บทที่ 2

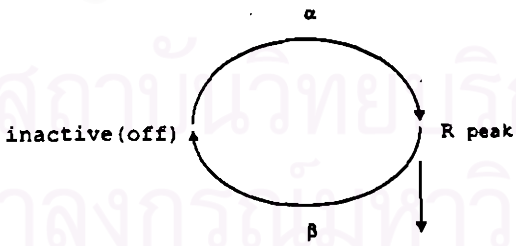
แบบจำลองของแหล่งกำเนิด

2.1 กล่าวนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงแบบจำลองของแหล่งกำเนิดที่ใช้ในการจัดสรรแบนด์วิดท์ในโครงข่ายเอทีเอ็ม (ATM Networks) โดยจะแบ่งกล่าวเป็นหัวข้อย่อย ๆ ดังนี้ ส่วนแรกจะกล่าวถึงแบบจำลอง 2 สถานะ (Two-state model หรือ ON-OFF source) ส่วนต่อมาจะกล่าวถึงแบบจำลองในกรณีที่มีแหล่งกำเนิด N แหล่งมัลติเพลกซ์กันทางสถิติ หรือแบบจำลองของไหล (Fluid Flow model) ซึ่งแบบจำลองนี้จะใช้ในการหาแบนด์วิดท์สมมูล (Equivalent Bandwidth) เพื่อรับประกันค่า QoS (Quality of Service) ซึ่งกำหนดให้เป็นความน่าจะเป็นที่เซลล์เกิดการสูญหาย (Cell Loss Probability) ในส่วนสุดท้ายจะพิจารณาเป็นแหล่งกำเนิดวิวิธพันธุ์ (Heterogeneous Source) และเปรียบเทียบกับการคำนวณแบนด์วิดท์โดยประมาณ

2.2 แบบจำลองของแหล่งกำเนิด

ในการต่อ (Connection) แต่ละครั้งจะมีอัตราการส่งข้อมูลอยู่ระหว่างอัตราโดยเฉลี่ย (average rate) กับอัตราค่ายอด (peak rate) ซึ่งในแบบจำลองแบบ 2 สถานะ (Two-state model หรือ ON-OFF source) แหล่งกำเนิดจะอยู่ในสถานะ off (inactive) หรือสถานะเบิรสต์ (burst) ซึ่งจะส่งข้อมูลด้วยอัตราค่ายอด ดังรูปที่ 2.1



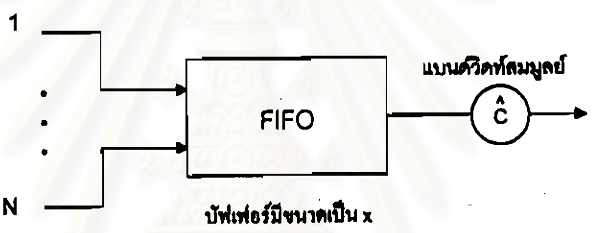
รูปที่ 2.1 แบบจำลองแบบเปิดปิดสองสถานะ (Two-state, on/off model) สำหรับแหล่งกำเนิดแบบเบิรสต์ (burst traffic source)

แบบจำลองของแหล่งกำเนิดแบบนี้มีข้อดีคือ ง่ายและยืดหยุ่น กล่าวคือสามารถใช้ได้ทั้งส่งแบบเบิรสต์ ไปจนถึงการส่งบิตสตรีม (bit stream) อย่างต่อเนื่อง หรือใช้ประมาณคุณสมบัติของแหล่งกำเนิดที่มีความซับซ้อนมาก ๆ

กำหนดตัวแปรที่ใช้คือ R_{peak} (อัตราข้อมูลสูงสุด) , ρ คือ อัตราส่วนของเวลาที่แหล่งกำเนิดจะแอกทีฟ $= \dfrac{1/\beta}{1/\beta + 1/\alpha} = \dfrac{\alpha}{\alpha+\beta}$ โดยที่ α คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงจาก off state ไปยัง burst state ดังนั้นระยะเวลาโดยเฉลี่ยของ off state คือ $1/\alpha$ และ β คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงจาก burst state ไปยัง off state ดังนั้นระยะเวลาโดยเฉลี่ยของ burst state คือ $1/\beta$ และกำหนดให้ช่วงเวลาที่เบิรสต์ และ off มีการแจกแจงแบบเอกโปเนนเชียล (exponential distribution)

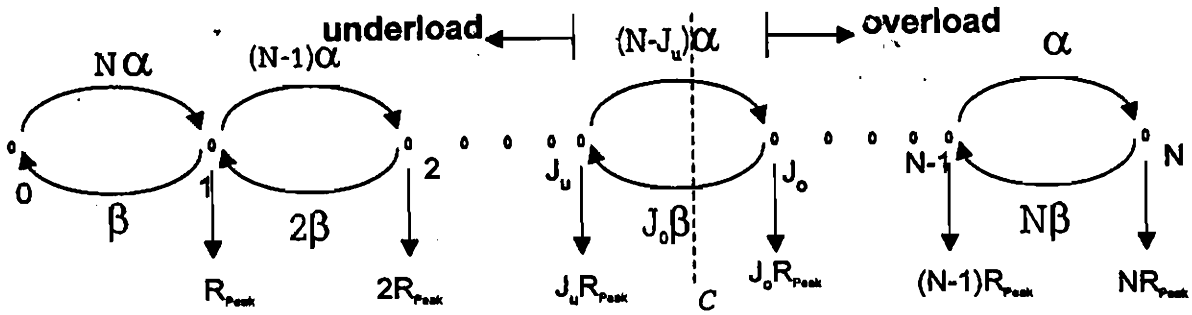
2.3 แบนด์วิดท์สมมูลสำหรับแหล่งกำเนิดแหล่งเดียวและหลายแหล่งที่เป็นแบบเอกพันธุ์ [7]

แบนด์วิดท์สมมูลที่หาได้นี้ขึ้นกับจำนวนการต่อที่มัลติเพลกซ์ลงบนข่ายเชื่อมโยง และรับประกัน QoS คือ buffer overflow probability (โอกาสที่บัฟเฟอร์จะล้น คือโอกาสที่เซลล์จะสูญหาย) ไม่เกินค่าที่กำหนดไว้ค่าหนึ่ง



รูปที่ 2.2 แหล่งกำเนิด N แหล่งที่มัลติเพลกซ์กันในแบบจำลองของไหล (Fluid Model)

แบบจำลองในกรณีที่มีแหล่งกำเนิด N แหล่งมัลติเพลกซ์กันดังรูปที่ 2.2 ซึ่งกำหนดให้บัฟเฟอร์มีขนาด x Mbits แต่ละแหล่งกำเนิดจะส่งข้อมูลด้วยอัตรา R_{peak} Mbps ในสถานะเบิรสต์เนื่องจากพิจารณาการมัลติเพลกซ์เชิงสถิติ (statistical multiplexing) จึงได้แบนด์วิดท์ของข่ายเชื่อมโยงมีค่าน้อยกว่า NR_{Peak} ซึ่งเป็นอัตราการส่งข้อมูลสูงสุด รูปที่ 2.2 สามารถอธิบายได้ด้วยแบบจำลอง 2 สถานะ ในกรณีที่มีแหล่งกำเนิด N แหล่ง แบบจำลองทราฟฟิกที่ได้จะเป็น N+1 state markov chain ดังรูปที่ 2.3 แต่ละสถานะ (state) จะแทนด้วยจำนวนของแหล่งกำเนิดที่แอกทีฟ เช่น สถานะที่ i คือมีแหล่งกำเนิด i แหล่งแอกทีฟ และอัตราการส่งเซลล์โดยเฉลี่ยเข้าบัฟเฟอร์เป็น iR_{Peak} Mbps



รูปที่ 2.3 แบบจำลองของแหล่งกำเนิด N แหล่ง

จากรูปที่ 2.3 สถานะแรกเป็นสถานะที่ 0 คือทุกแหล่งกำเนิดไม่มีการส่งข้อมูล ไปจนกระทั่งสถานะที่ N เป็นสถานะที่ทุกแหล่งกำเนิดส่งข้อมูลพร้อมกัน

2 สถานะที่จะพิจารณาคือ J_U และ J_Oซึ่ง J_U คือ underload state เป็นสถานะที่บัฟเฟอร์ว่าง เช่น สมมติให้แบนด์วิดท์ของข่ายเชื่อมโยงเป็น CR_{Peak} =3 Mbps และ R_{Peak} เป็น 0.64 Mbps ซึ่ง C=3/0.64 =4.6875 (C เป็นค่าที่อยู่ระหว่าง underload state กับ overload state) ดังนั้น J_U= 4

ในทำนองเดียวกัน J_O คือ overload state เป็นสถานะที่เริ่มมีคิวมาค้างในบัฟเฟอร์ ในตัวอย่างที่กล่าวมาจะได้ $J_O = 5$

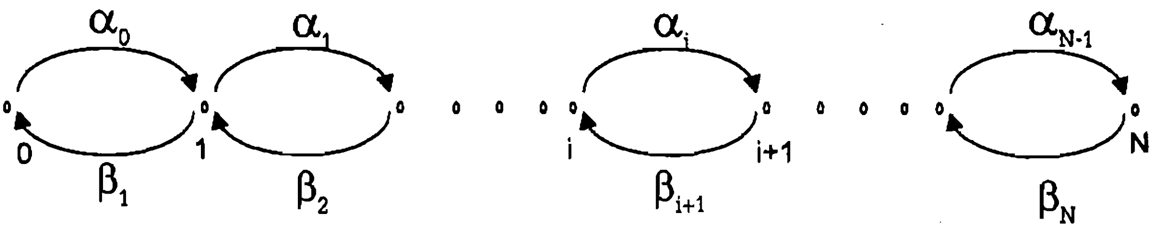
ความน่าจะเป็นที่แหล่งกำเนิดอยู่ในสถานะที่ i กำหนดเป็น π_i (steady-state probability) ซึ่งมีการแจกแจงเป็นแบบ binomial ดังนั้นโอกาสที่แหล่งกำเนิด i แหล่งจากแหล่งกำเนิด N แหล่งจะแอกทีฟในขณะที่มีแหล่งกำเนิด N-i แหล่งอยู่ในสถานะไม่แอกทีฟ ซึ่งโอกาสที่แต่ละแหล่งกำเนิดจะแอกทีฟหรือทำการส่งข้อมูลเท่ากับ $\alpha/(\alpha+\beta)$ ดังนั้น

$$\pi_i = \binom{N}{i}\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)^i\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)^{N-i} \tag{2.1}$$

หรือเขียนได้ในรูปของ

$$\pi_i = \binom{N}{i}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^i\left(1+\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-N} \tag{2.2}$$

จากสมการที่ (2.2) เราจะใช้กระบวนการเกิด-ตาย (birth-death process) มาช่วยในการแก้สมการ ดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 General birth-death process

ซึ่งกำหนดให้ α_i เป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงขึ้นจากสถานะ i ไปยังสถานะ i+1

และ β_i เป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงลงจากสถานะ i มายังสถานะ i-1

จะได้

$$\pi_i = \frac{\alpha_0\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_{i-1}\pi_0}{\beta_1\beta_2\ldots\beta_i} \tag{2.3}$$

ซึ่งเราจะได้ว่า $\sum_{i=0}^{N}\pi_i = 1$

ในรูปที่ 2.3 เราพิจารณาให้แต่ละสถานะมีความสมดุล คืออัตราการเข้า=อัตราการออกจะได้

$$\begin{aligned} &i=o: \quad N\alpha\pi_0 = \beta\pi_1 \\ &1 \le i \le N-1: \quad \pi_i[i\beta+(N-1)\alpha] = [N-(i-1)]\alpha\pi_{i-1} + (i+1)\beta\pi_{i+1} \\ &i=N: \quad N\beta\pi_N = \alpha\pi_{N-1} \end{aligned} \tag{2.4}$$

เราจะจัดสมการให้ขวามือ= 0 และเราจะกำหนดให้

$$\Pi \equiv [\pi_0, \pi_1, \pi_2 \ldots \pi_N] \tag{2.5}$$

จากสมการที่ (2.4) จะได้

$$\Pi M = 0 \tag{2.6}$$

โดยที่ M เป็นเมทริกซ์ขนาด (N+1)x(N+1)

$$M=\begin{bmatrix} -N\alpha & N\alpha & 0 & \cdots \\ \beta & -[\beta+(N-1)\alpha] & (N-1)\alpha & \cdots \\ 0 & 2\beta & -(N-2)\alpha-2\beta & \cdots \\ 0 & 0 & 3\beta & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

สมาชิกในเมทริกซ์ M แทนด้วยอัตราการเปลี่ยนแปลงระหว่างสถานะ

จากรูปที่ 2.2 เราจะสมมติให้การครอบครองบัฟเฟอร์เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง (continuous random variable x)

การหาการแจกแจงของ x เมื่อมีแหล่งกำเนิด i แหล่งแอกทีฟจากรูปที่ 2.3 จะได้ว่าบัฟเฟอร์มีคิวเมื่อ i >C และบัฟเฟอร์จะว่างเมื่อ i <C

กำหนดให้ $F_i(t,x), 0 \le i \le N$ เป็น cumulative probability distribution ที่เวลา t และพิจารณาที่สถานะ i หรือพูดอีกอย่างหนึ่งได้ว่า เป็นโอกาสที่การครอบครองบัฟเฟอร์มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ x เมื่อแหล่งกำเนิด i แหล่งแอกทีฟในการหา $F_i(t,x)$ เราต้องกำหนด $F_i(t+\Delta t,x)$ ในช่วงเวลา Δt อยู่ในเทอมของเวลา t จะได้

$$\begin{aligned} F_i(t+\Delta t,x) &= [N-(i-1)]\alpha\Delta t F_{i-1}(t,x)+(i+1)\beta\Delta t F_{i+1}(t,x) \\ &\quad +\{1-[(N-i)\alpha+i\beta]\Delta t\}F_i[t,x-\Delta x] \end{aligned} \quad (2.8)$$

ในสถานะที่ i จะมีการเปลี่ยนแปลงการครอบครองบัฟเฟอร์ด้วยอัตรา $\frac{\Delta x}{\Delta t} \equiv (i-C)$

หรือ buffer filling/emptying rate

จาก $F_i(t+\Delta t,x)$ และ $F_i(t,x-\Delta x)$ ถ้ากระจายอยู่ในรูปของอนุกรม Taylor โดยพิจารณาแค่เทอมแรกจะได้

$$\begin{aligned} F_i(t+\Delta t,x) &= F_i(t,x)+\frac{\partial F_i(t,x)\Delta t}{\partial t} \\ F_i(t,x-\Delta x) &= F_i(t,x)-\frac{\partial F_i(t,x)\Delta x}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.9)$$

แทนสมการที่ (2.9) ลงในสมการที่ (2.8) จะได้

$$\frac{\partial F_i(t,x)}{\partial t} = [N-(i-1)]\alpha F_{i-1}(t,x) + (i+1)\beta F_{i+1}(t,x)$$
$$-[(N-i)\alpha + i\beta]F_i(t,x) - (i-C)\frac{\partial F_i}{\partial x}(t,x) \qquad (2.10)$$

เราพิจารณาค่าทางสถิติที่ไม่แปรตามเวลา (stationary statistics) แล้วจะได้ว่าโอกาสที่การครอบครองบัฟเฟอร์จะไม่ขึ้นกับเวลาคือ $\frac{\partial F_i(t,x)}{\partial t} = 0$ และ $F_i(t,x) \rightarrow F_i(x)$ คือ stationary probability ที่การครอบครองบัฟเฟอร์น้อยกว่าหรือเท่ากับ x เมื่อมีแหล่งกำเนิด i แหล่งแอกทีฟดังนั้นสมการที่ (2.10) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$(i-C)\frac{dF_i(x)}{dx} = [N-(i-1)]\alpha F_{i-1}(x) - [(N-i)\alpha + i\beta]F_i(x)$$
$$+ (i+1)\beta F_{i+1}(x) \qquad (2.11)$$

เราพิจารณาให้ $0 \le i \le N$ ดังนั้น $F_{-1}(x) = F_{N+1}(x) = 0$

จากสมการที่ (2.11) กำหนดให้

$$F(x) \equiv [F_0(x), F_1(x), ..., F_N(x)]$$

จะได้

$$\frac{d\boldsymbol{F}(x)}{dx}\boldsymbol{D} = \boldsymbol{F}(x)\boldsymbol{M} \qquad (2.12)$$

จากสมการที่ (2.12) จะได้ $\boldsymbol{D}$ เป็น diagonal เมทริกซ์ที่มีขนาด (N+1)x(N+1) จะได้

$$\boldsymbol{D} = diag[-C, (1-C), ..., (N-C)] \qquad (2.13)$$

สมาชิกใน $\boldsymbol{D}$ แทนด้วยอัตราการเปลี่ยนแปลงความจุของบัฟเฟอร์

และ $\boldsymbol{M}$ เป็นเมทริกซ์กำเนิด (generating matrix) ที่ได้จากสมการที่ (2.7)

จากสมการที่ (2.12) เขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{dF(x)}{dx} = F(x)M' \qquad (2.14)$$

ซึ่ง $M' = MD^{-1}$ และC ในสมการที่ (2.13) จะไม่เป็นเลขจำนวนเต็ม และเห็นได้ชัดว่าในสมการที่ (2.12) และ (2.14) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้นอันดับหนึ่ง ดังนั้นคำตอบจะอยู่ในรูปของผลรวมของ exponential ซึ่งมีรูปแบบทั่วไปดังสมการที่ (2.15)

$$F(x) = \sum_{i=0}^{N} a_i \Phi_i e^{z_i x} \tag{2.15}$$

เมื่อ a_i เป็นสัมประสิทธิ์ที่หาได้จากเงื่อนไขขอบเขต

z_i เป็นค่าเจาะจง (eigenvalue)

Φ_i เป็นเวกเตอร์เจาะจง (eigenvector) ซึ่งหาได้จาก

$$z_i \Phi_i D = \Phi_i M \tag{2.16}$$

สมการที่ (2.15) และ (2.16) เป็นคำตอบของสมการที่ (2.12)

กำหนดให้ $F_j(x)$ เป็นโอกาสที่การครอบครองบัฟเฟอร์น้อยกว่าหรือเท่ากับ x เมื่อมีแหล่งกำเนิด j แหล่งแอกทีฟจะได้

$$\begin{aligned} F_j(x) &= prob[j\ source\ active, buffer\ occupancy \le x] \\ &= \sum_{i=0}^{N} a_i \Phi_{ij} e^{z_i x} \qquad\qquad 0 \le j \le N \end{aligned} \tag{2.17}$$

เรากำหนดให้ eigenvector $\Phi_i(x) = [\Phi_{i0}, \Phi_{i1}, ..., \Phi_{ij}, ..., \Phi_{iN}]$

ในการแก้สมการที่ (2.17) เราจะต้องหาค่าเจาะจง (eigenvalue) z_i ทั้งหมด N+1 ค่าจากเมทริกซ์ MD^{-1} และ eigenvector Φ_i และสัมประสิทธิ์ a_i จำนวน N+1 ค่า

สังเกตดูเทอมที่เป็นผลรวมของสมการที่ (2.15) ถ้าหาค่า eigenvalue แล้วมีค่าเป็นบวก เราต้องกำหนดให้เป็น 0 เนื่องจากขนาดของบัฟเฟอร์ $x \ge 0$ และโอกาสของการครอบครองบัฟเฟอร์ $F_j(x)$ จะต้องมีค่าไม่เกิน 1 ดังนั้นเราจะเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$F(x) = \sum_{i:\mathrm{Re}[z_i \le 0]} a_i \Phi_i e^{z_i x} \tag{2.18}$$

จากสมการที่ (2.18) จะมีกรณีที่ eigenvalue มีค่าเป็น 0 และสมการที่ (2.16) กำหนดให้ $z_0 = 0$ จะได้ $\Phi_0 M = 0$ จากสมการที่ (2.6) จะทำให้ได้ว่า $\Phi_0 = \pi$ เราจะต้องพิจารณาเงื่อนไขขอบเขตเพื่อหาสัมประสิทธิ์ a_0 โดยสมมติให้ $F_j(\infty)$ เป็นโอกาสที่มีแหล่งกำเนิด j แหล่งแอกทีฟมีค่าเป็น π_j ดังนั้นจะได้ว่า $F(\infty) = \pi = a_0 \Phi_0$ และจาก $\Phi_0 = \pi$ ทำให้ได้ว่า $a_0 = 1$ ดังนั้นสมการที่ (2.18) เขียนใหม่ได้เป็น

$$F(x) = \pi + \sum_{i:\mathrm{Re}[z_i<0]} a_i \Phi_i e^{z_i x} \qquad (2.19)$$

จาก Anick et al [8] แสดงให้เห็นว่าจำนวนของ eigenvalue ที่ติดลบจะมีจำนวน $N - J_U$ จำนวนหรือมีจำนวนตั้งแต่ J_O ถึง N จากที่กล่าวมาข้างต้น สถานะที่ j>C จะทำให้บัฟเฟอร์เริ่มมีคิว เพราะฉะนั้นโอกาสที่บัฟเฟอร์จะว่าง $F_j(0)$ เท่ากับ 0 เขียนได้เป็น

$$F_j(0) = 0 \quad j > C \qquad (2.20)$$

สมการที่ (2.20) เขียนใหม่ได้เป็น

$$F_j(0) = 0 = \pi_j + \sum_{i=J_o}^{N} a_i \Phi_{ij} \qquad J_o \le j \le N \qquad (2.21)$$

จากสมการที่ (2.21) สามารถหา π_j และ Φ_{ij} ได้ ดังนั้นเราสามารถแก้สมการเพื่อหาสัมประสิทธิ์ a_i เป็นจำนวน $N-J_U$ จำนวน

ต่อไปจะยกตัวอย่างในกรณีที่ N=1 คือมีแหล่งกำเนิดแหล่งเดียว

จากสมการที่ (2.7) จะได้ $\boldsymbol{M}$ เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาด 2X2

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} -\alpha & \alpha \\ \beta & -\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma & \gamma \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \gamma = \frac{\alpha}{\beta} \qquad (2.22)$$

จาก $\boldsymbol{M}' = \boldsymbol{M}\boldsymbol{D}^{-1}$ และ $\boldsymbol{D}$ จากสมการที่ (2.13) จะได้

$$\boldsymbol{M}' = \begin{bmatrix} \dfrac{\gamma}{C} & \dfrac{\gamma}{1-C} \\ \dfrac{-1}{C} & \dfrac{-1}{1-C} \end{bmatrix} \qquad (2.23)$$

ดังนั้น เราสามารถหาค่า eigenvalue ได้จากการแก้สมการที่ (2.24)

$$zI - M' = 0 \tag{2.24}$$

เมื่อ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ จะได้

$$z = \frac{\gamma}{C} - \frac{1}{1-C} \tag{2.25}$$

ในกรณีที่ N=1 เราจะได้ eigenvalue ติดลบค่าเดียว เขียนได้เป็น

$$F(x) = \pi + a\Phi e^{zx} \tag{2.26}$$

เราจะไม่เขียนเป็นตัวห้อย a_i และ Φ_i เพราะว่ามีเทอมเดียว ดังนั้นต้องหา $\Phi = [\Phi_0, \Phi_1]$ โดยพิจารณาจากสมการที่ (2.16) จะได้

$$z\Phi = \Phi M' \tag{2.27}$$

$$\left[\frac{\gamma}{C} - \frac{1}{1-C}\right]\Phi = \Phi\begin{bmatrix} \frac{\gamma}{C} & \frac{\gamma}{1-C} \\ \frac{-1}{C} & \frac{-1}{1-C} \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1-C & C \end{bmatrix}$$

$$\Phi_0 = 1-C, \quad \Phi_1 = C$$

จะได้
$$F(x) = \pi + a[1-C, C]e^{zx} \tag{2.28}$$

เราต้องพิจารณาเงื่อนไขขอบเขต เพื่อหาสัมประสิทธิ์ a โดยกำหนดให้

$$F_1(0) = 0 = \pi_1 + a\Phi_1 \tag{2.29}$$

โดยที่ π_1 เป็นโอกาสที่แหล่งกำเนิดจะแอกทีฟหรือส่งข้อมูล และ $F_1(0)$ เป็นโอกาสที่บัฟเฟอร์จะว่างเมื่อแหล่งกำเนิดอยู่ในสภาวะแอกทีฟจะเป็น 0 (เนื่องจากแหล่งกำเนิดอยู่ในสถานะ overload จึงมีคิวมาค้างในบัฟเฟอร์) จากที่กล่าวมาโอกาสที่แหล่งกำเนิดแหล่งเดียวจะแอกทีฟเป็น

$$\pi_1 = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} = \frac{\gamma}{1+\gamma} \qquad \gamma = \frac{\alpha}{\beta} \tag{2.30}$$

แทนสมการที่ (2.30) และ Φ_1 ลงในสมการที่ (2.29) จะได้

$$\begin{aligned} 0 &= \pi_1 + a\Phi_1 \\ a &= \frac{-\pi_1}{\Phi_1} = \frac{-\gamma}{(1+\gamma)C} \end{aligned} \tag{2.31}$$

เพราะฉะนั้นจะได้คำตอบของ $F(x) = [F_0(x), F_1(x)]$ ตามลำดับคือ

$$\begin{aligned} F_0(x) &= \pi_0 + a(1-C)e^{zx} \\ F_1(x) &= \pi_1 + aCe^{zx} \end{aligned} \tag{2.32}$$

ดังนั้นโอกาสที่การครอบครองบัฟเฟอร์จะน้อยกว่าหรือเท่ากับ x จะเป็น

$$F(x) = F_0(x) + F_1(x) = 1 + ae^{zx} \tag{2.33}$$

เรากำหนดให้ $G(x)$ เป็นโอกาสที่การครอบครองบัฟเฟอร์มากกว่าเท่ากับ x = $1 - F(x)$ จะได้

$$\begin{aligned} G(x) &= 1 - F(x) = -ae^{zx} \\ &= \frac{\gamma}{(1+\gamma)C} e^{(\frac{\gamma}{C} - \frac{1}{1-C})x} \end{aligned} \tag{2.34}$$

กำหนดให้ $\hat{C}$ เป็นแบนด์วิดท์สมมูลของข่ายเชื่อมโยง ซึ่งมีค่าเป็น CR_{peak} เพราะฉะนั้นถ้าต้องการหาแบนด์วิดท์สมมูล จะต้องแทนC ด้วย $\frac{\hat{C}}{R_{peak}}$ ลงไปในสมการที่ (2.34) และ $\rho = \frac{\gamma}{1+\gamma}$ จะได้

$$G(x) = \varepsilon = \frac{\rho R_{peak}}{\hat{C}} e^{(\frac{\gamma R_{peak}}{\hat{C}} - \frac{R_{peak}}{R_{peak} - \hat{C}})x} \tag{2.35}$$

โดยที่ ε คือโอกาสที่เซลล์จะสูญหาย หรือ cell loss probability

ในการแก้สมการหา $\hat{C}$ (แบนด์วิดท์สมมูล) ในสมการที่ (2.35) จะต้องใช้ numerical เข้ามาช่วยแก้สมการ และกำหนดให้ $\hat{C}$ จากสมการที่ (2.35) เป็นแบนด์วิดท์สมมูลค่าจริงในกรณีแหล่งกำเนิดแหล่งเดียว

เราจะประมาณสัมประสิทธิ์ให้มีค่าเป็น 1 เพื่อง่ายในการคำนวณ และจะได้ค่าขอบเขตบนของ $\hat{C}$

โดยที่ $\varepsilon = e^{z_0 x} \Rightarrow z_0 = \dfrac{\ln \varepsilon}{x}$

จากสมการที่ (2.35) จะได้

$$\varepsilon = e^{(\frac{\alpha}{\hat{C}} - \frac{\beta}{R_{peak} - \hat{C}})x}$$

$$\frac{\ln \varepsilon}{x} = z_0 = \frac{\alpha}{\hat{C}} - \frac{\beta}{R_{peak} - \hat{C}} = \frac{\alpha R_{peak} - \alpha \hat{C} - \beta \hat{C}}{\hat{C}(R_{peak} - \hat{C})}$$

$$\alpha R_{peak} - \alpha \hat{C} - \beta \hat{C} - \hat{C} R_{peak} z_0 + z_0 \hat{C}^2 = 0$$

$$\hat{C} = \frac{R_{peak} z_0 + \alpha + \beta \pm \sqrt{(R_{peak} z_0 + \alpha + \beta)^2 - 4 z_0 \alpha R_{peak}}}{2 z_0} \qquad (2.36)$$

ในทำนองเดียวกัน เมื่อพิจารณาให้มีแหล่งกำเนิด N แหล่ง โอกาสที่การครอบครองบัฟเฟอร์มากกว่า x คือ $G(x) = 1 - F(x)$ ในการแก้สมการโดยทั่วไปจะต้องหาผลรวมของค่าเอกโปเนนเชียลตามสมการที่ (2.19) เนื่องจาก eigenvalue ที่ติดลบน้อยที่สุดจะมีค่าเด่นที่สุด และเป็น eigenvalue ที่หาได้จากสถานะที่ N คือสถานะที่แหล่งกำเนิดทุกแหล่งแอกทีฟพร้อมกันหมดจะได้

$$z = \frac{\gamma}{C/N} - \frac{1}{1 - C/N} = \frac{NR_{peak}\gamma}{\hat{C}} - \frac{NR_{peak}}{NR_{peak} - \hat{C}}$$

$$= \frac{NR_{peak}\gamma(NR_{peak} - \hat{C}) - NR_{peak}\hat{C}}{\hat{C}(NR_{peak} - \hat{C})} = \frac{NR_{peak}(NR_{peak}\gamma - \gamma\hat{C} - \hat{C})}{\hat{C}(NR_{peak} - \hat{C})}$$

$$= \frac{-NR_{peak}(-NR_{peak}\gamma + \gamma\hat{C} + \hat{C})}{\hat{C}(NR_{peak} - \hat{C})}$$

$$= \frac{-NR_{peak}(\hat{C} - N\rho R_{peak})(1+\gamma)}{\hat{C}(NR_{peak} - \hat{C})}$$

$$= \frac{-NR_{peak}(\hat{C} - N\rho R_{peak})}{\hat{C}(NR_{peak} - \hat{C})(1-\rho)} \qquad (2.37)$$

ดังนั้นเราจะใช้วิธีประมาณแบบเชิงเส้นกำกับ (asymptotic) เมื่อขนาดบัฟเฟอร์ x มีค่ามากแล้วจะได้โอกาสที่การครอบครองบัฟเฟอร์มากกว่า x คือ $G(x)$ ประมาณได้ด้วยเทอมเดียว ดังสมการที่ (2.38)

$$G(x) \approx b\exp\left(\frac{-NR_{peak}(\hat{C} - NR_{peak}\rho)x}{(1-\rho)(NR_{peak} - \hat{C})\hat{C}}\right) \qquad (2.38)$$

ในการหาสัมประสิทธิ์ วิเคราะห์ทำนองเดียวกันกับกรณีแหล่งกำเนิดแหล่งเดียว แต่พิจารณาให้มีแหล่งกำเนิด N แหล่งแอกทีฟพร้อมกัน จะได้สัมประสิทธิ์เป็น

$$b = \left(\frac{\rho}{C}\right)^N = \left(\frac{N\rho R_{peak}}{\hat{C}}\right)^N \qquad (2.39)$$

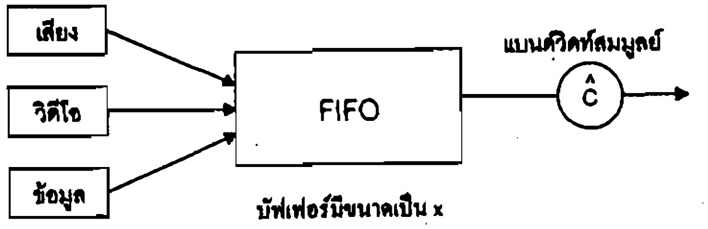
แทนสมการที่ (2.39) ลงในสมการที่ (2.38) จะได้สมการใหม่เป็น

$$G(x) \approx \left(\frac{N\rho R_{peak}}{\hat{C}}\right)^N \exp\left(\frac{-NR_{peak}(\hat{C} - NR_{peak}\rho)x}{(1-\rho)(NR_{peak} - \hat{C})\hat{C}}\right) \qquad (2.40)$$

เราจะใช้สมการที่ (2.40) ในการหาแบนด์วิดท์สมมูลในกรณีที่มีแหล่งกำเนิด N แหล่งมัลติเพลกซ์กัน

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะสามารถวิเคราะห์หาแบนด์วิดท์สมมูลในกรณีที่มีแหล่งกำเนิดแหล่งเดียวและหลายแหล่งที่เป็นแบบเอกพันธุ์ ซึ่งเป็นแหล่งกำเนิดที่มีคุณสมบัติของทราฟฟิกเหมือนกันซึ่งกำหนดด้วยตัวแปร R_{peak}, ρ และจำนวนของแหล่งกำเนิดที่มัลติเพลกซ์กัน (N) แต่โดยทั่วๆไปแล้ว ลักษณะของแหล่งกำเนิดจะเป็นแบบวิวิธพันธุ์ คือประเภทของแหล่งกำเนิดที่มัลติเพลกซ์กัน มีคุณสมบัติทางทราฟฟิกที่แตกต่างกัน เช่น เสียง, วิดีโอและข้อมูล เป็นต้น ดังนั้นเราจะพิจารณาให้มีการจัดสรรแบนด์วิดท์แบบรวมกัน (Aggregate) ให้กับแหล่งกำเนิดวิวิธพันธุ์ดังจะกล่าวในหัวข้อต่อไป

2.4 แบนด์วิดท์สมมูลสำหรับแหล่งกำเนิดวิวิธพันธุ์ (Heterogeneous Source) [4]



รูปที่ 2.5 แหล่งกำเนิดวิวิธพันธุ์ที่มัลติเพลกซ์กันในแบบจำลองของไหล (fluid model)

เรากำหนดให้มีแหล่งกำเนิด K ประเภทที่แตกต่างกันมามัลติเพลกซ์กัน ซึ่งแต่ละประเภทมีตัวแปรเป็น $\alpha_k, \beta_k, R_{peak(k)}$ โดยมีระยะเวลาที่แหล่งกำเนิดจะเบิรสต์โดยเฉลี่ยเท่ากับ $1/\beta_k$ วินาที และ off โดยเฉลี่ยเท่ากับ $1/\alpha_k$ วินาทีตามลำดับ จากรูปที่ 2.5 เป็นกรณีที่มีแหล่งกำเนิด 3 ประเภทที่แตกต่างกันมามัลติเพลกซ์กัน

เราสามารถพิจารณาว่าความน่าจะเป็นที่การครอบครองบัฟเฟอร์มีขนาดมากกว่า x ดังสมการที่ (2.41)

$$G(x) = \sum_{\upsilon=0}^{N_0-1} \beta_\upsilon e^{z_\upsilon x} \tag{2.41}$$

โดยที่ N_0 เป็นสมาชิกใน overload state ซึ่ง overload state คือ state ที่ทำให้มีคิวในบัฟเฟอร์ หาได้จากเซตของ n โดยที่ $\{n \in \sum_{k=1}^{K} n_k R_{Peak(k)} > \hat{C}\}$

2.5 การประมาณค่าแบนด์วิดท์สมมูลของแหล่งกำเนิดเอกพันธุ์และวิวิธพันธุ์ [3]

เราสามารถประมาณค่าแบนด์วิดท์สมมูลได้ สำหรับแหล่งกำเนิด N แหล่ง ที่มัลติเพลกซ์กันในกรณีแหล่งกำเนิดเอกพันธุ์ ได้จาก

$$\hat{C}_F = \sum_{i=1}^{N} \hat{C}_i \qquad (2.42)$$

โดยที่ $\hat{C}_i$ หาได้จากสมการที่ (2.36)

เราสามารถประมาณค่าแบนด์วิดท์สมมูลได้สำหรับแหล่งกำเนิด K ประเภทที่มัลติเพลกซ์กันในกรณีแหล่งกำเนิดวิวิธพันธุ์ ได้จาก

$$\hat{C}_F = \sum_{i=1}^{K} N_i \hat{C}_i \qquad (2.43)$$

โดยที่ $\hat{C}_i$ หาได้จากสมการที่ (2.36) และ N_i เป็นจำนวนของแหล่งกำเนิดในแต่ละประเภท