยวข้องกับความสามารถทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนเกรด 6 จำนวน 2 ห้องเรียน โดยห้องหนึ่งเรียนโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ อีกห้องหนึ่งเรียนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนเกรด 6 สามารถเรียนโดยใช้โปรแกรมได้ดี การเรียนโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เป็นการส่งเสริมความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรให้แก่นักเรียน และการสอนโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เป็นการแสดงให้เห็นถึงการส่งเสริมการนำไปใช้ทางคณิตศาสตร์

ดีทมาร์ คูชเชอมนันน์ (Dietmar Küchemann, 1978: 23 – 26) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน” โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการ ซึ่งมี 6 ประเภท คือ การหาค่าของตัวอักษร การไม่ให้ความสำคัญของตัวอักษร การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนด และการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีอายุเฉลี่ย 13.3 ปี 14.3 ปี และ 15.3 ปี จำนวน 3,000 คน ผลการวิจัยพบว่า การให้ความหมายของ ตัวแปร นักเรียนเลือกใช้วิธีตามความเคยชินและขึ้นอยู่กับความง่ายของคำถาม นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถให้ความหมายได้ถูกต้องในระดับของการใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน เนื่องจากนักเรียนเข้าใจผิดในการใช้ตัวอักษรที่ใช้แทนจำนวนใน 3 ประเภทแรก

ซี เอ็ม ไชย และบี เอช อัง (C. M. Chai and B. H. Ang, 1987: 189 – 198) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในประเทศสิงคโปร์ เรื่องเกี่ยวกับพีชคณิตและสมการ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา (อายุ 12 ปี) จำนวน 100 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบสอบถามวินิจฉัยข้อบกพร่องรูปแบบของ Chelsea จำนวน 50 ข้อ ปรับปรุงจากแบบทดสอบ CSMS (Concepts in Secondary Mathematics and Science) และ SESM (Strategies and Errors in Secondary Mathematics) และนำข้อสอบที่มีผู้ตอบถูกน้อยกว่าร้อยละ 65 จำนวน 15 ข้อ มาสัมภาษณ์กับนักเรียน 18 คน โดยเลือกจากนักเรียน 3 ห้องเรียนๆ ละ 6 คน แล้วนำผลการสอบทั้งสองแบบมาพิจารณาหาจุดบกพร่อง



ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีปัญหาในการแก้โจทย์พีชคณิตเกี่ยวกับการหาค่าของตัวแปร เมื่อใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร และนักเรียนที่ใช้วิธีคิดของตนเองจะล้มเหลวเมื่อพบปัญหาที่ยาก นอกจากนั้น ข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นกับนักเรียนส่วนใหญ่เนื่องมาจากการตีความหมายของโจทย์ผิด การแปลความหมายของตัวอักษรผิด และจากการสับสนทำให้ทราบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการใช้วงเล็บ

เจ พี เออร์แลนด์ (J. P. Hourland, 1987: 755 – A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนในผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพีชคณิต” โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อศึกษาถึงผลของการใช้วิธีวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนทางการเรียนพีชคณิต ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนที่เรียนพีชคณิตระดับกลางในมหาวิทยาลัย Penn State จำนวน 36 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง ในกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองแต่ละกลุ่มแบ่งนักเรียนตามระดับความสามารถ 3 ระดับ คือ สูง ปานกลาง และต่ำ กลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาเพียงอย่างเดียว กลุ่มทดลองครึ่งหนึ่งให้แก้ปัญหาพีชคณิต อีกครึ่งหนึ่งที่เหลือให้วิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนด้วยตนเองโดยการค้นหา การแยกแยะ และการแก้ไขความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาทางพีชคณิตเรื่องเศษส่วนพหุนาม และสมการกำลังสองให้ถูกต้อง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนพหุนามและสมการกำลังสอง ผลการวิจัยพบว่า ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญในผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง และระหว่างกลุ่มของนักเรียนที่มีระดับความสามารถต่างกัน

เอส ที ออง และ เอส เค ลิม (S. T. Ong and S. K. Lim, 1987: 199 – 205) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ความเข้าใจและข้อผิดพลาดในวิชาพีชคณิต” โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจผลการสอนเกี่ยวกับความเข้าใจในวิชาพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในประเทศสิงคโปร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่มีอายุระหว่าง 15 – 16 ปี จำนวน 3 กลุ่ม เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (Secondary Four Students) จำนวน 356 คน นักเรียนระดับเตรียมอุดมศึกษาปีที่ 1 (Pre-University I Students) จำนวน 339 คน และนักศึกษาระดับวิทยาลัย (Junior Colleges) จำนวน 267 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบพีชคณิตที่ผู้วิจัยดัดแปลงมาจาก Evans ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนจำนวนมากไม่สามารถแก้ปัญหาพีชคณิตได้ง่ายๆ ได้ และสาเหตุข้อผิดพลาดส่วนใหญ่เนื่องมาจากนักเรียนไม่เข้าใจการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร

นักเรียนไม่สามารถแก้สมการที่มีสมการตั้งแต่สองตัวแปรหรือสมการที่ยากกว่าสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และนักเรียนใช้การแทนค่าจำนวนในสมการโดยไม่พิจารณากรณีที่เป็นไปไม่ได้

ดอนนา อีเลน เบิร์ด อีลิคเซน (Donna Elaine Bird Ericson, 1988: 49 – 09A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรและการนำไปใช้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน” โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อศึกษามโนทัศน์ของตัวแปร เพื่อนำประโยชน์ไปใช้ในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยทำการสัมภาษณ์นักเรียนเกรด 7 และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่เรียนพีชคณิต กลุ่มละ 13 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรและสามารถนำไปใช้ แต่การที่จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องของตัวแปรเป็นการยากกว่าการให้เขาสามารถนำความเข้าใจนั้นไปใช้ ซึ่งความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องที่พบกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่เรียนพีชคณิต คือการที่นักเรียนมักจะกำหนดตัวแปรให้เป็นค่าคงตัว ส่วนความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องของนักเรียนเกรด 7 คือ นักเรียนสับสนความแตกต่างระหว่างจำนวนคงตัวกับตัวแปร

โมนิกส์ แอกเน มาเรีย โบเออร์ แวน ออสเทอร์ม (Monique Agnes Maria Boers Van Oosterum, 1990: 51 – 05A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การเปรียบเทียบความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรและผลสัมฤทธิ์ระหว่างการเรียนแบบปกติและการเรียนแบบใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนในการเรียนพีชคณิต” โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และมโนทัศน์เกี่ยวกับตัวแปรของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนเกรด 9 จำนวน 2 ห้องเรียน โดยทำการสอนและทดสอบหลังเรียนจากนั้นสุ่มมากลุ่มละ 6 คน ทำการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยวิธีปกติมีข้อบกพร่องในมโนทัศน์ของตัวแปร จำนวนที่ไม่ทราบค่า และไม่สามารถเปลี่ยนค่าของตัวแปรได้ และใช้วิธีตามความเคยชินในการแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนที่เรียนโดยคอมพิวเตอร์ช่วยสอน นักเรียนมีการพัฒนามโนทัศน์ของตัวแปรในเรื่อง ตัวแปรแทนจำนวนที่กำหนด จำนวนที่ไม่ทราบค่า และมีวิธีการแก้ปัญหาได้หลายแบบ นอกจากนั้นผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ ในเรื่องแบบการแก้ปัญหา การอ่านและการแปลความหมายจากกราฟ การหาค่าจากตาราง และความสัมพันธ์ระหว่างกราฟกับสมการ

รันโดลฟา ฟิลลิปป์ (Randopha Philipp, 1990: 51 – 09) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรของนักเรียนเกรด 7” โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อศึกษาความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับตัวแปรในพีชคณิตและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปร ตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 86 คน ทำการทดสอบการใช้สมบัติการ แจกแจง การแก้สมการ การแทนค่า ในการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนเกรด 7 บางคนใช้ สมบัติการแจกแจงในการแก้ปัญหา ซึ่งการสอนให้นักเรียนใช้สมบัติการแจกแจงนั้น ผู้สอนต้องมึ ความชำนาญ การใช้สัญลักษณ์แทนค่าของสิ่งของเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เป็นผลจากการสอนจะเกิดได้มากกว่ามโนทัศน์ที่เกิดจากการจำ

เวนต์ เลสซาร์ด คลูสตัน (Wendy Lessard Clouston, 1992 : 31 – 04) ได้ทำการวิจัย เรื่อง “ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับตัวแปร” โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อศึกษามโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับตัวแปรที่เป็นอุปสรรคในการเรียนเรื่อง Dynamics Algebra และตัวแปรที่เป็น พื้นฐานในการเรียนคอมพิวเตอร์ ตัวอย่างประชากรที่ใช้เป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 2 ห้องเรียน โดยห้องหนึ่งทดลองสอนแบบปกติ อีกห้องหนึ่งใช้สำหรับทดลอง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบ ทดสอบ จากนั้นสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มละ 6 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนน สอบหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ นอกจากนี้ยังมีการแสดงความคิด ได้ดียิ่งขึ้น

ซารัสวาที นาเรนซามี (Saraswathi Narainsamy, 1998: 37 – 02) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การ ใช้โลโก้ในการสอนมโนทัศน์เกี่ยวกับตัวแปรในพีชคณิตเบื้องต้น” ผลการวิจัยพบว่า มีวิธีการมาก มายในการใช้ตัวแปรในพีชคณิตซึ่งเป็นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ที่ก่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจและ เป็นปัญหาในการเรียนของนักเรียน กระบวนการที่นักเรียนนำไปใช้และพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มี ความซับซ้อน ในการเรียนคณิตศาสตร์โดยปกตินักเรียนไม่สามารถบรรลุถึงขั้นความรู้ความเข้าใจได้ เลยทันที ซึ่งต้องมีการเชื่อมโยง นั่นคือต้องมีการเปลี่ยนแปลงวิธีการสอน และโลโก้ช่วยให้การเรียน คอมพิวเตอร์มีความง่ายขึ้น นักเรียนสามารถใช้ตัวแปรได้หลากหลาย โลโก้ช่วยในการเตรียมความ พร้อมและให้ผลย้อนกลับ สะท้อนให้เห็นถึงการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหา

คริสโตเฟอร์ เจสัน เฮล (Christopher Jason Hail, 2000: 61 – 07A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ผลของการใช้แบบแสดงความรู้ของนักเรียนและความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์พีชคณิตเบื้องต้น” โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของการใช้แบบแสดงความรู้ของนักเรียน (ประสบการณ์พื้นฐาน ภาษาพูด การนำไปใช้ กราฟ ตาราง และการเขียนสัญลักษณ์) และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ พีชคณิตเบื้องต้น ทำการทดลองสอน 4 สัปดาห์ ในเนื้อหาเรื่องของฟังก์ชันกับนักเรียนจำนวน 29 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนแสดงการใช้กราฟและให้ความสำคัญในการใช้สัญลักษณ์

นักเรียนใช้การแสดงความคิด และชอบเรียนเรื่องกราฟ แม้ว่านักเรียนหลายคนไม่เข้าใจการแทนค่าในกราฟ นักเรียน 5 คนเข้าใจโครงสร้างของฟังก์ชัน และนักเรียน 2 คน มีความคล่องในการแสดงการแก้ปัญหาซึ่งการประยุกต์ใช้เป็นการช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องตัวแปร กราฟช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพพจน์ของตัวแปรมากขึ้นและระดับการแทนค่าของตัวแปร

แองเจเลส โดมิงเกซ (Angeles Dominguez, 2001: 62 – 06A) ได้ทำการศึกษาเรื่อง “ความเข้าใจของนักศึกษาเกี่ยวกับมโนทัศน์ของตัวแปรในพีชคณิตระดับวิทยาลัย” โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ของตัวแปรของนักศึกษาให้สูงขึ้น ตัวอย่างประชากรเป็นนักศึกษาจำนวน 30 คน ใช้การถามตอบจากปัญหาที่กำหนดไว้ประกอบการสังเกต และทำแบบทดสอบผลการวิจัยพบว่า นักเรียนรู้ประโยชน์ของตัวแปร มีอุปสรรคในการแก้ปัญหาน้อยลงในเรื่องตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าและตัวแปรแทนจำนวนที่กำหนด และนักเรียนมีความมั่นใจในวิธีการแก้ปัญหาสูงสำหรับปัญหาที่คุ้นเคย และน้อยสำหรับปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ดังนั้นนักเรียนต้องการคำอธิบายมากที่จะทำให้เห็นถึงความแตกต่างลักษณะมโนทัศน์ของตัวแปร

### งานวิจัยในประเทศ

วรรณดี ชุณหวิธานนท์ (252: 121 – 125) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การสร้างแบบสอบวินิจฉัยความบกพร่องในการเรียนเรื่องโพลิโนเมียล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในเขตท้องที่การศึกษา 4 กรุงเทพมหานคร” ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 750 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบย่อย 6 ฉบับ คือ การบวกโพลิโนเมียล การลบโพลิโนเมียล การคูณโพลิโนเมียล การหารโพลิโนเมียล สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผลการวิจัยพบว่า สาเหตุข้อบกพร่องที่สำคัญ คือ ไม่เข้าใจทักษะการคำนวณเลขยกกำลัง สับสนเครื่องหมายและไม่เข้าใจในคุณสมบัติการแจกแจง

ทัศนียา เขมะชิต (2527: 94) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การสำรวจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 312 ค 322 ที่เป็นปัญหาสำหรับครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในเขตการศึกษา 6” ตัวอย่างประชากร คือ ครูผู้สอน หรือเคยสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 312 หรือ ค 322 จำนวน 323 คน ในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา ในเขตการศึกษา 6 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบสอบถาม ผลการวิจัยพบว่า เนื้อหาที่เป็นปัญหาเรียงลำดับจากมากไปน้อยดังนี้ โจทย์

สมการควอดราติก โจทย์สมการที่มีสมการเป็นเศษส่วนของโพลิโนเมียล การแยกตัวประกอบของโพลิโนเมียล

รวีวรรณ บรรพตศิริ (2527: 60) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 311 ที่เป็นปัญหาสำหรับครูคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521” ตัวอย่างประชากร คือ ครูผู้สอน หรือเคยสอนคณิตศาสตร์ ค 311 จำนวน 259 คน ในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบสอบถามเกี่ยวกับเนื้อหาที่เป็นปัญหา ผลการวิจัยพบว่า เนื้อหาที่เป็นปัญหาเรียงลำดับจากมากไปน้อยดังนี้ โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร โจทย์สมการ โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และคุณสมบัติรากที่  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก

สมศักดิ์ ฉันทานุรักษ์ (2529: 61 – 62) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนแผนการเรียนเกษตรกรรม เขตการศึกษา 6” ตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนแผนการเรียนเกษตรกรรมในเขตการศึกษา 6 จำนวน 353 คน เป็นนักเรียนในโรงเรียนสังกัดกรมอาชีวศึกษา จำนวน 166 คน และนักเรียนในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา จำนวน 187 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์ 2 ฉบับ คือ เรื่องการบวก ลบ คูณ หารจำนวนจริง และเรื่องโพลิโนเมียลและคุณสมบัติเบื้องต้น เกี่ยวกับสมการ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องในด้านการหาผลบวกของเศษส่วนที่ไม่เท่ากัน และไม่อยู่ในรูปจำนวนคละ มีสาเหตุสำคัญเนื่องมาจากนักเรียนสับสนกระบวนการหา ค.ร.น. ของส่วน รองลงมาได้แก่ด้านการหาผลหารของเศษส่วน มีสาเหตุสำคัญเนื่องมาจากนักเรียนสับสนกระบวนการโดยการเปลี่ยนการหารเป็นการคูณและไม่กลับเศษส่วน และนักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องในด้านการหาผลต่างของโพลิโนเมียล มีสาเหตุสำคัญเนื่องมาจากนักเรียนสับสนเครื่องหมายในการคำนวณ รองลงมาได้แก่ ด้านการหาผลหารของโพลิโนเมียลหารด้วยโพลิโนเมียลที่หารลงตัวมีสาเหตุสำคัญเนื่องมาจากนักเรียนสับสนกระบวนการ โดยนำเลขชี้กำลังมาหารกันด้วย

เจริญ แก้วประดิษฐ์ (2533: 43 – 45) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เขตการศึกษา 3” ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 405 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์สมการวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์สมการของ

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 อยู่ในระดับต่ำมาก และความสามารถในการใช้ตัวแปรแทนจำนวนไม่ทราบค่า อยู่ในระดับปานกลาง

เบญจวรรณ อินชัยวงศ์ (2533: 35) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ความผิดพลาดในการแก้โจทย์อสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในจังหวัดพิษณุโลก” ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ จำนวน 241 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบแสดงวิธีทำเพื่อหาความผิดพลาดในการแก้โจทย์อสมการ ผลการวิจัยพบว่า ระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนมีความสัมพันธ์กับประเภทความผิดพลาดในการแก้โจทย์อสมการ และการแก้โจทย์อสมการที่เกิดความผิดพลาดประเภทต่างๆ มีความสัมพันธ์กับเพศของนักเรียน

ยุพิน วรรณทอง (2534: 61 – 64) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มที่ 1 ในเขตกรุงเทพมหานคร” ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2533 จำนวน 687 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจำนวน 2 ฉบับ ผลการวิจัยพบว่า ความคิดที่ผิดพลาดมีการตีปัญหาโจทย์สมการเกี่ยวกับอายุ อัตราเร็ว ระยะทาง โจทย์สมการเกี่ยวกับอัตราเร็ว อายุ และการแก้สมการเกี่ยวกับการแก้สมการในรูปเศษส่วนพหุนาม

วารี สีสึ้ง (2534: 94 - 95) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่มีความเชื่อในอัตลิจิต และปรลิจิต” ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2533 จำนวน 434 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เป็น แบบทดสอบวัดลักษณะความเชื่อในอัตลิจิต - ปรลิจิต และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์สมการ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีความเชื่อในอัตลิจิตและปรลิจิต มีความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ทั้ง 4 ชั้น สอดคล้องกัน โดยมีความสามารถในการทำความเข้าใจโจทย์เป็นอันดับ 1 มีความสามารถในการสร้างสมการเป็นอันดับ 2 มีความสามารถในการแก้สมการเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้องจากโจทย์ เป็นอันดับ 3 และการใช้ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า เป็นอันดับ 4 และนักเรียนที่มีความเชื่อในอัตลิจิตมีความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์สมการทุกชั้นสูงกว่านักเรียนที่มีความเชื่อในปรลิจิต

ชนิดา พลแสน (2534: 37 – 40) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จังหวัดร้อยเอ็ด” ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2533 ในจังหวัดร้อยเอ็ด จำนวน 1,020 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองเมื่อสัมพันธ์กับของเทอม  $x^2$  น้อยกว่า  $-1$  การแยกตัวประกอบได้สองวงเล็บมีเครื่องหมายแตกต่างกัน และการแยกตัวประกอบในรูปผลต่างกำลังสองโดยนักเรียนมีความคลาดเคลื่อนมากเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบในรูปผลต่างกำลังสอง

วนิดา มณีวรรณ (2534: 31 – 39) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ 4 ในเขตกรุงเทพมหานคร” ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2533 กลุ่มที่ 4 ในเขตกรุงเทพมหานคร จำนวน 877 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องอสมการ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อสมการ สูงในมโนทัศน์การแก้สมการที่เป็นโจทย์ปัญหา การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน โดยนำจำนวนลบและจำนวนบวกมาบวกทั้งสองข้าง นักเรียนชายที่ศึกษาในโรงเรียนขนาดใหญ่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากกว่านักเรียนหญิง และนักเรียนที่ศึกษาในโรงเรียนขนาดใหญ่มีมโนทัศน์มากกว่านักเรียนที่ศึกษาในโรงเรียนที่มีขนาดใหญ่พิเศษอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อรรณู ชูยกระเดื่อง (2534: 53 – 54) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษาความคลาดเคลื่อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร” ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 374 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบอัตนัยเรื่องโจทย์สมการกำลังสอง ผลการวิจัยพบว่า ลักษณะความคลาดเคลื่อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในการเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ตามที่โจทย์กำหนดร้อยละ 25.17 คลาดเคลื่อนในการตอบคำถามตามที่โจทย์ต้องการร้อยละ 24.55 คลาดเคลื่อนในการใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่าร้อยละ 21.93 คลาดเคลื่อนในการแก้สมการหาคำตอบร้อยละ 20.90 และคลาดเคลื่อนในการตีความและความเข้าใจโจทย์ร้อยละ 7.45

นภาพรณ สุวรรณภา (2536: 53 – 55) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในความรู้พื้นฐานทางพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสระบุรี” ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2535 จังหวัดสระบุรี จำนวน 230 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบแบบเลือกตอบและแบบแสดงวิธีทำเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยมีสาเหตุสำคัญเนื่องมาจากนักเรียนบกพร่องในการใช้สมบัติการไม่เท่ากันเกี่ยวกับการคูณด้วยจำนวนลบ ข้อบกพร่องอีกประการหนึ่งคือการแก้สมการกำลังสอง โดยมีสาเหตุสำคัญเนื่องมาจากนักเรียนบกพร่องในการคิดคำนวณโดยขาดความรอบคอบ

นฤเบศ ลาภยั้งยง และกิติพงษ์ ลือนาม (2542: 51) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “เนื้อหาที่เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) และความต้องการพัฒนาการเรียนการสอนของครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาจังหวัดนครราชสีมา” ตัวอย่างประชากรเป็นครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา จำนวน 176 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบสอบถาม ผลการวิจัยพบว่า ครูคณิตศาสตร์มีความคิดเห็นว่าเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นปัญหาระดับมากในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นได้แก่ โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร โจทย์สมการกำลังสอง วิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสูงกว่าสองที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาวิจัยหรือหาข้อบกพร่องเกี่ยวกับความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนทั้งต่างประเทศและในประเทศที่กล่าวมาข้างต้น เห็นได้ว่างานวิจัยต่างประเทศให้ความสนใจศึกษาเกี่ยวกับตัวแปร และผลการวิจัยต่างประเทศสรุปได้ว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับตัวแปรในการเรียนวิชาพีชคณิตดังนี้ คือ การให้ความหมายของตัวอักษร การใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร การคิดคำนวณ เครื่องหมาย กฏ และสัญลักษณ์ การตีความด้านภาษา การใช้วงเล็บ และนักเรียนมักจะกำหนด ตัวแปรให้เป็นค่าคงตัวในการแก้ปัญหา แต่งานวิจัยในประเทศไม่มีการศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรโดยตรงซึ่งทั้งๆ ที่วิชาพีชคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจะต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับตัวแปรในเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คู่อันดับและกราฟคู่อันดับ พหุนามสมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กราฟเส้นตรง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สมการ



กำลังสอง และระดับมัธยมศึกษาตอนปลายในเรื่อง ความสัมพันธ์และกราฟความสัมพันธ์ ภาคตัดกรวย ฟังก์ชัน ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ตรีโกณมิติและการประยุกต์ เมตริกซ์ โปรแกรมเชิงเส้น ลำดับและอนุกรม วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ทฤษฎีบทเบื้องต้นของความน่าจะเป็น อย่างไรก็ตามงานวิจัยในประเทศที่ศึกษาเกี่ยวกับการแก้ปัญหาโจทย์ แก๊สมการ และอสมการ พบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องในเรื่องการแก้สมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว การแก้สมการกำลังสอง การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองในเรื่อง การแยกตัวประกอบที่ได้สองวงเล็บมีเครื่องหมายต่างกัน การแยกตัวประกอบในรูปผลต่างกำลังสอง และมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอสมการ โดยเฉพาะมโนทัศน์การแก้อสมการที่เป็นโจทย์ปัญหา นอกจากนี้ในกระบวนการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแปรแทนจำนวนไม่ทราบค่าอยู่ในระดับปานกลาง



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทที่ 3

### วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร เป็นการวิจัยเชิงสำรวจ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. การศึกษาค้นคว้า
2. ประชากรและตัวอย่างประชากร
3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

### การศึกษาค้นคว้า

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

1.1 ศึกษาเอกสาร วารสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ทั้งต่างประเทศ และในประเทศ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน

1.2 ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) หนังสือเรียน คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 101 (คณิตศาสตร์ 1) ค 102 (คณิตศาสตร์ 2) ค 203 (คณิตศาสตร์ 3) ค 204 (คณิตศาสตร์ 4) และ ค 011 (คณิตศาสตร์) ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกระทรวงศึกษาธิการ

## ประชากรและตัวอย่างประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร ซึ่งเรียนหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งมีจำนวนทั้งสิ้น 159,598 คน (กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ: 2544)

ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสุ่มตัวอย่างประชากร โดยใช้วิธีสุ่มแบบหลายขั้นตอน (Multistage Random Sampling) มีวิธีดำเนินการดังนี้

1. สุ่มตัวอย่างโรงเรียน จากกลุ่มโรงเรียนในกรุงเทพมหานคร ซึ่งมีอยู่ 8 กลุ่มโรงเรียน มา กลุ่มโรงเรียนละ 1 โรงเรียน
2. สุ่มห้องเรียนจากแต่ละโรงเรียนที่สุ่มได้ในข้อ 1 โรงเรียนละ 1 ห้องเรียน ได้จำนวน 8 ห้องเรียน
3. ใช้นักเรียนทุกคนในห้องเรียนที่สุ่มได้ เป็นตัวอย่างประชากรจำนวน 388 คน ดังปรากฏในตารางที่ 1

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 1 แสดงจำนวนนักเรียนจำแนกตามกลุ่มโรงเรียน และรายชื่อโรงเรียนที่เป็นตัวอย่าง  
ประชากร

กลุ่มโรงเรียน	โรงเรียน	จำนวนตัวอย่างประชากร
1.	ราชวินิต (มัธยม)	43
2.	สันติราษฎร์วิทยาลัย	42
3.	หอวัง	58
4.	ปทุมคงคา	44
5.	เทพศิลา	44
6.	ทวีธาภิเศก	58
7.	บางปะกอกวิทยาคม	52
8.	สตรีวัดอัมพรสวรรค์	47
	รวม	388

### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือดังต่อไปนี้

1. ศึกษาแนวคิดในการศึกษาเรื่องความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน จากหนังสือ วารสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้แนวคิดในการศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนของ ดีทมาร์ คูชเชอมนันน์ (Dietmar Küchemann, 1978: 23 – 26) โดยได้แบ่งตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการ ซึ่งมี 6 ประเภท คือ การหาค่าของตัวอักษร การไม่ให้ความสำคัญสำคัญของตัวอักษร การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า

ชัดเจน การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนด และการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน

2. ศึกษา เอกสาร และงานวิจัยในประเทศและต่างประเทศ ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน

3. วิเคราะห์เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์จากคู่มือครู หนังสือเรียนรายวิชา ค 101 (คณิตศาสตร์ 1) ค 102 (คณิตศาสตร์ 2) ค 203 (คณิตศาสตร์ 3) ค 204 (คณิตศาสตร์ 4) และ ค 011 (คณิตศาสตร์) ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกระทรวงศึกษาธิการ เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน

4. สร้างตารางวิเคราะห์เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

5. สร้างแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ลักษณะของแบบทดสอบ เป็นแบบปรนัย (Objective Test) แบบเติมคำตอบ โดยสร้างจากตารางวิเคราะห์เนื้อหาเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งมี 6 ประเภท ซึ่งผู้วิจัยสร้างไว้ทั้งหมด 90 ข้อ ดังนี้

ประเภทที่ 1	การหาค่าของตัวอักษร	15	ข้อ
ประเภทที่ 2	การไม่ให้ความสำคัญของตัวอักษร	15	ข้อ
ประเภทที่ 3	การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ	15	ข้อ
ประเภทที่ 4	การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน	15	ข้อ
ประเภทที่ 5	การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนด	15	ข้อ
ประเภทที่ 6	การใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร	15	ข้อ

มีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนดังนี้ คือ

ถ้าตอบถูก	ให้ข้อละ	1	คะแนน
ถ้าตอบไม่ถูกหรือไม่ตอบ	ให้ข้อละ	0	คะแนน

6. นำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน และตารางวิเคราะห์เนื้อหาเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนที่สร้างขึ้น ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาเมื่อปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว นำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน (ดูรายชื่อในภาคผนวก ก.) ได้ตรวจความตรงตามเนื้อหา (Content Validity) โดยพิจารณาความสอดคล้องของเนื้อหา ความถูกต้องของภาษา ความเป็นปรนัยของคำตอบ ตามข้อเสนอแนะของผู้ทรงคุณวุฒิทั้ง 3 ท่าน โดยปรับปรุงแก้ไข 17 ข้อ ผู้วิจัยได้นำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงสรุปได้ดังนี้

6.1 ความถูกต้องของภาษา ให้แก้ไขภาษาในโจทย์ให้เหมาะสมยิ่งขึ้น เช่น ข้อความจากโจทย์ “ให้  $n$  เป็นเลขจำนวนๆ หนึ่ง” ควรแก้ไขเป็น “ให้  $n$  เป็นจำนวนจำนวนหนึ่ง” ข้อความจากโจทย์ “เขาตัดเชือกออกเป็นเส้นๆ ได้พอดีทั้งหมด  $y$  เส้น แต่ละเส้นยาวเส้นละ 7 เซนติเมตร” ควรแก้ไขเป็น “เขาตัดเชือกออกเป็นเส้นสั้นๆ ยาวเส้นละ 7 เซนติเมตร ได้พอดีทั้งหมด  $y$  เส้น ”

6.2 ความเป็นปรนัยของคำตอบ ให้แก้ไขโจทย์เพื่อให้มีคำตอบที่แน่นอน เช่น จากโจทย์ “ $x + y + z = x + p + z$  ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด” ควรแก้ไขเป็น “ $x + y + z = x + p + z$  ได้เมื่อใด” จากโจทย์ “จำนวนใดมีค่ามากกว่ากัน ระหว่าง  $2n$  กับ  $n + 2$ ” ควรแก้ไขเป็น “จำนวนใดมีค่ามากกว่ากัน ระหว่าง  $2n$  กับ  $n + 2$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มลบ”

7. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วจำนวน 90 ข้อ ไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนวัดราชบพิตร ซึ่งไม่ใช่ตัวอย่างประชากร จำนวน 40 คน พบว่านักเรียนใช้เวลาในการทำแบบทดสอบเป็นเวลา 90 นาที จากนั้นผู้วิจัยนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบของนักเรียนมาวิเคราะห์หาค่าความเที่ยงของแบบทดสอบโดยใช้สูตร KR-20 ของ คูเดอร์ ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson – 20) ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนก เนื่องจากแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน มีลำดับชั้นของความยากง่าย (hierarchy) ดังนั้น คุณภาพของแบบทดสอบใช้เกณฑ์ดังนี้คือ ค่าความเที่ยงมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ค่าความยากง่าย มีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และค่าอำนาจจำแนกมีค่าเป็นบวก ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบดังต่อไปนี้

ค่าความเที่ยงมีค่าเท่ากับ 0.96

ค่าความยากง่าย มีค่าอยู่ระหว่าง 0.2 – 0.98

ค่าอำนาจจำแนก มีค่าอยู่ระหว่าง  $-0.2 - 0.80$

เมื่อพิจารณาค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบแต่ละข้อแล้วพบว่า ข้อสอบที่ไม่อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดมีจำนวน 4 ข้อ ผู้วิจัยได้ตัดทิ้งทำให้เหลือข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดว่าใช้ได้ 86 ข้อ แต่เนื่องจากข้อสอบบางข้อมีลักษณะเดียวกัน ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกที่อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 60 ข้อ โดยมีเนื้อหาครบตามที่กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์ข้อสอบ และเพื่อให้พอเหมาะแก่เวลาในการทำแบบทดสอบ 60 นาที โดยเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายดีกว่าและเป็นข้อที่มีค่าอำนาจจำแนกสูง

การทดลองใช้ครั้งที่ 2 นำแบบทดสอบจำนวน 60 ข้อ ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดราชพิพิธ ซึ่งไม่ใช่ตัวอย่างประชากรและเป็นนักเรียนกลุ่มใหม่ที่ไม่ใช่กลุ่มเดิม จำนวน 42 คน ผลการวิเคราะห์พบว่า

ค่าความเที่ยงมีค่าเท่ากับ 0.93

ค่าความยากง่าย มีค่าอยู่ระหว่าง  $0.31 - 0.98$

ค่าอำนาจจำแนกเป็นบวก มีค่าอยู่ระหว่าง  $0.05 - 0.86$

(ดูรายละเอียดภาคผนวก ค.)

แบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน จำนวน 60 ข้อ มีลักษณะดังนี้

ประเภทที่ 1	การหาค่าของตัวอักษร	10	ข้อ
ประเภทที่ 2	การไม่ให้ความสำคัญของตัวอักษร	10	ข้อ
ประเภทที่ 3	การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ	10	ข้อ
ประเภทที่ 4	การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน	10	ข้อ
ประเภทที่ 5	การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนด	10	ข้อ
ประเภทที่ 6	การใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร	10	ข้อ

8. นำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน (ดูภาคผนวก ค.)  
ไปทดสอบกับนักเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากรที่ศึกษา

### การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอน ดังนี้

1. ผู้วิจัยได้นำหนังสือขอความร่วมมือในการทำวิจัย จากบัณฑิตศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนต่างๆ (ดังรายละเอียดในภาคผนวก ข.) ด้วยตนเอง

2. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ไปทดสอบกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างประชากร โดยผู้วิจัยดำเนินการทดสอบด้วยตนเองทั้งหมด ซึ่งอยู่ภายใต้การดูแลของอาจารย์ผู้สอนประจำวิชา โดยใช้เวลาในการทดสอบเป็นเวลา 60 นาที ในการดำเนินการทดลองมีขั้นตอนดังนี้

2.1 ผู้วิจัยอธิบายวัตถุประสงค์ของการทดสอบ และประโยชน์ที่จะได้รับจากการวิจัย ให้นักเรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการทดสอบ และตั้งใจทำแบบทดสอบอย่างเต็มความสามารถ

2.2 สำหรับการแจกแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ผู้วิจัยได้อ่านคำชี้แจงในการทำแบบทดสอบให้นักเรียนฟัง ถ้านักเรียนสงสัยก็ให้ซักถามจนเป็นที่เข้าใจ จึงลงมือทำพร้อมกัน โดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน จำนวน 60 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที

3. ผู้วิจัยใช้เวลาในการเก็บรวบรวมข้อมูล เริ่มตั้งแต่วันที่ 28 ธันวาคม พ.ศ. 2544 ถึงวันที่ 8 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2545 รวมระยะเวลาในการเก็บรวบรวมข้อมูล 7 สัปดาห์ นับตั้งแต่วันที่นำหนังสือถึงผู้อำนวยการโรงเรียนต่างๆ จนถึงวันที่ได้ข้อมูลครบตามกำหนด

4. ในการทำวิจัยครั้งนี้ เนื่องจากนักเรียนขาดเรียน ผู้วิจัยได้นักเรียนซึ่งเป็นตัวอย่างประชากรในการทำแบบทดสอบทั้งสิ้น จำนวน 381 คน จากนักเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากรทั้งหมดจำนวน 388 คน คิดเป็นร้อยละ 98.20 ของนักเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากรทั้งหมด

5. ผู้วิจัยทำการสัมภาษณ์นักเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการสัมภาษณ์ โดยเลือกนักเรียนที่มีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในระดับ สูง ปานกลาง และต่ำ อย่างละ



5 คน รวมทั้งสิ้นจำนวน 15 คน ซึ่งผู้วิจัยนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบของนักเรียนมาเทียบกับเกณฑ์การประเมินของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

นักเรียนที่มีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในระดับสูง หมายถึง นักเรียนที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนอยู่ระหว่าง 42 – 60 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 70 - 100

นักเรียนที่มีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในระดับปานกลาง หมายถึง นักเรียนที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนอยู่ระหว่าง 36 - 41 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 60 – 69

นักเรียนที่มีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในระดับต่ำ หมายถึง นักเรียนที่ได้คะแนนร้อยละ 0 – 59 จากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนอยู่ระหว่างคือคะแนน 0 - 35 คะแนน

โดยทำการสัมภาษณ์และบันทึกข้อมูล เพื่อนำผลที่ได้จากการสัมภาษณ์มาสรุปผลการวิจัย

### การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for Social Science : SPSS for Windows Version 10.0) โดยนำข้อมูลทั้งหมดของนักเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากรมาแยกวิเคราะห์ ดังต่อไปนี้

1. ตรวจสอบคะแนนของผู้ทำแบบทดสอบตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ดังนี้

ถ้าตอบถูกต้อง	ให้ร้อยละ	1	คะแนน
---------------	-----------	---	-------

ถ้าตอบไม่ถูกหรือไม่ตอบ	ให้ร้อยละ	0	คะแนน
------------------------	-----------	---	-------

2. นำคะแนนของนักเรียนทั้งหมดมาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{X}$ ) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) และค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ( $\bar{X}_{\text{ร้อยละ}}$ ) จำแนกตามประเภทของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการ ซึ่งมี 6 ประเภท แล้วประเมินระดับความเข้าใจตามประเภทของของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน โดยนำ

ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ( $\bar{X}_{\text{ร้อยละ}}$ ) ที่คำนวณได้เทียบกับเกณฑ์ของกรมวิชาการ  
กระทรวงศึกษาธิการ (2533: 24) ซึ่งผู้วิจัยใช้เกณฑ์ดังต่อไปนี้

นักเรียนที่ได้คะแนนร้อยละ 80 – 100 หมายความว่า มีความเข้าใจดีมาก

นักเรียนที่ได้คะแนนร้อยละ 70 – 79 หมายความว่า มีความเข้าใจดี

นักเรียนที่ได้คะแนนร้อยละ 60 – 69 หมายความว่า มีความเข้าใจปานกลาง

นักเรียนที่ได้คะแนนร้อยละ 50 – 59 หมายความว่า มีความเข้าใจผ่านเกณฑ์  
ขั้นต่ำ

นักเรียนที่ได้คะแนนร้อยละ 0 - 49 หมายความว่า มีความเข้าใจต่ำกว่า  
เกณฑ์ขั้นต่ำ

3. วิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวแบบวัดซ้ำ (One-way analysis of variance with repeated measures) เพื่อเปรียบเทียบค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการ ทั้ง 6 ประเภท ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

4. เมื่อพบความแตกต่างในการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวแบบวัดซ้ำ (One-way analysis of variance with repeated measures) จะทำการเปรียบเทียบความแตกต่างเป็นรายคู่ โดยการทดสอบค่าที (t-test) ของแต่ละคู่

### สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้สถิติในการคำนวณหาคุณภาพของแบบทดสอบและวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

#### 1. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบ

1.1 หาค่าสัมประสิทธิ์ความเที่ยงของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ใช้สูตรคูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (Kuder – Richardson Method)

$$K-R_{20} : r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ  $r_{tt}$  แทน ค่าความเที่ยงของแบบสอบ

$k$	แทน	จำนวนข้อของข้อสอบ
$p$	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบถูก
$q$	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบผิด
$N$	แทน	จำนวนทั้งหมดของผู้ทำแบบทดสอบ
$S_t^2$	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งหมด

หาความแปรปรวน ( $S^2$ ) ใช้สูตร

$$S^2 = \frac{\sum X^2}{N} - \left[ \frac{\sum X}{N} \right]^2$$

เมื่อ	$N$	คือ	จำนวนผู้สอบ
	$X$	คือ	คะแนนรวมของผู้สอบแต่ละคน

(พร้อมพรรณน อุดมสิน 2538: 126 - 127)

1.2 หาค่าความยากง่าย (P)

$$P = \frac{R_U + R_L}{2N}$$

เมื่อ	$P$	แทน	ค่าความยากง่าย
	$R_U$	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
	$R_L$	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
	$N$	แทน	จำนวนคนทั้งหมดในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

(Donul L. Beggs and Ernest L. Lewis 1975: 195)

1.3 หาค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ใช้สูตร

$$r = \frac{R_h - R_l}{n_h}$$

เมื่อ	$r$	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	$R_h, R_l$	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำตามลำดับ
	$n_h$	แทน	จำนวนคนในกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณน อุดมสิน 2538: 144)

## 2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัย

ผู้วิจัยคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{X}$ ) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ( $\bar{X}_{\text{ร้อยละ}}$ ) ของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการ ซึ่งมี 6 ประเภท ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และวิเคราะห์ความแปรปรวนทางแบบวัดซ้ำ (One-way analysis of variance with repeated measures) และทดสอบค่าที (t-test) โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for Social Science : SPSS for Windows Version 10.0)



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 3 ตอน ดังนี้ คือ

- ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการ
- ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวแบบวัดซ้ำ (One-way analysis of variance with repeated measures) ของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการ ของนักเรียน
- ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต ของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการ ของนักเรียน ซึ่งมี 6 ประเภท เป็นรายคู่ตามประเภทของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน

**ตอนที่ 1** ผลการวิเคราะห์ความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือ การหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการ

ตารางที่ 2 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{X}$ ) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $S.D.$ ) ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ( $\bar{X}_{ร้อยละ}$ ) ของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหา โจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการของนักเรียน จำแนกตาม ประเภท

ความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการ และคำตอบของอสมการ	คะแนน เต็ม	$\bar{X}$	$S.D.$	$\bar{X}_{ร้อยละ}$	เกณฑ์การประเมิน
ประเภทที่ 1 การหาค่าของตัวอักษร	10	9.47	1.26	94.70	ดีมาก
ประเภทที่ 2 การไม่ให้ความสำคัญของตัวอักษร	10	8.22	2.24	82.20	ดีมาก
ประเภทที่ 3 การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ	10	7.32	3.38	73.20	ดี
ประเภทที่ 4 การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน	10	6.65	3.28	66.50	ปานกลาง
ประเภทที่ 5 การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนด	10	5.08	3.49	50.80	ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ
ประเภทที่ 6 การใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร	10	4.78	3.79	47.80	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ

จากตารางที่ 2 พบว่าความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์ หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการของนักเรียนเป็นดังนี้ คือ

ประเภทที่ 1 การหาค่าของตัวอักษร อยู่ในระดับดีมาก

ประเภทที่ 2 การไม่ให้ความสำคัญของตัวอักษร อยู่ในระดับดีมาก

ประเภทที่ 3 การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ อยู่ในระดับดี

ประเภทที่ 4 การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน อยู่ในระดับปานกลาง

ประเภทที่ 5 การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนด อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ และ

ประเภทที่ 6 การใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ

**ตอนที่ 2** ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวแบบวัดซ้ำ (One-way analysis of variance with repeated measures) ของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการของนักเรียน

ตารางที่ 3 การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวแบบวัดซ้ำ ของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการ ของนักเรียน ทั้ง 6 ประเภท

แหล่งความแปรปรวน	df	SS	MS	F
ประเภทของความเข้าใจ	5	6244.06	1248.81	326.24*
Error	1900	7273.11	3.89	

\*  $p < .05$

จากตารางที่ 3 พบว่าค่ามีซิมิลเลขคณิตของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการ ของนักเรียน ทั้ง 6 ประเภท มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

**ตอนที่ 3** ผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต ของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการของนักเรียน เป็นรายคู่ตามประเภทของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน

ตารางที่ 4 ผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต ของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการของนักเรียน เป็นรายคู่ตามประเภทของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน โดยการทดสอบค่าที (t-test) ของแต่ละคู่

ความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการ และคำตอบของสมการ	คะแนนเฉลี่ย ( $\bar{X}$ )	ประเภทของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน					
		1	2	3	4	5	6
ประเภทที่ 1 การหาค่าของตัวอักษร	9.47	—	13.28*	13.68*	18.33*	26.19*	25.10*
ประเภทที่ 2 การไม่ให้ความสำคัญของตัวอักษร	8.22	—	—	7.07*	2.03*	21.40*	20.30*
ประเภทที่ 3 การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ	7.32	—	—	—	7.78*	18.58*	16.98*
ประเภทที่ 4 การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน	6.65	—	—	—	—	13.52*	13.08*
ประเภทที่ 5 การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนด	5.08	—	—	—	—	—	2.12*
ประเภทที่ 6 การใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร	4.78	—	—	—	—	—	—

\*  $p < .05$

จากตารางที่ 4 พบว่า ค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการของนักเรียน เป็นรายคู่ตามประเภทของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน พบว่ามีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทุกคู่



ผลการศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ชี้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการ ที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียน โดยจำแนกเป็น 6 ประเภท ดังนี้

#### 1. การหาค่าของตัวอักษร (Letter evaluated)

1.1 จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับสูง ปานกลาง และต่ำ นักเรียนทั้งสามกลุ่มมีความเข้าใจ และรู้วิธีการหาคำตอบของสมการ นักเรียนสามารถหาคำตอบได้ทันทีในข้อที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และเป็นโจทย์เกี่ยวกับการบวกและการลบ เช่น

$$\text{ถ้า } a + 5 = 9 \quad \text{ดังนั้น } a = \dots\dots\dots$$

นักเรียนสามารถลองนำตัวเลขไปแทนค่าตัวอักษร  $a$  เพื่อให้สมการเป็นจริง จะได้ว่า  $a = 4$

1.2 โจทย์ที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว แต่เป็นโจทย์เกี่ยวกับการคูณและการหาร นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำบางคนไม่สามารถหาคำตอบได้ เช่น ตัวอย่างโจทย์สมการข้อที่ 1

$$\text{ถ้า } 9c = 27 \quad \text{ดังนั้น } c = \dots\dots\dots$$

นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำไม่สามารถหาคำตอบได้ จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนตอบว่า “ไม่รู้ว่า 9 ทำอะไรกับ  $c$  และ  $c$  จะต้องหาคำตอบเป็นเท่าไร” สาเหตุที่นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ เนื่องจากไม่เข้าใจความหมายของตัวแปร และไม่รู้วิธีการหาค่าของตัวอักษร  $c$

1.3 โจทย์ที่มีตัวแปรมากกว่าหนึ่งตัว และเป็นโจทย์ที่นักเรียนสามารถหาคำตอบได้ด้วยวิธีการแทนค่าของตัวแปรก็ได้ค่าของอีกตัวแปรหนึ่ง เช่น ตัวอย่างโจทย์สมการข้อที่ 2

$$\text{ถ้า } m = 3n + 1 \quad \text{และ } n = 4 \quad \text{ดังนั้น } m = \dots\dots\dots$$

นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำไม่สามารถหาคำตอบได้ จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนตอบว่า “มีตัวแปรสองตัว และเมื่อนำ  $n = 4$  ไปแทน ไม่รู้ว่าจะได้เท่าไร”

นอกจากนี้ยังอาจพิจารณาจากกระดาษทดของนักเรียนได้ดังภาพที่ 1

ภาพที่ 1 การหาคำตอบของตัวอย่างโจทย์สมการข้อที่ 2 ในตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภท ที่ 1 ของนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำ ที่ไม่ถูกต้อง

$\text{ถ้า } m = 3n + 1 \text{ และ } n = 4$ $\text{ดังนั้น } m = \dots 35 \dots$	$m = 3n + 1 ; n = 4 \quad m = 34 + 1$
--	---------------------------------------

จากภาพที่ 1 นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำไม่สามารถหาคำตอบได้เพราะไม่เข้าใจว่าจะต้องแทน  $n = 4$  อย่างไร โดยมีนักเรียนบางคน คิดคำตอบโดยนำ  $n = 4$  ไปแทนในสมการ  $m = 3n + 1$  ได้  $m = 34 + 1$  ซึ่งจะได้  $m = 35$  ซึ่งเป็นการคิดที่ไม่ถูกต้อง เพราะในทางคณิตศาสตร์ในพจน์  $3n$  จะหมายถึง 3 คูณ  $n$

## 2. การไม่ให้ความสำคัญของตัวอักษร (Letter ignored)

2.1 จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในระดับสูง ปานกลาง และต่ำ พบว่าในโจทย์ที่มีตัวแปรสองตัว และเป็นโจทย์ที่เกี่ยวกับการบวก และการลบ เช่น ตัวอย่างโจทย์สมการข้อที่ 1

$$\text{ถ้า } m + n = 36 \text{ ดังนั้น } m + n - 17 = \dots$$

จากตัวอย่างโจทย์สมการข้อที่ 1 นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับสูง และปานกลาง สามารถหาคำตอบของโจทย์สมการได้ แต่นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำไม่สามารถหาคำตอบของโจทย์สมการได้ จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนตอบว่า “ไม่สามารถหาคำตอบของสมการได้ เนื่องจากไม่รู้ค่าของ  $m$  หรือ  $n$  ทำให้ไม่มีตัวแปรตัวหนึ่งไปแทนค่าในสมการเพื่อหาค่าอีกตัวหนึ่งได้” สาเหตุเนื่องจากนักเรียนพยายามที่จะหาค่าของตัวแปร เพราะเคยชินกับวิธีการแก้สมการคือ การหาค่าของตัวแปร

2.2 โจทย์สมการที่มีตัวอักษรเพียงตัวเดียว แต่นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำไม่สามารถหาค่าของสมการได้ เช่น ตัวอย่างโจทย์สมการข้อที่ 2

$$\text{ถ้า } v - 125 = 389 \text{ และ } v - 122 = \dots\dots\dots$$

นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำไม่สามารถหาคำตอบของโจทย์สมการได้ จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนตอบว่า “เพราะว่า 122 ได้มาจาก นำ 125 ลดลง 3 จึงนำ 3 ไปลบออกจาก 389 จะได้ว่า  $v - 122$  เท่ากับ 386”

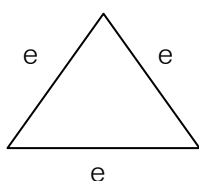
นอกจากนี้ยังอาจพิจารณาจากกระดาษทดของนักเรียนได้ดังภาพที่ 2

ภาพที่ 2 การหาคำตอบของตัวอย่างโจทย์สมการข้อที่ 2 ในตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 2 ของนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำ ที่ไม่ถูกต้อง

<p>ถ้า <math>v - 125 = 389</math></p> <p>ดังนั้น <math>v - 122 = \dots\dots 386</math></p>	<div style="text-align: right; padding-right: 10px;"> <math>389</math>  <math>- 3</math>  <hr style="border: 0.5px solid black;"/> <math>386</math> </div>
--	--

3. การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ (Letter as object)

3.1 จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในระดับสูง ปานกลาง และต่ำ ในการแก้ปัญหาโจทย์ เช่น ตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 1

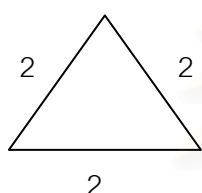


จากรูป เส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม มีความยาวเท่าใด

จากตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 1 ตัวอักษร e แทนความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม และผลจากการสัมภาษณ์นักเรียนพบว่า นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับสูง ปานกลาง และต่ำ ส่วนใหญ่สามารถ

หาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้ เนื่องมาจากรู้ว่าตัวอักษร e คือ ความยาวด้านของสามเหลี่ยม จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนตอบว่า “เส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมมีความยาวเท่ากับ  $3e$  หาได้จาก นำ e ซึ่งเป็นความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมาบวกกัน”

อย่างไรก็ตามมีนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำบางคนไม่สามารถแก้ปัญหา โจทย์ข้อนี้ได้ เนื่องจากนักเรียนไม่รู้ว่าตัวอักษร e คืออะไร จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนตอบว่า “ไม่รู้ว่าสามเหลี่ยมมีความยาวด้านละเท่าไร และ e มีค่าเท่ากับเท่าไร” เมื่อลองเปลี่ยนโจทย์ใหม่ โดยเปลี่ยนความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมจากความยาวด้านละ e หน่วย เป็นความยาวด้านละ 2 หน่วย ดังนี้



จากรูป เส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม มีความยาวเท่าใด

นักเรียนสามารถตอบได้ทันทีว่า สามเหลี่ยมรูปนี้ มีเส้นรอบรูปยาว 6 หน่วย แสดงให้เห็นว่านักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจความหมายของตัวแปร ซึ่งเป็นสาเหตุทำให้เกิดความผิดพลาดในการแก้ปัญหาโจทย์

3.2 โจทย์บางข้อที่กำหนดความยาวด้านในแต่ละด้านอยู่ในรูปของตัวเลข และตัวแปร พบว่านักเรียนที่มีเข้าใจในระดับปานกลาง ไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ ทั้งนี้อาจพิจารณาจากกระดาดษทของนักเรียนได้ดังภาพที่ 3

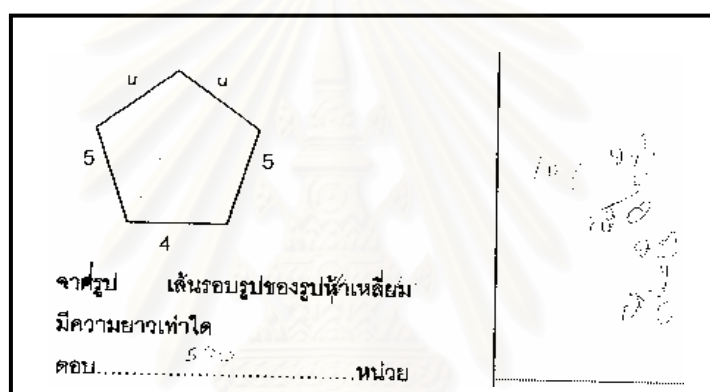
ภาพที่ 3 การแก้ปัญหาโจทย์ในตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 3 ของนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับปานกลาง ที่ไม่ถูกต้อง

	$\begin{array}{r} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 4 \\ \hline 24 \end{array}$
<p>จากรูป เส้นรอบรูปของรูปห้าเหลี่ยม มีความยาวเท่าใด</p> <p>ตอบ ..... <math>24</math> ..... หน่วย</p>	

จากภาพที่ 3 นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับปานกลางคนหนึ่ง แก้ปัญหาโจทย์ โดยการกำหนดให้ตัวอักษร  $u$  เป็นค่าคงตัว จากตัวอย่างภาพนักเรียนกำหนดให้ความยาวรูปซึ่งมีความยาว  $u$  หน่วย เป็นมี ความยาว 5 หน่วย แทน

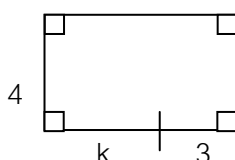
นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ข้อนี้ได้เช่นกัน ทั้งนี้ อาจพิจารณาจากกระดานทดของนักเรียนได้ดังภาพที่ 4

ภาพที่ 4 การแก้ปัญหาโจทย์ในตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 3 ของนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำ แต่ไม่ถูกต้อง



#### 4. การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน (Letter as specific unknown)

4.1 จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในระดับสูง ปานกลาง และต่ำ พบว่าในการแก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ประเภทที่ 4 นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับสูงสามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ แต่นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับปานกลาง และต่ำ ไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ เช่น ตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 1



จากรูป สีเหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่ที่ต่ำกว่าหน่วย

จากตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 1 นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับปานกลาง ไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ ทั้งนี้ อาจพิจารณาจากกระดานทดของนักเรียนได้ดังภาพที่ 5

ภาพที่ 5 การแก้ปัญหาโจทย์ของตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 1 ในตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 4 ของนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับปานกลาง แต่ไม่ถูกต้อง

จากรูป สีเหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่ที่ติดตารางหน่วย  
ตอบ..... 4 ..... ตารางหน่วย

$4 \times 4 \times 3 = 48$

จากภาพที่ 5 นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับปานกลางแก้ปัญหาโจทย์โดยการกำหนดให้ตัวอักษร  $k$  เท่ากับ 4 และนำทั้งหมดมาคูณกัน ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาโจทย์ที่ไม่ถูกต้อง

นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้เช่นกัน ทั้งนี้อาจพิจารณาจากกระดาษทอของนักเรียนได้ดังภาพที่ 6

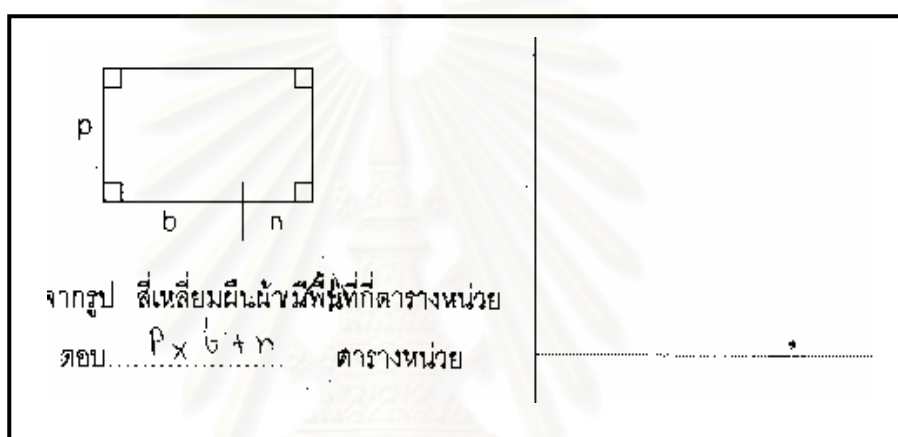
ภาพที่ 6 การแก้ปัญหาโจทย์ของตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 1 ในตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 4 ของนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำ แต่ไม่ถูกต้อง

จากรูป สีเหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่ที่ติดตารางหน่วย  
ตอบ..... 12 ..... ตารางหน่วย

จากภาพที่ 6 พบว่านักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ในข้อนี้ได้เนื่องจากนักเรียนแก้ปัญหาโจทย์โดยไม่สนใจตัวแปร

4.2 สาเหตุอีกประการหนึ่งที่ทำให้นักเรียนเกิดความผิดพลาดในการแก้ปัญหา โจทย์ คือ การเขียนคำตอบที่ต้องใส่วงเล็บ นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับปานกลาง และต่ำ มักเขียนคำตอบโดยไม่ใส่วงเล็บ ซึ่งจะทำให้คำตอบนั้นไม่ถูกต้อง ทั้งนี้อาจพิจารณาจากกระดาษทดของนักเรียนได้ดังภาพที่ 7

ภาพที่ 7 การแก้ปัญหาโจทย์ในตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 4 แต่ไม่ถูกต้องเกี่ยวกับการใช้วงเล็บในการเขียนคำตอบ



จากภาพที่ 7 จากการสัมภาษณ์นักเรียนพบว่านักเรียนเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาโจทย์ และเข้าใจความหมายของตัวแปร แต่นักเรียนเขียนคำตอบโดยไม่ใส่วงเล็บ เพราะคิดว่าเขียนอย่างไรก็ได้

4.3 โจทย์เกี่ยวกับการหาความยาวของเส้นรอบรูป แต่เป็นรูปที่นักเรียนไม่คุ้นเคยหรือปรากฏในหนังสือเรียน เช่น ตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 2




จากรูป ถ้าด้านแต่ละด้านยาวด้านละ 5 หน่วย และมีทั้งหมด  $n$  ด้าน จงหาความยาวของรูปนี้

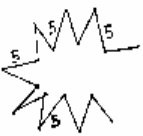

จากตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 2 นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับปานกลาง และทำ  
ไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ เนื่องจากนักเรียนไม่รู้ว่ามีด้านกี่ด้าน และไม่รู้ว่ามีค่า  
เท่าไร เพราะไม่เป็นตัวเลข จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนตอบว่า “ไม่รู้ว่ามีค่าเท่าไร มัน  
ไม่ได้เป็นตัวเลข ทำให้ไม่รู้ว่ามีด้านกี่ด้าน ก็เลยใช้วิธีนับด้านจากรูป นับได้ว่ามี 16 ด้าน จึงได้  
คำตอบเป็น 16 คูณ 5 เท่ากับ 80”

นอกจากนี้ยังอาจพิจารณาจากกระดาษทดของนักเรียนได้ดังภาพที่ 8

ภาพที่ 8 การแก้ปัญหาโจทย์ของตัวอย่างโจทย์ข้อ 2 ในตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 4  
ของนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับปานกลาง แต่ไม่ถูกต้อง

	
จากรูป ถ้าด้านแต่ละด้านยาวด้านละ 5 หน่วย และมีทั้งหมด $n$ ด้าน จงหาความ ยาวของรูปนี้ ตอบ..... 80 ..... หน่วย	

ภาพที่ 9 การแก้ปัญหาโจทย์ของตัวอย่างโจทย์ข้อ 2 ในตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 4  
ของนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำ แต่ไม่ถูกต้อง

	สำหรับหาค 
จากรูป ถ้าด้านแต่ละด้านยาวด้านละ 5 หน่วย และมีทั้งหมด $n$ ด้าน จงหาความ ยาวของรูปนี้ ตอบ..... 80 ..... หน่วย	



จากภาพที่ 9 นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำ แก้ปัญหาโจทย์โดยการนำตัวเลขที่ปรากฏในรูปมาคูณกัน ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาโจทย์ที่ไม่ถูกต้อง

#### 5. การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนด (Letter as generalised)

5.1 จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในระดับสูง ปานกลาง และต่ำ พบว่านักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับสูงสามารถแก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทการใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนดได้ เช่น ตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 1

$$x + y + z \text{ จะเท่ากับ } x + p + z \text{ ได้เมื่อใด}$$

จากตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 1 พบว่านักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับสูง และปานกลาง สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ แต่นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนตอบว่า “ $x + y + z$  จะเท่ากับ  $x + p + z$  เมื่อ  $x, y, p$  และ  $z$  เป็นตัวเลข เพราะถ้าไม่เป็นตัวเลขทำให้ไม่รู้ว่ามีค่าเท่าไรได้บ้าง” สาเหตุที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจความหมายของตัวแปร

5.2 โจทย์ที่มีการกำหนดเงื่อนไข ซึ่งในการแก้ปัญหาคำนักเรียนต้องคำนึงถึงเงื่อนไขที่กำหนดในโจทย์ด้วย เช่น ตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 2


$$c \text{ จะมีค่าเท่าใด ถ้า } c + d = 10 \text{ และ } c < d \text{ เมื่อ } c \text{ และ } d \text{ เป็นจำนวนเต็ม}$$

จากตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 2 นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับปานกลาง ไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนตอบว่า “ลองแทน  $c = 4$  และ  $d = 6$  ใน  $c + d = 10$  จะได้ 10 เท่ากัน ก็เลยตอบ  $c = 4$ ”

นอกจากนี้ยังอาจพิจารณาจากกระดานทดของนักเรียนได้ดังภาพที่ 10

ภาพที่ 10 การแก้ปัญหาโจทย์ของตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 2 ในตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 5 ของนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับปานกลาง แต่ไม่ถูกต้อง

c จะมีค่าเท่าใด ถ้า  $c + d = 10$   
 และ  $c < d$  เมื่อ c และ d เป็นจำนวนเต็ม  
 ตอบ..... 4 .....




จากภาพที่ 10 นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับปานกลางคนหนึ่งแก้ปัญหาโจทย์ โดยการกำหนดค่าขึ้นมาหนึ่งค่าและลองแทนในสมการถ้าเป็นจริง ก็นำค่าที่แทนนั้นมาเป็นคำตอบ โดยไม่หาค่าอื่นๆ ที่เหลือ ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนตอบว่า “ทำไม่ได้ เพราะไม่รู้จะคิดค่า c ยังไง”

นอกจากนี้ยังอาจพิจารณาจากกระดานทดของนักเรียนได้ดังภาพที่ 11

ภาพที่ 11 การแก้ปัญหาโจทย์ ในตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 5 ของนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำ แต่ไม่ถูกต้อง

c จะมีค่าเท่าใด ถ้า  $c + d = 10$   
 และ  $c < d$  เมื่อ c และ d เป็นจำนวนเต็ม  
 ตอบ.....  $c < d$  .....



## 6. การใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร (Letter as variable)

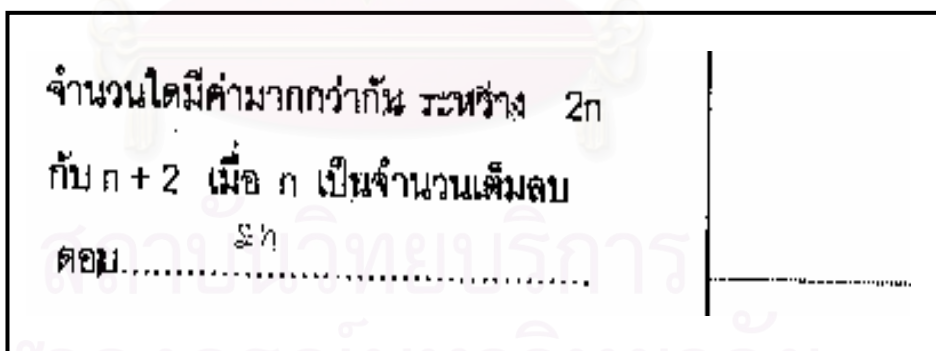
6.1 จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในระดับสูง ปานกลาง และต่ำ พบว่าในการแก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร ซึ่งเป็นโจทย์ที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และเป็นโจทย์เกี่ยวกับการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนโดยมีเงื่อนไขกำหนด เช่น ตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 1

จำนวนใดมีค่ามากกว่ากัน ระหว่าง  $2n$  กับ  $n + 2$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็ม

จากตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 1 นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับสูง และปานกลาง สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ถูกต้อง แต่นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนตอบว่า “ $2n$  ต้องมีค่ามากกว่า เพราะการคูณต้องได้ผลลัพธ์มากกว่าการบวก”

นอกจากนี้ยังอาจพิจารณาจากกระดาษทดของนักเรียนได้ดังภาพที่ 12

ภาพที่ 12 การแก้ปัญหาโจทย์ของตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 1 ในตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 6 ของนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำ แต่ไม่ถูกต้อง



สาเหตุที่ทำให้ให้นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำไม่สามารถตอบได้ถูกนั้น คือนักเรียนขาดความรอบคอบในการอ่านโจทย์ โดยนักเรียนไม่ดูเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

6.2 โจทย์ที่มีตัวแปรสองตัว และมีการกำหนดเงื่อนไข โดยค่าของตัวแปรตัวหนึ่งจะเปลี่ยนแปลงไปเมื่อตัวแปรอีกตัวหนึ่งเปลี่ยนค่า เช่น ตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 2

ถ้า  $a = b + 3$  และ ถ้า  $b$  มีค่าเพิ่มขึ้นอีก 2 ดังนั้น  $a$  จะมีค่าเป็นเท่าใด

จากตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 2 นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับปานกลางไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนตอบว่า “ไม่รู้ค่า  $b$  มีค่าเพิ่มขึ้นอีก 2 แล้ว  $b$  จะเป็นเท่าไร เลยเอา 2 บวกทั้ง 2 ข้างของสมการ”

นอกจากนี้อาจพิจารณาจากกระดาษทดของนักเรียนได้ดังภาพที่ 13

ภาพที่ 13 การแก้ปัญหาโจทย์ของตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 2 ในตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 6 ของนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับปานกลาง แต่ไม่ถูกต้อง

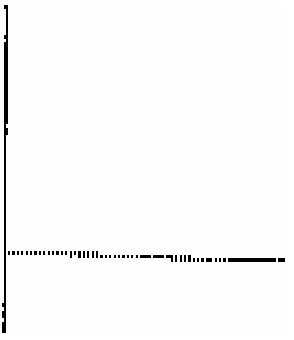
<p>ถ้า <math>a = b - 3</math> และ ถ้า <math>b</math> มีค่าเพิ่มขึ้น อีก 2 ดังนั้น <math>a</math> จะมีค่าเป็นเท่าใด ตอบ..... <math>a + 2</math></p>	$a + 2 = b + 2 + 3$
--	---------------------

จากภาพที่ 13 นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับปานกลางไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจความหมายของ “ $b$  มีค่าเพิ่มขึ้นอีก 2” หมายความว่าอย่างไร

นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนตอบว่า “ค่าของ  $b$  ต้องเป็นตัวเลข เพราะเมื่อนำไปแทนในสมการก็จะได้ค่าของ  $a$ ”

นอกจากนี้อาจพิจารณาจากกระดาษทดของนักเรียนได้ดังภาพที่ 14

ภาพที่ 14 การแก้ปัญหาโจทย์ของตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 2 ในตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 6 ของนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำ แต่ไม่ถูกต้อง

<p>ถ้า <math>a = b + 3</math> และ ถ้า <math>b</math> มีค่าเพิ่มขึ้น อีก 2 ดังนั้น <math>a</math> จะมีค่าเป็นเท่าใด ตอบ..... 5 .....</p>	
---	---

จากภาพที่ 14 นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ เนื่องจากนักเรียนเข้าใจว่า  $a$  ต้องมีค่าเพิ่มขึ้นเป็น  $a = 5$  โดยแทนค่า  $b = 2$  ไปในสมการ ซึ่งนักเรียนไม่เข้าใจว่าเมื่อ  $b$  มีค่าเพิ่มขึ้นอีก 2 นั้น  $b$  จะมีค่าเป็นเท่าไร เพราะนักเรียนเคยชินกับการที่หาค่าของตัวแปรตัวหนึ่งซึ่งต้องได้เป็นตัวเลข และเมื่อไปแทนค่าในสมการก็จะได้ค่าของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง

6.3 โจทย์ที่มีตัวแปรสองตัว มีพจน์ในรูปการคูณระหว่างตัวแปรกับตัวเลข และมีการกำหนดเงื่อนไข โดยค่าของตัวแปรตัวหนึ่งจะเปลี่ยนแปลงไปเมื่อตัวแปรอีกตัวหนึ่งเปลี่ยนค่า เช่น ตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 3

ถ้า  $k = 2p - 1$  และ ถ้า  $p$  มีค่าลดลง 3 ดังนั้น  $k$  จะมีค่าเป็นเท่าใด

จากตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 3 นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับสูงสามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ แต่นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับปานกลางไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ ทั้งนี้อาจพิจารณาจากกระดานทดของนักเรียนได้ดังภาพที่ 15

ภาพที่ 15 การแก้ปัญหาโจทย์ของตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 3 ในตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 6 ของนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับปานกลาง แต่ไม่ถูกต้อง

ถ้า  $k = 2p - 1$  และ ถ้า  $p$  มีค่าลดลง 3  
 ดังนั้น  $k$  จะมีค่าเป็นเท่าใด  
 ตอบ.....  $k = 2 - 3 \cdot 1$  .....

จากภาพที่ 15 นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับปานกลาง แก้ปัญหาโจทย์โดยไม่เข้าใจความหมาย “ $p$  มีค่าลดลง 3” หมายความว่าอย่างไร นักเรียนแก้ปัญหาโดยการนำ 3 ไปลบจาก 2 ดังที่ปรากฏในภาพ ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง

นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ในตัวอย่างข้อที่ 3 ได้เช่นกัน ทั้งนี้อาจพิจารณาจากกระดาษทดของนักเรียนดังภาพที่ 16

ภาพที่ 16 การแก้ปัญหาโจทย์ของตัวอย่างโจทย์ข้อที่ 3 ในตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 6 ของนักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำ แต่ไม่ถูกต้อง

ถ้า  $k = 2p - 1$  และ ถ้า  $p$  มีค่าลดลง 3  
 ดังนั้น  $k$  จะมีค่าเป็นเท่าใด  
 ตอบ.....  $3$  .....

จากภาพที่ 16 นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำ แก้ปัญหาโจทย์โดยไม่เข้าใจความหมาย “ $p$  มีค่าลดลง 3” หมายความว่าอย่างไร ทำให้นักเรียนแก้ปัญหาโจทย์ไม่ถูกต้อง

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร มีวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

1. เพื่อศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการ ซึ่งมี 6 ประเภท คือ การหาค่าของตัวอักษร การไม่ให้ความสำคัญของตัวอักษร การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนด และการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร

2. เพื่อเปรียบเทียบความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการ ระหว่างประเภทของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนทั้ง 6 ประเภท

ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2544 ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบหลายขั้นตอน (Multistage Random Sampling) โดยสุ่มตัวอย่างโรงเรียนจากกลุ่มโรงเรียนในกรุงเทพมหานคร ซึ่งมีอยู่ 8 กลุ่มโรงเรียน มากกลุ่มโรงเรียนละ 1 โรงเรียน แล้วสุ่มห้องเรียนจากแต่ละโรงเรียนที่สุ่มได้ มาโรงเรียนละ 1 ห้องเรียน ได้จำนวนทั้งสิ้น 8 ห้องเรียน ใช้นักเรียนทุกคนในห้องเรียนที่ได้เป็นตัวอย่างประชากร ซึ่งคิดเป็นจำนวน 381 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง ลักษณะของแบบทดสอบเป็นแบบปรนัยแบบเติมคำตอบ จำนวน 60 ข้อ ได้ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาโดยผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.31 ถึง 0.98 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.05 ถึง 0.86 และค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.93

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง โดยนำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ไปใช้กับตัวอย่างประชากรที่สุ่มได้ จำนวน 381 คน จากนั้นนำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติ ดังนี้

1. หาค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และนำค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละเทียบกับเกณฑ์การประเมินระดับผลการเรียนของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ
2. วิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวแบบวัดซ้ำ เพื่อเปรียบเทียบค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการ ทั้ง 6 ประเภท
3. วิเคราะห์ความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการ ซึ่งมี 6 ประเภท เป็นรายคู่ตามประเภทของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน โดยการทดสอบค่าทีของแต่ละคู่

### สรุปผลการวิจัย

1. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการเป็นดังนี้คือ ประเภทที่ 1 การหาค่าของตัวอักษร และประเภทที่ 2 การไม่ให้ความสำคัญของตัวอักษร อยู่ในระดับดีมาก ประเภทที่ 3 การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ อยู่ในระดับดี ประเภทที่ 4 การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน อยู่ในระดับปานกลาง ประเภทที่ 5 การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนด อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ และประเภทที่ 6 การใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ

2. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการ ทั้ง 6 ประเภท แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยเมื่อวิเคราะห์ความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของ



สมการและคำตอบของสมการของนักเรียน เป็นรายคู่ตามประเภทของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน พบว่ามีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทุกคู่

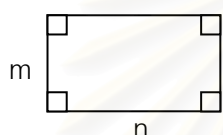
## อภิปรายผล

1. ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของสมการเป็นดังนี้คือ ประเภทที่ 1 การหาค่าของตัวอักษร และประเภทที่ 2 การไม่ให้ความสำคัญของตัวอักษร อยู่ในระดับดีมาก ประเภทที่ 3 การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ อยู่ในระดับดี ประเภทที่ 4 การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน อยู่ในระดับปานกลาง ประเภทที่ 5 การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนด อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ และประเภทที่ 6 การใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ อาจเป็นเพราะเหตุผลดังนี้

1.1 ทั้งนี้เนื่องมาจากโจทย์เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 1 และประเภทที่ 2 เป็นโจทย์แบบง่าย ๆ ไม่มีความซับซ้อน นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการได้โดยการแทนค่าตัวอักษรด้วยจำนวนหรือใช้วิธีการแก้สมการก็สามารถหาคำตอบได้ และผลการวิจัยสอดคล้องกับงานวิจัยของ ดีทมาร์ คูชเชอมนันน์ (Dietmar Küchemann, 1978 : 23 – 26) ซึ่งได้ทำการศึกษาเรื่อง ความเข้าใจของผู้เรียนเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน พบว่านักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ประเภทที่ 1 การหาค่าของตัวอักษร นักเรียนสามารถหาคำตอบได้ทันที ตามที่โจทย์กำหนด เช่น ถ้า  $a + 5 = 8$  ดังนั้น  $a = ?$  ในโจทย์ข้อนี้มีนักเรียนตอบถูกต้อง 92% และโจทย์สมการของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 2 เช่น ถ้า  $a + b = 43$  ดังนั้น  $a + b + 2 = ?$  ในโจทย์ข้อนี้มีนักเรียนตอบถูกต้อง 97% ซึ่งจะเห็นได้ว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถหาคำตอบของโจทย์เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในประเภทที่ 1 และ ประเภทที่ 2 ได้เป็นอย่างดี

1.2 โจทย์เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทที่ 3 มีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหาที่นำตัวอักษรมาแทนค่าของสิ่งของ ซึ่งในการแก้ปัญหาโจทย์ นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจในความหมายของตัวแปรอย่างแท้จริง และจากการสัมภาษณ์นักเรียนพบว่าสาเหตุส่วนใหญ่ที่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้เนื่องจากไม่เข้าใจความหมายของตัวแปร เพราะนักเรียนเคยชินกับโจทย์ที่ใช้ตัวเลขแทนค่าของสิ่งของ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของอรัญ ชูยกระเดื่อง (2534: 55) ซึ่งได้ทำการศึกษาความคลาดเคลื่อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร พบว่าโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่ นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในการใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่ามากที่สุด เช่น จากโจทย์ ที่นำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีความยาวเส้นรอบรูป 116 วา และคิดเป็นพื้นที่ 2 ไร่ กับ 40 ตารางวา อยากทราบว่าที่นาผืนนี้กว้างกี่วา ถ้าให้ความกว้างของที่นายาว  $x$  วา นักเรียนส่วนมากจะตอบว่าด้านยาวของที่นายาวด้านละ  $116 - x$  วา ย่อมแสดงว่านักเรียนไม่เข้าใจความหมายของ  $x$  ว่าแทนความยาวด้านกว้างของที่นาเพียงด้านเดียว และผลการวิจัยยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ ดีทมาร์ คูชเชอมนันน์ (Dietmar Küchemann, 1978: 23 – 26) ที่ว่าในโจทย์เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในประเภทที่ 3 การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ เช่น



จากรูป สี่เหลี่ยมผืนผ้ามีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

จากโจทย์จะเห็นได้ว่าตัวอักษร  $m$  แทนความยาวของด้านกว้าง และตัวอักษร  $n$  แทนความยาวของด้านยาว ในโจทย์ข้อนี้มีนักเรียนตอบถูกต้อง 76%

1.3 โจทย์เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในประเภทที่ 4 ประเภทที่ 5 และประเภทที่ 6 มีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อนมากกว่าตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในสามประเภทแรก โดยเฉพาะในประเภทที่ 5 จะเป็นโจทย์เกี่ยวกับอสมการ ตัวอักษรสามารถมีค่าได้มากกว่า 1 ค่า และประเภทที่ 6 จะเป็นโจทย์เกี่ยวกับการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวน และการหาค่าของตัวอักษรโดยค่าของตัวอักษรจะเกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าของตัวอักษรอีกตัวหนึ่ง ซึ่งในการแก้ปัญหาลักษณะนี้ นักเรียนจะต้องเชื่อมโยงจากสิ่งที่โจทย์ให้หา ข้อมูล และเงื่อนไขต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้กับความรู้ต่างๆ ที่ต้องใช้เพื่อหาคำตอบ แต่จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในประเภทที่ 4 ประเภทที่ 5 และประเภทที่ 6 ไม่ดีนัก โดยเฉพาะตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในประเภทที่ 6 การใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร จากการสัมภาษณ์นักเรียนพบว่าสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเข้าใจไม่ถูกต้องเนื่องจากแปลความหมายของตัวอักษรผิด การให้ความหมายที่ผิดในการใช้วงเล็บ และสาเหตุอีกประการหนึ่งอาจเป็นเพราะ การแก้ปัญหาลักษณะนี้หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน มีลักษณะเป็นนามธรรม นักเรียนจะต้องอาศัยความรู้ และทักษะหลายประการในการแก้ปัญหาลักษณะนี้ สอดคล้องกับงานวิจัยของ ซี เอ็ม ไชย และ บี เอช อัง (C. M. Chai and B. H. Ang, 1987: 189 – 198) ได้ทำการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ในประเทศสิงคโปร์ เรื่องเกี่ยวกับพีชคณิตและสมการ พบว่า นักเรียนมีปัญหาในการแก้โจทย์พีชคณิตเกี่ยวกับ

การหาค่าตัวแปรเมื่อใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร และข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นกับนักเรียนส่วนใหญ่มาจากการแปลความหมายที่ผิดจากการอ่านโจทย์ ความคิดที่ผิดในการแปลความหมายของตัวอักษร และจากการสัมภาษณ์ทำให้ทราบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการใช้วงเล็บ นอกจากนั้นผลการวิจัยยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ ดีทมาร์ คูชเชอมนันน์ (Dietmar Küchemann, 1978: 23 – 26) ที่ว่าโจทย์เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในประเภทที่ 4 เช่น  $4$  บวกกับ  $n + 5$  จะมีค่าเป็นเท่าใด ในโจทย์ข้อนี้มีนักเรียนตอบถูกต้อง 68% และในโจทย์ถ้า  $r = s + t$  และ  $r + s + t = 30$  ดังนั้น  $r$  จะมีค่าเป็นเท่าใด มีนักเรียนตอบถูกต้อง 41% ส่วนโจทย์เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในประเภทที่ 5 เช่น ถ้า  $c + d = 10$  และ  $c < d$  ดังนั้น  $c$  จะมีค่าเป็นเท่าใด มีนักเรียนตอบถูกต้องเพียง 11% และนักเรียนที่ตอบไม่ถูกต้องโดยการกำหนดให้  $c = 4$  เพียงค่าเดียวถึง 39% และโจทย์ของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในประเภทที่ 6 เช่น จำนวนใดมีค่ามากกว่ากัน ระหว่าง  $2n$  กับ  $n + 2$  จงอธิบาย ในโจทย์ข้อนี้มีนักเรียนตอบถูกต้องเพียง 6%

2. นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการ ทั้ง 6 ประเภท แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยเมื่อทำวิเคราะห์ความแตกต่างของค่ามัธยฐานเลขคณิตของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการ ของนักเรียนเป็นรายคู่ตามประเภทของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน พบว่ามีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทุกคู่ จากการศึกษางานวิจัยในประเทศไทยส่วนใหญ่เน้นวิธีการสอนที่พัฒนาความคิดรวบยอด และกระบวนการในการแก้ปัญหาโจทย์ หรือการแก้สมการและอสมการ แต่ไม่มีการศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่เป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนในเรื่องพีชคณิต โดยระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจะต้องใช้ความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรในการเรียนเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คู่อันดับและกราฟคู่อันดับ พหุนาม สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กราฟเส้นตรง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สมการกำลังสอง และระดับมัธยมศึกษาตอนปลายในเรื่อง ความสัมพันธ์และกราฟความสัมพันธ์ ภาคตัดกรวย พังค์ชัน พังค์ชันตรีโกณมิติ พังค์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ตรีโกณมิติและการประยุกต์ เมตริกซ์ โปรแกรมเชิงเส้น ลำดับและอนุกรม วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ทฤษฎีบทเบื้องต้นของความน่าจะเป็น ซึ่งในแต่ละประเทศจะให้ความสำคัญในการศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรของผู้เรียนก่อนที่จะเริ่มทำการสอนในเรื่องพีชคณิต

จากผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ทั้ง 6 ประเภทแตกต่างกัน ทั้งนี้อาจเป็นเพราะระดับความยากง่าย และความซับซ้อนของโจทย์ปัญหา หรือโจทย์สมการและอสมการเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในแต่ละประเภทแตกต่างกัน ซึ่งในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการ นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจความหมายของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในแต่ละประเภทและใช้วิธีการหาคำตอบที่เหมาะสม

นอกจากนั้นโจทย์เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในประเภทที่ 1 การหาค่าของตัวอักษร และประเภทที่ 2 การไม่ให้ความสำคัญของตัวอักษร เป็นโจทย์ที่นักเรียนได้เคยเรียนมาแล้วทุกปี ตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จนถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และเป็นโจทย์พื้นฐานในการเรียนวิชาพีชคณิต นักเรียนมีความคุ้นเคย จึงทำให้นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนทั้งสองประเภทนี้อยู่ในระดับดีมาก

โจทย์เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในประเภทที่ 3 การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ ส่วนใหญ่เป็นโจทย์เกี่ยวกับการหาความยาวเส้นรอบรูป หาพื้นที่ เป็นต้น ซึ่งในการแก้ปัญหาโจทย์นักเรียนจะต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับกฎ สูตร แต่ก็ถือว่าเป็นโจทย์ง่ายๆ และนักเรียนได้เคยเรียนมาแล้วทุกปีตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จนถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในประเภทที่ 3 อยู่ในระดับดี และจากการสัมภาษณ์นักเรียนพบว่านักเรียนมีความเข้าใจไม่ถูกต้องในเรื่องการใช้ค่าคงตัวแทนตัวแปรในการแก้ปัญหาโจทย์ ดังปรากฏในหน้า 64 – 66 ส่วนโจทย์เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในประเภทที่ 4 การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน ถึงแม้ว่าโจทย์ส่วนใหญ่เป็นโจทย์เกี่ยวกับการหาความยาวเส้นรอบรูป หาพื้นที่ แต่ลักษณะโจทย์มีความซับซ้อนมากกว่าประเภทที่ 3 ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในประเภทที่ 4 อยู่ในระดับปานกลาง การแก้ปัญหาโจทย์นักเรียนต้องมีความเข้าใจในการใช้วงเล็บ จากการสัมภาษณ์นักเรียนพบว่าข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นในการแก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในประเภทที่ 4 คือ การใช้วงเล็บ และไม่เข้าใจความหมายของตัวอักษร ดังปรากฏในหน้า 66 – 70

โจทย์เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในประเภทที่ 5 การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนด โจทย์ของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนประเภทนี้ เป็นโจทย์อสมการ ซึ่งนักเรียนได้เรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเป็นเรื่องที่ยากสำหรับนักเรียน จึงทำให้นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในประเภทนี้อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ จากการสัมภาษณ์นักเรียน พบว่านักเรียนมี

ข้อบกพร่องคือ นักเรียนแก้ปัญหาโจทย์โดยไม่สนใจเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด ทำให้คำตอบที่นักเรียนหาได้นั้นไม่ถูกต้อง และโจทย์เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในประเภทที่ 6 การใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร นักเรียนมีความเข้าใจอยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ ในการแก้ปัญหาโจทย์ประเภทนี้ นักเรียนต้องทำความเข้าใจความหมายของตัวอักษร เช่น “b มีค่าเพิ่มขึ้น 2” หรือ “p มีค่าลดลง 3” หมายความว่าอย่างไร เป็นต้น จากการสัมภาษณ์นักเรียนพบว่า นักเรียนไม่เข้าใจความหมายของตัวอักษร ซึ่งเป็นสาเหตุทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้ถูกต้อง

จะเห็นว่าความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนของนักเรียนในแต่ละประเภทมีความแตกต่างกันมาก ดังนั้นเมื่อทำการวิเคราะห์ความแตกต่างของค่ามัธยฐานเลขคณิตของคะแนนความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในการแก้ปัญหาโจทย์ หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการเป็นรายคู่ตามประเภทของตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน จึงมีความแตกต่างกันทุกคู่

## ข้อเสนอแนะ

### 1. ข้อเสนอแนะที่ได้จากผลการวิจัย

1.1 จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในการแก้ปัญหาโจทย์หรือการหาคำตอบของสมการและคำตอบของอสมการ ประเภทที่ 4 การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน ประเภทที่ 5 การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนด และประเภทที่ 6 การใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร ไม่ได้เท่าที่ควร ซึ่งครูผู้สอนควรหาแนวทางแก้ไข เพื่อช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนอยู่ในระดับที่ดีขึ้นทุกประเภท เพราะความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนเนื้อหาวิชาพีชคณิต

1.2 จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนในระดับสูง ปานกลาง และต่ำ พบว่านักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับต่ำ ไม่สามารถหาคำตอบของโจทย์เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ตั้งแต่ประเภทที่ 1 การหาค่าของตัวอักษร ซึ่งเป็นโจทย์แบบง่ายๆ ไม่มีความซับซ้อน ครูผู้สอนควรเน้นให้นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนทุกประเภท และให้ความสำคัญในการศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนของนักเรียน

## 2. ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการศึกษาความเข้าใจของนักเรียนในเนื้อหาอื่นๆ ที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน เช่น ศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์

2.2 ควรทำการศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ในระดับชั้นอื่นๆ เช่น ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## รายการอ้างอิง

### ภาษาไทย

- เจริญ แก้วประดิษฐ์. การศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เขตการศึกษา 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2534.
- ชนิดา พลแสน. การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จังหวัดร้อยเอ็ด. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2534.
- ดวงเดือน อ่อนน้อม. โจทย์ปัญหา ปัญหาโจทย์: วสารคณิตศาสตร์. 37(พฤศจิกายน – ธันวาคม). 2536: 10 – 17.
- ดารณี คำแหง. การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2532.
- ทัศนียา เขมะชิต. การสำรวจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 312 ค 322 ที่เป็นปัญหาสำหรับครูสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในเขตการศึกษา 6. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2527.
- ธวัชชัย วรพงศธร. หลักการวิจัยทางสาธารณสุขศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.
- นฤเบศ ลาภยิ่งยง และกิติพงษ์ ลีอนาม. เนื้อหาที่เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) และความต้องการในการพัฒนาการเรียนการสอนของครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษา จังหวัดนครราชสีมา. สถาบันราชภัฏนครราชสีมา, 2542.

- นภาพรรณ สุวรรณภา. การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสระบุรี. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2536.
- นิภา ศรีไพโรจน์. หลักการวิจัยเบื้องต้น. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ (มหาสารคาม). กรุงเทพมหานคร: ศึกษาพร, 2527.
- นิไลบล นิมกัธรัตน์. การวิจัยการศึกษา. ภาควิชาประเมินผลและการวิจัยการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, 2543.
- เบญจวรรณ อินชัยวงศ์. ความผิดพลาดในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในจังหวัดพิษณุโลก. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ พิษณุโลก, 2533.
- บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์. ระเบียบวิธีการวิจัยทางสังคมศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: การพิมพ์ พระนคร, 2533.
- ปกรณ พลาหาญ. MATH 123 EQUATIONS การแก้ปัญหาด้วยสมการ. กรุงเทพมหานคร: สุวีริยาสาส์น, 2534.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12 – 15. สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2537.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. เอกสารประกอบการสอน วิชาคณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยมศึกษา. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.
- ไพโรจน์ ตีรณธนากุล และสินทร ศิลา. สถิติเพื่อการวิจัย เอกสารประกอบการสอนวิชา Educational Research Statistics. กรุงเทพมหานคร: สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า วิทยาเขตธนบุรี, 2528.



แมกซ์ เอ ไฮเบล. **ศิลปะการสอนคณิตศาสตร์**. แปลโดย ฉวีวรรณ เศรษฐมาลย์. กรุงเทพมหานคร: สุริยสาส์น, 2544.

ยุพิน กรณ์ทอง. **การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มที่ 1 ในเขตกรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2534.**

ยุพิน พิพิธกุล. **การเรียนการสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์, 2530.

เยาวลักษณ์ สุเมธโฆสิต. **เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 ที่เป็นปัญหาสำหรับครูคณิตศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในเขตการศึกษา 7. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2528.**

ระวีวรรณ บรรพตศิริ. **เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 311 ที่เป็นปัญหาสำหรับครูคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2527.**

วนิดา มณีพรรณ. **มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ 4 ในเขตกรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2534.**

วรรณดี ชุณหภูมิกานนท์. **การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โพลิโนเมียล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในเขตท้องที่การศึกษา 4 กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2524.**

วัฒนา สุนทรชัย. **เรียนสถิติด้วย SPSS ภาคสถิติไม่อิงพารามิเตอร์**. กรุงเทพมหานคร : บริษัท จูนพับลิชชิง จำกัด, 2543.

วารี สีสั่ง. **การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่มีความเชื่อในอัตลัษิต และปรลัษิต. วิทยานิพนธ์**

ปริญญาหมาบัณฑิต ภาคศึกษามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,  
2534.

วิชาการ, กรม. **หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533).**  
กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2535.

วิชาการ, กรม. **คู่มือการประเมินผลการเรียนตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช  
2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533).** กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2535.

วิชาการ, กรม. **ผลการประเมินคุณภาพการศึกษา ปีการศึกษา 2538.** กรุงเทพมหานคร:  
โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2540.

วิทย์ เทียงบุญธรรม. **พจนานุกรมไทย – อังกฤษ.** กรุงเทพมหานคร: อักษรพิทยา, 2535.

ศิริชัย กาญจนวาสี. **รวมบทความทางวิธีการวิจัย เล่ม 2 ชุดรวมบทความ เล่มที่ 16.**  
กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2541.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. **คู่มือครู วิชาคณิตศาสตร์ ค 011  
ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับ  
ปรับปรุง พ.ศ. 2533).** กรุงเทพมหานคร: คุรุสภาลาดพร้าว, 2541.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. **คู่มือครู วิชาคณิตศาสตร์ ค 204  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับ  
ปรับปรุง พ.ศ. 2533).** กรุงเทพมหานคร: คุรุสภาลาดพร้าว, 2540.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. **หนังสือเรียนรายวิชา ค 204 วิชา  
คณิตศาสตร์ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช  
2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533).** กรุงเทพมหานคร: คุรุสภาลาดพร้าว, 2544.

สมศักดิ์ ฉันทานุกัณฑ์. **การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์  
ของนักเรียนแผนการเรียนเกษตรกรรม เขตการศึกษา 6.วิทยานิพนธ์ปริญญา  
หมาบัณฑิต ภาคศึกษามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2529.**

สิริพร ทิพย์คง. **อนาคตของการเรียนการสอนพีชคณิต : วารสารคณิตศาสตร์. 44**  
(พฤศจิกายน – ธันวาคม 2543 – มกราคม 2544), 6 – 8.

สุบรรณ พันธ์วิเศษ และชัยวัฒน์ ปัญจพงษ์. **ระเบียบวิธีวิจัยเชิงปฏิบัติ**. กรุงเทพมหานคร: พีระพัทธนา, 2522.

สุวร กาญจนมยุร. **เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา เล่ม 3**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช, 2535.

สุวัฒนา อุทัยรัตน์. **การเรียนการสอนคณิตศาสตร์**. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2541.

สุวิมล ตีรกานันท์. **ระเบียบวิธีวิจัยทางสังคมศาสตร์ : แนวทางสู่การปฏิบัติ**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.

อรพรรณ ต้นบรรจง. **การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา**. ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2533.

อวยพร เรืองตระกูล. **สถิติการศึกษาขั้นนำ วิชา 2702103 (เอกสารประกอบการสอน)**. ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2540.

## ภาษาอังกฤษ

Adams, Sam., Ellis, Leslie C. and Beeson, B. F. Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostis Approach. New York: Harper & Row, 1977.

Agrawal Piyush C. and Others. Mathematics Applications and Connections Course 1.Ohio: Glencoe/McGraw - Hill, 1995.

Agrawal Piyush C. and Others. Mathematics Applications and Connections Course 3.Ohio: Glencoe/McGraw - Hill, 1995.

Anderson, Kenneth B. and Pingry, R. E. Problem - solving in Mathematics. **The Learning of Mathematics ; Its Theory and Practice**. Wasthing D.C.: The National Council of Teacher of Mathematics, 1973.

- Ashlock, Robert B. and Other. **Guiding Each Child's Learning of Mathematics**. Ohio: Bell & Howell, 1983.
- Baroody, Arthur J. **Children's Mathematical Thinking**. New York : Teacher College Press, 1987.
- Bell, Fredrick H. **Teaching and Learning Mathematics in Secondary School**. Dubuque, Iowa: Wm.C. Brown Company Publishers, 1978.
- Beggs, Donald L. and Lewis, Ernest L. **Measurement and Evaluation in the School**. Boston: Houghton Mifflin, 1975.
- Boers-Van Oosterum, Monique Agnes Maria. Understanding of variables and their uses acquired by students in traditional and computer-intensive algebra. **Dissertation Abstracts International** [Online].1990. Available from:  
<http://thailis-db.car.chula.ac.th/dao/detail.nsp> [2002, March 29]
- Booth, Lesley R. Children's Difficulties in Beginning Algebra. **The Ideas of Algebra, K – 12. 1988 Yearbook of the National Council of Teacher of Mathematics**. Reston, Va: NCTM, 1988.
- Booth, Lesley R. and Other. Algebra : Children's Strategies and Errors. **A report the of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project**. London: Evanzer Baylis and Son, 1984.
- Chai, C. M. and Ang, B. H. Identifying the reasons underlying pupils particular errors in sample algebraic expressions and equations. **Proceedings of Fourth Southeast Asian Conference on Mathematical Education. (ICMI-SEAMS)** (June 1 – 3 ,1987): 189 – 198.
- Cruikshank, Douglas E. and Sheffeild, Linda J. **Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics**. New York: Macmillan Publishing, 1992.

Dominguez, Angeles. College algebra students' understanding of the concept of variable. **Dissertation Abstracts International** [Online].2001. Available from: <http://thailis-db.car.chula.ac.th/dao/detail.nsp> [2002, March 29]

Ericson, Donna Elaine Bird. Students' conceptions of variables and their uses for generalization of mathematical patterns. **Dissertation Abstracts International** [Online].1988. Available from: <http://thailis-db.car.chula.ac.th/dao/detail.nsp> [2002, March 29]

Good, Carter V. **Dictionary of Education**. New York: McGraw – Hill, 1973.

Groza, Vivian Shaw. **Modern Elementary Algebra**. Philadelphia: Saunders Colleges Publishing, 1982.

Hail, Christopher Jason. The effects of using multiple representations on students' knowledge and perspective of basic algebra concepts. **Dissertation Abstracts International** [Online].2000. Available from: <http://thailis-db.car.chula.ac.th/dao/detail.nsp> [2002, March 29]

Hourlland, J. P. The effect of the analysis of errors on algebraic achievement. **Dissertation Abstracts International** [Online].1987. Available from: <http://thailis-db.car.chula.ac.th/dao/detail.nsp> [2002, March 29]

James, Glenn and James, Robert C. **Mathematics Dictionary**. New York: D Van Nostrand Company, 1959.

Johnston, C. L., Willis, Alden T., and Hughes, Gale M. **Developmental Mathematics**, fourth edition. Boston: P W S Publishing, 1995.

Keller, James Edward. The effects of table-building problem-solving procedures on students' understanding of variables in pre-algebra. **Dissertation Abstracts International** [Online].1984. Available from: <http://thailis-db.car.chula.ac.th/dao/detail.nsp> [2002, March 29]

- Kornegay, Chris .**Math Dictionary with Solutions a Math Review**. California: SAGE Publications, 1999.
- Küchemann, Dietmar. Children's Understanding of Numerical Variables. **Mathematics in School**. 7 (September 1978): 23 – 26.
- Lawis, Harry. **Technical Mathematic**, New York: Delmar Publishing, 1986.
- Leitzel, Joan R. Critical Considerations for the Future of Algebra Instruction. **Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra Volume 4**. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1991.
- Lessard-Clouston, Wendy. Children's understanding of variables. **Dissertation Abstracts International** [Online].1992. Available from:  
<http://thailis-db.car.chula.ac.th/dao/detail.nsp> [2002, March 29]
- Matyka, Mark. Introduction to Algebra. [Online].2001. Available from:  
<http://www.mathleague.com> [2002, March 1]
- Mueller, Francis J. **General Mathematics for College Students**. New Jersey: Prentice-Hall, 1972.
- Narainsamy, Saraswathi. The use of logo in the concept of a variable in the pre-algebra Stage. **Dissertation Abstracts International** [Online].1998. Available from:  
<http://thailis-db.car.chula.ac.th/dao/detail.nsp> [2002, March 29]
- Ong, S. T. and Lim, S.K. Understanding and Errors in Algebra. **Proceedings of Fourth Southeast Asian Conference on Mathematical Education**. (ICMI - SEAMS) (June 1 – 3,1987): 199 – 205.
- Oprea, Janeal Mika. The effects of computer programming on a student's mathematical generalization and understanding of variables. **Dissertation Abstracts International** [Online].1984. Available from: <http://thailis-db.car.chula.ac.th/dao/detail.nsp> [2021, March 29]

- Philipp, Randolpha. Seventh-grade students' understanding of variables : treating generalized numbers as labels. **Dissertation Abstracts International** [Online].1990. Available from: <http://thailis-db.car.chula.ac.th/dao/detail.nsp> [2002, March 29]
- Polya, George. **How to solve it**. New Jersey: Princeton University Press, 1957.
- Polya, George. **How to solve it**. New Jersey: Princeton University Press, 1973.
- Rees, Paul K., Sparks, Fred W. and Rees, Charles Sparks. **Intermediate Algebra**. New York: McGraw- Hill Book, 1978.
- Reeve, William David . **Mathematics for the Secondary School**. America: Rinehart and winson, 1954.
- Stein, Lincoln D. Variables. [Online].2001 Available from: <http://www.lstein@cshl.org> [2002, March 11]
- Sunny Hills Math Club. Algebra Expressions. [Online].2000 Available from : <http://www.sunny.issaquah.wednet.edu> [2002, March 11]
- Usiskin, Zalman. Conception of School Algebra and Use of Variables. **The Ideas of Algebra, K – 12**. 1988 Yearbook of the National Council of Teacher of Mathematics. Reston, Va: NCTM, 1988.
- Williams, Frederic. **Reasoning with Statistics**. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1968.



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย





ภาคผนวก ก.  
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

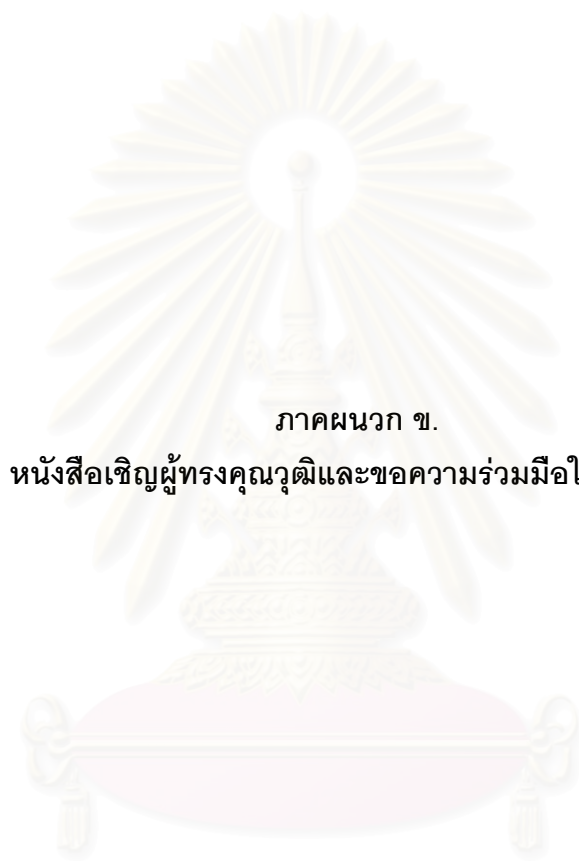
สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณาความถูกต้องและปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนมีดังนี้

1. รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล อาจารย์สาขาวิชาศึกษาศาสตร์  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
2. อาจารย์ระวีวรรณ สุนทรสถิตย์ อาจารย์ 2 ระดับ 7  
โรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัย สังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร
3. อาจารย์วิชัย เสวกงาม อาจารย์หมวดคณิตศาสตร์  
โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (ฝ่ายมัธยม)

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ข.

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ที่ ทม.0302(2770.0603)2123

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

ธันวาคม 2544

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวจิรวัดณ์ มีลักษณะ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชา  
การศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับตัวแปร  
ที่แทนด้วยจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร”  
โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒน์ อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ  
ตรวจสอบเครื่องมือวิจัยที่นิสิตสร้างขึ้น

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการ  
ต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบริ)

รองคณบดีฝ่ายวิชาการ

ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ

โทร.218-2680



ที่ ทม.0302(2770.0603)2124

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

ธันวาคม 2544

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ระวีวรรณ สุนทรสถิตย์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวจิรวัดณ์ มีลักษณะ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาคศึกษามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการทำนิพนธ์เรื่อง "การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่แทนด้วยจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัยที่นิสิตสร้างขึ้น

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)

รองคณบดีฝ่ายวิชาการ

ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ

โทร.218-2680



## บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โทร.218-2680

ที่ ทม.0302(2770.0603)2125

วันที่ ธันวาคม 2544

เรื่อง ขออนุญาตเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน รองคณบดีและผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (ฝ่ายมัธยม)

ด้วย นางสาวจิรวัดณ์ มีลักษณะ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาคศึกษามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาค้นคว้าความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่แทนด้วยจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์วิรัชย์ เสวกงาม เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัยที่นิสิตสร้างขึ้น

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์วิรัชย์ เสวกงาม เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)

รองคณบดีฝ่ายวิชาการ

ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์



ที่ ทม.0302(2700.0603)2126

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

ธันวาคม 2544

เรื่อง ขออนุญาตทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนวัดราชบพิธ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวจิรวรรณ มีลักษณะ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาคศึกษามัธยมศึกษา สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาคำถามเชิงจิตวิทยาเกี่ยวกับตัวแปร ที่แทนด้วยจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลอง ใช้เครื่องมือในการเก็บข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่แทนด้วยจำนวน กับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวจิรวรรณ มีลักษณะ ได้ทดลองใช้ เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)

รองคณบดีฝ่ายวิชาการ

ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ

โทร. 218-2680



ที่ ทม.0302(2770.0603)2115

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

ธันวาคม 2544

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนราชวินิต มัธยม

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวจิรวัดน์ มีลักษณะ นิสิตชั้นปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษาคำถามเชิงจิตวิทยาเกี่ยวกับตัวแปรที่แทนด้วยจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่แทนด้วยจำนวน กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวจิรวัดน์ มีลักษณะ ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุญ)

รองคณบดีฝ่ายวิชาการ

ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ

โทร.218-2680





ที่ ทม.0302(2770.0603)2116

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

ธันวาคม 2544

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวจิรวัดน์ มีลักษณะ นิสิตชั้นปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาคศึกษามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาคความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่แทนด้วยจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่แทนด้วยจำนวน กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวจิรวัดน์ มีลักษณะ ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)

รองคณบดีฝ่ายวิชาการ

ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ

โทร.218-2680



ที่ ทม.0302(2770.0603)2117

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

ธันวาคม 2544

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนหอวัง

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวจิรวัดณ์ มีลักษณะ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาคความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปร ที่แทนด้วยจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บ รวบรวมข้อมูลด้วยแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่แทนด้วยจำนวน กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวจิรวัดณ์ มีลักษณะ ได้ทำการเก็บ ข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)

รองคณบดีฝ่ายวิชาการ

ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ

โทร.218-2680



ที่ ทม.0302(2770.0603)2118

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

ธันวาคม 2544

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนปทุมคงคา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวจิรวัดมน มีลักษณะ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชา  
การศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปร  
ที่แทนด้วยจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร"  
โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บ  
รวบรวมข้อมูลด้วยแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่แทนด้วยจำนวน กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวจิรวัดมน มีลักษณะ ได้ทำการเก็บ  
ข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)

รองคณบดีฝ่ายวิชาการ

ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ

โทร.218-2680



ที่ ทม.0302(2770.0603)2119

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

ธันวาคม 2544

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนเทพศิลา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวจิรวัดณ์ มีลักษณะ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาคศึกษามัธยมศึกษา สาขาวิชา  
การศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปร  
ที่แทนด้วยจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร"  
โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา กุฑยัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บ  
รวบรวมข้อมูลด้วยแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่แทนด้วยจำนวน กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวจิรวัดณ์ มีลักษณะ ได้ทำการเก็บ  
ข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุทัศน์ ศรีบุรี)

รองคณบดีฝ่ายวิชาการ

ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ

โทร.218-2680



ที่ ทม.0302(2770.0603)2120

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

ธันวาคม 2544

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนทวีธาภิเศก

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวจิรวัดน์ มีลักษณะ นิสิตชั้นปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชา  
การศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการทำนิตยสารวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปร  
ที่แทนด้วยจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร"  
โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บ  
รวบรวมข้อมูลด้วยแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่แทนด้วยจำนวน กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวจิรวัดน์ มีลักษณะ ได้ทำการเก็บ  
ข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)

รองคณบดีฝ่ายวิชาการ

ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ

โทร.218-2680



ที่ ทม.0302(2770.0603)2121

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

ธันวาคม 2544

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนบางปะกอกวิทยาคม

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวจิรวัดมน มีลักษณะ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาคศึกษามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาคความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่แทนด้วยจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่แทนด้วยจำนวน กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวจิรวัดมน มีลักษณะ ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)

รองคณบดีฝ่ายวิชาการ

ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ

โทร.218-2680



ที่ ทม.0302(2770.0603)2122

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

ธันวาคม 2544

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสตรี้อัสสัมชัญ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวจิรวัดณ์ มีลักษณะ นิสิตชั้นปริญญาโทบัณฑิต ภาคศึกษามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับตัวแปรที่แทนด้วยจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่แทนด้วยจำนวน กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวจิรวัดณ์ มีลักษณะ ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุกษณีย์ ศรีบุรี)

รองคณบดีฝ่ายวิชาการ

ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ

โทร.218-2680



ภาคผนวก ค.

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ตารางที่ 5 ตารางวิเคราะห์เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน

เนื้อหา	จำนวน (ข้อ)	ลำดับข้อ
1) การหาค่าของตัวอักษร (Letter evaluated) หมายถึง การกำหนดตัวอักษรขึ้นมาและตัวอักษรนั้นสามารถหาค่าได้โดยการแทนค่าด้วยจำนวน	10	1 – 10
2) การไม่ให้ความสำคัญของตัวอักษร (Letter ignored) หมายถึง การกำหนดตัวอักษรขึ้นมา และตัวอักษรแต่ละตัวไม่มีความสำคัญหรือไม่มี ความหมายต่อการหาค่าตอบของสมการ เพราะไม่จำเป็นต้องทราบค่าของ ตัวอักษรแต่ละตัว	10	11 – 20
3) การใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของ (Letter as object) หมายถึง การกำหนดตัวอักษรขึ้นมาหรือตัวอักษรที่ปรากฏ ถูกใช้แทนค่าของสิ่งของ และตัวอักษรนั้นมีค่าอยู่ในตัวของมัน	10	21 – 30
4) การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจน (Letter as specific unknown) หมายถึง การกำหนดตัวอักษรขึ้นมาหรือตัวอักษรที่ ปรากฏ มีค่าเฉพาะเจาะจง แต่ไม่รู้ว่ามีค่าเป็นเท่าใด อย่างไรก็ตามสามารถ นำตัวอักษรนั้นมาจัดกระทำได้	10	31 – 40
5) การใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่กำหนด (Letter as generalised number) หมายถึง การกำหนดตัวอักษรขึ้นมาหรือตัวอักษรที่ปรากฏสามารถ หาค่าได้หลายค่าหรือมีค่าได้มากกว่า 1 ค่า ขึ้นอยู่กับจำนวนที่เกี่ยวข้อง เมื่อ ไม่ได้เจาะจงค่าของตัวอักษรนั้นๆ	10	41 – 50
6) การใช้ตัวอักษรแทนตัวแปร (Letter as variable) หมายถึง การ กำหนดค่าของตัวอักษรขึ้นมาหรือตัวอักษรที่ปรากฏมีค่าเป็นช่วงที่ไม่ สามารถระบุได้แน่ชัดหรือเจาะจง และเป็นระบบความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้น ระหว่างเซตของค่าของตัวอักษร	10	51 – 60
<b>รวม</b>	<b>60</b>	<b>60</b>

ตารางที่ 6 แสดงค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่แทนด้วยจำนวน

ข้อ	$P_H$	$P_L$	P	r
1	21	20	0.98	0.05
2	21	20	0.98	0.05
3	21	18	0.93	0.14
4	21	19	0.95	0.10
5	21	19	0.95	0.10
6	21	16	0.88	0.24
7	21	17	0.90	0.19
8	21	19	0.95	0.10
9	20	17	0.88	0.14
10	21	19	0.95	0.10
11	21	19	0.95	0.10
12	21	18	0.93	0.14
13	21	18	0.93	0.14
14	21	16	0.88	0.24
15	20	13	0.79	0.33
16	21	18	0.93	0.14
17	20	17	0.88	0.14
18	20	15	0.83	0.24
19	18	10	0.67	0.38
20	21	16	0.88	0.24
21	21	18	0.93	0.14
22	21	12	0.79	0.43
23	19	16	0.83	0.14
24	20	18	0.90	0.10
25	21	16	0.88	0.24

ตารางที่ 6 (ต่อ) แสดงค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่แทนด้วยจำนวน

ข้อ	$P_H$	$P_L$	P	r
26	20	16	0.86	0.19
27	21	17	0.90	0.19
28	21	18	0.93	0.14
29	18	10	0.67	0.38
30	18	14	0.76	0.19
31	19	15	0.81	0.19
32	18	11	0.69	0.33
33	21	12	0.79	0.43
34	21	14	0.83	0.33
35	19	14	0.79	0.24
36	17	14	0.74	0.14
37	19	16	0.83	0.14
38	21	14	0.83	0.33
39	20	11	0.74	0.43
40	16	10	0.62	0.29
41	18	11	0.69	0.33
42	17	10	0.64	0.33
43	19	5	0.57	0.67
44	20	7	0.64	0.62
45	20	2	0.52	0.86
46	19	4	0.55	0.71
47	19	11	0.71	0.38
48	20	11	0.74	0.43
49	18	8	0.62	0.48
50	19	12	0.74	0.33
51	21	14	0.83	0.33

ตารางที่ 6 (ต่อ) แสดงค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่แทนด้วยจำนวน

ข้อ	P <sub>H</sub>	P <sub>L</sub>	P	r
52	20	9	0.69	0.52
53	13	4	0.40	0.43
54	11	3	0.33	0.38
55	10	3	0.31	0.33
56	12	4	0.38	0.38
57	10	5	0.36	0.24
58	11	3	0.33	0.38
59	14	3	0.40	0.52
60	11	2	0.31	0.43

สูตรคูเดอร์ - ริชาร์ดสัน (Kuder - Richardson Method)

$$K - R_{20} : r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right] = \frac{60}{59} \left[ 1 - \frac{8.84}{98.99} \right] = 0.93$$

เมื่อ	$r_{tt}$	แทน	ค่าความเที่ยงของแบบสอบ
	$k$	แทน	จำนวนข้อของข้อสอบ
	$p$	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบถูก
	$q$	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบผิด
	$N$	แทน	จำนวนทั้งหมดของผู้ทำแบบทดสอบ
	$S_t^2$	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งหมด

หาความแปรปรวน ( $S^2$ ) ใช้สูตร

$$S^2 = \frac{\Sigma X^2}{N} - \left[ \frac{\Sigma X}{N} \right]^2$$

เมื่อ  $N$  คือ จำนวนผู้สอบ

$X$  คือ คะแนนรวมของผู้สอบแต่ละคน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน 2538 : 126 - 127)



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## แบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เวลา 1 ชั่วโมง คะแนนเต็ม 60 คะแนน

ชื่อ.....เลขที่.....  
โรงเรียน.....  
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ....

### คำชี้แจงในการทำแบบทดสอบ

1. แบบทดสอบฉบับนี้ประกอบด้วยกระดาษคำถาม จำนวน 9 หน้า ซึ่งมีข้อสอบจำนวน 60 ข้อ โดยใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 1 ชั่วโมง
2. ก่อนทำแบบทดสอบ ให้นักเรียนเขียนชื่อ นามสกุล เลขที่ โรงเรียน วัน เดือน ปี ที่ทำแบบทดสอบ
3. คำถามทุกข้อเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเติมคำตอบ คือ คำถามในแต่ละข้อจะให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องที่สุดลงในช่องว่างที่เว้นไว้
4. นักเรียนสามารถทดเพื่อหาคำตอบในกระดาษช่องสำหรับทดด้านซ้ายมือ **ห้าม** นักเรียนนำกระดาษอื่นมาใช้สำหรับทดหาคำตอบ
5. ถ้ามีข้อสงสัยให้ยกมือถามผู้คุมสอบเท่านั้น

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน

จงตอบคำถามต่อไปนี้

สำหรับทด

- |   |       |
|---|-------|
| 1.) ถ้า $a + 5 = 9$<br>ดังนั้น $a = \dots\dots\dots$  | ..... |
| 2.) ถ้า $b - 6 = 8$<br>ดังนั้น $b = \dots\dots\dots$  | ..... |
| 3.) ถ้า $9c = 27$<br>ดังนั้น $c = \dots\dots\dots$  | ..... |
| 4.) ถ้า $u = v + 4$ และ $v = 2$<br>ดังนั้น $u = \dots\dots\dots$                                  | ..... |
| 5.) ถ้า $m = 3n + 1$ และ $n = 4$<br>ดังนั้น $m = \dots\dots\dots$                                 | ..... |
| 6.) ถ้า $m = 6n - 2$ และ $n = 3$<br>ดังนั้น $m = \dots\dots\dots$                                 | ..... |
| 7.) ถ้า $5j = 3i$ และ $i = 20$<br>ดังนั้น $j = \dots\dots\dots$                                   | ..... |
| 8.) ถ้า $\frac{r}{9} = \frac{4}{9} + \frac{7}{9}$<br>ดังนั้น $r = \dots\dots\dots$                | ..... |
| 9.) ถ้า $\frac{13}{7} - \frac{v}{7} = \frac{5}{7} + \frac{3}{7}$<br>ดังนั้น $v = \dots\dots\dots$ | ..... |
| 10.) ถ้า $\frac{7x}{9} = \frac{28}{9}$<br>ดังนั้น $x = \dots\dots\dots$                           | ..... |
| 11.) ถ้า $a + b = 43$<br>ดังนั้น $a + b + 2 = \dots\dots\dots$                                    | ..... |
| 12.) ถ้า $m + n = 36$<br>ดังนั้น $m + n - 17 = \dots\dots\dots$                                   | ..... |

สำหรับทด

13.) ถ้า  $r - s = 45$   
 ดังนั้น  $r - s - 9 = \dots\dots\dots$

14.) ถ้า  $n - 246 = 762$   
 ดังนั้น  $n - 247 = \dots\dots\dots$

15.) ถ้า  $v - 125 = 389$   
 ดังนั้น  $v - 122 = \dots\dots\dots$

16.) ถ้า  $2c + 5 = 9$   
 ดังนั้น  $2c = \dots\dots\dots$

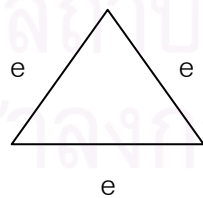
17.) ถ้า  $6d - 2 = 13$   
 ดังนั้น  $6d = \dots\dots\dots$

18.) ถ้า  $2(x + 1) = 28$   
 ดังนั้น  $(x + 1) = \dots\dots\dots$

19.) ถ้า  $\frac{z}{3} + \frac{4}{3} = 12$   
 ดังนั้น  $z + 4 = \dots\dots\dots$

20.) ถ้า  $\frac{h+1}{5} = 25$   
 ดังนั้น  $h + 1 = \dots\dots\dots$

21.)



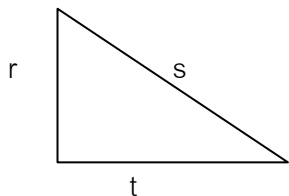
จากรูป เส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม  
 มีความยาวเท่าใด

ตอบ..... หน่วย



สำหรับทด

22.)

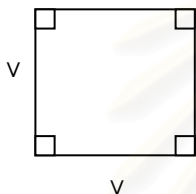


จากรูป เส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม  
มีความยาวเท่าใด

ตอบ.....หน่วย

.....

23.)

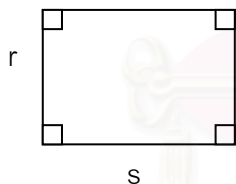


จากรูป เส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส  
มีความยาวเท่าใด

ตอบ.....หน่วย

.....

24.)

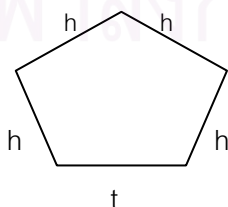


จากรูป เส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า  
มีความยาวเท่าใด

ตอบ.....หน่วย

.....

25.)

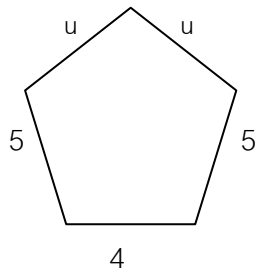


จากรูป เส้นรอบรูปของรูปห้าเหลี่ยม  
มีความยาวเท่าใด

ตอบ.....หน่วย

.....

26.)

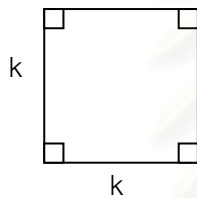


จากรูป เส้นรอบรูปของรูปห้าเหลี่ยม  
มีความยาวเท่าใด

ตอบ.....หน่วย

สำหรับทด

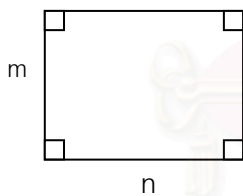
27.)



จากรูป สี่เหลี่ยมจัตุรัส มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

ตอบ.....ตารางหน่วย

28.)



จากรูป สี่เหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

ตอบ.....ตารางหน่วย

29.) แดงมีอายุมากกว่าเอก 10 ปี ถ้าเอกมีอายุ  $h$  ปี  
ดังนั้นแดงจะมีอายุเท่าไร

ตอบ.....ปี

30.) ดำรงมีน้ำหนักน้อยกว่าเดชา 3 กิโลกรัม  
ถ้าเดชามีน้ำหนัก  $y$  กิโลกรัม ดังนั้นดำรง  
จะมีน้ำหนักเท่าไร

ตอบ.....กิโลกรัม

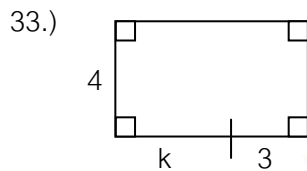
31.) ถ้า  $e + f = 8$   
 ดังนั้น  $e + f + g = \dots\dots\dots$

สำหรับทด

.....

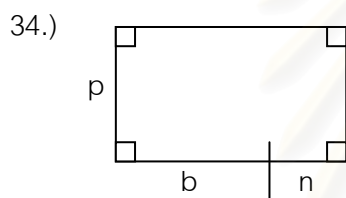
32.) ถ้า  $r = s + t$  และ  $r + s + t = 30$   
 ดังนั้น  $r = \dots\dots\dots$

.....



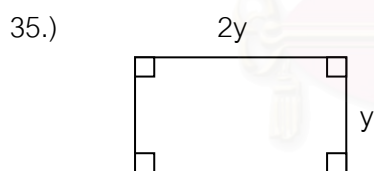
จากรูป สีเหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่ที่ตารางหน่วย  
 ตอบ.....ตารางหน่วย

.....



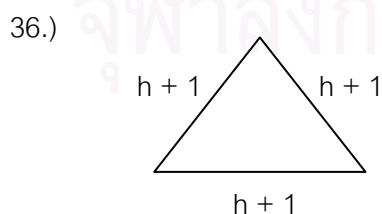
จากรูป สีเหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่ที่ตารางหน่วย  
 ตอบ.....ตารางหน่วย

.....



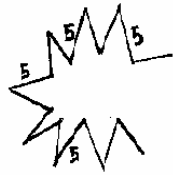
จากรูป สีเหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่ที่ตารางหน่วย  
 ตอบ.....ตารางหน่วย

.....



จากรูป เส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมมี  
 ความยาวเท่าใด  
 ตอบ.....หน่วย

37.)



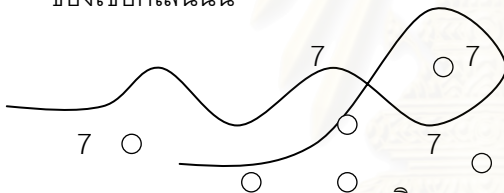
จากรูป ถ้าด้านแต่ละด้านยาวด้านละ 5 หน่วย และมีทั้งหมด  $n$  ด้าน จงหาความยาวของรูปนี้

ตอบ.....หน่วย

สำหรับทด

.....

38.) แดงมีเชือกอยู่เส้นหนึ่ง เขาตัดเชือกออกเป็นเส้นสั้นๆ ยาวเส้นละ 7 เซนติเมตร ได้พอดีทั้งหมด  $y$  เส้น จงหาความยาวของเชือกเส้นนั้น



ตอบ.....เซนติเมตร

.....

39.) ถ้าขนมเค้กราคาชิ้นละ  $r$  บาท และขนมปังราคาชิ้นละ  $s$  บาท ดាំซื้อขนมเค้ก 3 ชิ้น และขนมปัง 2 ชิ้น ดังนั้น ดាំต้องจ่ายเงินเท่าไร

ตอบ.....บาท

.....

40.) ให้  $n$  เป็นจำนวนจำนวนหนึ่ง เมื่อบวกด้วย 5 และคูณด้วย 7 จะมีค่าเป็นเท่าใด

ตอบ.....

.....

41.)  $x + y + z$  จะเท่ากับ  $x + p + z$  ได้เมื่อใด

ตอบ.....

.....

42.)  $a \cdot b \cdot c$  จะเท่ากับ  $b \cdot c \cdot d$  (เมื่อ  $a, b, c$  และ  $d$  ไม่มีค่าเป็นศูนย์) ได้เมื่อใด

ตอบ.....

43.)  $\frac{a}{x} \cdot \frac{b}{y} \cdot \frac{c}{z}$  จะเท่ากับ  $\frac{a}{x} \cdot \frac{b}{y} \cdot \frac{d}{z}$  (เมื่อ  $a, b, c, d, x, y$  และ  $z$  ไม่มีค่าเป็นศูนย์) ได้เมื่อใด

ตอบ.....

44.) ถ้า  $(x + 1)^3 + x = 349$  เมื่อ  $x = 6$  และ  
ถ้า  $(5x + 1)^3 + 5x = 349$  แล้ว  $x$  จะมี  
ค่าเป็นเท่าใด

ตอบ.....

45.)  $c$  จะมีค่าเท่าใด ถ้า  $c + d = 10$   
และ  $c < d$  เมื่อ  $c$  และ  $d$  เป็นจำนวนเต็ม

ตอบ.....

46.)  $n$  จะมีค่าเท่าใด ถ้า  $n + r = 9$  และ  
 $n > r$  เมื่อ  $n$  และ  $r$  เป็นจำนวนเต็ม

ตอบ.....

47.) ถ้า  $x + 8 < 12$  ดังนั้น  $x$  จะมีค่าเป็น  
เท่าใด

ตอบ.....

48.) ถ้า  $h - 4 < 9$  ดังนั้น  $h$  จะมีค่าเป็น  
เท่าใด

ตอบ.....

49.) ถ้า  $2u + 4 < 12$  ดังนั้น  $u$  จะมีค่าเป็น  
เท่าใด

ตอบ.....

สำหรับทด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

50.) ถ้า  $2w - 26 < 8$  ดังนั้น  $w$  จะมีค่า  
เป็นเท่าใด

ตอบ.....

51.) จำนวนใดมีค่ามากกว่ากัน ระหว่าง  $2n$   
กับ  $n + 2$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มลบ

ตอบ.....

52.) จำนวนใดมีค่ามากกว่ากัน ระหว่าง  $\frac{1}{2^n}$   
กับ  $\frac{1}{n^2 + 1}$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มลบ

ตอบ.....

( ข้อ 53 – 60 ให้นักเรียนเขียนคำตอบใน  
รูปของตัวแปร )

53.) ถ้า  $a = b + 3$  และ ถ้า  $b$  มีค่าเพิ่มขึ้น  
อีก 2 ดังนั้น  $a$  จะมีค่าเป็นเท่าใด

ตอบ.....

54.) ถ้า  $f = 3g + 1$  และ ถ้า  $g$  มีค่าเพิ่มขึ้น  
อีก 2 ดังนั้น  $f$  จะมีค่าเป็นเท่าใด

ตอบ.....

55.) ถ้า  $u = m - 2$  และ ถ้า  $m$  มีค่าลดลง 3  
ดังนั้น  $u$  จะมีค่าเป็นเท่าใด

ตอบ.....

56.) ถ้า  $k = 2p - 1$  และ ถ้า  $p$  มีค่าลดลง 3  
ดังนั้น  $k$  จะมีค่าเป็นเท่าใด

ตอบ.....

57.) ถ้า  $d = a + 1$  และ ถ้า  $a$  มีค่าเพิ่มขึ้น  
เป็น 3 เท่า ดังนั้น  $d$  จะมีค่าเป็นเท่าใด

ตอบ.....

สำหรับทด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

58.) ถ้า  $f = j - 2$  และ ถ้า  $j$  มีค่าเพิ่มขึ้น  
เป็น 5 เท่า ดังนั้น  $f$  จะมีค่าเป็นเท่าใด

ตอบ.....

59.) ถ้า  $h = 2(g^2)$  และ ถ้า  $g$  มีค่าเพิ่มขึ้น  
อีก 1 ดังนั้น  $h$  จะมีค่าเป็นเท่าใด

ตอบ.....

60.) ถ้า  $y = (z^2) + 1$  และ ถ้า  $z$  มีค่าลดลง 2  
ดังนั้น  $y$  จะมีค่าเป็นเท่าใด

ตอบ.....

สำหรับทด

.....

.....

.....

ขอขอบคุณในความร่วมมือน



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวจิรวัดณ์ มีลักษณะ เกิดวันที่ 23 พฤษภาคม พ.ศ. 2521 ที่จังหวัดอ่างทอง เข้าศึกษาโครงการเร่งรัดการผลิตและพัฒนาบัณฑิตระดับปริญญาตรีสาขาวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศ (รพค.) รุ่นที่ 1 ปีการศึกษา 2539 สำเร็จการศึกษาปริญญาครุศาสตรบัณฑิต คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2542 เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2543



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย