บทที่ 1

บทนำ

การสื่อสารแบบแบ่งแยกด้วยรหัส หรือ การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งแยกด้วยรหัส (Code Division Multiple Access) ซึ่งเป็นที่รู้จักกันในชื่อย่อว่า CDMA เป็นการเข้าถึงช่องสัญญาณซึ่งอนุญาตให้ผู้ใช้ทุกคนใช้ทรัพยากรความถี่และเวลาร่วมกันได้ในการส่งสัญญาณของผู้ใช้แต่ละคน ซึ่งระบบ CDMA นั้นจะมีอยู่ด้วยกัน 2 ประเภทหลักคือ แบบการกระโดดเปลี่ยนความถี่ (Frequency Hopping, FH) กับแบบจัดลำดับเข้าถึงโดยตรงหรือเรียกว่าไดเรกต์ซีเควนซ์ (Direct Sequence, DS) สำหรับวิทยานิพนธ์นี้เน้นเฉพาะระบบการสื่อสารแบบแบ่งแยกด้วยรหัสชนิดจัดลำดับเข้าถึงโดยตรง หรือ DS-CDMA (Direct Sequence-Code Division Multiple Access) เท่านั้น เนื่องจากเป็นประเภทที่มีการนำไปใช้ในเชิงพาณิชย์ได้แล้ว

ระบบ DS-CDMA เป็นระบบที่น่าสนใจเนื่องจากมีคุณสมบัติที่ดีอยู่หลายประการ [1] เช่น ความจุสามารถปรับเปลี่ยนได้ (soft cpapcity), มีซอฟต์แฮนด์ออฟ (soft handoff) และความสามารถในการต่อสู้กับช่องสัญญาณหลายวิถี (multipath) เป็นต้น คุณสมบัติเหล่านี้ทำให้มันได้รับความสนใจที่จะนำไปใช้กับระบบรุ่นใหม่ๆ อย่างไรก็ตามระบบ DS-CDMA ที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบันนี้ก็มีปัญหาอยู่หลายประการ สำหรับปัญหาที่เกี่ยวข้องกับวิทยานิพนธ์นี้คือ ปัญหาเกี่ยวกับสัญญาณแทรกสอดระหว่างผู้ใช้ (Multiple Access Interference, MAI) และปัญหาความต้องการการควบคุมกำลังส่ง (power control) ที่เข้มงวดเพื่อต่อสู้กับปัญหาปรากฏการณ์ใกล้-ไกล (Near-Far effect) ดังนั้นเพื่อแก้ไขปัญหาเหล่านี้วิธีการต่างๆจึงได้ถูกพัฒนาขึ้น หนึ่งในแนวทางเหล่านั้นก็คือมัลติยูสเซอร์ดีเทกชัน (Multiuser Detection) ซึ่งเป็นเครื่องรับที่ถูกเสนอให้นำมาใช้ที่สถานีฐานเพื่อบรรเทาปัญหาสัญญาณแทรกสอดระหว่างผู้ใช้และความซับซ้อนในการควบคุมกำลังส่ง

ในบทนี้จะแนะนำและอธิบายถึงความเป็นมาของระบบ CDMA และปัญหาของระบบ DS-CDMA ในปัจจุบันนี้ หลังจากนั้นจะกล่าวถึงมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันซึ่งมีผู้เสนอขึ้นมาเพื่อแก้ไขปัญหา และปัญหาของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับซึ่งเป็นมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันที่สนใจในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ รวมถึงแนวทาง, วัตถุประสงค์, ขอบเขตของของวิทยานิพนธ์, ขั้นตอนการดำเนินงาน, ภาพรวมของเนื้อหาในแต่ละบทของวิทยานิพนธ์ และส่วนสุดท้ายจะกล่าวถึงการนิยามสัญลักษณ์ที่ใช้ในวิทยานิพนธ์

1.1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับระบบ CDMA

จุดกำเนิดของระบบ CDMA นั้นสามารถท้าวความย้อนกลับไปได้ถึงในสมัยหลังสงครามโลกครั้งที่ 2 โดยกองทัพสหรัฐอเมริกาในยุคนั้นมีความต้องการพัฒนาระบบสื่อสารของกองทัพให้มีความล้ำยุคโดยต้องการให้สามารถทำการส่งสัญญาณสื่อสารได้ในย่านความถี่กว้างมากๆ ทั้งนี้เพื่อป้องกันการถูกก่อกวนเฉพาะย่านความถี่จากฝ่ายตรงข้าม อีกทั้งรูปแบบข้อมูลที่ถูกส่งออกอากาศจะอยู่ในรูปแบบที่ยากต่อการดักจับ แม้จะถูกแทรกซ้อนด้วยสัญญาณรบกวน ก็จะสามารถถอดรหัสสัญญาณกลับคืนได้เมื่อมาถึงเครื่องรับปลายทาง เทคโนโลยีดังกล่าวมีชื่อเรียกว่า การมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่ (Spread Spectrum, SS) ซึ่งแบ่งเป็น 2 วิธีหลักๆ คือ [1, 2]

1) **วิธีจัดลำดับเข้าถึงโดยตรง หรือ ไดเรกต์ซีเควนซ์** ในวิธีนี้ข้อมูลแต่ละบิตจะถูกแทนที่ด้วยรหัสซึ่งเป็นบิตจำนวนมากจำนวนหนึ่ง และเรียกหนึ่งบิตของบิตเหล่านี้ว่าชิฟ (chip)

2) **วิธีกระโดดเปลี่ยนความถี่** ในวิธีนี้ช่วงความถี่ที่ใช้ในการสื่อสารจะถูกแบ่งออกเป็น N ช่อง และในระหว่างการส่งบิตข้อมูลของผู้ใช้จะมีการกระโดดไปมาของสัญญาณในช่วงความถี่ N ช่องนั้น โดยแบบแผนของการกระโดดจะเป็นไปตามรหัส

เทคโนโลยีดังกล่าวได้ถูกเก็บเป็นความลับทางทหารอยู่ระยะหนึ่ง และได้รับการเปิดเผยในเวลาต่อมา หลังจากนั้นการมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่ซึ่งมีจุดประสงค์เพื่อป้องกันการก่อกวนและดักจับข้อมูลจากศัตรูนี้ก็ถูกนำไปพัฒนาต่อเพื่อใช้สื่อสารในระบบซึ่งมีผู้ใช้หลายๆคนจนกลายเป็นระบบ CDMA ในที่สุด

การเข้าถึงระบบแบบ CDMA จะอนุญาตให้ผู้ใช้จำนวนมากจำนวนหนึ่งส่งข้อมูลลงบนความถี่เดียวกันได้พร้อมๆกัน ซึ่งหมายความว่าผู้ใช้ทุกๆคนที่ใช้คลื่นพาห์เดียวกันจะรบกวนซึ่งกันและกันตลอดเวลาการใช้งาน โดยที่ผู้ใช้แต่ละคนจะสามารถแยกแยะว่าสัญญาณส่วนใดที่เป็นของตนเองได้โดยอาศัยชุดรหัสที่แตกต่างกันชุดหนึ่งซึ่งเรียกว่า สเปรดดิงโค้ด (spreading code) ในการรับและส่งข้อมูล นั่นคือระบบ CDMA จะมีการเข้ารหัสเพื่อแบ่งแยกผู้ใช้ต่างกันด้วยรหัสต่างกันหรือเป็นขั้นตอนในการมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่ที่ได้กล่าวไปแล้วนั่นเอง หลังจากการมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่แล้วสัญญาณที่ได้จะมีความถี่สูงกว่าความถี่ของข้อมูลเดิมมาก และสัญญาณของผู้ใช้แต่ละคนเมื่อทำการมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่เสร็จแล้วจะถูกส่งออกไป สัญญาณที่มาถึงด้านรับจะเป็นสัญญาณของผู้ใช้ทุกคนรวมกันอยู่ และด้านรับจะแยกผู้ใช้แต่ละคนออกจากกันด้วยสเปรดดิงโค้ดที่ผู้ใช้แต่ละคนใช้ในตอนมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่ ด้วยเหตุนี้จึงเรียกระบบนี้ว่า ระบบการสื่อสารแบบแบ่งแยกด้วยรหัส หรือการเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งแยกด้วยรหัส

ตัวอย่างการนำไปใช้งานในเชิงพาณิชย์ของ CDMA ในปัจจุบันก็คือในระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ ซึ่งการวิจัยและพัฒนาระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่แบบ CDMA นั้นได้รับการเปิดตัวออกมาครั้งแรกในปีค.ศ. 1989 โดยบริษัท QUALCOMM ของประเทศสหรัฐอเมริกา หลังจากนั้นอีก 4 ปีต่อมาระบบ CDMA จึงได้รับการยอมรับจาก Telecommunications Industry Association (TIA) ให้เป็นมาตรฐานของแอร์-อินเตอร์เฟส (Air-Interface) สำหรับระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่แบบดิจิตอลเซลลูลาร์ (digital cellular) เป็นครั้งแรกในวันที่ 16 มิถุนายน 1993 โดยมาตรฐานนั้นมีชื่อเรียกว่ามาตรฐาน IS-95 ซึ่งมาตรฐานนี้กำหนดให้แต่ละช่องสัญญาณมีแบนด์วิดเป็น 1.228 MHz ซึ่งมาตรฐานนี้เป็นมาตรฐานที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบัน

สำหรับยุคที่กำลังจะมาถึงในอีกไม่นานนักจะเป็นยุคของการสื่อสารไร้สายในรุ่นที่ 3 (มาตรฐาน UMTS ของยุโรป และมาตรฐาน IMT-2000 ของนานาชาติ) นั้นมีความต้องการบริการอัตราข้อมูลที่สูงขึ้น, ต้องการบริการต่างๆมากขึ้น และต้องการความจุสูงขึ้น ก็ได้มีการหาแอร์-อินเตอร์เฟสซึ่งเหมาะสมกับความต้องการเหล่านี้ ซึ่งแนวโน้มของแอร์-อินเตอร์เฟสที่จะถูกนำมาใช้ก็คือระบบ CDMA และมาตรฐานของแอร์-อินเตอร์เฟสในระบบ CDMA ซึ่งอยู่ในระหว่างพัฒนาก็มีอยู่ด้วยกัน 2 มาตรฐานหลักๆคือมาตรฐาน WCDMA ของยุโรปและญี่ปุ่น กับมาตรฐาน Wideband cdmaOne (หรือในอีกชื่อหนึ่งคือ cdma2000) ของอเมริกาเหนือ โดยมาตรฐานเหล่านี้จะให้แต่ละช่องสัญญาณมีแบนด์วิดเป็น 5 MHz ขึ้นไป ดังนั้นในกรณี IS-95 ซึ่งมีแบนด์วิดเพียง 1.228 MHz จึงถูกเรียกเป็น CDMA แถบแคบ (narrowband CDMA) และมาตรฐานใหม่เหล่านี้จะถูกเรียกเป็น CDMA แถบกว้าง (wideband CDMA)

1.1.1 DS-CDMA (Direct Sequence - Code Division Multiple Access)

ในปัจจุบันนี้เทคนิคการมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่ที่สามารถนำไปใช้อย่างจริงจังในเชิงพาณิชย์ของระบบ CDMA มีเพียงเทคนิคไดเรกต์ซีเควนซ์เท่านั้นไม่ว่าจะเป็น มาตรฐาน IS-95 หรือมาตรฐานของการสื่อสารไร้สายในรุ่นที่ 3 ซึ่งกำลังอยู่ในระหว่างร่างมาตรฐาน ดังนั้นระบบ CDMA ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะหมายถึงระบบ DS-CDMA เท่านั้น

1.1.2 ระบบ CDMA แบบธรรมดา (Conventional DS-CDMA System)

ระบบ CDMA แบบธรรมดาหมายถึงระบบ CDMA รุ่นที่ 2 ที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบันซึ่งเครื่องรับของผู้ใช้แต่ละคนในระบบจะเป็นเครื่องรับแบบแมตช์ (match filter) เมื่อใช้เครื่องรับแบบนี้ผู้ใช้แต่ละคนจะมองสัญญาณแทรกสอดจากผู้ใช้คนอื่นๆหรือ MAI เหมือนกับเป็นสัญญาณรบกวนซึ่ง

ไม่สามารถกำจัดออกไปได้ ดังนั้นถ้าจำนวนผู้ใช้ในระบบเพิ่มขึ้นสัญญาณแทรกสอดจากผู้ใช้คนอื่นๆจะเพิ่มมากขึ้นด้วย ซึ่งจะทำให้เกิดความผิดพลาดในการรับส่งข้อมูลขึ้น ดังนั้นเพื่อที่จะทำให้ระบบสามารถให้บริการในอัตราความผิดพลาดที่ต้องการ จำนวนผู้ใช้สูงสุดในระบบจะต้องเป็นค่าที่ยังทำให้ MAI ไม่มากจนรับข้อมูลผิดพลาดเกินค่าที่ต้องการ ซึ่งหมายถึงความจุของระบบถูกจำกัดด้วยปัญหาสัญญาณแทรกสอด MAI นอกจากนี้แล้วเนื่องจากไม่สามารถกำจัด MAI ออกไปได้ทำให้สมรรถนะของผู้ใช้ในระบบลดลงเมื่อกำลังของผู้ใช้คนอื่นๆที่มากวนมันเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ระบบในยุคนี้ไวต่อปรากฏการณ์ใกล้-ไกลซึ่งเป็นปรากฏการณ์ที่ผู้ใช้แต่ละคนอยู่ห่างจากสถานีฐานไม่เท่ากันเป็นเหตุให้กำลังที่มาถึงสถานีฐานไม่เท่ากัน ดังนั้นต้องมีการควบคุมกำลังส่งเพื่อให้สัญญาณที่มาถึงสถานีฐานของผู้ใช้แต่ละคนมีค่าเท่าๆกัน

สรุปได้ว่าปัญหาในยุคนี้มีอยู่ด้วยกัน 2 ประการคือ

1) สัญญาณจากผู้ใช้แต่ละคนที่ไปรบกวนซึ่งกันและกันไม่สามารถกำจัดออกไปได้ทำให้สมรรถนะลดลงทุกคน ส่งผลให้ระบบในยุคนี้เป็นระบบที่ความจุถูกจำกัดด้วยสัญญาณแทรกสอดระหว่างผู้ใช้
2) ในกรณีที่มีปรากฏการณ์ใกล้-ไกลเกิดขึ้นจำเป็นต้องใช้การควบคุมกำลังส่งในการต่อสู้กับปัญหานี้

1.2 มัลติยูสเซอร์ดีเทกชัน (Multiuser Detection) และระบบ CDMA ในรุ่นที่ 3 (3rd generation CDMA)

สืบเนื่องจากระบบการสื่อสารแบบแบ่งแยกด้วยรหัสชนิดไดเรกต์ซีเควนซ์เป็นระบบที่ได้รับการคาดหมายว่าจะถูกนำไปใช้เป็นแอร์-อินเตอร์เฟสสำหรับระบบใหม่ๆในอนาคต และก็เป็นที่ทราบกันดีว่าระบบในยุคใหม่นี้ต้องการให้ความจุของระบบสูงกว่าระบบในรุ่นก่อนๆ ดังนั้น จึงต้องหาวิธีที่จะเพิ่มความจุของระบบขึ้น ซึ่งจากที่ได้กล่าวมาแล้วว่าปัจจัยที่มีผลต่อความจุของระบบ DS-CDMA ที่สำคัญคือปัญหาเรื่องการรบกวนกันระหว่างผู้ใช้หรือสัญญาณแทรกสอดจากผู้ใช้คนอื่นที่เรียกว่า MAI ดังนั้น ในการเพิ่มความจุของระบบ DS-CDMA เพื่อให้สอดคล้องกับความต้องการความจุเพิ่มขึ้นของการสื่อสารในอนาคต จะต้องมีวิธีการกำจัดสัญญาณแทรกสอดที่มีประสิทธิภาพ หนึ่งในวิธีการที่ได้รับความสนใจอย่างมากคือการใช้เครื่องรับแบบมัลติยูสเซอร์ซึ่งนำเอาความรู้เกี่ยวกับผู้ใช้คนอื่นๆในเซลล์มากำจัด MAI ให้กับผู้ใช้แต่ละคนในเซลล์นั้น และเครื่องรับแบบมัลติยูสเซอร์นี้นอกจากจะถูกออกแบบให้กำจัด MAI ได้แล้วยังมีความทนทานต่อปรากฏการณ์ใกล้-ไกลดีขึ้น ทำให้ลดปัญหาซึ่งเกิดจากปรากฏการณ์ใกล้-ไกลที่ทำให้ต้องทำการควบคุมกำลังส่งอย่างเข้มงวดในระบบเซลลูลาร์ CDMA ปัจจุบันอีกด้วย

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1.3 มัลติยูสเซอร์ดีเทกชัน (Multiuser Detection)

พิจารณาที่สถานีฐานจะพบว่าสถานีฐานต้องมีการรับส่งสัญญาณกับผู้ใช้ทุกคนในเซลล์ ทำให้เครื่องรับที่สถานีฐานทราบสเปรดดิงโค้ดของผู้ใช้ทุกคนในเซลล์นั้น ดังนั้นจึงมีผู้เสนอเครื่องรับชนิดหนึ่งขึ้นมาเรียกว่ามัลติยูสเซอร์ดีเทกชันเพื่อใช้ที่สถานีฐาน ซึ่งเครื่องรับชนิดนี้อาศัยความรู้เกี่ยวกับสเปรดดิงโค้ดและสัญญาณของผู้ใช้คนอื่นๆในเซลล์มาช่วยในการลดการรบกวนจาก MAI ออกไปก่อนที่จะนำไปตัดสินบิต(decision)

สำหรับที่ตัวเครื่องโทรศัพท์เคลื่อนที่จะรู้เฉพาะสเปรดดิงโค้ดของตัวเอง ดังนั้นจึงไม่สามารถใช้มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันได้ แต่อย่างไรก็ตามปกติแล้วระบบเชื่อมโยงขาขึ้น (up link หรือ reverse link) ซึ่งเป็นการส่งจากเครื่องโทรศัพท์เคลื่อนที่ไปสถานีฐานมักจะมีความกับดั่งมากกว่าระบบเชื่อมโยงขาลง (down link หรือ forward link) ซึ่งเป็นการส่งจากสถานีฐานไปยังโทรศัพท์เคลื่อนที่ ดังนั้นการเพิ่มความจุให้กับระบบเชื่อมโยงขาขึ้นโดยการใช้มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันที่สถานีฐานก็เหมือนเป็นการเพิ่มความจุของระบบทั้งระบบไปด้วย [3-5]

สำหรับประวัติความเป็นมาในการศึกษาเกี่ยวกับมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันนั้นมีกล่าวถึงในวิทยานิพนธ์ของ Juntti [6] สรุปได้ว่าแนวคิดของการใช้มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันหรือเครื่องรับแบบมัลติยูสเซอร์แทนเครื่องรับแบบแมตช์ที่ได้รับการเผยแพร่เป็นครั้งแรกเป็นมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันชื่อ zero-forcing decorrelating detector ซึ่งเสนอโดย Schneider ในปีค.ศ. 1979 และหลังจากนั้นก็มีการวิจัยเกี่ยวกับมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันมาเรื่อยๆ แต่จุดที่ทำให้เกิดมีการสนใจอย่างกว้างขวางจะเกิดจากเครื่องรับที่เหมาะสมที่สุด (optimal receiver) ซึ่งเป็นมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันซึ่งเสนอโดย Verdu ในปี ค.ศ. 1984 โดย Verdu ได้แสดงให้เห็นว่าระบบ CDMA นั้นแท้จริงแล้วไม่ได้เป็นระบบที่ถูกจำกัดด้วยปัญหาสัญญาณแทรกสอดระหว่างผู้ใช้หรือปัญหาปรากฏการณ์ใกล้-ไกลดังที่เข้าใจกันมาแต่อย่างใด ทั้งสองประการนี้เป็นข้อจำกัดของเครื่องรับแบบปกติที่ใช้กันในระบบ CDMA รุ่นที่ 2 ซึ่งเรียกกันว่าเครื่องรับแบบแมตช์เท่านั้น ไม่ใช่ข้อจำกัดของระบบ CDMA

หลังจากนั้นเป็นต้นมางานวิจัยและพัฒนามัลติยูสเซอร์ดีเทกชันก็ได้รับความสนใจอย่างกว้างขวางเนื่องจากเครื่องรับที่เหมาะสมที่สุดของ Verdu นั้นซับซ้อนเกินกว่าจะนำไปใช้ได้จริง มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันซึ่งสมรรถนะต่ำลงแต่ความซับซ้อนน้อยกว่า หรือเครื่องรับที่เหมาะสมรองลงไป (suboptimal receiver) ชนิดต่างๆจึงถูกเสนอขึ้นมา ซึ่งภาพรวมของหลักการของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันประเภทต่างๆที่มีผู้เสนอขึ้นจะเป็นดังนี้

1.3.1 เครื่องรับที่เหมาะสมที่สุด (Optimal receiver)

มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันที่เป็นเครื่องรับที่เหมาะสมที่สุดถูกเสนอโดย Verdu [7] ใช้หลักการของ Maximum-Likelihood Sequence Estimation (MLSE) ในการหาลำดับของสัญญาณที่ส่งมา นั่นคือจะพิจารณาชุดของข้อมูลที่เป็นไปได้ทั้งหมดและถือว่าชุดของข้อมูลที่ทำให้ได้สัญญาณเหมือนลำดับของสัญญาณที่รับได้มากที่สุดเป็นข้อมูลที่ผู้ใช้ส่งมา อย่างไรก็ตามแม้มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันประเภทนี้จะมีสมรรถนะที่ดีมากแต่ก็มีข้อเสียคือ มีความซับซ้อนซึ่งเพิ่มตามจำนวนผู้ใช้แบบเอกซ์โปเนลเชียลรวมทั้งต้องการทราบค่าพารามิเตอร์ของระบบจำนวนมาก ดังนั้นงานวิจัยส่วนใหญ่จะมุ่งวิจัยเครื่องรับซึ่งมีสมรรถนะด้อยกว่ามัลติยูสเซอร์ที่เหมาะสมที่สุดแต่ยังให้สมรรถนะดีกว่าเครื่องรับแบบแมตช์เป็นหลัก

1.3.2 เครื่องรับที่เหมาะสมรองลงไป (Suboptimal receiver)

เครื่องรับที่เหมาะสมรองลงไปเป็นเครื่องรับที่มีสมรรถนะด้อยกว่าเครื่องรับที่เหมาะสมที่สุดแต่ยังดีกว่าเครื่องรับแบบแมตช์รวมทั้งความซับซ้อนไม่ได้เพิ่มตามจำนวนผู้ใช้แบบเอกซ์โปเนลเชียล และเครื่องรับที่เหมาะสมรองลงไปแบ่งได้เป็นประเภทที่สำคัญ 2 ประเภท [3-5] คือ แบบเชิงเส้นและแบบไม่เชิงเส้น

1.3.2.1 เครื่องรับแบบเชิงเส้น

เครื่องรับแบบนี้จะถูกวางอยู่ในตำแหน่งหลังจากเครื่องรับแบบแมตช์ สัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบแมตช์ของผู้ใช้ทุกคนจะถูกส่งผ่านเครื่องรับแบบเชิงเส้นก่อนที่จะเข้าสู่กระบวนการตัดสินบิต ซึ่งเครื่องรับนี้สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ชนิดด้วยกันคือ

- **ดีคอรีเลเตอร์ (decorrelator)** [4-13] เครื่องรับชนิดนี้จะมีผลตอบเป็นอินเวอร์สของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ (correlation matrix) ของสเปรดดิงโค้ดของผู้ใช้ทุกคนในระบบ แต่เครื่องรับแบบนี้จะให้ผลไม่ดีนักเมื่อสัญญาณรบกวนมีค่าสูงเมื่อเทียบกับ MAI
- **เครื่องรับแบบลดค่าเฉลี่ยกำลังสองของค่าผิดพลาด (Minimum Mean Square Error (MMSE) receiver)** [4-12] เครื่องรับชนิดนี้จะมีผลตอบเป็นอินเวอร์สของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ของสเปรดดิงโค้ดของผู้ใช้รวมกับเมตริกซ์สหสัมพันธ์ของสัญญาณรบกวน ซึ่งเครื่องรับชนิดนี้ให้ผลใกล้เคียงกับดีคอรีเลเตอร์ในช่วง SNR (Signal to Noise Ratio) สูงๆ แต่จะให้ผลดีกว่าในช่วง SNR ต่ำๆ

นอกจากนั้นแล้วเครื่องรับแบบเชิงเส้นทั้งสองนี้ยังได้รับการพัฒนาต่อมาให้มีโครงสร้างแบบปรับตัวเองโดยอัตโนมัติเพื่อลดความซับซ้อนในการอินเวอร์สเมตริกซ์อีกด้วย สำหรับเครื่องรับแบบลดค่าเฉลี่ยกำลังสองของค่าผิดพลาดนั้นมีการพัฒนาต่อมาจนในที่สุดสามารถกำจัด MAI โดยไม่ต้องทราบสเปรดดิงโค้ดของผู้ใช้คนอื่นๆและสัญญาณของผู้ใช้คนอื่นๆได้

1.3.2.2 เครื่องรับแบบไม่เชิงเส้น

หลักการของเครื่องรับแบบนี้คือจะทำการประมาณสัญญาณจากผู้ใช้คนอื่นๆที่ไม่ต้องการมาหักล้างออกจากสัญญาณรวมเพื่อหาข้อมูลจากผู้ใช้คนที่ต้องการออกมา ซึ่งเครื่องรับแบบไม่เชิงเส้นที่ได้รับความนิยมในการวิจัยมีอยู่ 3 ชนิดด้วยกันคือ

- **เครื่องรับแบบหักล้างอย่างต่อเนื่อง (Successive Interference Cancellation (SIC))** [3-5, 8, 11, 14, 15] หลักการของเครื่องรับแบบนี้คือ หาบิตข้อมูลของผู้ใช้ที่มีกำลังแรงที่สุดออกมาก่อนโดยใช้เครื่องรับแบบแมตช์ หลังจากนั้นหักล้างการรบกวนของผู้ใช้คนนี้ออกจากสัญญาณรวม และนำสัญญาณรวมที่ผ่านการหักล้างนี้ไปหาบิตข้อมูลของผู้ใช้ที่มีกำลังสูงสุดในบรรดาผู้ใช้ที่ยังไม่ได้ตรวจจับสัญญาณโดยใช้เครื่องรับแบบแมตช์ เมื่อทำซ้ำกระบวนการเดิมไปเรื่อยๆก็จะได้บิตข้อมูลของผู้ใช้ทุกคนออกมาอย่างต่อเนื่องกัน
- **เครื่องรับแบบหักล้างอย่างขนาน (Multistage receiver หรือ Parallel Interference Cancellation(PIC))** [4, 5, 8, 11, 15-17] หลักการของเครื่องรับแบบนี้ คือ จะทำการประมาณบิตข้อมูลของผู้ใช้ทุกคนออกมาก่อนในขั้นแรกโดยใช้เครื่องรับแบบแมตช์ แล้วนำบิตข้อมูลเหล่านั้นไปช่วยในการหักล้างการรบกวนของผู้ใช้ที่ไม่ต้องการจากผู้ใช้ที่ต้องการพร้อมๆกันทุกคน
- **เครื่องรับแบบป้อนกลับ** สำหรับเครื่องรับแบบป้อนกลับที่ใช้ในการแก้ปัญหา MAI นั้นได้ถูกเสนอขึ้นมาหลายๆแบบ แบบแรกคือเครื่องรับแบบป้อนกลับชนิดผู้ใช้เดียว (single user) [18] ซึ่งป้อนกลับข้อมูลที่ตัดสินบิตไปแล้วของผู้ใช้คนที่ต้องการ ณ เวลาต่างๆกลับมาช่วยหักล้าง MAI แต่ผลที่ได้ปรากฏว่าส่วนป้อนกลับไม่ได้ช่วยกำจัด MAI มากนัก ดังนั้นงานวิจัยส่วนใหญ่ที่เกี่ยวข้องกับการกำจัด MAI ด้วยเครื่องรับแบบป้อนกลับจึงมุ่งไปที่เครื่องรับแบบป้อนกลับประเภทที่ใช้สัญญาณของผู้ใช้คนอื่นๆมาป้อนกลับไปช่วยในการกำจัด MAI โดยใช้การหน่วงเวลารอและการคำนวณหา cholesky decomposition ให้กับเมตริกซ์รวมทั้งการอินเวอร์สเมตริกซ์ ซึ่งเรียกว่า มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับ (Decorrelating Decision Feedback Multiuser Detection, DDFMD) [3- 5, 8, 9, 12, 19]

ตารางที่ 1.1 เปรียบเทียบข้อดีข้อเสียของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแต่ละแบบ

เครื่องรับ	ข้อดี	ข้อเสีย
ดีคอรีเลเตอร์	ไม่ต้องทราบขนาดของสัญญาณที่มาถึง	• ในภาวะสัญญาณรบกวนมากๆ จะมีสมรรถนะต่ำกว่าเครื่องรับแบบแมตช์ • ต้องทำการอินเวอร์สเมตริกซ์
เครื่องรับแบบลดค่าเฉลี่ยกำลังสองของค่าผิดพลาด	มีการคิดผลของสัญญาณรบกวนด้วย ทำให้ในภาวะสัญญาณรบกวนสูงๆได้ผลดีกว่าเครื่องรับแบบแมตช์ ส่วนในภาวะสัญญาณรบกวนต่ำจะได้ผลแบบดีคอรีเลเตอร์	• ต้องทราบขนาดของสัญญาณที่มาถึง • ต้องทำการอินเวอร์สเมตริกซ์
เครื่องรับแบบหักล้างอย่างต่อเนื่อง	• ง่ายในการนำไปใช้จริง เพราะจะเพิ่มฮาร์ดแวร์ (hard-ware) น้อยที่สุดในบรรดามัลติยูสเซอร์ดีเทกชันทั้งหมด • ไม่ต้องทำการอินเวอร์สเมตริกซ์	• ต้องทราบขนาดของสัญญาณที่มาถึง • ผู้ใช้ที่มีขนาดสัญญาณสูงสุดจะไม่ได้สมรรถนะดีขึ้นจากเครื่องรับแบบแมตช์เลย • กรณีที่ไม่เกิดปัญหาปรากฏการณ์ใกล้ไกลและกรณี MAI ต่ำๆจะให้ BER ที่ดีกว่าเครื่องรับแบบแมตช์ไม่มากนัก • เกิดเวลาหน่วง โดยเฉพาะผู้ใช้คนท้ายๆต้องรอนานมาก • ต้องมีการเรียงลำดับผู้ใช้ตามขนาดของสัญญาณที่มาถึง
เครื่องรับแบบหักล้างอย่างขนาน	• ผู้ใช้ทุกคนได้บิตข้อมูลที่ตรวจจับพร้อมกันต่างจากเครื่องรับแบบหักล้างอย่างต่อเนื่อง • ไม่ต้องทำการอินเวอร์สเมตริกซ์	• ต้องทราบขนาดของสัญญาณที่มาถึง • ไม่เหมาะกับกรณีที่เกิดปัญหาปรากฏการณ์ใกล้ไกล หรือกรณีที่ MAI สูงๆ นอกจากจะแก้ไขโดยการใช้จำนวนชั้นการหักลบมากๆ • เกิดเวลาหน่วง
มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับ	สมรรถนะสูงสุดในบรรดามัลติยูสเซอร์ดีเทกชันทั้งหมดถ้าทราบขนาดของสัญญาณที่มาถึงอย่างแม่นยำ ในทุกกรณีไม่ว่าในภาวะสัญญาณรบกวน และ MAI มากหรือน้อย	• ต้องทราบขนาดของสัญญาณที่มาถึง • ต้องคำนวณ cholesky decomposition และหาอินเวอร์สเมตริกซ์ • ต้องมีการเรียงลำดับผู้ใช้ตามขนาดของสัญญาณที่มาถึง

1.4 ข้อดีข้อเสียของเครื่องรับแต่ละแบบ

สำหรับข้อดีข้อเสียของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแต่ละแบบได้แสดงดังตารางที่ 1.1 ซึ่งสรุปได้ว่าในกรณีอุดมคติรู้ขนาดของสัญญาณอย่างถูกต้องแล้วมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับมีจะมีประสิทธิภาพดีเหนือวิธีอื่นๆ ดังนั้น วิทยานิพนธ์นี้จึงได้เลือกที่จะลดความซับซ้อนในการใช้งานของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับ

1.5 ปัญหาของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับ

มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับเป็นมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันที่ได้รับความสนใจมากชนิดหนึ่ง โดยมีบทความต่างๆที่เกี่ยวข้องกับมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับออกมามากมายไม่ว่าจะเป็นการปรับปรุงให้สมรรถนะดีขึ้นอีกโดยเพิ่มความซับซ้อนในการคำนวณ หรือโดยการนำการเข้ารหัส (error-correcting code) มาใช้ร่วมกับมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับเป็นต้น แต่มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับก็มีปัญหาที่สำคัญคือ ในระบบจริงซึ่งช่องสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา คือ มีการเข้ามาและหายไปของผู้ใช้ รวมทั้งมีการเปลี่ยนแปลงลำดับความแรงของผู้ใช้ตลอดเวลาทำให้ต้องทำการอินเวอร์สเมตริกซ์และหา cholesky decomposition เมตริกซ์ใหม่บ่อยๆ ซึ่งทำให้ระบบมีความซับซ้อนอย่างมากโดยเฉพาะกรณีที่มีผู้ใช้จำนวนมากๆ นอกจากนี้การที่ต้องใช้ค่าขนาดของสัญญาณในการคำนวณในส่วนป้อนกลับยังทำให้สมรรถนะของเครื่องรับนี้ขึ้นกับค่าประมาณขนาดของสัญญาณว่าแม่นยำมากน้อยเพียงไร ซึ่งถ้าต้องการให้แม่นยำมากก็ต้องใช้กระบวนการประมาณค่าขนาดสัญญาณที่ซับซ้อน

1.6 วิธีการแก้ปัญหาที่มีผู้เสนอขึ้นมา

X. H. Chen [20] ได้เสนอการใช้ Gram-Schmidt Orthogonalization Procedure มาแก้ไขปัญหาด้านความซับซ้อนในกรณีการส่งแบบซิงโครนัสโดยมีสมมุติฐานว่าทราบขนาดของสัญญาณอย่างถูกต้อง โดยในบทความได้แสดงให้เห็นว่าในวิธีนี้เมื่อพารามิเตอร์ของระบบเปลี่ยนไปอาจจะไม่ต้องคำนวณค่าต่างๆใหม่ทั้งหมด แต่อย่างไรก็ตามความซับซ้อนของการคำนวณเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงในระบบจะไม่คงที่ขึ้นอยู่กับว่าพารามิเตอร์ของระบบเปลี่ยนไปอย่างไร และบางครั้งก็จำเป็นต้องคำนวณใหม่ทั้งหมด

P. Seite [12] ได้เสนอให้ใช้กระบวนการการปรับอัตโนมัติโดยอัลกอริทึม LMS (Least Mean Square algorithm) ไปปรับค่าน้ำหนักถ่วงของวงจรกรองทั้งสองแทนการหา cholesky

decomposition และอินเวอร์สเมตริกซ์รวมทั้งหลีกเลี่ยงการนำค่าประมาณขนาดของสัญญาณของผู้ใช้แต่ละคนมาใช้ในวงจรกรองป้อนกลับ แต่อย่างไรก็ตามสิ่งที่ต้องสูญเสียไปในกรณีนี้ก็คือการส่งเทรนนิ่งซีเควนซ์ซึ่งจะเป็นการเพิ่มความยุ่งยากให้กับระบบ เนื่องจากต้องมีการส่งเทรนนิ่งซีเควนซ์ทุกครั้งที่เกิดการเปลี่ยนแปลง เช่น กรณีที่มีผู้ใช้เข้าหรือออกจากระบบ เป็นต้น

1.7 แนวทางของวิทยานิพนธ์นี้

วิทยานิพนธ์นี้เสนอการนำกระบวนการปรับอัตโนมัติแบบบอดมาใช้แก้ไขปัญหาความซับซ้อนในการหา cholesky decomposition การอินเวอร์สเมตริกซ์ รวมถึงกำจัดการใช้ค่าประมาณขนาดของสัญญาณในวงจรกรองป้อนกลับ

นั่นคือวิทยานิพนธ์นี้ใช้หลักการในการแก้ปัญหาด้วยการปรับค่าน้ำหนักถ่วงของวงจรกรองทั้งสองโดยอัตโนมัติเช่นเดียวกับ P. Seite แต่กระบวนการในการปรับอัตโนมัติของวิทยานิพนธ์นี้จะเป็นเงื่อนไขและวิธีการที่แตกต่างออกไป เพื่อให้สามารถปรับน้ำหนักถ่วงได้โดยไม่อาศัยเทรนนิ่งซีเควนซ์ นั่นคือ P. Seite จะทำการปรับอัตโนมัติน้ำหนักถ่วงของวงจรกรองทั้งสองเพื่อลดค่าเฉลี่ยกำลังสองของค่าผิดพลาดระหว่างข้อมูลจริงกับสัญญาณออกที่ได้ (Mean Square Error, MSE) โดยใช้อัลกอริทึม LMS แต่ในวิทยานิพนธ์นี้จะปรับค่าน้ำหนักถ่วงของวงจรกรองป้อนไปข้างหน้าเพื่อลดค่าสหสัมพันธ์ (correlation) ระหว่างบิตข้อมูลที่ประมาณได้ของผู้ใช้ที่มีลำดับสูงกว่าผู้ใช้ที่พิจารณากับสัญญาณออกของผู้ใช้ที่พิจารณาโดยใช้อัลกอริทึม bootstrap และปรับค่าน้ำหนักถ่วงของวงจรกรองป้อนกลับเพื่อลดค่าเฉลี่ยกำลังของสัญญาณออก (Mean Output Energy, MOE) แทน

1.8 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

1. เพื่อพัฒนากรรมวิธีใหม่ๆที่เหมาะสมในการแก้ไขปัญหาการรบกวนจากสัญญาณแทรกสอดที่มาจากผู้ใช้คนอื่นๆในระบบ DS-CDMA
2. ศึกษาและวิเคราะห์สมรรถนะของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับที่ใช้กระบวนการปรับอัตโนมัติแบบบอดที่เสนอขึ้น

1.9 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

สำหรับขอบเขตของวิทยานิพนธ์นี้ คือ สามารถพัฒนามัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับที่มีการปรับอัตโนมัติโดยใช้กระบวนการปรับแบบบอดซึ่งสามารถลดผลการรบกวนจากสัญญาณแทรกสอดจากผู้ใช้คนอื่นๆได้เมื่อเปรียบเทียบกับเครื่องรับแบบแมตช์ รวมทั้งกระบวนการไม่ซับซ้อนเท่ามัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับเดิม เมื่อพิจารณาในระบบเชื่อมโยงขาขึ้นแบบซิงโครนัสสำหรับช่องสัญญาณที่มีการรบกวนจากสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนแบบขาว (Additive White Gassian Noise, (AWGN)) เท่านั้น (ไม่คิดผลของคลื่นหลายวิถีรวมทั้งเฟดดิ้ง) และพิจารณาสมรรถนะทั้งในด้าน BER (Bit Error Rate) และความทนทานต่อปรากฏการณ์ใกล้-ไกลโดยมีสมมุติฐานว่าทราบค่าลำดับความแรงของสัญญาณและเวลาที่สัญญาณของผู้ใช้แต่ละคนมาถึงด้านรับอย่างถูกต้อง รวมทั้งซิงโครไนซ์สัญญาณของผู้ใช้กับเครื่องรับได้สมบูรณ์ในระดับชิฟ (ไม่มีความผิดพลาดอันเนื่องมาจากสัญญาณเรียงตัวเหลื่อมกันกับสเปรดดิงโค้ดในระดับชิฟ)

1.10 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ได้กรรมวิธีใหม่ๆ ในการแก้ปัญหาในการรับส่งสัญญาณในระบบ DS-CDMA

1.11 ขั้นตอนและวิธีการดำเนินการ

1) ศึกษา ค้นคว้าและเก็บรวบรวมกรรมวิธีต่างๆ ที่มีผู้เสนอขึ้นซึ่งมีรายละเอียดดังนี้
   - ศึกษาเครื่องรับแบบปกติ หรือเครื่องรับแบบแมตช์ที่ใช้ในระบบ DS-CDMA
   - ศึกษาเครื่องรับแบบเชิงเส้นซึ่งมีผู้เสนอขึ้นประกอบด้วยดีคอรีเลเตอร์และเครื่องรับแบบลดค่าเฉลี่ยกำลังสองของค่าผิดพลาด
   - ศึกษาเครื่องรับแบบไม่เชิงเส้นซึ่งมีผู้เสนอขึ้นประกอบด้วย เครื่องรับแบบหักล้างอย่างต่อเนื่อง, เครื่องรับแบบหักล้างอย่างขนาน และมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับ
   - ศึกษากระบวนการปรับอัตโนมัติแบบบอดที่มีผู้ใช้กันในระบบอื่นๆ
2) วิเคราะห์และทดสอบกรรมวิธีต่างๆในอดีต
   - วิเคราะห์หาข้อดีข้อเสียของเครื่องรับแต่ละแบบ
   - วิเคราะห์หาข้อดีข้อเสียของกรรมวิธีที่ใช้กับมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับในอดีต

- เขียนโปรแกรมสร้างแบบจำลองระบบและทำการทดสอบเปรียบเทียบผลที่ได้ของกรรมวิธีแต่ละแบบ

3) พัฒนากรรมวิธีใหม่ๆ ในการลดความซับซ้อนของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับ

4) ทดสอบกรรมวิธีที่เสนอขึ้น และประเมินผลระบบ

5) สรุป วิจารณ์ และเขียนวิทยานิพนธ์

1.12 ภาพรวมของวิทยานิพนธ์

สำหรับเนื้อหาของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้แบ่งออกเป็น 5 บท คือ

บทที่ 1 บทนำ มีเนื้อหาเกี่ยวกับความเป็นมาของวิทยานิพนธ์, ความสำคัญของปัญหา, ปริทัศน์วรรณกรรม (Literature review), วัตถุประสงค์, ขอบเขตของงานวิจัย, ภาพรวมของวิทยานิพนธ์ และนิยามสัญลักษณ์ที่ใช้ เป็นต้น

บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง เนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึงสาเหตุของ MAI, แบบจำลองระบบของระบบ DS-CDMA ซึ่งสเปรดด้วยสเปรดดิงโค้ดแบบรหัสสั้น (short code), การนำมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันเข้าไปใช้ในระบบ, วิธีการวัดค่าต่างๆ รวมทั้งความหมายของค่าต่างๆที่วัดขึ้นมา และทฤษฎีเกี่ยวกับเครื่องรับแบบมัลติยูสเซอร์ที่นำมาเปรียบเทียบกับเครื่องรับที่ใช้กระบวนการปรับอัตโนมัติแบบบอดที่เสนอในวิทยานิพนธ์ ซึ่งเครื่องรับเหล่านั้นคือ ดีคอรีเลเตอร์, มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับซึ่งใช้ค่าน้ำหนักถ่วงคงที่ และมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับชนิดปรับตัวเองโดยใช้เทรนนิ่งซีเควนซ์

บทที่ 3 มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับที่ใช้กระบวนการปรับอัตโนมัติชนิดบอด เนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึงแนวคิดและทฤษฎีของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับที่ใช้กระบวนการปรับอัตโนมัติแบบบอด รวมทั้งกล่าวถึงทฤษฎีของอัลกอริทึม bootstrap และหลักการลดค่าเฉลี่ยกำลังที่นำมาใช้ในกระบวนการปรับแบบบอด

บทที่ 4 ผลการวิจัย ในบทนี้จะเป็นส่วนของผลการวิจัยและการวิจารณ์สมรรถนะของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับที่ใช้กระบวนการปรับอัตโนมัติชนิดบอด โดยแบ่งเป็น 4 หัวข้อใหญ่ หัวข้อแรกมีเนื้อหาเกี่ยววิธีการจำลองระบบ หัวข้อที่สองจะเป็นเนื้อหาเกี่ยวกับลักษณะการลู่เข้าของ SMSE เมื่อค่าช่วงก้าวเปลี่ยนไป หัวข้อที่สามจะเป็นสมรรถนะของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับชนิดบอดเมื่อเปรียบเทียบกับเครื่องรับอื่นๆในสภาวะต่างๆ เช่น เมื่อ SNR เปลี่ยนไป, เมื่อจำนวนผู้ใช้เพิ่มขึ้น และความทนทานต่อปรากฏการณ์ใกล้-ไกล เป็นต้น โดยมีสมมุติฐานว่าไม่มี

ความผิดพลาดเกิดขึ้นที่เครื่องรับ และหัวข้อสุดท้ายจะมีเนื้อหาเกี่ยวกับผลของความผิดพลาดที่ด้านรับที่มีต่อสมรรถนะของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันแบบป้อนกลับชนิดบอด

สำหรับบทสุดท้ายบทที่ 5 บทสรุป จะสรุปเกี่ยวกับเนื้อหาในวิทยานิพนธ์ทั้งหมด รวมทั้งข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการวิจัยในขั้นต่อไป

1.13 นิยามสัญลักษณ์

สัญลักษณ์ตัวเขียนเล็กจะหมายถึงสัญญาณในแต่ละเวลา หรือแทนสมาชิกแต่ละตัวของเมตริกซ์หรือเวกเตอร์ และในกรณีนี้ตัวห้อยหมายถึงหมายเลขสมาชิกและตัวยกหมายถึงเวลา

สัญลักษณ์ที่แทนเวกเตอร์จะถูกพิมพ์ด้วยตัวพิมพ์ใหญ่แบบตัวบาง ถ้ามีตัวห้อยจะหมายถึงเวลา (ตรงข้ามกับกรณีที่ไม่ใช่เวกเตอร์หรือเมตริกซ์) แต่ถ้ามีการอ้างถึงสมาชิกในเวกเตอร์ตัวห้อยจะหมายถึงหมายเลขสมาชิกและตัวยกจะหมายถึงเวลา โดยที่สมาชิกแต่ละตัวในเวกเตอร์จะถูกพิมพ์ด้วยตัวเขียนเล็ก

สุดท้ายสัญลักษณ์ที่แทนเมตริกซ์จะถูกพิมพ์ด้วยตัวพิมพ์ใหญ่แบบตัวหนา ถ้ามีตัวห้อยจะหมายถึงเวลา แต่ถ้าอ้างถึงสมาชิกในเมตริกซ์, แถวในเมตริกซ์ หรือคอลัมน์ในเมตริกซ์ตัวห้อยจะหมายถึงหมายเลขสมาชิกและตัวยกจะหมายถึงเวลา โดยที่สมาชิกแต่ละตัวในเมตริกซ์จะถูกพิมพ์ด้วยตัวเขียนเล็ก และสัญลักษณ์แทนแต่ละแถวหรือแต่ละคอลัมน์จะถูกพิมพ์ด้วยตัวพิมพ์ใหญ่แบบตัวบางเช่นเดียวกับสัญลักษณ์ที่แทนเวกเตอร์

และนิยามสัญลักษณ์ข้างบนนี้จะถูกใช้ไปตลอดทุกบทของวิทยานิพนธ์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย